

第二回ベイズ統計学・機械学習研究会

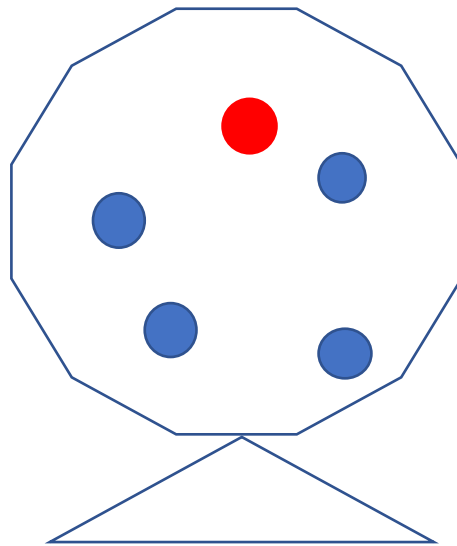
～確率とは・確率の基礎～

目次

- 確率とは何か
- 確率で使う用語
- AとBが同時に起こる“積事象”
- AまたはBが起こる“和事象”
- 「ある場合」以外が起こる“余事象”
- 条件付確率

確率とは

- 「**確率**」 = 「**ある事の起こりやすさ**」
 - 「ある事の起こりやすさ」を数字で表そうとしたもの



例題： 5つある玉の中から一つだけある
赤い玉を引く確率は？

$$P(X = \text{赤玉}) = 1/5$$

確率で使う用語

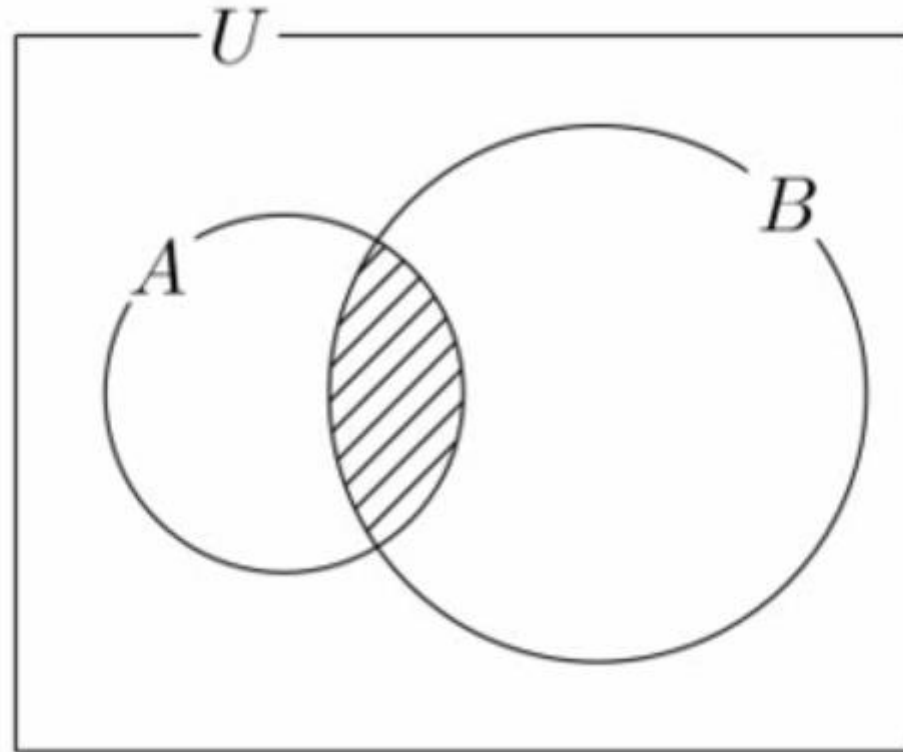
- 確率変数
 - ある値を取る確率が存在する変数
 - さいころの出目
 - コインの裏表
- 事象
 - 確率を知りたい事柄
- 確率

例:さいころで3が出る確率

$$P(X = 3) = 1/6$$

AとBが同時に起こる“積事象”

- 事象Aと事象Bがともに起こるとい
う事象を積事象と言う

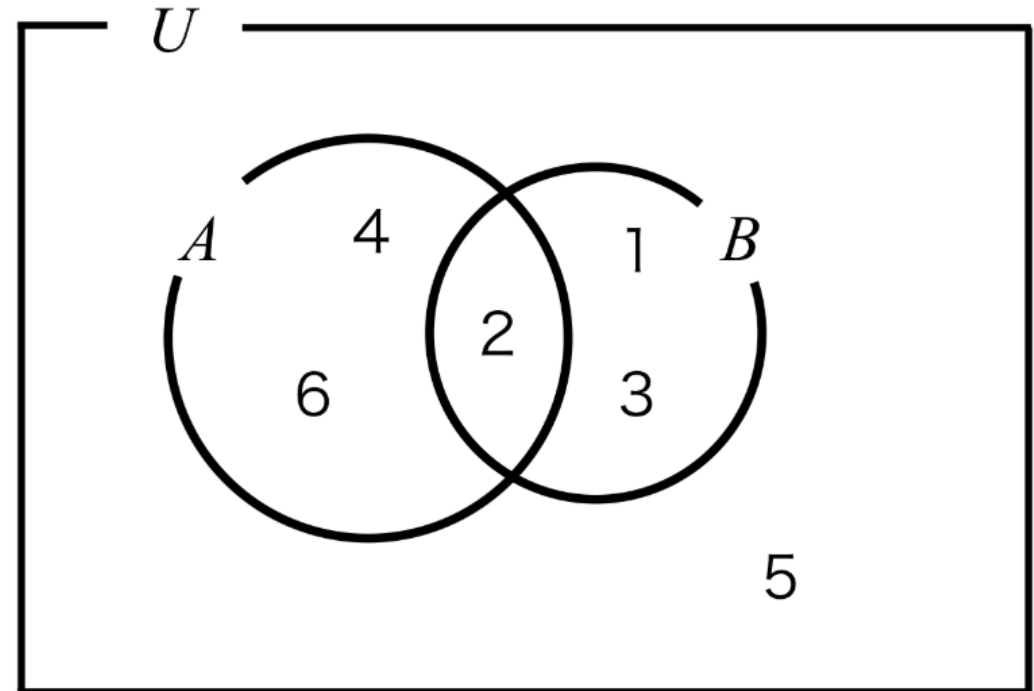


例題

- さいころを1回振る時、偶数が出るという事象をA、3以下の目が出るという事象をBとする
- 事象Aと事象Bがともに起こる確率は？

偶数でかつ3以下の目はベン図より 2 だけなので

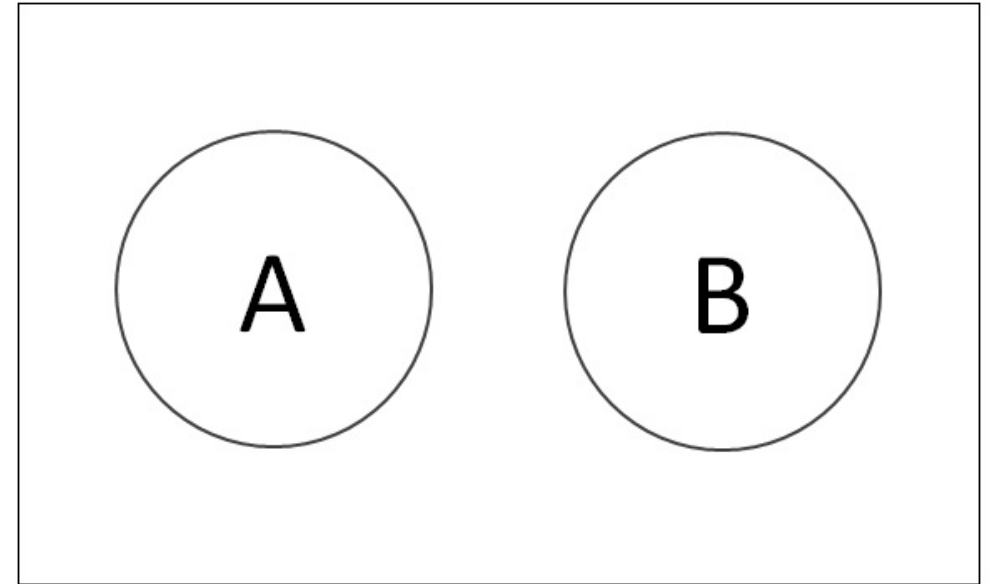
$$P(A \cap B) = 1/6$$



AとBが独立な時の積事象

事象Aと事象Bが独立（一方の確率が
もう一方の確率に影響しないこと）
なときの積事象は

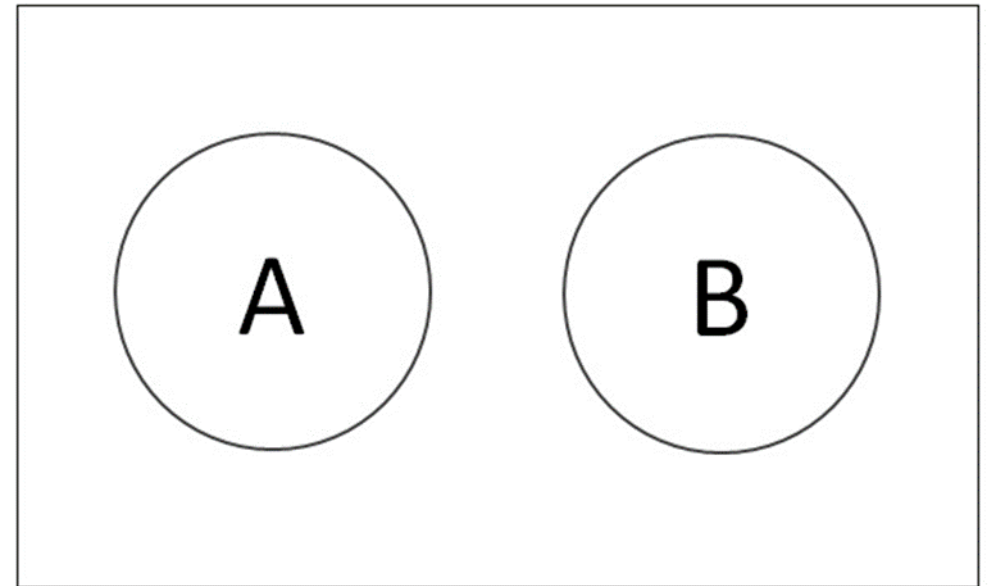
$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$



例題

- さいころを振り 3 の目が出ることを事象A、コインを投げて表が出ることを事象Bとする。
- 事象Aと事象Bがともに起こる確率は？

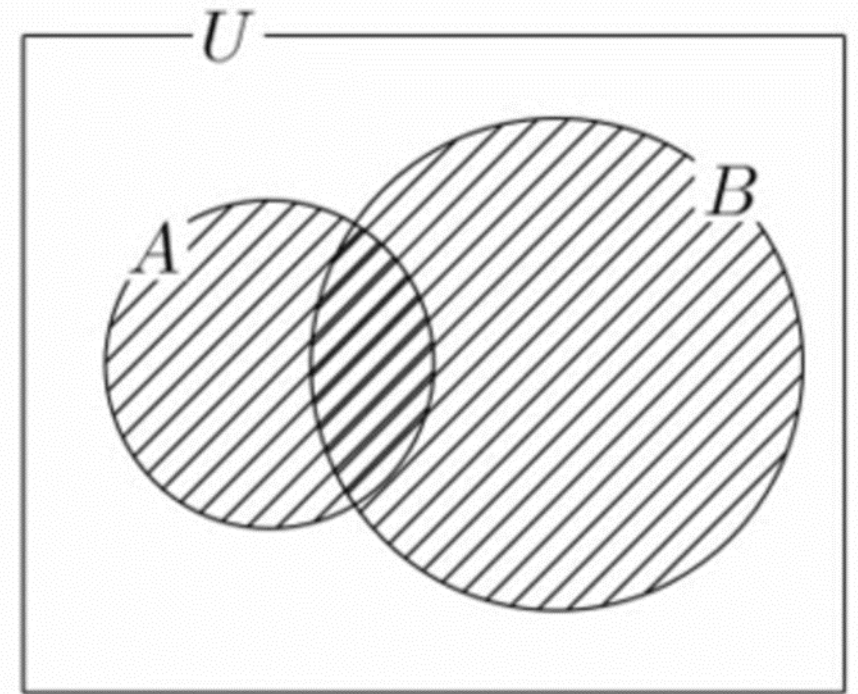
$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A)P(B) \\ &= 1/6 * 1/2 \\ &= 1/12 \end{aligned}$$



AまたはBが起こる“和事象”

事象Aまたは事象Bが起こる事象
を和事象と言う。

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



例題

- さいころを1回振る時、偶数が出るという事象をA、3以下の目が出るという事象をBとする
- 事象Aまたは事象Bが起こる確率は？

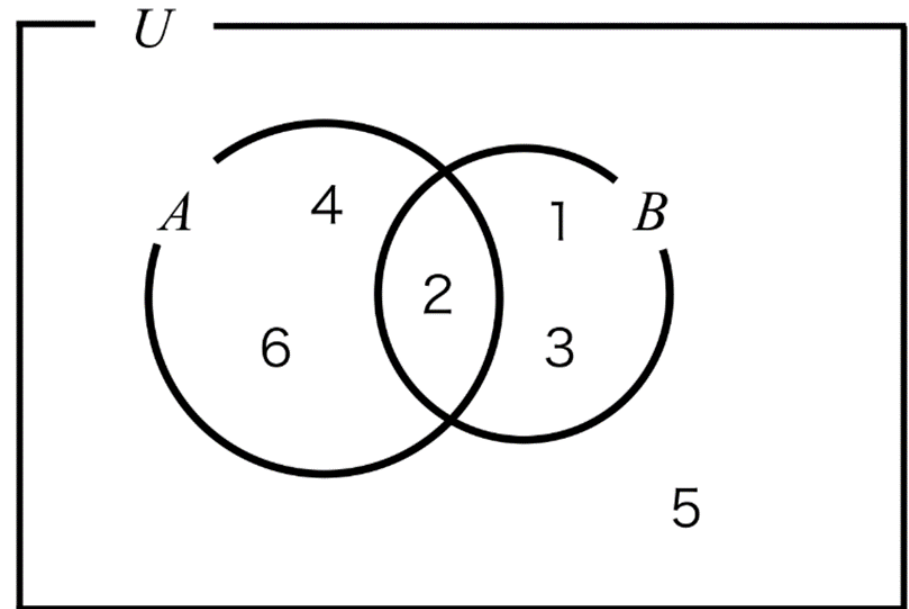
事象Aの確率は $3/6$

事象Bの確率は $3/6$

$P(A \cap B)$ は $1/6$ なので

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ より

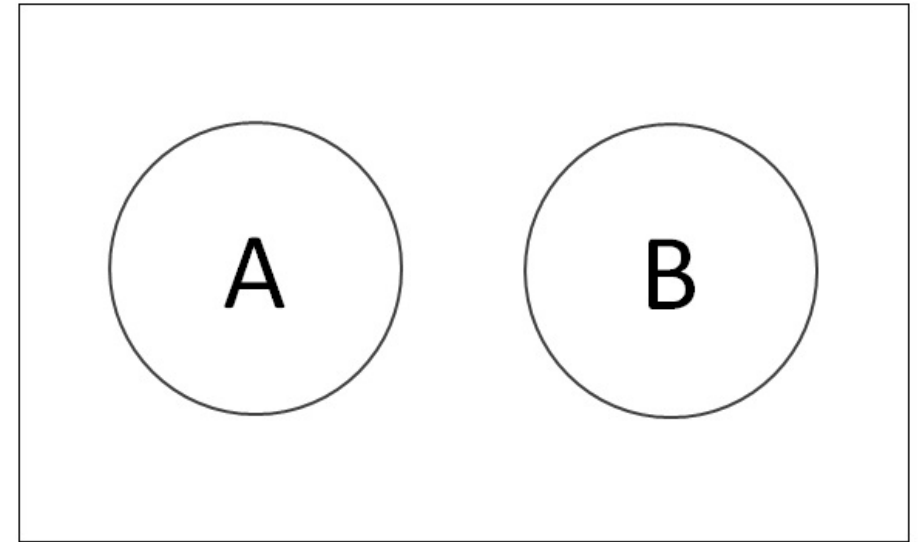
$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= (3/6) + (3/6) - (1/6) \\ &= 5/6 \end{aligned}$$



AとBが独立な時の和事象

事象Aと事象Bが独立（一方の確率がもう一方の確率に影響しないこと）なときの和事象は

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



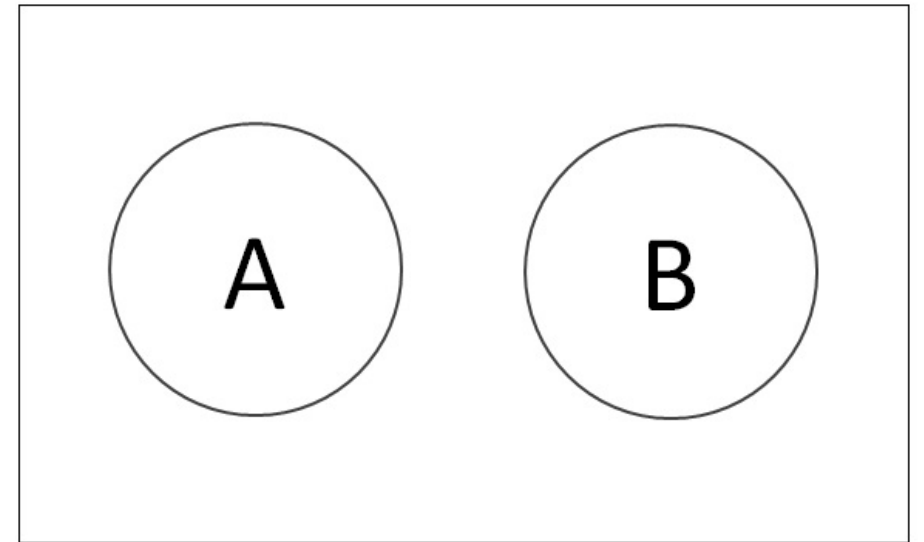
例題

- さいころを振り 3 の目が出ることを事象A、コインを投げて表が出ることを事象Bとする。
- 事象Aまたは事象Bが起こる確率は？

さいころで3が出る確率は $1/6$

コインの表が出る確率は $1/2$ なので

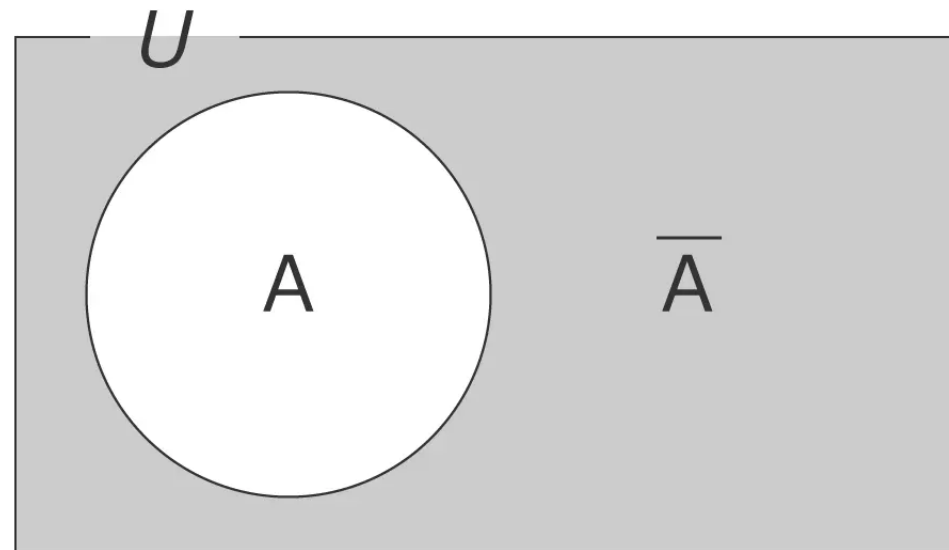
$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= 1/6 + 1/2 \\ &= 2/3 \end{aligned}$$



「ある場合」 以外が起こる“余事象”

「ある場合」 以外の事象のこと

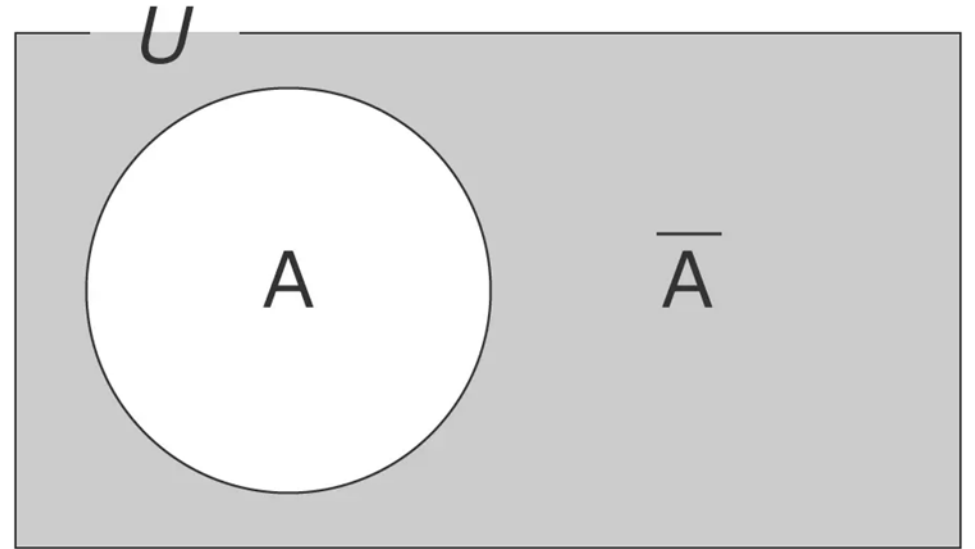
$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$



例題

- さいころを振って5が出ることを事象Aとする
- さいころを振って5以外が出る確率は？

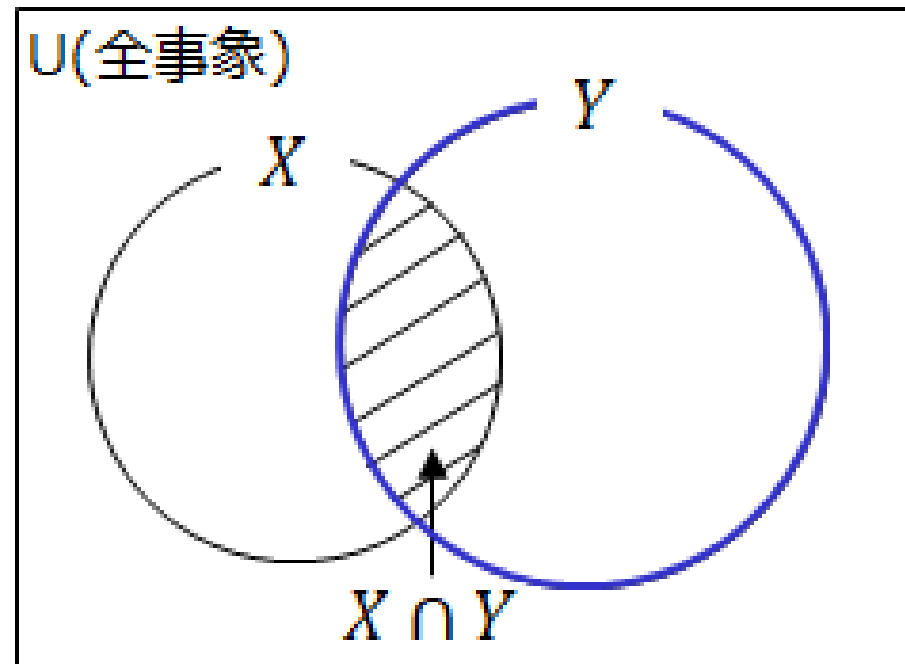
さいころで5が出る確率は $1/6$ なので
 $P(5\text{以外}) = 1 - (1/6)$
 $= 5/6$



条件付確率

- 条件付確率
 - ある事象が起こるという条件のもとで、別のある事象が起こる確率

$$P(X|Y) = \frac{P(X \cap Y)}{P(Y)}$$



例題

- サイコロを二回振って出た目の和が9以上になる確率は？ ただし一回目に出た目は5とする。

一回目に5が出る確率

$$P(Y) = \mathbf{1/6}$$

一回目に5かつ2回目に456

$$\begin{aligned} P(X \cap Y) &= 1/6 * 3/6 \\ &= \mathbf{3/36} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X|Y) &= P(X \cap Y) / P(Y) \\ &= \mathbf{1/2} \end{aligned}$$

