**ОТЧЁТ**

**ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 1**

**ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ**

**НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ**

**(Вариант 11)**

*Выполнил студент 3 курса МОиАИС*

*Щёголев Алексей*

***Постановка задачи:*** Исследовать функцию  и решить уравнение .

I. Найти промежуток, содержащий наименьший положительный корень уравнения , для которого выполняются достаточные условия сходимости одного из итерационных методов;

II. Получить приближенное решение (с точностью 10-7) методами:

1) *методом Ньютона (метод касательных)*

;

2) *методом хорд*

;

3) *методом секущих*

;

4) *конечноразностным методом Ньютона*

— малый параметр;

5) *методом Стеффенсена*

;

6) *методом простых итераций*

Если , то .

Для оценки погрешности приближенного решения, полученного любым методом, может использоваться неравенство

.

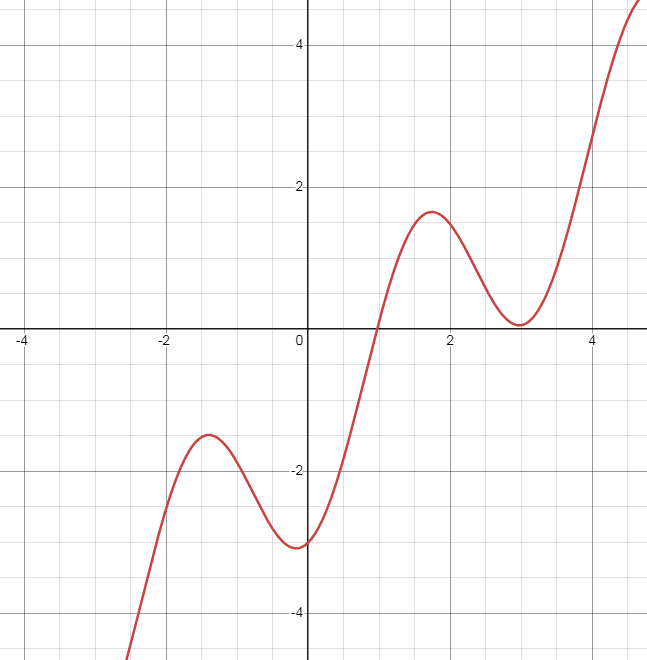
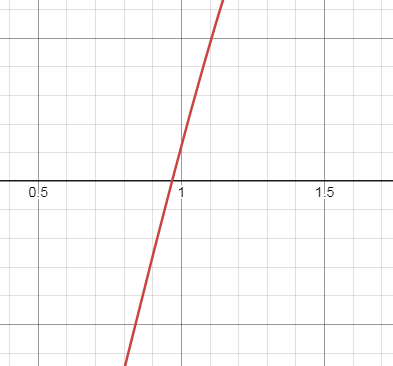
***Результаты расчетов***

; ;

Таблица значений функции (см. программу 1 в приложении)

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0.0 | -3.0000000 |
| 0.1 | -2.8701000 |
| 0.2 | -2.6815915 |
| 0.3 | -2.4380034 |
| 0.4 | -2.1450601 |
| 0.5 | -1.8104535 |
| 0.6 | -1.4435366 |
| 0.7 | -1.0549507 |
| 0.8 | -0.6562007 |
| 0.9 | -0.2591969 |
| 1.0 | 0.1242203 |
| 1.1 | 0.4827517 |
| 1.2 | 0.8060906 |
| 1.3 | 1.0853331 |
| 1.4 | 1.3133335 |
| 1.5 | 1.4849887 |
| 1.6 | 1.5974422 |

Строим график функции, используя для построения программу для построения графиков

Построив график функции, определяем, что уравнение имеет только один корень, который находится в интервале .

Уточним значение корня с требуемой точностью 10-7, пользуясь методами 1–6.

**Метод Ньютона (метод касательных).** Для корректного использования данного метода необходимо определить поведение первой и второй производных функции на интервале уточнения корня и правильно выбрать начальное приближение .

Для функции *f(x)* имеем: *f’(x)*=1+6𝑐𝑜𝑠(𝑥)𝑠𝑖𝑛(𝑥); *f’’(x)=6cos(2x).* Видим, что при x0= , поэтому берем . Тогда . Дальнейшие вычисления проводятся по формуле . Итерации завершаются при выполнении условия .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0  1  2  3 | 1.00000000  0.96667815  0.96702465  0.96702468 |

**Метод хорд.** Вычисления проводятся по формуле . Итерации завершаются при выполнении условия .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 0  1  2  3  4  5 | 0.90000000  0.96986923  0.96688779  0.96702479  0.96702468  0.96702468 |  |  |

**Метод секущих.** В качестве начальных точек зададим: и . Дальнейшие вычисления проводятся по формуле . Итерации завершаются при выполнении условия .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0  1  2  3  4  5 | 0.90000000  0.96986923  0.96688779  0.96702479  0.96702468  0.96702468 |

**Конечноразностный метод Ньютона.** В качестве начального приближения берем . Выбираем параметр . Вычисления проводятся по формуле .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0  1  2  3  4  5 | 1.00000000  0.96606911  0.96703912  0.96702446  0.96702469  0.96702468 |

**Метод Стеффенсена.** В качестве начального приближения берем . Вычисления проводятся по формуле .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0  1  2  3  4 | 1.00000000  0.96496526  0.96701911  0.96702468  0.96702468 |

**Метод простых итераций.** Выбираем . Вычисления проводятся по формуле . Выбираем , удовлетворяющее условию .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0  1  2  3  4  5  6  7  8 | 1.00000000  0.96273392  0.96763669  0.96693835  0.96703688  0.96702296  0.96702493  0.96702465  0.96702469 |

**Итоговая таблица**

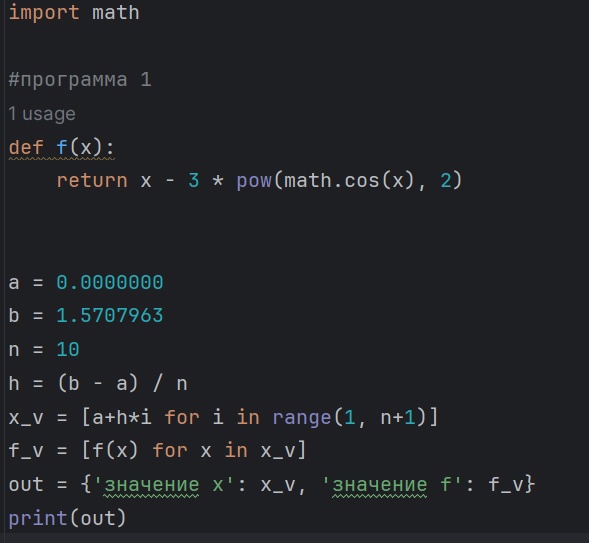
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод решения | Выбранный интервал | Полученное решение | Количество итераций | Погрешность |
| 1. Метод Ньютона (метод касательных) |  | 0.96702468 | 4 | 10-8 |
| 2. Метод хорд |  | 0.96702468 | 5 | 10-8 |
| 3. Метод секущих |  | 0.96702468 | 5 | 10-8 |
| 4. Конечноразностный метод Ньютона |  | 0.96702468 | 5 | 10-8 |
| 5. Метод Стеффенсена |  | 0.96702468 | 4 | 10-8 |
| 6. Метод простых итераций |  | 0.96702469 | 8 | 10-8 |

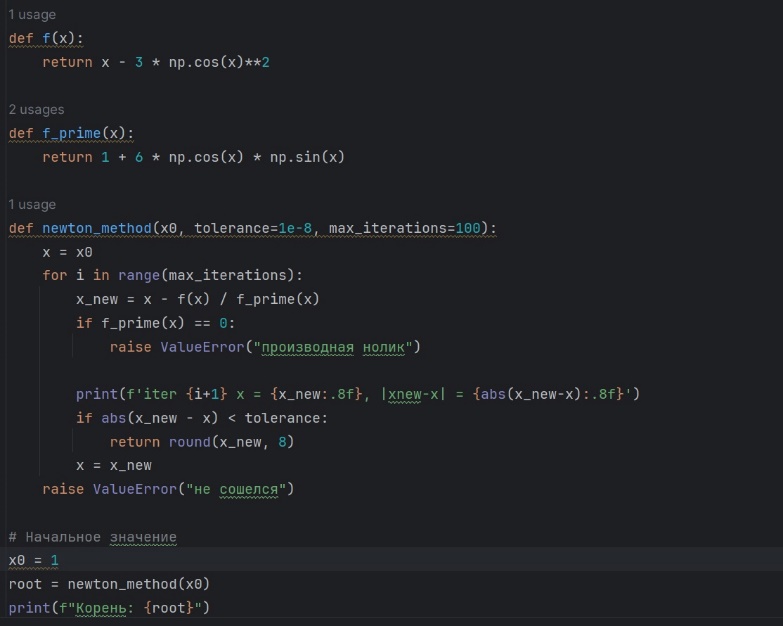
**Выводы:** Метод Ньютона – самый быстрый. Недостатком этого метода можно указать следующее: необходимо знать явный вид первой и второй производных, так как их численный расчет приведет к уменьшению скорости сходимости метода.

Приближенным решением уравнения является .

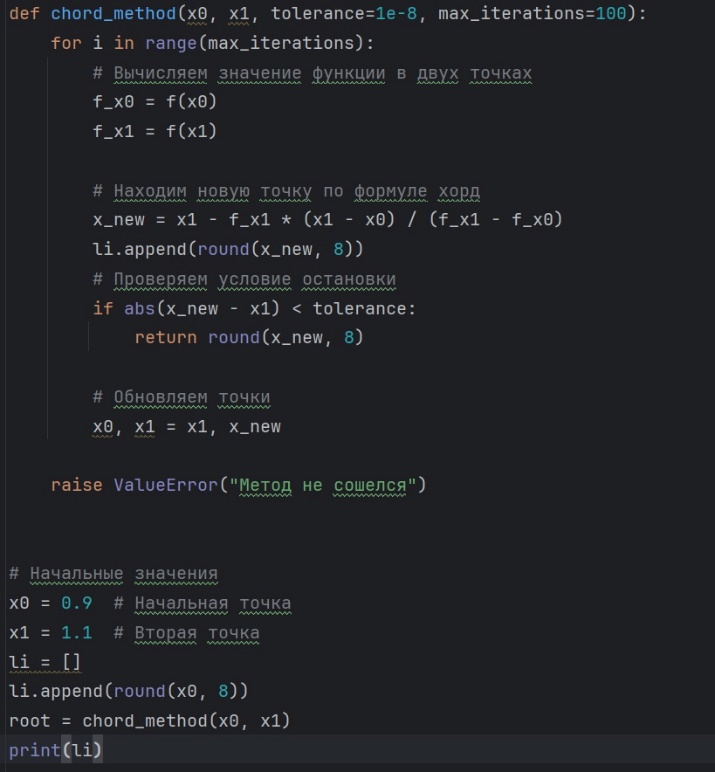
Все исходные тексты программ приводятся в Приложении

**ПРИЛОЖЕНИЕ**

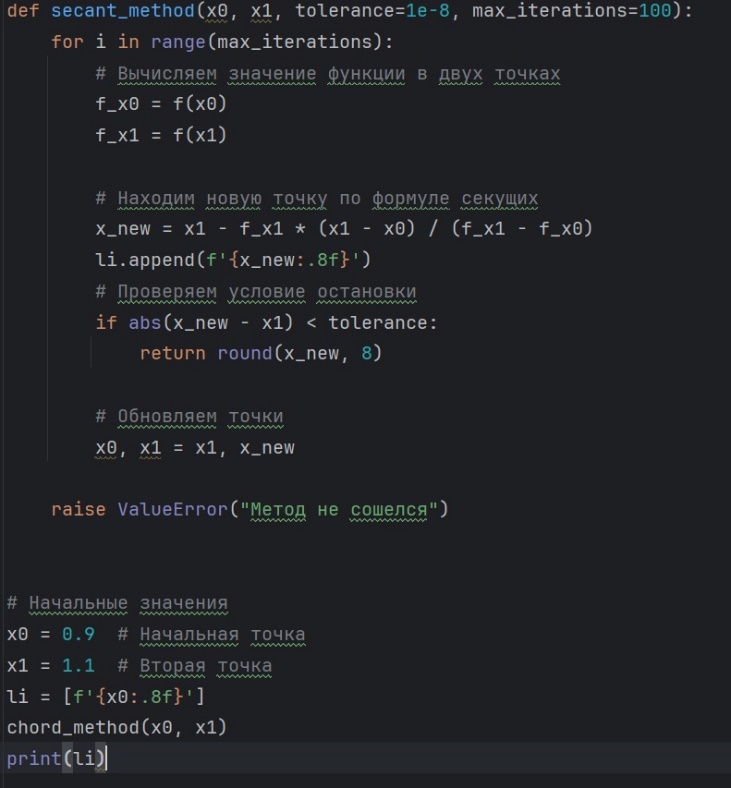
***Программа 1***

Метод Ньютона  


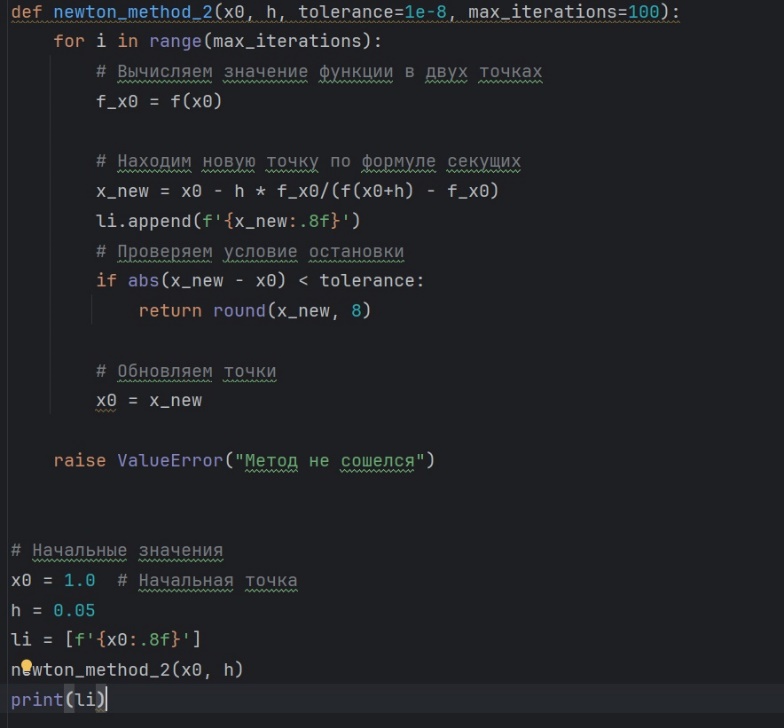
Метод хорд

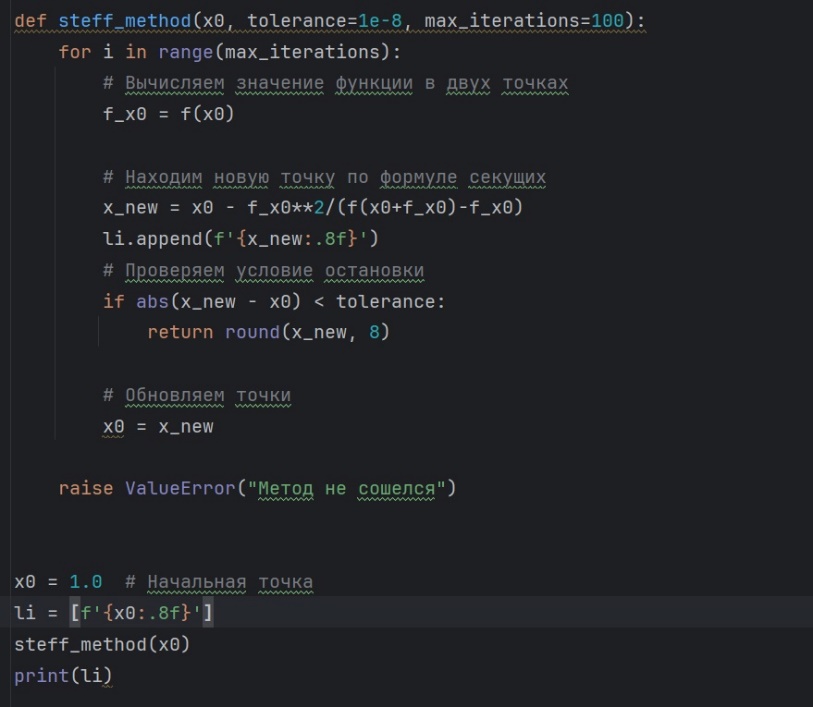


Метод секущих



Конечноразностный метод Ньютона



Метод Стеффенсона  


Метод простых итераций  
