

선형대수 숙제 5 답

1. -12

2. -13

3.  $C = \begin{bmatrix} 9 & -6 & -3 \\ 6 & -4 & 2 \\ -3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

4.  $\frac{1}{\det A} AC^T =$   
 $\frac{1}{-12} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -3 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 6 & -3 \\ -6 & -4 & -2 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix} =$   
 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

5.  $C = \begin{bmatrix} -15 & -5 & 1 \\ 6 & 2 & -3 \\ -2 & -5 & 1 \end{bmatrix}$

6.  $\frac{1}{\det A} AC^T =$   
 $\frac{1}{-13} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -15 & 6 & -2 \\ -5 & 2 & -5 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix} =$   
 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

7.  $\lambda_1 = 4, x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

$\lambda_2 = -1, x_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$

8.  $\lambda_1 = -3, x_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

$\lambda_2 = 2, x_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

9.  $S = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, S^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix},$   
 $\Lambda = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},$

10.  $S^{-1}AS =$   
 $\begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \Lambda$

11.  $A^3 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 26 \\ 26 & 51 \end{bmatrix}$

$A^3 = (SAS^{-1})^3 = S\Lambda^3S^{-1} =$

$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 64 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 26 \\ 26 & 51 \end{bmatrix}$

12.  $\det A = -4, \lambda_1\lambda_2 = -4$

13.  $\text{tr}(A)=3, \lambda_1+\lambda_2 = 3$

14.  $\text{tr}(AB) = \text{tr}\left(\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}\right)=10$   
 $\text{tr}(BA) = \text{tr}\left(\begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}\right)=10$

15.  $\lambda_1 = 0, x_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

$\lambda_2 = 5, x_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

$\lambda_1, \lambda_2 \text{는 실수, } x_1^T x_2 = 0$