

## 선형 대수 숙제 #3

숙제 제출 기한: 1/15(수) 오후 1:30

문제지가 아닌 다른 종이에 별도로 이름과 답을 작성하여 제출해주세요.

1.  $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix}$  을 만족시키는 complete solution (particular + homogeneous solution)

을 구하시오.

2.  $v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}, w = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix}$  일 때,  $c_1 v_1 + c_2 v_2 + c_3 v_3 = w$ 를 만족시키는 계수  $c_1, c_2, c_3$ 를 찾으시오.

(문제 3~4) 행렬  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}$ 가 주어졌을 때,  $A^T$ 를 구하지 않고 왼쪽 null 공간  $N(A^T)$ 의 기저를 구하는 문제이다.

3. 행렬  $A$ 를 행간소 사다리꼴 형태로 변형해 행렬  $R$ 로 만들 때,  $EA = R$  을 만족시키는 행렬  $E$ 와  $R$ 을 구하시오.

4. 행렬  $A$ 의 왼쪽 null 공간  $N(A^T)$ 의 기저는?

(문제 5~7) 주어진 행렬  $A$ 의 행벡터 공간, null space을 구하고 두 공간이 서로 직교함을 보이는 문제이다.

5. 행렬  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$  의 행벡터 공간의 기저를 구하시오.

6. 행렬  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$  의 null space의 기저를 구하시오.

7.  $A$ 의 행벡터 공간과 null space가 직교함을 보이시오.

(문제 8~9) 벡터  $b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 를 벡터  $a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 와  $a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ 로 이루어진 평면으로 projection하는 문제이다.

8.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ 일 때, projection 행렬  $P = A(A^T A)^{-1} A^T$  를 구하시오.

9. 벡터  $b$ 를 주어진 평면에 projection한 결과인  $P \cdot b$ 와 이를 다시 평면에 projection한 결과인  $PP \cdot b$ 를 구하시오.