선형 대수 숙제 #2

숙제 제출 기한: 1/14(화) 오후 1:30

문제지가 아닌 다른 종이에 별도로 이름과 답을 작성하여 제출해주세요.

1. Gauss-Jordan 소거법을 이용하여 $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$의 역행렬을 구하시오.

(문제 2~3) 주어진 열벡터와 행벡터의 곱이 만드는 행렬을 구하시오.

2. $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} =$

3. $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} =$

(문제 3~5) 다음 행렬의 곱을 주어진 Block 행렬들의 곱으로 구하시오.

3. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} * B_{11} + A_{12} * B_{21} \end{bmatrix}$

$A_{11} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, A_{12} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}, B_{11} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix}, B_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} * B_{11} + A_{12} * B_{21} & A_{11} * B_{12} + A_{12} * B_{22} \\ A_{21} * B_{11} + A_{22} * B_{21} & A_{21} * B_{12} + A_{22} * B_{22} \end{bmatrix}$

$A_{11} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, A_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}, A_{22} = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$

$B_{11} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, B_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, B_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$

5. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} * B_{11} + A_{12} * B_{21} \\ A_{21} * B_{11} + A_{22} * B_{21} \end{bmatrix}$

$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, A_{12} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, A_{22} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

$B_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(문제 6~7) 주어진 행렬 A를 $\mathrm{PA} = \mathrm{LU}$ 꼴로 분해하시오.

6. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 9 \end{bmatrix}$

(1). $P_{21}A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 9 \end{bmatrix}$일 때 P_{21}를 구하시오.

(2). $E_{31}P_{21}A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 9 \end{bmatrix}$일 때, E_{31}를 구하시오.

(3). $E_{32}E_{31}P_{21}A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$일 때, E_{32}를 구하시오.

(4). $\mathrm{P}_{21}A = (E_{32}E_{31})^{-1}U = LU$일 때, L을 구하시오.

7. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 9 \end{bmatrix}$

(1). $\mathrm{P}_{32}E_{31}E_{21}A = U = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$일 때, P_{32}, E_{31}, E_{21}를 구하시오.

(2). $\mathrm{P}_{32}E_{31}E_{21} = \grave{E}_{21}\grave{E}_{31}\mathrm{P}_{32}$ 일 때, $\grave{E}_{21}, \grave{E}_{31}$를 구하시오.

(3). $\mathrm{P}_{32}A = \left(\grave{E}_{21}\grave{E}_{31}\right)^{-1}U = LU$일 때, L을 구하시오.

(문제 8~9) 주어진 행렬 A를 행간소 사다리꼴 (Row Reduced Echelon Form)으로 변형하여 nullspace를 구하시오. (힌트 : 행렬의 rank가 열의 개수와 같은 경우 nullspace가 0 벡터만 원소로 가질 수 있다.)

8. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

9. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$