

Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	106/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería	Área/Departamento:	
	Laboratorio de computación salas A y B	
La impresión de este documento es una copia no controlada		

### Guía Práctica de Estudio 9

### Árboles parte 2

Elaborado por:

M.I. Elba Karen Sáenz García

Revisión:

Ing. Laura Sandoval Montaño



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	107/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería	Área/Departamento:
	Laboratorio de computación salas A y B
La impresión de este documento es una conja no controlada	

La impresión de este documento es una copia no controlada

### **Guía Práctica 9**

Estructura de datos y Algoritmos II

### Árboles. Parte 2.

**Objetivo**: El estudiante conocerá e identificará las características de los árboles-B.

#### **Actividades**

Implementar algunas operaciones realizadas sobre un árbol-B en algún lenguaje de programación.

### **Antecedentes**

- Análisis previo del concepto de árbol-B y su representación visto en clase teórica.
- Manejo de listas, diccionarios, estructuras de control, funciones y clases en Python 3.
- Conocimientos básicos de la programación orientada a objetos.

### Introducción

En los sistemas computacionales se cuenta con dos sistemas de almacenamiento en dos niveles, el almacenamiento en memoria principal y el almacenamiento secundario (como en discos magnéticos u otros periféricos).

En los almacenamientos en memoria secundaria el costo es más significativo y viene dado por el acceso a este tipo de memoria, muy superior al tiempo necesario para acceder a cualquier posición de memoria principal. Entonces al tratarse de un dispositivo periférico y, por tanto, de acceso lento, resulta primordial minimizar en lo posible el número de accesos.

Para realizar un acceso a un disco (para lectura / escritura) se requiere de todo un proceso de movimientos mecánicos que toman un determinado tiempo, por lo que para amortizar el tiempo gastado en esperar por todos esos movimientos la información es dividida en páginas del mismo tamaño en bits que se encuentran en las llamadas pistas del disco, así cada lectura y/o escritura al disco es de una o más páginas.

Los **árboles-B** (en inglés B-Tree), se utilizan cuando la cantidad de datos que se está trabajando es demasiado grande que no cabe toda en memoria principal. Así que, son árboles de búsqueda balanceados diseñados para trabajar sobre discos magnéticos u otros accesos o dispositivos de almacenamiento secundario.



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	108/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería	Área/Departamento:
	Laboratorio de computación salas A y B
La impresión de este documento es una copia no controlada	

En los algoritmos que utilizan árboles-B se copian las páginas necesarias desde el disco a memoria principal y una vez modificadas las escriben de regreso al disco.

El tiempo de ejecución del algoritmo que utilice un árbol-B depende principalmente del número de lecturas y escrituras al disco, por lo que se requiere que estas operaciones lean y escriban lo más que se pueda de información y para ello cada nodo de un árbol-B es tan grande como el tamaño de una página completa lo que pone un límite al número de hijos de cada nodo.

Para un gran árbol-B almacenado en disco, se tienen factores de ramificación de entre 50 y 2000, dependiendo del número de llaves o valores que tenga cada nodo (tamaño de la página). Un factor grande de ramificación reduce tanto el peso del árbol como el número de accesos al disco requerido para encontrar una llave o valor.

En la figura 9.1 se muestra un árbol-B con un factor de ramificación de 1001 y peso 2 que puede almacenar más de un billón de llaves. Dentro de cada nodo x se encuentran el atributo x. n que indica el número de llaves que son 1000 por nodo.

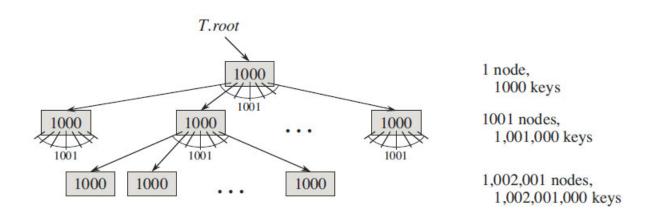


Figura 9.1. [1]



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	109/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería

Área/Departamento:

Laboratorio de computación salas A y B

La impresión de este documento es una copia no controlada

### Árboles B

Un Árbol-B es un árbol multirrama (con raíz T.Raiz) y tiene las siguientes propiedades:

1) Cada nodo x tiene la forma

$$((x.h_1, x.llave_1), (x.h_2, x.llave_2), (x.h_3, x.llave_3), \dots, (x.h_n, x.llave_n))$$

lo que indica que como mucho tiene n hijos  $(x.h_1, x.h_2, ..., x.h_n)$  y cuenta con las siguientes propiedades.

- a. Tiene x. n llaves [o pares (llave , valor)] almacenadas en el nodo x.
- b. Las x.n llaves,  $x.llave_1, x.llave_2, x.llave_3, \dots, x.llave_n$  están ordenadas y almacenadas en orden creciente tal que  $x.llave_1 \le x.llave_2 \le x.llave_3 \le \dots \le x.llave_n$ .
- c. Puede ser hoja o nodo interno, se utiliza el atributo x. hoja que contiene un valor verdadero si es hoja y falso si es nodo interno.
- 2) Cada nodo interno contiene x.n+1 referencias o apuntadores a sus hijos  $x.h_1, x.h_2, x.h_3, ..., x.h_{n+1}$ . Los nodos hojas no tienen hijos.
- 3) Las llaves  $x.llave_i$  separan los rangos de las llaves almacenadas en cada sub-árbol. Si  $k_i$  es una llave almacenada en el sub-árbol  $x.h_i$  entonces:

$$k_i \le x. llave_1 \le x. llave_2 \le x. llave_3 \le \cdots \le x. llave_n \le x. llave_{n+1}$$

- 4) Todas las hojas tienen la misma profundidad y el árbol tiene profundidad h.
- 5) Existe una cota superior e inferior sobre el número de llaves que puede contener un nodo. Esta cota puede ser expresada en términos de un entero  $t \ge 2$  llamado el grado mínimo del árbol-B:
  - a. Todo nodo que no sea la raíz debe tener al menos t-1 llaves. Todo nodo interno que no sea la raíz debe tener al menos t hijos. Si el árbol es vacío, la raíz debe tener al menos una llave.
  - b. Todo nodo puede contener a lo más 2t-1 llaves. Por lo tanto, un nodo interno puede tener a lo más 2t hijos. Se dice que el nodo está lleno si este contiene exactamente 2t-1 llaves. El árbol-B más simple ocurre para cuando t=2. Todo nodo interno entonces tiene ya sea 2, 3, o 4 hijos, también llamado árbol 2-3-4.

En la figura 9.2 se muestra el ejemplo de un árbol de altura 3 donde su grado mínimo es t=2 y cada nodo puede tener a lo más 2t-1 llaves, en este caso 3 y al menos t-1, que es 1.



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	110/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería Área/Departamento:

Laboratorio de computación salas A y B

La impresión de este documento es una copia no controlada

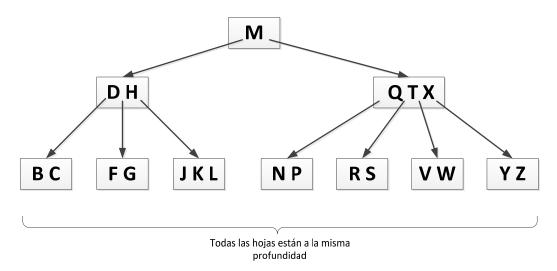


Figura 9.2 [1]

#### **Operaciones Básicas**

Algunas de las operaciones básicas realizadas en árboles B son búsqueda, inserción y eliminación de una llave. En esta práctica se trabajará con la búsqueda y la inserción.

#### Creación del árbol

Para la creación del árbol, lo primero es crear un nodo vacío y después ir insertando llaves e ir creando otros nodos si es necesarios. Para ello en este documento se utilizan los procedimientos propuestos en [1] B-TREE-CREATE() para crear un nodo raíz vacío y B-TREE-INSERT() para agregar nuevas llaves. En ambas funciones se utiliza un procedimiento auxiliar ALLOCATE-NODE(), el cual asigna una página del disco a un nuevo nodo. Se asume que cada nodo creado no requiere una lectura a disco desde que todavía no se utiliza la información almacenada en el disco para ese nodo.

El pseudocódigo del procedimiento B-TREE-CREATE () es [1]:

```
B-TREE-CREATE (T)
Inicio

x=ALLOCATE-NODE()
x.hoja=Verdadero
x.n=0
escibirDisco(x)
T.raiz=x
```

Fin



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	111/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería

Área/Departamento:

Laboratorio de computación salas A y B

La impresión de este documento es una copia no controlada

#### Insertar una llave

La inserción es un poco más complicada que en un árbol binario. En un árbol-B no se puede solo crear una nueva hoja e insertarla porque daría lugar a ya no tener un árbol-B. Lo que se hace es insertar una nueva llave en un nodo hoja existente. Como no se puede insertar una llave en un nodo hoja que está lleno, se introduce una operación que divide el nodo lleno (que tiene 2t-1 llaves) en dos, en torno a la llave del medio ( $y.llave_i$ ). Los dos nodos van a tener t-1 llaves cada uno, y la llave del medio ( $y.llave_i$ ) se moverá a su nodo padre para identificar el punto de división entre los dos nuevos árboles (Figura 9.3). Pero si el padre está lleno, también se debe dividir antes de que se inserte la nueva llave, por lo que el proceso se repetiría con los nodos más arriba hasta llegar al nodo raíz, en ese caso se genera un nuevo nodo raíz que contendrá solo el elemento desplazado hacia arriba de la antigua raíz.

De esta forma, un árbol-B crece por la raíz, de manera que, siempre que la altura se incrementa en 1, la nueva raíz sólo tiene un elemento.

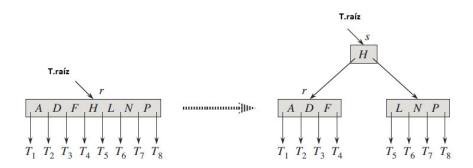


Figura 9.3 [1]

Para insertar en una sola pasada del nodo raíz a la hoja, primero se recorre el árbol buscando la posición donde se colocará la llave y en el camino se revisan qué nodos están llenos para dividirlos antes de realizar la inserción.

Cuando la llave encuentra su lugar en un nodo que no está lleno el proceso de inserción queda limitado a dicho nodo, pero si no lo está, el proceso puede implicar la creación de un nuevo nodo.

#### Ejemplo:

En la figura 9.4 se presenta un árbol-B donde su grado mínimo es t=3, tal que cada nodo puede mantener 5 llaves.



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	112/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de computación salas A y B
	Laboratorio de computación salas A y B

La impresión de este documento es una copia no controlada

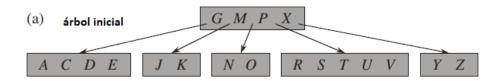


Figura 9.4. [1]

En las siguientes imágenes con color gris claro se muestran los nodos que se modifican conforme se van insertando las llaves que se mencionan.

Para insertar la B, se localiza primero donde se colocará la llave (en el nodo ACDE), y como tanto el nodo donde se insertará como su raíz no está lleno, solo se coloca en la posición adecuada. Figura 9.5.

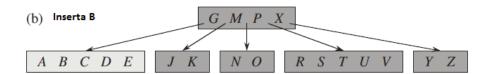


Figura 9.5. [1]

Ahora para insertar Q el nodo RSTUV se divide en 2 nodos que contienen RS y UV. La llave T se mueve a la raíz y Q se inserta al inicio de la mitad de la izquierda (nodo RS). Figura 9.6

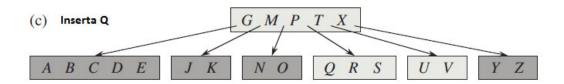


Figura 9.6. [1]

A partir del árbol anterior, para insertar la llave L, como la raíz está llena se divide en dos, además de formarse un nuevo nodo que es la nueva raíz. Después L se inserta en el nodo hoja que contiene JK. Figura 9.7.



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	113/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería Área/Departamento: Laboratorio de computación salas A y B

La impresión de este documento es una copia no controlada

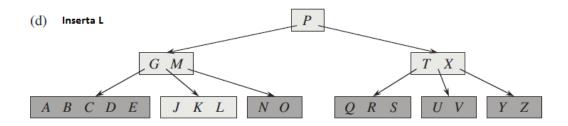


Figura 9.7 [1]

Finalmente, para insertar F, el nodo ABCDE se divide en dos y el valor de en medio, en este caso C se coloca en el nodo padre, que no está lleno. Figura 9.8.

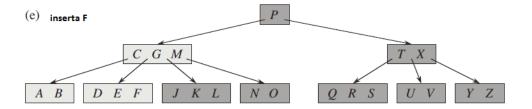


Figura 9.8 [1]

Un pseudocódigo de la inserción es el siguiente:

### B-TREE-INSERT(T, k)

#### Inicio

```
r = T.raiz
Si r.n == 2t - 1
s = ALLOCATE-NODO()
T.raiz = s
s.hoja = FALSO
s.n = 0
s.h_1 = r
B-TREE-SPLIT-CHILD(s, 1)
B-TREE-INSERT-NONFULL(s, k)
En otro caso
B-TREE-INSERT-NONFULL(r, k)
Fin Si
```

Fin



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	114/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería

Area/Departamento:

Laboratorio de computación salas A y B

La impresión de este documento es una copia no controlada

Este procedimiento tiene dos casos, primero cuando el nodo raíz está lleno (r.n == 2t - 1), éste se divide (con B-TREE-SPLIT-CHILD()) y se forma un nuevo nodo s que será la nueva raíz ,esto hace que se incremente la altura del árbol. El segundo caso se da cuando la raíz no está llena y se puede insertar la llave con TREE-INSERT-NONFULL().

El procedimiento B-TREE-INSERT-NONFULL() es recursivo, de forma tal que asegura revisar los niveles de abajo del árbol para insertar la llave en el nodo y posición adecuada y también garantiza que el nodo que se analiza, si está lleno, sea dividido con el llamado a la función B-TREE-SPLIT-CHILD() cuando sea necesario. A continuación, se muestran los pseudocódigos de estas funciones [1].

### B-TREE-INSERT-NONFULL(x,k)

```
Inicio
i = x.n
Si x.hoja == verdadero
        Mientras i \ge 1 y k < x. llave_i
                 x. llave_{i+1} = x. llave_i
                 i = i - 1
        Fin Mientras
        x. llave_{i+1} = k
        x.n = x.n + 1
        EscribirADisco(x)
 En otro caso
        Mientras i \ge 1 y k < x. llave_i
                 i = i - 1
        Fin Mientras
        i = i + 1
        Leer Del Disco(x. h_i)
        Si x.h_i.x == 2t - 1
                 B-TREE-SPLIT-CHILD(x. i)
                 Si k > x. llave_i
                          i = i + 1
                 Fin Si
        Fin Si
        B-TREE-INSERT-NONFULL( x. h_i , k)
Fin Si
Fin
```



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	115/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería Área/Departamento:

Laboratorio de computación salas A y B

La impresión de este documento es una copia no controlada

```
B-TREE-SPLIT-CHILD(x, i)
Inicio
z=ALLOCATE-NODE()
y=x.h_i
z.hoja = y.hoja
 z.n = t - 1
Para j = 1 hasta j = t - 1
        z. llave_i = y. llave_{i+t}
Fin Para
Si y.hoja == FALSO
        Para j = 1 hasta t
            z. h_j = y. h_{j+t}
        Fin para
Fin Si
 y. n = t - 1
 Para j = x \cdot n + 1 decrementando hasta j = i + 1
        x. h_{i+1} = x. h_i
Fin Para
 x.h_{i+1} = z
Para j = x \cdot n decrementando hasta j = i
         x. llave_{j+1} = x. llave_j
 Fin Para
 x.llave_i = y.llave_t
 x.n = x.n + 1
 EscribirADisco(y)
 EscribirADisco(z)
EscribirADisco(x)
Fin
```

#### Búsqueda

La búsqueda en un árbol-B se parece mucho a la búsqueda en un árbol binario, excepto que en lugar de hacerlo binario o de dos caminos, se hace una decisión de múltiples caminos de acuerdo al número de hijos que tiene el nodo.



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	116/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

-		i
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento:	
	Laboratorio de computación salas A y B	
La impresión de este documento es una copia no controlada		

Un algoritmo general para buscar la llave k puede ser:

- 1-Seleccionar nodo actual igual a la raíz del árbol.
- 2-Comprobar si la clave se encuentra en el nodo actual:

Si la clave está, termina algoritmo

Si la clave no está:

Si nodo actual es hoja, termina algoritmo

Si nodo actual no es hoja y n es el número de claves en el nodo,

Nodo actual == hijo más a la izquierda, si  $k < k_1$ 

Nodo actual == hijo más a la derecha a la derecha, si  $k>k_n$ 

Nodo actual == i-ésimo hijo, si  $k_i < k < k_{i+1}$ 

Volver al paso 2.

La figura 9.9 se puede observar un árbol-B cuyas llaves son las letras del alfabeto, cada nodo x contiene x.n llaves y tiene x.n+1 hijos , y además todas las hojas tienen la misma profundidad. También se ilustra en gris claro el progreso de la búsqueda de la llave R en ese árbol.

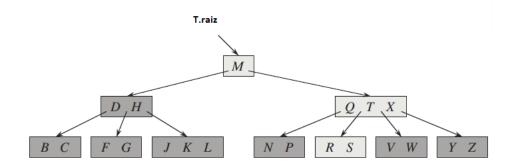


Figura 9.9[1]

Una manera de plantear el algoritmo es de forma recursiva, a continuación se presenta un procedimiento para la búsqueda en árboles-B (propuesto en [1] ) donde se toma como entrada un apuntador al nodo raíz x de cada sub árbol y una llave k que se buscará dentro de cada subárbol. La llamada inicial al procedimiento se realiza con el nodo raíz y la llave a buscar k, esto es, BTreeSearch(T.raiz, K). Si la llave k está dentro del árbol-B la función retorna el par ordenado (y,i) consistente de un nodo y y un índice i tal que  $y.llave_i=k$ . De otra forma el procedimiento regresa nulo.



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	117/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería

Area/Departamento:

Laboratorio de computación salas A y B

La impresión de este documento es una copia no controlada

```
B-TREE-SEARCH(x, k)
Inicio
         i=1
         Mientras i \le x \cdot n \ y \ k > x \cdot llave_i
                  i=i+1
         Fin Mientras
         Si i \le x . n y k > x . llave_i
                  retorna (x, i)
         Si no
                  Si x.hoja==verdadero
                           Retorna Ninguno
                  Si no
                           Leer-Disco(x.h_i)
                           Retorna B-TREE-SEARCH(x.h_i, k)
                  Fin Si
         Fin Si
```

En este procedimiento se utiliza inicialmente una búsqueda lineal para encontrar el índice i tal que  $k \leq x. llave_i$  o de lo contrario se coloca i a x.n+1. Si se ha descubierto la llave k, se retorna el nodo x junto con su ubicación (x,i). De otra forma se determina que la búsqueda no fue exitosa porque el nodo x es una hoja, o se llama recursivamente a la función B-TREE-SEARCH() indicando el subárbol de x adecuado, para seguir buscando. Los paráme tros de la nueva llamada a B-TREE-SEARCH $(x.h_i,k)$  se obtiene después de efectuar una lectura a disco para obtener la información de ese nodo hijo.

#### Desarrollo

Fin

#### **Actividad 1**

Se realizará de forma guiada un programa en Python que permita crear un árbol B e ir insertando datos. Para ello se utilizarán los pseudocódigos de los procedimientos explicados en este documento.

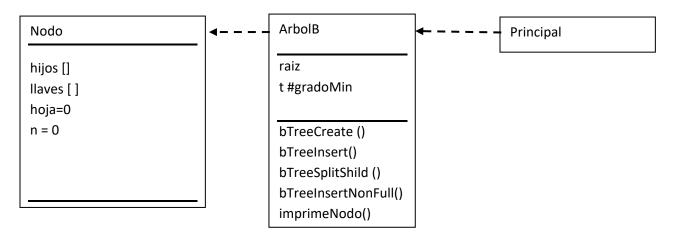
Primero se plantea el siguiente diagrama de clases:



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	118/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería Área/Departamento:
Laboratorio de computación salas A y B

La impresión de este documento es una copia no controlada



Para la realización del programa se asumirá que los datos de los nodos ya no están en disco. Es decir, todo se trabajará en memoria principal.

La clase Nodo queda:

```
#Autor Elba Karen Sáenz García

class Nodo:
    def __init__(self,t):
        self.hijos = list()
        self.llaves = list()
        self.hoja=1
        self.n=0
        for k in range(2*t):
            self.llaves.append([None])
        for k in range(2*t+1):
            self.hijos.append([None])
```

El inicio de la clase ArbolB es:

```
#Auto Elba Karen Sáenz García
class ArbolB:
    def __init__ (self,gradoMinimo):
        self.t= gradoMinimo
        self.raiz = None
```



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	119/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería

Area/Departamento:

Laboratorio de computación salas A y B

La impresión de este documento es una copia no controlada

Ahora se muestran los métodos que hay que ir agregando a la clase ArbolB de acuerdo al diagrama de clases planteado y los pseudocódigos vistos en este documento.

El método bTreeCreate() crea un nuevo nodo:

```
def bTreeCreate(self):
    if(self.raiz == None):
        self.raiz = Nodo(self.t)
    return self.raiz
```

El método bTreeSplitShild():

```
def bTreeSplitShild(self,x,i):
   z=Nodo(self.t)
   y = x.hijos[i]
    z.hoja=y.hoja
    z.n=self.t-1
   for j in range(1, self.t):
        z.llaves[j]=y.llaves[j+self.t]
        y.llaves[j+self.t]=None
   if y.hoja=0:
        for j in range(1, self.t+1):
            z.hijos[j]=y.hijos[j+self.t]
            y.hijos[j+self.t]=None
   y.n=self.t-1
   for j in range (x.n+1,i,-1):
        x.hijos[j+1]=x.hijos[j]
   x.hijos[i+1]=z
   for j in range (x.n,i-1,-1):
        x.llaves[j+1]=x.llaves[j]
   x.llaves[i]=y.llaves[self.t]
   y.llaves[self.t]=None
   x.n=x.n+1
```



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	120/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería Área/Departamento:

Laboratorio de computación salas A y B

La impresión de este documento es una copia no controlada

El método bTreeInsertNonFull():

```
def bTreeInsertNonFull(self,x,k):
    i=x.n
    if x.hoja == 1:
        while ( i \ge 1) and (k < x.llaves[i]):
            x.llaves[i+1]= x.llaves[i]
            i=i-1
        x.llaves[i+1]=k
        x.n=x.n+1
         #escribir a disco
    else:
        #No es hoja
        while (i \geq 1) and (k < x.llaves[i]):
            i=i-1
        i=i+1
            #leer disco
        if x.hijos[i].n == 2*self.t-1:
            self.bTreeSplitShild(x,i)
            if k > x.llaves[i]:
                i=i+1
        self.bTreeInsertNonFull(x.hijos[i],k)
```

El método bTreeInsert():

```
def bTreeInsert(self,nodo, k):
    r=self.raiz
    #nodo lleno
    if r.n == 2*self.t-1:
        s=Nodo(self.t)
        self.raiz=s
        s.hoja=0
        s.n=0
        s.hijos[1]=r
        self.bTreeSplitShild(s,1)
        self.bTreeInsertNonFull(s,k)
else:
    self.bTreeInsertNonFull(r,k)
```



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	121/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería

Area/Departamento:

Laboratorio de computación salas A y B

La impresión de este documento es una copia no controlada

El método imprimeNodo():

```
def imprimeNodo(self, nodo):
    for i in range(1,2+self.t,1):
        if (nodo.llaves[i] != None):
            print( nodo.llaves[i])
```

Una vez terminadas las dos clases se requiere realizar una controladora que permita ir formando un árbol B, creándolo e insertando la siguiente secuencia.

B,T,H,M,O,C,Z,G,L,E,N,P,R,D,J,Q,F,W,X.

Además, se irá mostrando la formación del árbol.

En la controladora, primero se colocará la inserción de B, T y H como se muestra en el siguiente código:

```
BT=ArbolB(2)

actual=BT.bTreeCreate()

print ("Se insertara B")

#print (BT.raiz.llaves)

BT.bTreeInsert(actual,ord("B"))

print ("Se insertara T")

BT.bTreeInsert(actual,ord("T"))

print ("Se insertara H")

BT.bTreeInsert(actual,ord("H"))

print ("Imprime raíz")

BT.imprimeNodo(BT.raiz)
```

. El proceso que se realiza se observa en la figura 9.10.



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	122/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería		Área/Departamento:		
Facultad de Ingeniería	Laboratorio de computación salas A y B			
La impresión de este documento es una copia no controlada				



Figura 9.10

Después se insertará M y como ya no hay lugar en el nodo, se realiza la división de mismo y la creación de uno nuevo, como se muestra en el siguiente código y en la figura 9.11:

```
print ("Se insertara M")
BT.bTreeInsert(actual, ord("M"))

print (BT.raiz.llaves)
print(BT.raiz.hijos[1].llaves)
print(BT.raiz.hijos[2].llaves)
```

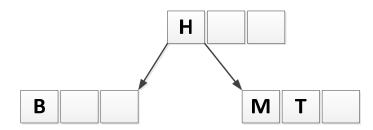


Figura 9.11

Ahora se insertarán las llaves O y C, además de visualizar la raíz y sus hijos. Como hay espacio en los nodos solo se colocan en el lugar correspondientes. El árbol resultante se muestra en la figura 9.12.



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	123/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería Área/Departamento: Laboratorio de computación salas A y B

La impresión de este documento es una copia no controlada

```
print ("Se insertara 0")
BT.bTreeInsert(actual, ord("0"))
print ("Se insertara C")

BT.bTreeInsert(actual, ord("C"))
print (BT.raiz.llaves)
print(BT.raiz.hijos[1].llaves)
print(BT.raiz.hijos[2].llaves)
```

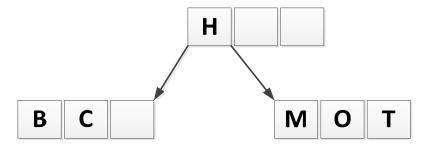


Figura 9.12

Cuando se inserta Z, no hay lugar en el nodo correspondiente, así que se realiza una división y creación de nodo. Figura 9.13.

```
print ("Se insertara Z")
BT.bTreeInsert(actual, ord("Z"))

print (BT.raiz.llaves)
print(BT.raiz.hijos[1].llaves)
print(BT.raiz.hijos[2].llaves)
print(BT.raiz.hijos[3].llaves)
```



Código:	MADO-20
Versión:	01
Página	124/180
Sección ISO	8.3
Fecha de emisión	20 de enero de 2017

Facultad de Ingeniería

Área/Departamento:

Laboratorio de computación salas A y B

La impresión de este documento es una copia no controlada

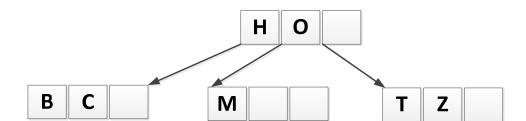


Figura 9.13

#### **Actividad 2**

Terminar de insertar la secuencia e ir mostrando en la salida estándar y dibujar como va quedando el árbol.

#### **Actividad 3**

Ejercicios sugeridos por el profesor

### Referencias

[1]CORMEN, Thomas, LEISERSON, Charles, et al. Introduction to Algorithms 3rd edition MA, USA The MIT Press, 2009

[2]Ziviani, Nivio
Diseño de algoritmos con implementaciones en Pascal y C
Ediciones paraninfo /Thomson Learning
2007

[3] https://www.youtube.com/watch?v=HHoWd93mKjA