

PRML4.16

2022 年 8 月 21 日

(問題)

$t = 0$ または $t = 1$ に対応する 2 クラスの 1 つに属することが知られている各観測値 x_n における 2 値分類問題を考える。このとき、学習データがときどき間違っただけラベルを付けられるため、学習データの収集手順は完全なものではないと仮定する。すべてのデータ x_n に対し、クラスラベルの値 t_n を与える代わりに、 $t_n = 1$ となる確率を表現する値 π_n を与える。確率モデル $p(t = 1|\phi)$ が与えられた場合、そのようなデータ集合に適切な対数尤度関数を記述せよ。

(解答)

クラスラベル t_n の代わりに $t_n = 1$ となる確率 π_n が与えられているので、確率モデル $p(t = 1|\phi)$ のもとで t_n が生じられる確率は、

$$p(t_n) = p(t_n = 1|\phi_n)^{\pi_n} \{1 - p(t_n = 1|\phi_n)\}^{1-\pi_n}$$

よってデータ集合に適切な対数尤度関数は

$$\ln p(\mathbf{t}|\phi) = \sum_{n=1}^N \{\pi_n \ln p(t_n = 1|\phi_n) + (1 - \pi_n) \ln (1 - p(t_n = 1|\phi_n))\}$$