1 Quantifizierung

$\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2 + 2^2 + ... + n^2$

$\sum_{i=1}^{-1} i^2 = 0$ (neutrales Element)

$\sum_{i=1}^{n} i^2 + 1 = 1^2 + 2^2 + ... + n^2 + 1$ (?)

$\sum_{i=1}^{n} (i^2 + 1) = (1^2 + 1) + (2^2 + 1) + ... + (n^2 + 1)$ (?)

$\sum_{\substack{i=1 \\ odd(i)}}^{n} i^2 = 1^2 + 3^2 + ... + n^2$

$\prod_{i=1}^{n} i^2 = 1^2 * 2^2 * ... * n^2$

$\prod_{i=1}^{-1} i^2 = 1$ (neutrales Element)

$\forall_{i=0}^{n-1} b[i] == 0 = b[0] == 0 \wedge b[1] == 0 \wedge ... \wedge b[n-1] == 0$

$\exists_{i=0}^{n-1} b[i] == 0 = b[0] == 0 \vee b[1] == 0 \vee ... \vee b[n-1] == 0$

$\sum_{i=1}^{n} i^2 = (\sum i : \mathbb{N} \mid 1 \leqslant i \leqslant n : i^2)$

$(\sum i : \mathbb{N}, j : \mathbb{N} \mid 1 \leqslant i \leqslant 2 \wedge 1 \leqslant j \leqslant 3 : i^j)$

$(\circ v_1 : T_1, ..., v_n : T_n \mid R : P)$

- $\circ : T \times T \to T$ (wobei T ein Typ ist)

Bsp: $+ : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$
$+(3, 4) = 7$

$a \circ b = b \circ a$ fuer alle a,b : T (Symmetrie) — ABELSCHES MONOID
$(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$ fuer alle a,b,c : T (Assoziativitaet)
$u \circ a = a = a \circ u$
es gibt ein u : T, so dass fuer alle a : T (neutrales Element) — MONOID

$\circ$	T	u
$+\sum$	$\mathbb{Z}$	0
$*\prod$	$\mathbb{Z}$	1
$\forall$	$\mathbb{B}$	$true$
$\exists$	$\mathbb{B}$	$false$

String mit Konkatenation nicht-abelsches Monoid
$(\text{"}a\text{"} + \text{"}b\text{"}) + \text{"}c\text{"}\ equals\ \text{"}a\text{"} + (\text{"}b\text{"} + \text{"}c\text{"})$

$"a" + "" \; equals \; "a"$
$"a" + "b" \; !equals \; "b" + "a"$

- $T_1, ..., T_n$ Datentypen

- $V_1, ..., V_n$ Variablen

alle paarweise verschieden

$V_i \; vom \; Typ \; T_i$

- R : boolescher Ausdruck, kann $V_1 ... V_n$ enthalten, Bereich (Range)

- P : beliebiger Ausdruck vom Typ T, kann $V_1 ... V_n$ enthalten, Koerper (Body)

Typ der Quantifizierung : T

$(\forall i : \mathbb{N} \mid 0 \leqslant i \leqslant n : b[i] = 0)$ und das Ganze ist : $\mathbb{B}$
$(\circ \, V_1 : T_1 \mid R : P)$ wobei $T_1 : \mathbb{N}, P : \mathbb{B}$

$\wedge : \mathbb{B} \times \mathbb{B} \to \mathbb{B}$

$P : T_1 \times T_2 \times ... \times T_n \to T$

2 Semantik

Bsp: $(+i : \mathbb{Z} \mid -1 \leqslant i \leqslant 2 : i^2)$

1. Fall (Topf $\neq \emptyset$)

Von $\mathbb{Z}$ alle Zahlen ausfiltern (-1,0,1,2) (Menge)

$\to^{1^2}$ $((-1)^2, 1^2, 0^2, 2^2)(1, 1, 0, 4)$ (Multimenge)

$\to 2^2 + 1^2 + (-1)^2 + 0^2$

2. Fall (Topf = 0)

$\to$ Topf leer $\to$ Resultat: Neutrales Element (von +) $\to 0$

Beispiele:

1) $(+\, i : \mathbb{N} \mid 0 \leqslant i \leqslant 4 : i * 8) = (0 * 8) + (1 * 8) + ...$

2) $(*\, i : \mathbb{N} \mid 0 \leqslant i \leqslant 3 : i + 1) = (0 + 1) * (1 + 1) * ...$

3) $(\wedge\, i : \mathbb{N} \mid 0 \leqslant i \leqslant 2 : i * d \neq 6) = (0 * d) \neq 6 \wedge (1 * d) \neq 6 \wedge ...$

4) $(\vee\, i : \mathbb{N} \mid 0 \leqslant i \leqslant 21 : b[i] = 0) = b[0] = 0 \vee b[1] = 0 \vee ...$

5) $(\sum k : \mathbb{N} \mid k^2 = 4 : k^2) = 2$

6) $(\sum k : \mathbb{Z} \mid k^2 = 4 : k^2) = 2 + (-2) = 0$

2.1 This is a subsection