

1. 设以下模式类别具有正态概率密度函数：

$$\omega_1: \{(0, 0)^T, (2, 0)^T, (2, 2)^T, (0, 2)^T\}$$

$$\omega_2: \{(4, 4)^T, (6, 4)^T, (6, 6)^T, (4, 6)^T\}$$

(1) 设  $P(\omega_1) = P(\omega_2) = 1/2$ ，求这两类模式之间的贝叶斯判别界面的方程式。

(2) 绘出判别界面。

解：(1) 根据样本估计模式的均值向量  $m_i$  和协方差矩阵  $C_i$ ， $i=1, 2$ ，

$$m_1 = \frac{1}{4} ((0, 0)^T + (2, 0)^T + (2, 2)^T + (0, 2)^T) = (1, 1)^T$$

$$m_2 = \frac{1}{4} ((4, 4)^T + (6, 4)^T + (6, 6)^T + (4, 6)^T) = (5, 5)^T$$

$$C_1 = C_2 = C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

因为两类模式都是正态分布，则判别界面方程为：

$$d_1(x) - d_2(x) = \ln P(\omega_1) - \ln P(\omega_2) + (m_1 - m_2)^T C^{-1} x - \frac{1}{2} m_1^T C^{-1} m_1 + \frac{1}{2} m_2^T C^{-1} m_2 = 0$$

$$\text{即} \quad -4x_1 - 4x_2 + 24 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 6$$

(2) 判别界面为：

