

# 算法课的教与学

--- “历史途径法” 与 “费曼路径法” 实践

---

卜东波

中科院计算所

2020年10月

# 算法难教，算法难学

---

- 容易回答的问题：

Q: 你设计的这个算法是**怎样工作**的？

- 难回答，甚至无法回答的问题：

Q: 你是**怎样想出来**这个算法的？

A: 聪明？顿悟？灵感？

**理解算法易，理解设计过程难！**

# 教学的“历史途径法”

---

- 动机：
  - H. Bass: “数学本性的取向，是利用抽象来综合提炼，形成简单、统一的概念与方法”，但在此过程中也擦去了“走过的痕迹”
- 对策：
  - 从原著、访谈或者传记中还原出设计者当初的**知识储备、遇到的困难、做过的尝试**，以及最终克服这个困难的**诀窍**

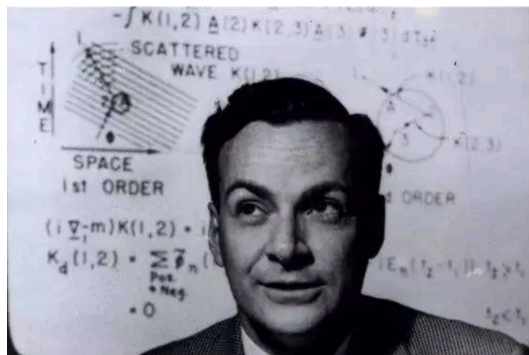
# 示例：R. Bellman提出DP的过程



当时兰德公司关注的一个多步决策问题是导弹分配问题：设有  $n$  驾敌机来袭，每驾敌机的价值各有不同；我方有  $m$  枚导弹 ( $m > n$ )，已知使用  $k$  枚导弹攻击第  $i$  驾敌机的毁伤概率是  $p_i(k)$ 。问：每驾敌机各使用几枚导弹攻击，能够使得毁伤价值的期望值最大？

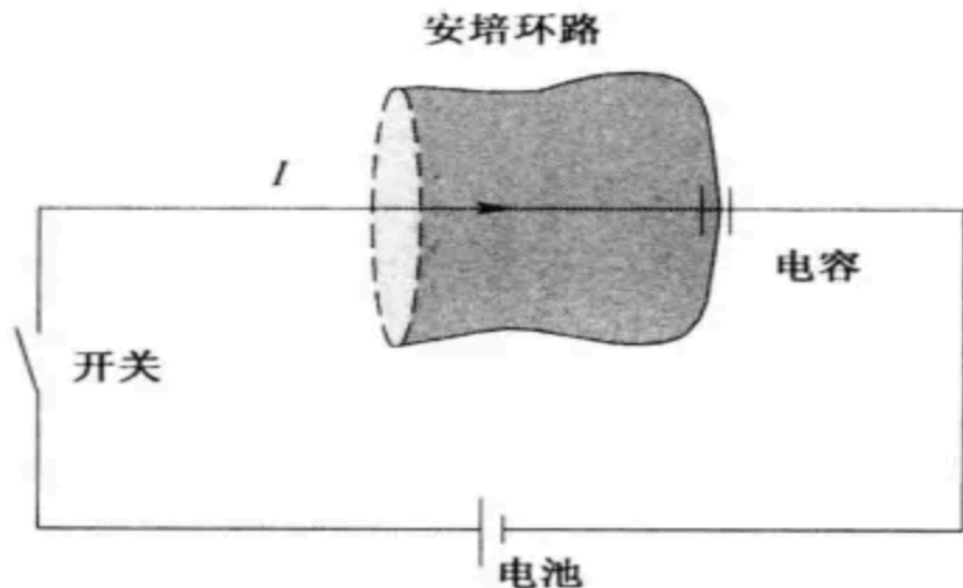
- 当时的数学工具不适用：
  - 导数、博弈论、变分法、线性规划
- 诀窍：多步决策、逐点计算、博弈中的倒推法

# 学习的“费曼路径法”



- 核心：**以教促学**
- 步骤：
  - 1. 选择一个概念
  - 2. 把它教给完全不懂的另外一个人
  - 3. 卡壳，意味着发现了你的边界，重新组织
  - 4. 回顾后简化语言表达（可选择）

# 示例1：麦克斯韦方程组直观

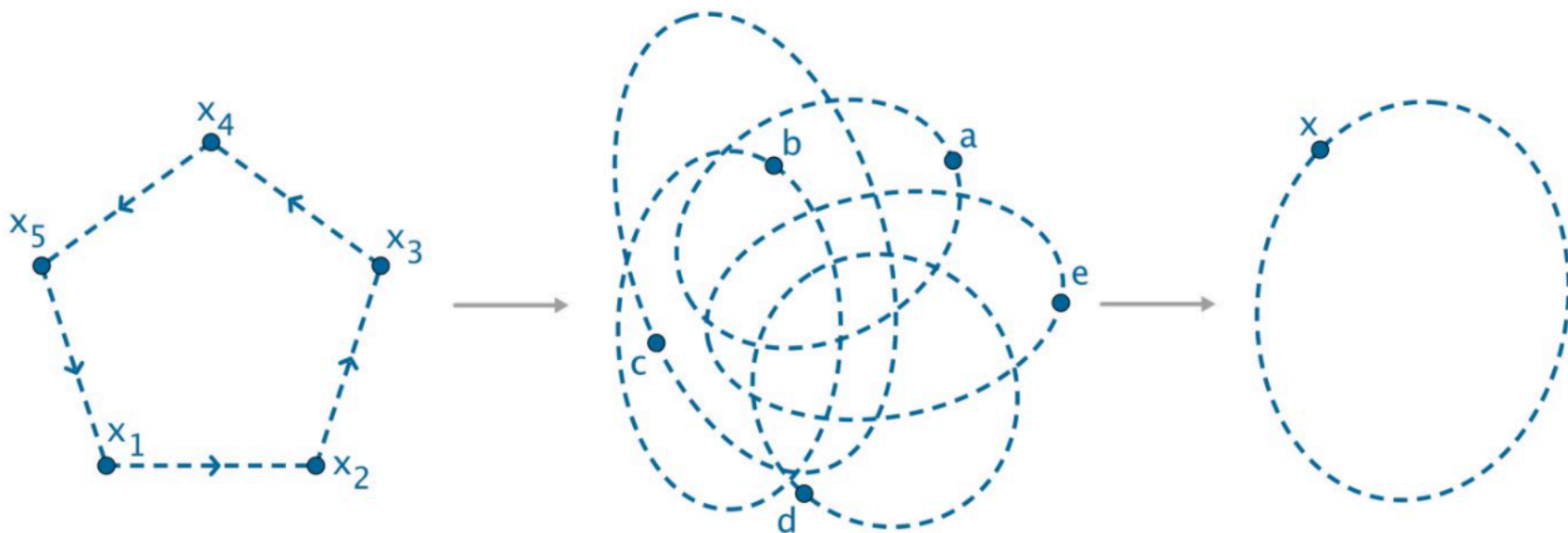


没错，电场强度越来越大，那么通过这个曲面的电通量也就越来越大。因此，我们可以看到虽然没有电流通过这个曲面，但是通过这个曲面的电通量却发生了改变。这样，我们就可以非常合理地把“变化的电通量”这一项也添加到产生磁场的原因里。因为这项工作是麦克斯韦完成的，所以添加了这一项之后的新公式就是麦克斯韦方程组的第四个方程——**安培-麦克斯韦定律**：

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \left( I_{\text{enc}} + \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} \right)$$

## 示例2：一元五次方程无根式解

- 1963年，V. Arnold的拓扑Galois理论



- 关键：
  - 为何研究置换群？
  - 为何扩域时用根号？

# 举措1：算法笔记公众号

---



- 把算法学习中的心得写出来
- **写出来**，表示懂得深了一层
- 投稿至[tagc@ict.ac.cn](mailto:tagc@ict.ac.cn)，版权属作者本人



# 举措2：教学作品algopy

algorithm

Problem	Description
gcd	The greatest common divisor of two integers a and b
TSP	Travelling Salesman Problem
sort	to sort an array of n integers
CountingInversion	to count inversions in an array of n integers
Selection	to select the k-th smallest items in an array

- 把课程讲过的100+个算法都实现
- 从OJ打包成algopy，放于pip，每年升级