

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА
ВЕЛИКОГО

ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ВЫСШАЯ ШКОЛА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
ФИЗИКИ

Интервальный анализ
Отчёт по лабораторной работе №3

Выполнил:

Студент: Дамаскинский Константин

Группа: 5040102/10201

Принял:

к. ф.-м. н., доцент

Баженов Александр Николаевич

2023 г.

Содержание

1. Постановка задачи	2
2. Теория	3
2.1. Классификация измерений	3
2.2. Размах и относительный остаток	3
2.3. Диаграмма статусов для интервальных измерений	4
3. Реализация	4
4. Результаты	5
5. Обсуждение	9
6. Приложения	9

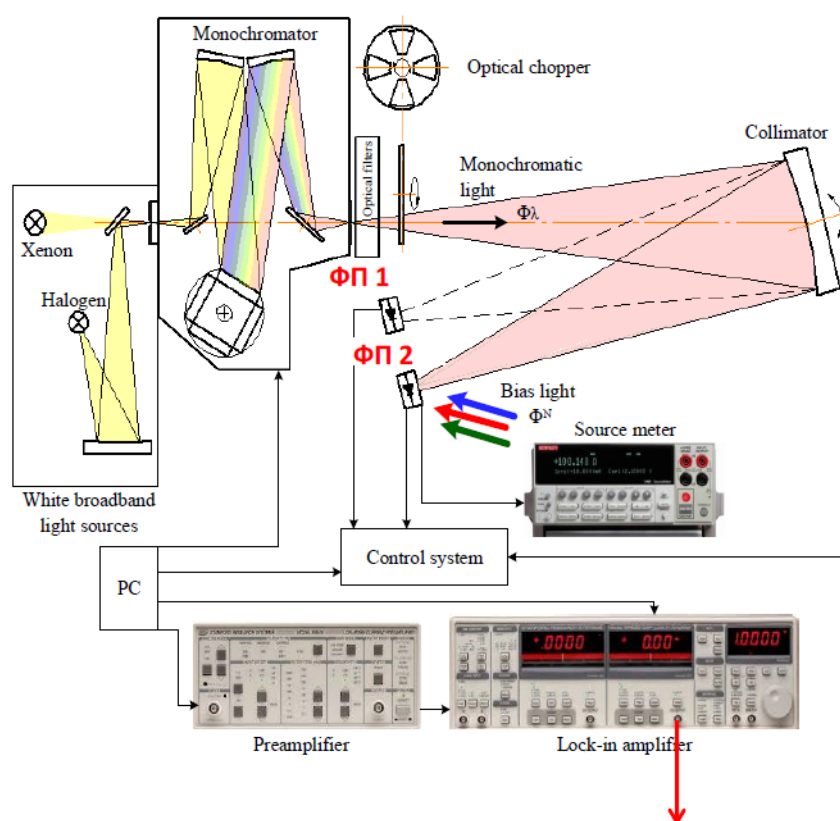
Список иллюстраций

1. Схема установки для исследования фотоэлектрических характеристик .	2
2. Диаграмма статусов. Канал 1. Радиус интервала $1 \cdot 10^{-4}$	5
3. Диаграмма рассеяния. Канал 1. Радиус интервала $1 \cdot 10^{-4}$	5
4. Диаграмма статусов. Канал 1. Радиус интервала $3 \cdot 10^{-4}$	6
5. Диаграмма статусов. Канал 1. Радиус интервала $5 \cdot 10^{-4}$	6
6. Диаграмма статусов. Канал 1. Радиус интервала $6 \cdot 10^{-4}$	7
7. Диаграмма статусов. Канал 2. Радиус интервала $1 \cdot 10^{-4}$	7
8. Диаграмма статусов. Канал 2. Радиус интервала $3 \cdot 10^{-4}$	8
9. Диаграмма статусов. Канал 2. Радиус интервала $5 \cdot 10^{-4}$	8
10. Диаграмма статусов. Канал 2. Радиус интервала $6 \cdot 10^{-4}$	9

1. Постановка задачи

Проводится исследование из области солнечной энергетики. На рис. 1 показана схема установки для исследования фотоэлектрических характеристик.

Схема установки для исследования фотоэлектрических характеристик



Измеряемый сигнал (мВ или мА), поступающий
с фотоприемника ФП1 (Канал 1) или фотоприемника ФП2 (Канал 2)

Рис. 1. Схема установки для исследования фотоэлектрических характеристик

Калибровка датчика ФП2 производится по эталону ФП1. Зависимость между квантовыми эффективностями датчиков предполагается постоянной для каждой пары наборов измерений:

$$QE_2 = \frac{I_2}{I_1} \cdot QE_1 \quad (1)$$

где QE_2 , QE_1 – эталонная эффективность эталонного и исследуемого датчика, I_2 , I_1 – измеренные токи. Данные с датчиков находятся в файлах **Канал2_800nm_0.2.csv**, **Канал1_800nm_0.2.csv** и полагаются линейными. Требуется определить статус измерений.

2. Теория

2.1. Классификация измерений

В задаче интервальной регрессии важно классифицировать измерения по влиянию на итоговую модель. Мы будем разделять измерения следующим образом.

- Внутренние – это такие измерения, добавление которых в существующую модель не изменяет её (её информационное множество)
- Внешние – такие измерения, добавление которых в существующую модель изменяет её информационное множество

У внутренних и внешних измерений имеются важные частные случаи:

- Граничные – измерения, определяющие какой-либо фрагмент границы информационного множества задачи. Стоит заметить, что удаление из модели внутренних, но не граничных измерений, не изменит её
- Выбросы – такие измерения, которые делают информационное множество пустым

Для того, чтобы определить, к какому классу принадлежит очередное измерение, достаточно соотнести его с прогнозом существующей модели в данной точке.

- Внутреннее измерение полностью содержит в себе прогнозный интервал
- Граничное измерение имеет с ним общий конец
- Внешнее интервальное измерение не содержит в себе полностью прогнозный интервал
- Если пересечение внешнего интервального измерения с прогнозным интервалом пустое, то измерение – это выброс

2.2. Размах и относительный остаток

Для дальнейшего анализа измерений введём следующие понятия.

Определение 1 Размах (плечо). Размах – величина, показывающая, как соотносится ширина прогнозного коридора и полученного интервала в данной точке:

$$\ell(x, y) = \frac{\text{rad}\Upsilon(x)}{\text{rad}y} \quad (2)$$

Определение 2 Относительный остаток. Относительный остаток показывает, как соотносится расстояние между центром измерения и прогнозного коридора в данной точке и радиусом измерения:

$$r(x, \mathbf{y}) = \frac{\text{midy} - \text{mid}\Upsilon(x)}{\text{rady}} \quad (3)$$

Для внутренних измерений, содержащих в себе прогнозный интервал, выполняется неравенство:

$$|r(x, \mathbf{y})| \leq 1 - \ell(x, \mathbf{y}) \quad (4)$$

Точное равенство будет выполнено исключительно для граничных наблюдений.

Выбросы удовлетворяют условию:

$$|r(x, \mathbf{y})| > 1 + \ell(x, \mathbf{y}) \quad (5)$$

Интервальные измерения, у которых величина неопределённости меньше, чем ширина прогнозного интервала, то есть плечо больше единицы, оказывают сильное влияние на модель. Их называют **строго внешними**.

2.3. Диаграмма статусов для интервальных измерений

На диаграмме статусов в зелёной области лежат внутренние измерения, в жёлтой – внешние, за вертикальной чертой $\ell = 1$ – строго внешние измерения. Наблюдения, расположенные на границе зеленой зоны, являются граничными.

Диаграмма статусов строится по каждому каналу. Для этого необходимо произвести следующие шаги:

1. Выполняется кусочно-линейная интервальная регрессия
2. Из обынтерваленных входных данных вычитается центральная часть полученной аппроксимации
3. Строится прогноз на всю выборку по центральной регрессии. Его используем для вычисления плеча и относительного остатка

3. Реализация

Данная работа реализована на языке программирования Python 3.10 с использованием пакетов `numpy` и `scikit`. Также использовался модуль `interval` вычислительного пакета Octave и библиотека программ С. Жилина. Код данного отчёта подготовлен с использованием редактора TeXstudio и компилятора pdflatex.

4. Результаты

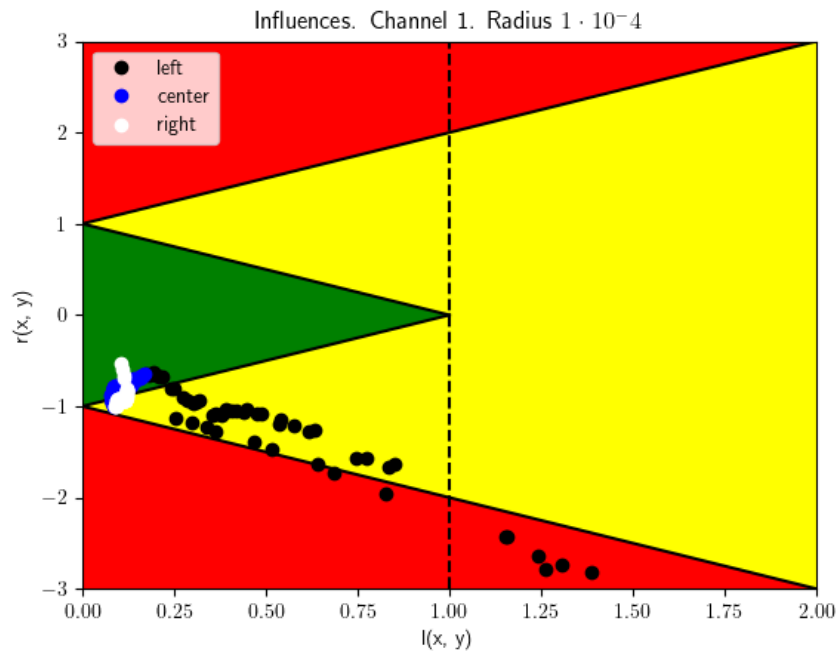


Рис. 2. Диаграмма статусов. Канал 1. Радиус интервала $1 \cdot 10^{-4}$

Для этого случая покажем диаграмму рассеяния, отметим на ней коридор совместных зависимостей и выбросы:

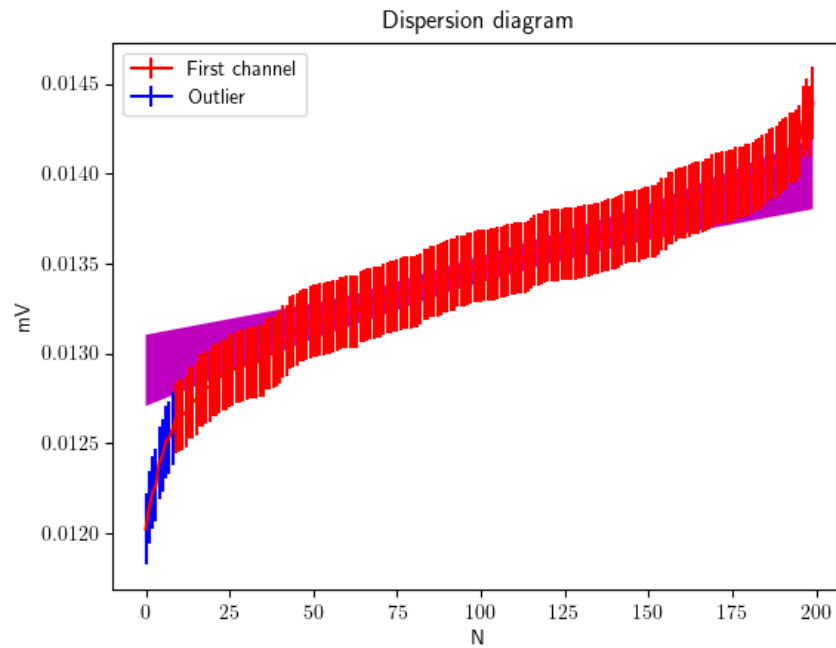


Рис. 3. Диаграмма рассеяния. Канал 1. Радиус интервала $1 \cdot 10^{-4}$

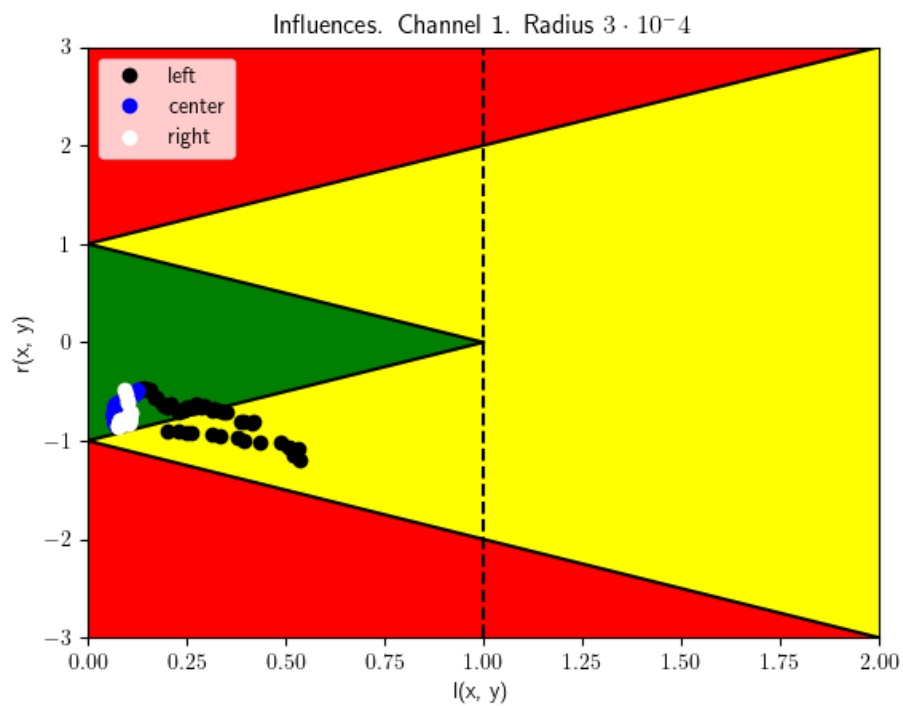


Рис. 4. Диаграмма статусов. Канал 1. Радиус интервала $3 \cdot 10^{-4}$

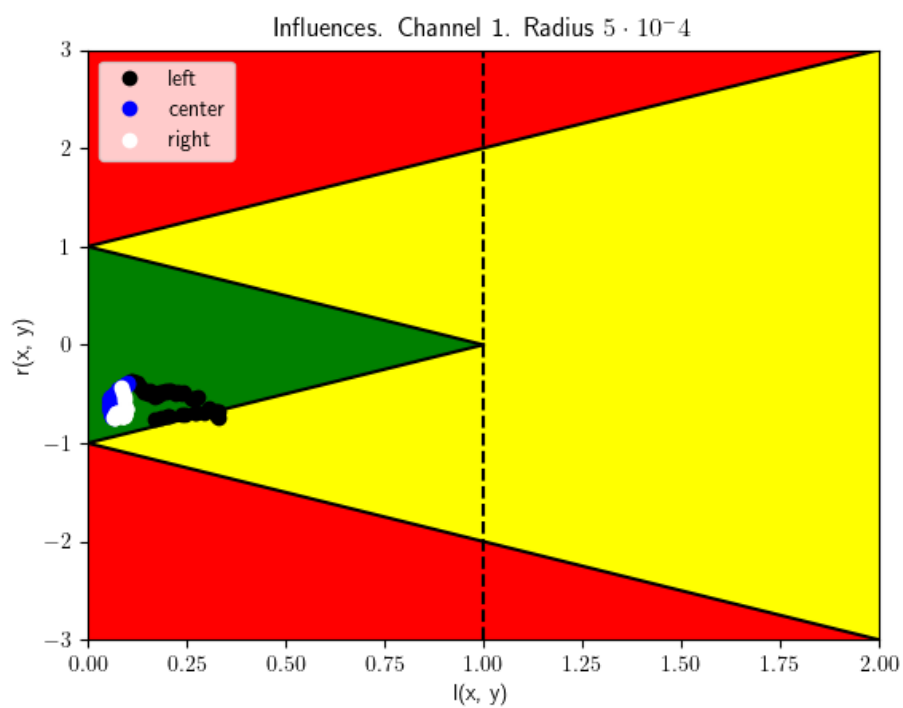


Рис. 5. Диаграмма статусов. Канал 1. Радиус интервала $5 \cdot 10^{-4}$

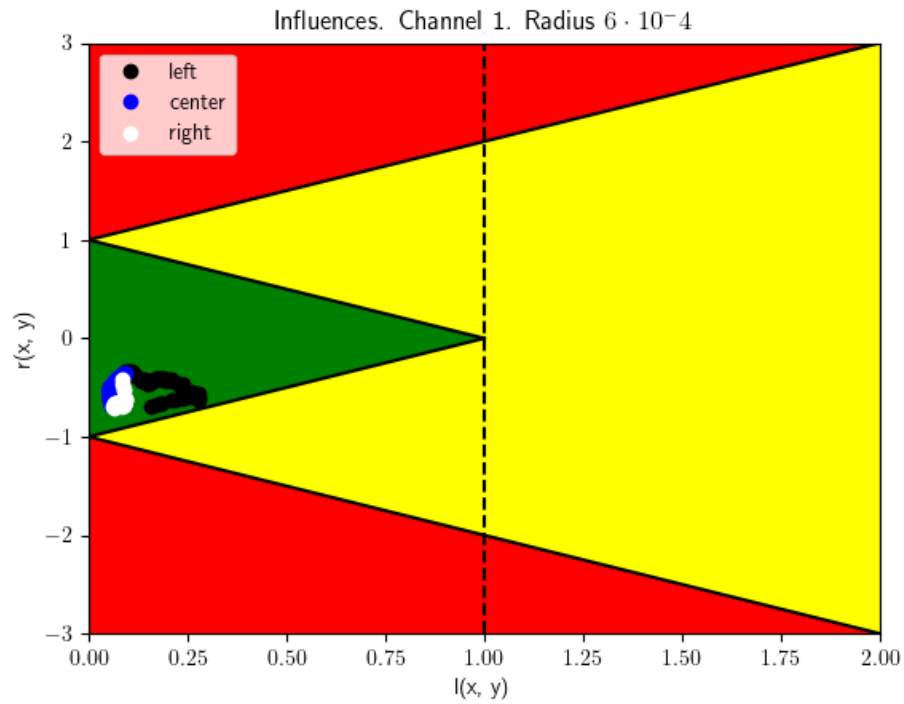


Рис. 6. Диаграмма статусов. Канал 1. Радиус интервала $6 \cdot 10^{-4}$

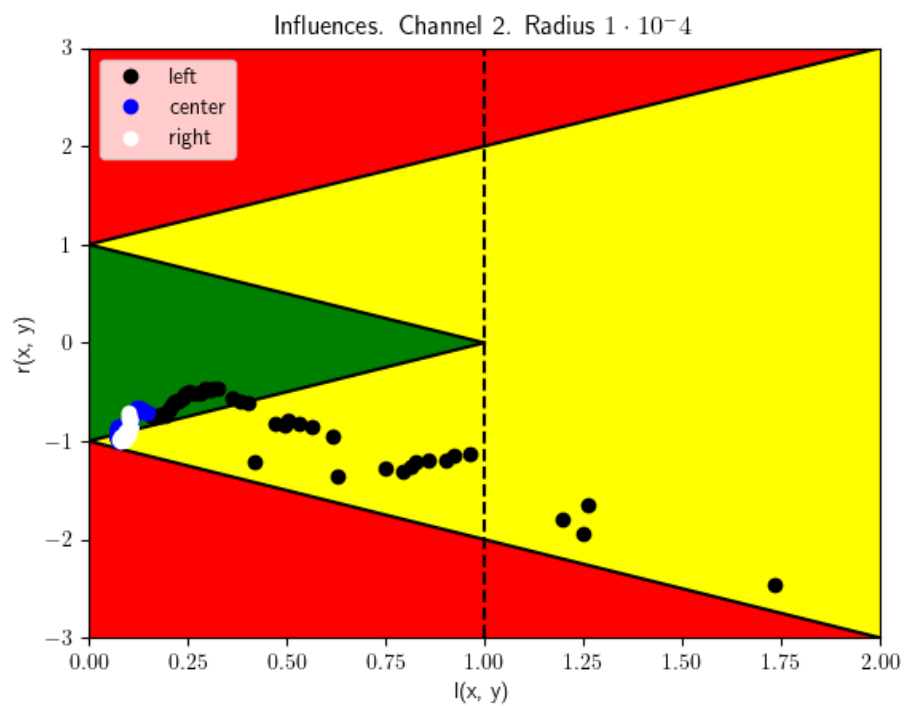


Рис. 7. Диаграмма статусов. Канал 2. Радиус интервала $1 \cdot 10^{-4}$

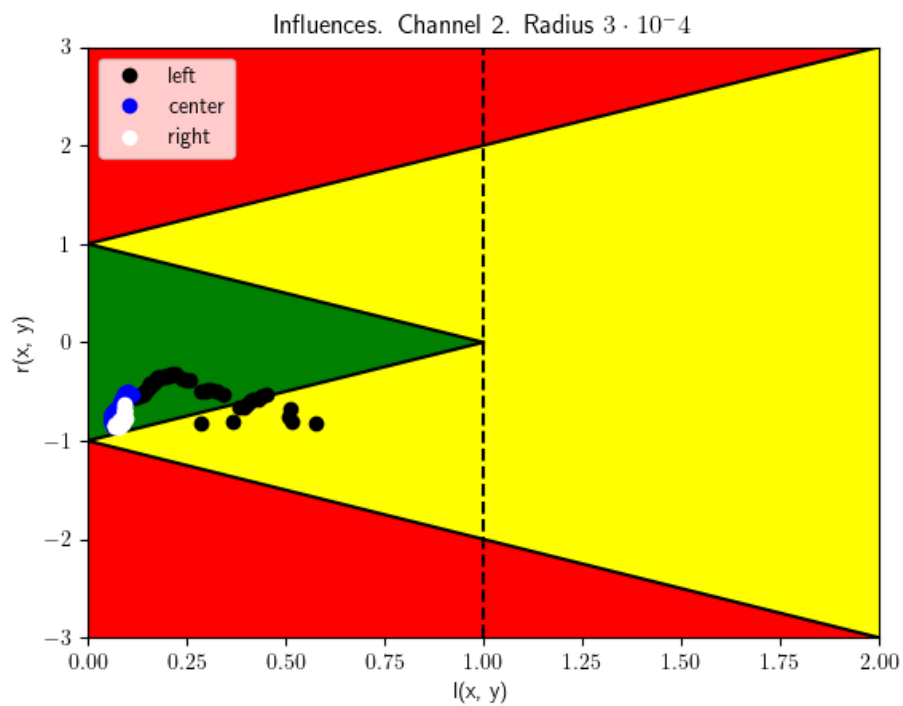


Рис. 8. Диаграмма статусов. Канал 2. Радиус интервала $3 \cdot 10^{-4}$

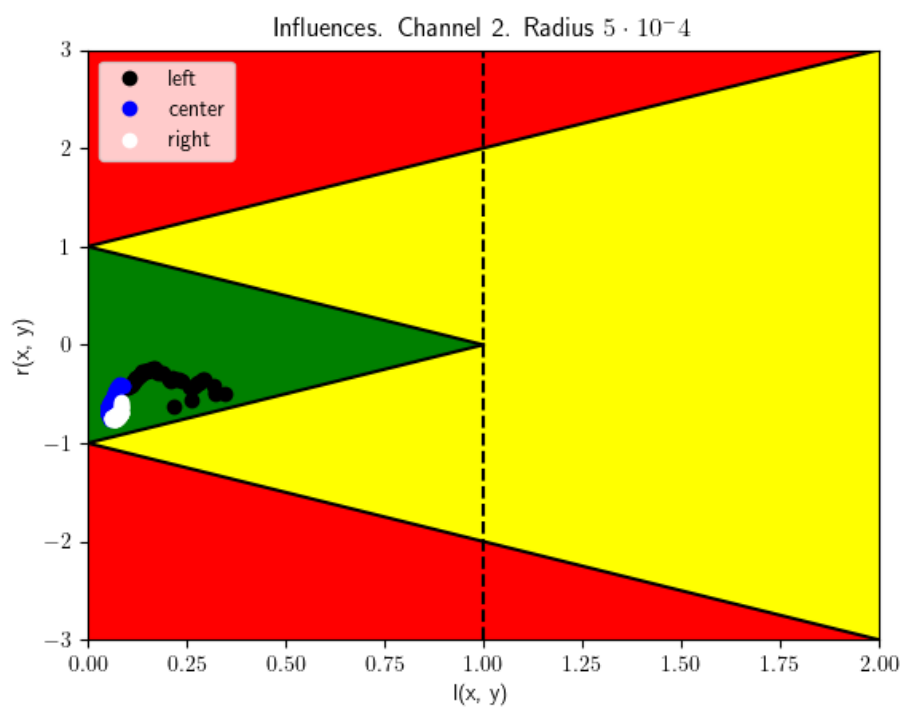


Рис. 9. Диаграмма статусов. Канал 2. Радиус интервала $5 \cdot 10^{-4}$

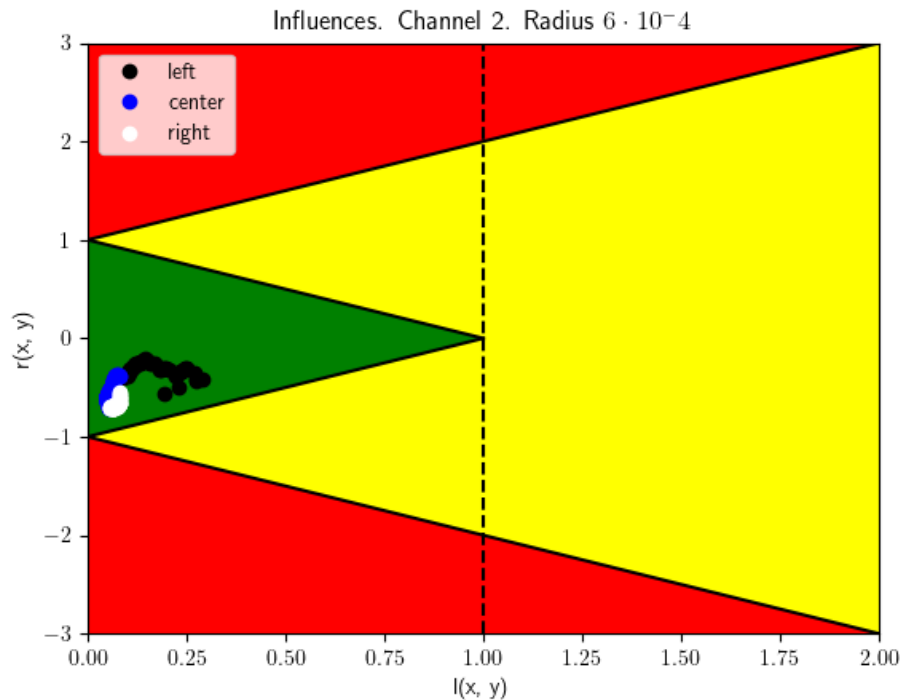


Рис. 10. Диаграмма статусов. Канал 2. Радиус интервала $6 \cdot 10^{-4}$

5. Обсуждение

Видно, что точки из центральной части, как и ожидается, лежат в зелёной зоне. Чем больше увеличивается ширина интервалов, тем больше точек из левой и правой части попадают в зелёную зону. При радиусе в $6 \cdot 10^{-4}$ в обеих выборках точки из всех трёх частей попадают в зелёную зону. Также видно, что строго внешние измерения встречаются только во второй выборке при радиусе интервала 10^{-4} , а выбросы были обнаружены при том же радиусе в первой выборке.

Как можно заметить, выбросы действительно оказались вне прогнозного коридора, что верно в соответствии с приведённой теорией.

6. Приложения

1. Репозиторий с кодом программы и кодом отчёта:

<https://github.com/kystyn/interval2>