

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
ПЕТРА ВЕЛИКОГО

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

Машина опорных векторов
Доклад на тему:
“Асимптотическое поведение LOO-ошибки
SV-классификатора с гауссовым ядром”

Выполнил:

Студент: Дамаскинский Константин

Группа: 3630102/70201

2021 г.

Содержание

1. Постановка задачи	2
1.1. Общая формулировка	2
1.2. LOO-ошибка	2

Список иллюстраций

1. Постановка задачи

1.1. Общая формулировка

Пусть дана тренировочная последовательность $\{x_i, y_i\}, x_i \in \mathbb{R}^n, y_i \in \{1, -1\}, i \in \overline{1, l}$. Тогда настройка машины опорных векторов состоит в решении следующей задачи оптимизации:

$$\min_{w, b, \xi} \frac{1}{2} w^T w + C \sum_{i=1}^l \xi_i \quad (1.1.1)$$

при условии

$$y_i(w^T z_i + b) \geq 1 - \xi_i \quad (1.1.2)$$

$$\xi_i \geq 0, i \in \overline{1, l} \quad (1.1.3)$$

где $z_i = \varphi(x_i)$ – результат отображения тренировочного вектора в пространство размерности $\dim w$, $C > 0$ – штрафной параметр.

К данной задаче квадратичного программирования строится двойственная задача:

$$\min_{\alpha} F(\alpha) = \frac{1}{2} \alpha^T Q \alpha - e^T \alpha \quad (1.1.4)$$

при условии

$$0 \leq \alpha_i \leq C \quad (1.1.5)$$

$$y^T \alpha = 0, i \in \overline{1, l} \quad (1.1.6)$$

где $e = (1, \dots, 1)^T$, Q – положительно полуопределённая матрица размера $l \times l$, задаваемая по формуле: $Q_{ij} = y_i K(x_i, x_j) y_j, K(x_i, x_j) = \varphi^T(x_i) \varphi(x_j)$ – ядро.

Тогда $w = \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i \varphi(x_i)$.

В данном докладе мы рассмотрим настройку машины опорных векторов с гауссовским ядром:

$$K(\tilde{x}, \bar{x}) = \exp \left(\frac{-\|\tilde{x} - \bar{x}\|^2}{2\sigma^2} \right) \quad (1.1.7)$$

1.2. LOO-ошибка

Асимптотическое поведение ошибки обучения SVM можно исследовать путём анализа loo-ошибки (leave-one-out): машину обучают на всей тренировочной последовательности без i -го элемента, затем подают на вход i -й элемент и проверяют, правильно ли машина его классифицировала. Данную операцию проделывают для всех элементов тренировочной выборки. Доля неверно классифицированных элементов ТП и называется loo-ошибкой.