

数列 $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ に対し、下極限 a は

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \inf_{n \geq k} a_n \quad (0.1)$$

と定義されますよね. このように定義するということは, 任意の $k \in \mathbb{N}$ に対し, $\inf_{n \geq k} a_n$ が存在すると考えていますか?

$\{\inf_{n \geq k}\}_{k \in \mathbb{N}}$ は $\pm\infty$ まで込めれば上に有界な単調増加数列だから, 下極限は必ず存在するという記述を見ました. これについて, $\{\inf_{n \geq k}\}_{k \in \mathbb{N}}$ は単調増加ですが, \mathbb{R} において必ず上に有界だというわけではないですよね? これも, ∞ が込められるから, という話ですか?