

Лабораторная работа 1.

Разностная схема. Погрешность разностной схемы.
Оценка погрешности.

1. Цель работы: научиться дискретизовывать непрерывную задачу математической физики, устанавливать источник погрешности, оценивать погрешность.
2. Задача: разработать разностную схему для системы уравнений Лотки-Вольтерра «хищник-жертва», которая описывает динамику простейшей экосистемы:

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - xy \\ \dot{y} = bxy - cy \end{cases}$$
$$x(0) = x_0 > 0, \quad y(0) = y_0 > 0$$

x - безразмерная численность жертв, y - безразмерная численность хищников, b, c - положительные константы ($b < 1$).

Скорость размножения жертв: $a(t) = a_0(1 + \sin(\omega t))$.

3. Последовательность выполнения работы:
 - a. Выбрать шаблон численной схемы для записи уравнения в координатах «время-численность». Рассматриваем численность в каждый момент времени как вектор с координатами x и y . Зарисовать шаблон в отчет.
 - b. Записать численную схему для решения уравнения: дискретное представление задачи в виде конечных разностей. Для разработки схемы необходимого порядка точности использовать метод неопределенных коэффициентов.
 - c. Вывести оценку погрешности численной схемы аналитически, с оценкой отбрасываемых членов разложения в степенной ряд. Проанализировать, сделать выводы относительно соотношения погрешности и величины шага по времени. Для этого построить качественный график зависимости погрешности от величины шага, принимая во внимание некоторую постоянную величину погрешности машинного представления, применяющуюся на каждом шаге вычислений.
 - d. Реализовать расчет численной схемы, провести вычисления нескольких шагов. Построить график изменения численности популяции.
4. Содержание отчёта.
 - a. Шаблон численной схемы.
 - b. Дискретное представление численной схемы – формулы вычисления следующего временного шага.
 - c. Оценка погрешности численной схемы – формулы для оценки погрешности через величину шага.
 - d. Результат вычислений – график зависимости численности популяции от времени по шагам вычислений (возможно - таблица).
5. Варианты работы (область, характеристики численной схемы):

Номер	Численная схема	Порядок точности
1	явная	4
2	явная	3
3	явная, с отсутствующей центральной точкой	3
4	явная	4
5	явная	3
6	явная, с отсутствующей центральной точкой	3
7	неявная	2
8	неявная	2
9	неявная	3
10	неявная	2
11	неявная	2
12	неявная	3
13	явная	4
14	явная	3
15	явная, с отсутствующей центральной точкой	3
16	явная	4
17	явная	3
18	явная, с отсутствующей центральной точкой	3
19	неявная	2
20	неявная	2
21	неявная	3
22	неявная	2
23	неявная	2
24	неявная	3