

## Matematyka – egzamin poprawkowy 06.03.2025,

1. Oblicz gcd oraz lcm liczb: 42, 45, 24.
2. Zdefiniuj na zbiorze  $\{1, 2, 3, 4\}$  relację, która będzie zwrotna, symetryczna, antysymetryczna oraz spójna.
3. Na ile sposobów można posadzić w rzędzie trzech chłopców i trzy dziewczynki, jeśli rozróżniamy tylko płeć osób.
4. Narysuj zbiór punktów na płaszczyźnie spełniający warunki:  $x \leq y$  oraz  $y \leq x + 2$ .
5. Określamy relację  $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 5)\}$ . Czy relacja  $R$  jest przechodnia? Czy relacja  $R$  jest antysymetryczna? Czy jest przeciwwzrotna? Czy jest porządkiem?
6. Dla relacji  $R$  z poprzedniego zadania określ jej złożenie z relacją do niej odwrotną czyli  $R \circ R^{-1}$ .
7. Narysuj reprezentację macierzową oraz graf relacji z zadania 5.
8. Adam i Mateusz rzucają trzy razy sześcienną kostką. Adam wygrywa, jeśli wypadną trzy różne liczby. Mateusz wygrywa jeśli jakaś liczba wypadnie dokładnie dwa razy. Jeśli jedna liczba wypadnie trzy razy, powtarzają grę. Kto ma większą szansę na zwycięstwo.
9. Co to jest  $r$ -elementowa wariacja bez powtórzeń wybierana ze zbioru  $n$ -elementowego? Jaki wzór określa ilość takich wariacji?
10. Sformułuj wzór na dwumian Newtona  $\binom{n}{k}$  i podaj jego interpretację (jakie obiekty zlicza).
11. Jakie własności ma relacja częściowego porządku?
12. Sformułuj małe twierdzenie Fermata? Wykorzystaj je do rozwiązania kongruencji  $3^{2025} \equiv x \pmod{7}$ .
13. Relacja równoważności  $R \subseteq (\mathbb{N}^2)^2$  zdefiniowana jest jako  $(n, k)R(s, t)$  wtedy, gdy  $n + k = s + t$ . Wyznacz klasę abstrakcji elementu  $(3, 2)$ .
14. Zdefiniuj różnowartościową funkcję  $f$  na zbiorze  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  taką, że  $f$  złożona z  $f$ ,  $f \circ f$ , jest identycznością.