

Matematyka – egzamin 06.02.2025,

Konrad Zdanowski

Za każde zadanie można otrzymać 5 punktów.

1. Określamy relację $R = \{(1, 2), (2, 3), (2, 4), (5, 5), (5, 3)\}$. Wyznacz jej dziedzinę, $\text{dom}(R)$, oraz jej obraz $\text{rng}(R)$. Czy relacja R jest przechodnia? Czy relacja R jest antysymetryczna?
2. Co to znaczy, że relacja jest symetryczna? Co to znaczy, że relacja jest antysymetryczna?
3. Jakie własności charakteryzują relację (częściowego) porządku? Jaka dodatkowa własność charakteryzuje porządki liniowe?
4. Dla relacji R z zadania 1, oblicz złożenie R z nią samą, czyli $R \circ R$.
5. Co to jest r -wariacja bez powtórzeń? Jaki wzór wyraża ilość r wariacji wybieranych ze zbioru n -elementowego?
6. Ile jest 4 cyfrowych kodów, jeśli cyfry w kodzie mogą się powtarzać?
7. Oblicz $3^{100} \pmod{7}$.
8. Narysuj zbiór punktów (x, y) na płaszczyźnie spełniających warunek: $0 \leq x - y \leq y$.
9. Co to jest największy wspólny dzielnik dwóch liczb?
10. Policz ile istnieje relacji dwuargumentowych na 4 elementowym zbiorze $\{1, 2, 3, 4\}$.
11. Na ile sposobów można dobrać dziewięcioro dzieci w trzyosobowe podgrupy, w których będą wspólnie przygotowywać projekt. Zastanów się, czy podgrupy te należy odróżniać, czy nie.
12. Co to jest relacja równoważności?
13. Co to jest liczba naturalna złożona?
14. Wyznacz klasy abstrakcji relacji równoważności R na zbiorze $\{2, 3, \dots, 10, 11\}$ zdefiniowanej jako xRy gdy $x \equiv y \pmod{4}$.
Czy relacja S zdefiniowana jako $x \equiv (y + 1) \pmod{4}$ jest relacją równoważności na zbiorze $\{2, 3, \dots, 10, 11\}$. Uzasadnij odpowiedź.