Problem dystrybucji towarów z najwcześniejszymi i najpóźniejszymi terminami dostaw

Dawid Ryznar, Krzystof Zielonka

24 październik 2012

Opis problemu

- Należy dostarczyć towary do miast
- Każde miasto ma określone terminy, w których należy dostarczyć towar
- Przemieszczanie miedzy miastami zajmuje pewien czas
- Nidotrzymanie terminu wiąże się z otrzymaniem kary
- Rozwiązaniem problemu jest ciąg miast, który minimalizuje koszt dostarczenia towarów do wszystkich miast.

Problem dystrybucji towarów z najwcześniejszymi i najpóźniejszymi terminami dostaw

Opis problemu

- Pełny graf ważony z n wierzchołkami,
- Wyróżniony jeden wierzchołek startowy v_{start}
- Wprowadzmy funckje kary p jaką trzeba zapłacić za dostarczenie towaru w czasie t do pewnego miasta (bardziej ogólny wariant, miasta mogą nadawać kary bardziej swobodnie oraz mogą nadawać nagorody)
- Każda krawędź ma przyparzadkowany czas potrzebny na jej pokonanie.
- Dodatkowo zakładamy, że w każdym mieście możemy przeczekać pewien okres czasu.
- Dla uproszczenie zakładamy, że jest pewne górne ograniczenie na czas potrzebny na pokonaniem trasy. Jeżeli rozwiązanie potrzebuje więcej czasu zakładamy, że jest ono nieakceptowalne.

Problem dystrybucji towarów z najwcześniejszymi i najpóźniejszymi terminami dostaw

Opis problemu

Przez *DT* oznaczmy problem dystrybucji towarów:

$$DT = \langle V, w, p, t_{max} \rangle \tag{1}$$

$$t : V \to N \tag{2}$$

$$p : V \times N \to R \tag{3}$$

- w – przyporządkowuje krawędziom wagi (czasy podróży)
- p – funckja kary, dla danego wierzchołka i czasu przybcia zwraca kare w postaci liczby rzeczywistej
- t_{max} – górne ograniczenie na czas potrzebny na pokonaniem dystansu

Nierówność trójkąta

$$a < b + c \ \wedge\ b < a + c \ \wedge\ c < a + b \tag{4}$$

- Zakładamy, że dany czas przejazdu między dowolnymi dwoma miastami to średni czas potrzebny na pokonanie najszybszej trasy łączącej te dwa miasta.
- Dzięki temu założeniu graf dla miast spełnia nierówność trójkąta czyli:

$$\forall_{a,b,c \in V} t(\{a,c\}) < t(\{a,b\}) + t(\{b,c\}) \tag{5}$$

- Eleminujemy możliwość rozwiązania gdzie miasta mogą sie powtarzać, jeżeli mamy dostarczyć towar do miasta b, a znajdujemy sie w mieścia a to najszybsza droga między tymi miastami zajmuje $t(\{a,b\})$.

Problem dystrybucji towarów z najwcześniejszymi i najpóźniejszymi terminami dostaw

Cel

- **Celem** jest znalezienie ścieżki startującej w x, która minimalizuje sumę wartości funkcji F i G oraz długość ścieżki,

Problem dystrybucji towarów z najwcześniejszymi i najpóźniejszymi terminami dostaw

Cel

- **Celem** jest znalezienie ścieżki startującej w x, która minimalizuje sumę wartości funkcji F i G oraz długość ścieżki,
- Problem dystrybucji towarów z najwcześniejszymi i najpóźninejszymi terminami dostaw redukuje się do NP-zupełnego "Problemu Podziału na Podzbiory" [ang. *SPP - Set Partitioning Problem*],

Rozwiązanie

* Rozwiązanie zawiera wszystkie wierzchołki. ** Rozwiązanie nie zawiera cykli:

- Krawędzie spełniają nierówność trójkąta
- Przed rozładunkiem może przeczekać w danym mieście dowolny okres czasu nie płacąc żadnej kary

Rozwiązaniem jest permutacja wierzchołków z V.

Problem dystrybucji towarów z najwcześniejszymi i najpóźniejszymi terminami dostaw

Funkcja celu

$$F : V^n \rightarrow R \tag{6}$$

$$F(v_1 \cdots v_n) = C(v_1, \cdots, V_n, 0) \tag{7}$$

$$C : V^m \times t \rightarrow R \quad \text{gdzie } m > 0 \tag{8}$$

$$C(v,t) = \begin{cases} p(v,t) & \text{gdy } t < t_{max} \\ +inf & \text{wpp} \end{cases} \tag{9}$$

$$C(v_1, \cdots, v_n, t) = \min_{t \leq t_c \leq t_{max}} \{C(v_2, \cdots, v_n, t_c + w(v_1, v_2)) + p(t_c)\} \tag{10}$$

Problem dystrybucji towarów z najwcześniejszymi i najpóźniejszymi terminami dostaw

Przestrzeń poszukiwań

- W celu znalezienia rozwiązania instancji problemu dystrybucji towarów z najwcześniejszymi i najpóźninejszymi terminami dostaw, musimy rozważać zbiory wszystkich możliwych sciezek zaczynających się w x, w pełnym grafie.

Problem dystrybucji towarów z najwcześniejszymi i najpóźniejszymi terminami dostaw

Przestrzeń poszukiwań

- W celu znalezienia rozwiązania instancji problemu dystrybucji towarów z najwcześniejszymi i najpóźninejszymi terminami dostaw, musimy rozważać zbiory wszystkich możliwych scieżek zaczynających się w x, w pełnym grafie.
- Dla grafu n wierzchołkowego mamy

Problem dystrybucji towarów z najwcześniejszymi i najpóźniejszymi terminami dostaw

Przestrzeń poszukiwań

- W celu znalezienia rozwiązania instancji problemu dystrybucji towarów z najwcześniejszymi i najpóźninejszymi terminami dostaw, musimy rozważać zbiory wszystkich możliwych scieżek zaczynających się w x, w pełnym grafie.
- Dla grafu n wierzchołkowego mamy
- tutaj jebnać trzeba wzór