

1. 设 A 和 B 都是(半)正定的矩阵, 证明 $A \otimes B$ 也是(半)正定矩阵.
2. 证明: 两个反 Hermite 矩阵的直积是 Hermite 矩阵.
3. 设 $A \in C^{m \times m}$ 与 $B \in C^{n \times n}$ 的特征值都是实数, 证明方程 $X + AXB + A^2XB^2 = F$ 存在唯一解.
4. 使用矩阵函数方法求解矩阵方程 $AX + XA = I$, 其中

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

5. 设 $A \in C^{m \times m}$, $B \in C^{n \times n}$, 证明 $e^{(A \otimes I_n + I_m \otimes B)} = e^A \otimes e^B$