## БГТУ, ФИТ, ПОИТ, 2 семестр, Языки программирования

#### Основы теории формальных языков

# Понятие языка, синтаксис, семантика. Формальные и естественные языки. Языки программирования

#### 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

**Формальный язык** - это множество конечных слов над конечным алфавитом, например, язык программирования.

**Лексика** языка программирования – правила составления слов программы из символов языка (идентификаторы, константы, служебные слова, комментарии).

*Синтаксис языка* — система правил, определяющих допустимые конструкции языка программирования из слов языка (построение, порядок, составление).

*Семантика* (смысловое значение) – смысл, который закладывается в каждую конструкцию языка.

Алфавит – конечное непустое множество элементов языка.

Пример:  $V = \{a,b\}$  – алфавит V, состоящий из двух символов a и b.

**Цепочка** – конечная последовательность символов языка.

*Пример:* abc — цепочка из трех символов.

#### 2. СОГЛАШЕНИЯ

Алфавит будем обозначать заглавными буквами латинского алфавита:

I, V, G, ...

**Символы алфавита** будем обозначать строчными буквами латинского алфавита:

a, b, c, ...

Цепочки будем обозначать символами греческого алфавита:

 $\alpha,\,\beta,\,\gamma,\,\delta,\,\lambda,\,\epsilon,\,\omega,\dots$ 

Пример:  $\alpha = a_1...a_n$  — цепочка из n символов.

**Пустую цепочку** символов будем обозначать  $\lambda$ ,  $\epsilon$ .

#### 3. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

1). **Алфавитом** V называется конечное множество символов.

Пример: 
$$V = \{a, b, c\}$$
  $I = \{a^n b^n\}$ ,

где n — натуральное число.

Алфавит задает язык I, состоящий из цепочек вида ab, aabb, aaabbb и т.д. Язык I представляет собой бесконечное множество цепочек, но его описание состоит всего из 8 символов, т.е. конечно.

2). Цепочкой  $\alpha$  в алфавите I называется любая конечная последовательность символов этого алфавита.

Цепочка, которая не содержит ни одного символа, называется пустой цепочкой и обычно обозначается  $\varepsilon$  или  $\lambda$ .

## Формальное определение цепочки символов в алфавите I:

- а)  $\mathcal{E}$  пустая цепочка в алфавите I;
- b) если  $\alpha$  цепочка в алфавите I и a символ этого алфавита, то  $\alpha a$  цепочка в алфавите I;
- с)  $\beta$  цепочка в алфавите I тогда и только тогда, когда она является таковой в силу утверждений a) и b).

Пример:  $\alpha = abc$ ,  $\beta = aaaa$ ,  $\gamma = abcaaaa$ .

3). Длиной цепочки  $\alpha$  (обозначается  $|\alpha|$ ) называется число составляющих ее символов.

Пример:  $|\alpha| = 3$ ,  $|\beta| = 4$ ,  $|\gamma| = 7$ . Длина пустой цепочки  $|\mathcal{E}| = 0$ .

4). **Конкатенацией** (сцеплением) цепочек  $\alpha$  и  $\beta$  называется цепочка  $\gamma = \alpha \beta$ , в которой символы данных цепочек записаны друг за другом.

Пример:  $\alpha$ =abc,  $\beta$ =aaaa,  $\alpha\beta$ = abcaaaa.

- 5). Для любой цепочки  $\alpha$  справедливо утверждение  $\alpha \mathcal{E} = \mathcal{E} \alpha$ .
- 6).  $\alpha^n$  называется итерацией цепочки  $\alpha$ .

Справедливы следующие утверждения:

$$\alpha^0 = \varepsilon$$

$$\alpha^n = \alpha^{n-1}\alpha = \alpha\alpha^{n-1}$$
 для  $n \ge 1$ .

Пример: 
$$\alpha = ab$$
,  $\alpha^3 = (ab)^3 = ababab$ ,  $\alpha^0 = \varepsilon$ 

- 7). Цепочки  $\alpha$  и  $\beta$  равны ( $\alpha = \beta$ ), если они имеют один и тот же состав символов, одно и тоже количество символов  $|\alpha| = |\beta|$  и тот же порядок следования символов.
- 8). **Реверсом** (обращением) цепочки  $\alpha$  называется цепочка  $\alpha^R$ , составленная из символов цепочки  $\alpha$ , записанных в обратном порядке.

Пример. Пусть алфавит  $I = \{a, b, c, d\}$ , тогда для цепочек этого алфавита  $\alpha = ab$  и  $\beta = bcd$  будет справедливо  $|\alpha| = 2$ ,  $|\beta| = 3$ ,  $\alpha\beta = abbcd$ ,  $\alpha^2 = abab$ ,  $\beta^R = dcb$ .

9). Пусть I – алфавит, тогда  $I^+$  – множество всех цепочек, состоящих из символов алфавита I, исключая пустую цепочку ( $\lambda$ ).

$$\lambda \notin I^+$$

10). Пусть I – алфавит, тогда  $I^*$  – множество всех цепочек, состоящих из символов алфавита I, включая пустую цепочку.

$$\lambda \in I^*$$
 
$$I^* = I^+ \cup \lambda$$

11). **Языком** L(I) над алфавитом I называется произвольное множество цепочек из  $I^*$ ,  $L(I) \subseteq I^*$ .

Пример: 
$$I = \{a,b,c\}$$
,  $L_1(I) = \{ab,ac,bc\}$ ,  $L_2(I) = \{a,b,c\}$ ,  $L_3(I) = \{aa,bb,cc\}$ , ...

12). Язык  $L_1(I)$  является подмножеством языка  $L_2(I)$ , если каждая цепочка, входящая в язык  $L_1$ , входит в язык  $L_2$ ; язык  $L_2$  включает язык  $L_1$ .

$$L_1(I) \subseteq L_2(I) \Leftrightarrow (\forall \alpha \in L_1(I) \Rightarrow \alpha \in L_2(I))$$

13). Языки  $L_1(I)$  и  $L_2(I)$  совпадают (эквивалентны), если язык  $L_1(I)$  включает язык  $L_2(I)$  и язык  $L_2(I)$  включает язык  $L_1(I)$ .

$$L_1(I) = L_2(I) \Leftrightarrow (L_1(I) \subseteq L_2(I) \land L_2(I) \subseteq L_1(I)).$$

#### 4. ФОРМАЛЬНЫЕ ГРАММАТИКИ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ.

Язык L можно определить тремя способами:

- а) перечислением всех цепочек языка;
- b) указанием способа (алгоритма) порождения цепочек;
- с) определением метода (алгоритма) распознавания цепочек.
- а) язык L может быть задан с помощью перечисления цепочек, если количество цепочек конечно.
- b) способ порождения (задания) цепочек языка L называется грамматикой языка L .

Например, грамматика языка

 $L = \{a^nb^n\}$ , где n — натуральное число, задает язык, состоящий из цепочек вида ab, aabb, aabbb и т.д.

c) алгоритм (программа), распознающий цепочки языка L, называется распознавателем.

Пример:  $I = \{0,1\}$ ,  $L_1(I) = \{0,1,00,01,10,11\}$ ,  $L_2(I) = \{0^n1^n,n>0\}$ , тогда распознаватель  $L_2$  – алгоритм (программа), проверяющий, что цепочка начинается с 0 и содержит одинаковое количество 0 и 1.

*Лексика* языка программирования – множество цепочек языка.

*Синтаксис языка* — набор формальных правил, определяющий конструкции (последовательности цепочек) языка.

**Семантика языка** — набор неформальных правил, которые описываются словесно (например, в руководстве программиста). *Пример*: переменную надо объявить до ее применения.

Чтобы создать язык программирования, следует определить:

- множество допустимых символов (алфавит);
- формально описать множество правильных программ;
- задать семантические правила языка.

Множество допустимых символов может быть проверено.

Определить множество формально правильных программ можно с помощью алгоритма-распознавателя. Распознаватель строится на основе формального описания языка — его формальной грамматики.

Семантические правила могут быть реализованы в виде эвристических алгоритмов (алгоритм, не имеющий строгого обоснования, но дающий приемлемое решение) или в виде словесного (неформального) описания правил языка.

## 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОРОЖДАЮЩЕЙ ГРАММАТИКИ.

 $G = \langle T, N, P, S \rangle$  — грамматика языка (порождающая грамматика) — это четверка, где:

Т – множество терминальных символов,

N – множество нетерминальных символов,

Р – множество правил (продукций) грамматики,

S – начальный символ грамматики.

T — множество терминальных символов (терминалы, алфавит языка) — это символы языка, определяемые грамматикой. Терминалы будем обозначать строчными символами.

N — множество нетерминальных символов (нетерминалы) — символы, применяемые в продукциях P (символы, определяющие слова, понятия, конструкции языка).  $N \cap T = \emptyset$ 

Нетерминалы будем обозначать прописными буквами.

P – множество правил вида  $\alpha \rightarrow \beta$  говорят,  $\alpha$  порождает  $\beta$ ,

где 
$$\alpha \in (N \cup T)^+$$
,  $\beta \in (N \cup T)^*$ .

S – стартовый символ грамматики,  $S \in N$  .

Пример: 
$$G = \langle \{a,b,+\}, \{S,A,B\}, P,S \rangle$$
, где правила  $P = \{S \to A+B, S \to B+A, A \to a, B \to b\}$ . Порождаемый язык  $L = \{a+b,b+a\}$ 

$$V=N\cup T$$
 – словарь грамматики  $G=\left\langle T,N,P,S
ight
angle$  .

## 6. ЦЕПОЧКИ ВЫВОДА.

**Выводом** называется процесс порождения предложения языка на основе правил грамматики языка. Записывается  $\alpha \Rightarrow \beta$ 

Цепочка  $\beta=\delta_1\gamma\delta_2$  называется непосредственно выводимой из цепочки  $\alpha=\delta_1\omega\delta_2$  в грамматике  $G=\langle T,N,P,S\rangle$ ,

где 
$$V = N \cup T$$
,  $\delta_1$ ,  $\gamma$ ,  $\delta_2 \in V^*$ ,  $\omega \in V^+$ ,

если в грамматике существует правило:  $\omega \to \gamma$  .

Цепочка  $\beta$  называется выводимой из цепочки  $\alpha$ , если выполняется одно из двух условий:

- $\beta$  непосредственно выводима из  $\alpha$  ( $\alpha \rightarrow \beta$ );
- существует  $\gamma$  такая, что  $\gamma$  выводима из  $\alpha$ , и  $\beta$  непосредственно выводима из  $\gamma$  ( $\alpha \rightarrow \gamma$ ,  $\gamma \rightarrow \beta$ ).

*Пример*: Грамматика для языка целых десятичных чисел со знаком:

$$G(\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,-,+\},\{S,T,F\},P,S)$$

Правила Р:

$$S \rightarrow T \mid +T \mid -T$$

$$T \rightarrow F \mid TF$$

$$F \rightarrow 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9$$

Построим несколько цепочек вывода в этой грамматике:

- 2. S T TF T8 F8 18
- 3. T TF T0 TF0 T50 F50 350
- 4. F 5

Получаем, что: S  $\rightarrow$  -479, S  $\rightarrow$  18, T  $\rightarrow$  350, F  $\rightarrow$  5.

#### Пример:

$$G = \langle \{a,b,+\}, \{S,A,B\}, \{S \rightarrow A+B,S \rightarrow B+A,A \rightarrow a,B \rightarrow b\}, S \rangle,$$

$$S \Rightarrow A + B$$
.

$$A+B \Rightarrow a+B$$
,

$$a + B \Rightarrow a + b$$
,

$$A + B \Rightarrow A + b$$
,

$$A+b \Rightarrow a+b$$
,

$$S \Rightarrow B + A$$
,

$$B + A \Longrightarrow b + A$$
,

$$b + A \Longrightarrow b + a$$
.

Порождаемый язык  $L = \{a+b, b+a\}$ 

## 7. СЕНТЕНЦИАЛЬНАЯ ФОРМА ГРАММАТИКИ.

Вывод называется *законченным* (или *конечным*), если на основе цепочки β, полученной в результате этого вывода (нельзя больше сделать ни одного шага вывода).

eta называется  $\emph{ceнтенциальной формой}$  грамматики  $\emph{G} = \langle T, N, P, S \rangle$ ,

если 
$$S \Rightarrow^* \beta$$
 и  $\beta \in (T \cup N)^*$ .

Если  $S \Longrightarrow^* \beta$  и  $\beta \in T^*$ , то  $\beta$  называется *терминальной сентенциальной* формой грамматики  $G = \langle T, N, P, S \rangle$ .

Тогда цепочки -479 и 18 являются конечными сентенциальными формами грамматики целых десятичных чисел со знаком, так как существуют выводы  $S \Rightarrow^* -479$ ,  $S \Rightarrow^* 18$ 

## 8. ЛЕВОСТОРОННИЙ И ПРАВОСТОРОННИЙ ВЫВОДЫ

Вывод называется *певосторонним*, если в нем на каждом шаге вывода правило грамматики применяется к крайнему левому нетерминальному символу в цепочке.

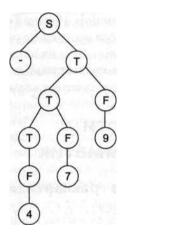
Вывод называется правосторонним, если в нем на каждом шаге вывода правило грамматики применяется всегда к крайнему правому нетерминальному символу в цепочке.

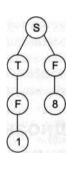
#### 9 ДЕРЕВО ВЫВОДА

Деревом вывода грамматики G(T,N,P,S) называется дерево (граф), которое соответствует некоторой цепочке вывода и удовлетворяет следующим условиям:

- каждая вершина дерева обозначается символом грамматики  $A \in (T \cup N \cup \{\epsilon\});$
- корнем дерева является вершина, обозначенная целевым символом грамматики -S;
- листьями дерева (концевыми вершинами) являются вершины, обозначенные терминальными символами грамматики или символом пустой цепочки;
- если некоторый узел дерева обозначен нетерминальным символом  $A \in \mathbb{N}$ , а связанные с ним узлы символами  $b_1, b_2 \dots b_n$ ;  $n > 0, n \ge i > 0$ :  $b_i \in (\mathbf{T} \cup \mathbf{N} \cup \{\epsilon\})$ , то в грамматике G(T,N,P,S) существует правило  $A \to b_1,b_2 \dots b_n$ .

Дерево вывода цепочек -479 и 18:





Цепочка  $\beta \in (N \cup T)^*$ выводима из цепочки  $\alpha \in (N \cup T)^+$ грамматике  $G = \langle T, N, P, S \rangle$ , если существуют цепочки, такие что  $\alpha \Rightarrow \gamma_0 \Rightarrow \gamma_1 \Rightarrow \gamma_2 \Rightarrow ... \Rightarrow \gamma_n \Rightarrow \beta$ . Записывается  $\alpha \Rightarrow^* \beta$ .

Тогда последовательность  $\alpha, \gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_n, \beta$  называется выводом длины n.

Пример: 
$$G = \langle \{0,1\}, \{S,A\}, \{S \to 0A1, 0A \to 00A1, A \to \lambda\}, S \rangle$$
  
Вывод  $S \Rightarrow 0A1 \Rightarrow 00A1 \Rightarrow 000A1$ 

Длина вывода цепочки 000A1 из стартового символа S равна 2.

(Запись второго правила рекурсивна).

- 2). Запись  $\alpha \Rightarrow^* \beta$  предполагает  $n \ge 0$  шагов вывода  $\beta$  из  $\alpha$ . В том случае, если  $\alpha \Longrightarrow \beta$ , то число шагов вывода n=0. Запись  $\alpha \Rightarrow^+ \beta$  предполагает n > 0 шагов вывода  $\beta$  из  $\alpha$ .
- 3). Для записи правил вывода с одинаковыми левыми частями

$$\alpha \to \beta_1 \quad \alpha \to \beta_2 \quad ... \quad \alpha \to \beta_n$$
 будем пользоваться сокращенной записью

$$\alpha \rightarrow \beta_1 | \beta_2 | ... | \beta_n$$
.

Каждое  $\beta_i$  ,  $i=1,\,2,\,...\,,n$  , будем называть альтернативой правила вывода из цепочки а.

- 4). L(G) язык, **порождаемый** грамматикой G. Язык L(G) содержит все терминальные цепочки, выводимые из S:  $L(G) = \{ \alpha \in T^* \mid S \Longrightarrow *\alpha \}.$
- 5). L(G) множество терминальных сентенциальных форм грамматики G. Пример:

$$G = \langle \{a,b,+\}, \{S,A,B\}, \{S \to A+B,S \to B+A,A \to a,B \to b\}, S \rangle,$$

$$L(G) = \{a+b,b+a\}$$

6).  $G_2 = G_1 \Leftrightarrow L(G_2) = L(G_1)$  – грамматики эквивалентны, если они порождают один язык.

## Пример.

Язык L в алфавите  $V = \{1, 0\}$ , состоящий из пустой строки и строк, каждая из которых содержит строку, состоящую из нулей и такого же количества единиц, можно также описать с помощью формальной системы определения множеств как  $L = \{0^n 1^n \mid n \ge 0\}$ .

#### 10. КЛАССИФИКАЦИЯ ЯЗЫКОВ И ГРАММАТИК ПО ХОМСКОМУ

Хомский Ноам: 1928, США, лингвист, профессор Массачусетского технологического института, автор классификации формальных языков (иерархия Хомского), ввел понятие порождающей грамматики (1950).

- 1) Иерархия Хомского:  $G_0\supset G_I\supset G_{II}\supset G_{III}$  , где  $G_0,G_I,G_{II},G_{III}$  множества грамматик типа 0, 1, 2 и 3.
- 2) Грамматики типа 0:  $G_0 = \langle T, N, P, S \rangle$  **неограниченные** грамматики, у которых нет никаких ограничений для правил. Правила имеют вид:  $\alpha \to \beta$ , где  $\alpha \in V^+$ ,  $\beta \in V^*$ .
- 3) Грамматики типа 1:  $G_I = \langle T, N, P, S \rangle$  контекстно-зависимые (К3) грамматики (неукорачивающие грамматики).

Правила имеют вид:  $\alpha \to \beta$ , где  $\alpha \in V^+$ ,  $\beta \in V^+$  и  $|\alpha| \le |\beta|$ . Контекстно-зависимая грамматика: один и тот же нетерминальный символ может быть заменен на ту или иную цепочку символов в зависимости от контекста (цепочки) в которой они встречаются.

Примеры: слово «коса» имеет разный смысл во фразах «нашла коса на камень» и «коса расплелась», то же самое слово имеет различные значения в зависимости от контекста, в котором мы его находим.

Пример на C++: **vec** < a > b без контекста неясно, это — сравнение двух переменных или специкация шаблона.

4) Грамматики типа 2:  $G_{II} = \langle T, N, P, S \rangle$  – контекстно-свободные (КС) грамматики.

Правила имеют вид:  $A \to \alpha$  , где  $A \in N$  ,  $\alpha \in V^*$  , где A — нетерминал,  $\beta$  — цепочка нетерминалов и терминалов.

*Пример:* в языках программирования символ "присваивание" раскрывается однозначно и не зависит от того, что окружает присваивание.

5) Грамматики типа 3:  $G_{III} = \langle T, N, P, S \rangle$  – регулярные грамматики. Регулярные грамматики бывают праволинейными и леволинейными.

Правила праволинейной грамматики имеют вид:

$$A \to \alpha$$
 или  $A \to \alpha B$ , где  $A, B \in N$ ,  $\alpha \in T^*$ .

Правила леволинейной грамматики имеют вид:

$$A \to \alpha$$
 или  $A \to B\alpha$ , где  $A, B \in N$ ,  $\alpha \in T^*$ .

- 6) Соотношения грамматик в иерархии Хомского:
  - 1) любая регулярная грамматика является контекстно-свободной грамматикой;
  - 2) любая контекстно-свободная грамматика является контекстно-зависимой грамматикой;
  - 3) любая контекстно-зависимая грамматика является грамматикой типа 0.
- 7) Формальные языки классифицируются по типу порождающих их грамматик.
- 8) Соотношения между типами формальных языков:
  - 1) каждый регулярный язык является контекстно-свободным языком, но существуют контекстно-свободные языки, которые не являются регулярными;
  - 2) каждый контекстно-свободный язык является контекстно-зависимым, но существуют контекстно-зависимые, которые не являются контекстно-свободными.
  - 3) каждый контекстно-зависимый язык является языком типа 0.

**Пример1**: 
$$G_1 = \langle T_1, N_1, P_1, S \rangle$$
, где  $T_1 = \{a,0,1,...,9\}$ ,  $N_1 = \{S,D\}$ , Правила:  $P_1$ :  $S \to a \mid aD$ , 
$$D \to 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid ...9 \mid 0D \mid 1D \mid 2D \mid 3D \mid ... \mid 9D$$
. 
$$L(G_1) = \{a,a0,a1,...,a9,a01,a02,...a09,...,a1,...\} -$$
 регулярный правосторонний язык (тип 3).

**Пример2**: 
$$G_2 = \langle T_2, N_2, P_2, S \rangle$$
, где  $T_2 = \{a,0,1,...,9\}$ ,  $N_2 = \{S,D,F\}$ , Правила:  $P_2 \colon S \to a \mid aD$ ,  $F \to 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid ...9 \mid 0$ ,  $D \to F \mid DF$ . 
$$L(G_2) = \{a,a0,a1,...,a9,a01,a02,..a09...,a1,...\}_-$$
 язык, порожденный контекстно-свободной грамматикой (тип 2).

 $L(G_2)=L(G_1) \Leftrightarrow G_2=G_1$ , следовательно  $G_2$  и  $G_1$  эквивалентные грамматики.

## Пример3:

$$G_3 = \langle T_3, N_3, P_3, S \rangle, T_3 = \{0,1\}, N_3 = \{S, A\},$$

где правила  $P_3$ :  $S \to 0A1$ ,  $0A \to 00A11$ ,  $A \to \lambda$ .

 $L(G_3) = \{01,\!0011,\!000111,\!00001111,\!\dots\} = \{0^n1^n \mid n>0\}$ -грамматика язык типа 0.

## Пример4:

$$G_4 = \langle T_4, N_4, P_4, S \rangle, T_4 = \{a, c, b\}, N_4 = \{S, Q\},$$

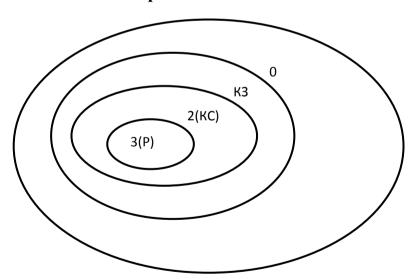
где правила  $P_4$ :  $S \to aQb \mid accb$ ,  $Q \to cSc$ .

 $L(G_4) = \{accb, acaccbcb, acacccbcbcb, ...\} = \{(ac)^n (cb)^n \mid n > 0\}$ -грамматика и язык типа 2 (контекстно-независимая).

Пример5:  $G_5 = \langle T_5, N_5, P_5, S \rangle$ ,  $T_5 = \{+, -, *, /, (,), a, b\}$ ,  $N_5 = \{S\}$ , где  $P_5 : S \to S + S \mid S - S \mid S * S \mid S / S \mid (S) \mid a \mid b$ .

 $L(G_5) = \{a*b, a+b, a-b, b/a, (a+b)*(b-a), ...\}$  - грамматика и язык типа 2 (контекстно-независимая).

## Соотношение типов грамматик и языков:



Тип 3 (Р) – регулярная грамматика;

Тип 2 (КС) – контекстно-свободная грамматика;

Тип 3 (К3) – контекстно-зависимая грамматика;

Тип 0 – неограниченная грамматика.

**Примеры** различных типов формальных языков и грамматик по классификации Хомского.

Дана грамматика  $G = \langle T, N, P, S \rangle$ .

- а) Язык типа 0  $L(G) = \{a^2b^{n^2-1} \mid n \ge 1\}$  определяется грамматикой с правилами вывода:
  - 1)  $S \rightarrow aaCFD$ ;

- 2)  $AD \rightarrow D$ ;
- 3)  $F \rightarrow AFB / AB$ ;
- 4)  $Cb \rightarrow bC$ ;

5)  $AB \rightarrow bBA$ ;

6)  $CB \rightarrow C$ ;

7)  $Ab \rightarrow bA$ ;

- 8)  $bCD \rightarrow \varepsilon$ .
- б) Контекстно-зависимый язык  $L(G) = \{a^n b^n c^n \mid n \ge 1\}$  определяется грамматикой с правилами вывода:
  - 1)  $S \rightarrow aSBC / abc$ ;
- 2)  $bC \rightarrow bc$ ;

3)  $CB \rightarrow BC$ ;

4)  $cC \rightarrow cc$ ;

- 5)  $BB \rightarrow bb$ .
- в) Контекстно-свободный язык  $L(G) = \{(ab)^n (cb)^n \mid n > 0 \}$  определяется грамматикой с правилами вывода:
  - 1)  $S \rightarrow aQb / accb$ ;
  - 2)  $Q \rightarrow cSc$ .
- г) Регулярный язык  $L(G)=\{\omega \mid \omega \in \{a, b\}^+\}$ , где нет двух рядом стоящих а определяется грамматикой с правилами вывода:
  - 1)  $S \rightarrow A / B$ ;
  - 2)  $A \rightarrow a / Ba$ ;
  - 3)  $B \rightarrow b / Bb / Ab$ .

Все реальные языки программирования являются контекстно-зависимыми (тип 1), но большинство может быть разобрано как контекстно-свободные (тип 2) с последующей обработкой в виде проверок типов и т.п.

Фронтенд компилятора делят на три стадии:

- лексический анализ (в рамках регулярной грамматики текст делится на строковые литералы, числа, идентификаторы, операторы, разделители, убираются пробелы и комментарии);
- синтаксический анализ (в рамках контекстно-свободной грамматики);
- семантический анализ (проверка соответствия контекстно-зависимым правилам, таким как "переменная должна быть объявлена заранее").

#### 11. СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ СХЕМ ГРАММАТИК.

Схема грамматики содержит правила вывода, определяющие структуру цепочек порождаемого языка. Для задания правил используются различные формы описания:

- символическая;
- форма Бэкуса-Наура;
- итерационная форма;
- синтаксические диаграммы.

#### 11.1. Формы Бэкуса - Наура

Цепочки языка могут содержать метасимволы, имеющие особое назначение. Метаязык, предложенный Бэкусом и Науром (БНФ) использует следующие обозначения:

- символ «::=» отделяет левую часть правила от правой (читается: «определяется как»);
- нетерминалы обозначаются произвольной символьной строкой, заключенной в угловые скобки «<» и «>»;
- терминалы это символы, используемые в описываемом языке;
- правило может определять порождение нескольких альтернативных цепочек, которые отделяются друг от друга символом вертикальной черты «|» (читается: «или»).

Для удобства и компактности описаний, в расширенных БНФ (РБНФ) вводятся следующие дополнительные конструкции (*метасимволы*):

- квадратные скобки «[» и «]» означают, что заключенная в них синтаксическая конструкция может отсутствовать;
- фигурные скобки «{» и «}» означают повторение заключенной в них синтаксической конструкции ноль или более раз;
- сочетание фигурных скобок и косой черты «{/» и «/}» используется для обозначения повторения один и более раз;
- круглые скобки «(» и «)» используются для ограничения альтернативных конструкций;
- кавычки используются в тех случаях, когда один из метасимволов нужно включить в цепочку обычным образом.

*Пример1*. Правила, определяющие понятие «идентификатор» некоторого языка программирования:

```
<br/> <буква> ::= a \mid b \mid c \mid d \mid e \mid f \mid g \mid h \mid i \mid j \mid k \mid l \mid m \mid n \mid o \mid p \mid q \mid r \mid s \mid t \mid u \mid v \mid <br/> <цифра> ::= 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 <идентификатор> ::= <буква> { (<буква> | <цифра>) }
```

#### Пример2: форма Бэкуса-Наура, описывающая целое число

```
<целое> := <целое без знака>
<целое> := -<целое без знака>
<целое без знака> := <цифра>
<целое без знака> := <целое без знака><цифра>
<цифра> := 0
<цифра> := 1
<цифра> := 2
<цифра> := 3
<цифра> := 5
<цифра> := 6
<цифра> := 6
<цифра> := 8
<цифра> := 9
```

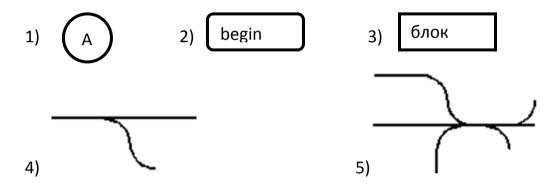
## *Пример3*: сокращенная форма Бэкуса-Наура

#### 11.2. Диаграммы Вирта

В метаязыке диаграмм Вирта используются графические примитивы, представленные на рисунке 1.4.1.

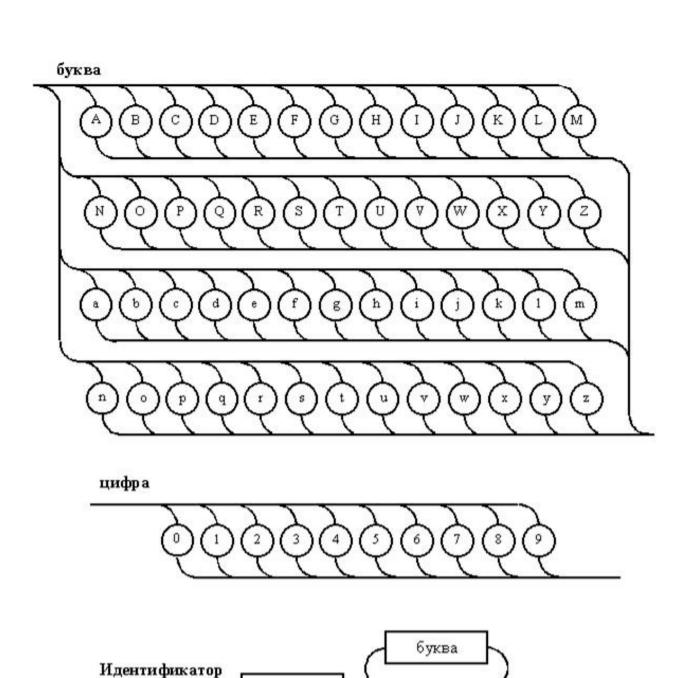
При построении диаграмм учитывают следующие правила:

- каждый графический элемент, соответствующий терминалу или нетерминалу, имеет по одному входу и выходу, которые обычно изображаются на противоположных сторонах;
- каждому правилу соответствует своя графическая диаграмма, на которой терминалы и нетерминалы соединяются посредством дуг;
- альтернативы в правилах задаются ветвлением дуг, а итерации их слиянием;
- должна быть одна входная дуга (располагается обычно слева или сверху), задающая начало правила и помеченная именем определяемого нетерминала, и одна выходная, задающая его конец (обычно располагается справа и снизу);
- стрелки на дугах диаграмм обычно не ставятся, а направления связей отслеживаются движением от начальной дуги в соответствии с плавными изгибами промежуточных дуг и ветвлений.



Графические примитивы диаграмм Вирта

- 1) терминальный символ, принадлежащий алфавиту языка;
- 2) постоянная группа терминальных символов, определяющая название лексемы, ключевое слово и т.д.;
  - 3) нетерминальный символ, определяющий название правила;
  - 4) входная дуга с именем правила, определяющая его название;
- 5) соединительные линии, обеспечивающие связь между терминальными и нетерминальными символами в правилах.





цифра

буква

Пример: диаграмма задающая язык SQL СУБД Oracle. В примере описывается оператор CREATE TABLE – создание таблицы в базе данных.

