Учредление образования «Белорусский государственный

Технологический университет»

Кафедра информационных систем и технологий

Факультет информационных технологий

Решение задачи коммивояжёра методом ветвей и границ

Выполнила: студентка 2 курса 4 группы

Мергель Каролина Андреевна

Проверил: Харланович Анастасия Владимировна

Минск 2021

**Лабораторная работа 3**

**МЕТОД ВЕТВЕЙ И ГРАНИЦ**

Цель работы**:** освоить общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решить задачу о коммивояжере данным методом, сравнить полученное решение задачи с комбинаторным методом перестановок.

**Задание 1.**

Условие задачи коммивояжёра:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** |  | 24 | 33 |  | 12 |
| **2** | 12 |  | 27 | 56 | 72 |
| **3** | 14 | 36 |  | 86 | 61 |
| **4** | 29 | 46 | 48 |  | 36 |
| **5** | 81 | 78 | 52 | 25 |  |

**Задание 2.**

Приведённая по строкам матрица:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** |  | 12 | 21 |  | 0 |
| **2** | 0 |  | 15 | 44 | 60 |
| **3** | 0 | 22 |  | 74 | 47 |
| **4** | 0 | 17 | 19 |  | 7 |
| **5** | 56 | 52 | 27 | 0 |  |

α = 12 + 12 + 14 + 29 + 25 = 92;

Полностью приведённая матрица:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** |  | 0(10) | 6 |  | 0(7) |
| **2** | 0(0) |  | 0(4) | 44 | 60 |
| **3** | 0(10) | 10 |  | 74 | 47 |
| **4** | 0(4) | 5 | 4 |  | 7 |
| **5** | 56 | 40 | 12 | 0(56) |  |

β = 12 + 15 = 27;

Нижняя граница длины кольцевого маршрута φ = 92 + 27 =119.

Выбираем максимальное значение оценки из вычисленных для каждого нуля и получаем путь из города 5 в 4. Заменим вес дуги (5,4) на знак “INF.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** |  | 0 | 6 |  | 0 |
| **2** | 0 |  | 0 | 44 | 60 |
| **3** | 0 | 10 |  | 74 | 47 |
| **4** | 0 | 5 | 4 |  | 7 |
| **5** | 56 | 40 | 12 | ***INF*** |  |

Для того, чтоб включить маршрут в путь, удаляем строку и столбец на дуге(5,4).

В клетку, соответствующую обратному пути ставим еще один знак «INF» (т.к. мы уже не будем возвращаться обратно).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **5** |
| **1** |  | 0(10) | 6 | 0(47) |
| **2** | 0(0) |  | 0(4) | 60 |
| **3** | 0(10) | 10 |  | 47 |
| **4** | 0(4) | 5 | 4 | ***INF*** |

H(5,4) = 119 + 0 = 119 ≤ 175

Поскольку нижняя граница этого подмножества (5,4) меньше, чем подмножества (5\*,4\*), то ребро (5,4) включаем в маршрут с новой границей H = 119

Полученная матрица уже является полностью приведённой. Снова для каждой нулевой клетки получившейся преобразованной матрицы находим «оценку».

Выбираем максимальное значение и получаем путь из города 1 в 5. Заменим вес дуги (1,5) на знак “INF.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **5** |
| **1** |  | 0 | 6 | ***INF*** |
| **2** | 0 |  | 0 | 60 |
| **3** | 0 | 10 |  | 47 |
| **4** | 0 | 5 | 4 | *INF* |

Ту строку и тот столбец, где образовалось два знака «INF» полностью вычеркиваем.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** |
| **2** | 0 |  | 0 |
| **3** | 0 | 10 |  |
| **4** | 0 | 5 | 4 |

Нижняя граница подмножества (1,5) равна:  
H(1,5) = 119 + 5 = 124 ≤ 166.

Поскольку нижняя граница этого подмножества (1,5) меньше, чем подмножества (1\*,5\*), то ребро (1,5) включаем в маршрут с новой границей H = 124.

Данная матрица не является полностью приведённой, поэтому её надо привести по столбцам и соответственно она примет вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** |
| **2** | 0 |  | 0 |
| **3** | 0 | 5 |  |
| **4** | 0 | 0 | 4 |

β = 0 + 5 + 0 = 5;

Следовательно, изменится нижняя граница кольцевого маршрута и соответственно: φ = 119 + 5= 124.

Определяем ребро ветвления и разобьем все множество маршрутов относительно этого ребра на два подмножества (i,j) и (i\*,j\*).  
С этой целью для всех клеток матрицы с нулевыми элементами заменяем поочередно нули на М(бесконечность) и определяем для них сумму образовавшихся констант приведения.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** |
| **2** | 0(0) |  | 0(4) |
| **3** | 0(5) | 5 |  |
| **4** | INF | 0(9) | 4 |

Наибольшая сумма констант приведения равна (9 + 0) = 9 для ребра (4,2), следовательно, множество разбивается на два подмножества (4,2) и (4\*,2\*).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** |
| **2** | 0 |  | 0 |
| **3** | ***0*** | 5 |  |
| **4** | ***INF*** | ***INF*** | 4 |

Нижняя граница гамильтоновых циклов этого подмножества:  
H(4\*,2\*) = 124 + 9 = 133.

Сокращаем матрицу:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **1** | **3** |
| **2** | 0 | 0 |
| **3** | 0 |  |

Соответственно минимальное расстояние будет равно 124 и граф будет иметь следующий вид:

Конечный граф имеет вид:

= 124 + 0 = 124

Расставим переходы между городами в правильной последовательности и соответственно получим (1, 5), (5, 4), (4, 2), (2, 3), (3, 1).

Длина оптимального маршрута: φ = 124.

**Задание 3.**

Проверка решения задачи коммивояжёра с заданным условием при помощи генератора перестановок:

