Westfälische
Wilhelms-Universität
Münster

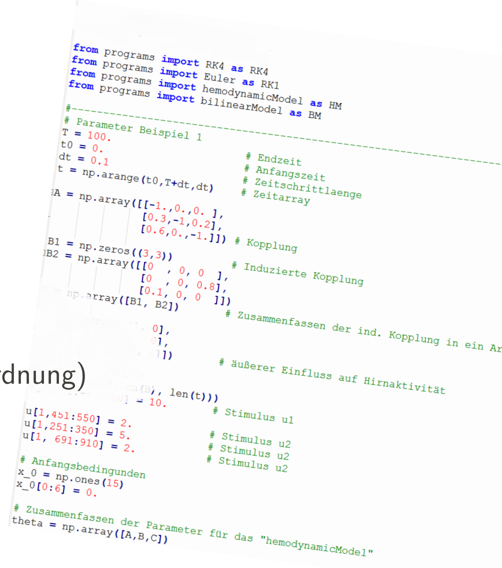
Konnektivität im Gehirn

Lutz Althüser, Tobias Frohoff-Hülsmann, Victor Kärcher,
Lukas Splitthoff, Timo Wiedemann

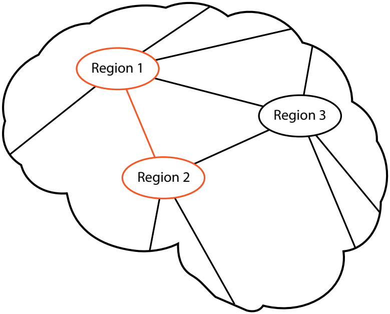
NiMoNa 2016 08. Juni, 2016

Überblick

- Motivation und Ziel
- Die Modelle
  - Lineares Modell
  - Bilineraes Modell
    - Hämodynamisches Modell
- Numerische Methoden
  - Euler-Verfahren
  - Runge-Kutta-Verfahren (4. Ordnung)
- Numerische Simulation
  - 2-Regionen-System
- Literatur



Einleitung in DCM - Dynamic Causal Model



Interaktion zwischen verschiedenen Hirnregionen

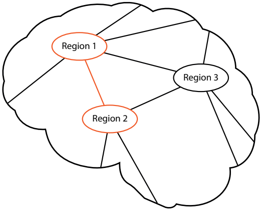
Konnektivität im Gehirn

Über die Mathematische Modellierung von Interaktionen zwischen mehreren Regionen des Gehirns.

Ziel

Das Aufstellen eines einfachen und realistischen neuronalen Modells aller interagierenden Gehirnregionen.

Lineares Modell



Vernetzung von Hirnregionen

u Inputs $\rightarrow$ z Outputs pro Hirnregion

Inputs

- direkten Input: Veränderung des neuronalen Zustands
- latenten Input: Veränderung der Vernetzung

Outputs

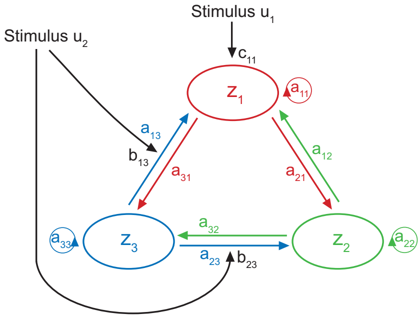
- neuronale Aktivität in der Hirnregion
- ...

$$\dot{z} = A + Cu$$

Matrix A: Konnektivitätsmatrix - Verschaltung der Hirnregionen

Matrix C: Einfluss der Inputs auf die neuronale Aktivität einer Hirnregion

Bilineares Modell



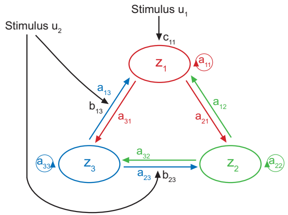
Modell

- n verschiedene Gehirnregionen mit der Zustandsvariablen z_i mit $i = 1, \ldots, n$
- Aktivität durch vorgegebene Eingangssignale bestimmt

Input u_1, u_2

- direkten Input u_1: Veränderung des neuronalen Zustands
- latenten Input u_2: Veränderung der Vernetzung

Bilineares Modell



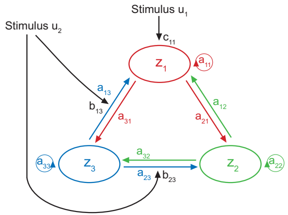
Mathematische Beschreibung

- Modellierung basierend auf Taylorentwicklung
- Dynamik und Konnektivität durch drei Parameter beschrieben

Taylorentwicklung

$$f(z,u) \approx f(0,0) + \frac{\partial f}{\partial z} z + \frac{\partial f}{\partial u} u + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial u} zu$$

Bilineares Modell



Mathematische Beschreibung

- Modellierung basierend auf Taylorentwicklung
- Dynamik und Konnektivität durch drei Parameter beschrieben

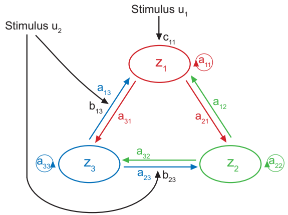
Taylorentwicklung

$$f(z,u) \approx f(0,0) + \frac{\partial f}{\partial z} z + \frac{\partial f}{\partial u} u + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial u} zu$$

Bsp: Aktivität der Region 1

$$\dot{z}_1 = a_{11} z_1 + a_{12} z_2 + a_{13} z_3 + u_2 b_{13}^{(2)} + c_{11} u_1$$

Bilineares Modell



Mathematische Beschreibung

- Modellierung basierend auf Taylorentwicklung
- Dynamik und Konnektivität durch drei Parameter beschrieben

Taylorentwicklung

$$f(z,u) \approx f(0,0) + \frac{\partial f}{\partial z} z + \frac{\partial f}{\partial u} u + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial u} zu$$

Bsp: Aktivität der Region 1

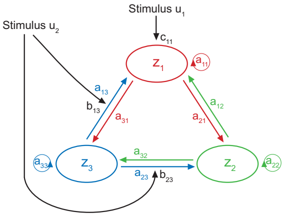
$$\dot{z}_1 = a_{11} z_1 + a_{12} z_2 + a_{13} z_3 + u_2 b_{13}^{(2)} + c_{11} u_1$$

$$\dot{z} = (A + \textstyle\sum_i u_i B^{(i)}) z + Cu$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & b_{13} \\ 0 & 0 & b_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Bilineares Modell



Parameter A, B, C

- A: feste Verknüpfung der Hirnregionen
- B: Einfluss des Inputs auf Konnektivität
- C: Einfluss des Inputs auf neuronale Aktivität der Hirnregionen

Taylorentwicklung

$$f(z,u) \approx f(0,0) + \frac{\partial f}{\partial z} z + \frac{\partial f}{\partial u} u + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial u} zu$$

Bsp: Aktivität der Region 1

$$\dot{z}_1 = a_{11} z_1 + a_{12} z_2 + a_{13} z_3 + u_2 b_{13}^{(2)} + c_{11} u_1$$

$$\dot{z} = (A + \textstyle\sum_i u_i B^{(i)}) z + Cu$$

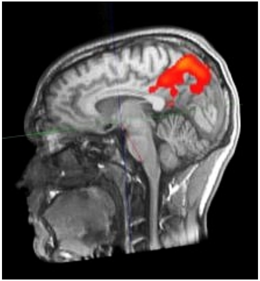
$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & b_{13} \\ 0 & 0 & b_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vergleichbarkeit

Bilineare Modell $\Rightarrow$ Gehirnaktivitäten $z_i(t)$

Experiment (funktionelle MRT)$\Rightarrow$ BOLD-Signal/Kontrast $y_i(t)$
$\approx$ Sauerstoffgehalt der roten Blutkörperchen



Hämodynamisches Modell

4 biophysikalische Zustandsvariablen übermitteln $z_i(t) \to y_i(t)$:
$s_i(t)$: Zusammenfassung mehrerer neurogener Signale
$f_i^{in}(t)$: (sauerstoffreicher) Blutzufluss
$v_i(t)$: Venenvolumen
$q_i(t)$: Desoxyhämoglobinkonzentration

Biophysikalisch:

$$\dot{s}_i = z_i - \kappa s_i - \gamma(f_i^{in} - 1)$$
$$\dot{f}_i^{in} = s_i$$
$$\dot{v}_i = \frac{1}{\tau}(f_i^{in} - f_i^{out}) = \frac{1}{\tau}(f_i^{in} - v_i^{1/\alpha})$$
$$\dot{q}_i = \frac{1}{\tau}(f_i^{in} E_i/\rho - v_i^{1/\alpha} q_i/v_i)$$

BOLD-Signal (fMRT):

$$y_i = V_0(k_1(1 - q_i) + k_2(1 - q_i/v_i) + k_3(1 - v_i))$$

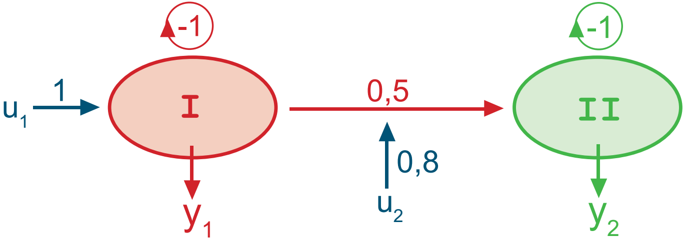
Euler-Verfahren

explizites Verfahren

Runge-Kutta-Verfahren (4. Ordnung)

Analyse der effektiven Konnektivität

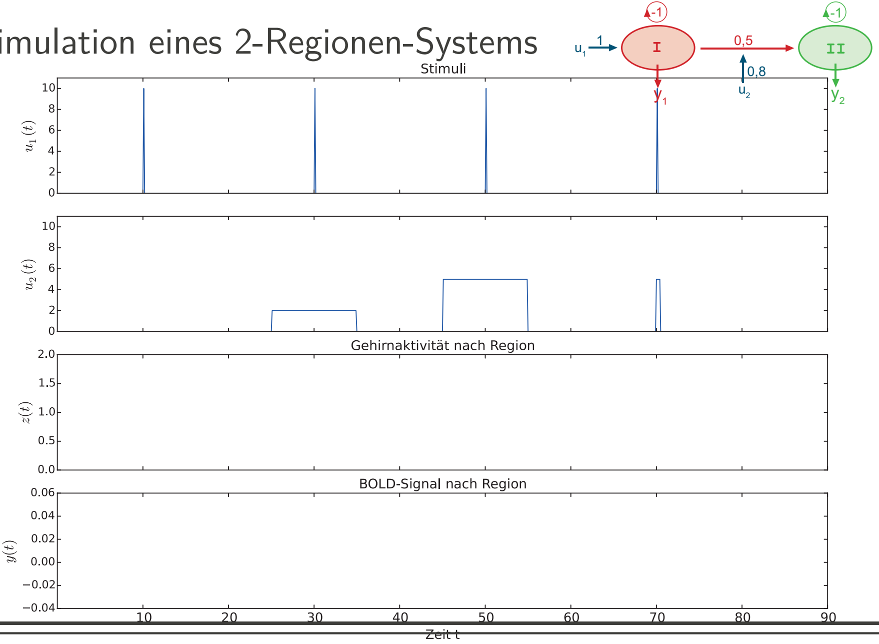
Simulation eines 2-Regionen-Systems



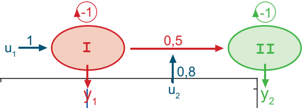
$$\dot{z} = \left(A + \sum_j u_j B^j\right) z + Cu$$

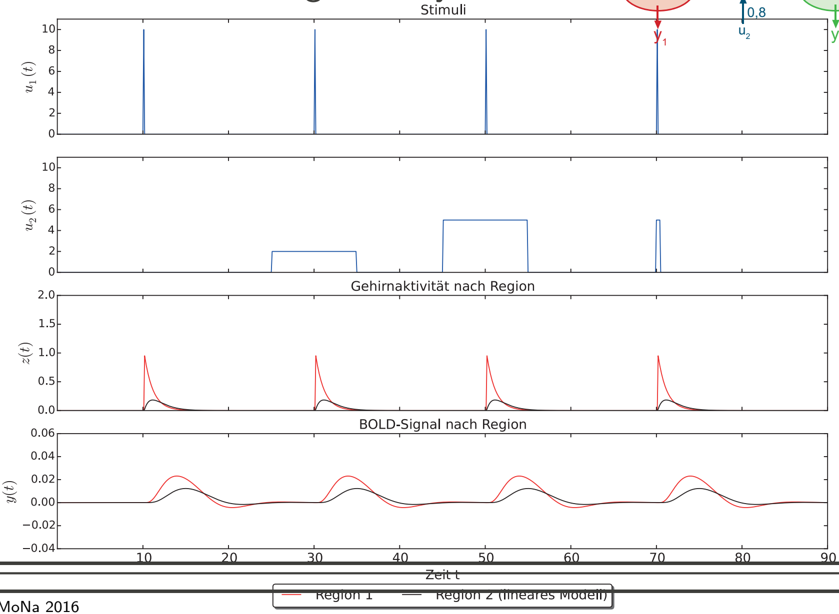
$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0.5 & -1 \end{pmatrix} \quad B_1 = 0 \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0.8 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Simulation eines 2-Regionen-Systems

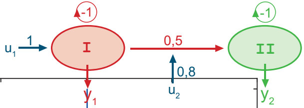


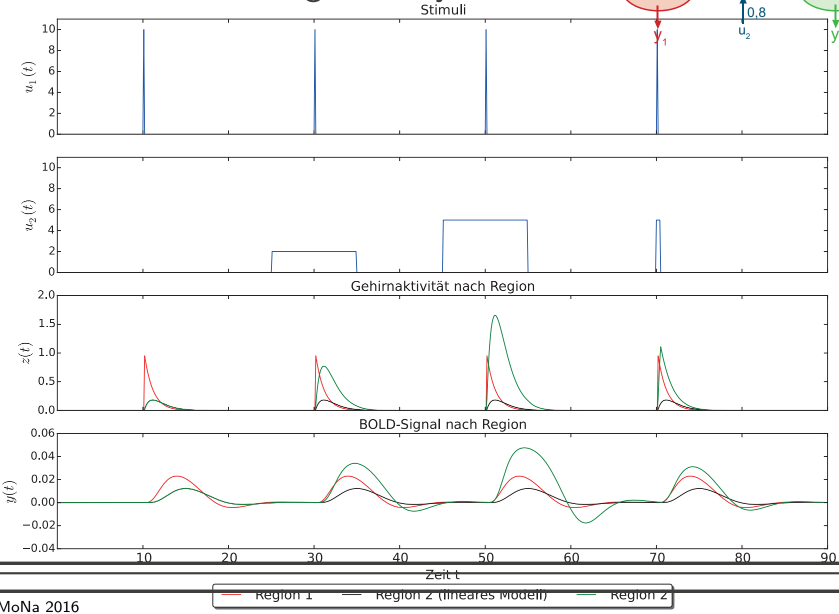
Simulation eines 2-Regionen-Systems





Simulation eines 2-Regionen-Systems





Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!

Literatur

- *Dynamic causal modelling*
  K.J. Friston et al. / NeuroImage 0 (2003)
  `web.mit.edu/swg/ImagingPubs/connectivity/Dcm_Friston.pdf`