



Westfälische  
Wilhelms-Universität  
Münster

# Konnektivität im Gehirn

Lutz Althüser, Tobias Frohoff-Hülsmann, Victor Kärcher,

Lukas Splitthoff, Timo Wiedemann

Unterstützt durch: Christian Himpe

# Überblick

## Motivation und Ziel

## DCM Modelle

Lineares Modell

Bilineares Modell

Hämodynamisches Modell

## Numerische Methoden

Euler-Verfahren

Runge-Kutta-Verfahren (4. Ordnung)

## Numerische Simulation

2-Regionen-System

## Literatur

```

from programs import RK4 as RK4
from programs import Euler as RK1
from programs import hemodynamicModel as HM
from programs import bilinearModel as BM

# Parameter Beispiel 1
T = 100. # Endzeit
t0 = 0. # Anfangszeit
dt = 0.1 # Zeitschrittlänge
t = np.arange(t0, T+dt, dt) # Zeitarray

A = np.array([[[-1., 0., 0. ],
               [0.3, -1, 0.2],
               [0.6, 0., -1.]]) # Kopplung

B1 = np.zeros((3,3)) # Induzierte Kopplung
B2 = np.array([[0, 0, 0 ],
               [0, 0, 0.8],
               [0.1, 0, 0 ]]) # Zusammenfassen der ind. Kopplung in ein Array

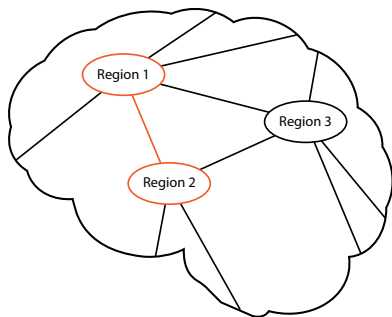
C = np.array([B1, B2]) # Außerer Einfluss auf Hirnaktivität

# Stimulus u1
u[1, 451:550] = 2.
# Stimulus u2
u[1, 251:350] = 5.
# Stimulus u2
u[1, 691:910] = 2.

# Anfangsbedingungen
x_0 = np.ones(15)
x_0[0:6] = 0.

# Zusammenfassen der Parameter für das "hemodynamicModel"
theta = np.array([A, B, C])
    
```

# Einleitung in DCM - Dynamic Causal Modelling



Interaktion zwischen  
verschiedenen Hirnregionen

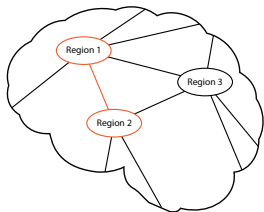
## Konnektivität im Gehirn

Über die mathematische Modellierung  
von Interaktionen zwischen mehreren  
Regionen des Gehirns.

## Ziel

Das Aufstellen eines einfachen und  
realistischen neuronalen Modells aller  
betrachteten interagierenden  
Gehirnregionen.

# Lineares Modell



Vernetzung von  
Hirnregionen

Inputs  $u \rightarrow$  Outputs  $z$  pro Hirnregion

Inputs	Outputs
<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ direkten Input: Stimulation <math>u</math> der Hirnregion</li> <li>▶ ...</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ neuronale Aktivität in der Hirnregion</li> <li>▶ ...</li> </ul>

$$\dot{z} = A + Cu$$

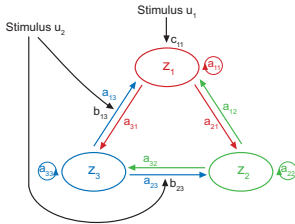
Matrix  $A$ : Konnektivitätsmatrix - Verschaltung der Hirnregionen

Matrix  $C$ : Einfluss der Inputs auf die neuronale Aktivität einer Hirnregion

# Bilineares Modell

## Taylorentwicklung

$$f(z, u) \approx f(0, 0) + \frac{\partial f}{\partial z} z + \frac{\partial f}{\partial u} u + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial u} zu$$



## Mathematische Beschreibung

- Modellierung basierend auf Taylorentwicklung
- Dynamik und

Konnektivität durch drei

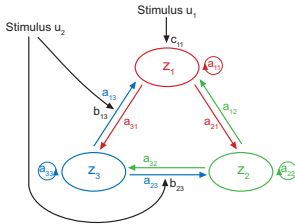
# Bilineares Modell

## Taylorentwicklung

$$f(z, u) \approx f(0, 0) + \frac{\partial f}{\partial z} z + \frac{\partial f}{\partial u} u + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial u} zu$$

## Bsp: Aktivität der Region 1

$$\dot{z}_1 = a_{11}z_1 + a_{12}z_2 + a_{13}z_3 + u_2 b_{13}^{(2)} + c_{11}u_1$$

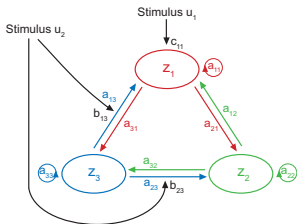


## Mathematische Beschreibung

- Modellierung basierend auf Taylorentwicklung
- Dynamik und

Konnektivität durch drei

# Bilineares Modell



## Taylorentwicklung

$$f(z, u) \approx f(0, 0) + \frac{\partial f}{\partial z} z + \frac{\partial f}{\partial u} u + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial u} zu$$

## Bsp: Aktivität der Region 1

$$\dot{z}_1 = a_{11}z_1 + a_{12}z_2 + a_{13}z_3 + u_2 b_{13}^{(2)} + c_{11}u_1$$

$$\dot{z} = (A + \sum_i u_i B^{(i)})z + Cu$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & b_{13} \\ 0 & 0 & b_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

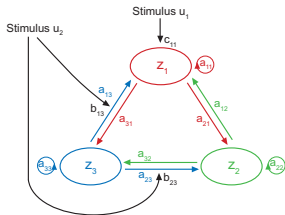
$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## Mathematische Beschreibung

- Modellierung basierend auf Taylorentwicklung
- Dynamik und

Konnektivität durch drei

# Bilineares Modell



## Parameter A, B, C

- ▶ A: feste Verknüpfung der Hirnregionen
- ▶ B: Einfluss des Inputs auf Konnektivität
- ▶ C: Einfluss des Inputs auf neuronale Aktivität der Hirnregionen

## Taylorentwicklung

$$f(z, u) \approx f(0, 0) + \frac{\partial f}{\partial z} z + \frac{\partial f}{\partial u} u + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial u} zu$$

## Bsp: Aktivität der Region 1

$$\dot{z}_1 = a_{11}z_1 + a_{12}z_2 + a_{13}z_3 + u_2b_{13}^{(2)} + c_{11}u_1$$

$$\dot{z} = (A + \sum_i u_i B^{(i)})z + Cu$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & b_{13} \\ 0 & 0 & b_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

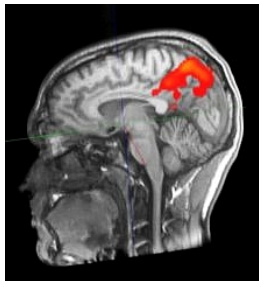
$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$



# Vergleichbarkeit

Bilineare Modell  $\Rightarrow$  Gehirnaktivitäten  $z_i(t)$

Experiment (funktionelle MRT)  $\Rightarrow$  BOLD-Signal/Kontrast  $y_i(t)$   
 $\approx$  Sauerstoffgehalt der roten Blutkörperchen



# Hämodynamisches Modell

4 biophysikalische Zustandsvariablen übermitteln  $z_i(t) \rightarrow y_i(t)$ :

$s_i(t)$ : Zusammenfassung mehrerer neurogener Signale

$f_i^{in}(t)$ : (sauerstoffreicher) Blutzufuss

$v_i(t)$ : Venenvolumen

$q_i(t)$ : Desoxyhämoglobinmenge

Biophysikalisch:

$$\dot{s}_i = z_i - \kappa s_i - \gamma(f_i^{in} - 1)$$

$$\dot{f}_i^{in} = s_i$$

$$\dot{v}_i = \frac{1}{\tau}(f_i^{in} - f_i^{out}) = \frac{1}{\tau}(f_i^{in} - v_i^{1/\alpha})$$

$$\dot{q}_i = \frac{1}{\tau}(f_i^{in} E_i / \rho - f_i^{out} q_i / v_i)$$

BOLD-Signal (fMRT):

$$y_i = V_0(k_1(1 - q_i) + k_2(1 - q_i/v_i) + k_3(1 - v_i))$$

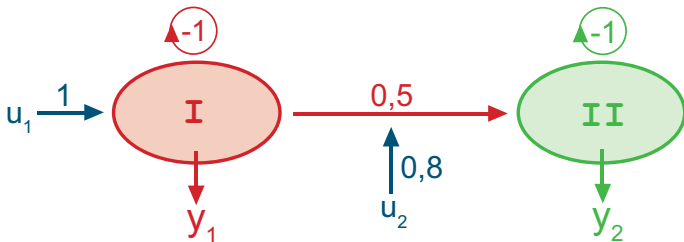
# Euler-Verfahren

explizites Verfahren

# Runge-Kutta-Verfahren (4. Ordnung)

Analyse der effektiven Konnektivität

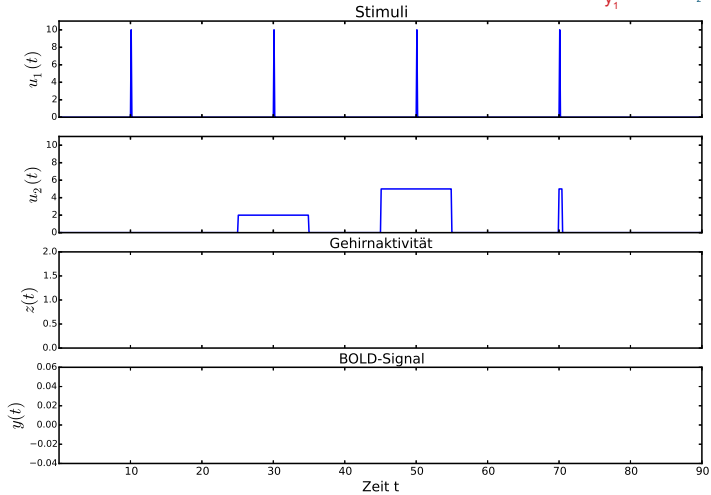
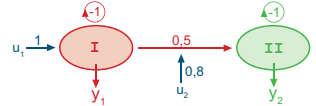
## Simulation eines 2-Regionen-Systems



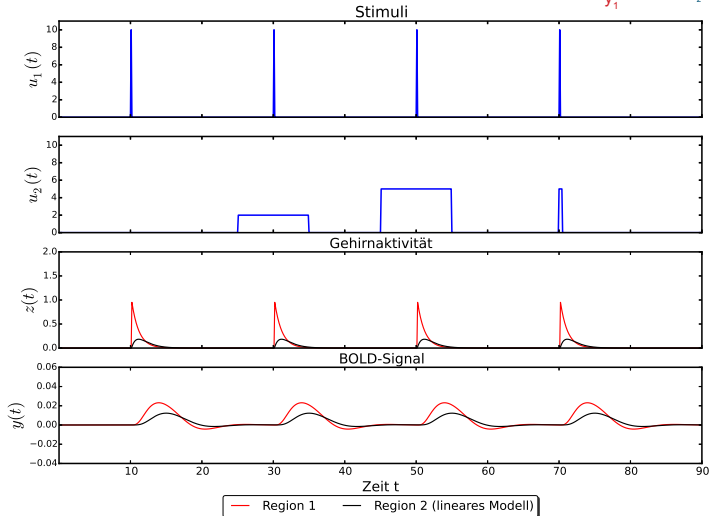
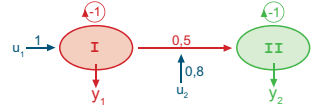
$$\dot{z}(t) = A \cdot z(t) + \sum_j u_j B^j \cdot z(t) + C \cdot u(t)$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0.5 & -1 \end{pmatrix} \quad B_1 = 0 \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0.8 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

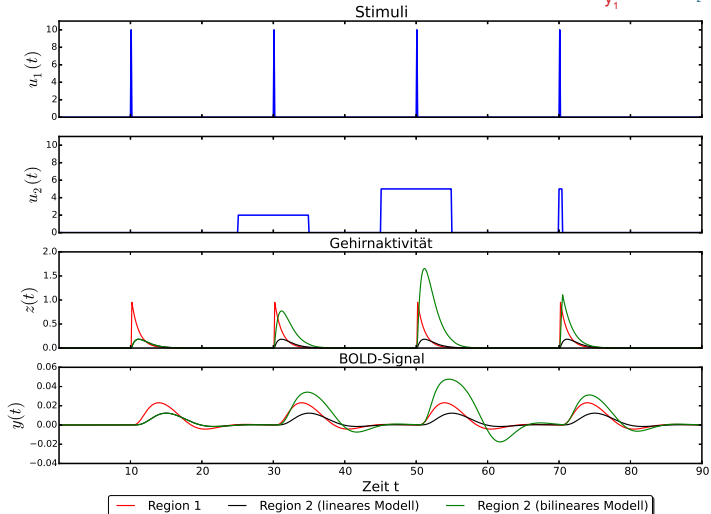
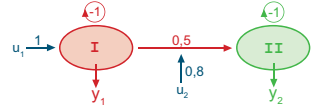
# Simulation eines 2-Regionen-Systems



# Simulation eines 2-Regionen-Systems



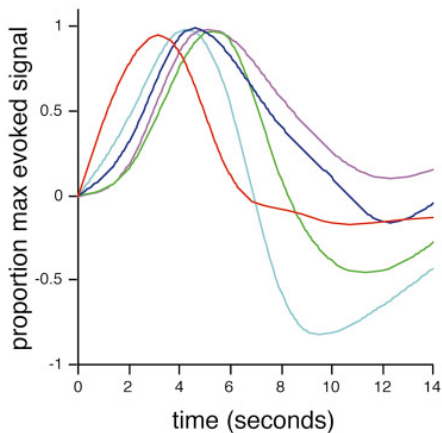
# Simulation eines 2-Regionen-Systems





## Zusammenfassung und Ausblick

- ▶ *Ziel:*  
Modellierung von Interaktionen in einem neuronalen Netzwerk
- ▶ *Ansatz:*  
Taylorentwicklung bis zur 2ten Ordnung für die neuronale Aktivität
- ▶ *Vergleichbarkeit mit Experiment:*  
Häodynamisches Modell Variation des Blutvolumens und des desoxygenierten Hämoglobins



Häodynamische Antworten einer Gruppe von fünf Probanden.

(nach Aguirre et al., NeuroImage 8, 1998)

Danke für die Aufmerksamkeit!

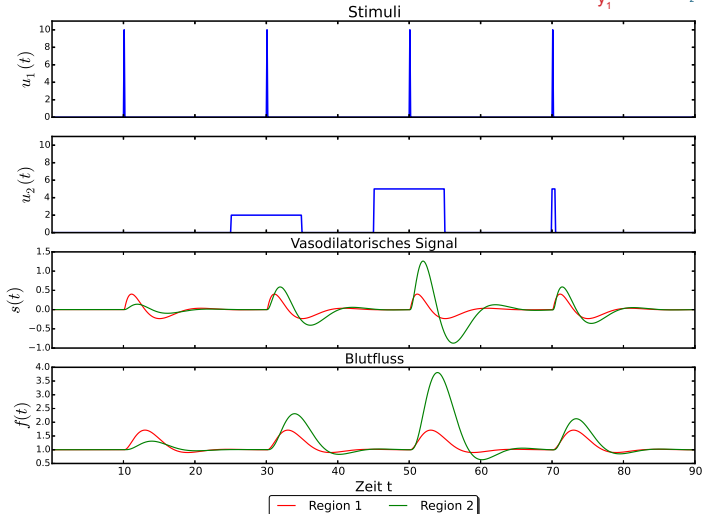
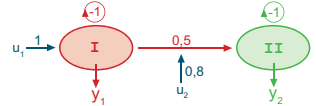
# Literatur

- *Dynamic causal modelling*

K.J. Friston et al. / NeuroImage 0 (2003)

[web.mit.edu/swg/ImagingPubs/connectivity/Dcm\\_Friston.pdf](http://web.mit.edu/swg/ImagingPubs/connectivity/Dcm_Friston.pdf)

# Simulation eines 2-Regionen-Systems



# Simulation eines 2-Regionen-Systems

