



Westfälische
Wilhelms-Universität
Münster

Konnektivität im Gehirn

Lutz Althüser, Tobias Frohoff-Hülsmann, Victor Kärcher,

Lukas Splitthoff, Timo Wiedemann

Unterstützt durch: Christian Himpe

Überblick

Motivation und Ziel

DCM Modelle

Lineares Modell

Bilineares Modell

Hämodynamisches Modell

Numerische Methoden

Euler-Verfahren

Runge-Kutta-Verfahren (4. Ordnung)

Numerische Simulation

2-Regionen-System

Literatur

```

from programs import RK4 as RK4
from programs import Euler as RK1
from programs import hemodynamicModel as HM
from programs import bilinearModel as BM

# Parameter Beispiel 1
T = 100.
t0 = 0.
dt = 0.1
t = np.arange(t0, T+dt, dt)

# Endzeit
# Anfangszeit
# Zeitschrittlänge
# Zeitarray

A = np.array([[[-1., 0., 0. ],
               [0.3, -1, 0.2],
               [0.6, 0., -1.]]) # Kopplung

B1 = np.zeros((3,3))
B2 = np.array([[0, 0, 0 ],
               [0, 0, 0.8],
               [0.1, 0, 0 ]]) # Induzierte Kopplung

# Zusammenfassen der ind. Kopplung in ein Ar

np.array([B1, B2])

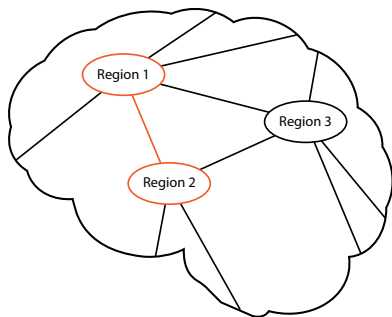
# äußerer Einfluss auf Hirnaktivität

# Stimulus u1
# Stimulus u2
# Stimulus u2

# Anfangsbedingungen
x_0 = np.ones(15)
x_0[0:6] = 0.

# Zusammenfassen der Parameter für das "hemodynamicModel"
theta = np.array([A,B,C])
    
```

Einleitung in DCM - Dynamic Causal Modelling



Interaktion zwischen
verschiedenen Hirnregionen

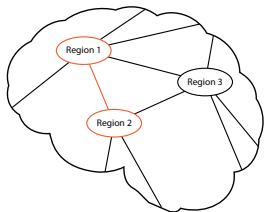
Konnektivität im Gehirn

Über die mathematische Modellierung
von Interaktionen zwischen mehreren
Regionen des Gehirns.

Ziel

Das Aufstellen eines einfachen und
realistischen neuronalen Modells aller
betrachteten interagierenden
Gehirnregionen.

Lineares Modell



Vernetzung von
Hirnregionen

Inputs $u \rightarrow$ Outputs z pro Hirnregion

Inputs	Outputs
<ul style="list-style-type: none"> ▶ direkten Input: Stimulation u der Hirnregion ▶ ... 	<ul style="list-style-type: none"> ▶ neuronale Aktivität in der Hirnregion ▶ ...

$$\dot{z} = A + Cu$$

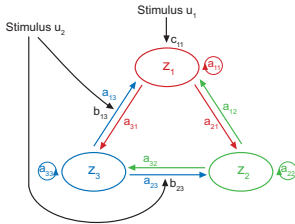
Matrix A : Konnektivitätsmatrix - Verschaltung der Hirnregionen

Matrix C : Einfluss der Inputs auf die neuronale Aktivität einer Hirnregion

Bilineares Modell

Taylorentwicklung

$$f(z, u) \approx f(0, 0) + \frac{\partial f}{\partial z} z + \frac{\partial f}{\partial u} u + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial u} zu$$



Mathematische Beschreibung

- Modellierung basierend auf Taylorentwicklung
- Dynamik und

Konnektivität durch drei

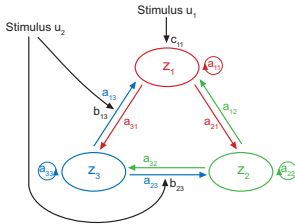
Bilineares Modell

Taylorentwicklung

$$f(z, u) \approx f(0, 0) + \frac{\partial f}{\partial z} z + \frac{\partial f}{\partial u} u + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial u} zu$$

Bsp: Aktivität der Region 1

$$\dot{z}_1 = a_{11}z_1 + a_{12}z_2 + a_{13}z_3 + u_2 b_{13}^{(2)} + c_{11}u_1$$

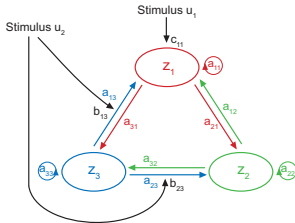


Mathematische Beschreibung

- Modellierung basierend auf Taylorentwicklung
- Dynamik und

Konnektivität durch drei

Bilineares Modell



Taylorentwicklung

$$f(z, u) \approx f(0, 0) + \frac{\partial f}{\partial z} z + \frac{\partial f}{\partial u} u + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial u} zu$$

Bsp: Aktivität der Region 1

$$\dot{z}_1 = a_{11}z_1 + a_{12}z_2 + a_{13}z_3 + u_2 b_{13}^{(2)} + c_{11}u_1$$

$$\dot{z} = (A + \sum_i u_i B^{(i)})z + Cu$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & b_{13} \\ 0 & 0 & b_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

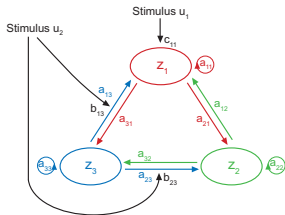
$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Mathematische Beschreibung

- Modellierung basierend auf Taylorentwicklung
- Dynamik und

Konnektivität durch drei

Bilineares Modell



Parameter A, B, C

- ▶ A: feste Verknüpfung der Hirnregionen
- ▶ B: Einfluss des Inputs auf Konnektivität
- ▶ C: Einfluss des Inputs auf neuronale Aktivität der Hirnregionen

Taylorentwicklung

$$f(z, u) \approx f(0, 0) + \frac{\partial f}{\partial z} z + \frac{\partial f}{\partial u} u + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial u} zu$$

Bsp: Aktivität der Region 1

$$\dot{z}_1 = a_{11}z_1 + a_{12}z_2 + a_{13}z_3 + u_2b_{13}^{(2)} + c_{11}u_1$$

$$\dot{z} = (A + \sum_i u_i B^{(i)})z + Cu$$

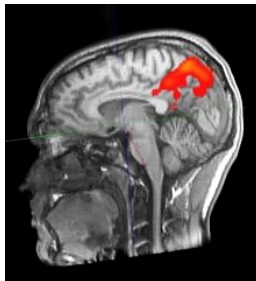
$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & b_{13} \\ 0 & 0 & b_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vergleichbarkeit

Bilineare Modell \Rightarrow Gehirnaktivitäten $z_i(t)$

Experiment (funktionelle MRT) \Rightarrow BOLD-Signal/Kontrast $y_i(t)$
 \approx Sauerstoffgehalt der roten Blutkörperchen



Hämodynamisches Modell

4 biophysikalische Zustandsvariablen übermitteln $z_i(t) \rightarrow y_i(t)$:

$s_i(t)$: Zusammenfassung mehrerer neurogener Signale

$f_i^{in}(t)$: (sauerstoffreicher) Blutzufuss

$v_i(t)$: Venenvolumen

$q_i(t)$: Desoxyhämoglobinmenge

Biophysikalisch:

$$\dot{s}_i = z_i - \kappa s_i - \gamma(f_i^{in} - 1)$$

$$\dot{f}_i^{in} = s_i$$

$$\dot{v}_i = \frac{1}{\tau}(f_i^{in} - f_i^{out}) = \frac{1}{\tau}(f_i^{in} - v_i^{1/\alpha})$$

$$\dot{q}_i = \frac{1}{\tau}(f_i^{in} E_i / \rho - f_i^{out} q_i / v_i)$$

BOLD-Signal (fMRT):

$$y_i = V_0(k_1(1 - q_i) + k_2(1 - q_i/v_i) + k_3(1 - v_i))$$

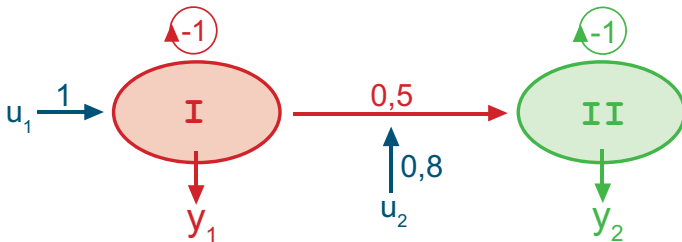
Euler-Verfahren

explizites Verfahren

Runge-Kutta-Verfahren (4. Ordnung)

Analyse der effektiven Konnektivität

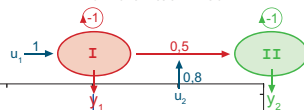
Simulation eines 2-Regionen-Systems



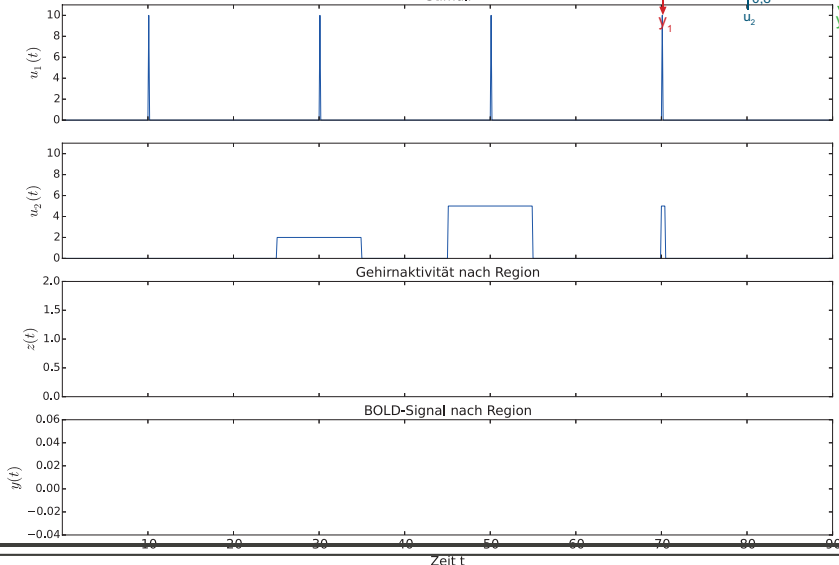
$$\dot{z} = \left(A + \sum_j u_j B^j \right) z + C u$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0.5 & -1 \end{pmatrix} \quad B_1 = 0 \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0.8 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

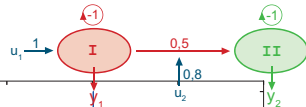
Simulation eines 2-Regionen-Systems



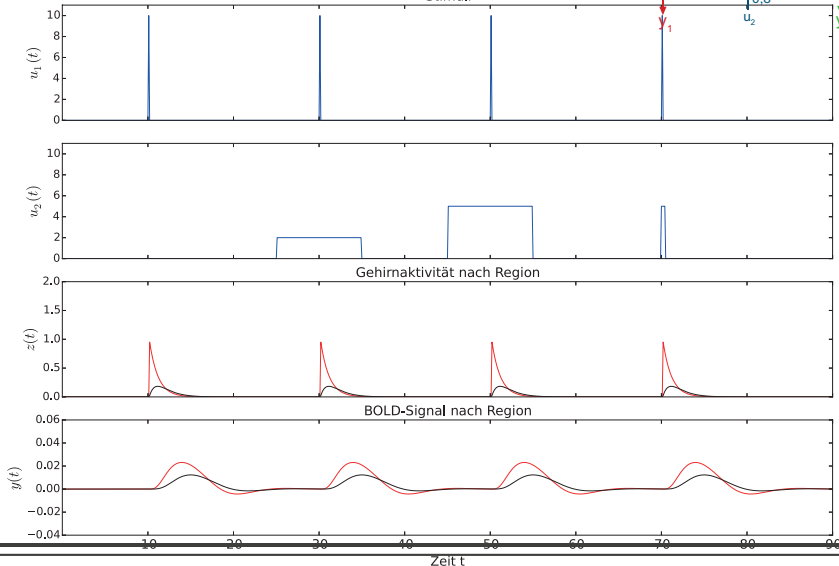
Stimuli



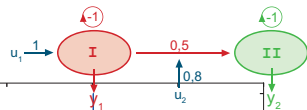
Simulation eines 2-Regionen-Systems



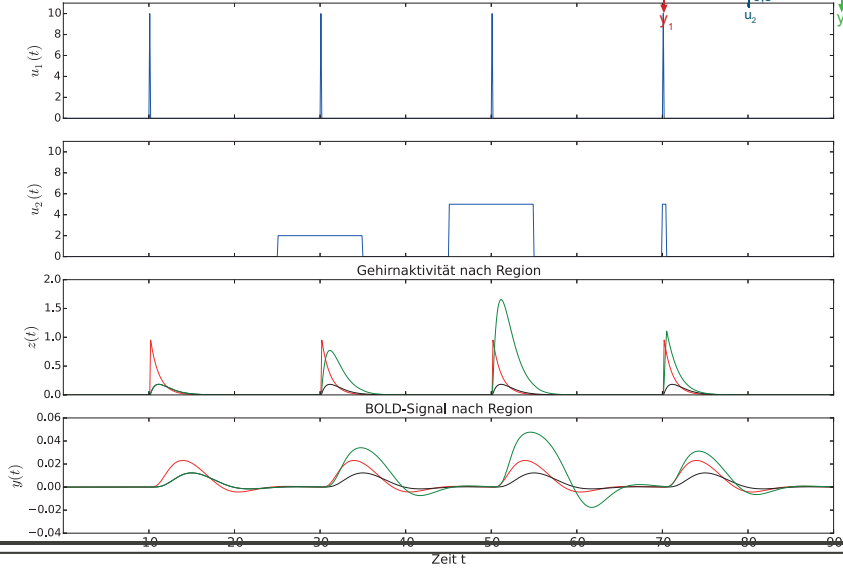
Stimuli



Simulation eines 2-Regionen-Systems



Stimuli



Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!

Literatur

- *Dynamic causal modelling*

K.J. Friston et al. / NeuroImage 0 (2003)

web.mit.edu/swg/ImagingPubs/connectivity/Dcm_Friston.pdf