

Projet de Mathématiques

ESIREM DIJON

CHAPUS Louka

Groupe 3A IE

Table des matières

[1. Introduction 3](#_Toc121566903)

[2. Etat de l’art 3](#_Toc121566904)

[2.1 Définition générale des courbes de Bézier 3](#_Toc121566905)

[2.2 Courbes de Bézier d’ordre 2 4](#_Toc121566906)

[3. Contribution 4](#_Toc121566907)

[4. Conclusion 4](#_Toc121566908)

[Table des figures 4](#_Toc121566909)

[Liste des tableaux 4](#_Toc121566910)

[Bibliographie 5](#_Toc121566911)

# Introduction

Le but du projet est la construction d’un courbe reliant, de façon G², deux segments par une courbe définie par des points de contrôle. Il faut aussi prendre en compte le cas particulier de segments parallèles.

Après de nombreuses recherches

# Etat de l’art

## Définition générale des courbes de Bézier

On considère points du plan ( , dans notre cas ), et on définit une courbe paramétrée , associée à ces points :

Il faut que les coefficients soient , de somme 1 et qu’ils dépendent de t de manière la plus régulière possible. La solution adoptée par P. Bézier consiste à prendre les polynômes de Berstein.

Les polynômes de Berstein d’ordre sont les polynômes :

On vérifie aussitôt que les sont sur [0, 1] et que leur somme est bien égale à 1.

On peut donc réécrire l’équation de la courbe paramétrée , sous la forme :

Avec (1) et (2), on obtient :

Soient points distincts du plan. La courbe de Bézier (d’ordre n) associée à ces points est la courbe paramétrée définie par (3) pour , on a alors les propriétés suivantes :

1. La courbe est une courbe .
2. On a et .
3. La droite () (resp. ) est tangente à en (resp. ).
4. La courbe est dans l’enveloppe convexe des .

## Courbes de Bézier d’ordre 2

On s’intéresses plus particulièrement aux courbes de Bézier quadratique car ce sont des courbes qui permettent de relier de façon deux segments de droite en définissant un point de contrôle au croisement des deux droites, le cas des droites parallèle est aussi à prendre en compte.

On considère trois points distincts du plan. On pose ,  et . On considère la courbe de Bézier définie par :

Elle passe par A et C et elle est tangente respectivement à (AB) et (BC) en ces points. On suppose que A, B, C ne sont pas alignés, alors la courbe est une parabole.

*Démonstration.* On a les formules suivantes :

Avec

. On note que et ne sont pas tous deux nuls (sinon B est le milieu de [AC]). On élimine les termes en entre ces équations :

Si le coefficient est nul on obtient une droite, ce qui est absurde puisque les point A, B, C ne sont pas alignés. Sinon on a :

Si on désigne par cette quantité (ce qui revient à faire un changement de coordonnées cartésiennes) l’équation de s’écrit :

On a bien l’équation d’une parabole.

# Contribution

# Conclusion

# Table des figures

# Liste des tableaux

# Bibliographie

[1] cours sur les courbes de Bézier