感染対策の基礎知識

#279

統計と確率

― 発展の歴史 ―

https://l-hospitalier.github.io 2021. 3

ブレーズ パスカル

ピエール フェルマー

臨床医学は「途上技術である[*1]」から「賭け」の部分がある。 統計確率を勉強して至適な意思決定するつもりで勉強したが、確率論は「**サンクトペテルブルグの逆説**」のような不安定さがある。**【賭事必勝法】**D ベルヌーイ（流体力学者）によるこの逆説は 1783 年「リスク測定に関する新しい理論」として発表された。 コイントスで勝敗を決め、はじめは賭金を 1 円、次は 2 円とし n 回目は 2^n 円に賭金を増やしていけば勝率は 1/2 なのでやがて勝ちが来る。 1 回勝ったら勝負を止めれば 2^n – 2^(n-1) 円獲得。 この計算は正しいが現実はそういかない。 もし連続 26 回負けた後 1 勝すると約 1 億円だが、この確率は小さいので期待値は約 14 円。**【期待値】**の定義はある試行を行ったときに得る値 X1, X2, X3…の確率が P1, P2, P3…であれば期待値は E =X1 x P1 + X2 x P2 +…。 賭金の単位を 1 億円から始めれば期待値は 14 億円（必要な賭金は莫大で、経済学で**限界効用逓減の原則**？という）。 フェラーによる別解は同様の賭けを無限に近い多数で同時に行い、標本抽出して結果を出すが同結果。**【確率論の始まり】**臨床医学では複数肢からの選択や施行の意思決定の場面が多い。 現在の状態から短時間後の状態予測はニュートン流の線形微分方程式を解く。 しかし賭博の場合この解法が機能しない。 B パスカルは 1667 年 7 月 29 日[*2]「メレの騎士」からの疑問を書簡にして P フェルマー[*3]に送付。 この 2 人の往復書簡が確率論の最初の成果となった。 内容は「A と B が勝負、**5 回先勝**したものが賭け金をとるゲームで A が **4** 勝、B が **3** 勝した時点で終了した場合の正しい賭け金の分配？」というもの。 一つは、B は後 2 勝せねばならず、A は 1 勝なので、A が 2/3、B が 1/3。 別の考は A は 4 勝、B は 3 勝しているので A が 4/7、B が 3/7 が自然。 この 2 つは誤りでパスカルもフェルマーも正解の A が **3/4**、B が **1/4** を獲得という解を導いた。 正しい計算は残りの勝負の組み合わせを全て考えると勝ちが A→A、A→B、B→A、B→B の組み合わせ。 そのうち A が賭金獲得の場合の数は A→A、A→B、B→A の 3 個。 B のそれは B→B の 1 個。場合の数の比は 3 対 1（3/4 対 1/4）。 1 回の勝敗はベルヌーイ試行（独ではラプラス試行？）で等確率なので確率の和が解答（確率は完全加法族[*4]）。 J ベルヌーイ（D ベルヌーイの叔父）は「“事象の確率”とは**可能な結果の個数**に対するその事象が起こることになる**結果の数**の比である」が古典的確率の定義。 A が 1 勝すれば 5 勝に達するので A→A と A→B は A のみで終了する 1 つの場合ではないか？ しかし組み合わせ(場合）の数としては A→A と A→B は別のもの。 確率には**測度**（大きさ、面積）を考える必要があり、この時点の A の 1 勝は A→A と A→B の 2 つ分の大きさ（広さ）を持つと考える。 数学の測度論は H ルベーグが 1902 年に発表したルベーグ積分（学校で習うリーマン積分の一般化で関数の山型の面積を横にスライスして合計する）の論文が始まり。 A コルモゴロフにより数学的（公理的）確率論が構築され一見大雑把に見える統計確率の実験結果（試行）も無限に繰り返される試行の結果の系列を考える（極限移行）と“平均において”全く厳密な法則性が現れることが明らかになった。

Henri Leon Lebesgue

[*1] 郡司篤晃著「安全という幻想 エイズ騒動から学ぶ」2015 年 [*2]「確率論誕生の日」とされる。 [*3]「a^n + b^n = c^n （n は 3 以上の自然数）を満たす自然数の組 a,b,c は存在しない」というフェルマーの最終定理で有名 1995 年 A ワイルズが証明。 [*4] 可算集合で加法（+）の結果が閉じている（元の集合に収まる）もの。 完全加法族の集合では測度（長さ、面積、体積など大きさ）が定義できる