



客観確率（頻度主義）と主観確率（ベイズ主義）

— モンティ・ホール問題 —

<https://l-hospitalier.github.io>

2020.3



ベイズのものとされる肖像画。1936年発行の「生命保険の歴史」に収録されていた。

感染対策の基礎知識

#233

【頻度主義確率論（客観確率）】今日の降水確率？ A氏が犯人である確率？ それらの確率は定義できない。stochastic（確率的）ということは**複数次事象に関する性質**で、単一事象は起きるか起きないかのどちらかで中間はない（都市の複数部分（区）や24時間のうち何%が雨という確率はある）。Karl PearsonやRonald Fisherによる頻度主義（frequentism）の確率統計学では確率は**偶然に起きる独立事象の全事象に占める割合**（全事象は1）が定義。1933年コロモゴロフ（Andray Nikolaevich Kolmogorov）により確率は「標本空間と対応する確率分布の関係」と再定義され、数学的基礎が与えられて「公理論的確率論」として論理的完成度を高めた。【ベイズ主義（主観確率）】

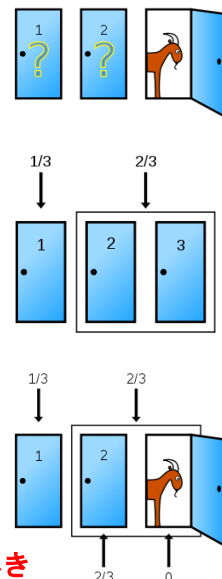
は英国の長老派牧師ベイズ（Thomas Bayes 1702~61）が残した証明が死後発見され、「ベイズ確率論」と呼ばれる考え方。右上の肖像画は1936年出版の本にある。死後200年後で本人のである（ベイズ流の）確率は高くない。小生が教えを受けた研究室のDrは血液の乱流を研究する頻度主義者で「ベイズアンと付き合うならもう教えない！」と言われた。確率論では乱流のように1点での瞬間の流速と方向を測定しても血流の性質を記述できないので、流速の平均、分散、尖度、歪度などの1からn次のモーメント（統計量）を計測、計算して表示する。一方ベイズ流の本日の降水確率70%の予測は（傘を持つ？）意思決定に役立つ。ベイズ確率問題として【モンティ・ホール問題】がある。

＜投稿された相談＞ プレーヤーの前に閉じた3つのドアがあって、1つのドアの後ろには景品の新車が、2つのドアの後ろには、はずれを意味するヤギがいる（右図上）。プレーヤーは新車のドアを当てると新車がもらえる。プレーヤーが1つのドアを選択した後、（結果を知っている）司会のモンティが残りのドアのうちヤギがいるドアを開けてヤギを見せる。ここでプレーヤーは最初に選んだドアを、残りの開けていないドアに変更してもよいと言われる。ここでプレーヤーはドアを変更すべき

だろうか？ 元々ドアが3枚なのでイカサマが無ければ正答率はどれも1/3。この設定はベイズ確率の条件付き確率の例（事後確率）で、10歳で現在まで人類最高のIQ 228を記録したマリリン・ボス・サバーンは1990年「マリリンにおまかせ」で「正解は『ドアを変更する』」である。なぜならドアを変更した場合は景品を当てる**確率が2倍**になる」と回答、全米の数学者を激怒させた（ポール・エルデシュ¹は1時間でマリリンが正しいのに気づいた）。右最下段の図はエルディシュの学生がPCでモンテカルロ法（乱数発生でランダム選択）を適用した結果（青点）で正答率は1/2。選択を常に変更した場合（赤点）は正答率2/3の結果。これでわかるようにドアが2枚残っていても確率1/2ではない。個別のドアの選択ではなく「**ハズレを見た後でドアを常に変更する**」という選択は、実は右図2番目のように1のドアを選ぶか、2と3のドアのグループを選ぶかになる。2枚ドアを選択すれば再度の選択が必要になるが司会者がハズレをすでに教えてくれているので正答率は2/3（モンティが開けたハズレも入れれば1/3）。さてここで事情を知らない宇宙人が突然円盤から下りてきて残りの2枚のドアの前に立てば（事前確率や選択変更は知らない）2枚のドア選択の正答率は（最下段図の青点の）1/2となる。状況により客観確率と主観確率は異なるがどちらも正しい（選択の内容が異なるので確率が異なるのはあたり前か）。【医学における確率論】

は通常はランダム化独立事象の標本空間での確率分布（頻度主義客観確率）であり、全ての事象を全宇宙にもれなく調査するのは不可能なので全標本調査は前提とされていない。もちろん独立事象だけでなく治療や服薬という事前確率を前提とした有病率や治癒率などの主観的確率を議論することもあるので、客観確率だけが医学における確率論の全てではない。

¹ 20世紀に最も多くの論文を書いた数学者。世界最大はレオンハルト・オイラーで850篇、5万ページと言われ1911年から全集刊行が始まったが、100年以上たっても完結していない。東北大学第20代総長、井上明久（1947~、姫工大卒）は1990年代に10年間で2800の論文を出版（毎週2報！）、研究不正が強く疑われている。



モンティ・ホール問題
閉まった3つのドアのうち当たり（自動車が入っている）は一つ。例示のように1つのドアがハズレと判った場合、直感的には残り2枚の当たり確率はどちらも1/2になるように思える。

