



# 統計と確率

— 発展の歴史 —

<https://l-hospitalier.github.io>

2021. 3



ブレーズ パスカル ピエール フェルマー

## 感染対策の基礎知識

#279

臨床医学は「途上技術である<sup>\*1</sup>」から「賭け」の部分がある。統計確率 プレーズ パスカル ピエール フェルマー  
を勉強して至適な意思決定するつもりで勉強したが、確率論は「**サンクトペテルブルグの逆説**」のような不安定さがある。【**賭事必勝法**】D ベルヌーイ（流体力学者）によるこの逆説は 1783 年「リスク測定に関する新しい理論」として発表された。コイントスで勝敗を決め、はじめは賭金を 1 円、次は 2 円とし  $n$  回目は  $2^n$  円に賭金を増やしていけば勝率は  $1/2$  なのでやがて勝ちが来る。1 回勝ったら勝負を止めれば  $2^n - 2^{n-1}$  円獲得。この計算は正しいが現実是这样いではない。もし連続 26 回負けた後 1 勝すると約 1 億円だが、この確率は小さいので期待値は約 14 円。【**期待値**】の定義はある試行を行ったときに得る値  $X_1, X_2, X_3, \dots$  の確率が  $P_1, P_2, P_3, \dots$  であれば期待値は  $E = X_1 \times P_1 + X_2 \times P_2 + \dots$ 。賭金の単位を 1 億円から始めれば期待値は 14 億円（必要な賭金は莫大で、経済学で**限界効用逓減の原則**？という）。フェラーによる別解は同様の賭けを無限に近い多数で同時に行い、標本抽出して結果を出すと同結果。【**確率論の始まり**】臨床医学では複数肢からの選択や施行の意思決定の場面が多い。現在の状態から短時間後の状態予測はニュートン流の線形微分方程式を解く。しかし賭博の場合この解法が機能しない。B パスカルは 1667 年 7 月 29 日<sup>\*2</sup>「メレの騎士」からの疑問を書簡にして P フェルマー<sup>\*3</sup>に送付。この 2 人の往復書簡が確率論の最初の成果となった。内容は「A と B が勝負、**5 回先勝**したものが賭け金をとるゲームで A が **4 勝**、B が **3 勝**した時点で終了した場合の正しい賭け金の分配？」というもの。一つは、B は後 2 勝せねばならず、A は 1 勝なので、A が  $2/3$ 、B が  $1/3$ 。別の考は A は 4 勝、B は 3 勝しているので A が  $4/7$ 、B が  $3/7$  が自然。この 2 つは誤りでパスカルもフェルマーも正解の A が  **$3/4$** 、B が  **$1/4$**  を獲得という解を導いた。正しい計算は残りの勝負の組み合わせを全て考えると勝ちが  $A \rightarrow A, A \rightarrow B, B \rightarrow A, B \rightarrow B$  の組み合わせ。そのうち A が賭金獲得の場合の数は  $A \rightarrow A, A \rightarrow B, B \rightarrow A$  の 3 個。B のそれは  $B \rightarrow B$  の 1 個。場合の数の比は 3 対 1 ( $3/4$  対  $1/4$ )。1 回の勝敗はベルヌーイ試行（独ではラプラス試行？）で等確率なので確率の和が解答（確率は完全加法族<sup>\*4</sup>）。J ベルヌーイ（D ベルヌーイの叔父）は「“事象の確率”とは**可能な結果の個数**に対するその事象が起こることになる**結果の数**の比である」が古典的確率の定義。A が 1 勝すれば 5 勝に達するので  $A \rightarrow A$  と  $A \rightarrow B$  は A のみで終了する 1 つの場合ではないか？しかし組み合わせ（場合）の数としては  $A \rightarrow A$  と  $A \rightarrow B$  は別のもの。確率には**測度**（大きさ、面積）を考える必要があり、この時点の A の 1 勝は  $A \rightarrow A$  と  $A \rightarrow B$  の 2 つの大きさ（広さ）を持つと考える。数学における測度論は H ルベーグが 1902 年に発表したルベーグ積分（学校で習うリーマン積分の一般化で関数の山を横にスライスして合計する）の論文が始まり。A コルモゴロフにより数学的（公理的）確率論が構築され、一見大雑把に見える統計確率の実験結果（試行）も無限に繰り返される試行の結果の系列を考える（極限移行）と“平均において”全く厳密な法則性が現れることが明らかになった。



Henri Leon Lebesgue

<sup>\*1</sup> 郡司篤晃著「安全という幻想 エイズ騒動から学ぶ」2015 年 <sup>\*2</sup> 「確率論誕生の日」とされる。 <sup>\*3</sup> 「 $a^n + b^n = c^n$  ( $n$  は 3 以上の自然数) を満たす自然数の組  $a, b, c$  は存在しない」というフェルマーの最終定理で有名 1995 年 A ワイルズが証明。 <sup>\*4</sup> 可算集合で加法 (+) の結果が閉じている（元の集合に収まる）もの。完全加法族の集合では**測度**（長さ、面積、体積など大きさ）が定義できる