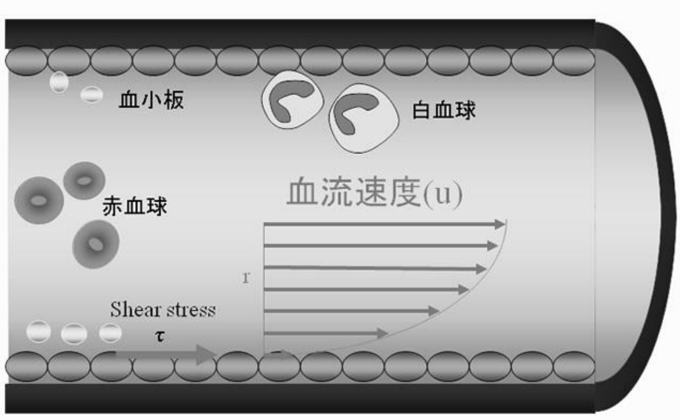
粘性、層流、乱流（３）

― 流体力学の基礎（２）―

https://l-hospitalier.github.io　2018. 6



Shear Stress（ずり応力）$\tau = \mu \dfrac{du}{dr}$（μ: 粘度）

【拍動流、定常流、非定常流、渦のない流れ】生体の血流は遠心型人工心肺による潅流時等をのぞけば通常は心拍に同期した拍動流。 但し定常な拍動流（正弦波の繰り返し）ではなく、一拍ごとに異なる非定常拍動流。 通常の大きさの動物（イヌ、ヒト等）では大動脈基部でのピーク・レイノルズ数は臨界 Re = 2300 を超すので、最大流速時には乱流遷移が一拍ごとにみられる。 これにより生体内では肺動脈、大動脈基部でコンプリート・ミキシングが発生、無気肺を通過した低酸素血が常に大脳に流れるというような事故は起きない。 動脈硬化の発生と乱流との関係などの研究はまだ十分な結果が得られていない。 乱流発生によるずり応力の増加が血管拡張を起こすことが知られていた。 血管内壁にずり応力がかかると血管拡張などの生理反応が起きるが、内皮細胞を除去した血管では見られない。 R. Furchgott、 L. Ignaro、 F. Murad らは血管内皮細胞由来の物質を内皮由来弛緩因子（endothelium - derived relaxing factor: EDRF）と呼び、EDRF の性質と作用機序を研究。 1986 年までに EDRF が哺乳類の心臓血管生理学的な多様な反応における重要な化合物である一酸化窒素（NO）であると断定した（1998 年ノーベル賞）。 **【境界層理論 boundary layer theory】**乱流では速度分布は平坦だが壁に沿って流速の遅い領域が発生し境界層と呼ばれる。 現実の交通機関などでは Re 数は臨界以上なので、ほぼ乱流域に入ることが多い。 そこで L. プラントルに[*1]よる境界層理論（boundary layer theory）を用いて近似的に現象を把握することがおこなわれる（乱流は本質的に非定常流）。 **【ナビエ・ストークス（NS）方程式】**

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\boldsymbol{v} - g\hat{\boldsymbol{z}}$$

古典的質点系の力学のニュートンの第二法則、力＝質量×加速度（F=mα）に相当する流体の運動方程式はアンリ・ナビエ（仏）ジョージ G ストークス（英）によって導かれた。NS 方程式は 2 階の非線形偏微分方程式で未だ一般解[*2]は発見されていない。 また解の存在可能性についても不明で、物理学と数学の重要な課題である（ミレニアム懸賞問題、100 万ドル）。 2 次元の NS 方程式は 1960 年に滑らかで大域的な解が得られている。 3 次元では初期条件や境界条件を与え数値解析で近似解を求めるが、NS 方程式の一般解が得られれば乱流を含む流体の挙動が正確に予測することができる可能性がある。（右図で上式は∇：ナブラの定義。 NS 式のΔはラプラス演算子で∇の内積；∇・∇に同じ）

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

$$\nabla\cdot\nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

[*1]超音速における衝撃波の理論も L. Plandtle と T. Meyer により提示された（1908）。 [*2]微分方程式では任意の解をあらわせる形式を「一般解」とよぶ。 2 階の常微分方程式は 2 つの任意定数 C1, C2 を含んだ解が一般解になることが知られている。 偏微分方程式でも「一般解」とは全ての解を一つの式で表したものを意味する。 但しその場合、一般解の表示には任意関数、または無限個の任意定数が必要となる。 一般解でない解が「特殊解」で一般解の任意定数に具体的な数値を代入しても得られる。