Leonardo Rodrigues Marques RA: 178610

Leonardo Rodrigues Marques

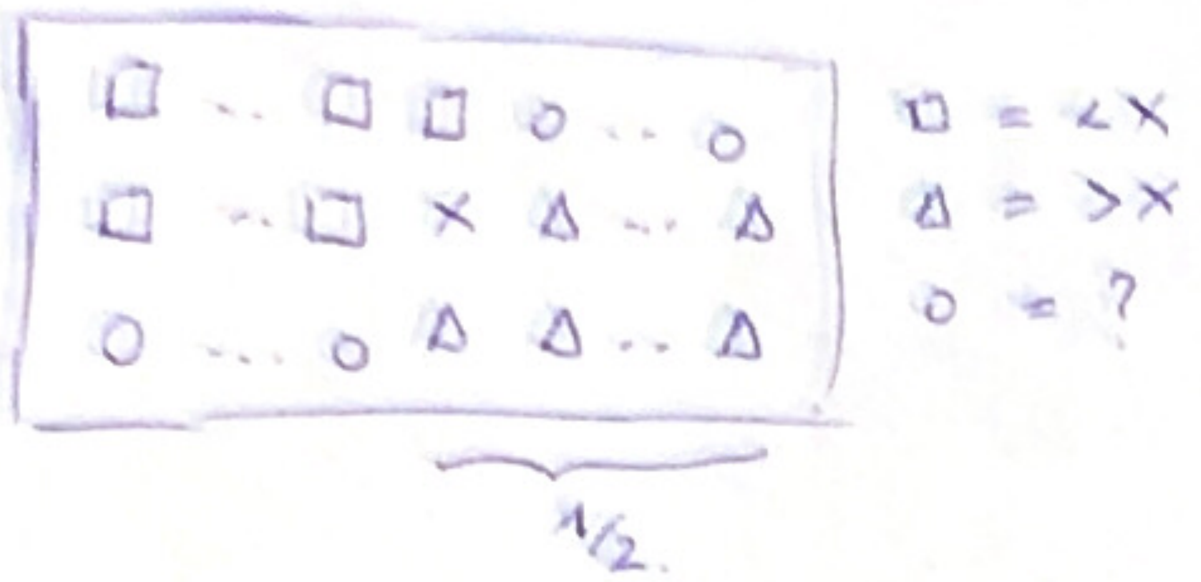
Corrigir questão 02

1) 0,0. Em branco.

2) 5,0

3) Não corrigido.

(02) Podemos utilizar o diagrama para visualizar o comportamento do algoritmo BFPRT em grupos de $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$.



Observe que no mínimo $\lfloor \frac{1}{2} \lfloor \frac{n}{3} \rfloor \rfloor$ grupos contribuem com 2 elementos maiores que x, exceto possivelmente o último e aquele que contém x. Portanto, temos $2\left(\lfloor \frac{1}{2} \lfloor \frac{n}{3} \rfloor \rfloor - 2\right) > \frac{n}{3} - 4$. O mesmo vale para elementos menores que x. A relação de recorrência do BFPRT para grupos $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ é então:

$$T(n) = T(\lfloor \tfrac{n}{3} \rfloor) + T(\max\{k-1, n-k\}) + \Theta(n)$$

Agora vamos resolver $\max\{k-1, n-k\}$: o máximo de elementos na chamada recursiva é determinado pelo número total de elementos n e o número de elementos mínimo $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor - 4$. Logo:

$$\max\{k-1, n-k\} \leq n - \left(\frac{n}{3} - 4\right) \leq \frac{2n}{3} + 4$$

A relação de recorrência então:

$$T(n) \leq \begin{cases} \Theta(1) & n \leq n_0 \\ T(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor) + T(\lfloor \frac{2n}{3} \rfloor + 4) + \Theta(n) & n > n_0 \end{cases}$$

Agora vamos supor que Chorozinho esteja certo, ou seja, BFPRT para grupos $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ não é linear. Então, vamos supor que $n \log n$ é uma função não linear candidata, e por substituição, vamos provar que $T(n) \geq n \log n$.

PHI: Assuma que $T(k) \geq ck \log k$ para $k < n$.

$$T(n) \geq T(\lfloor \tfrac{n}{3} \rfloor) + T(\lfloor \tfrac{2n}{3} \rfloor + 4) + an \quad , \quad \log(\lfloor \tfrac{2n}{3} \rfloor + 4) > \log \lfloor \tfrac{2n}{3} \rfloor$$

$$\overset{HI}{\geq} c\lfloor \tfrac{n}{3} \rfloor \log \lfloor \tfrac{n}{3} \rfloor + c\lfloor \tfrac{2n}{3} \rfloor \log \lfloor \tfrac{2n}{3} \rfloor + an$$

$$\geq c\frac{n}{3} \log \frac{n}{3} + c\frac{2n}{3} \log \frac{2n}{3} + an$$

$$= cn \log n + \left(\frac{2cn}{3} \log 2 - cn \log 3 + an\right)$$

$$\geq cn \log n \text{ , desde que.}$$

$$\frac{2cn}{3} \log 2 - cn \log 3 + an \geq 0 \Rightarrow c > 3.61a.$$

Dessa forma, provamos $T(n) \geq cn \log n + \Theta(n)$ para $c > 3.61a$.

Como $n \log n$ não é linear, Chorãozinho está correto.