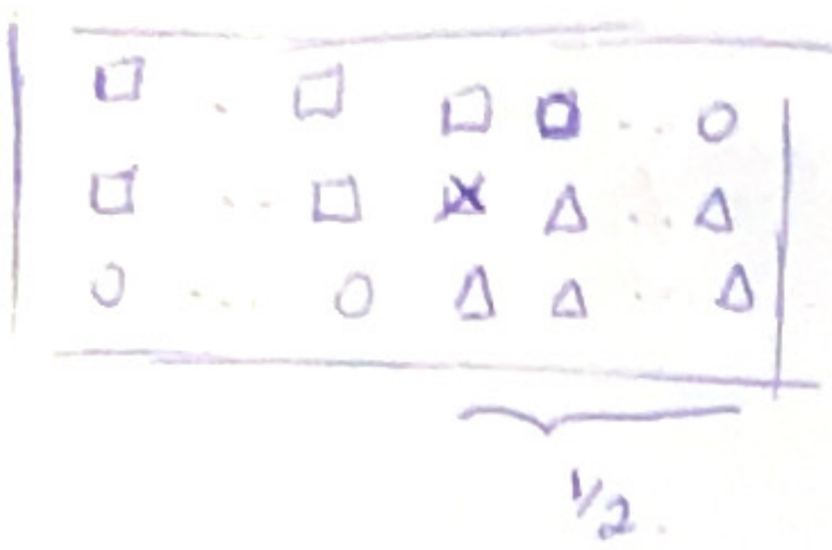
Leonardo Rodrigues Marques RA: 178610.

Leonardo Rodrigues Marques

Corrigir a questão 02.

(02) Podemos utilizar o diagrama para visualizar o comportamento do algoritmo BFPRT em grupos de $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$:



$\square = < x$
$\Delta = > x$
$\circ = ?$

Observe que no mínimo $\lfloor \frac{1}{2} \lfloor \frac{n}{3} \rfloor \rfloor$ grupos contribuem com 2 elementos maiores que x, exceto possivelmente o último e aquele que contém x. Portanto, temos $2\left(\lfloor \frac{1}{2} \lfloor \frac{n}{3} \rfloor \rfloor - 2 \right) \geq \frac{n}{3} - 4$. O mesmo vale para elementos menores que x.

A relação de recorrência do BFPRT para grupos $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ é então:

$$T(n) = T(\lfloor \tfrac{n}{3} \rfloor) + T(\max\{k-1, n-k\}) + \Theta(n).$$

Agora vamos resolver $\max\{k-1, n-k\}$: o máximo de elementos no chamado recursivo posterior é menor ou igual ao número total de elementos n menos o número de elementos mínimo $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor - 4$. Logo:

$$\max\{k-1, n-k\} \leq n - \left(\frac{n}{3} - 4\right) \leq \frac{2n}{3} + 4.$$

A relação de recorrência está agora completa:

$$T(n) \leq \begin{cases} T(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor) + T(\lfloor \frac{2n}{3} \rfloor + 4) + \Theta(n), & n > n_0 \\ \Theta(1) & , n \leq n_0. \end{cases}$$

Agora vamos provar que $T(n) \geq c\, n \log n$. Assuma que $T(k) \geq c\, k \log k$ para $k < n$. (P.H.I).

$$T(n) \geq T(\lfloor \tfrac{n}{3} \rfloor) + T(\lfloor \tfrac{2n}{3} \rfloor) + \Theta(n)$$
$$\geq c \lfloor \tfrac{n}{3} \rfloor \log \lfloor \tfrac{n}{3} \rfloor + c \lfloor \tfrac{2n}{3} \rfloor \log \lfloor \tfrac{2n}{3} \rfloor + \Theta(n)$$

$$= \frac{cn}{3}\log\frac{n}{3} + \frac{c2n}{3}\log\frac{2n}{3} + \Theta(n)$$

$$= \frac{cn}{3}(\log n - \log 3) + 2\frac{cn}{3}(\log 2 + \log n - \log 3) + \Theta(n)$$

$$= \frac{cn}{3}\log n + \frac{2cn}{3}\log n \underbrace{- \frac{cn}{3}\log 3 + \frac{2cn}{3}(\log 2 - \log 3) + \Theta(n)}_{\Theta(n)}$$

$$\geq cn\log n + \Theta(n).$$

Como $T(n) > n\log n$ para c escolhido e $\underline{n\lg n}$ <u>não</u> é <u>linear</u>, <u>Chorãozinho está correto</u>.