

Tarefa (35)x) ②one-to-oneSuponha $m_1, m_2 \in A$, tal que $f(m_1) = f(m_2)$.

$$\bullet \frac{m_1+1}{m_1-1} = \frac{m_2+1}{m_2-1}$$

$$m_1-1 \quad m_2-1$$

$$\bullet (m_1+1)(m_2-1) = (m_2+1)(m_1-1)$$

$$\bullet m_1m_2 - m_1 + m_2 - 1 = m_2m_1 - m_2 + m_1 - 1$$

$$\bullet -m_2 + m_2 = -m_2 + m_2$$

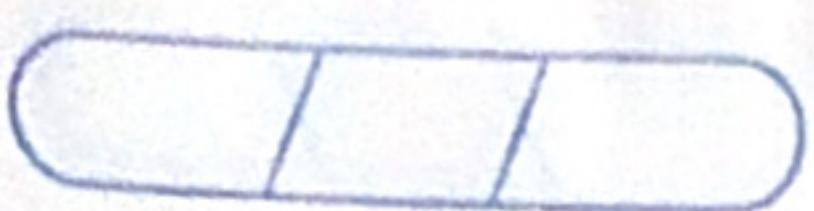
$$\bullet 2m_2 = 2m_1 \Rightarrow m_1 = m_2 \quad f(m_1) = f(m_2)$$

Como m_1, m_2 são arbitrários, f é one-to-one.ontoSuponha $y \in A$ é arbitrária tal que $f(x) = y$

$$y = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow y(x-1) = x+1 \Rightarrow yx-y = x+1 \Rightarrow yx-x = y+1$$

$$\Rightarrow x(y-1) = y+1 \Rightarrow x = \frac{y+1}{y-1}$$

Como $y \in A \Rightarrow y \neq 1$, logo $x \in A$, y é arbitrária, segue
que para todo $y \in A$, existe um $x = \frac{y+1}{y-1}$ tal que $f(x) = y$. Logo f é onto.



(b)

$$f \circ f(n) = f(f(n)) = f\left(\frac{n+1}{n-2}\right) = \frac{2+1}{n-2} + 1$$

$$\frac{n+1}{n-2} - 1$$

$$f \circ f(x) = \frac{2+1+(x-2)}{x-2} = \frac{2x}{x-2} = \frac{2x}{x-2} \times \frac{x-1}{x-1} = \frac{2x^2 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$f \circ f(x) = x. \quad \text{Logo } f \circ f = \text{id}$$

x₂)

(a) $f(2) = \{y \in \mathbb{R} | -\sqrt{2} < y < \sqrt{2}\}$

(b) $f(-1) = f(-2) = \emptyset$, logo f não é one-to-one.

Para qualquer conjunto de $y = \{q \in \mathbb{R}\}$, se $x = 1 + (\text{maior elemento de } y)^2$, logo $(x, y) \in f$, portanto f é onto.

x₃)

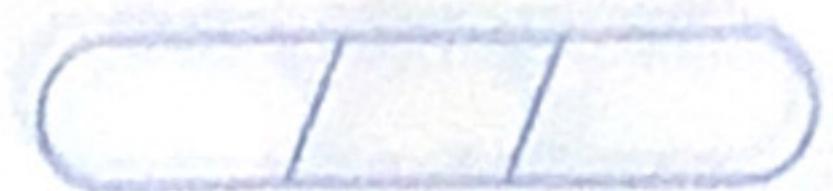
(a) $f(\{f(1,2), f(3,4)\}) = \{2, 3, 4\}$

(b) não é one-to-one devido que $f(\{f(1,2), f(3,4)\}) = f(\{f(3,4), f(1,2)\})$

Logo, é onto.

x₄)

(a) Suponha $g \circ f : A \rightarrow C$ é onto. Suponha $c \in C$ é arbitrário. Como $g \circ f$ é onto, deve existir algum elemento a tal que $a = g \circ f(c)$ ou $f(a) = c$. Como c



\rightarrow arbitrários, para cada elemento de $C \subseteq C$, existe um elemento $b = f(a)$ tal que $g(b) = c$. Logo g é onto.

(b) Suponha $g \circ f: A \rightarrow C$ é um-para-um. Suponha que $a_1, a_2 \in A$, tal que $f(a_1) = f(a_2)$. Dado de que g é uma função, segue $g(f(a_1)) = g(f(a_2))$. Segue que $g \circ f(n_1) = g \circ f(n_2)$. Dado $g \circ f$ é um-para-um, segue que $n_1 = n_2$. Logo $f(n_1) = f(n_2)$, então $n_1 = n_2$. Como n_1, n_2 são arbitrários, f é um-para-um.

x5)

(a) Dado de que g não é um-para-um, suponha $b_1, b_2 \in B$ tal que $g(b_1) = g(b_2)$. Como f é onto, segue existe algum $a_1, a_2 \in A$ tal que $f(a_1) = b_1$, $f(a_2) = b_2$. Como tem-se $g(f(a_1)) = g(f(a_2))$, logo f não é um-para-um.

(b) Dado de que f não é onto, suponha $b \in B$ tal que $\forall a \in A (f(a) \neq b)$. Dado de que g é uma função de B para C , segue que para algum $c \in C$, $c = g(b)$. Provar-se por contra dicção. Suponha que $g \circ f$ é onto. logo, existe algum $a \in A$, $g \circ f(a) = c$. Então $g(f(a)) = c$. Dado $g(b) = c$ e g é um-para-um, segue $f(a) = b$. Mas isso contradiz que $\forall a \in A (f(a) \neq b)$. logo $g \circ f$ não é onto.

(4) (a) Suponha que R é reflexiva e f é onto. Suponha que x é arbitário em B . Dado de que f é uma função onto em $A \rightarrow B$, existe um elemento $v \in A$ tal que $f(v) = x$. Dado de que R é reflexiva e $v \in A$, segue que $(v, v) \in R$.

Entos $f(x) \wedge f(y) = x \wedge (y, v) \in R$. Ento $(x, v) \in S$.

Morde de que x e v són , segue que S e reflexiva.

- (b) Supoche R e transitiva e f e un per-un. Supoche
 (x,y) es e (y,z) es. Ento $(x,z) \in R$ e $(v,w) \in R$ tal que
 $f(v)=x$ e $f(w)=z$ e $f(v)=y$ e $f(w)=y \Rightarrow f(w)=z$
Morde f e un per-un , segue que $v=w$, ou seja,
 $v=w$. Ento $(v,v) \in R$ e $(v,w) \in R$, segue que
 (x,z) es logo S e transitiva.