6

a) $(S \vee G) \Rightarrow$ Or Steve is happy or George is happy.

$(\neg S \vee \neg G) \Rightarrow$ Or Steve is not happy or George is not happy

$\wedge \Rightarrow$ connector and

$\begin{cases} \text{false} = \text{both Steve and George are happy or not happy} \\ \text{true} \Rightarrow \text{One of them is happy and another is not happy} \end{cases}$

b) $(G \wedge \neg S) \Rightarrow$ George is happy, Steve is not happy

$[S \vee (G \wedge \neg S)] \Rightarrow$ Or Steve is happy or George is happy and Steve is not happy. One of them is happy to be true.

$[S \vee (G \wedge \neg S)] \vee \neg G \Rightarrow$ Either any of them is happy or George is not happy

$\Rightarrow$ Either one of Steve and George is happy or either one of them is not happy.

c) $(\neg S \vee \neg G) \Rightarrow$ Or Steve is not happy or George is not happy.

$[G \wedge (\neg S \vee \neg G)] \Rightarrow$ George is happy and either Steve is not happy or George is not happy. $\Rightarrow$ George is happy and Steve is not happy.

$S \vee [G \wedge (\neg S \vee \neg G)] \Rightarrow$ Either Steve is happy or George is happy.

(12)

(a) $\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \wedge \neg R)$

Lei de Morgan $\Rightarrow (\neg\neg P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge \neg R) =$

Negação Duplo $\Rightarrow (P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge \neg R)$

Distributiva $\Rightarrow P \wedge (\neg Q \vee \neg R)$

Lei de Morgan $\Rightarrow P \wedge \neg (Q \wedge R)$

(b) $\neg(\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg R)$

Lei de Morgan $\Rightarrow \neg(\neg(P \vee \neg Q) \vee (P \wedge \neg R)$

Negação $\Rightarrow (P \vee \neg Q) \vee (P \wedge \neg R)$

Distributiva $\Rightarrow (P \vee \neg Q \vee P) \wedge (P \vee \neg Q \vee \neg R)$

True $\Rightarrow (P \vee \neg Q) \wedge (P \vee \neg Q \vee \neg R)$

Absorção $\Rightarrow (P \vee \neg Q)$

(c) $(P \wedge R) \vee [\neg R \wedge (P \vee Q)]$

Distributiva $(P \wedge R) \vee (P \wedge \neg R) \vee (Q \wedge \neg R)$

Distributiva $[((P \wedge R) \vee P) \wedge ((P \wedge R) \vee \neg R)] \vee (Q \wedge \neg R)$

Distributiva

$((P \vee P) \wedge (P \vee R)) \wedge ((P \vee \neg R) \wedge \underbrace{(R \vee \neg R)}_{\text{True}}) \vee (Q \wedge \neg R)$

Tautologia

$(P \wedge (P \vee R)) \wedge (P \vee \neg R) \vee (Q \wedge \neg R)$

Absorção

$P \wedge (P \vee \neg R) \vee (Q \wedge \neg R)$

Distributiva $(P \wedge P) \vee (P \wedge \neg R) \vee (Q \wedge \neg R)$

Idempotente $P \vee (P \wedge \neg R) \vee (Q \wedge \neg R)$

Absorção $P \vee (Q \wedge \neg R)$

(18) Se a conclusão de um argumento é uma tautologia, o argumento é sempre verdade, portanto
- se as premissas são verdadeiras, o argumento é válido

Se a conclusão é uma contradição
- se as premissas são verdadeiras, o argumento não é válido
- se as premissas forem falsas, o argumento é válido.

Se uma das premissas é uma tautologia
- não se sabe sobre outra premissa e portanto não se sabe a conclusão.

Se uma das premissas é uma contradição,
O argumento é sempre válido.

(4) (a) $E = \{ n^2 \mid n > 0 \text{ e } n \in \mathbb{N} \}$
(b) $E = \{ 2^n \mid n \in \mathbb{N} \}$
(c) $E = \{ x \in \mathbb{N} \mid 10 \leq x \leq 19 \}$

(5) $-3 \in \mathbb{R} \wedge 19 > 1$ Nenhuma Variável livre Verdade
$4 \in \mathbb{R} \wedge 5 > 1$ Nenhuma Variável livre Falso
$5 \in \mathbb{R} \wedge 3 > c$ Uma variável livre

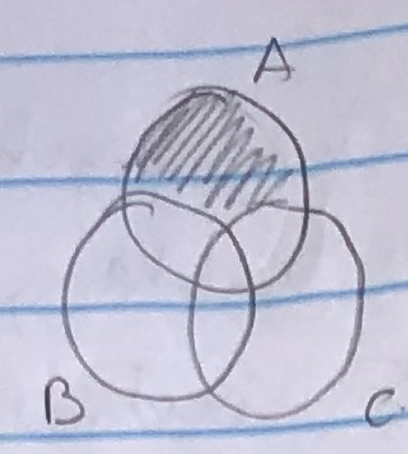
(8) (a) $x^2 - 4x + 3$ $(x-1).(x-3)$
$x \in \mathbb{R} \wedge x \in \{1;3\} \rightarrow$ true

$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$

(b) $x^2 - 2x + 3 = 0$ $\Delta = 4 - 4.1.3 = -8$
$x \in \mathbb{R} \wedge x \in \{ 1 \pm \sqrt{2} \}$

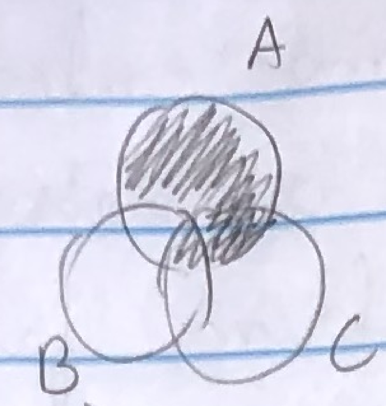
(c) $x \in \mathbb{R} \wedge -5 \leq x < 55$ true g*1

(a) $(A \setminus B) \setminus C$



$x \in A \wedge x \notin B \wedge x \notin C$

(b) $A \setminus (B \setminus C)$



$x \in A \wedge \neg(x \in B \wedge x \notin C)$

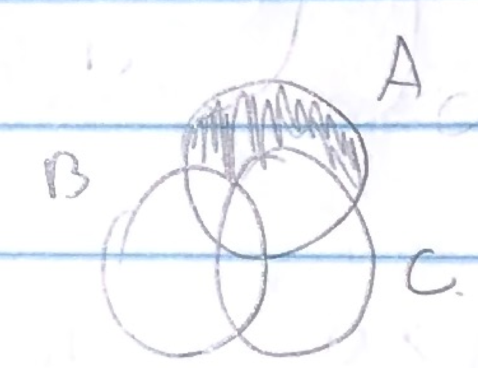
$x \in A \wedge (x \notin B \vee x \in C)$

$(x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in C)$

$(A \setminus B) \cup (A \cap C)$

(c) mesmo

(d) $(A \setminus B) \cap (A \setminus C)$



$(x \in A \wedge x \notin B) \wedge (x \in A \wedge x \notin C)$

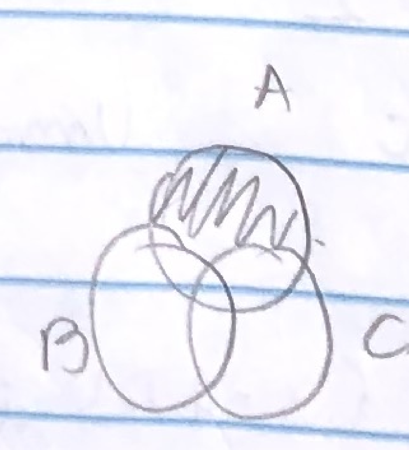
$((x \in A \wedge x \notin B) \wedge x \in A) \wedge ((x \in A \wedge x \notin B) \wedge x \notin C)$

$(x \in A \wedge x \notin B) \wedge (x \in A \wedge x \notin B) \wedge x \notin C)$

$x \in A \wedge x \notin B \wedge x \notin C$

$(A \setminus B) \setminus C$

(e) $A \setminus (B \cup C)$



$(x \in A) \wedge \neg(x \in B \vee x \in C)$

$(x \in A) \wedge (x \notin B \wedge x \notin C)$

15

(a) $\Delta = ?$

5. $P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$

a.

$P \leftrightarrow Q \Rightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$

$(\neg P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee P)$

$((\neg P \vee Q) \wedge \neg Q) \vee ((\neg P \vee Q) \wedge P)$

$(\neg P \wedge \neg Q) \vee \underbrace{(Q \wedge \neg Q)}_{\text{FALSO}} \vee \underbrace{(\neg P \wedge P)}_{\text{FALSO}} \vee (P \wedge Q)$

$(\neg P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q) \Rightarrow (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$

b. $(P \rightarrow Q) \vee (P \rightarrow R)$ $\quad P \rightarrow (Q \vee R)$

$(\neg P \vee Q) \vee (\neg P \vee R)$

$\neg P \vee \underbrace{(Q \vee R)}_{G} \Rightarrow \neg P \rightarrow G \Rightarrow P \rightarrow G$

$P \rightarrow (Q \vee R)$

8.* $\neg P \vee Q \Rightarrow P \rightarrow Q$

$\neg (P \wedge \neg Q) \Rightarrow P \rightarrow Q$

$\neg\neg (P \wedge \neg Q) \Rightarrow \neg (P \rightarrow Q)$

$P \wedge \neg Q \Rightarrow \neg (P \rightarrow Q)$

$\boxed{P \wedge Q \Rightarrow \neg (P \rightarrow \neg Q)}$

9. $P \leftrightarrow Q$

$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$

$A \wedge B$

$= \neg (A \rightarrow \neg Q)$

$\neg ((P \rightarrow Q) \rightarrow \neg (Q \rightarrow P))$

10

a) $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

$P \rightarrow (\neg Q \vee R) = \neg P \vee (\neg Q \vee R) = \neg P \vee \neg Q \vee R$

b) $Q \rightarrow (P \rightarrow R)$

$Q \rightarrow (\neg P \vee R) = \neg Q \vee \neg P \vee R \Rightarrow$ refere-se a A

c) $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R) = (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R)$

$= \neg P \vee (Q \wedge R)$

d) $(P \wedge Q) \rightarrow R \Rightarrow \neg(P \wedge Q) \vee R \quad \neg P \vee \neg Q \vee R$

refere-se a A

e) $P \rightarrow (Q \wedge R) \Rightarrow \neg P \vee (Q \wedge R)$ refere-se a C