7

a) True b) False c) False d) True, $x < 10$ implica x é 9 ou menor que 9. Portanto se $y < x$, implica que $y < 9$.
e) True f) False $\Rightarrow$ $x = 100$, $y = 101$, logo $z = -1$, entretanto x, y, z são naturais

8) a) True b) False c) True d) False, supõe que x é 9.3, então y pode ser 9.2, que é menor que 9. e) True.
f) True, pois z pode assumir valores negativos.

9) a) True b) False c) False d) True e) True
f) True

3

a) True

$x = 6$	$a = 1, b = 1, c = 2$		É possível dizer
$x = 5$	$a = 0, b = 1, c = 2$		que a declaração
$x = 3$	$a = 0, b = 1, c = 1$		é verdade.

b) False para $x = 7$ $(7-4)^2 = 3^2 = 9$ não é único.
para $x = 1$ $(1-4)^2 = (-3)^2 = 9$

c) True. para $x = 9$ $(9-4)^2 = 5^2 = 25$
para $x = -1$, $x \notin \mathbb{N}$, portanto $x = 9$ é único.

d) True, $x = 9$, $y = 9$

7) $\exists x\,(P(x) \to Q(x)) \Rightarrow \exists x\,(\neg P(x) \vee Q(x))$
$\exists x \neg P(x) \vee \exists x\, Q(x) \Rightarrow \neg \forall x\, P(x) \vee \exists x\, Q(x) \Rightarrow \forall x\, P(x) \to \exists x\, Q(x)$

(10)

(a) $\exists x \in A P(x) \vee \exists x \in B P(x)$

$\equiv \exists x \in (A \cup B) P(x)$

$\exists x (x \in A \wedge P(x)) \vee \exists x (x \in B \wedge P(x))$

$\exists x (x \in A \vee x \in B) \wedge P(x)$

$\exists x (x \in (A \vee B)) \wedge P(x)$

$\exists x \in (A \cup B) P(x)$

(b) $\exists x \in A P(x) \wedge \exists x \in B P(x) \overset{?}{=} \exists x \in (A \cap B) P(x)$

Se os conjuntos forem disjuntos, isso é falso

Caso contrário, para alguns valores, pode ser verdadeiro.

(11) $A \subseteq B \Rightarrow \forall x (x \in A \rightarrow x \in B)$

$A / B = \emptyset$

$\neg \exists x (x \in (A/B))$

$\neg \exists x (x \in A \wedge x \notin B)$

$\forall x \neg (x \in A \wedge x \notin B)$ $\Rightarrow$ Morgan

$\forall x (x \notin A \vee x \in B) \Rightarrow \forall x (x \in A \rightarrow x \in B)$ ok

(6) $I = \{2,3,4,5\}$ $\bigcap_{i \in I} A_i = \{4\}$

$A_2 = \{2,3,1,4\}$ $\bigcup_{i \in I} A_i = \{2,3,4,5,1,6,8,10\}$

$A_3 = \{3,4,2,6\}$

$A_4 = \{4,5,3,8\}$

$A_5 = \{5,6,4,10\}$

(9) ?

(10) $x \in P(A) \cap P(B) = x \in P(A) \wedge x \in P(B) = x \subseteq A \wedge x \subseteq B$

$\forall y (y \in x \to y \in A) \wedge \forall y (y \in x \to y \in B)$

$\forall y \in x (y \in A) \wedge \forall y \in x (y \in B)$

$\forall y \in x (y \in A \wedge y \in B) = \forall y \in x (y \in (A \wedge B))$

$\forall y \in x (y \in (A \cap B)) = x \subseteq (A \cap B) \equiv x \to P(A \cap B)$

(13)

(a) $I = \{1, 2\}$ $J = \{3, 4\}$

$B_j = \bigcup_{i \in I} A_{i,j} = A_{1,j} \cup A_{2,j}$

$B_3 = A_{1,3} \cup A_{2,3} = \{1, 3, 4\} \cup \{2, 3, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B_4 = A_{1,4} \cup A_{2,4} = \{1, 4, 5\} \cup \{2, 4, 6\} = \{1, 2, 4, 5, 6\}$

(b) $B_3 \cap B_4 = \{1, 2, 4, 5\}$

(c) $C_i = \bigcap_{j \in J} A_{ij} = A_{i,3} \cap A_{i,4}$

$C_1 = A_{1,3} \cap A_{1,4} = \{1, 4\}$ $\qquad C_1 \cup C_2 = \{1, 2, 4\}$

$C_2 = A_{2,3} \cap A_{2,4} = \{2\}$

(d) $x \in \bigcap_{j \in J} (\bigcup_{i \in I} A_{ij}) =$?

$x \in \bigcup_{i \in I} (\bigcap_{j \in J} A_{ij})$

(14) (a) $x \in \cup F \equiv \exists A \in F (x \in A)$

$= \exists A (A \in F \wedge x \in A)$

$F = \emptyset$, $A \in F$ sempre é falso. $x \in \cup\emptyset$ = falso

(b) $x \in \cap F = \forall A (\underbrace{A \in F}_{\text{False}} \to x \in A)$

$F = \emptyset$

$\Downarrow$

$\underbrace{\neg A \wedge B}_{\text{True}}$

$x \in \cap\emptyset$ = true. $\cap\emptyset = U$.

B) P(x)

é falso

um verdadeiro

x ∈ B) ok

5, 6, 8, 10}

6 $\exists x\,(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \neg\neg\exists x\,(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow$

$\neg\forall x\,\neg(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \neg\forall x\,(\neg P(x) \wedge \neg Q(x)) \Leftrightarrow$

$\neg(\forall x\,\neg P(x) \wedge \forall x\,\neg Q(x)) \Leftrightarrow \neg\forall x\,\neg P(x) \vee \neg\forall x\,\neg Q(x)$

$\neg\forall x\,\neg P(x) \vee \neg\forall x\,\neg Q(x) \Leftrightarrow \exists x\,\neg\neg P(x) \vee \exists x\,\neg\neg Q(x)$

$= \exists x\,P(x) \vee \exists x\,Q(x)$