Tarefa (06)

(8)

Dados	Objetivo
	$A \subseteq B \leftrightarrow P(A) \subseteq P(B)$
	$A \subseteq B \rightarrow P(A) \subseteq P(B)$ Objetivo (1)
	$P(A) \subseteq P(B) \rightarrow A \subseteq B$ Objetivo (2)

DADOS	OBJETIVO (1)
	$A \subseteq B \rightarrow P(A) \subseteq P(B)$
$A \subseteq B$	$P(A) \subseteq P(B)$
$A \subseteq B$	$\forall x\,(x \in P(A) \rightarrow x \in P(B))$
$A \subseteq B$	$x \in P(B)$
$x \in P(A)$	
$\forall y\,(y \in A \rightarrow y \in B)$	$x \in P(B)$
$x \in P(A)$	y = instanciação universal
$x \in A$	
$\forall y\,(y \in A \rightarrow y \in B)$	$x \in P(B)$
$x \in P(A)$	
$x \in A$	
$x \in B$	
$\forall y\,(y \in A \rightarrow y \in B)$	$x \in P(B)$
$x \in P(A)$	
$x \in A$	
$x \in B$	
$x \in P(B)$	

→ Partindo de $A \subseteq B$, queremos chegar em $P(A) \subseteq P(B)$. Considere um x arbitrário, sendo que se x pertence a $P(A)$, logo $x \in A$. Como $x \in A$ implica $x \in B$, logo $x \in B$.

Assim, $x \in P(B)$. Conclui-se então $\forall x\,(x \in P(A) \rightarrow x \in P(B))$, ou então $P(A) \subseteq P(B)$.

DADOS	OBJETIVO 2
	$P(A) \subseteq P(B) \rightarrow A \subseteq B$
$P(A) \subseteq P(B)$	$A \subseteq B$
$\forall x\,(x \in P(A) \rightarrow x \in P(B))$	$\forall y\,(y \in A \rightarrow y \in B)$
$\forall x\,(x \in P(A) \rightarrow x \in P(B))$	$y \in A \rightarrow y \in B$
$y \in U$	
$\forall x\,(x \in P(A) \rightarrow x \in P(B))$	$y \in B$
$y \in U$	
$y \in A$	
$\forall x\,(x \in P(A) \rightarrow x \in P(B))$	$y \in B$
$x_0 \in P(A) \rightarrow x_0 \in P(B)$	
$y \in U$	
$y \in A$	
$y \in x_0$	
$y \in B$	

Partindo de $P(A) \subseteq P(B)$, queremos chegar em $A \subseteq B$. Considere para um x_0, $x_0 \in P(A) \rightarrow x_0 \in P(B)$ ①. Agora, considere um elemento $y \in x_0$ e que $y \in A$. Portanto, temos que $x_0 \in P(A)$. Por ①, $x_0 \in P(B)$ e como $y \in x_0$, $y \in B$. Por fim, $x \in A \rightarrow x \in B$, logo $A \subseteq B$.

(11)

(a) O valor de k pode não ser o mesmo para os números.

(b) $n = 7 \quad m = 2 \qquad 7^2 - 2^2 = 7 + 2 \qquad 49 - 4 = 9$

$45 \neq 9$, o que torna a prova falha.

(13) $\exists z \in \mathbb{R}\ \forall x \in \mathbb{R}^+ [\exists y \in \mathbb{R}\ (y - x = y/x) \leftrightarrow x \neq z]$

Dados	Objetivo (1)
	$\exists z \in \mathbb{R}\ \forall x \in \mathbb{R}^+ [\exists y \in \mathbb{R}\ (y - x = y/x) \rightarrow x \neq z]$
$z = z_0$ $x \in \mathbb{R}^+$	$\exists y \in \mathbb{R}\ (y - x = y/x) \rightarrow x \neq z$
$z = z_0$ $x \in \mathbb{R}^+$ $\exists y \in \mathbb{R}\ (y - x = y/x)$	$x \neq z$
$z = z_0 = 1$ (suposição) $x \in \mathbb{R}^+$ $\exists y \in \mathbb{R} \left(y = \frac{x^2}{\underbrace{x-1}} \right)$	$x \neq z$

$x - 1 \neq 0 \quad x \neq 1 \ , \ z_0 = 1 \Rightarrow z \neq x$

→ Suponha que z vale 1. Suponha também que $x \in \mathbb{R}^+$ e que $\exists y \in \mathbb{R} \left(y = \underbrace{\frac{x^2}{x-1}}_{f(x)} \right)$. $f(x)$ só gera valor se $x \neq 1$.

Como $x \neq 1$ e $z = 1$, tem-se $x \neq z$. Logo

$\exists z \in \mathbb{R}\ \forall x \in \mathbb{R}^+ [\exists y \in \mathbb{R}\ (y - x = y/x) \rightarrow x \neq z]$

Dados	Objetivo ②
	$\exists z \in \mathbb{R}\, \forall x \in \mathbb{R}^+ [x \neq z \to \exists y \in \mathbb{R} (y - x = y/x)]$
$z = z_0$ $x \in \mathbb{R}^+$	$x \neq z \to \exists y \in \mathbb{R}^+ (y - x = y/x)$
$z = z_0$ $x \in \mathbb{R}^+$ $x \neq z$	$\exists y \in \mathbb{R} (y - x = y/x)$
$z = z_0$ $x \in \mathbb{R}^+$ $x \neq z$ $y \in \mathbb{R}$	$\left(y - x = \frac{y}{x}\right)$
$z = z_0 = 1$ ⓐ $x \in \mathbb{R}^+$ ⓒ $x \neq z$ ⓑ $\quad x \neq 1$ $y \in \mathbb{R} \quad x = 2$	$y = \frac{x^2}{x-1}$ $x = 2$, $(y = 4)$ valor definido

← Suponho que $z = 1$ ⓐ. E que também $x \neq z$ ⓑ e $x \in \mathbb{R}^+$ ⓒ, a forma $y = \frac{x^2}{x-1}$ vale para $x \neq 1$. Então a forma

$y - x = y/x$ é válido, $z \neq 1$, $x = z$ e $\exists y (y - x = y/z)$ são corretos. Logo, é verdade $\exists z\, \forall x \in \mathbb{R}^+ [x \neq z \to \exists y (y - x = y/z)]$

20

a) $(\bigcup F)\setminus(\bigcup G) \subseteq \bigcup(F\setminus G)$

Dados	Objetivo
	$(\bigcup F)\setminus(\bigcup G) \subseteq \bigcup(F\setminus G)$
	$\forall x\,(x \in (\bigcup F)\setminus(\bigcup G) \rightarrow x \in \bigcup(F\setminus G))$
$x \in U$	$x \in (\bigcup F)\setminus(\bigcup G) \rightarrow x \in \bigcup(F\setminus G)$
$x \in U$	$x \in \bigcup(F\setminus G)$
$x \in (\bigcup F)\setminus(\bigcup G)$	
$x \in U$	$x \in \bigcup(F/G)$
$x \in \bigcup F \wedge x \notin \bigcup G$	
$x \in U$	$x \in \bigcup(F/G)$
$x \in \bigcup F$	
$x \notin \bigcup G$	
$x \in U$	$x \in \bigcup(F/G)$
$\{x \mid \exists A \in F(x\in A)$	
$\{x \mid \nexists B \in F(x\in B)$	
$x \in U$	$x \in \bigcup(F\setminus G)$
$\{x \mid \exists A \in F(x\in A)$	
$\{x \mid \nexists B \in F(x\in B)$	
$x \in \bigcup(F\setminus G)$	

Seja x arbitrário. Suponha que $x \in (\bigcup F)\setminus(\bigcup G)$, o que significa que x pertence a $\bigcup F$ e não pertence a $\bigcup G$. De outra forma, existe um conjunto A, que x pertence, e que está contido em F, assim como ñ existe um conjunto B, que x pertence, que está contido em G. Portanto, é possível afirmar que x pertence aos conjuntos $F\setminus G$. Logo, podemos concluir que $(\bigcup F)\setminus(\bigcup G) \subseteq \bigcup(F\setminus G)$.

(b) Since $x \in A$ and $A \notin G$, $x \notin \cup G$. Há possibilidade de um outro conjunto A' que x pertence estejo no união do G.

(c)

Dados	Objetivo (1)
	$\cup(F \setminus G) \subseteq (\cup F) \setminus (\cup G) \to$
	$\forall A \in (F \setminus G)\ \forall B \in G (A \cap B = \emptyset)$
$\cup(F \setminus G) \subseteq (\cup F) \setminus (\cup G)$	$\forall A \in (F \setminus G)\ \forall B \in G (A \cap B = \emptyset)$
$\forall x (x \in \cup(F \setminus G) \to x \in (\cup F) \setminus (\cup G))$	$\forall A \in (F \setminus G)\ \forall B \in G (A \cap B \neq 0)$
já provado	
$x \in (\cup F) \setminus (\cup G)$	
$x \in \cup F \wedge x \notin \cup G$	$\forall A \in (F \setminus G)\ \forall B \in G (A \cap B \neq 0)$
$x \in \cup F$	
$x \notin \cup G$	//
$x \mid \exists A \in \cup F$	
$x \mid \nexists B \notin \cup G$	não sei ...

(d) $\cup(F \setminus G) \neq (\cup F) \setminus (\cup G)$

$A_1 = \{1, 2, 7\}$ $\quad B_1 = \{2, 5\}$

$A_2 = \{3, 5\}$ $\quad B_2 = \{3, 7\}$

$\left\{ \begin{array}{l} A_1 - B_1 = \{1, 7\} \quad \cup \Rightarrow \{1, 5, 7\} \\ A_2 - B_2 = \{5\} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} A_1 + A_2 = \{1, 2, 3, 5, 7\} \quad \setminus \Rightarrow \{1\} \\ B_1 + B_2 = \{2, 3, 5, 7\} \end{array} \right.$

tilibra

(22)

(a) 1. $P \leftrightarrow Q$

2. $P \wedge Q$

3. $\forall x\ P(x)$

(b)

Dados	Objetivo ①
	$B \setminus (\bigcup_{i \in I} A_i) \leftrightarrow \bigcap_{i \in I} (B \setminus A_i)$
	$x \in B \wedge \forall i \in I (x \notin A)$
	$\forall i \in I (x \in B \wedge x \notin A_i)$
	$\forall i \in I (B \setminus A_i)$
	$A_{i \in I} (B \setminus A_i)$

(c) $x \in B \setminus (\bigcap_{i \in I} A_i)$

$x \in B \wedge \neg \forall_i \in I (x \in A_i)$

$x \in B \wedge \exists_i \in I (x \notin A_i)$

$\exists_i \in I (x \in B \wedge x \in A_i)$

$\exists_i \in I (x \in B \setminus A_i)$

$x \in \bigcup_{i \in I} (B \setminus A_i)$

(26)

Dados	Objetivo ①
	$15 \mid m \rightarrow 3 \mid m \wedge 5 \mid m$
$15 \mid m$	$3 \mid m \wedge 5 \mid m$.

(A)

$m = 15K,\ k \in N$	$3 \mid m$
$m = 3 . 5K,\ k \in N$	$3 \mid m$
$3 \mid m$	(b) ?

(B)

$m = 15K,\ k \in N$	$5 \mid m$
$m = 5\ 3K,\ k \in N$	$5 \mid m$
$5 \mid m$.	

tilibra