

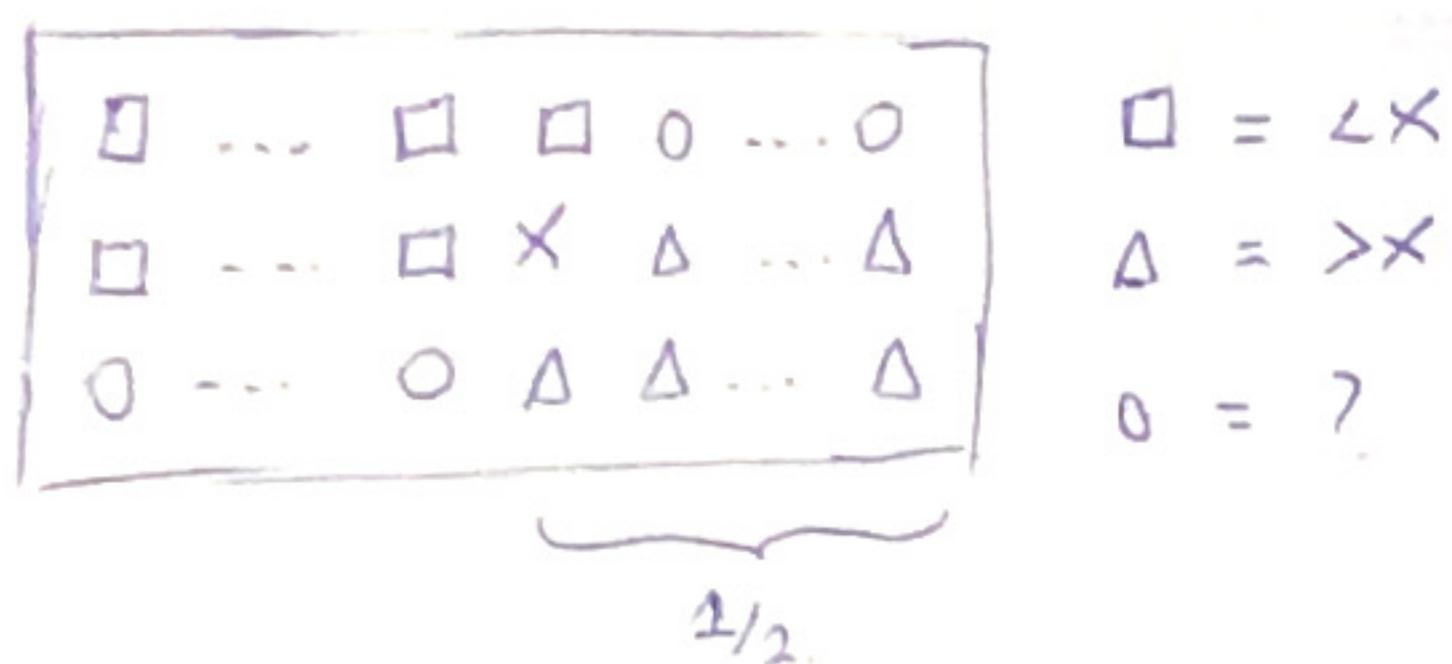
Bernardo Rodrigues Marques

RA: 178610

Bernardo Rodrigues Marques

Corrigir a questões 02.

② Podemos utilizar o diagrama para visualizar o comportamento do algoritmo BFPRT em grupos de $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$.



Observe que no mínimo $\lceil \frac{1}{2} \lceil \frac{n}{3} \rceil \rceil$ grupos contribuem com 2 elementos maiores que x , exceto possivelmente o último e aquele que contém x . Portanto,

temos $2(\lceil \frac{1}{2} \lceil \frac{n}{3} \rceil \rceil - 2) \geq \frac{n}{3} - 4$. O mesmo vale para elementos menores que x .

A relocação da recorrência que pré-estudada do BFPRT para grupos $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ é:

$$T(n) = T\left(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor\right) + T(m \setminus \{k-1, n-k\}) + \Theta(n).$$

O máximo de elementos que fique no chamado reamonto posterior é menor ou igual ao número total de elementos menos o número de elementos mínimos $\frac{n}{3} - 4$. Logo:

$$\max \{k-1, n-k\} \leq n - \left(\frac{n}{3} - 4\right) \leq \frac{2n}{3} + 4.$$

A recorrência $T(n)$ está agora completa:

$$T(n) \leq \begin{cases} \Theta(1) & n \leq n_0 \\ T\left(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor\right) + T\left(\lfloor \frac{2n}{3} \rfloor + 4\right) + \Theta(n) & n \geq n_0. \end{cases}$$

Para resolver a relocação de recorrências, vamos provar que a solução

$T(n) \in \Theta(n)$ por substituição:

Assuma P.H.I que $T(k) \leq ck \log k$ para $k \leq n$ (apenas menor).

$$\begin{aligned} T(m) &\stackrel{\text{P.H.I}}{\leq} T(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor) + T(\lfloor \frac{2n}{3} \rfloor + 4) + O(m) \\ &\leq c \frac{n}{3} \log \frac{n}{3} + c \frac{2n}{3} \log \frac{2n}{3} + O(m) \\ &= \frac{cn}{3} (\log n - \log 3) + \frac{2cn}{3} (\log 2 + \log n - \log 3) + O(n) \\ &= \frac{cn}{3} \log n - \underbrace{\frac{cn}{3} \log 3 + \frac{2cn}{3} (\log 2 + (-\log 3))}_{O(m)} + \frac{2cn}{3} \log n + O(m) \\ &= \frac{cn}{3} \log n + \frac{2cn}{3} \log n + O(m) \\ &\leq cn \log n + O(m). \end{aligned}$$

Como $n \log n$ não é linear e $T(m) \in \Theta(m \log n)$, portanto
Chazirk está correto.