UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS – UNICAMP
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO – FEEC

EA722X
Laboratório de Controle e Servomecanismos

LABORATÓRIO 04:
Projeto via Lugar das Raízes

Alunos:

HENRIQUE ROBERTO DA CUNHA JÚNIOR	**R.A.: 174638**
LEONARDO RODRIGUES MARQUES	**R.A.: 178610**
WELLTER MOMPEAN SOZIN	**R.A.: 188625**
WILLIAM QUINTAS DE MELO	**R.A.: 188684**

Professor: MATHEUS SOUZA

Campinas
2020

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

1

ITEM A

Para obter a função de transferência solicitada, trabalharemos com a equação do movimento do sistema linearizada em torno de $\alpha \approx \theta \approx 0$:

$$\left(\frac{J}{R^2} + m\right)\ddot{r}(t) - mg\alpha(t) = 0$$

Considerando pequenos ângulos, temos a relação: $L\alpha(t) = d\theta(t)$

Substituindo na equação do movimento, teremos:

$$\left(\frac{J}{R^2} + m\right)\ddot{r}(t) - \frac{mgd\theta(t)}{L} = 0$$

Em seguida, podemos aplicar a transformada de Laplace, obtendo:

$$\left(\frac{J}{R^2} + m\right)R(s)s^2 - \frac{mgd\Theta(s)}{L} = 0$$

Rearranjando os termos:

$$G(s) = \frac{R(s)}{\Theta(s)} = \frac{mgd}{s^2 L\left(\frac{J}{R^2} + m\right)} \; [m/rad]$$

Nos foi dado os seguintes parâmetros:

- $m = 0{,}11\ kg$;
- $R = 0{,}015\ m$;
- $d = 0{,}03\ m$;
- $g = 9{,}8\ m/s^2$;
- $L = 1{,}0\ m$;
- $J = 9{,}99 \times 10^{-6}\ kg \times m^2$.

Substituindo esses parâmetros, finalmente obtemos:

$$\boldsymbol{G(s) = \frac{0,03234}{0,1544s^2} = \frac{0,21}{s^2}}$$

ITEM B

Considerando $A(s) = 1$, iremos projetar baseado no lugar das raízes o controlador avanço $C(s)$ da malha externa de maneira a assegurar um sobressinal máximo de 5% e um tempo de estabilização de até 5 s para o sistema em malha fechada.

Primeiramente, observamos o lugar das raízes da planta em malha aberta sem qualquer tipo de controlador.

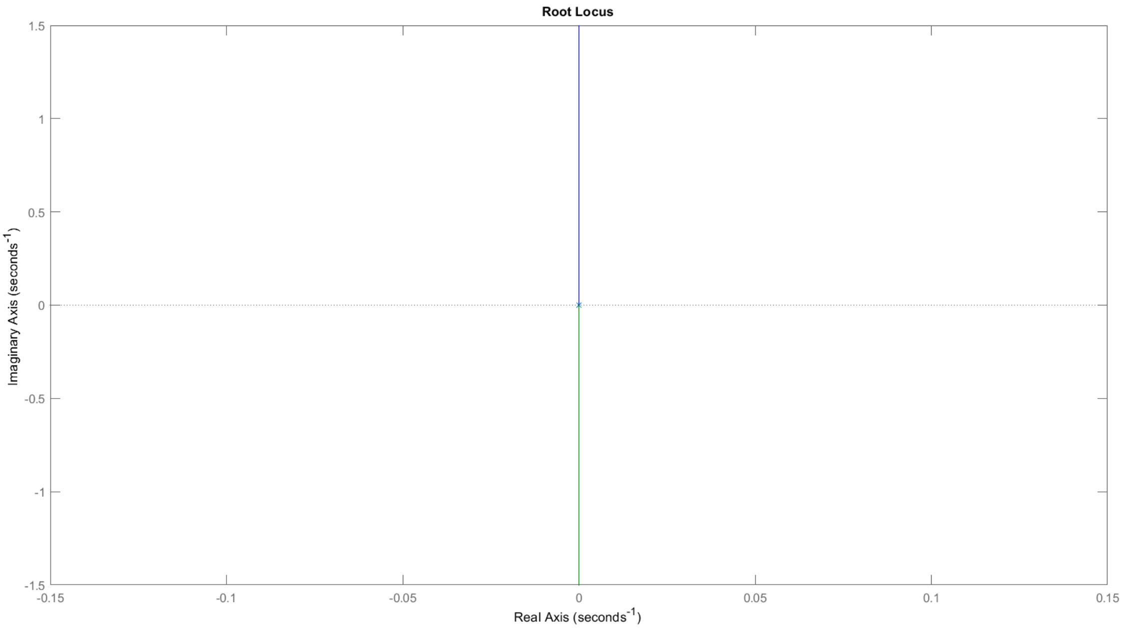

Figura 1: Lugar das raízes da planta sem compensação em malha aberta.

Como podemos notar, a planta possui dois polos na origem que caminham para o infinito percorrendo o eixo imaginário. Para adequarmos o projeto do controlador dentro das especificações solicitadas, devemos seguir os seguintes parâmetros:

$$M_p = 5\% = e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

$$\boldsymbol{\xi = 0,69}$$

$$T_s = 3 = \frac{4}{\xi\omega_n}$$

$$\boldsymbol{\omega_n = 1,93}$$

No gráfico do lugar das raízes, podemos traçar as linhas nas quais esses parâmetros são constantes, como exibido na Figura 2.

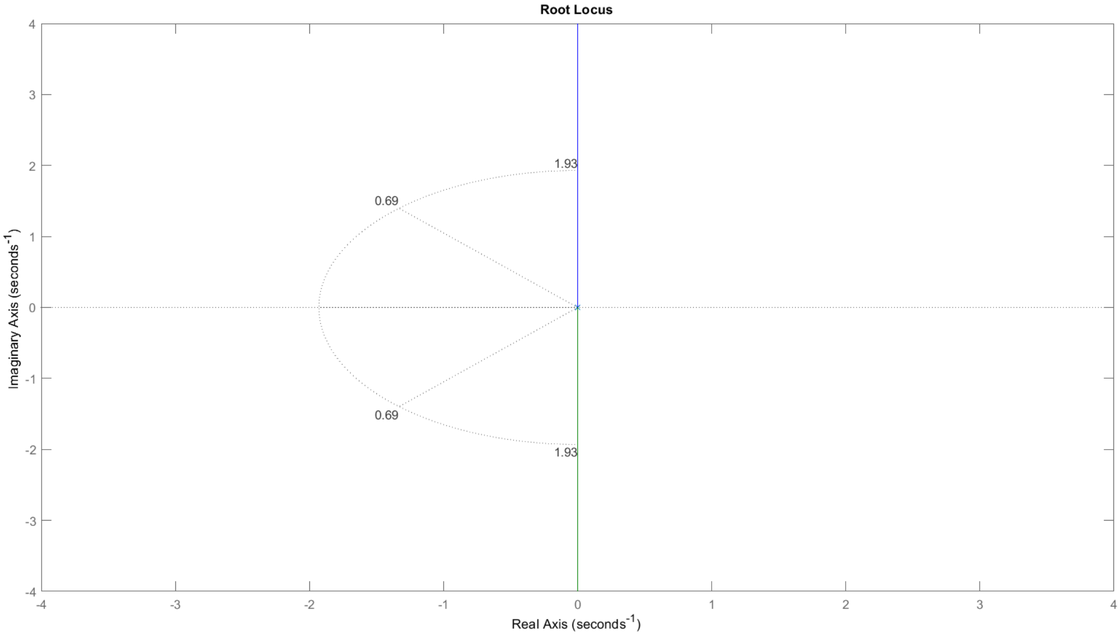

Figura 2: Critérios do projeto do compensador exibidos no lugar das raízes.

Visto isso, sabemos que a área em que teremos uma sobressinal menor que 5% é a compreendida entre as duas linhas diagonais pontilhadas. Da mesma maneira, a área em que a estabilização do sistema é menor que 3 s é a compreendida fora da linha curva. Sendo assim, devemos aplicar o compensador avanço para trazer o lugar das raízes para a esquerda implicando em estabilidade.

Sabemos que o compensador avanço irá possuir a seguinte forma:

$$C(s) = K\frac{s + z_0}{s + p_0}$$

Primeiramente, iremos posicionar o zero perto da origem para surtir o efeito de cancelamento de um dos polos ($z_0 = 0{,}01$). Já o polo será alocado à extrema esquerda de maneira a trazer o lugar das raízes para o plano esquerdo de estabilidade ($p_0 = 4{,}5$). Sendo assim, temos o seguinte controlador:

$$C(s) = K\frac{s + 0{,}01}{s + 4{,}5}$$

Numa primeira análise, considerando o ganho K unitário, veremos como o lugar das raízes se comportará na Figura 3 com a inserção desse controlador no sistema.

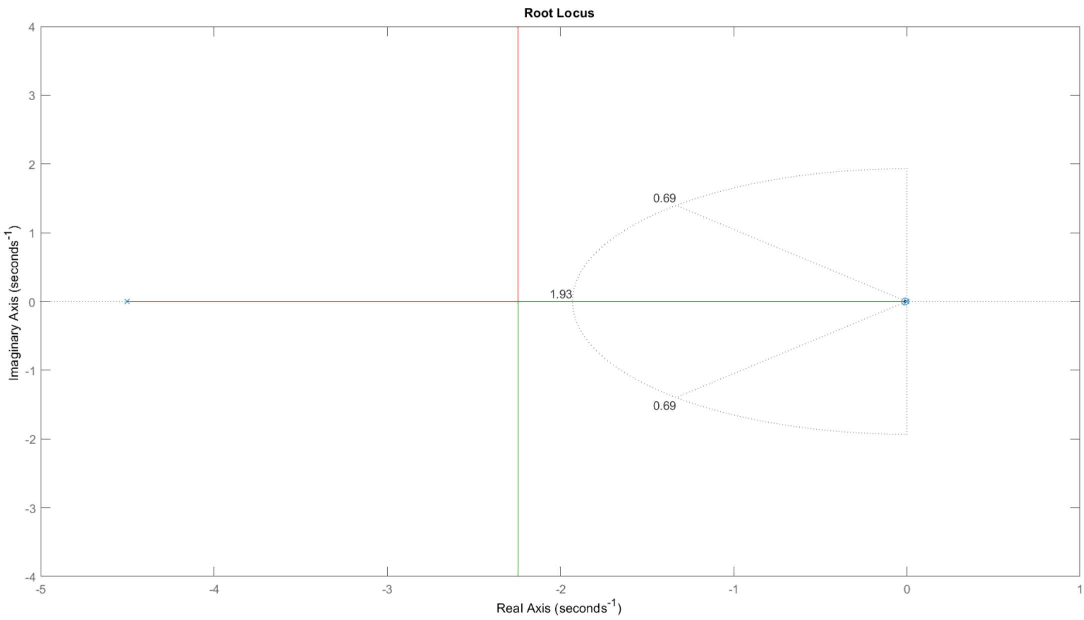

Figura 3: Lugar das raízes do conjunto planta e compensador avanço.

Sendo assim, podemos observar que os ramos das raízes estão dentro da área desejada de acordo com as especificações do projeto.

Finalmente, devemos especificar o ganho do compensador. Para isso, podemos utilizar o comando *rlocfind* no Matlab para auxiliar-nos no processo selecionando um ponto no lugar das raízes que atenda aos critérios especificados. Ponto esse apresentado na Figura 4 obtendo um ganho $K = 30$.

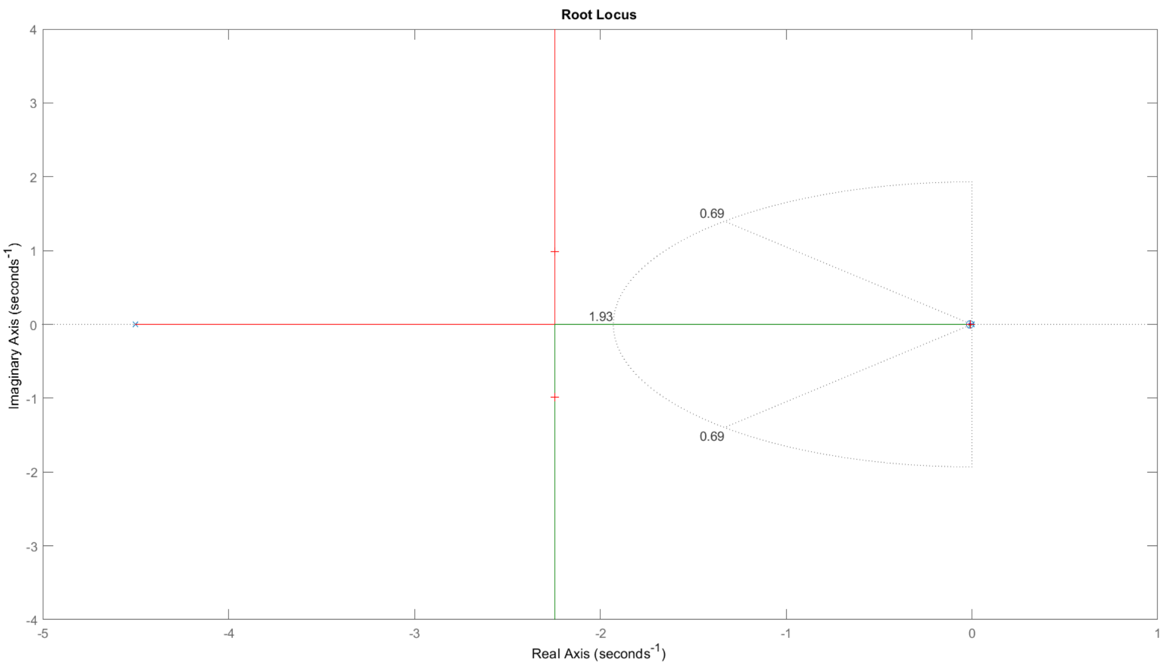

Figura 4: Ponto utilizado para obter o ganho do controlador avanço.

Portanto, teremos o seguinte controlador projetado:

$$C(s) = 30\frac{s + 0{,}1}{s + 4{,}5}$$

E a resposta ao degrau da planta com o controlador em malha fechada pode ser observada na Figura 5 atendendo a todos os parâmetros de projeto solicitados.

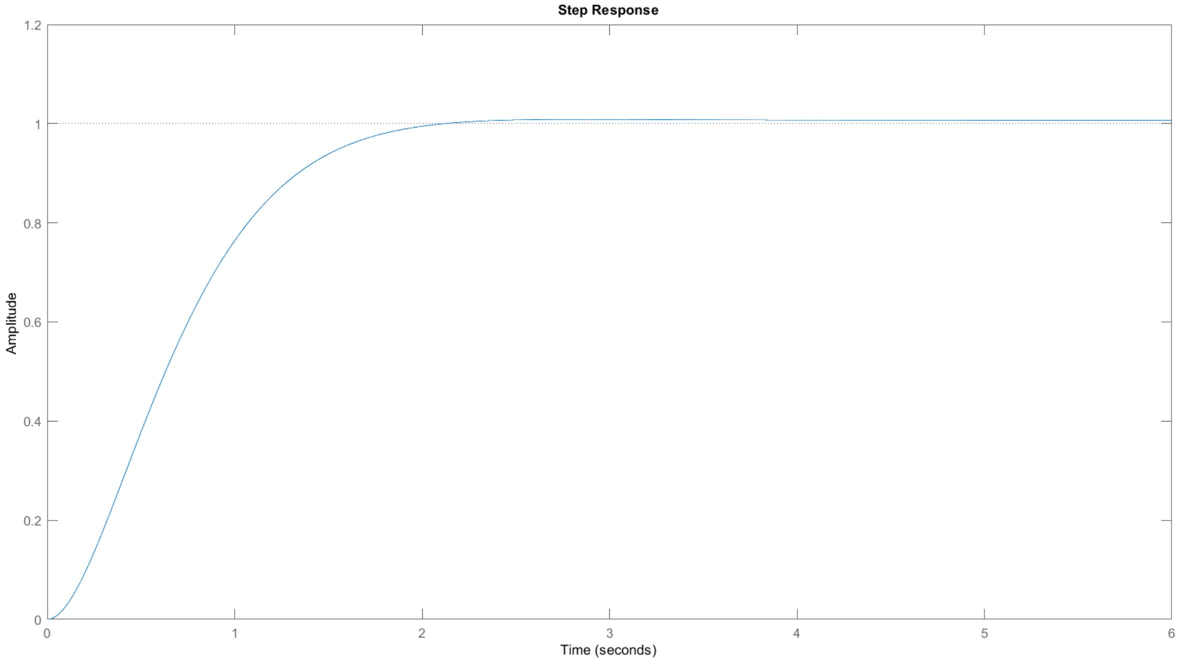

Figura 5: Resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada com o compensador avanço projetado.

ITEM C

A função de transferência do motor DC é dada por:

$$G_m(s) = \frac{1{,}5}{s(0{,}025s + 1)}$$

Como critérios de projeto, temos que um sobressinal máximo de 20% e um tempo de estabilização de até 0,25 s. Portanto, chegamos nos seguintes parâmetros:

$$M_p = 20\% = e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$
$$\boldsymbol{\xi = 0,456}$$

$$T_s = 0{,}25 = \frac{4}{\xi\omega_n}$$
$$\boldsymbol{\omega_n = 35,09}$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$
$$\boldsymbol{\omega_d = 31,229}$$

A estrutura do compensador proporcional-derivativo (PD) desejado pode ser implementada através da seguinte equação:

$$C_m(s) = K(s + z_c)$$

Teremos os polos dominantes de malha fechada em:

$$s_{d1,d2} = -\xi\omega_n \pm i\omega_d$$
$$s_{d1,d2} = -16 \pm 31{,}23i$$

No gráfico do lugar das raízes do sistema (motor) em malha aberta e sem compensação apresentado na Figura 6, podemos observar que esses polos não pertencem ainda ao lugar das raízes.

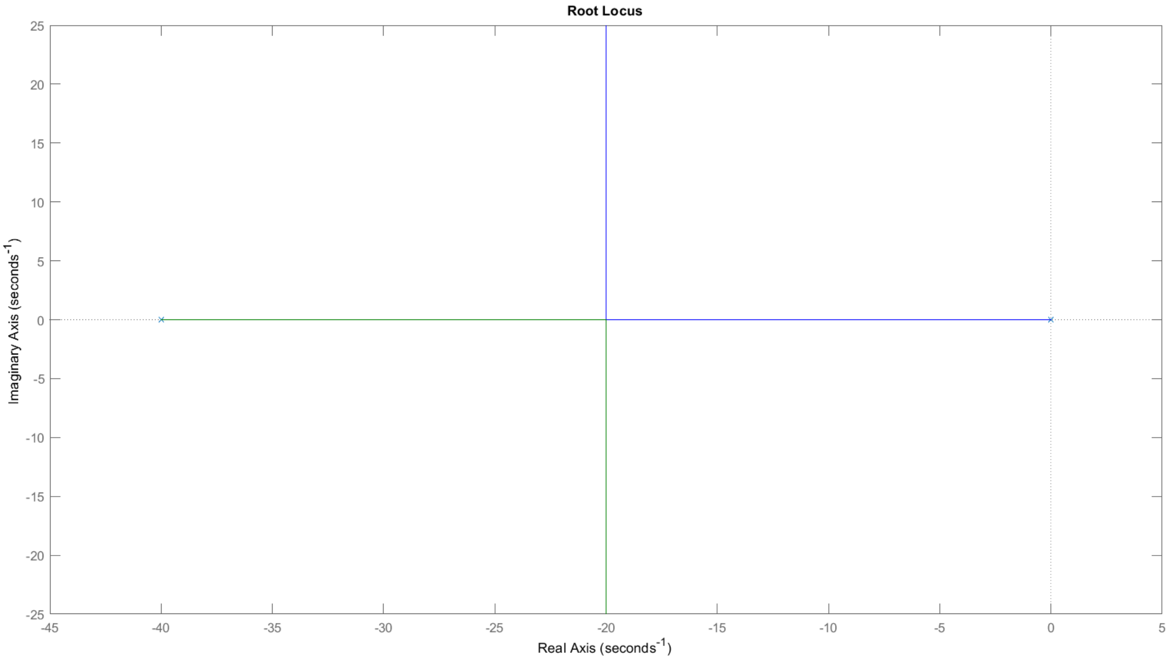

Figura 6: Lugar das raízes para o sistema do motor não compensado em malha aberta.

O polo desejado precisa satisfazer a seguinte equação:

$$z_c = \xi\omega_n + \frac{\omega_d}{\tan(\alpha_c)}$$

Assim:

$$\phi = \angle G_m(s = -16 + 31{,}23i) = -169{,}58°$$
$$\alpha_c = 180° - (-169{,}58°) = 349{,}58°$$
$$\boldsymbol{z_c = 153{,}82}$$

Para o ganho:

$$K = \frac{1}{|(s_{d1} + z_c)G_m(s_{d1})|}$$
$$\boldsymbol{K = 0.1334}$$

Portanto, o controlador PD projetado é:

$$C_m(s) = 0.1334(s + 153.82)$$

A seguir, são apresentados os gráficos do lugar das raízes para o sistema em malha fechada compensada e sua resposta ao degrau unitário.

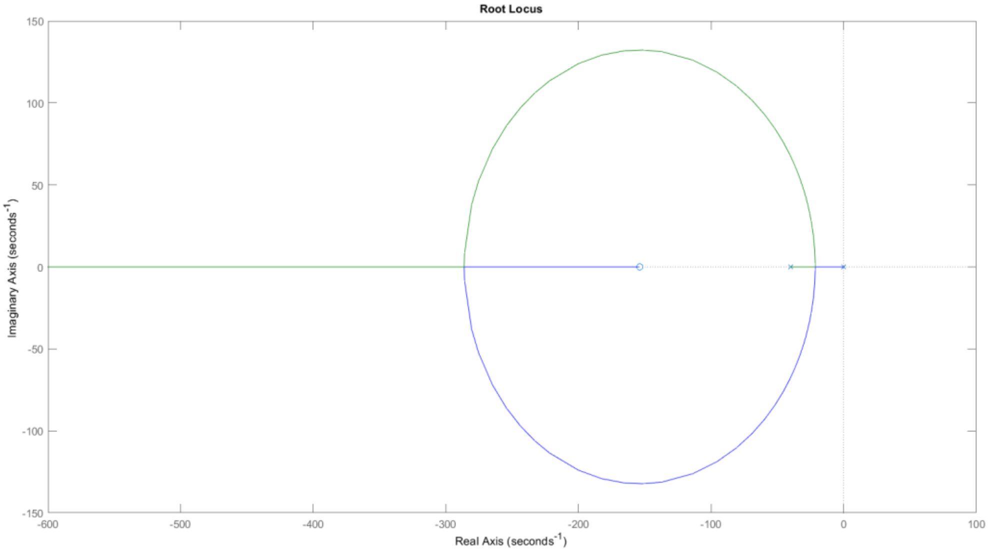

Figura 7: Lugar das raízes para o sistema do motor em malha fechada com compensador.

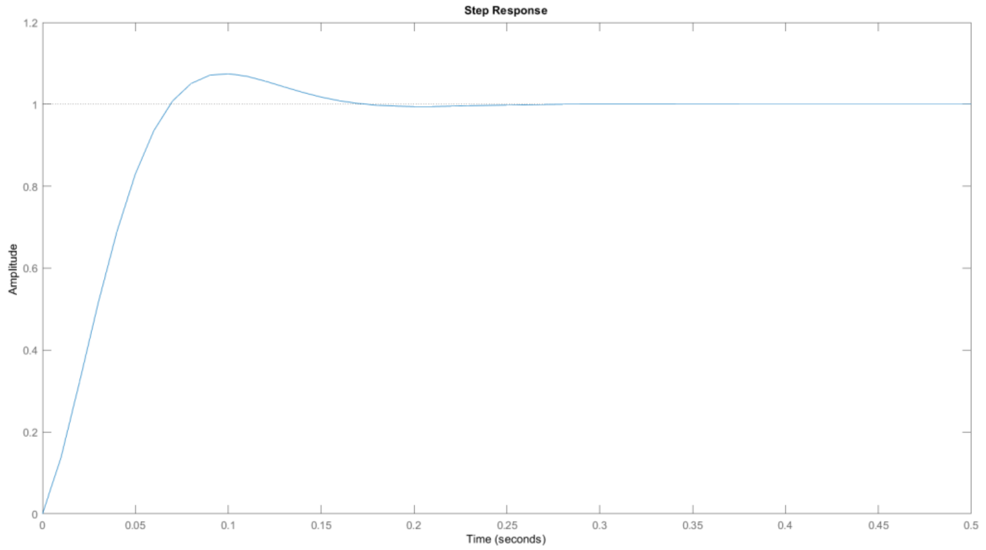

Figura 8: Resposta ao degrau unitário para o sistema do motor em malha fechada com compensador.

ITEM D

Primeiramente, realizamos a simulação utilizando-se do *Simulink* para o sistema sem o atuador, ou seja, $A = 1$. O sistema implementado e a resposta ao degrau são apresentadas nas figuras que se seguem.

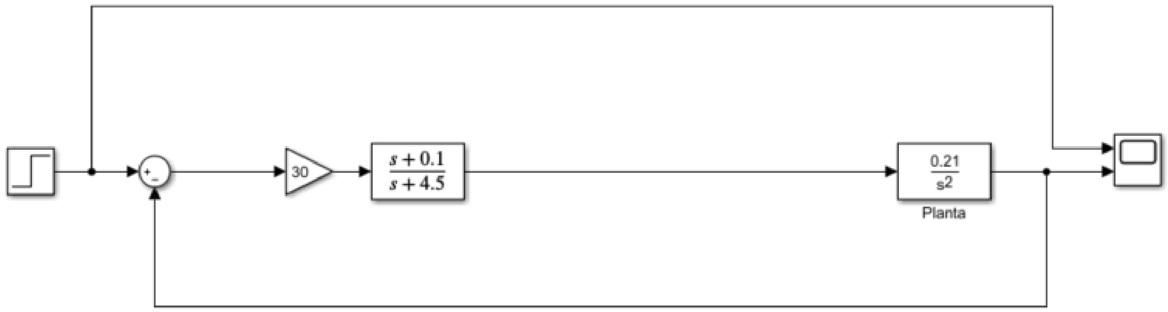

Figura 9: Sistema implementado no Simulink sem o atuador.

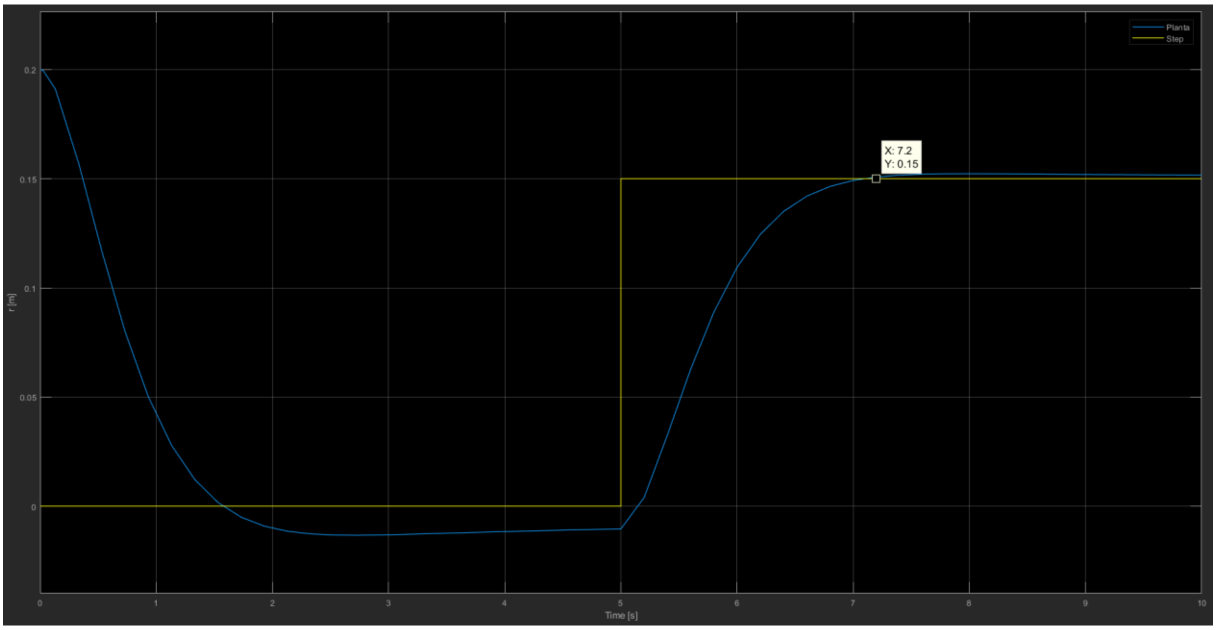

Figura 10: Resposta ao degrau para o sistema sem o atuador.

Como solicitado, a referência de $r(t)$ inicia-se nula e, após 5 s, ocorre o degrau elevando-a para 0,15 m. Portanto, o sistema que antes tinha se iniciado em 0,2 m, responde a esse degrau convergindo para a referência.

A seguir é apresentada a simulação com a presença do atuador no sistema.

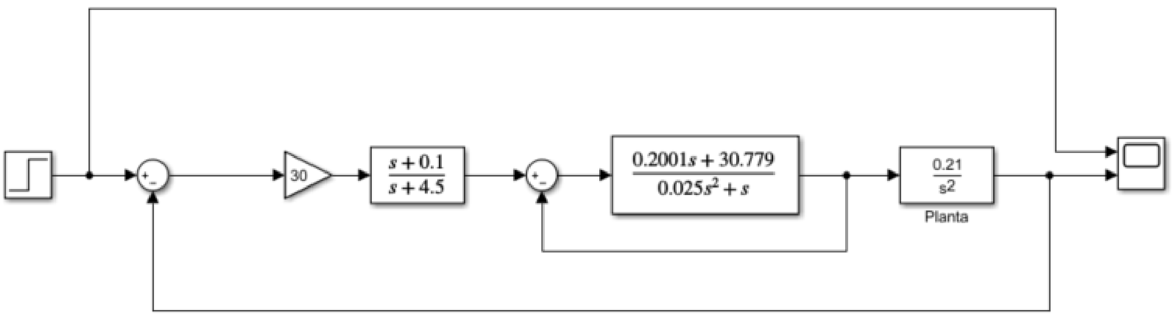

Figura 11: Sistema implementado no Simulink com o atuador.

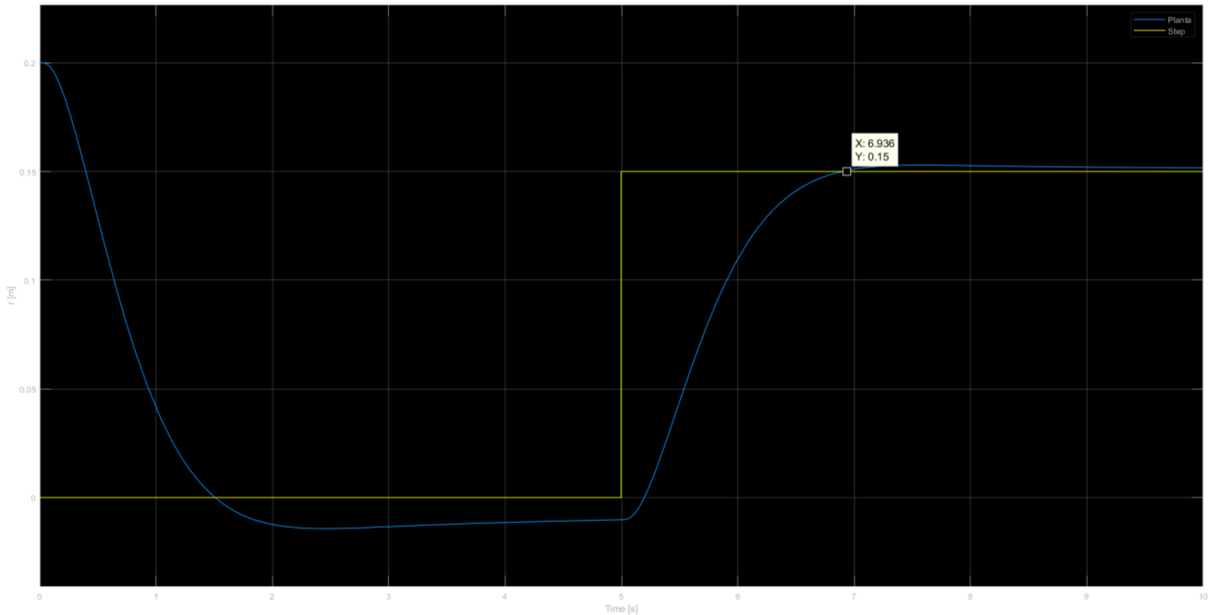

Figura 12: Resposta ao degrau para o sistema com o atuador.

Podemos notar que com a presença do atuador, o sistema converge de maneira ligeiramente mais rápida para a referência.