

Leituras Recomendadas

• Franklin: Capítulo 05 – Projeto via Lugar das Raízes

– Regras de Evans para o Lugar das Raízes

– Compensação Dinâmica: Projeto via Lugar das Raízes

Problemas e Experimentos

► Problema 1: (Sistema Bola-Barra)

Considere o sistema bola-barra ilustrado na Figura 1, composto de uma barra de comprimento L , ligada a um motor por uma haste rígida e uma engrenagem ou disco de raio d . O objetivo do sistema de controle é equilibrar a bola em uma posição r pré-especificada por meio da variação da posição angular θ da engrenagem. A equação do movimento do sistema, linearizada em torno de $\alpha \approx \theta \approx 0$, é dada por

$$\left(\frac{J}{R^2} + m \right) \ddot{r}(t) - mg\alpha(t) = 0.$$

Ainda considerando pequenos ângulos, α e θ verificam a relação $L\alpha(t) = d\theta(t)$.

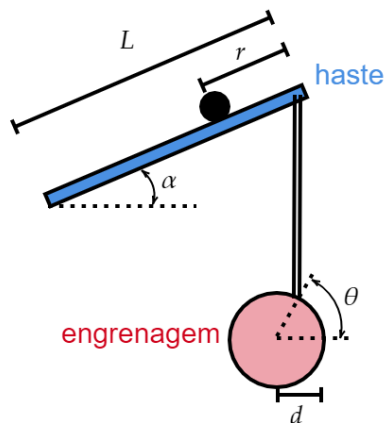


Figura 1: Sistema bola-barra.

Nestes experimentos, desenvolveremos um sistema de controle de malha fechada com a estrutura ilustrada na Figura 2, projetando-o em dois níveis: primeiramente, projetamos um controlador $C(s)$ que regule a posição da bola em torno de uma determinada referência r_d , assumindo-se que o atuador é ideal ($A(s) = 1$, ou seja, $\theta_d = \theta$); posteriormente, projetamos um controlador $C_m(s)$ que regule a posição angular θ da engrenagem, que está acoplada a um motor DC, em torno de uma posição θ_d dada, como ilustrado na Figura 3.

Para este experimento, considere os seguintes valores numéricos:

m	massa da bola	0.11 kg
R	raio da bola	0.015 m
d	raio da engrenagem	0.03 m
g	aceleração gravitacional	9.8 m/s ²
L	comprimento da haste	1.0 m
J	momento de inércia da bola	9.99×10^{-6} kg.m ²

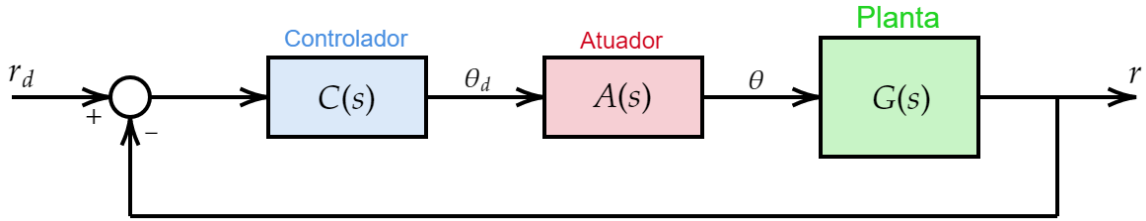


Figura 2: Sistema de controle a ser projetado para o mecanismo bola-barra.

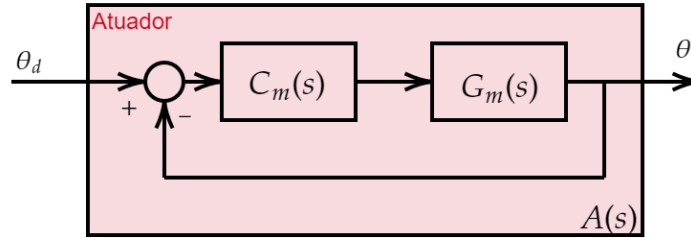


Figura 3: Sistema de controle para o atuador.

- Obtenha a função de transferência $G(s)$ do ângulo θ para a posição da bola r .
- Compensação da malha externa:** supondo que $A(s) = 1$, projete um controlador $C(s)$ da classe **avanço** usando técnicas baseadas no *lugar das raízes* do sistema em malha fechada. Assegure um sobressinal máximo de 5% e um tempo de estabilização de até 3 s para o sistema em malha fechada. O ângulo comandado deve estar na faixa $\pm 45^\circ$, por restrições dos atuadores. Adicione uma saturação na saída do controlador para que estes limites sejam sempre respeitados.
- Compensação da malha de atuação:** o sistema de atuação é composto de um motor DC, cuja função de transferência obtida experimentalmente para o aparato experimental estudado é

$$G_m(s) = \frac{1.5}{s(0.025s + 1)}.$$

Projete um controlador $C_m(s)$ da classe **PD** usando técnicas baseadas no *lugar das raízes* da função de transferência em malha fechada do atuador, $A(s)$. Assegure um sobressinal máximo de 20% e um tempo de estabilização de até 0.25 s e escolha adequadamente o filtro da ação derivativa para a implementação analógica. A tensão na entrada do motor deve estar na faixa ± 20 V. Adicione uma saturação na saída do controlador para que estes limites também sejam sempre respeitados.

- Simulação I:** valide o sistema de controle projetado acima com o seguinte cenário de simulação:

- Horizonte de simulação: 10 s.
- A barra parte na horizontal e a bola parte da posição $r(t) = 0.2$ m
- A referência $r(t)$ é nula para $t \in [0, 5]$ s e igual a 0.15 para $t \in [5, 10]$ s.

Compare os efeitos da dinâmica do atuador com o caso em que $A(s) = 1$ e discuta os resultados obtidos.

- Implementação Digital:** ambos os controladores serão implementados digitalmente no aparato experimental. Em um projeto por *emulação*, a principal escolha que o projetista deve fazer envolve a taxa de amostragem do controlador, que é uma *aproximação digital* de um controlador contínuo pré-projetado. Uma boa regra é escolher um período de amostragem h de forma que a taxa de amostragem $\omega_s = 2\pi/h$ (rad/s) seja, ao menos, da ordem de 20 vezes a faixa de passagem ω_{BW} . Estime a faixa de passagem das duas malhas de controle projetadas acima, determine períodos de amostragem adequados pela regra prática descrita acima e emule o desempenho dos controladores analógicos com dois compensadores digitais obtidos por meio da aproximação de Tustin.
- Simulação II:** valide o sistema de controle digital descrito acima com o cenário de simulação descrito anteriormente. Comente os resultados obtidos.