

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ

Teze dizertační práce

POKROČILÉ METODY NÁVRHU LINEÁRNÍCH
ELEKTROMAGNETICKÝCH AKTUÁTORŮ

Ing. František MACH

květen 2014

ANOTACE A KLÍČOVÁ SLOVA

Předložená téze dizertační práce je zaměřena na pokročilé metody návrhu a analýzy lineárních elektromagnetických aktuátorů s využitím numerického řešení dílčích matematických modelů pomocí metody konečných prvků. Diskutované metody však nejsou limitovány pouze použitím v dané problematice, ale je možné je s výhodou využít také v široké oblasti modelování a simulací technických problémů, a to nejen z oblasti elektromagnetizmu.

Tématika elektromagnetických aktuátorů je jednou z hlavních oblastí zájmů Katedry teoretické elektrotechniky a katedra má v této problematice nemalé zkušenosti. V návaznosti na tyto zkušenosti je hlavním cílem práce vytvořit obecnou metodiku použitelnou při návrhu a analýze systémů, které elektromagnetické aktuátory využívají a vytvořit pokročilé nástroje, které umožní řešení dílčích problémů spojených s danou tematikou.

Práce se zaměřuje na použití parametrických studií, citlivostních analýz a také optimalizací. Aby však bylo možné tyto metody plně využít, je nutné věnovat pozornost numerickým metodám řešení použitých matematických modelů, a to především s ohledem na jejich stabilitu, přesnost a v neposlední řadě také časovou náročnost, která je v mnoha případech značně limitující.

V práci jsou využity výhradně vlastní výpočetní prostředky, které jsou výsledkem výzkumné činnosti pracovníků týmu, jehož je autor práce dlouholetým členem. Hlavním využitým nástrojem je pak aplikace Agros2D.

KLÍČOVÁ SLOVA

Elektromagnetické aktuátory, numerická analýza, metoda konečných prvků, parametrická studie, citlivostní analýza, optimalizace, genetické algoritmy, Agros2D.

ANOTATION AND KEY WORDS

The thesis is aimed at the advanced methods of design and analysis of linear electromagnetic actuators with utilization of numerical solution of partial mathematical models based on the finite element method. The discussed methods, however, are not limited only by using in this domain, but also in much wider area of modeling and simulations of technical problems beyond electromagnetics.

The topic of electromagnetic actuators is one of the principal interests of the Department of Electrical Engineering and the Department acquired in this domain a very wide experience. Starting from this experience, the main goal of the work is to elaborate a general methodology usable for the design and analysis of systems making use of the electromagnetic actuators and to establish advanced tools that allow solving partial problems connenced with the topic.

The thesis is aimed at using of parametric studies, sensitivity analysis and also optimization. In order that all the methods can reasonably be used, attention has to be paid to the numerical methods of solution of the mentioned models, mainly with respect to their stability, accuracy, and, last but not least, the computational demands, which represents in a number of cases the limiting factor.

In the thesis I only use own computational means, which are the results of the research activities of the team of people, where the author is a long-term member. The principal computational tool is the application Agros2D.

KEY WORDS

Electromagnetic actuators, numerical analysis, finite element method, parametric studies, sensitivity analysis, optimization, genetic algorithms, Agros2D.

PODĚKOVÁNÍ

Za skvělé vedení při studiu a práci, časté konzultace a odbornou pomoc zaslouží obrovské díky především prof. Ing. Ivo Doležel, CSc. a doc. Ing. Pavel Karban, Ph.D., kteří se stali mými dlouholetými kolegy a přáteli. Dále bych rád poděkoval všem kolegům se kterými jsem měl tu čest spolupracovat. V neposlední řadě bych také rád poděkoval své rodině za její neuvěřitelnou výdrž a podporu.

PROHLÁŠENÍ

Předkládám tímto k posouzení tezi dizertační práce, zpracovanou na během doktorského studia na Fakultě elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně, s použitím uvedené odborné literatury, a pramenů a že veškerý software, použitý při jejím řešení a zpracování, byl využit s respektováním všech jeho licenčních podmínek.

V Plzni dne 25.4.2014

OBSAH

1	ÚVOD DO PROBLEMATIKY	2
1.1	Vymezení základních pojmů	2
1.2	Využití aktuátorů v soudobé technice	3
1.3	Základní typy lineárních elektromagnetických aktuátorů	4
1.4	Současný stav poznání	5
1.5	Motivace a cíle práce	5
2	OBECNÝ MATEMATICKÝ MODEL ELEKTROMAGNETICKÉHO AKTUÁTORU	7
2.1	Model magnetického pole	7
2.2	Model elektrického obvodu	7
2.3	Model dynamiky pohyblivého jádra	8
2.4	Model teplotního pole	8
3	ILUSTRATIVNÍ PŘÍKLAD	9
3.1	Formulace řešeného problému	9
3.2	Matematický model řešeného aktuátoru	10
3.3	Základní analýza řešeného aktuátoru	11
4	NUMERICKÉ ŘEŠENÍ MATEMATICKÉHO MODELU	17
4.1	Řešení nelineárních problémů	17
4.1.1	Automatická volba faktoru tlumení	19
4.1.2	Znovupoužití Jacobiánu	22
4.2	Metody výpočtu silového působení	22
4.2.1	Virtuální práce	22
4.2.2	Maxwellův tenzor pnutí	24
4.2.3	Porovnání metod a jejich verifikace	26
5	POKROČILÉ METODY NÁVRHU ELEKTROMAGNETICKÝCH AKTUÁTORŮ	27
5.1	Citlivostní analýza geometrických parametrů	27
5.2	Tvarová optimalizace pohyblivého jádra	29
5.2.1	Multikriteriální optimalizace	30
5.2.2	Diskuze výsledků optimalizace	30
6	ZHODNOCENÍ A VYTYČENÍ DALŠÍCH SMĚRU PRÁCE	33
6.1	Směr dalších prací	33
6.2	Harmonogram dalších prací	34

ÚVOD DO PROBLEMATIKY

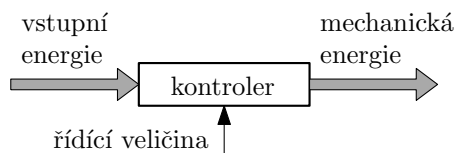
Následující kapitola si klade za cíl vymezit oblast zájmu této práce, definovat důležité pojmy, zhodnotit současný stav poznání a také stanovit cíle práce.

1.1 VYMEZENÍ ZÁKLADNÍCH POJMŮ

Aktuátor je akční člen, který umožňuje přeměnu vstupní energie na energii mechanickou na jeho výstupu. Na základě způsobu jeho řízení lze rozlišovat dva základní typy, a to konvertor a kontroler. Výstupní mechanickou energii konvertoru (obr. 1) je možné řídit energií vstupní, kontroler (obr. 2) umožňuje řízení na základě jiné řídicí veličiny. Výstupní energii aktuátoru je vždy energie mechanická, a to v podobě silového působení vyvolávajícího pohyb, tlak nebo deformaci. [1] [2] [3]



Obr. 1: Blokové schéma aktuátoru typu konvertor



Obr. 2: Blokové schéma aktuátoru typu kontroler

Aktuátory lze dělit na základě vstupní veličiny, kterou může být tlak kapaliny či plynu, elektrický proud nebo napětí, ale také teplota a jiné fyzikální veličiny. Další dělení je možné podle stupňů volnosti pohyblivých prvků aktuátoru a také podle počtu stabilních poloh. Základní dělení je patrné z tabulky 1. [4]

Elektromechanické aktuátory využívají jako vstupní veličinu elektrické napětí, nebo proud. Základem jejich funkce je tak vznik silového působení v elektrickém nebo magnetickém poli. Lze tedy elektromechanické aktuátory dělit na dva základní druhy, a to aktuátory využívající

- a silové působení elektrického pole na elektricky nabitá tělesa a dielektrická tělesa,
- b silové působení magnetického pole na proudovodiče a feromagnetická tělesa.

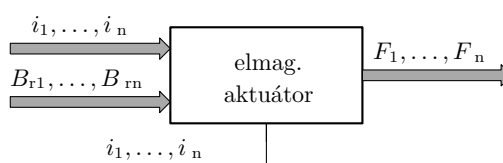
Tab. 1: Základní dělení aktuátorů

Vstupní energie	hydraulické pneumatické elektromechanické speciální
Stupně volnosti	lineární rotační planární kulové
Počet stabilních poloh	bistabilní monostabilní

V makroskopickém měřítku je energie elektrického pole mnohonásobně menší než energie akumulovaná polem magnetickým. V mikroskopickém měřítku je však energie elektrického a magnetického pole srovnatelná. Použití principů silového působení elektrického pole se tak prakticky vztahuje jen na mikroaktuátory. [5]

Vzhledem k velmi široké definici lze mezi elektromechanické aktuátory řadit všechny elektrické motory a další akční členy. Vzhledem k tak značné šíři této tematiky bude tato práce dále úzce zaměřená na lineární elektromagnetické aktuátory.

Elektromagnetické aktuátory jsou podmnožinou aktuátorů elektromechanických. Jejich vstupní veličinou je elektrický proud vytvářející v aktuátoru magnetické pole, které následně vyvolává silové působení na jeho pohyblivé části [6]. Vzhledem ke značnému vývoji v oblasti materiálů s obsahem vzácných zemin může být vstupní veličinou vytvářející magnetické pole také remanentní indukce silných permanentních magnetů. Elektromagnetický aktuátor tedy může pracovat jako konvertor, ale také jako kontroler. Obecné blokové schéma elektromagnetického aktuátoru je patrné z obrázku 3. [3]



Obr. 3: Blokové schéma obecného elektromagnetického aktuátoru (i značí vstupní proud, B_r remanentní indukci permanentních magnetů a F příslušnou sílu)

1.2 VYUŽITÍ AKTUÁTORŮ V SOUDOBÉ TECHNICE

Lineární elektromagnetické aktuátory jsou nedílnou součástí mnoha komplexních mechatronických systémů, kde jsou používány ve funkci akčních členů. Mezi jejich hlavní výhody patří vysoká dynamika a rychlost reakce, široký rozsah dosaho-

vaného silového působení, jednoduchost, robustnost, snadné řízení a v neposlední řadě také nízké riziko nepříznivého dopadu na životní prostředí. [7]

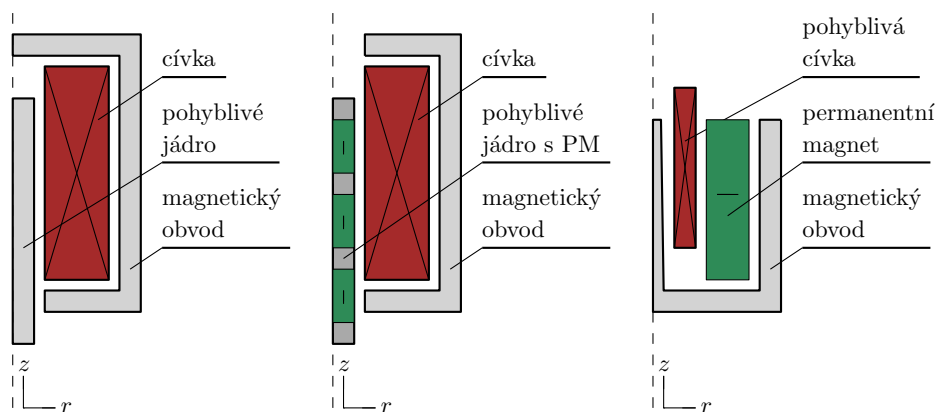
V mechatronických soustavách se dnes velmi často můžeme setkat s elektromagnetickými aktuátory ve funkci výkonových akčních prvků. Výrobci dodávají obzvláště na trhu s manipulátory a spínači širokou řadu výrobků pro všestranné použití, např. [8] [9]. S elektromagnetickými aktuátory se lze také setkat u adaptivních soustav, kde jsou využívány jako akční členy s vysokou přesností posuvu a nízkými energetickými nároky [10] [11] [12] [13].

Velmi perspektivní oblastí využití elektromagnetických aktuátorů jsou také ventily, které jsou využívány v mnoha aplikacích. Například dávkovací ventily, které vyžadují precizní řízení polohy jádra a jeho rychlosti, bezpečnostní ventily pracující v monostabilním režimu nebo jednoduché ventily s řízením průtoku kapaliny [14] [15]. Moderním využitím jsou také ventily pro vstřikování paliva v motorech automobilů [16] [17].

V oblasti automobilového průmyslu se kromě využití elektromagnetických ventilů můžeme setkat také s aktivním závěsným systémem kol [18], nebo například s elektromagnetickou spojkou, nebo tlumičem [19].

1.3 ZÁKLADNÍ TYPY LINEÁRNÍCH ELEKTROMAGNETICKÝCH AKTUÁTORŮ

Elektromagnetické aktuátory lze rozdělit na aktuátory s pasivním¹ nebo aktivním pohyblivým jádrem². Pasivní jádro je tvořeno feromagnetickým materiálem, aktivní jádro pak zdrojem magnetického pole, kterým mohou být cívka nebo permanentní magnet. Samozřejmě lze oba uvedené typy libovolně kombinovat. Základní běžně používaná uspořádání jsou patrná z obr. 4. [7] [2]



Obr. 4: Základní typy lineárních elektromagnetických aktuátorů

¹ Solenoid actuators

² Moving coil actuators, voice coil actuators

1.4 SOUČASNÝ STAV POZNÁNÍ

Při magnetickém návrhu elektromagnetických aktuátoru je v současné době velmi často využívána metoda řešení magnetických obvodů na základě jejich ekvivalence s elektrickými obvody³. Metoda umožňuje uvažovat jak lineární, tak nelineární prostředí. Velkou výhodou metody je snadná formulace matematického modelu a zároveň jeho řešení. Díky tomu je také možné provádět optimalizaci návrhu. [7] [20]

Metoda má však také značná omezení, mezi která patří především nutnost provést často velké zjednodušení řešeného návrhu tak, aby bylo možné ekvivalenci provést. V takovém případě to má za následek omezení složitosti návrhu, a to především v geometrii daného aktuátoru. Další nevýhodou může být také velmi komplikované začlenění rozptylových magnetických toků, nebo provázání modelu s modely respektujícími další fyzikální děje (přenos tepla, proudění tekutin, atd.). [7]

Používané metody mají tedy značný dopad na složitost řešených návrhů. Lineární elektromagnetické aktuátory jsou tak často konstruovány jako velmi jednoduchá zařízení, která disponují jen velmi malým pracovním rozsahem. Síla, která působí na pohyblivé jádro takového aktuátoru je silně závislá na jeho poloze a tím je ovlivněna také dynamika jeho pohybu. Velkou nevýhodou u používaných aktuátorů jsou také jejich rozměry.

Rychlý vývoj numerických metod a nástrojů pro modelování fyzikálních polí se projevuje samozřejmě také v diskutované oblasti elektromagnetických aktuátorů. Nasazení této metodiky však často naráží na složitost používaných matematických modelů či numerických metod a také na značné časové nároky dílčích výpočtů. [4]

Výhody, které však uvedené metody přinášejí, otevírají široké možnosti přístupu k dané problematice a umožňují vytvářet velmi komplexní návrhy a zároveň také provádět simulace jejich funkčnosti v mnoha provozních stavech. [21] [22]

1.5 MOTIVACE A CÍLE PRÁCE

Z pohledu modelování představuje matematický model elektromagnetického aktuátoru velmi komplexní úlohu, jejíž korektní řešení není nikterak triviální. Model musí popisovat všechny důležité fyzikální procesy, které v aktuátoru nastávají. Obecný model tedy zahrnuje

- přechodné děje ve výkonových nelineárních elektrických obvodech,
- vznik a časový vývoj magnetického pole v lineárním i nelineárním prostředí aktuátoru,
- velmi rychlé nelineární děje popisující dynamiku pohybu pohyblivých částí aktuátoru a
- setrvačný ohřev a přestup tepla uvnitř aktuátoru.

³ Magnetic equivalent circuit, reluctance method

Při formulaci modelu je také často nutné uvažovat další specifické fyzikální procesy. Jedná se například o výpočty zatěžování vlivem proudění kapalin a plynů, termoelastické deformace dílčích částí aktuátoru, nebo například vliv změn vstupních veličin v důsledku řízení aktuátoru a celého mechatronického systému.

Obecný elektromagnetický aktuátor tedy popisuje sdružený nelineární model fyzikálních polí, elektrických obvodů a dynamických dějů, který je nutné řešit jako transienční úlohu na různých časových škálách (multiscale modeling). Zároveň je často nutné uvažovat značnou nepřesnost ve vstupních parametrech, kterými jsou například materiálové vlastnosti nebo zatěžovací charakteristiky a při řešení modelu je tedy v mnoha případech velmi důležité věnovat pozornost jeho citlivostní analýze.

Vzhledem k velkému množství řešení, které se při návrhu elektromagnetických aktuátorů nabízejí, je zároveň velmi těžké nalézt řešení optimální s ohledem na stanovené vlastnosti daného aktuátoru a jeho aplikaci. Kromě požadované velikosti silového působení a pracovního rozsahu aktuátoru se často jedná také o požadavek na konstantní silové účinky v celém pracovním rozsahu, minimální rozměry aktuátoru a další specifické požadavky.

Při hledání optimálního řešení však mohou značně pomoci moderní optimalizační algoritmy, které umožňují využít více cílových funkcí, tedy zahrnout do optimalizačního procesu více kritérií, které z hlediska předem stanovených vlastností aktuátoru hodnotí dané varianty (multi-kritériální optimalizace).

Hlavním cílem této práce je tedy vytvoření obecně použitelné metodiky pro návrh elektromagnetických aktuátorů s využitím pokročilých metod návrhu založených na numerickém řešení komplexního matematického modelu. Mezi dílčí cíle práce pak patří

- systematická a kritická studie elektromagnetických aktuátorů,
- vývoj dostatečně komplexního nástroje umožňujícího numerické řešení obecného matematického modelu,
- vývoj pokročilých metod využitelných při návrhu elektromagnetických aktuátorů,
- demonstrace využití metodiky na konkrétních příkladech.

OBECNÝ MATEMATICKÝ MODEL ELEKTROMAGNETICKÉHO AKTUÁTORU

V této kapitole bude formulován matematický model obecného lineárního elektromagnetického aktuátoru, společně s jeho základní diskuzí.

2.1 MODEL MAGNETICKÉHO POLE

Rozložení magnetického pole lze pro případ obecného elektromagnetického aktuátoru popsat parciální diferenciální rovnicí, která vychází z první Maxwellovy rovnice (Ampérův zákon celkového proudu) formulovanou pro vektorový magnetický potenciál A . Tuto rovnici lze zapsat ve tvaru

$$\operatorname{rot} \left(\frac{1}{\mu(B, T)} (\operatorname{rot} A - B_r) \right) - \gamma v \times \operatorname{rot} A + \gamma \frac{\partial A}{\partial t} = J_{\text{ext}}, \quad (1)$$

kde $\mu(B, T)$ značí permeabilitu nelineárně závislou na velikosti magnetické indukce B a teplotě T , B_r remanentní indukci permanentních magnetů, γ elektrickou vodivost, t čas a konečně J_{ext} externí proudovou hustotu. [23]

Uvedený model lze často výrazně zjednodušit. Teplotní závislost relativní permeability na teplotě lze v mnoha případech zanedbat, a to především v běžných provozních podmínkách, kdy je teplota aktuátoru stálá a nepřesahuje maximální provozní teplotu. Změnu teploty je tak nutné uvažovat především v případě analýzy dlouhodobého přetěžování aktuátoru, nebo při provozu aktuátoru ve speciálních podmínkách. Často lze také zanedbat vznik vířivých proudů vlivem časové změny magnetického pole a zároveň při nízkých rychlostech také vznik vířivých proudů vlivem pohybu elektricky vodivých těles.

2.2 MODEL ELEKTRICKÉHO OBVODU

Základní model elektrického obvodu elektromagnetického aktuátoru bez uvažování obvodů řídicích a regulačních představuje sériový RLC obvod, který je charakterizovaný obyčejnou diferenciální rovnicí

$$Ri + L(i, \delta, v) \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i d\tau = U_0, \quad (2)$$

kde R je elektrický odpor budicí cívky, i časově proměnný proud v obvodu, $L(i, \delta, v)$ je indukčnost cívky, která je obecně nelineárně závislá na budicím proudu i (vliv $\mu_r(B)$), dále na poloze pohyblivého jádra δ a také jeho rychlosti. C je kapacita a konečně U_0 je napájecí napětí zdroje.

Model elektrického obvodu je sdružen s modelem magnetického pole pomocí nelineární indukčnosti L a zároveň pomocí obvodového proudu i . Platí tedy

$$i = \int_S J_{\text{ext}} dS. \quad (3)$$

Stejně jako u modelu magnetického pole je možné i zde udělat mnohá zjednodušení. Vliv kapacity C lze ve většině případů zanedbat. Zároveň lze v případech, kdy je rychlost pohybu jádra v nízká, uvažovat nelineární závislost indukčnosti L pouze na velikosti budícího proudu a poloze jádra.

2.3 MODEL DYNAMIKY POHYBLIVÉHO JÁDRA

Dynamika pohyblivého jádra aktuátoru je popsána pomocí pohybových rovnic, které představují soustavu obyčejných diferenciálních rovnic

$$\begin{aligned} m \frac{dv}{dt} &= F, \\ v &= \frac{ds}{dt}, \end{aligned}$$

kde v je rychlost pohybu jádra, t čas, F je celková síla působící na pohyblivé jádro, m je jeho hmotnost a s dráha pohybu.

Celková síla F je dána superpozicí sil, které na danou pohyblivou část působí. Jednotlivé složky budou samozřejmě pro každý případ aktuátoru rozdílné, ale v každém případě musí být celková síla dána alespoň dvěma složkami, a to silou vyvolanou magnetickým polem F_m a silou F_z zatěžující danou část. [24]

2.4 MODEL TEPLITNÍHO POLE

Přestup tepla v dílčích částech aktuátoru popisuje rovnice vedení tepla, kterou lze zapsat ve tvaru

$$\text{div} (\lambda(T) \text{grad } T) - \rho(T) c_p(T) \frac{dT}{dt} = -q, \quad (4)$$

kde $\lambda(T)$ je tepelná vodivost nelineárně závislá na teplotě T , $\rho(T)$ nelineární měrná hmotnost, c_p nelineární měrná tepelná kapacita a konečně q je zdroj tepla. [23]

Zdroje tepla q se mohou u různých aktuátorů lišit, ale opět je nutné vždy uvažovat tepelné ztráty způsobené budícím proudem v cínce aktuátoru, které jsou popsány rovnicí sdružující teplotní pole s polem magnetickým

$$q = \frac{|J_{\text{ext}}|^2}{\gamma}. \quad (5)$$

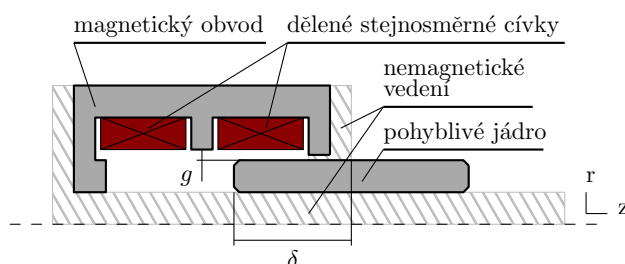
ILUSTRATIVNÍ PŘÍKLAD

V následujících kapitolách práce budou diskutovány numerické metody řešení formulovaného matematického modelu a také pokročilé metody návrhu elektromagnetických aktuátorů. Výhody a úskalí při využití uvedených metod budou demonstrovány na konkrétním příkladu lineárního elektromagnetického aktuátoru, jehož konstrukční uspořádání, princip funkce a také základní experimentální ověření budou uvedeny v této kapitole.

Všechny výpočty a simulace, které jsou v práci uvedeny, byly provedeny s použitím aplikace Agros2D, která je vyvíjena na Katedře teoretické elektrotechniky a je volně šířena pod licencí GNU GPL. Aplikace je určena k řešení sdružených úloh více fyzikálních polí pomocí metody konečných prvků vyšších řádů přesnosti. [25] [26] [27]

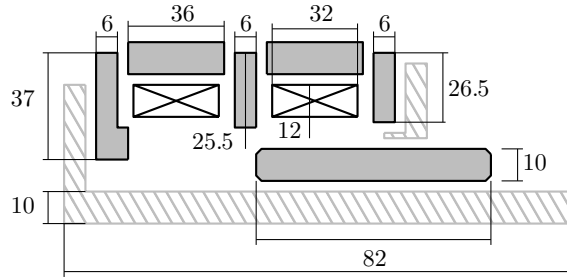
3.1 FORMULACE ŘEŠENÉHO PROBLÉMU

Základní konstrukční provedení řešeného aktuátoru bylo zvoleno s ohledem na možnost dosažení širokého pracovního rozsahu. Konkrétní provedení je uvedeno na obr. 5. Aktuátor sestává z dělené stejnosměrné cívky, která je umístěna uvnitř magnetického obvodu, v jehož středu se může volně pohybovat duté feromagnetické jádro. Dělení do dvou sekcí a zároveň provedení magnetického obvodu (obvod je složen ze soustavy prstenců) vytváří dvě základní cesty pro magnetický indukční tok.



Obr. 5: Základní uspořádání řešeného aktuátoru (aktuální polohu jádra charakterizuje posunutí δ od ústí aktuátoru)

Jádro aktuátoru se může volně pohybovat v axiálním směru. Vychýlení jádra v radiálním směru brání nemagnetické vedení umístěné v jeho středu a zároveň v ústí aktuátoru. Konstrukční provedení aktuátoru společně se základními rozměry je patrné z obr. 6.

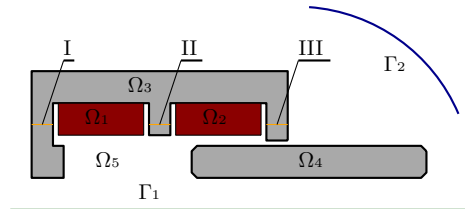


Obr. 6: Konstrukční provedení řešeného aktuátoru společně se základními rozměry (jednotlivé díly aktuátoru jsou zakresleny rozložené, všechny rozměry jsou uvedeny v milimetrech)

Cívky aktuátoru jsou zapojeny sériově tak, aby se magnetické indukční toky ve středním prstenci vzájemně odečetly. Každý segment cívky je navinut na silonovou kostru a je tvořen 260 závitů měděného lakovaného drátu o průměru 1 mm. Vedení jádra je vyrobeno z mosazných dílů. Magnetický obvod a pohyblivé jádro jsou vyrobeny z běžné konstrukční oceli ČSN 12040.

3.2 MATEMATICKÝ MODEL ŘEŠENÉHO AKTUÁTORU

Matematický model řešeného aktuátoru vychází z modelu formulovaného v kapitole 2. Definiční oblast modelu magnetického pole, která je definována v osově symetrickém souřadnicovém systému (r, z, φ) , je pro případ řešeného aktuátoru uvedena na obr. 7. Vedení aktuátoru a zároveň kostry cívky jsou vyrobeny z nemagnetických materiálů a není tedy nutné je jednotlivě v modelu respektovat. Definiční oblast je ohraničena osou symetrie $r = 0$ a zároveň kruhovou fiktivní hranicí.

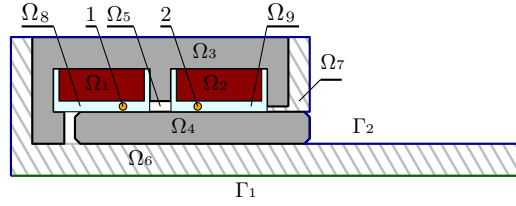


Obr. 7: Definiční oblast matematického modelu magnetického pole

Kompletně sestavený matematický model magnetického pole je pro dílčí oblasti a okrajové podmínky definiční oblasti definován v následujícím tvaru:

$$\begin{aligned} \Omega_1, \Omega_2 : \operatorname{rot} \left(\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} A \right) &= J_{\text{ext}}, \\ \Omega_3, \Omega_4 : \operatorname{rot} \left(\frac{1}{\mu(B)} \operatorname{rot} A \right) &= 0, \\ \Omega_5 : \operatorname{rot} \left(\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} A \right) &= 0, \\ \Gamma_1, \Gamma_2 : A &= 0 \end{aligned}$$

Model teplotního pole respektuje všechny dílčí části řešeného aktuátoru. Definiční oblast, která je opět definována v osově symetrickém souřadnicovém systému, je uvedena na obr. 8.



Obr. 8: Definiční oblast matematického modelu teplotního pole

Vzhledem k nutnosti stanovit nejhorší případ tepelného zatížení aktuátoru neuvažuje model odvod tepla prouděním vzduchu v dutině aktuátoru (pohyblivé jádro je umístěno v poloze $\delta = 75$ mm) a odvod tepla zajišťuje pouze konvekce do okolí z jeho povrchu. Kompletně sestavený matematický model teplotního pole pro dílčí oblasti a okrajové podmínky definiční oblasti je definován v následujícím tvaru:

$$\begin{aligned}\Omega_1, \Omega_2 : \operatorname{div} (\lambda(T) \operatorname{grad} T) - \rho(T)c_p(T) \frac{dT}{dt} &= -\frac{|J_{\text{ext}}|^2}{\gamma} \\ \Omega_3, \dots, \Omega_9 : \operatorname{div} (\lambda(T) \operatorname{grad} T) - \rho(T)c_p(T) \frac{dT}{dt} &= 0 \\ \Gamma_1 : -\lambda \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} &= 0 \\ \Gamma_2 : -\lambda \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} &= \alpha(T_{\text{ext}} - T)\end{aligned}$$

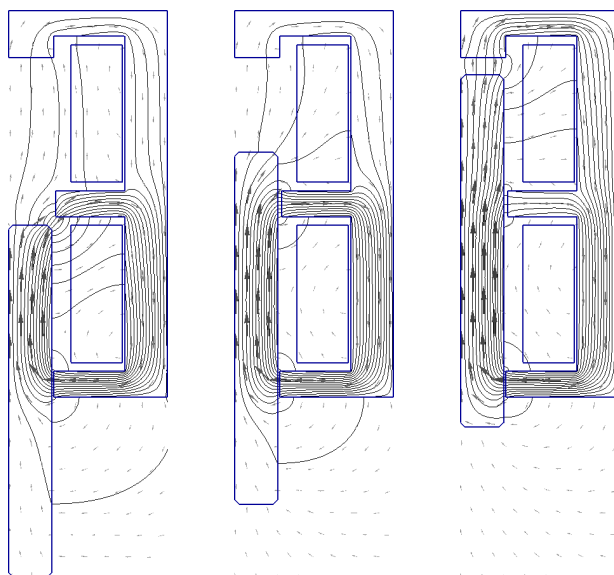
K numerickému řešení formulovaného matematického modelu byla využita aplikace Agros2D. Model magnetického pole byl vždy řešen pro zatížení budícím proudem 3, 6 a 8 A. Model teplotního pole byl řešen pouze pro konstantní zatížení budícím proudem 6 A po dobu 3 min.

3.3 ZÁKLADNÍ ANALÝZA ŘEŠENÉHO AKTUÁTORU

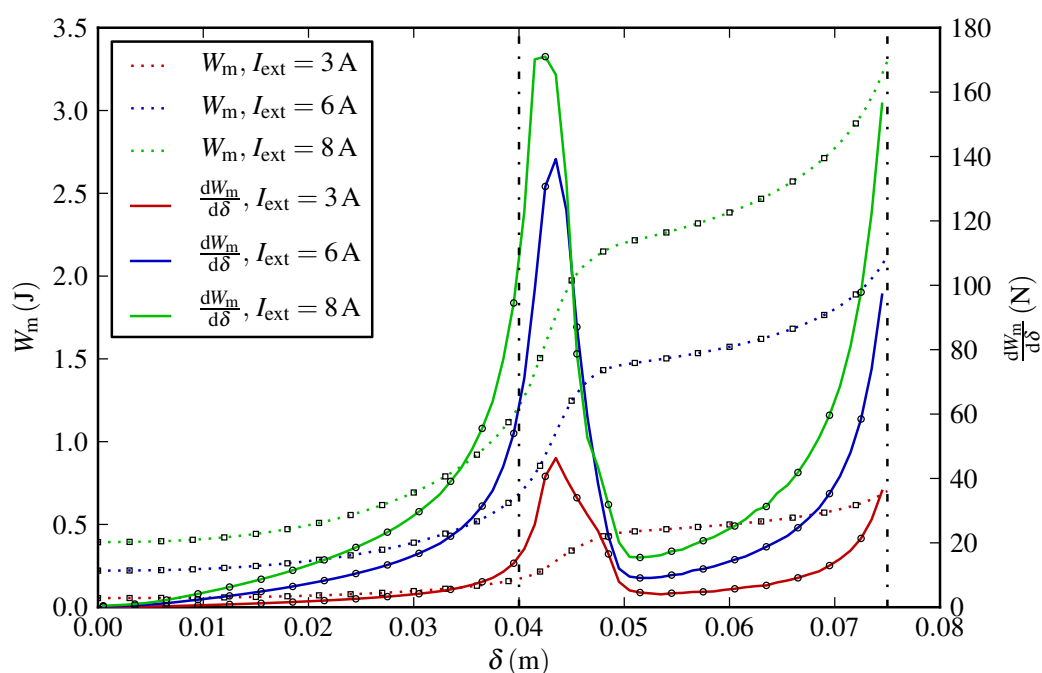
Základní analýza řešeného aktuátoru byla provedena pro plný rozsah pohybu jádra uvnitř magnetického obvodu, tedy 75 mm. Cílem analýzy je stanovit charakteristiky řešeného aktuátoru a poukázat na jeho základní funkčnost. Na obr. 9 jsou zobrazeny výsledky výpočtu magnetického pole pomocí siločar a vektorů magnetické indukce pro tři různá posunutí jádra.

Jednou z nejdůležitějších charakteristik, která popisuje funkci elektromagnetického aktuátoru je závislost energie magnetického pole W_m na poloze jádra ($W_m = W_m(\delta)$). Z této závislosti lze první derivací přímo získat sílu, která na pohyblivé jádro působí. Závislost energie a statická charakteristika¹ je pro řešený aktuátor uvedena na obr. 10.

¹ Statická charakteristika představuje sílu působící na pohyblivé části aktuátoru v závislosti na jejich poloze ($F = F(\delta)$).



Obr. 9: Siločáry magnetického pole pro různá posunutí pohyblivého jádra (z levé strany: $\delta = 40$ mm, $\delta = 57$ mm, $\delta = 75$ mm)



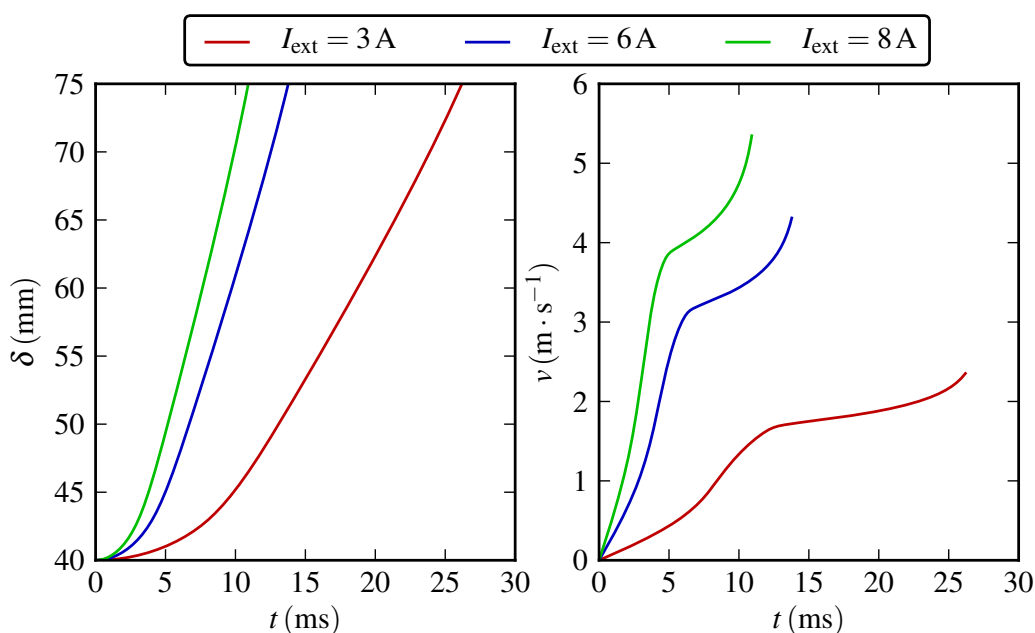
Obr. 10: Energie magnetického pole W_m a její derivace představující silové působení na pohyblivé jádro

Uvedenou charakteristiku lze rozdělit do dvou částí. První část charakteristiky ($\delta < 35$ mm) je monotónní, změna energie je malá, a tím i celková síla. Ve druhé části charakteristiky dochází k velmi rychlým změnám energie a tím i síly. V průběhu statické charakteristiky je patrný značný propad síly, který nastává při posunutí jádra za hranu středního prstence magnetického obvodu. V této fázi je

takřka všechna energie magnetického pole akumulována do tenké vzduchové mezery o šířce g mezi jádrem a hranou prstence. Při pohybu jádra nedochází ve vzduchové mezeře ke změně energie a celková energie systému tak roste pouze vlivem zmenšující se vzduchové mezery ve směru pohybu jádra.

Na základě závislosti $W_m = W_m(\delta)$ lze navrhnout pracovní rozsah řešeného aktuátoru. Vzhledem ke snaze dosáhnout co největšího rozsahu byl zvolen interval $\delta \in (40, 75)$ mm, tedy celkem 35 mm.

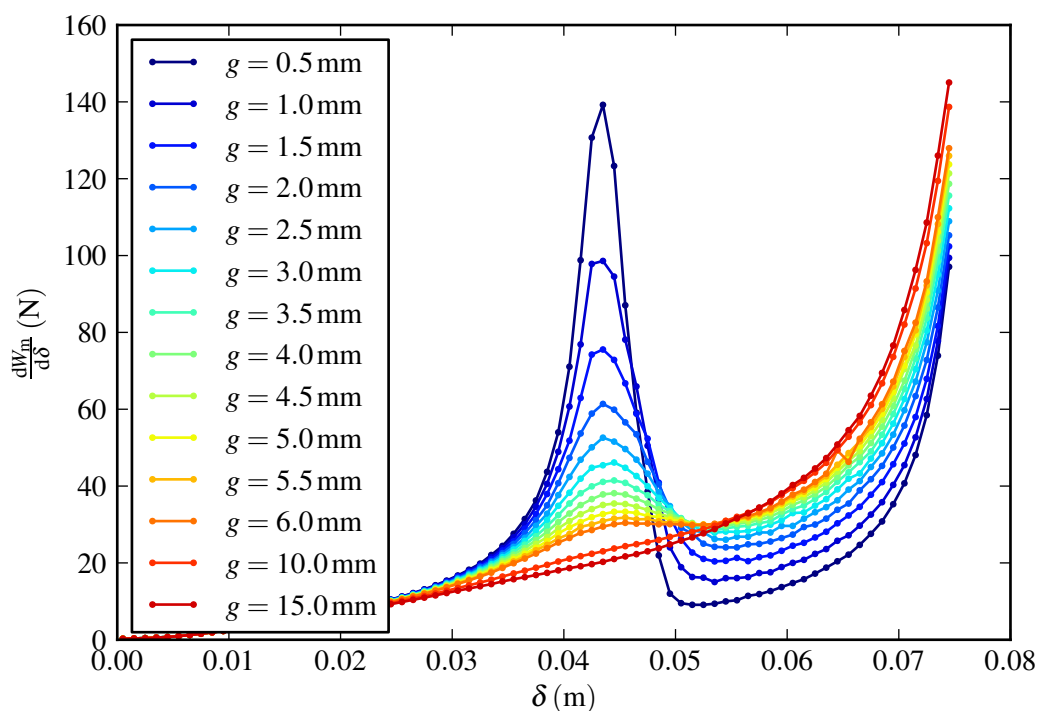
Ze získané statické charakteristiky lze dále na základě řešení pohybových rovnic pro jádro aktuátoru provést analýzu dynamických charakteristik, tedy závislosti $\delta = \delta(t)$ a $v = v(t)$. Získané dynamické charakteristiky pro pracovní rozsah řešeného aktuátoru jsou zobrazeny na obr. 11. Uvedené charakteristiky jsou spočteny pro případ nezátíženého aktuátoru. Ze závislosti polohy jádra na čase je velmi dobře patrná obrovská výhoda elektromagnetických aktuátorů, spočívající ve vysoké rychlosti jejich reakce.



Obr. 11: Dynamické charakteristiky řešeného aktuátoru

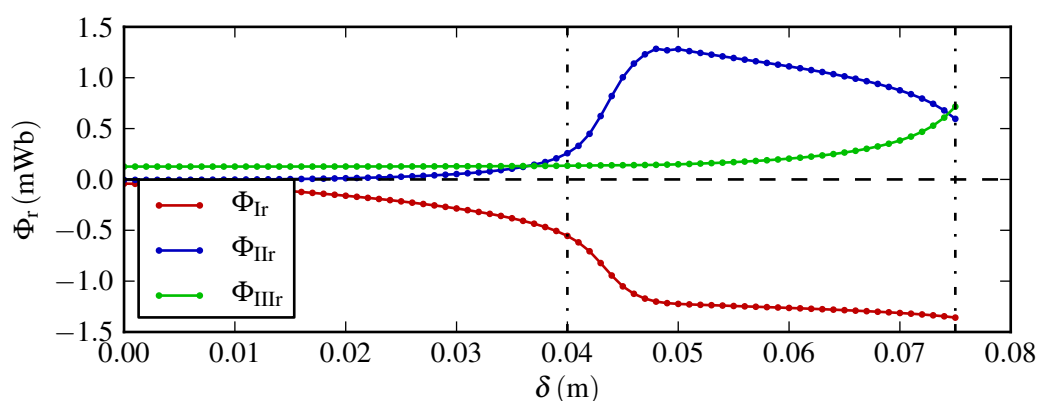
Vzhledem k provedení magnetického obvodu aktuátoru lze dále změnou šířky vzduchové mezery g (viz. obr. 5) prostředního prstence magnetického obvodu významně ovlivnit tvar výsledné statické charakteristiky. Tento vliv demonstrují výsledky provedené parametrické analýzy, které jsou patrné z obr. 12.

Se zvětšující se vzduchovou mezerou g dochází ke snížení špičky silového působení v oblasti, kde se při posunu blíží hrana pohyblivého jádra k hraně prostřednímu prstence. Zároveň je však patrné také zvýšení síly v oblasti, kde hrana jádra již střední prstence překročila a celková statická charakteristika se tak v omezené oblasti stává konstantní. Z uvedených výsledků je patrné, že lze změnou vzduchové mezery dosáhnout na části statické charakteristiky konstantního silového působení (pro výrobu experimentálního zařízení byla vybrána charakteristika pro $\delta = 5,5$ mm).

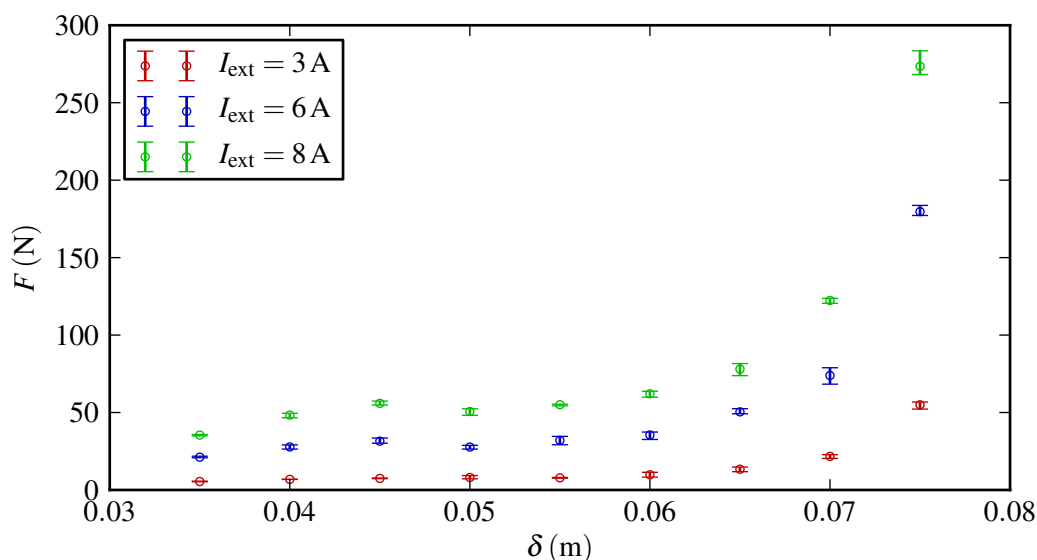


Obr. 12: Vliv vzduchové mezery g na statickou charakteristiku aktuátoru ($I_{\text{ext}} = 6$ A)

Pro úplnost je na obr. 13 zobrazen průběh radiální složky magnetického indukčního toku Φ_r v závislosti na poloze jádra pro tři různé části magnetického obvodu (viz. obr. 7, plocha vymezená křivkami I, II a III). Průběhy reprezentují majoritní část magnetického indukčního toku přes jednotlivé prstence. Z uvedeného průběhu lze usoudit, že dělení cívky do segmentů lze s výhodou využít také pro spínání jednotlivých segmentů v závislosti na poloze jádra a snížit tak energetické nároky aktuátoru.



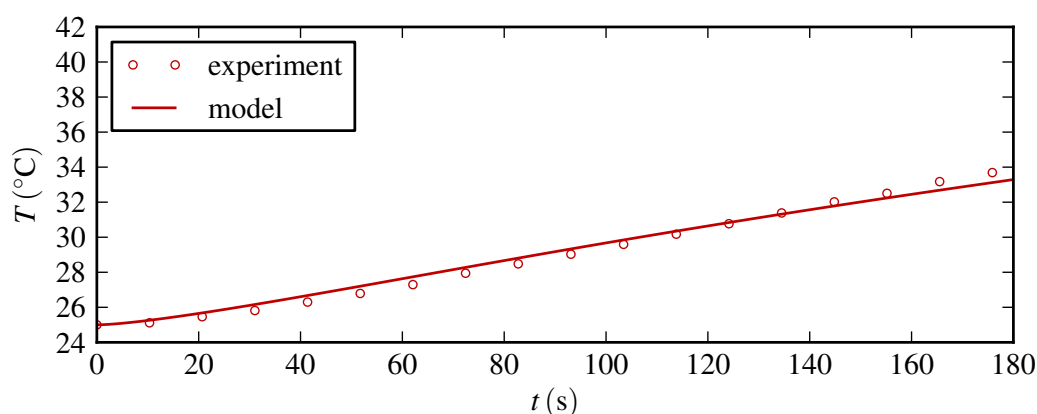
Obr. 13: Radiální složka magnetického indukčního toku v jednotlivých prstencích magnetického obvodu ($I_{\text{ext}} = 6$ A)



Obr. 14: Výsledky měření statické charakteristiky společně se zobrazením rozptylu naměřených hodnot z opakovaného měření

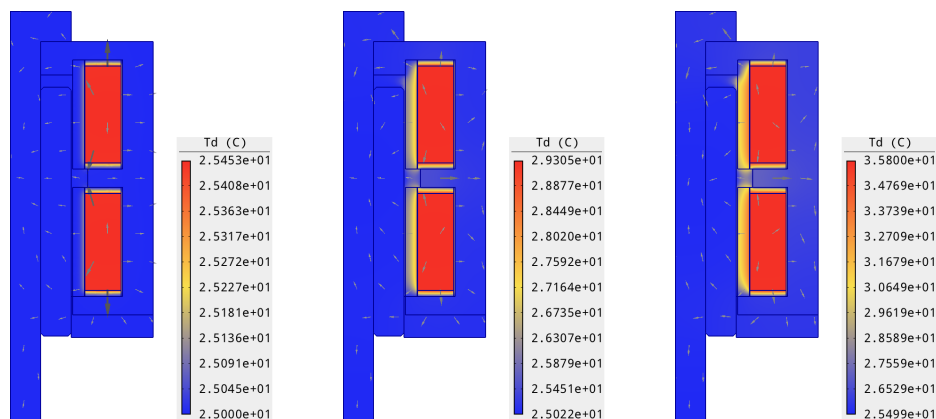
Pro verifikaci výsledků získaných numerickou analýzou matematického modelu magnetického pole bylo provedeno měření statické charakteristiky řešeného aktuátoru. Měření bylo provedeno pro rozsah posunutí jádra $\delta \in (35, 75)$ mm s krokem 5 mm a pro velikost vzduchové mezery $\delta = 5.5$ mm. Aritmetický průměr opakovaného měření společně se zobrazením rozptylu naměřených hodnot jsou uvedeny v obr. 14. Porovnání výsledků měření s výsledky výpočtu jsou pak uvedeny v kapitole 4.2.

Ověření výsledků numerického řešení ohřevu aktuátoru bylo provedeno na základě měření teploty ve dvou bodech umístěných v kostře cívek (viz. obr. 8, body 1 a 2). Porovnání výsledků řešení a výsledků měření teploty je uvedeno na obr. 15 (výsledky měření jsou získány aritmetickým průměrem opakovaného měření teplot v obou uvedených bodech).



Obr. 15: Průběh teploty v závislosti na čase

Z výsledků měření teploty je patrné, že vznikající teplo nemůže při budicím proudu $I_{\text{ext}} = 6 \text{ A}$ výrazně ovlivnit jeho funkčnost. Drobné odchylky mezi výsledky získanými měřením oteplení a numerickým řešením modelu jsou způsobeny především nepřesnostmi v použitých materiálových parametrech. Na obr. 16 jsou pro úplnost zobrazeny výsledky výpočtu přestupu tepla pro tři různé časové okamžiky.



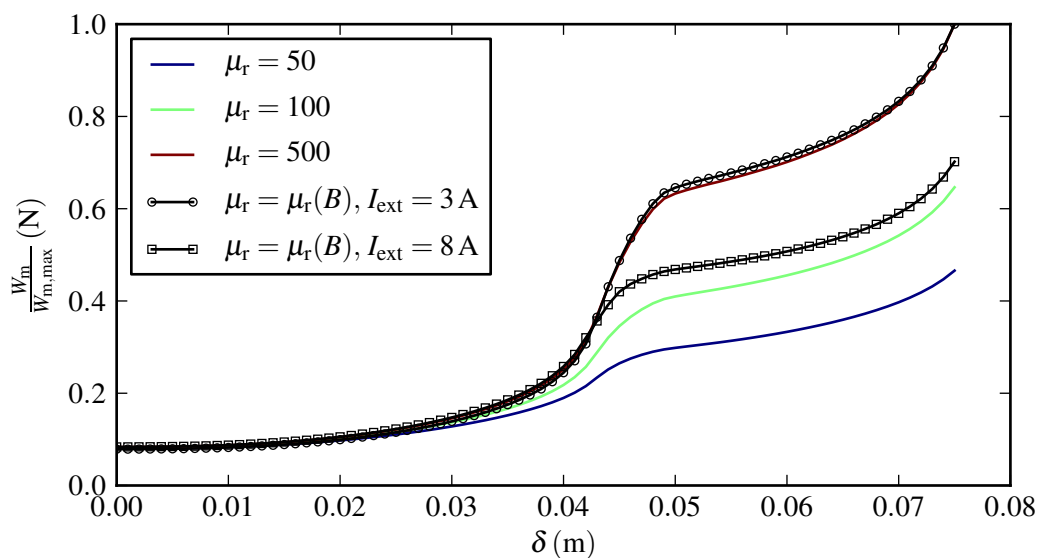
Obr. 16: Rozložení teploty a vektory tepelného toku v průběhu ohřevu aktuátoru (z levé strany: $t = 6 \text{ s}$, $t = 60 \text{ s}$, $t = 180 \text{ s}$)

NUMERICKÉ ŘEŠENÍ MATEMATICKÉHO MODELU

V této kapitole budou diskutovány pokročilé numerické metody, které lze využít při návrhu elektromagnetických aktuátorů. Možnosti použitých metod však nejsou limitovány pouze touto danou problematikou, ale mohou být s výhodou využity v široké oblasti elektromechanických, elektrotepelných nebo například elektrostatických a dalších systémů.

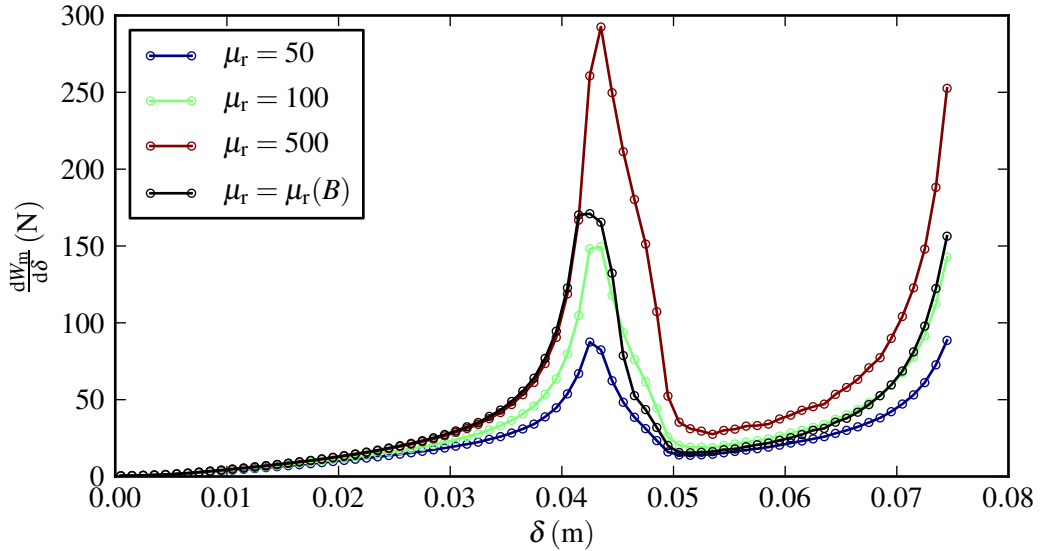
4.1 ŘEŠENÍ NELINEÁRNÍCH PROBLÉMŮ

Při návrhu magnetického obvodu elektromagnetických aktuátorů je vždy nutné respektovat značný vliv nelineární závislosti relativní permeability μ_r na magnetické indukci B . Při nerespektování této nelinearity může dojít ke značným výpočetním chybám, způsobených především nerespektováním přesycení feromagnetických částí aktuátoru a tím k funkčním nedostatkům a problémům celého systému. Stejná situace nastává při návrhu elektromagnetických aktuátorů s ohledem na ohřev dílčích částí, kde je nutné respektovat nelineární závislosti tepelné vodivosti $\lambda(T)$, měrné hmotnosti $\rho(T)$ a měrné tepelné kapacity $c_p(T)$. [28]



Obr. 17: Vliv relativní permeability μ_r na energii W_m pro případ řešeného aktuátoru

Nutnost respektovat uvedenou závislost $\mu_r(B)$ demonstruje obr. 17, kde je zobrazena relativní závislost energie magnetického pole $\frac{W_m}{W_{m,\max}}$ na poloze jádra δ pro lineární i nelineární výpočet matematického modelu. V první části charakteristiky nedochází k přesycení jádra a je patrná velmi dobrá shoda lineárního řešení s řešením nelineárním. Situace se však razantně mění v oblasti, kdy roste magnetická indukce v jádře, které se přesytí a značně tak klesá relativní permeabilita μ_r , tím i celková energie W_m a samozřejmě také síla F působící na jádro, jak je patrné z obr. 18.



Obr. 18: Vliv relativní permeability μ_r na sílu působící na jádro řešeného aktuátoru

Mezi metody, které je možné využít při řešení nelineárního matematického modelu uvedeného v kapitole 2 patří Picardova nebo Newtonova metoda. V dalším textu se budeme zabývat pouze Newtonovou metodou a možnostmi její pokročilé implementace. Newtonova metoda je v současné literatuře velmi dobře zpracována a popsána, na omezeném prostoru této práce tedy budou diskutovány především specifika použití této metody a jejich využití v oblasti elektromagnetických výpočtů. [29]

Při řešení parciálních diferenciálních rovnic s využitím metody konečných prvků představuje aplikace Newtonovy metody iterativní proces, kde každý následující krok je určen na základě korekce předchozího kroku a platí tedy

$$\mathbf{Y}^{n+1} = \mathbf{Y}^n + \mathbf{D}^{n+1}, \quad (6)$$

kde \mathbf{Y}^{n+1} značí výsledek řešení následujícího kroku, \mathbf{D}^{n+1} je korekce předchozího kroku \mathbf{Y}^n . Korekce \mathbf{D}^{n+1} pak představuje řešení soustavy lineárních algebraických rovnic s Jacobiho maticí. Postupným zpřesněním \mathbf{Y} lze tak při splnění podmínek konvergence stanovených relativní změnou řešení ε dvou po sobě následujících kroků získat aproximaci řešení \mathbf{Y} . [29] [30]

Značnou nevýhodou uvedené metody je nutnost předem znát Jacobián, tedy derivaci řešené rovnice. Tuto nevýhodu lze eliminovat například použitím metody

Jacobian-free Newton-Krylov, která kombinuje Newtonovu a iterativní Krylovu metodu. [31]

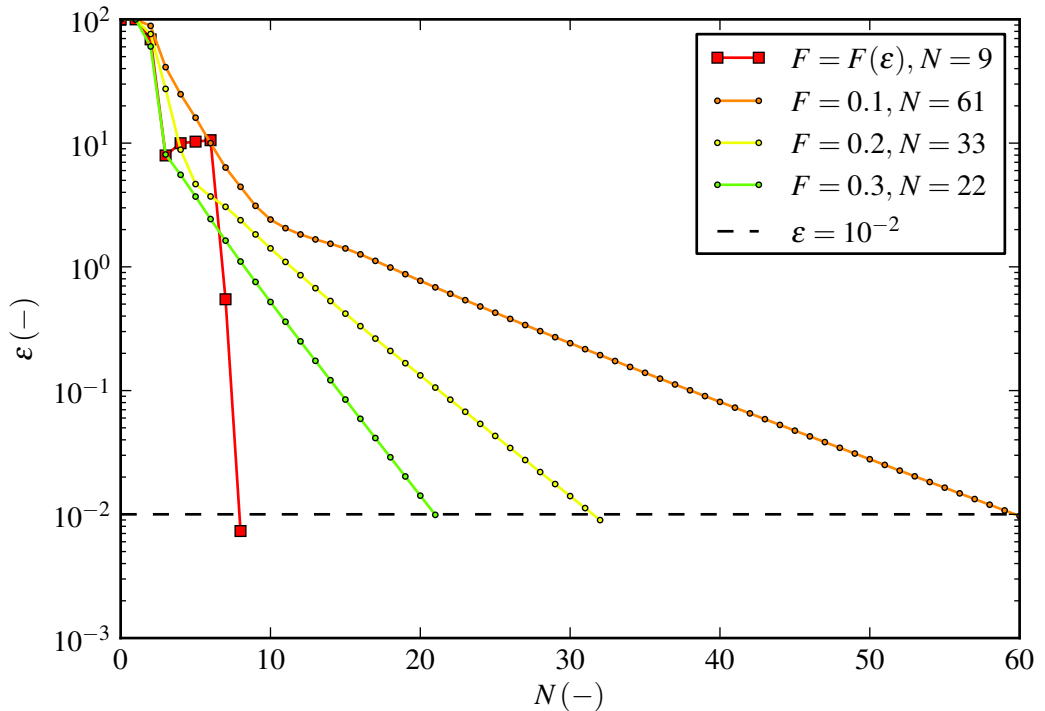
Použití Newtonovy metody vyžaduje vysoké výpočetní nároky, které při řešení praktických problémů zahrnující parametrické analýzy, citlivostní studie a optimalizace mohou být kritické a znemožňují tak řešení daného problému. Z tohoto důvodu je výhodné využít modifikací Newtonovy metody, které umožňují výpočet provádět bezpečněji s ohledem na konvergenci řešení a také jej výrazně urychlit. Mezi tyto modifikace patří například využití automatické volby faktoru tlumení a znovupoužití Jacobiánu. [32]

4.1.1 Automatická volba faktoru tlumení

Tlumení představuje pro Newtonovu metodu modifikaci, která umožňuje řešení problémů se silnými nelinearitami a zajišťuje tak bezpečnější konvergenci řešení. Při jejím použití se úmyslně snižuje oprava D^{n+1} v každém kroku výpočtu

$$Y^{n+1} = Y^n + F \cdot D^{n+1}, \quad (7)$$

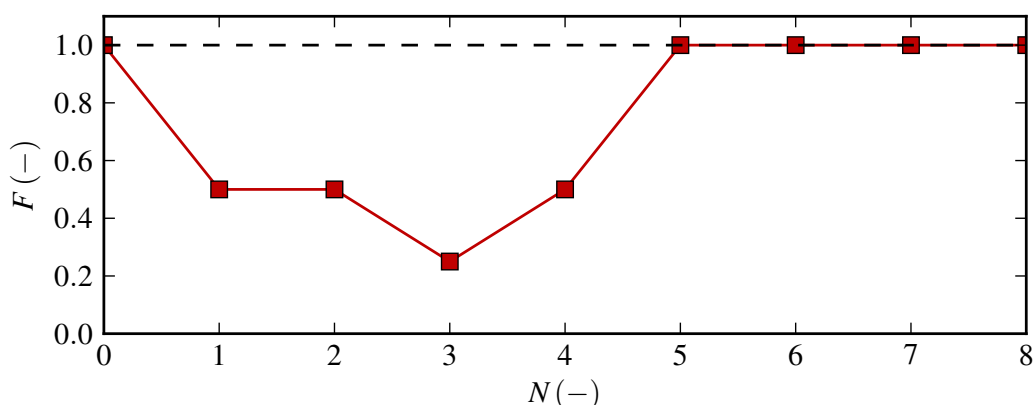
kde F značí faktor tlumení ($0 < F \leq 1.0$). Zavedení faktoru tlumení má tedy za následek vyšší stabilitu metody, ale zároveň vyšší nároky na výpočetní čas. Pro případ formulovaného modelu obecného elektromagnetického aktuátoru představuje nelineární závislost $\mu_r(B)$ velmi silnou nelinearitu a bez použití tlumení tak není často možné problém popisující silné sycení magnetického obvodu vyřešit. [29]



Obr. 19: Konvergence řešení pro velikost budícího proudu $I_{\text{ext}} = 8 \text{ A}$ a $\delta = 75 \text{ mm}$

Tato situace nastává i při řešení modelu magnetického pole ilustrativního příkladu, popsaného v kapitole 3. Na obr. 19 jsou vykresleny konvergenční křivky řešení pro případ buzení aktuátoru $I_{\text{ext}} = 8$ A a polohu jádra $\delta = 75$ mm (jádro je plně zasunuto). Uvedené křivky představují průběh relativní změny řešení ε v závislosti na kroku Newtonovy metody pro zvolený faktor tlumení F . V grafu jsou uvedeny pouze průběhy, které vedou k vyřešení úlohy s dosažením kritéria relativní změny řešení $\varepsilon < 10^{-2}$ a je tedy patrné, že v dané implementaci je možné problém vyřešit pouze s faktorem tlumení $F < 0.6$.

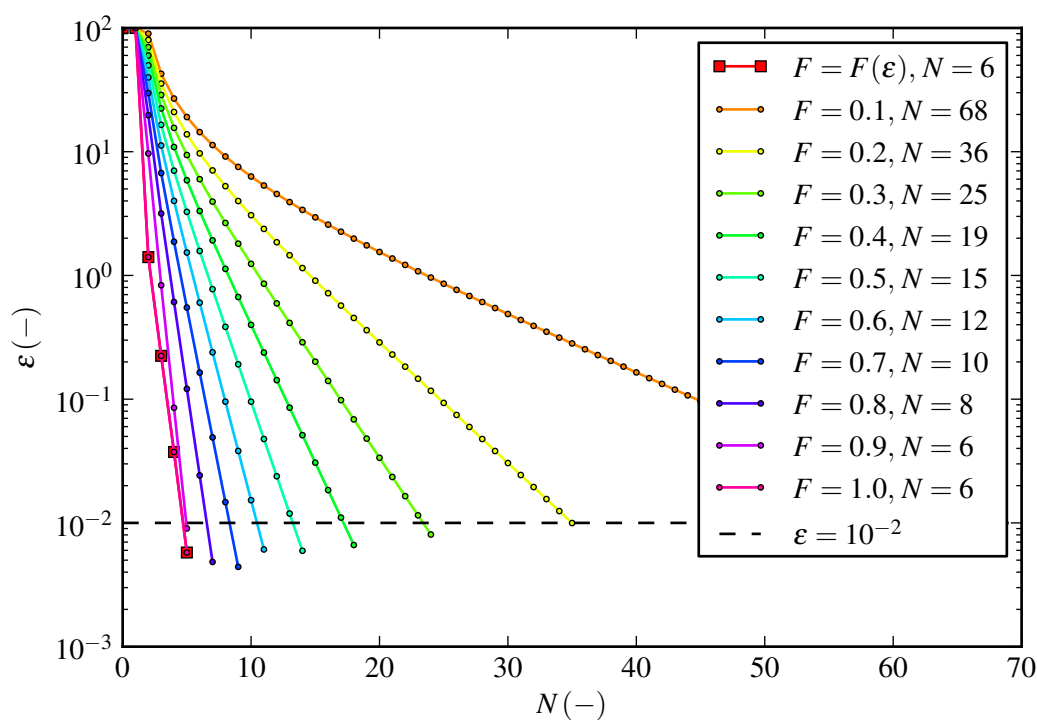
Mezi uvedenými křivkami je také zobrazen průběh řešení při automatické volbě faktoru tlumení. Použitý algoritmus využívá poměru reziduálu dvou po sobě následujících kroků Newtonovy metody ke stanovení faktoru tlumení. Tím je dosaženo snížení výpočetní náročnosti celého problému, protože ke snížení dochází pouze v situaci, kdy je indikována nedostatečná konvergence řešení dle předepsaného kritéria poměru relativní změny řešení ve dvou po sobě následujících krocích. Pro zvolený případ ($I_{\text{ext}} = 8$ A, $\delta = 75$ mm) je na obr. 20 zobrazena hodnota automaticky zvoleného faktoru tlumení F pro jednotlivé kroky Newtonovy metody.



Obr. 20: Závislost faktoru tlumení F na kroku Newtonovy metody pro velikost budicího proudu $I_{\text{ext}} = 8$ A a $\delta = 75$ mm

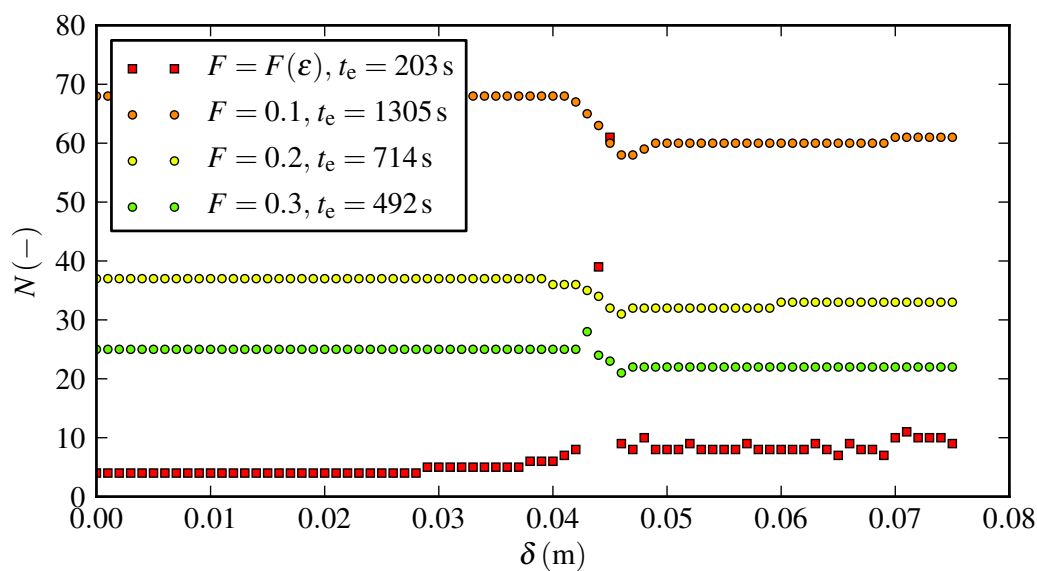
Opačný případ je zobrazen na obr. 21, kde je opět zobrazena konvergence řešení, v této situaci však pro polohu jádra $\delta = 40$ mm. Jádro není v této pozici přesycené a tak se nelineární závislost $\mu_r(B)$ neprojevuje a je tedy nepraktické využívat nízký faktor tlumení z důvodu velké časové náročnosti. V takových případech je opět velmi výhodné využít automatickou volbu faktorů tlumení, protože během výpočtu nedochází k využití faktoru tlumení a konvergence je tak nejrychlejší možná.

Tlumení tedy umožňuje bezpečné řešení problémů, kde se vyskytují silné nelinearity. Automatická volba faktoru tlumení následně umožňuje výrazně snížit výpočetní nároky celého problému, což se značně projevuje v případě výpočtu statické charakteristiky aktuátoru, kdy je nutné opakovat sérii nelineárních výpočtů. Tento fakt pro případ řešeného aktuátoru demonstruje obr. 22, kde jsou zobrazeny počty iterací v jednotlivých pozicích δ pohyblivého jádra v závislosti na použitém faktoru tlumení F . Zde stojí za zmínku značný rozdíl výpočetního času t_e potřeb-



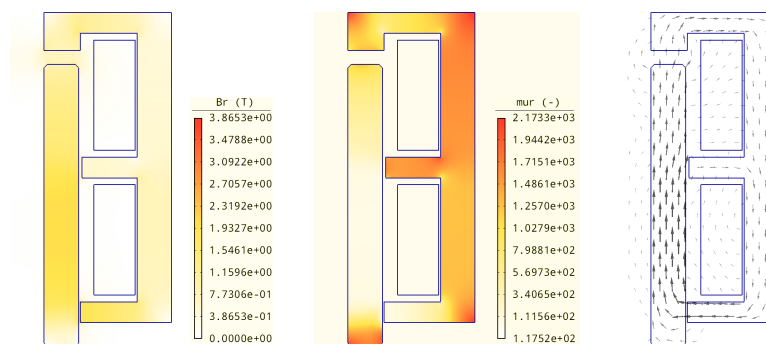
Obr. 21: Konvergence řešení pro velikost budícího proudu $I_{\text{ext}} = 8 \text{ A}$ a $\delta = 35 \text{ mm}$

ného pro řešení a ukazuje se velká výhoda použití automatické volby faktoru tlumení.



Obr. 22: Konvergence řešení pro jednotlivé polohy jádra δ v závislosti na volbě faktoru tlumení F

4.2 METODY VÝPOČTU SILOVÉHO PŮSOBNÍ



Obr. 23: Rozložení magnetické indukce, relativní permeability a vektory magnetické indukce

4.1.2 Znovupoužití Jacobiánu

Znovupoužití Jacobiánu je další modifikací Newtonovy metody, která umožňuje snížit výpočetní nároky. Využije se především v problémech, kde se příliš neprojeví nelineární závislosti materiálových parametrů. Modifikace metody umožňuje znovu využít Jacobián spočítaný v předchozího kroku řešení, a to v případě, kdy je splněno kritérium založené na poměru reziduálu ve dvou po sobě následujících krocích Newtonovy metody.

Pro případ formulovaného modelu se jedná především o problém řešení přestupu tepla v aktuátoru. Nelineární závislosti materiálových parametrů jsou v tomto případě často hladké a tak znovupoužití Jacobiánu vede ke značnému snížení výpočetních nároků. [32]

4.2 METODY VÝPOČTU SILOVÉHO PŮSOBNÍ

Metody výpočtu silového působení jsou velmi komplikované, a to především v nelineárních prostředích, která v dané problematice elektromagnetických aktuátorů představují feromagnetické části. Přesný výpočet statické charakteristiky je pak obzvláště důležitým krokem při návrhu elektromagnetických aktuátorů. V této podkapitole budou diskutovány různé způsoby výpočtu Maxwellových sil, které určují silové působení magnetického pole na feromagnetická tělesa.

4.2.1 Virtuální práce

Výpočet silového působení pomocí virtuální práce byl již zmíněn v kapitole 3. Výpočet je založený na principu virtuálních přemístění (Lagrangeův princip), který říká, že virtuální práce rovnovážné soustavy sil působící na tuhé těleso je při libovolném virtuálním přemístění tělesa nulová při nulové změně celkové energie. Pokud dochází ke změně energie, musí se měnit také silové působení. Pro tuhá tělesa lze tento princip formulovat rovnicí

$$\partial W = F \cdot \partial \delta, \quad (8)$$

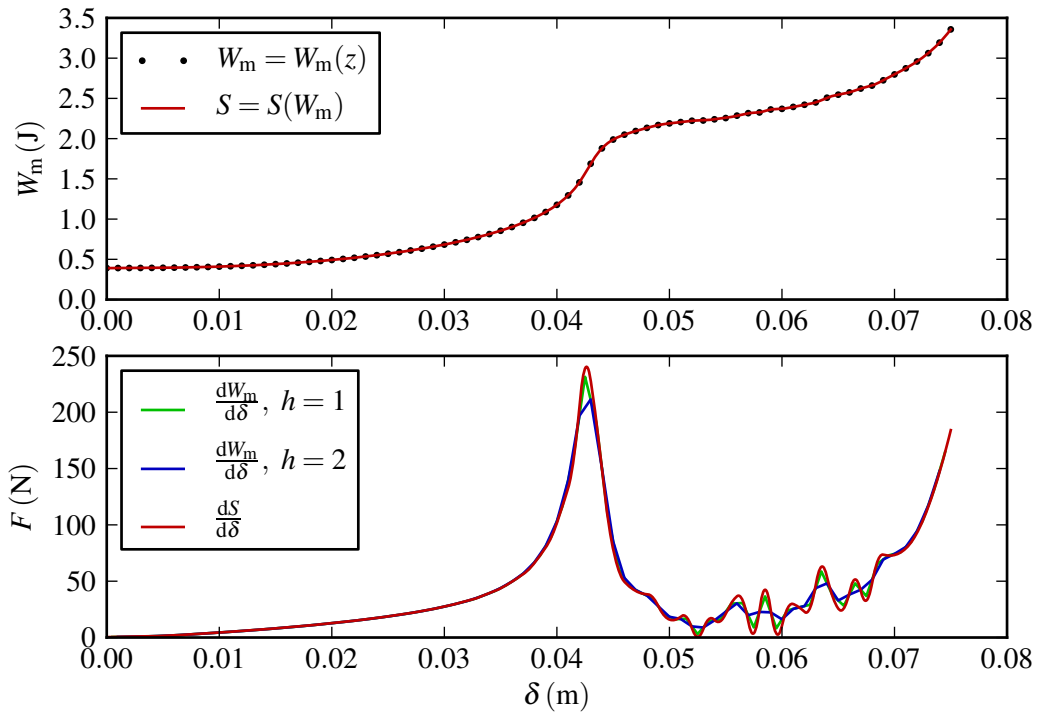
kde W je energie celé soustavy, F vektor výsledného silového působení a δ je virtuální přemístění. Aplikujeme-li tento princip na problém výpočtu silového působení na pohyblivé jádro lineárního elektromagnetického aktuátoru, získáme přímo vztah, který udává silové působení ve tvaru

$$F = \frac{dW_m}{d\delta}, \quad (9)$$

kde F je síla působící na jádro ve směru jeho posunutí δ a W_m je energie magnetického pole akumulovaná v celém systému, která je dána pro dané prostředí intenzitou magnetického pole H a magnetickou indukcí B vztahem

$$W_m = \int_V \int_0^B H dB dV. \quad (10)$$

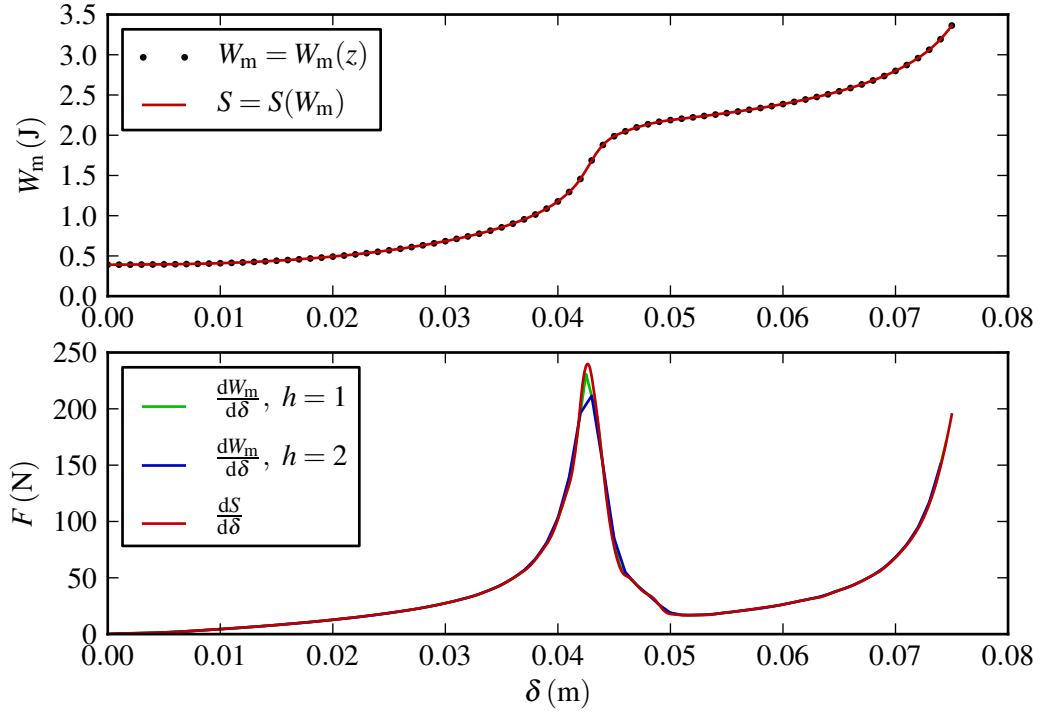
Výpočet silového působení z virtuální práce vykazuje při numerickém řešení magnetického pole aktuátoru značné problémy. Derivaci energie je vždy nutné provádět numericky a výsledek je tak silně závislý na přesnosti řešení magnetického pole.



Obr. 24: Výpočet silového působení na základě virtuální práce pro kritérium výpočtu nelineárního magnetického pole na relativní změnu řešení $\varepsilon < 0.5$

Obr. 24 ukazuje výpočet silového působení na feromagnetické jádro založený na virtuální práci pro řešení aktuátor. Relativní změna řešení nelineárního magnetického pole $\varepsilon = 0.5$. Výpočet byl proveden pro první a druhý řád numerické derivace h a také pomocí derivace kubického splinu, kterým byla proložena vypočtená závislost $W_m(\delta)$.

Z výsledků je patrné, že numerická derivace vykazuje značné nepřesnosti v řešení, které jsou způsobeny nepřesností výpočtu energie magnetického pole W_m . Tyto odchylky jsou velmi malé, jak je patrné z průběhu energie magnetického pole. Obr. 25 pak ukazuje výsledek výpočtu pro relativní změnu řešení $\varepsilon = 0.01$. Zde je již závislost $W_m(\delta)$ vypočtena velmi přesně a tím je přesný i výpočet silového působení.



Obr. 25: Výpočet silového působení na základě virtuální práce pro kritérium výpočtu magnetického pole na relativní změnu řešení $\varepsilon < 0,01$

Průběhy uvedené na obr. 24 a 25 jsou vypočteny pro 75 bodů statické charakteristiky (krok posunu jádra je 1 mm). Pokud je však nutné výpočet provést s menším krokem posunu jádra, začne docházet i při vysoké přesnosti řešení magnetického pole ke stejným problémům a výpočet statické charakteristiky bude opět zatížen velkou chybou.

4.2.2 Maxwellův tenzor pnutí

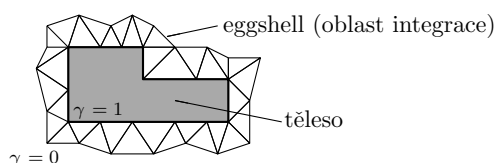
Maxwellův tenzor pnutí σ_M vyjadřuje tok hybnosti elektromagnetického pole plochou a může být zapsán ve tvaru

$$\sigma_M = -\frac{1}{2\mu}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{B})\mathbf{I} + \frac{1}{\mu}\mathbf{B} \otimes \mathbf{B}, \quad (11)$$

kde \mathbf{I} je jednotková matice a znak \otimes představuje dyadický součin. Síla, která působí na těleso ohraničené hranicí S je pak dána vztahem

$$\mathbf{F}_T = \int_S \sigma_M dS. \quad (12)$$

Stejně jako výpočet silového působení pomocí virtuální práce může být výpočet založený na Maxwellově tenzoru pnutí při numerickém řešení magnetického pole značně problematický. Jako modifikaci této metody je však možné použít metodu Eggshell. Základní princip spočívá v zavedení tenké okrajové oblasti v okolí tělesa, pro které chceme vypočítat silové působení. Na této oblasti následně zavedeme funkci γ splňující podmínku $\gamma = 0$ na vnější hranici zavedené oblasti a podmínku $\gamma = 1$ na vnitřní hranici oblasti, která leží na hranici S vyšetřovaného tělesa (viz. obr.26). Výběr použité funkce není nikterak omezený a lze zde zvolit například řešení Laplaceovy rovnice v uvedené oblasti. [33]



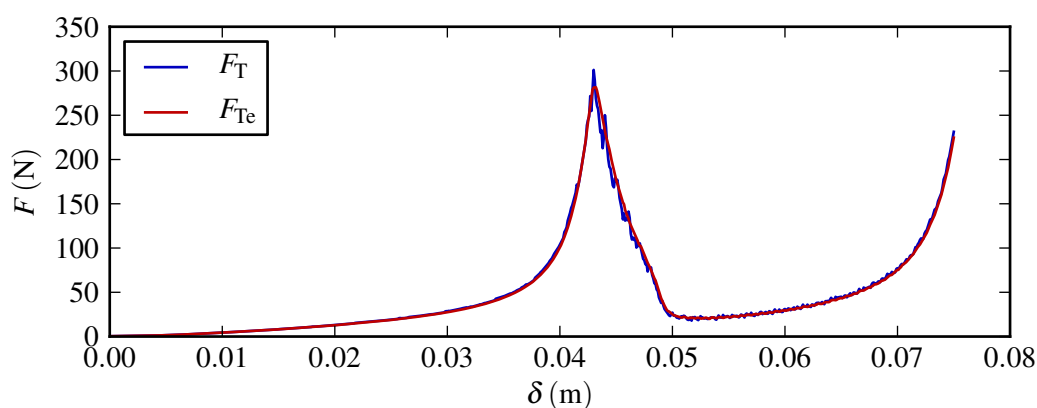
Obr. 26: Vysvětlení výpočtu pomocí Eggshell metody

Výpočet silového působení na těleso lze pak provést pomocí vztahu

$$F_{Te} = \int_V \sigma_M \cdot \text{grad } \gamma dV, \quad (13)$$

kde V je objem zavedené oblasti.

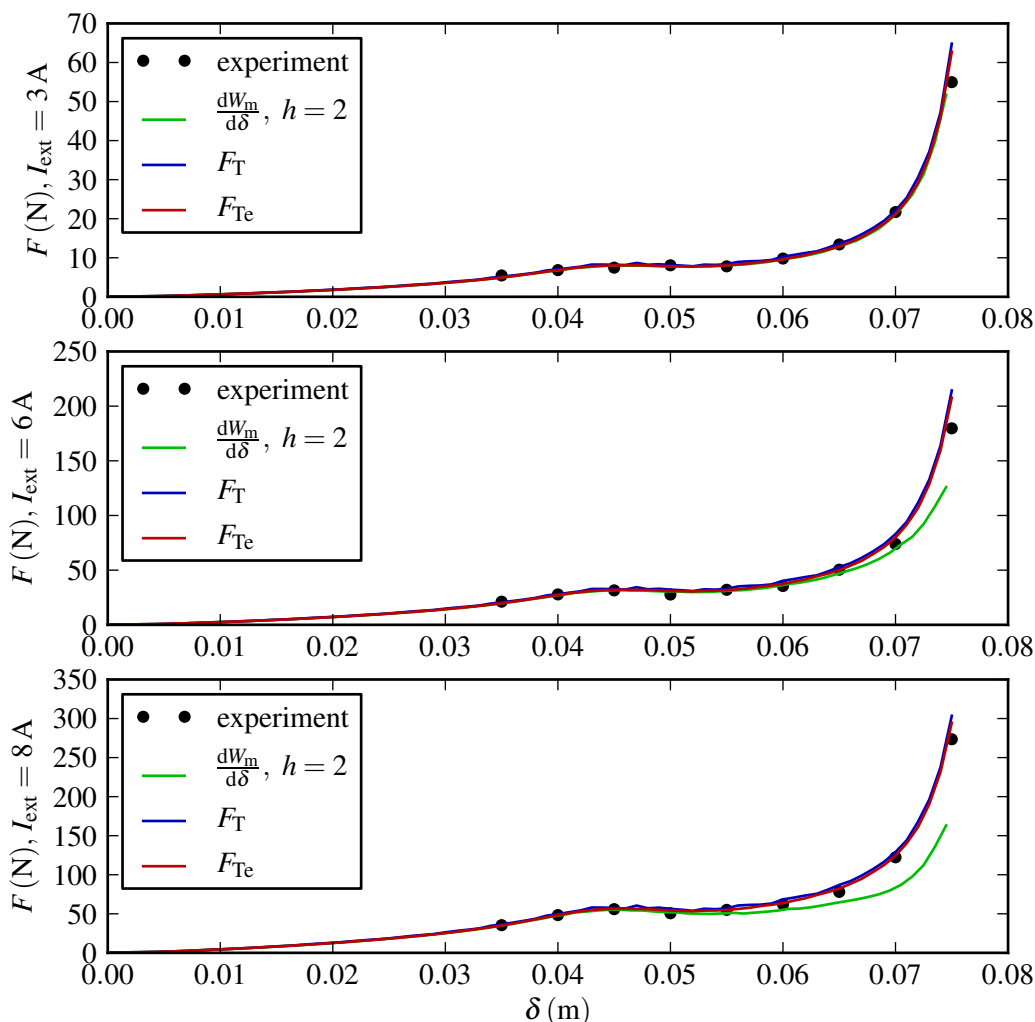
Obr. 27 ukazuje porovnání obou uvedených způsobů výpočtu silového působení na pohyblivé jádro pro případ řešeního aktuátoru. Z výsledku je patrné, že výpočet pomocí integrace Maxwellova tenzoru pnutí po ploše pohyblivého jádra vykazuje značnou nestabilitu výpočtu, a to především v oblasti, kde je silové působení na pohyblivé jádro největší. Naproti tomu výpočet pomocí metody Eggshell je velmi stabilní.



Obr. 27: Výpočet silového působení na základě Maxwellova tenzoru pnutí pro kritérium výpočtu nelineárního magnetického pole na relativní změnu řešení $\varepsilon < 0.01$

4.2.3 Porovnání metod a jejich verifikace

Porovnání uvedených metod výpočtu silového působení a verifikace výsledků s měřením je provedeno pro vzduchovou mezeru $g = 5,5$ mm a budicí proud $I_{\text{ext}} = 3, 6, 8$ A. Výsledky jsou zobrazeny na obr. 28.



Obr. 28: Porovnání výsledků výpočtu silového působení magnetického pole na pohyblivé jádro řešeného aktuátoru společně s verifikací výsledků na základě měření

Vzhledem k nižšímu sycení pohyblivého jádra, které je způsobeno zvětšenou vzduchovou mezerou g , není u výsledků výpočtu silového působení patrná nestabilita a pro výpočet síly pomocí Maxwellova tenzoru pnutí je také velmi dobrá shoda výpočtu s měřením. U průběhu síly pomocí virtuální práce je však dobrá shoda s měřením jen pro budicí proud $I_{\text{ext}} = 3$ A, pro vyšší hodnoty je patrné značné odchýlení pro posunutí jádra $\delta > 65$ mm.

POKROČILÉ METODY NÁVRHU ELEKTROMAGNETICKÝCH AKTUÁTORŮ

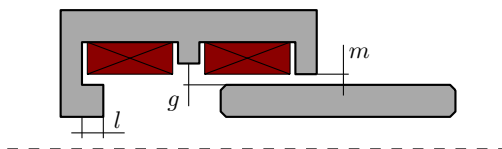
Následující kapitola bude věnována využití numerického řešení matematického modelu elektromagnetických aktuátorů při jejich návrhu a analýze. Stejně jako u předchozí kapitoly mohou být metody, které budou v této kapitole diskutovány, použity ve velmi široké oblasti technických výpočtů. [34] [35]

5.1 CITLIVOSTNÍ ANALÝZA GEOMETRICKÝCH PARAMETRŮ

Citlivostní analýza je v oblasti numerické matematiky často používána pro odhalení závislosti výsledku řešení matematického modelu na vstupních parametrech. Stejně tak lze využít citlivostní analýzu pro odhalení závislosti zvoleného návrhu elektromagnetického aktuátoru například na jeho základních geometrických rozměrech, nebo použitých materiálových parametrech. [36]

Výsledky citlivostní analýzy mohou ukázat velmi důležité vlastnosti daného návrhu a zároveň vzájemný vztah mezi nimi. Jak již bylo uvedeno, hlavním důsledkem vyvozeným z citlivostní analýzy je zjištění vlivu vstupních parametrů modelu na výsledek řešení společně se vzájemným porovnáním vlivu všech parametrů. Z toho lze dále posoudit další výsledky analýzy, mezi které například patří omezení další analýzy pouze na parametry s největším vlivem na výsledek řešení, určení reálných mezí změn daných parametrů, nebo robustnost návrhu a mnohé další. [36] [37]

Pro základní návrh řešeného aktuátoru byla provedena citlivostní analýza vybraných geometrických rozměrů, mezi které byla zařazena vzduchová mezera mezi pohyblivým jádrem g a středním prstencem magnetického obvodu, vzduchová mezera mezi jádrem a prstencem vytvářejícím ústí aktuátoru m a také délka trnu l , který je umístěn ve středu aktuátoru proti pohyblivému jádru. Vybrané parametry jsou patrné z obr. 29.



Obr. 29: Parametry pro provedení citlivostní analýzy

Analýza byla provedena pro náhodně zvolené parametry v rozsahu změny $\pm 40\%$ od základního zvoleného rozměru ($g_0 = 1 \text{ mm}$, $m_0 = 0.5 \text{ mm}$, $t_0 = 5 \text{ mm}$). Celkově bylo provedeno 500 výpočtů.

Aby bylo možné jednotlivé varianty mezi sebou vzájemně porovnávat, byly zavedeny dva funkcionály, které umožňují posoudit tvar statické charakteristiky. Jedná se o funkcionál vyjadřující průměrnou hodnotu síly

$$M = \frac{1}{n} \sum_i^n F_i, \quad (14)$$

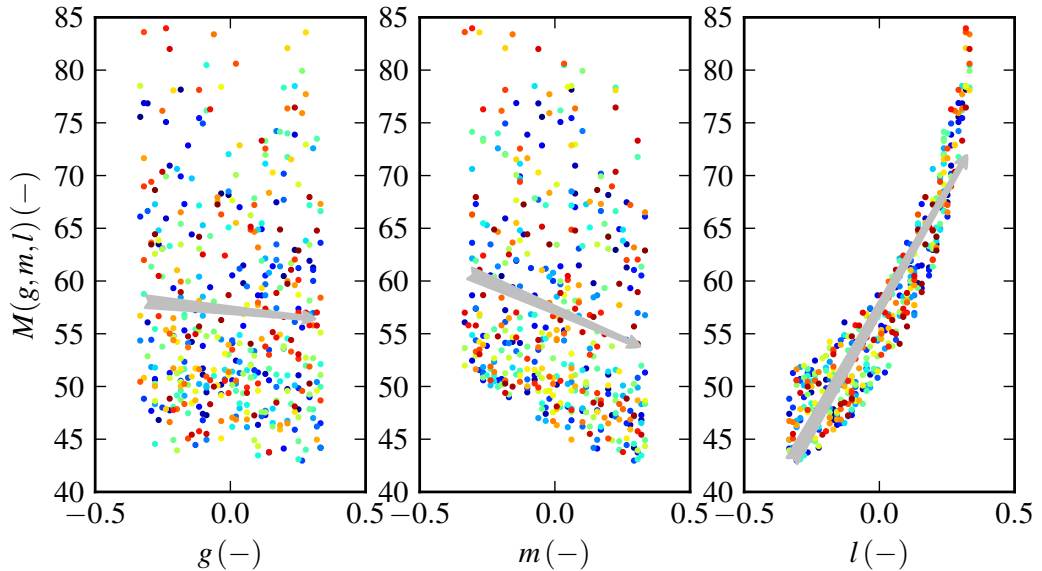
a dále funkcionál popisující zvlnění statické charakteristiky, které lze určit vztahem

$$R = \sqrt{\sum_i^n (F_i - M)^2}. \quad (15)$$

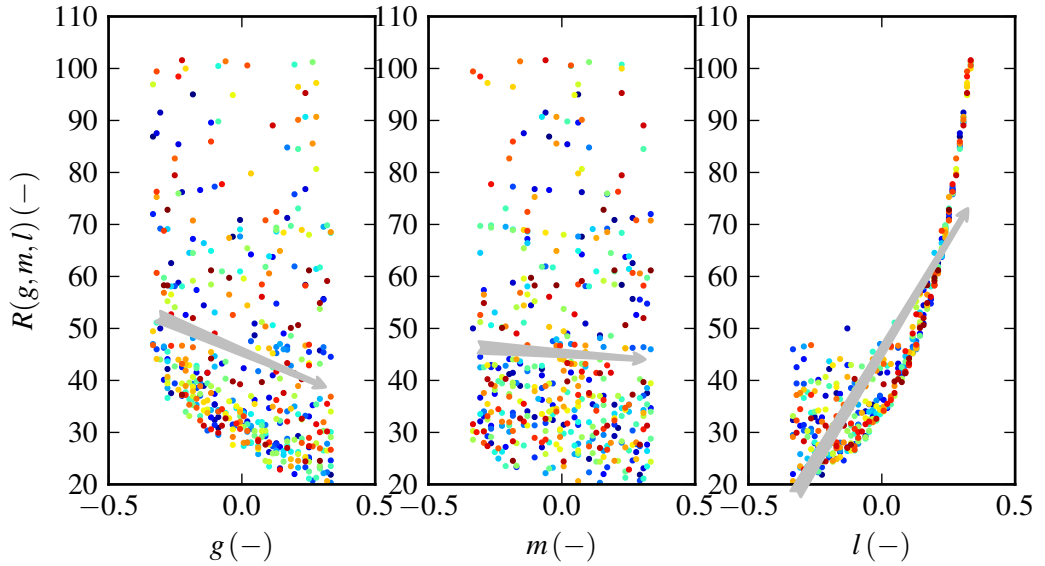
Vytyčenou snahou je docílit v pracovním rozsahu řešeného aktuátoru maximální hodnoty funkcionálu M a zároveň minimální hodnoty funkcionálu R , tedy navrhnout aktuátor s lineární statickou charakteristikou a maximálním silovým působením.

Výsledky analýzy pro funkcionál M jsou uvedeny na obr. 30 a pro funkcionál R na obr. 31. Výsledky jsou vždy zobrazeny ve třech grafech, které ukazují závislost výsledného funkcionálu na analyzovaných parametrech, jedná se tedy o korelační diagram.

Z výsledků je patrný vliv každého z parametrů na hodnotu daného funkcionálu. Proto je důležité sledovat rozložení náhodně vypočtených variant a zároveň to, zda hodnota daného funkcionálu stoupá, či klesá se změnou daného parametru. Z toho důvodu jsou výsledky proloženy přímkou, jejíž sklon udává závislost funkcionálu na daném parametru (trend je ve výsledcích vždy zobrazen pomocí šipky). [36]



Obr. 30: Výsledky citlivostní analýzy pro funkcionál M

Obr. 31: Výsledky citlivostní analýzy pro funkcionál R

Z pohledu obou funkcionálů má velmi výrazný vliv délka trnu magnetického obvodu (parametr l). Porovnáním výsledků je patrné, že při prodloužení trnu dochází sice ke zvyšování funkcionálu M , ale zároveň také ke zvyšování funkcionálu R . Z toho vyplývá, že změnou tohoto parametru se značně zvyšuje síla působící na pohyblivé jádro (zmenšuje se vzduchová mezera ve směru pohybu jádra), naproti tomu to má však velmi nepříjemný dopad na tvar statické charakteristiky, která se tak stává velmi strmou ve své poslední části.

Z výsledků je dále patrné, že vzduchová mezera mezi jádrem a prstencem magnetického obvodu v ústí aktuátoru (parametr m) by měla být co nejmenší, protože zvětšení mezery má za následek výrazné snížení hodnoty funkcionálu M společně s jen velmi malým snížením funkcionálu R .

Analýza posledního parametru, který udává šířku vzduchové mezery mezi jádrem a středním prstencem magnetického obvodu, ukazuje, že je možné jeho změnou značně snížit hodnotu funkcionálu R za současného mírného snížení M . Tento výsledek také podporuje parametrická studie uvedená v kapitole 3, jejíž výsledky jsou uvedeny na obr. 12.

Z diskuze výsledků tedy vyplývá, že důležitým parametrem při návrhu řešeného aktuátoru je vzduchová mezera g mezi jádrem a středním prstencem magnetického obvodu. Toho je dále využito v optimalizaci návrhu řešeného aktuátoru.

5.2 TVAROVÁ OPTIMALIZACE POHYBLIVÉHO JÁDRA

Základní myšlenkou provedené optimalizace je v případě řešeného aktuátoru využití tvarovaného jádra tak, aby vzhledem k jeho posuvu docházelo ke změně vzduchové mezery mezi jeho hranou a magnetickým obvodem. Jak ukazují výsledky citlivostní analýzy, změna vzduchové mezery g a m má přímý dopad na tvar stat-

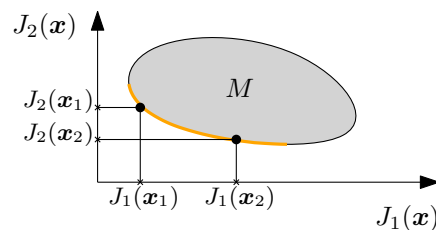
ické charakteristiky a je tedy možné různě tvarovaným jádrem dosáhnout různého průběhu silového působení.

Optimalizace byla provedena s ohledem na dosažení konstantní statické charakteristiky s co nejvyšší průměrnou hodnotou síly. Jedná se tedy o maximalizaci funkcionálu M a minimalizaci funkcionálu R , které jsou definovány podle (14) a (15). Vnější hrana dutého pohyblivého jádra byla rozdělena pomocí řídicích bodů, jejichž posunutí vůči poloze představující počáteční tvar jádra představuje vektor optimalizovaných parametrů. Takto definovaná úloha vede na multikriteriální optimalizaci.

5.2.1 Multikriteriální optimalizace

Cílem multikriteriální optimalizace je pro vektor optimalizovaných parametrů x získat optimum vyhovující více cílovým funkcionálům J_i (kriteriálním funkcím). Výsledkem optimalizace pak není pouze jediné řešení, ale jejich množina, kde optimum představuje Pareto fronta, kterou je pro dva rozdílné funkcionály křivka, pro tři plocha, atd. [38]

Základní vysvětlení pojmu Pareto fronta je uvedeno na obr. 32. Jedná se o názorné zobrazení multikriteriální optimalizace na základě dvou funkcionálů J_1 a J_2 , které jsou závislé na optimalizovaných parametrech x . Zobrazená množina M představuje všechny možné výsledky řešení modelu pro kombinaci všech optimalizovaných parametrů (x_1, x_2, \dots, x_n) . Pareto fronta, která představuje optimum pak leží na hranici této množiny. Pro uvedený případ představuje Pareto fronta oranžovou hranici a je tedy zřejmé, že cílem optimalizace je v uvedeném případě minimalizovat hodnotu obou funkcionálů J_1 i J_2 . [38]

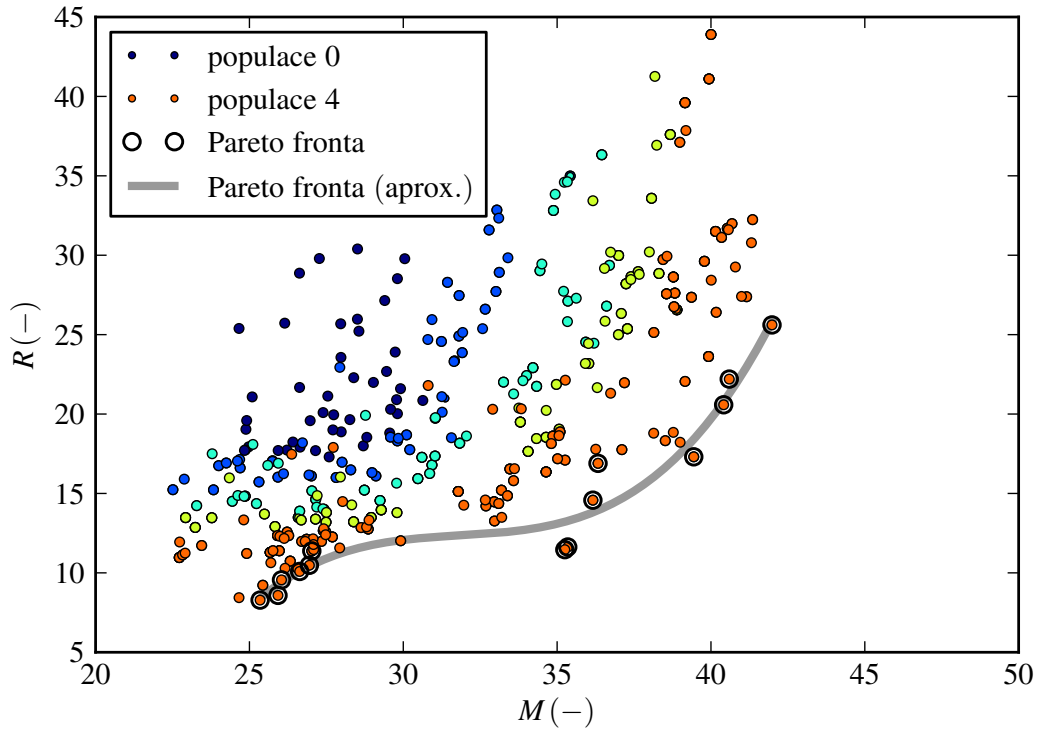


Obr. 32: Vysvětlení pojmu Pareto fronta

Pro optimalizaci byla využita speciální implementace genetických algoritmů. [39]

5.2.2 Diskuze výsledků optimalizace

Optimalizace byla vzhledem ke konvergenci použité metody rozdělena do dvou navazujících procesů. V prvním z nich byl prostor možných hodnot popisujících posunutí řídicích bodů omezen na množinu diskrétních hodnot a byla provedena rychlá optimalizace v pěti populacích. Každá populace obsahuje 110 variant, které respektují kompletní výpočet statické charakteristiky řešeného aktuátoru, tedy opakovaný výpočet nelineárního magnetického pole a vyhodnocení silového působení.



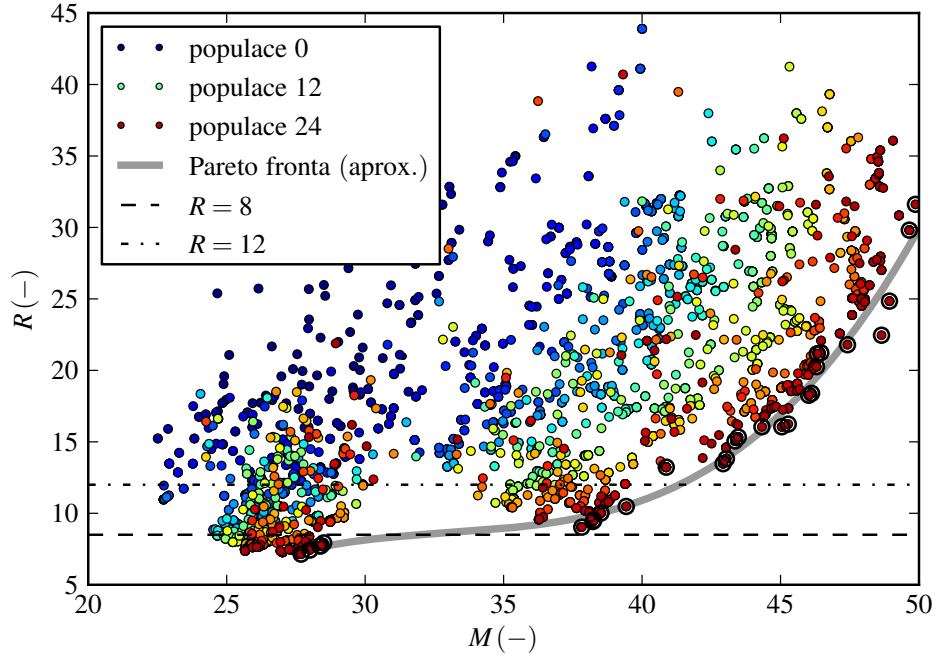
Obr. 33: Výsledky optimalizace pro 5 populací (diskrétní prostor volby optimalizovaných parametrů)

Průběh procesu optimalizace je pro prvních pět populací zobrazen na obr. 33. Je patrné velmi nízké obsazení množiny možných řešení pro kombinaci optimalizovaných parametrů a tím také nízké obsazení Pareto fronty. To je způsobené již zmíněným omezením parametrů na diskrétní prostor, který umožňuje zvýšit rychlost konvergence ke hledanému řešení.

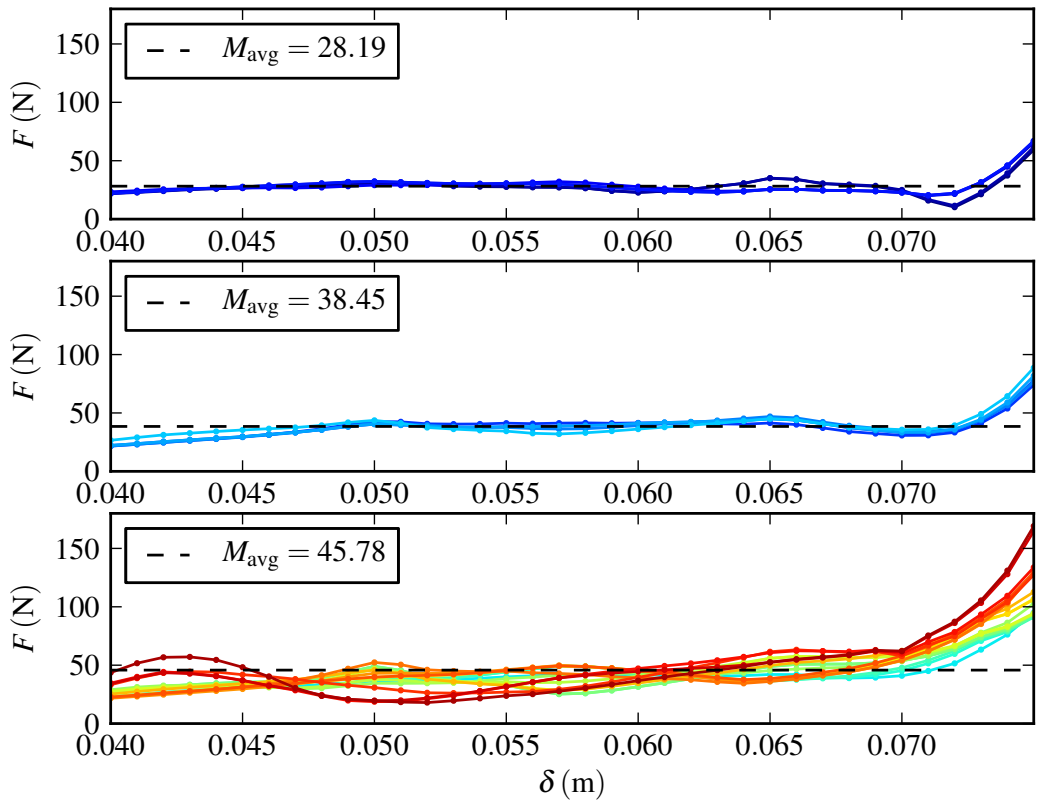
V následujícím procesu bylo na předchozí výsledky navázáno, tentokrát však se spojitým prostorem hodnot optimalizovaných parametrů. Konvergence zde byla sledována pomocí indikace posunu Pareto fronty směrem určeným minimalizací R a maximalizací M a také jejím doplněním o nové varianty. Optimalizační proces byl zastaven po 25 populacích.

Na obr. 34 je již zobrazen celý proces optimalizace. Množina provedených řešení je pro populace 6 – 24 o poznání více obsazená a je znatelné také výrazné posunutí Pareto fronty a její obsazení nalezenými variantami.

Výsledky provedené optimalizace jsou uvedeny na obr. 35, kde jsou vykresleny statické charakteristiky pro všechny nalezené varianty nacházející se na Pareto frontě poslední populace. Jednotlivé průběhy jsou rozděleny do tří kategorií podle hodnoty funkcionálu R . V prvním grafu jsou tedy zobrazeny varianty splňující podmínku $R < 8$ a v následujících grafech pak $8 < R < 12$ a $R > 12$ (rozdělení je Pareto fronty je patrné také z obr. 34). Z uvedených průběhů a zároveň z jejich porovnání s původní statickou charakteristikou, která je uvedena například na obr. 10, je patrné, že optimalizace vedla ke značnému snížení zvlnění síly působící na pohyblivé jádro.



Obr. 34: Výsledky optimalizace pro 25 populací

Obr. 35: Zobrazení statické charakteristiky pro varianty z Pareto fronty (řazení je podle funkcionálu R , rozdělení do oblastí $R < 8$, $R \in (8, 12)$, $R > 12$)

ZHODNOCENÍ A VYTYČENÍ DALŠÍCH SMĚRU PRÁCE

V rámci předložené práce byly diskutovány specifika návrhu lineárních elektromagnetických aktuátorů a byl sestaven obecný matematický model, který je možné využít k základnímu návrhu nebo analýze konkrétních zařízení. Značná pozornost byla dále věnována specifickým oblastem numerického řešení formulovaného modelu pomocí metody konečných prvků. Mezi tyto oblasti patří

a řešení nelineárních magnetických polí a

b výpočty silového působení magnetického pole na feromagnetická tělesa.

Výhody a úskalí diskutovaných metod řešení byly demonstrovány na konkrétním příkladu lineárního elektromagnetického aktuátoru. Ten byl navržen na základě již dříve provedené parametrické studie konstrukce aktuátoru s ohledem na snahu dosáhnout velkého pracovního rozsahu a také možnost ovlivnit tvar statické charakteristiky provedením tvaru jádra. Aktuátor byl na základě návrhu zkonstruován a experimentálně byla ověřena jeho funkčnost. Výsledky měření statické charakteristiky a teploty byly následně využity pro verifikaci použitého matematického modelu a numerických metod jeho řešení.

Práce byla dále věnována demonstraci moderním přístupům k návrhu, které umožňují velmi komplexní přístup k dané problematice. Diskutovanými metodami jsou citlivostní analýza a tvarová optimalizace.

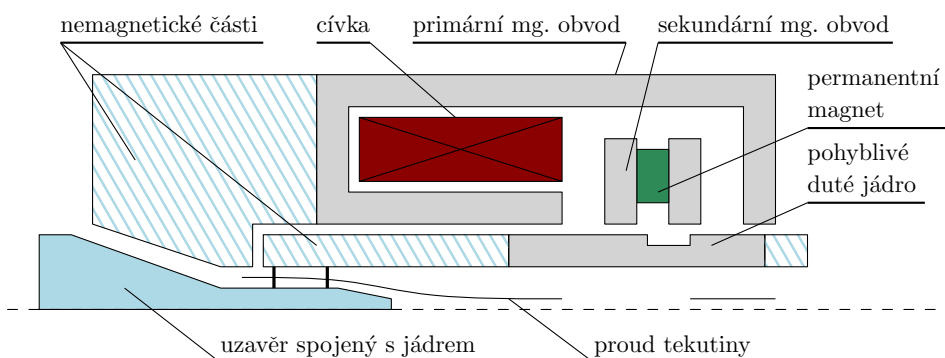
6.1 SMĚR DALŠÍCH PRACÍ

Další práce v blízké budoucnosti lze rozdělit do dvou směrů. První směr bude zaměřen na implementaci modelu napájecího elektrického obvodu do magnetického modulu aplikace Agros2D, jeho testování a následnou analýzu. Dále bude pokračovat vývoj automatického návrhového systému pro aplikaci Agros2D, který umožní snadné vytvoření geometrie navrhovaného lineárního elektromagnetického aktuátoru dle jeho typu a základních parametrů, definici problému, řešení a následnou analýzu návrhu.

Cílem druhého směru prací bude konstrukce nového typu bistabilního elektromagnetického ventilu. Základní koncepce ventilu je v porovnání s prakticky používanými zařízeními značně inovativní a přináší mnohé výhody. Základní uspořádání nového zařízení je zobrazeno na obr.36.

Hlavní myšlenkou koncepce je využití dutého jádra, kterým řízená kapalina protéká. Navržená koncepce využívá dvou oddělených magnetických obvodů. Magne-

6.2 HARMONOGRAM DALŠÍCH PRACÍ



Obr. 36: Základní koncept navrhovaného elektromagnetického ventilu

tický tok vyvolaný budící cívkou v primárním magnetickém obvodu slouží k posunutí pohyblivého jádra do otevřeného stavu a uvolnění toku kapaliny. Magnetický indukční tok v sekundárním obvodu je vytvořen silným permanentním magnetem a slouží k uzavření ventilu v případě vypnutí budící cívky.

Mezi hlavní výhody uvedené koncepce patří:

- bistabilní režim aktuátoru zajišťující bezpečné uzavření ventilu v případě ztráty napájecího napětí,
- absence konstrukčních prvků pro převod sílového působení, které komplikují čištění ventilu,
- využití oddělených magnetických obvodů, která zajišťuje dvě cesty magnetického indukčního toku a je tak zamezeno nežádoucí demagnetizaci permanentního magnetu.

6.2 HARMONOGRAM DALŠÍCH PRACÍ

- červen 2014: dokončení a zhodnocení koncepční studie pro návrh lineárních elektromagnetických aktuátorů
- srpen 2014: dokončení implementace modelu elektrických obvodů do magnetického modulu aplikace Agros2D
- září 2014: uzavření návrhu a analýzy elektromagnetického ventilu, dokončení vývoje automatického návrhového systému
- říjen 2014: experimentální ověření a diagnostika navrženého ventilu
- prosinec 2014: dokončení a odevzdání dizertační práce
- březen 2015: obhajoba dizertační práce

LITERATURA

- [1] H. Janocha. *Actuators: Basics and Applications*. Springer, 2010.
- [2] D. Mayer and B. Ulrych. *Elektromagnetické aktuátory*. BEN-technická literatura, 2009.
- [3] F. Mach. *Návrh a experimentální ověření elektromagnetického aktuátoru*. Západočeská univerzita v Plzni, 2009.
- [4] J.R. Brauer. *Magnetic Actuators and Sensors*. Wiley, 2006.
- [5] M. Husák. *Mikrosenzory a mikroaktuátory*. Academia, 2008.
- [6] I. Boldea and S.A. Nasar. *Linear Electric Actuators and Generators*. Cambridge University Press, 2005.
- [7] O. Gomis-Bellmunt and L.F. Campanile. *Design Rules for Actuators in Active Mechanical Systems*. Springer, 2010.
- [8] Standard technology inc. <http://standardtechnologyinc.com/>. Citovano: 22.2.2014.
- [9] Eto magnetic gmbh. <http://etogroup.com/>. Citovano: 24.2.2014.
- [10] Bendong Liu, Desheng Li, Xiaobo Yang, and Xiang Li. Design and fabrication of a micro electromagnetic actuator. In *Nano/Micro Engineered and Molecular Systems, 2006. NEMS '06. 1st IEEE International Conference on*, pages 353–356, Jan 2006.
- [11] O. Cugat, J. Delamare, and G. Reyne. Magnetic micro-actuators and systems (magnas). *Magnetics, IEEE Transactions on*, 39(6):3607–3612, Nov 2003.
- [12] Oriol Gomis-Bellmunt, Samuel Galceran-Arellano, Antoni Sudrià-Andreu, Daniel Montesinos-Miracle, and L. Flavio Campanile. Linear electromagnetic actuator modeling for optimization of mechatronic and adaptronic systems. *Mechatronics*, 17(2–3):153 – 163, 2007.
- [13] Sung-Q Lee and Dae-Gab Gweon. A new 3-dof z-tilts micropositioning system using electromagnetic actuators and air bearings. *Precision Engineering*, 24(1):24 – 31, 2000.
- [14] B. Nesbitt. *Handbook of Valves and Actuators: Valves Manual International*. Elsevier Science, 2011.
- [15] B. Warberger, J. Feller, C. Guntermann, T. Nussbaumer, and J.W. Kolar. High-dynamics low-cost flow control with solenoid actuator for ultrahigh purity applications. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 47(5):2268–2273, Sept 2011.

- [16] R.R. Chladny, C.R. Koch, and A.F. Lynch. Modeling automotive gas-exchange solenoid valve actuators. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 41(3):1155–1162, March 2005.
- [17] N.A. Posey, T. Wu, M. Wolff, and J. Zumberge. Modeling and control scheme design of a solenoid-actuated fuel injection system. In *Aerospace and Electronics Conference (NAECON), 2012 IEEE National*, pages 92–95, July 2012.
- [18] B. L J Gysen, J. J H Paulides, J. L G Janssen, and E.A. Lomonova. Active electromagnetic suspension system for improved vehicle dynamics. In *Vehicle Power and Propulsion Conference, 2008. VPPC '08. IEEE*, pages 1–6, Sept 2008.
- [19] Bart LJ Gysen, Johannes JH Paulides, Jeroen LG Janssen, and Elena A Lomonova. Active electromagnetic suspension system for improved vehicle dynamics. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, 59(3):1156–1163, 2010.
- [20] Baek-Ju Sung, Eun-Woong Lee, and Eun-Woong Lee. A design method of solenoid actuator using empirical design coefficients and optimization technique. In *Electric Machines Drives Conference, 2007. IEMDC '07. IEEE International*, volume 1, pages 279–284, May 2007.
- [21] Jaewook Lee and N. Kikuchi. Structural topology optimization of electrical machinery to maximize stiffness with body force distribution. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 46(10):3790–3794, Oct 2010.
- [22] So-Nam Yun, Young-Bog Ham, and Jung-Ho Park. New approach to design control cone for electro-magnetic proportional solenoid actuator. In *Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2012 IEEE/ASME International Conference on*, pages 982–987, July 2012.
- [23] František Mach, Vaclav Starman, Pavel Karban, Ivo Dolezel, and Pavel Kus. Finite element 2d model of induction heating of rotating billets in system of permanent magnets and its experimental verification. 2014.
- [24] Frantisek Mach and Pavel Karban. Dynamic behavior of electromagnetic brake system consisting of permanent magnets. *Przegląd Elektrotechniczny*, 87:100–103, 2011.
- [25] Pavel Karban, František Mach, Pavel Kůs, David Pánek, and Ivo Doležel. Numerical solution of coupled problems using code agros2d. *Computing*, 95(1):381–408, 2013.
- [26] Pavel Karban, František Mach, and Ivo Doležel. Advanced adaptive algorithms in 2d finite element method of higher order of accuracy. *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 32(3):834–849, 2013.
- [27] Pavel Solin, Karel Segeth, and Ivo Dolezel. *Higher-order finite element methods*. CRC Press, 2004.

- [28] Pavel Karban, František Mach, and Ivo Doležel. Hard-coupled model of local direct resistance heating of thin sheets. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 236(18):4725–4731, 2012.
- [29] Peter Wriggers. *Nonlinear finite element methods*, volume 4. Springer, 2008.
- [30] Peter Deufhard. *Newton methods for nonlinear problems: affine invariance and adaptive algorithms*, volume 35. Springer, 2011.
- [31] Dana A Knoll and David E Keyes. Jacobian-free newton–krylov methods: a survey of approaches and applications. *Journal of Computational Physics*, 193(2):357–397, 2004.
- [32] Peter Deufhard. A modified newton method for the solution of ill-conditioned systems of nonlinear equations with application to multiple shooting. *Numerische Mathematik*, 22(4):289–315, 1974.
- [33] François Henrotte, Geoffrey Deliège, and Kay Hameyer. The eggshell approach for the computation of electromagnetic forces in 2d and 3d. *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 23(4):996–1005, 2004.
- [34] František Mach, Pavel Kůs, Pavel Karban, and Ivo Doležel. Optimization of the system for induction heating of nonmagnetic cylindrical billets in rotating magnetic field produced by permanent magnets. *Computing*, 95(1):537–552, 2013.
- [35] F Mach, L Adam, Jan Kacerovský, P Karban, and I Doležel. Evolutionary algorithm-based multi-criteria optimization of triboelectrostatic separator. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2014.
- [36] A. Saltelli, S. Tarantola, F. Campolongo, and M. Ratto. *Sensitivity Analysis in Practice: A Guide to Assessing Scientific Models*. Wiley, 2004.
- [37] RI Cukier, HB Levine, and KE Shuler. Nonlinear sensitivity analysis of multi-parameter model systems. *Journal of computational physics*, 26(1):1–42, 1978.
- [38] P Di Barba, I Dolezel, P Karban, P Kus, F Mach, ME Mognaschi, and A Savini. Multiphysics field analysis and multiobjective design optimization: a benchmark problem. *Inverse Problems in Science and Engineering*, (ahead-of-print):1–12, 2013.
- [39] Pavel Kůs, František Mach, Pavel Karban, and Ivo Doležel. Genetic algorithms for multicriteria shape optimization of induction furnace. In *NUMERICAL ANALYSIS AND APPLIED MATHEMATICS ICNAAM 2012: International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics*, volume 1479, pages 2344–2347. AIP Publishing, 2012.