Aussagenlogik: Formalisieren

Michael Matzer

1. Mai 2019

Inhalt

Zwei Gleichheitsprinzipien

- Zwei Gleichheitsprinzipien
- Pormalisierungsschlüssel
- Aussagenlogische Formalisierungen
 - Formalisierungen durch atomare Sätze
 - Formalisierungen durch molekulare Sätze
- Literatur

Inhalt

Zwei Gleichheitsprinzipien

- Zwei Gleichheitsprinzipien
- - Formalisierungen durch atomare Sätze
 - Formalisierungen durch molekulare Sätze

Synonymieprinzip

Synonyme, d.h. bedeutungsgleiche, natürlichsprachliche Sätze dürfen durch dieselbe Formel formalisiert werden.

$\mathsf{Aquivalenzprinzip}\ (1)$

Darf ein natürlichsprachlicher Satz durch eine bestimmte Formel formalisiert werden, so darf er ebenso durch jede mit ihr äquivalente Formel formalisiert werden.

Äquivalenzprinzip (2)

Von einem Paar äquivalenter Formeln eignen sich beide gleich gut — oder beide gleich schlecht — zur Formalisierung eines natürlichsprachlichen Satzes.

Synonymieprinzip

Synonyme, d.h. bedeutungsgleiche, natürlichsprachliche Sätze dürfen durch dieselbe Formel formalisiert werden.

Äquivalenzprinzip (1)

Darf ein natürlichsprachlicher Satz durch eine bestimmte Formel formalisiert werden, so darf er ebenso durch jede mit ihr äquivalente Formel formalisiert werden.

Äquivalenzprinzip (2`

Von einem Paar äquivalenter Formeln eignen sich beide gleich gut — oder beide gleich schlecht — zur Formalisierung eines natürlichsprachlichen Satzes.

Synonymieprinzip

Synonyme, d.h. bedeutungsgleiche, natürlichsprachliche Sätze dürfen durch dieselbe Formel formalisiert werden.

Äquivalenzprinzip (1)

Darf ein natürlichsprachlicher Satz durch eine bestimmte Formel formalisiert werden, so darf er ebenso durch jede mit ihr äquivalente Formel formalisiert werden.

Äquivalenzprinzip (2)

Von einem Paar äquivalenter Formeln eignen sich beide gleich gut oder beide gleich schlecht — zur Formalisierung eines natürlichsprachlichen Satzes.

Inhalt

Zwei Gleichheitsprinzipien

- Pormalisierungsschlüssel
- - Formalisierungen durch atomare Sätze
 - Formalisierungen durch molekulare Sätze

Formalisierungsschlüssel

Jede Formalisierung findet statt relativ zu einem Formalisierungsschlüssel.

- Es wird nicht notwendigerweise jeder Aussagenvariablen etwas
- Ein Formalisierungsschlüssel ist nicht Teil des Logiksystems.

Jede Formalisierung findet statt relativ zu einem Formalisierungsschlüssel.

Definition

Ein *Formalisierungsschlüssel* ordnet einigen Aussagenvariablen jeweils genau einen natürlichsprachlichen Satz zu, und zwar so, dass verschiedenen Aussagenvariablen verschiedene natürlichsprachliche Sätze zugeordnet werden.

Ein Formalisierungsschlüssel unterscheidet sich wesentlich von einer Interpretation:

- Es wird nicht notwendigerweise jeder Aussagenvariablen etwas zugeordnet.
- Ein Formalisierungsschlüssel ist nicht Teil des Logiksystems.



Formalisierungsschlüssel

Jede Formalisierung findet statt relativ zu einem Formalisierungsschlüssel.

Definition

Ein Formalisierungsschlüssel ordnet einigen Aussagenvariablen jeweils genau einen natürlichsprachlichen Satz zu, und zwar so, dass verschiedenen Aussagenvariablen verschiedene natürlichsprachliche Sätze zugeordnet werden.

Ein Formalisierungsschlüssel unterscheidet sich wesentlich von einer Interpretation:

- Es wird nicht notwendigerweise jeder Aussagenvariablen etwas zugeordnet.
- Ein Formalisierungsschlüssel ist nicht Teil des Logiksystems.



Jede Formalisierung findet statt relativ zu einem Formalisierungsschlüssel.

Definition

Ein Formalisierungsschlüssel ordnet einigen Aussagenvariablen jeweils genau einen natürlichsprachlichen Satz zu, und zwar so, dass verschiedenen Aussagenvariablen verschiedene natürlichsprachliche Sätze zugeordnet werden.

Ein Formalisierungsschlüssel unterscheidet sich wesentlich von einer Interpretation:

- Es wird nicht notwendigerweise jeder Aussagenvariablen etwas zugeordnet.
- Ein Formalisierungsschlüssel ist nicht Teil des Logiksystems.



- p: Es ist bewölkt.
- q: Es regnet.
- r: Die Sonne scheint.
- s: Es ist kalt.
- t: Der Wind bläst.

Inhalt

Zwei Gleichheitsprinzipien

- Aussagenlogische Formalisierungen
 - Formalisierungen durch atomare Sätze
 - Formalisierungen durch molekulare Sätze

Ganze natürlichsprachliche Sätze, die im Formalisierungsschlüssel vorkommen, werden durch die Aussagenvariable formalisiert, dem sie zugeordnet sind.

Ganze natürlichsprachliche Sätze, die im Formalisierungsschlüssel vorkommen, werden durch die Aussagenvariable formalisiert, dem sie zugeordnet sind.

Es ist bewölkt.

р

Ganze natürlichsprachliche Sätze, die im Formalisierungsschlüssel vorkommen, werden durch die Aussagenvariable formalisiert, dem sie zugeordnet sind.

Es ist bewölkt.

р

Es regnet.

q

Ganze natürlichsprachliche Sätze, die im Formalisierungsschlüssel vorkommen, werden durch die Aussagenvariable formalisiert, dem sie zugeordnet sind.

Es ist bewölkt.

р

Es regnet.

q

Es ist kalt.

S

,Es ist nicht der Fall, dass ... ', ,nicht', auch ,un-', ,-los' ...

- Es ist nicht der Fall, dass es bewölkt ist.
- Es ist nicht bewölkt.
- Es ist unbewölkt.
- Es ist wolkenlos.



Es ist nicht der Fall, dass ...', ,nicht', auch ,un-', ,-los' ...

- Es ist nicht der Fall, dass es bewölkt ist.
- Es ist nicht bewölkt.
- Es ist unbewölkt.
- Es ist wolkenlos.



Formalisierungen durch Negationsformeln

Es ist nicht der Fall, dass ...', ,nicht', auch ,un-', ,-los' ...

- Es ist nicht der Fall, dass es bewölkt ist.
- Es ist nicht bewölkt.
- Es ist unbewölkt.
- Es ist wolkenlos



Es ist nicht der Fall, dass ...', ,nicht', auch ,un-', ,-los' ...

- Es ist nicht der Fall, dass es bewölkt ist.
- Es ist nicht bewölkt.
- Es ist unbewölkt.
- Es ist wolkenlos



,Es ist nicht der Fall, dass ... ', ,nicht', auch ,un-', ,-los' ...

- Es ist nicht der Fall, dass es bewölkt ist.
- Es ist nicht bewölkt.
- Es ist unbewölkt.
- Es ist wolkenlos.



,Und', ,sowohl . . . als auch . . . ', ,aber', ,obwohl', ,trozdem' . . .

- Die Sonne scheint, aber es ist kalt.
- Die Sonne scheint, obwohl es kalt ist.
- Die Sonne scheint: trotzdem ist es kalt.
- Trotz Sonnenscheins ist es kalt

,Und', ,sowohl . . . als auch . . . ', ,aber', ,obwohl', ,trozdem' . . .

- Die Sonne scheint, und es ist kalt.
- Die Sonne scheint, aber es ist kalt.
- Die Sonne scheint, obwohl es kalt ist.
- Die Sonne scheint: trotzdem ist es kalt.
- Trotz Sonnenscheins ist es kalt

,Und', ,sowohl . . . als auch . . . ', ,aber', ,obwohl', ,trozdem' . . .

- Die Sonne scheint, und es ist kalt.
- Die Sonne scheint, aber es ist kalt.
- Die Sonne scheint: trotzdem ist es kalt.
- Trotz Sonnenscheins ist es kalt

,Und', ,sowohl . . . als auch . . . ', ,aber', ,obwohl', ,trozdem' . . .

- Die Sonne scheint, und es ist kalt.
- Die Sonne scheint, aber es ist kalt.
- Die Sonne scheint, obwohl es kalt ist.
- Trotz Sonnenscheins ist es kalt

,Und', ,sowohl . . . als auch . . . ', ,aber', ,obwohl', ,trozdem' . . .

- Die Sonne scheint, und es ist kalt.
- Die Sonne scheint, aber es ist kalt.
- Die Sonne scheint, obwohl es kalt ist.
- Die Sonne scheint: trotzdem ist es kalt.
- Trotz Sonnenscheins ist es kalt.

,Und', ,sowohl ... als auch ...', ,aber', ,obwohl', ,trozdem' ...

- Die Sonne scheint, und es ist kalt.
- Die Sonne scheint, aber es ist kalt.
- Die Sonne scheint, obwohl es kalt ist.
- Die Sonne scheint; trotzdem ist es kalt.
- Trotz Sonnenscheins ist es kalt.

,Oder'(im einschließenden Sinne), ,und/oder', manchmal auch ,entweder ..., oder ... ' (in der geschriebenen Sprache) ...

- Der Wind bläst, oder es ist kalt.

,Oder'(im einschließenden Sinne), ,und/oder', manchmal auch ,entweder . . . , oder . . . ' (in der geschriebenen Sprache) . . .

- Der Wind bläst, oder es ist kalt.
- Der Wind bläst, und/oder es ist kalt.
- Mindestens eines von beiden ist der Fall:
 - Der Wind bläst
 - Es ist kalt.

,Oder'(im einschließenden Sinne), ,und/oder', manchmal auch ,entweder . . . , oder . . . ' (in der geschriebenen Sprache) . . .

- Der Wind bläst, oder es ist kalt.
- Der Wind bläst, und/oder es ist kalt.
- Mindestens eines von beiden ist der Fall:
 - Der Wind bläst
 - Es ist kalt.

,Oder'(im einschließenden Sinne), ,und/oder', manchmal auch ,entweder ..., oder ... ' (in der geschriebenen Sprache) ...

- Der Wind bläst, oder es ist kalt.
- Der Wind bläst, und/oder es ist kalt.
- Mindestens eines von beiden ist der Fall:
 - Der Wind bläst.
 - Es ist kalt.

```
Wenn ..., dann ...', Wenn ..., so ...', Falls ..., [so]', ,...,
wenn ... ', ,..., falls ... ' ...
```

- Wenn es bewölkt ist, dann regnet es.
- Wenn es bewölkt ist, so regnet es.
- Falls es bewölkt ist, regnet es.

- Es regnet, wenn es bewölkt ist.
- Es regnet, falls es bewölkt ist.

$$(p \rightarrow q)$$

Formalisierungen durch Implikationsformeln (1)

```
Wenn ..., dann ...', Wenn ..., so ...', Falls ..., [so]', ,...,
wenn ... ', ,..., falls ... ' ...
```

- Wenn es bewölkt ist, dann regnet es.
- Wenn es bewölkt ist, so regnet es.
- Falls es bewölkt ist, regnet es.
- Es regnet, wenn es bewölkt ist.
- Es regnet, falls es bewölkt ist.

$$(p \rightarrow q)$$

```
,Wenn ..., dann ... ', ,Wenn ..., so ... ', ,Falls ..., [so] ', ,...,
wenn ... ', ,..., falls ... ' ...
```

- Wenn es bewölkt ist, dann regnet es.
- Wenn es bewölkt ist, so regnet es.
- Falls es bewölkt ist, regnet es.

- Es regnet, wenn es bewölkt ist.
- Es regnet, falls es bewölkt ist.

$$(p \rightarrow q)$$

Formalisierungen durch Implikationsformeln (1)

```
,Wenn ..., dann ... ', ,Wenn ..., so ... ', ,Falls ..., [so] ', ,...,
wenn ... ', ,..., falls ... ' ...
```

- Wenn es bewölkt ist, dann regnet es.
- Wenn es bewölkt ist, so regnet es.
- Falls es bewölkt ist, regnet es.
- Es regnet, wenn es bewölkt ist.
- Es regnet, falls es bewölkt ist.

$$(p \rightarrow q)$$

Formalisierungen durch Implikationsformeln (1)

```
,Wenn ..., dann ... ', ,Wenn ..., so ... ', ,Falls ..., [so] ', ,...,
wenn ... ', ,..., falls ... ' ...
```

- Wenn es bewölkt ist, dann regnet es.
- Wenn es bewölkt ist, so regnet es.
- Falls es bewölkt ist, regnet es.
- Es regnet, wenn es bewölkt ist.
- Es regnet, falls es bewölkt ist.

$$(p \rightarrow q)$$

Formalisierungen durch Implikationsformeln (1)

```
,Wenn ..., dann ..., ,Wenn ..., so ..., ,Falls ..., [so], ,..., wenn ..., ,..., falls ..., ...
```

- Wenn es bewölkt ist, dann regnet es.
- Wenn es bewölkt ist, so regnet es.
- Falls es bewölkt ist, regnet es.
- Es regnet, wenn es bewölkt ist.
- Es regnet, falls es bewölkt ist.

$$(p \rightarrow q)$$

Literatur

Zwei Gleichheitsprinzipien

, Nur wenn . . . , [dann] . . . ', , . . . nur, wenn . . . ' . . .

- Nur wenn es bewölkt ist, dann regnet es.
- Nur wenn es bewölkt ist, regnet es.
- Es regnet nur, wenn es bewölkt ist.

$$(\neg p \rightarrow \neg q), (q \rightarrow p)$$

Zwei Gleichheitsprinzipien

, Nur wenn . . . , [dann] . . . ', , . . . nur, wenn . . . ' . . .

- Nur wenn es bewölkt ist, dann regnet es.
- Nur wenn es bewölkt ist, regnet es.
- Es regnet nur, wenn es bewölkt ist.

$$(\neg p \rightarrow \neg q)$$
, $(q \rightarrow p)$

- Nur wenn es bewölkt ist, dann regnet es.
- Nur wenn es bewölkt ist, regnet es.
- Es regnet nur, wenn es bewölkt ist.

$$(\neg p \rightarrow \neg q)$$
, $(q \rightarrow p)$

Formalisierungen durch Implikationsformeln (2)

,Nur wenn ..., [dann] ... ', ,... nur, wenn ... ' ...

- Nur wenn es bewölkt ist, dann regnet es.
- Nur wenn es bewölkt ist, regnet es.
- Es regnet nur, wenn es bewölkt ist.

$$(\neg p \rightarrow \neg q)$$
, $(q \rightarrow p)$

Zwei Gleichheitsprinzipien

- Wenn es bewölkt ist, dann regnet es.
 - \Rightarrow Das ist eine aussagekräftige Wetterprognose: Es wird keine Schönwetterwolken geben.
- Nur wenn es bewölkt ist, regnet es.
 - ⇒ Das ist keine sinnvolle Wetterprognose, sondern eine totale Trivialität.
- Wenn du bei mir bist, geht es mir gut.
 - ⇒ Das ist etwas sehr Schönes.
- Nur wenn du bei mir bist, geht es mir gut.
 - ⇒ Das ist eine üble emotionale Erpressung.

Zwei Gleichheitsprinzipien

- Wenn es bewölkt ist, dann regnet es.
 - ⇒ Das ist eine aussagekräftige Wetterprognose: Es wird keine Schönwetterwolken geben.
- Nur wenn es bewölkt ist, regnet es.
 - ⇒ Das ist keine sinnvolle Wetterprognose, sondern eine totale Trivialität.
- Wenn du bei mir bist, geht es mir gut.
- Nur wenn du bei mir bist, geht es mir gut.

- Wenn es bewölkt ist, dann regnet es.
 - ⇒ Das ist eine aussagekräftige Wetterprognose: Es wird keine Schönwetterwolken geben.

Aussagenlogische Formalisierungen

- Nur wenn es bewölkt ist, regnet es.
 - ⇒ Das ist keine sinnvolle Wetterprognose, sondern eine totale Trivialität.
- Wenn du bei mir bist, geht es mir gut.
 - ⇒ Das ist etwas sehr Schönes.
- Nur wenn du bei mir bist, geht es mir gut.

Zwei Gleichheitsprinzipien

- Wenn es bewölkt ist, dann regnet es.
 - ⇒ Das ist eine aussagekräftige Wetterprognose: Es wird keine Schönwetterwolken geben.
- Nur wenn es bewölkt ist, regnet es.
 - ⇒ Das ist keine sinnvolle Wetterprognose, sondern eine totale Trivialität.
- Wenn du bei mir bist, geht es mir gut.
 - ⇒ Das ist etwas sehr Schönes.
- Nur wenn du bei mir bist, geht es mir gut.
 - \Rightarrow Das ist eine üble emotionale Erpressung.

,... genau dann, wenn ... ' (abgekürzt 'gdw.'), ,... dann und nur dann, wenn ... ' ...

- Es ist kalt genau dann, wenn der Wind bläst.
- Es ist dann und nur dann kalt, wenn der Wind bläst.
- Wenn es kalt ist, dann bläst der Wind, und wenn der Wind bläst, dann ist es kalt.

$$(s \leftrightarrow t), ((s \rightarrow t) \land (t \rightarrow s))$$

Formalisierungen durch Aquivalenzformeln

,... genau dann, wenn ... (abgekürzt 'gdw.'), ,... dann und nur dann. wenn ... ' ...

- Es ist kalt genau dann, wenn der Wind bläst.
- Es ist dann und nur dann kalt, wenn der Wind bläst.
- Wenn es kalt ist, dann bläst der Wind, und wenn der Wind

$$(s \leftrightarrow t), ((s \rightarrow t) \land (t \rightarrow s))$$

Formalisierungen durch Aquivalenzformeln

,... genau dann, wenn ... (abgekürzt 'gdw.'), ,... dann und nur dann. wenn ... ' ...

- Es ist kalt genau dann, wenn der Wind bläst.
- Es ist dann und nur dann kalt, wenn der Wind bläst.
- Wenn es kalt ist, dann bläst der Wind, und wenn der Wind

$$(s \leftrightarrow t), ((s \rightarrow t) \land (t \rightarrow s))$$

Formalisierungen durch Aquivalenzformeln

,... genau dann, wenn ... (abgekürzt 'gdw.'), ,... dann und nur dann. wenn ... ' ...

- Es ist kalt genau dann, wenn der Wind bläst.
- Es ist dann und nur dann kalt, wenn der Wind bläst.
- Wenn es kalt ist. dann bläst der Wind, und wenn der Wind bläst, dann ist es kalt.

$$(s \leftrightarrow t)$$
, $((s \rightarrow t) \land (t \rightarrow s))$

,Oder'(im ausschließenden Sinne), ,außer', manchmal auch ,entweder ..., oder ... ' (in der gesprochenen Sprache) ...

- Die Sonne scheint, oder es ist kalt (aber nicht beides).
- Genau eines von beiden ist der Fall:

$$\neg(r \leftrightarrow s), (\neg r \leftrightarrow s), (r \leftrightarrow \neg s), ((r \lor s) \land \neg(r \land s)))$$

,Oder'(im ausschließenden Sinne), ,außer', manchmal auch ,entweder ..., oder ... ' (in der gesprochenen Sprache) ...

- Die Sonne scheint, oder es ist kalt (aber nicht beides).
- Genau eines von beiden ist der Fall:

$$\neg (r \leftrightarrow s), (\neg r \leftrightarrow s), (r \leftrightarrow \neg s), ((r \lor s) \land \neg (r \land s)))$$

,Oder'(im ausschließenden Sinne), ,außer', manchmal auch ,entweder ..., oder ... ' (in der gesprochenen Sprache) ...

- Die Sonne scheint, oder es ist kalt (aber nicht beides).
- Die Sonne scheint, außer es ist kalt.
- Genau eines von beiden ist der Fall:

$$\neg (r \leftrightarrow s), (\neg r \leftrightarrow s), (r \leftrightarrow \neg s), ((r \lor s) \land \neg (r \land s)))$$

Oder'(im ausschließenden Sinne), außer', manchmal auch ,entweder ..., oder ... ' (in der gesprochenen Sprache) ...

- Die Sonne scheint, oder es ist kalt (aber nicht beides).
- Die Sonne scheint, außer es ist kalt.
- Genau eines von beiden ist der Fall:
 - Die Sonne scheint.
 - Es ist kalt.

$$\neg (r \leftrightarrow s), (\neg r \leftrightarrow s), (r \leftrightarrow \neg s), ((r \lor s) \land \neg (r \land s)))$$

Weder / noch

Zwei Gleichheitsprinzipien

,Weder . . . , noch '

- Weder ist es kalt, noch bläst der Wind.
- Keines von beiden ist der Fall:

$$(\neg s \wedge \neg t), \neg (s \vee t)$$

Weder / noch

Zwei Gleichheitsprinzipien

,Weder . . . , noch '

- Weder ist es kalt, noch bläst der Wind.
- Keines von beiden ist der Fall:

$$(\neg s \wedge \neg t), \neg (s \vee t)$$

Weder / noch

Zwei Gleichheitsprinzipien

,Weder . . . , noch '

- Weder ist es kalt, noch bläst der Wind.
- Keines von beiden ist der Fall:
 - Es ist kalt.
 - Der Wind bläst.

$$(\neg s \wedge \neg t), \neg (s \vee t)$$

Literatur

Leitgeb, Hannes: Logik I. Eine Einführung in die klassische Aussagen- und Prädikatenlogik, online verfügbar unter "http://www.mcmp.philosophie.uni-muenchen.de/students/course_material/script.pdf", Zugriff am 11.5.2014.

Kamitz, Reinhard: Logik — Faszination der Klarheit. Eine Einführung für Philosophinnen und Philosophen mit zahlreichen Anwendungsbeispielen, 2 Bde., Wien u.a. 2007 (Einführungen Philosophie 11f.).