

Preuves en déduction naturelle du livre I de l'*Éthique* de Spinoza

Luc POMMERET
D'après la traduction de Jarrett

28 février 2025

Résumé

Ce document présente une formalisation en déduction naturelle [?] des propositions du livre I de l'*Éthique* de Spinoza, s'appuyant sur le travail de Charles Jarrett [3] dans son article fondamental "The Logical Structure of Spinoza's Ethics, Part I" (1978). À l'aide d'une logique bimodale, nous démontrons rigoureusement l'enchaînement logique des 36 propositions de la partie *De Deo* (De Dieu), établissant ainsi une cohérence interne de l'architecture métaphysique spinoziste. Cette formalisation explicite les relations déductives entre les définitions, axiomes et propositions, offrant un aperçu de la rigueur déductive que Spinoza a insufflée à son système philosophique. Notre travail s'inscrit dans une double tradition : celle des études formelles de l'*Éthique* initiée par Jarrett et poursuivie par d'autres chercheurs [4, 5], et celle de la vérification assistée par ordinateur des raisonnements philosophiques, rendue possible grâce à l'implémentation complète de ces preuves dans l'assistant de preuve Coq [12].

Table des matières

1	Introduction	2
1.1	Contexte philosophique et historique	2
1.2	Objectifs et méthodologie	2
1.3	Implémentation en Coq et validation computationnelle	3
1.4	État de l'art et positionnement	3
2	Notation et symboles	3
2.1	Lexique	3
2.1.1	Opérateurs modaux	3
2.2	Règles modales	3
2.2.1	Prédicats unaires	4
2.2.2	Prédicats binaires	4
2.2.3	Prédicats ternaires	4
2.3	Définitions	4
2.4	Axiomes	5
3	Preuves en déduction naturelle	6
3.1	Proposition 1 (P1)	6
3.2	Proposition 2 (P2)	7
3.3	Proposition 3 (P3)	8
3.3.1	Lemme DP1	9
3.3.2	Lemme DP4	9
3.3.3	Lemme DP5	10
3.3.4	Lemme DP6	11
3.3.5	Lemme DP7	12
3.3.6	Théorème DPI	13
3.3.7	Théorème DPII	14
3.3.8	Théorème DPIII	15
3.4	Proposition 4 (P4)	16
3.5	Proposition 5 (P5)	17
3.6	Proposition 6 (P6)	18
3.6.1	Corollaire de la Proposition 6 (P6c)	19
3.7	Proposition 7 (P7)	20
3.8	Proposition 8 (P8)	21
3.9	Proposition 9 (P9)	22

3.10	Proposition 10 (P10)	23
3.11	Proposition 11 (P11)	24
3.12	Proposition 12 (P12)	25
3.13	Proposition 13 (P13)	25
3.14	Proposition 14 (P14)	26
3.14.1	Proposition 14 alternative (P14-A)	27
3.15	Proposition 15 (P15)	28
3.16	Proposition 16 (P16)	29
3.17	Proposition 17 (P17)	30
3.17.1	Corollaire 2 de la Proposition 17 (P17c2)	31
3.18	Proposition 18 (P18)	32
3.19	Proposition 19 (P19)	33
3.20	Proposition 20 (P20)	34
3.21	Proposition 21 (P21)	35
3.22	Proposition 22 (P22)	36
3.23	Proposition 23 (P23)	37
3.24	Proposition 24 (P24)	38
3.25	Proposition 25 (P25)	38
3.26	Proposition 26 (P26)	39
3.27	Proposition 27 (P27)	40
3.28	Proposition 28 (P28)	41
3.29	Proposition 29 (P29)	42
3.30	Proposition 30 (P30)	43
3.31	Proposition 31 (P31)	44
3.31.1	Proposition 31a (P31a)	44
3.31.2	Proposition 31b (P31b)	45
3.31.3	Proposition 31c (P31c)	46
3.31.4	Proposition 31d (P31d)	47
3.32	Proposition 32 (P32)	48
3.33	Proposition 33 (P33)	49
3.34	Proposition 34 (P34)	50
3.35	Proposition 35 (P35)	51
3.36	Proposition 36 (P36)	52

1 Introduction

1.1 Contexte philosophique et historique

L’*Éthique* de Baruch Spinoza (1632-1677) constitue l’une des œuvres majeures de la philosophie occidentale, remarquable tant par sa profondeur conceptuelle que par sa structure déductive rigoureuse *more geometrico*. Rédigée selon un modèle géométrique inspiré des *Éléments* d’Euclide, l’œuvre procède par définitions, axiomes, propositions et démonstrations, formant un système métaphysique, épistémologique et éthique cohérent. Le livre I, *De Deo* (De Dieu), pose les fondements métaphysiques du système spinoziste, établissant la nature de Dieu comme substance unique, et déployant les conséquences de cette ontologie moniste [1].

La structure démonstrative adoptée par Spinoza suggère une aspiration à la même certitude que celle des mathématiques. Cette aspiration a naturellement conduit plusieurs chercheurs à examiner la validité formelle des arguments de Spinoza, en utilisant des outils logiques modernes. Parmi ces travaux, l’article de Charles Jarrett, “The Logical Structure of Spinoza’s Ethics, Part I” (1978) [3], représente une contribution majeure, proposant une formalisation complète des concepts et des raisonnements du premier livre de l’*Éthique* dans un système de logique modale.

D’autres formalisations ont été faites par Baptiste Mèlès (jusqu’à la proposition 8) à partir des écrits de Martial Guérout. Voir pour cela son Github : <https://github.com/BapMel/ethicoq>.

1.2 Objectifs et méthodologie

Ce document s’inscrit dans cette tradition d’analyse formelle, avec pour objectif principal de présenter de manière claire et systématique les preuves en déduction naturelle des propositions du livre I de l’*Éthique*, selon la formalisation proposée par Jarrett. La déduction naturelle, système d’inférence développé par Gerhard Gentzen dans les années 1930 [8], offre un cadre particulièrement adapté pour représenter les raisonnements philosophiques, en permettant d’explicitier chaque étape déductive.

Notre approche méthodologique comprend :

1. Un lexique formel traduisant les concepts spinozistes en prédicats logiques, tiré de Jarrett [3]
2. La formulation des définitions et axiomes dans ce langage formel, également tiré de [3]
3. La construction pas à pas des preuves pour chacune des 36 propositions du livre I
4. Des théorèmes implicites et lemmes intermédiaires nécessaires aux démonstrations

Il faut noter que cette formalisation est une interprétation du système spinoziste ! Celle de Charles Jarrett. Les preuves que je fournis suivent donc cette interprétation Jarrettienne de Spinoza.

1.3 Implémentation en Coq et validation computationnelle

Au-delà de la présentation formelle contenue dans ce document, l'ensemble des preuves a été implémenté dans l'assistant de preuve Coq, permettant une vérification computationnelle de leur validité. Cette implémentation, disponible sur GitHub [12], constitue une étape significative dans l'application des méthodes de vérification formelle à l'histoire de la philosophie.

L'utilisation de Coq apporte plusieurs avantages :

- Une vérification rigoureuse de chaque étape déductive
- L'identification précise des hypothèses implicites dans les raisonnements de Spinoza
- La génération automatique de preuves complètes et vérifiables
- Un cadre pour l'extension future du projet aux autres livres de l'*Éthique*, ce qui constitue la librairie `SpinozaJarrett`

Notre travail s'inscrit ainsi dans un courant émergent de “philosophie formelle assistée par ordinateur”, rejoignant d'autres efforts comme ceux de [6] et de chercheurs ayant appliqué la vérification formelle à des arguments philosophiques [14].

1.4 État de l'art et positionnement

L'examen formel de l'*Éthique* de Spinoza a une histoire riche. Au-delà du travail pionnier de Jarrett, on peut citer les analyses de Martial Guéroult [4] en France, qui, sans toujours utiliser la logique formelle contemporaine, a minutieusement étudié l'architecture démonstrative de l'œuvre. Plus récemment, plusieurs chercheurs ont exploré l'application des méthodes formelles modernes à l'*Éthique* [7].

Notre contribution se distingue par :

- L'utilisation de la déduction naturelle comme système d'inférence, particulièrement adapté à la présentation pédagogique des preuves
- L'implémentation complète dans l'assistant de preuve Coq, offrant une validation computationnelle de tout le livre I de l'*Éthique* [11]
- L'identification explicite des propositions indémonstrables dans le système (P33 et P36) et la suggestion d'axiomes supplémentaires

Ce document se veut ainsi à la fois un outil pédagogique pour comprendre la structure logique de l'*Éthique*, une contribution à l'étude formelle de l'œuvre de Spinoza, et une démonstration de l'applicabilité des méthodes de vérification formelle à l'histoire de la philosophie [13].

2 Notation et symboles

2.1 Lexique

2.1.1 Opérateurs modaux

- $L(p)$: Nécessité logique - p est logiquement nécessaire
- $M(p)$: Possibilité - p est possible
- $N(p)$: Nécessité naturelle - p est naturellement nécessaire

2.2 Règles modales

- **R1** : $\forall P(L(P) \rightarrow N(P))$
La nécessité logique implique la nécessité naturelle
- **R2** : $\forall P(N(P) \rightarrow P)$
Axiome T pour la nécessité naturelle

- **R3** : $\forall P \forall Q (L(P \rightarrow Q) \rightarrow (L(P) \rightarrow L(Q)))$
Axiome K pour la nécessité logique
- **R4** : $\forall P (M(P) \rightarrow L(M(P)))$
Axiome S5 - possibilité et nécessité
- **R5** : $\forall P (P \rightarrow L(P))$
Règle de nécessité
- **R6** : $\forall P \forall Q (N(P \rightarrow Q) \rightarrow (N(P) \rightarrow N(Q)))$
Axiome de distributivité pour la nécessité naturelle

2.2.1 Prédicats unaires

- $A_1(x)$: x est un attribut
- $B_1(x)$: x est libre
- $D_1(x)$: x est une instance de désir
- $E_1(x)$: x est éternel
- $F_1(x)$: x est fini
- $G_1(x)$: x est un dieu
- $J_1(x)$: x est une instance d'amour
- $K_1(x)$: x est une idée
- $M_1(x)$: x est un mode
- $N_1(x)$: x est nécessaire
- $S_1(x)$: x est une substance
- $T_1(x)$: x est vrai
- $U_1(x)$: x est un intellect
- $W_1(x)$: x est une volonté

2.2.2 Prédicats binaires

- $A_2(x, y)$: x est un attribut de y
- $C_2(x, y)$: x est conçu à travers y
- $I_2(x, y)$: x est en y
- $K_2(x, y)$: x est cause de y
- $L_2(x, y)$: x limite y
- $M_2(x, y)$: x est un mode de y
- $O_2(x, y)$: x est un objet de y
- $P_2(x, y)$: x est la puissance de y
- $R_2(x, y)$: x a plus de réalité que y
- $V_2(x, y)$: x a plus d'attributs que y

2.2.3 Prédicats ternaires

- $C_3(x, y, z)$: x est commun à y et à z
- $D_3(x, y, z)$: x est divisible entre y et z

2.3 Définitions

- **D1** : $K_2(x, x) \wedge \neg \exists y (y \neq x \wedge K_2(y, x)) \leftrightarrow L(\exists y (y = x))$
Causa sui - ce dont l'essence implique l'existence
- **D2** : $F_1(x) \leftrightarrow \exists y (y \neq x \wedge L_2(y, x) \wedge \forall z (A_2(z, x) \leftrightarrow A_2(z, y)))$
Une chose est finie quand elle peut être limitée par une autre de même nature
- **D3** : $S_1(y) \leftrightarrow (I_2(y, y) \wedge C_2(y, y))$
Une substance est ce qui est en soi et est conçu par soi
- **D4a** : $A_1(x) \leftrightarrow \exists y (S_1(y) \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y) \wedge I_2(y, x) \wedge C_2(y, x))$
Un attribut est ce que l'intellect perçoit de la substance comme constituant son essence

- **D4b** : $A_2(x, y) \leftrightarrow (A_1(x) \wedge C_2(y, x))$
 x est un attribut de y
- **D5a** : $M_2(x, y) \leftrightarrow (x \neq y \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y))$
 Un mode est ce qui est dans autre chose et est conçu par elle
- **D5b** : $M_1(x) \leftrightarrow \exists y(S_1(y) \wedge M_2(x, y))$
 x est un mode
- **D6** : $G_1(x) \leftrightarrow (S_1(x) \wedge \forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, x)))$
 Dieu est une substance constituée d'une infinité d'attributs
- **D7a** : $B_1(x) \leftrightarrow (K_2(x, x) \wedge \neg \exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x)))$
 Une chose est libre quand elle n'est cause que d'elle-même
- **D7b** : $N_1(x) \leftrightarrow \exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))$
 Une chose est nécessaire quand elle est déterminée par autre chose
- **D8** : $E_1(x) \leftrightarrow L(\exists v(v = x))$
 L'éternité est l'existence même en tant que nécessaire

2.4 Axiomes

- **A1** : $\forall x(I_2(x, x) \vee \exists y(y \neq x \wedge I_2(x, y)))$
 Tout ce qui est, est soit en soi, soit en autre chose
- **A2** : $\forall x((\neg \exists y(y \neq x \wedge C_2(x, y))) \leftrightarrow C_2(x, x))$
 Ce qui ne peut être conçu par un autre doit être conçu par soi
- **A3** : $\forall x \forall y(K_2(y, x) \rightarrow N((\exists v(v = y)) \leftrightarrow \exists v(v = x)))$
 D'une cause déterminée suit nécessairement un effet
- **A4** : $\forall x \forall y(K_2(x, y) \leftrightarrow C_2(y, x))$
 La connaissance de l'effet dépend de la connaissance de la cause
- **A5** : $\forall x \forall y((\neg \exists z(C_3(z, x, y))) \leftrightarrow (\neg C_2(x, y) \wedge \neg C_2(y, x)))$
 Les choses qui n'ont rien en commun ne peuvent être conçues l'une par l'autre
- **A6** : $\forall x(K_1(x) \rightarrow (T_1(x) \leftrightarrow \exists y(O_2(y, x) \wedge K_2(x, y))))$
 L'idée vraie doit s'accorder avec son objet
- **A7** : $\forall x(M(\neg \exists y(y = x)) \leftrightarrow \neg L(\exists y(y = x)))$
 Si une chose peut être conçue comme non existante, son essence n'implique pas l'existence
- **A8** : $\forall x \forall y(I_2(x, y) \rightarrow C_2(x, y))$
 Si x est en y alors x est conçu par y
- **A9** : $\forall x(\exists y(A_2(y, x)))$
 Toute chose a un attribut
- **A10** : $\forall x \forall y \forall z(D_3(x, y, z) \rightarrow M(\neg \exists w(w = x)))$
 Si x est divisible en y et z alors il est possible que x n'existe pas
- **A11** : $\forall x \forall y(S_1(x) \wedge L_2(y, x) \rightarrow S_1(y))$
 Si x est une substance et y limite x alors y est une substance
- **A12** : $\forall x((\exists y(M_2(x, y))) \rightarrow M_1(x))$
 Si x est un mode de quelque chose alors x est un mode
- **A13** : $M(\exists x(G_1(x)))$
 Il est possible qu'un Dieu existe
- **A14** : $\forall x(N(\exists y(y = x)) \leftrightarrow \neg F_1(x))$
 x existe nécessairement si et seulement si x n'est pas fini

3 Preuves en déduction naturelle

3.1 Proposition 1 (P1)

Si x est un mode de y et y est une substance, alors x est en y et y est en soi.

$$\forall x \forall y (M_2(x, y) \wedge S_1(y) \rightarrow I_2(x, y) \wedge I_2(y, y))$$

1	$M_2(x, y) \wedge S_1(y)$	
2	$M_2(x, y)$	$\wedge E, 1$
3	$S_1(y)$	$\wedge E, 1$
4	$S_1(y) \leftrightarrow (I_2(y, y) \wedge C_2(y, y))$	D3
5	$I_2(y, y) \wedge C_2(y, y)$	$\Rightarrow E, 3, 4$
6	$I_2(y, y)$	$\wedge E, 5$
7	$M_2(x, y) \leftrightarrow (x \neq y \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y))$	D5a
8	$x \neq y \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y)$	$\Rightarrow E, 2, 7$
9	$I_2(x, y)$	$\wedge E, 8$
10	$I_2(x, y) \wedge I_2(y, y)$	$\wedge I, 9, 6$
11	$M_2(x, y) \wedge S_1(y) \rightarrow I_2(x, y) \wedge I_2(y, y)$	$\Rightarrow I, 1-10$
12	$\forall y (M_2(x, y) \wedge S_1(y) \rightarrow I_2(x, y) \wedge I_2(y, y))$	$\forall I, 11$
13	$\forall x \forall y (M_2(x, y) \wedge S_1(y) \rightarrow I_2(x, y) \wedge I_2(y, y))$	$\forall I, 12$

3.2 Proposition 2 (P2)

Deux substances ayant des attributs différents n'ont rien en commun entre elles.

$$\forall x \forall y (S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y \rightarrow \neg \exists z (C_3(z, x, y)))$$

1	$S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y$	
2	$S_1(x)$	$\wedge E, 1$
3	$S_1(y)$	$\wedge E, 1$
4	$x \neq y$	$\wedge E, 1$
5	$S_1(x) \leftrightarrow (I_2(x, x) \wedge C_2(x, x))$	D3
6	$I_2(x, x) \wedge C_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 2, 5$
7	$C_2(x, x)$	$\wedge E, 6$
8	$S_1(y) \leftrightarrow (I_2(y, y) \wedge C_2(y, y))$	D3
9	$I_2(y, y) \wedge C_2(y, y)$	$\Rightarrow E, 3, 8$
10	$C_2(y, y)$	$\wedge E, 9$
11	$(\neg \exists z (z \neq x \wedge C_2(x, z))) \leftrightarrow C_2(x, x)$	A2
12	$C_2(x, x) \rightarrow \neg \exists z (z \neq x \wedge C_2(x, z))$	$\wedge E, 11$
13	$\neg \exists z (z \neq x \wedge C_2(x, z))$	$\Rightarrow E, 7, 12$
14	$\neg (y \neq x \wedge C_2(x, y))$	$\forall E, 13$
15	$y \neq x \rightarrow \neg C_2(x, y)$	$\Rightarrow E, 14$
16	$x \neq y \rightarrow y \neq x$	Logique
17	$x \neq y$	$\wedge E, 1$
18	$y \neq x$	$\Rightarrow E, 17, 16$
19	$\neg C_2(x, y)$	$\Rightarrow E, 18, 15$
20	$(\neg \exists z (z \neq y \wedge C_2(y, z))) \leftrightarrow C_2(y, y)$	A2
21	$C_2(y, y) \rightarrow \neg \exists z (z \neq y \wedge C_2(y, z))$	$\wedge E, 20$
22	$\neg \exists z (z \neq y \wedge C_2(y, z))$	$\Rightarrow E, 10, 21$
23	$\neg (x \neq y \wedge C_2(y, x))$	$\forall E, 22$
24	$x \neq y \rightarrow \neg C_2(y, x)$	$\Rightarrow E, 23$
25	$\neg C_2(y, x)$	$\Rightarrow E, 4, 24$
26	$(\neg \exists z (C_3(z, x, y))) \leftrightarrow (\neg C_2(x, y) \wedge \neg C_2(y, x))$	A5
27	$(\neg C_2(x, y) \wedge \neg C_2(y, x)) \rightarrow \neg \exists z (C_3(z, x, y))$	$\wedge E, 26$
28	$\neg C_2(x, y) \wedge \neg C_2(y, x)$	$\wedge I, 19, 25$
29	$\neg \exists z (C_3(z, x, y))$	$\Rightarrow E, 28, 27$
30	$S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y \rightarrow \neg \exists z (C_3(z, x, y))$	$\Rightarrow I, 1-29$
31	$\forall y (S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y \rightarrow \neg \exists z (C_3(z, x, y)))$	$\forall I, 30$
32	$\forall x \forall y (S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y \rightarrow \neg \exists z (C_3(z, x, y)))$	$\forall I, 31$

3.3 Proposition 3 (P3)

Des choses qui n'ont rien en commun entre elles ne peuvent être cause l'une de l'autre.

$$\forall x \forall y (\neg \exists z (C_3(z, x, y)) \rightarrow \neg K_2(x, y) \wedge \neg K_2(y, x))$$

1	$\neg \exists z (C_3(z, x, y))$	
2	$(\neg \exists z (C_3(z, x, y))) \leftrightarrow (\neg C_2(x, y) \wedge \neg C_2(y, x))$	A5
3	$\neg C_2(x, y) \wedge \neg C_2(y, x)$	$\Rightarrow E, 1, 2$
4	$\neg C_2(x, y)$	$\wedge E, 3$
5	$\neg C_2(y, x)$	$\wedge E, 3$
6	$\forall a \forall b (K_2(a, b) \leftrightarrow C_2(b, a))$	A4
7	$K_2(x, y) \leftrightarrow C_2(y, x)$	$\forall E, 6$
8	$K_2(y, x) \leftrightarrow C_2(x, y)$	$\forall E, 6$
9	$K_2(x, y)$	
10	$C_2(y, x)$	$\Rightarrow E, 9, 7$
11	$\neg C_2(y, x)$	R, 5
12	$C_2(y, x) \wedge \neg C_2(y, x)$	$\wedge I, 10, 11$
13	\perp	$\perp E, 12$
14	$\neg K_2(x, y)$	$\neg I, 9-13$
15	$K_2(y, x)$	
16	$C_2(x, y)$	$\Rightarrow E, 15, 8$
17	$\neg C_2(x, y)$	R, 4
18	$C_2(x, y) \wedge \neg C_2(x, y)$	$\wedge I, 16, 17$
19	\perp	$\perp E, 18$
20	$\neg K_2(y, x)$	$\neg I, 15-19$
21	$\neg K_2(x, y) \wedge \neg K_2(y, x)$	$\wedge I, 14, 20$
22	$\neg \exists z (C_3(z, x, y)) \rightarrow \neg K_2(x, y) \wedge \neg K_2(y, x)$	$\Rightarrow I, 1-21$
23	$\forall y (\neg \exists z (C_3(z, x, y)) \rightarrow \neg K_2(x, y) \wedge \neg K_2(y, x))$	$\forall I, 22$
24	$\forall x \forall y (\neg \exists z (C_3(z, x, y)) \rightarrow \neg K_2(x, y) \wedge \neg K_2(y, x))$	$\forall I, 23$

Lemmes intermédiaires

3.3.1 Lemme DP1

x est une substance si et seulement si x est en soi.

$$\forall x(S_1(x) \leftrightarrow I_2(x, x))$$

1		<u>$S_1(x)$</u>	
2		$S_1(x) \leftrightarrow (I_2(x, x) \wedge C_2(x, x))$	D3
3		$I_2(x, x) \wedge C_2(x, x)$	\Rightarrow E, 1, 2
4		$I_2(x, x)$	\wedge E, 3
5		$S_1(x) \rightarrow I_2(x, x)$	\Rightarrow I, 1–4
6		<u>$I_2(x, x)$</u>	
7		$I_2(x, x) \rightarrow C_2(x, x)$	A8
8		$C_2(x, x)$	\Rightarrow E, 6, 7
9		$I_2(x, x) \wedge C_2(x, x)$	\wedge I, 6, 8
10		$S_1(x) \leftrightarrow (I_2(x, x) \wedge C_2(x, x))$	D3
11		$S_1(x)$	\Rightarrow E, 9, 10
12		$I_2(x, x) \rightarrow S_1(x)$	\Rightarrow I, 6–11
13		$S_1(x) \leftrightarrow I_2(x, x)$	\Rightarrow I, 5, 12
14		$\forall x(S_1(x) \leftrightarrow I_2(x, x))$	\forall I, 13

3.3.2 Lemme DP4

Une substance est sa propre cause.

$$\forall x(S_1(x) \rightarrow K_2(x, x))$$

1		<u>$S_1(x)$</u>	
2		$S_1(x) \leftrightarrow (I_2(x, x) \wedge C_2(x, x))$	D3
3		$I_2(x, x) \wedge C_2(x, x)$	\Rightarrow E, 1, 2
4		$C_2(x, x)$	\wedge E, 3
5		$\forall a \forall b (K_2(a, b) \leftrightarrow C_2(b, a))$	A4
6		$K_2(x, x) \leftrightarrow C_2(x, x)$	\forall E, 5
7		$K_2(x, x)$	\Rightarrow E, 4, 6
8		$S_1(x) \rightarrow K_2(x, x)$	\Rightarrow I, 1–7
9		$\forall x(S_1(x) \rightarrow K_2(x, x))$	\forall I, 8

3.3.3 Lemme DP5

Toute chose est soit une substance soit un mode.

$$\forall x(S_1(x) \vee M_1(x))$$

1	$\forall x(I_2(x, x) \vee \exists y(y \neq x \wedge I_2(x, y)))$	A1
2	$I_2(x, x) \vee \exists y(y \neq x \wedge I_2(x, y))$	$\forall E, 1$
3	$I_2(x, x)$	
4	$S_1(x) \leftrightarrow I_2(x, x)$	DP1
5	$S_1(x)$	$\Rightarrow E, 3, 4$
6	$S_1(x) \vee M_1(x)$	$\vee I, 5$
7	$\exists y(y \neq x \wedge I_2(x, y))$	
8	$y \neq x \wedge I_2(x, y)$	
9	$y \neq x$	$\wedge E, 8$
10	$I_2(x, y)$	$\wedge E, 8$
11	$I_2(x, y) \rightarrow C_2(x, y)$	A8
12	$C_2(x, y)$	$\Rightarrow E, 10, 11$
13	$y \neq x \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y)$	$\wedge I, 9, 10, 12$
14	$M_2(x, y) \leftrightarrow (x \neq y \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y))$	D5a
15	$x \neq y \leftrightarrow y \neq x$	Logique
16	$x \neq y$	$\Rightarrow E, 9, 15$
17	$x \neq y \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y)$	$\wedge I, 16, 10, 12$
18	$M_2(x, y)$	$\Rightarrow E, 17, 14$
19	$(\exists y(M_2(x, y))) \rightarrow M_1(x)$	A12
20	$\exists y(M_2(x, y))$	$\exists I, 18$
21	$M_1(x)$	$\Rightarrow E, 20, 19$
22	$S_1(x) \vee M_1(x)$	$\vee I, 21$
23	$S_1(x) \vee M_1(x)$	$\exists E, 7, 8-22$
24	$S_1(x) \vee M_1(x)$	$\vee E, 2, 3-6, 7-23$
25	$\forall x(S_1(x) \vee M_1(x))$	$\forall I, 24$

3.3.4 Lemme DP6

Une substance et un mode ne peuvent jamais être la même chose.

$$\forall x(\neg(S_1(x) \wedge M_1(x)))$$

1	$S_1(x) \wedge M_1(x)$	
2	$S_1(x)$	$\wedge E, 1$
3	$M_1(x)$	$\wedge E, 1$
4	$M_1(x) \leftrightarrow \exists y(S_1(y) \wedge M_2(x, y))$	D5b
5	$\exists y(S_1(y) \wedge M_2(x, y))$	$\Rightarrow E, 3, 4$
6	$S_1(y) \wedge M_2(x, y)$	
7	$M_2(x, y)$	$\wedge E, 6$
8	$M_2(x, y) \leftrightarrow (x \neq y \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y))$	D5a
9	$x \neq y \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y)$	$\Rightarrow E, 7, 8$
10	$x \neq y$	$\wedge E, 9$
11	$C_2(x, y)$	$\wedge E, 9$
12	$S_1(x) \leftrightarrow (I_2(x, x) \wedge C_2(x, x))$	D3
13	$I_2(x, x) \wedge C_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 2, 12$
14	$C_2(x, x)$	$\wedge E, 13$
15	$(\neg \exists z(z \neq x \wedge C_2(x, z))) \leftrightarrow C_2(x, x)$	A2
16	$C_2(x, x) \rightarrow \neg \exists z(z \neq x \wedge C_2(x, z))$	$\wedge E, 15$
17	$\neg \exists z(z \neq x \wedge C_2(x, z))$	$\Rightarrow E, 14, 16$
18	$\neg(y \neq x \wedge C_2(x, y))$	$\forall E, 17$
19	$y \neq x \leftrightarrow x \neq y$	Logique
20	$y \neq x$	$\Rightarrow E, 10, 19$
21	$y \neq x \wedge C_2(x, y)$	$\wedge I, 20, 11$
22	$\neg(y \neq x \wedge C_2(x, y)) \wedge (y \neq x \wedge C_2(x, y))$	$\wedge I, 18, 21$
23	\perp	$\perp E, 22$
24	\perp	$\exists E, 5, 6-23$
25	$\neg(S_1(x) \wedge M_1(x))$	$\neg I, 1-24$
26	$\forall x(\neg(S_1(x) \wedge M_1(x)))$	$\forall I, 25$

3.3.5 Lemme DP7

Si x est un attribut de y et y est une substance, alors $x = y$.

$$\forall x \forall y (A_2(x, y) \wedge S_1(y) \rightarrow x = y)$$

1	$A_2(x, y) \wedge S_1(y)$	
2	$A_2(x, y)$	$\wedge E, 1$
3	$S_1(y)$	$\wedge E, 1$
4	$A_2(x, y) \leftrightarrow (A_1(x) \wedge C_2(y, x))$	D4b
5	$A_1(x) \wedge C_2(y, x)$	$\Rightarrow E, 2, 4$
6	$C_2(y, x)$	$\wedge E, 5$
7	$S_1(y) \leftrightarrow (I_2(y, y) \wedge C_2(y, y))$	D3
8	$I_2(y, y) \wedge C_2(y, y)$	$\Rightarrow E, 3, 7$
9	$C_2(y, y)$	$\wedge E, 8$
10	$(\neg \exists z (z \neq y \wedge C_2(y, z))) \leftrightarrow C_2(y, y)$	A2
11	$C_2(y, y) \rightarrow \neg \exists z (z \neq y \wedge C_2(y, z))$	$\wedge E, 10$
12	$\neg \exists z (z \neq y \wedge C_2(y, z))$	$\Rightarrow E, 9, 11$
13	$\neg (x \neq y \wedge C_2(y, x))$	$\forall E, 12$
14	$x \neq y \rightarrow \neg C_2(y, x)$	$\Rightarrow E, 13$
15	$C_2(y, x) \rightarrow \neg (x \neq y)$	Contraposée
16	$C_2(y, x)$	R, 6
17	$\neg (x \neq y)$	$\Rightarrow E, 16, 15$
18	$x = y$	$\neg E, 17$
19	$A_2(x, y) \wedge S_1(y) \rightarrow x = y$	$\Rightarrow I, 1-18$
20	$\forall y (A_2(x, y) \wedge S_1(y) \rightarrow x = y)$	$\forall I, 19$
21	$\forall x \forall y (A_2(x, y) \wedge S_1(y) \rightarrow x = y)$	$\forall I, 20$

Théorème implicites importants chez Spinoza

3.3.6 Théorème DPI

Tout est soit une substance, soit un mode, mais pas les deux.

$$\forall x((S_1(x) \wedge \neg M_1(x)) \vee (\neg S_1(x) \wedge M_1(x)))$$

1	$\forall x(S_1(x) \vee M_1(x))$	DP5
2	$S_1(x) \vee M_1(x)$	$\forall E, 1$
3	$\forall x(\neg(S_1(x) \wedge M_1(x)))$	DP6
4	$\neg(S_1(x) \wedge M_1(x))$	$\forall E, 3$
5	$S_1(x)$	
6	$M_1(x)$	
7	$S_1(x) \wedge M_1(x)$	$\wedge I, 5, 6$
8	$\neg(S_1(x) \wedge M_1(x))$	R, 4
9	$(S_1(x) \wedge M_1(x)) \wedge \neg(S_1(x) \wedge M_1(x))$	$\wedge I, 7, 8$
10	\perp	$\perp E, 9$
11	$\neg M_1(x)$	$\neg I, 6-10$
12	$S_1(x) \wedge \neg M_1(x)$	$\wedge I, 5, 11$
13	$(S_1(x) \wedge \neg M_1(x)) \vee (\neg S_1(x) \wedge M_1(x))$	$\vee I, 12$
14	$M_1(x)$	
15	$S_1(x)$	
16	$S_1(x) \wedge M_1(x)$	$\wedge I, 15, 14$
17	$\neg(S_1(x) \wedge M_1(x))$	R, 4
18	$(S_1(x) \wedge M_1(x)) \wedge \neg(S_1(x) \wedge M_1(x))$	$\wedge I, 16, 17$
19	\perp	$\perp E, 18$
20	$\neg S_1(x)$	$\neg I, 15-19$
21	$\neg S_1(x) \wedge M_1(x)$	$\wedge I, 20, 14$
22	$(S_1(x) \wedge \neg M_1(x)) \vee (\neg S_1(x) \wedge M_1(x))$	$\vee I, 21$
23	$(S_1(x) \wedge \neg M_1(x)) \vee (\neg S_1(x) \wedge M_1(x))$	$\vee E, 2, 5-13, 14-22$
24	$\forall x((S_1(x) \wedge \neg M_1(x)) \vee (\neg S_1(x) \wedge M_1(x)))$	$\forall I, 23$

3.3.7 Théorème DPII

Une substance est ses propres attributs.

$$\forall x(S_1(x) \rightarrow A_2(x, x))$$

1	$S_1(x)$	
2	$A_2(x, y) \leftrightarrow (A_1(x) \wedge C_2(y, x))$	D4b
3	$S_1(x) \leftrightarrow (I_2(x, x) \wedge C_2(x, x))$	D3
4	$I_2(x, x) \wedge C_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 1, 3$
5	$C_2(x, x)$	$\wedge E, 4$
6	$A_1(x) \wedge C_2(x, x)$	
7	$A_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 6, 2$
8	$A_1(x) \wedge C_2(x, x) \rightarrow A_2(x, x)$	$\Rightarrow I, 6-7$
9	$A_1(x) \leftrightarrow \exists y(S_1(y) \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y) \wedge I_2(y, x) \wedge C_2(y, x))$	D4a
10	$\exists y(S_1(y) \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y) \wedge I_2(y, x) \wedge C_2(y, x)) \rightarrow A_1(x)$	$\wedge E, 9$
11	$S_1(x) \wedge I_2(x, x) \wedge C_2(x, x) \wedge I_2(x, x) \wedge C_2(x, x)$	$\wedge I, 1, 4, 4$
12	$\exists y(S_1(y) \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y) \wedge I_2(y, x) \wedge C_2(y, x))$	$\exists I, 11$
13	$A_1(x)$	$\Rightarrow E, 12, 10$
14	$A_1(x) \wedge C_2(x, x)$	$\wedge I, 13, 5$
15	$A_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 14, 8$
16	$S_1(x) \rightarrow A_2(x, x)$	$\Rightarrow I, 1-15$
17	$\forall x(S_1(x) \rightarrow A_2(x, x))$	$\forall I, 16$

3.3.8 Théorème DPIII

Quelque chose est une substance si et seulement si elle est causa sui.

$$\forall x(S_1(x) \leftrightarrow K_2(x, x))$$

1	<u>$S_1(x)$</u>	
2	$\forall y(S_1(y) \rightarrow K_2(y, y))$	DP4
3	$S_1(x) \rightarrow K_2(x, x)$	$\forall E, 2$
4	$K_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 1, 3$
5	$S_1(x) \rightarrow K_2(x, x)$	$\Rightarrow I, 1-4$
6	<u>$K_2(x, x)$</u>	
7	$\forall a \forall b(K_2(a, b) \leftrightarrow C_2(b, a))$	A4
8	$K_2(x, x) \leftrightarrow C_2(x, x)$	$\forall E, 7$
9	$C_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 6, 8$
10	$\forall y(I_2(y, y) \vee \exists z(z \neq y \wedge I_2(y, z)))$	A1
11	$I_2(x, x) \vee \exists z(z \neq x \wedge I_2(x, z))$	$\forall E, 10$
12	<u>$I_2(x, x)$</u>	
13	$I_2(x, x) \wedge C_2(x, x)$	$\wedge I, 12, 9$
14	$S_1(x) \leftrightarrow (I_2(x, x) \wedge C_2(x, x))$	D3
15	$S_1(x)$	$\Rightarrow E, 13, 14$
16	<u>$\exists z(z \neq x \wedge I_2(x, z))$</u>	
17	<u>$z \neq x \wedge I_2(x, z)$</u>	
18	$I_2(x, z)$	$\wedge E, 17$
19	$\forall a \forall b(I_2(a, b) \rightarrow C_2(a, b))$	A8
20	$I_2(x, z) \rightarrow C_2(x, z)$	$\forall E, 19$
21	$C_2(x, z)$	$\Rightarrow E, 18, 20$
22	$z \neq x$	$\wedge E, 17$
23	$z \neq x \wedge C_2(x, z)$	$\wedge I, 22, 21$
24	$\exists y(y \neq x \wedge C_2(x, y))$	$\exists I, 23$
25	$(\neg \exists y(y \neq x \wedge C_2(x, y))) \leftrightarrow C_2(x, x)$	A2
26	$C_2(x, x) \rightarrow \neg \exists y(y \neq x \wedge C_2(x, y))$	$\wedge E, 25$
27	$\neg \exists y(y \neq x \wedge C_2(x, y))$	$\Rightarrow E, 9, 26$
28	$\exists y(y \neq x \wedge C_2(x, y)) \wedge \neg \exists y(y \neq x \wedge C_2(x, y))$	$\wedge I, 24, 27$
29	\perp	$\perp E, 28$
30	\perp	$\exists E, 16, 17-29$
31	$\neg \exists z(z \neq x \wedge I_2(x, z))$	$\neg I, 16-30$
32	$S_1(x)$	$\forall E, 11, 12-15, 16-31$
33	$K_2(x, x) \rightarrow S_1(x)$	$\Rightarrow I, 6-32$
34	$S_1(x) \leftrightarrow K_2(x, x)$	$\Rightarrow I, 5, 33$
35	$\forall x(S_1(x) \leftrightarrow K_2(x, x))$	$\forall I, 34$

3.4 Proposition 4 (P4)

Deux ou plusieurs choses distinctes ne peuvent se distinguer que par la diversité des attributs de leurs substances, ou par la diversité des affections de ces mêmes substances.

$$\forall x \forall y (x \neq y \rightarrow \exists z \exists z' ((A_2(z, x) \wedge A_2(z', y) \wedge z \neq z') \vee (A_2(z, x) \wedge z = x \wedge M_1(y)) \vee (A_2(z', y) \wedge z' = y \wedge M_1(x)) \vee (M_1(x) \wedge M_1(y))))$$

1	$x \neq y$	
2	$\forall a ((S_1(a) \wedge \neg M_1(a)) \vee (\neg S_1(a) \wedge M_1(a)))$	DPI
3	$(S_1(x) \wedge \neg M_1(x)) \vee (\neg S_1(x) \wedge M_1(x))$	$\forall E, 2$
4	$S_1(x) \wedge \neg M_1(x)$	
5	$S_1(x)$	$\wedge E, 4$
6	$(S_1(y) \wedge \neg M_1(y)) \vee (\neg S_1(y) \wedge M_1(y))$	$\forall E, 2$
7	$S_1(y) \wedge \neg M_1(y)$	
8	$S_1(y)$	$\wedge E, 7$
9	$\forall a (S_1(a) \rightarrow A_2(a, a))$	DPII
10	$S_1(x) \rightarrow A_2(x, x)$	$\forall E, 9$
11	$A_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 5, 10$
12	$S_1(y) \rightarrow A_2(y, y)$	$\forall E, 9$
13	$A_2(y, y)$	$\Rightarrow E, 8, 12$
14	$A_2(x, x) \wedge A_2(y, y) \wedge x \neq y$	$\wedge I, 11, 13, 1$
15	$\exists z \exists z' (A_2(z, x) \wedge A_2(z', y) \wedge z \neq z')$	$\exists I, 14$
16	$\exists z \exists z' ((A_2(z, x) \wedge A_2(z', y) \wedge z \neq z') \vee (A_2(z, x) \wedge z = x \wedge M_1(y)) \vee (A_2(z', y) \wedge z' = y \wedge M_1(x)) \vee (M_1(x) \wedge M_1(y)))$	$\vee I, 15$
17	$\neg S_1(y) \wedge M_1(y)$	
18	$M_1(y)$	$\wedge E, 17$
19	$A_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 5, 10$
20	$A_2(x, x) \wedge x = x \wedge M_1(y)$	$\wedge I, 19, ??, 18$
21	$\exists z \exists z' (A_2(z, x) \wedge z = x \wedge M_1(y))$	$\exists I, 20$
22	$\exists z \exists z' ((A_2(z, x) \wedge A_2(z', y) \wedge z \neq z') \vee (A_2(z, x) \wedge z = x \wedge M_1(y)) \vee (A_2(z', y) \wedge z' = y \wedge M_1(x)) \vee (M_1(x) \wedge M_1(y)))$	$\vee I, 21$
23	$\exists z \exists z' ((A_2(z, x) \wedge A_2(z', y) \wedge z \neq z') \vee (A_2(z, x) \wedge z = x \wedge M_1(y)) \vee (A_2(z', y) \wedge z' = y \wedge M_1(x)) \vee (M_1(x) \wedge M_1(y)))$	$\forall E, 6, 7-16, 17-22$
24	$\neg S_1(x) \wedge M_1(x)$	
25	$M_1(x)$	$\wedge E, 24$
26	$(S_1(y) \wedge \neg M_1(y)) \vee (\neg S_1(y) \wedge M_1(y))$	$\forall E, 2$
27	$S_1(y) \wedge \neg M_1(y)$	
28	$S_1(y)$	$\wedge E, 27$
29	$S_1(y) \rightarrow A_2(y, y)$	$\forall E, 9$
30	$A_2(y, y)$	$\Rightarrow E, 28, 29$
31	$A_2(y, y) \wedge y = y \wedge M_1(x)$	$\wedge I, 30, ??, 25$
32	$\exists z \exists z' (A_2(z', y) \wedge z' = y \wedge M_1(x))$	$\exists I, 31$
33	$\exists z \exists z' ((A_2(z, x) \wedge A_2(z', y) \wedge z \neq z') \vee (A_2(z, x) \wedge z = x \wedge M_1(y)) \vee (A_2(z', y) \wedge z' = y \wedge M_1(x)) \vee (M_1(x) \wedge M_1(y)))$	$\vee I, 32$
34	$\neg S_1(y) \wedge M_1(y)$	
35	$M_1(y)$	$\wedge E, 34$
36	$M_1(x) \wedge M_1(y)$	$\wedge I, 25, 35$
37	$\exists z \exists z' (M_1(x) \wedge M_1(y))$	$\exists I, 36$
38	$\exists z \exists z' ((A_2(z, x) \wedge A_2(z', y) \wedge z \neq z') \vee (A_2(z, x) \wedge z = x \wedge M_1(y)) \vee (A_2(z', y) \wedge z' = y \wedge M_1(x)) \vee (M_1(x) \wedge M_1(y)))$	$\vee I, 37$
39	$\exists z \exists z' ((A_2(z, x) \wedge A_2(z', y) \wedge z \neq z') \vee (A_2(z, x) \wedge z = x \wedge M_1(y)) \vee (A_2(z', y) \wedge z' = y \wedge M_1(x)) \vee (M_1(x) \wedge M_1(y)))$	$\forall E, 26, 27-33, 34-38$
40	$\exists z \exists z' ((A_2(z, x) \wedge A_2(z', y) \wedge z \neq z') \vee (A_2(z, x) \wedge z = x \wedge M_1(y)) \vee (A_2(z', y) \wedge z' = y \wedge M_1(x)) \vee (M_1(x) \wedge M_1(y)))$	$\forall E, 3, 4-23, 24-39$
41	$x \neq y \rightarrow \exists z \exists z' ((A_2(z, x) \wedge A_2(z', y) \wedge z \neq z') \vee (A_2(z, x) \wedge z = x \wedge M_1(y)) \vee (A_2(z', y) \wedge z' = y \wedge M_1(x)) \vee (M_1(x) \wedge M_1(y)))$	$\Rightarrow I, 1-40$
42	$\forall y (x \neq y \rightarrow \exists z \exists z' ((A_2(z, x) \wedge A_2(z', y) \wedge z \neq z') \vee (A_2(z, x) \wedge z = x \wedge M_1(y)) \vee (A_2(z', y) \wedge z' = y \wedge M_1(x)) \vee (M_1(x) \wedge M_1(y))))$	$\forall I, 41$
43	$\forall x \forall y (x \neq y \rightarrow \exists z \exists z' ((A_2(z, x) \wedge A_2(z', y) \wedge z \neq z') \vee (A_2(z, x) \wedge z = x \wedge M_1(y)) \vee (A_2(z', y) \wedge z' = y \wedge M_1(x)) \vee (M_1(x) \wedge M_1(y))))$	$\forall I, 42$

3.5 Proposition 5 (P5)

Il ne peut y avoir, dans la nature des choses, deux ou plusieurs substances de même nature, ou, en d'autres termes, de même attribut.

$$\forall x \forall y (S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y \rightarrow \neg \exists z (A_2(z, x) \wedge A_2(z, y)))$$

1	$S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y$	
2	$S_1(x)$	$\wedge E, 1$
3	$S_1(y)$	$\wedge E, 1$
4	$x \neq y$	$\wedge E, 1$
5	$\exists z (A_2(z, x) \wedge A_2(z, y))$	
6	$A_2(z, x) \wedge A_2(z, y)$	
7	$A_2(z, x)$	$\wedge E, 6$
8	$A_2(z, y)$	$\wedge E, 6$
9	$\forall a \forall b (A_2(a, b) \wedge S_1(b) \rightarrow a = b)$	DP7
10	$A_2(z, x) \wedge S_1(x) \rightarrow z = x$	$\forall E, 9$
11	$A_2(z, x) \wedge S_1(x)$	$\wedge I, 7, 2$
12	$z = x$	$\Rightarrow E, 11, 10$
13	$A_2(z, y) \wedge S_1(y) \rightarrow z = y$	$\forall E, 9$
14	$A_2(z, y) \wedge S_1(y)$	$\wedge I, 8, 3$
15	$z = y$	$\Rightarrow E, 14, 13$
16	$z = x \wedge z = y$	$\wedge I, 12, 15$
17	$x = z$	12
18	$x = y$	17, 15
19	$x \neq y$	R, 4
20	$x = y \wedge x \neq y$	$\wedge I, 18, 19$
21	\perp	$\perp E, 20$
22	\perp	$\exists E, 5, 6-21$
23	$\neg \exists z (A_2(z, x) \wedge A_2(z, y))$	$\neg I, 5-22$
24	$S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y \rightarrow \neg \exists z (A_2(z, x) \wedge A_2(z, y))$	$\Rightarrow I, 1-23$
25	$\forall y (S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y \rightarrow \neg \exists z (A_2(z, x) \wedge A_2(z, y)))$	$\forall I, 24$
26	$\forall x \forall y (S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y \rightarrow \neg \exists z (A_2(z, x) \wedge A_2(z, y)))$	$\forall I, 25$

3.6 Proposition 6 (P6)

Une substance ne peut être produite par une autre substance.

$$\forall x \forall y (S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y \rightarrow \neg(K_2(x, y) \wedge \neg K_2(y, x)))$$

1	$S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y$	
2	$S_1(x)$	$\wedge E, 1$
3	$S_1(y)$	$\wedge E, 1$
4	$x \neq y$	$\wedge E, 1$
5	$\forall a \forall b (S_1(a) \wedge S_1(b) \wedge a \neq b \rightarrow \neg \exists z (C_3(z, a, b)))$	P2
6	$S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y \rightarrow \neg \exists z (C_3(z, x, y))$	$\forall E, 5$
7	$\neg \exists z (C_3(z, x, y))$	$\Rightarrow E, 1, 6$
8	$\forall a \forall b (\neg \exists z (C_3(z, a, b)) \rightarrow \neg K_2(a, b) \wedge \neg K_2(b, a))$	P3
9	$\neg \exists z (C_3(z, x, y)) \rightarrow \neg K_2(x, y) \wedge \neg K_2(y, x)$	$\forall E, 8$
10	$\neg K_2(x, y) \wedge \neg K_2(y, x)$	$\Rightarrow E, 7, 9$
11	$\neg K_2(x, y)$	$\wedge E, 10$
12	$K_2(x, y) \wedge \neg K_2(y, x)$	
13	$K_2(x, y)$	$\wedge E, 12$
14	$\neg K_2(x, y)$	R, 11
15	$K_2(x, y) \wedge \neg K_2(x, y)$	$\wedge I, 13, 14$
16	\perp	$\perp E, 15$
17	$\neg(K_2(x, y) \wedge \neg K_2(y, x))$	$\neg I, 12-16$
18	$S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y \rightarrow \neg(K_2(x, y) \wedge \neg K_2(y, x))$	$\Rightarrow I, 1-17$
19	$\forall y (S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y \rightarrow \neg(K_2(x, y) \wedge \neg K_2(y, x)))$	$\forall I, 18$
20	$\forall x \forall y (S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y \rightarrow \neg(K_2(x, y) \wedge \neg K_2(y, x)))$	$\forall I, 19$

3.6.1 Corollaire de la Proposition 6 (P6c)

Une substance ne peut être produite par autre chose.

$$\forall x(S_1(x) \rightarrow \neg(\exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))))$$

1	$S_1(x)$	
2	$S_1(x) \leftrightarrow (I_2(x, x) \wedge C_2(x, x))$	D3
3	$I_2(x, x) \wedge C_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 1, 2$
4	$C_2(x, x)$	$\wedge E, 3$
5	$(\neg \exists z(z \neq x \wedge C_2(x, z))) \leftrightarrow C_2(x, x)$	A2
6	$C_2(x, x) \rightarrow \neg \exists z(z \neq x \wedge C_2(x, z))$	$\wedge E, 5$
7	$\neg \exists z(z \neq x \wedge C_2(x, z))$	$\Rightarrow E, 4, 6$
8	$\exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))$	
9	$y \neq x \wedge K_2(y, x)$	
10	$y \neq x$	$\wedge E, 9$
11	$K_2(y, x)$	$\wedge E, 9$
12	$\forall a \forall b(K_2(a, b) \leftrightarrow C_2(b, a))$	A4
13	$K_2(y, x) \leftrightarrow C_2(x, y)$	$\forall E, 12$
14	$C_2(x, y)$	$\Rightarrow E, 11, 13$
15	$y \neq x \wedge C_2(x, y)$	$\wedge I, 10, 14$
16	$\exists z(z \neq x \wedge C_2(x, z))$	$\exists I, 15$
17	$\neg \exists z(z \neq x \wedge C_2(x, z))$	R, 7
18	$\exists z(z \neq x \wedge C_2(x, z)) \wedge \neg \exists z(z \neq x \wedge C_2(x, z))$	$\wedge I, 16, 17$
19	\perp	$\perp E, 18$
20	\perp	$\exists E, 8, 9-19$
21	$\neg \exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))$	$\neg I, 8-20$
22	$S_1(x) \rightarrow \neg(\exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x)))$	$\Rightarrow I, 1-21$
23	$\forall x(S_1(x) \rightarrow \neg(\exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))))$	$\forall I, 22$

3.7 Proposition 7 (P7)

Il appartient à la nature de la substance d'exister.

$$\forall x(S_1(x) \rightarrow L(\exists y(y = x)))$$

1	$S_1(x)$	
2	$S_1(x) \leftrightarrow (I_2(x, x) \wedge C_2(x, x))$	D3
3	$I_2(x, x) \wedge C_2(x, x)$	\Rightarrow E, 1, 2
4	$C_2(x, x)$	\wedge E, 3
5	$\forall a \forall b (K_2(a, b) \leftrightarrow C_2(b, a))$	A4
6	$K_2(x, x) \leftrightarrow C_2(x, x)$	\forall E, 5
7	$K_2(x, x)$	\Rightarrow E, 4, 6
8	$\forall a (S_1(a) \rightarrow \neg(\exists b(b \neq a \wedge K_2(b, a))))$	P6c
9	$S_1(x) \rightarrow \neg(\exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x)))$	\forall E, 8
10	$\neg(\exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x)))$	\Rightarrow E, 1, 9
11	$K_2(x, x) \wedge \neg \exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))$	\wedge I, 7, 10
12	$K_2(x, x) \wedge \neg \exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x)) \leftrightarrow L(\exists y(y = x))$	D1
13	$L(\exists y(y = x))$	\Rightarrow E, 11, 12
14	$S_1(x) \rightarrow L(\exists y(y = x))$	\Rightarrow I, 1–13
15	$\forall x(S_1(x) \rightarrow L(\exists y(y = x)))$	\forall I, 14

3.8 Proposition 8 (P8)

Toute substance est nécessairement infinie.

$$\forall x(S_1(x) \rightarrow \neg F_1(x))$$

1		<u>$S_1(x)$</u>	
2		<u>$F_1(x)$</u>	
3		$F_1(x) \leftrightarrow \exists y(y \neq x \wedge L_2(y, x) \wedge \forall z(A_2(z, x) \leftrightarrow A_2(z, y)))$	D2
4		$\exists y(y \neq x \wedge L_2(y, x) \wedge \forall z(A_2(z, x) \leftrightarrow A_2(z, y)))$	\Rightarrow E, 2, 3
5		<u>$y \neq x \wedge L_2(y, x) \wedge \forall z(A_2(z, x) \leftrightarrow A_2(z, y))$</u>	
6		$y \neq x$	\wedge E, 5
7		$L_2(y, x)$	\wedge E, 5
8		$\forall z(A_2(z, x) \leftrightarrow A_2(z, y))$	\wedge E, 5
9		$\forall a \forall b(S_1(a) \wedge L_2(b, a) \rightarrow S_1(b))$	A11
10		$S_1(x) \wedge L_2(y, x) \rightarrow S_1(y)$	\forall E, 9
11		$S_1(x) \wedge L_2(y, x)$	\wedge I, 1, 7
12		$S_1(y)$	\Rightarrow E, 11, 10
13		$\forall a(\exists b(A_2(b, a)))$	A9
14		$\exists b(A_2(b, x))$	\forall E, 13
15		<u>$A_2(z, x)$</u>	
16		$A_2(z, x) \leftrightarrow A_2(z, y)$	\forall E, 8
17		$A_2(z, y)$	\Rightarrow E, 15, 16
18		$A_2(z, x) \wedge A_2(z, y)$	\wedge I, 15, 17
19		$\exists z(A_2(z, x) \wedge A_2(z, y))$	\exists I, 18
20		$\forall a \forall b(S_1(a) \wedge S_1(b) \wedge a \neq b \rightarrow \neg \exists z(A_2(z, a) \wedge A_2(z, b)))$	P5
21		$S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y \rightarrow \neg \exists z(A_2(z, x) \wedge A_2(z, y))$	\forall E, 20
22		$S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y$	\wedge I, 1, 12, 6
23		$\neg \exists z(A_2(z, x) \wedge A_2(z, y))$	\Rightarrow E, 22, 21
24		$\exists z(A_2(z, x) \wedge A_2(z, y)) \wedge \neg \exists z(A_2(z, x) \wedge A_2(z, y))$	\wedge I, 19, 23
25		\perp	\perp E, 24
26		\perp	\exists E, 14, 15–25
27		\perp	\exists E, 4, 5–26
28		<u>$\neg F_1(x)$</u>	\neg I, 2–27
29		$S_1(x) \rightarrow \neg F_1(x)$	\Rightarrow I, 1–28
30		$\forall x(S_1(x) \rightarrow \neg F_1(x))$	\forall I, 29

3.9 Proposition 9 (P9)

Suivant qu'une chose a plus de réalité ou d'être, un plus grand nombre d'attributs lui appartient.

$$\forall x \forall y ((S_1(x) \wedge S_1(y)) \rightarrow (R_2(x, y) \leftrightarrow V_2(x, y)))$$

1		$S_1(x) \wedge S_1(y)$	
2		$\forall a \forall b ((S_1(a) \wedge S_1(b)) \rightarrow (R_2(a, b) \leftrightarrow V_2(a, b)))$	A18
3		$(S_1(x) \wedge S_1(y)) \rightarrow (R_2(x, y) \leftrightarrow V_2(x, y))$	$\forall E, 2$
4		$R_2(x, y) \leftrightarrow V_2(x, y)$	$\Rightarrow E, 1, 3$
5		$(S_1(x) \wedge S_1(y)) \rightarrow (R_2(x, y) \leftrightarrow V_2(x, y))$	$\Rightarrow I, 1-4$
6		$\forall y ((S_1(x) \wedge S_1(y)) \rightarrow (R_2(x, y) \leftrightarrow V_2(x, y)))$	$\forall I, 5$
7		$\forall x \forall y ((S_1(x) \wedge S_1(y)) \rightarrow (R_2(x, y) \leftrightarrow V_2(x, y)))$	$\forall I, 6$

3.10 Proposition 10 (P10)

Tout attribut d'une substance doit être conçu par soi.

$$\forall x(A_1(x) \rightarrow C_2(x, x))$$

1	<u>$A_1(x)$</u>	
2	$A_1(x) \leftrightarrow \exists y(S_1(y) \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y) \wedge I_2(y, x) \wedge C_2(y, x))$	D4a
3	$\exists y(S_1(y) \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y) \wedge I_2(y, x) \wedge C_2(y, x))$	\Rightarrow E, 1, 2
4	<u>$S_1(y) \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y) \wedge I_2(y, x) \wedge C_2(y, x)$</u>	
5	$S_1(y)$	\wedge E, 4
6	$C_2(y, x)$	\wedge E, 4
7	$S_1(y) \leftrightarrow (I_2(y, y) \wedge C_2(y, y))$	D3
8	$I_2(y, y) \wedge C_2(y, y)$	\Rightarrow E, 5, 7
9	$C_2(y, y)$	\wedge E, 8
10	$(\neg \exists z(z \neq y \wedge C_2(y, z))) \leftrightarrow C_2(y, y)$	A2
11	$C_2(y, y) \rightarrow \neg \exists z(z \neq y \wedge C_2(y, z))$	\wedge E, 10
12	$\neg \exists z(z \neq y \wedge C_2(y, z))$	\Rightarrow E, 9, 11
13	<u>$x \neq y$</u>	
14	$x \neq y \wedge C_2(y, x)$	\wedge I, 13, 6
15	$\exists z(z \neq y \wedge C_2(y, z))$	\exists I, 14
16	$\neg \exists z(z \neq y \wedge C_2(y, z))$	R, 12
17	$\exists z(z \neq y \wedge C_2(y, z)) \wedge \neg \exists z(z \neq y \wedge C_2(y, z))$	\wedge I, 15, 16
18	\perp	\perp E, 17
19	$\neg(x \neq y)$	\neg I, 13–18
20	$x = y$	\neg E, 19
21	$C_2(y, y)$	R, 9
22	$C_2(x, x)$	20, 21
23	$C_2(x, x)$	\exists E, 3, 4–22
24	$A_1(x) \rightarrow C_2(x, x)$	\Rightarrow I, 1–23
25	$\forall x(A_1(x) \rightarrow C_2(x, x))$	\forall I, 24

3.11 Proposition 11 (P11)

Dieu, c'est-à-dire une substance constituée par une infinité d'attributs dont chacun exprime une essence éternelle et infinie, existe nécessairement.

$$L(\exists x(G_1(x)))$$

1	$M(\exists x(G_1(x)))$	A13
2	$\exists x(G_1(x))$	
3	$G_1(g)$	
4	$G_1(x) \leftrightarrow (S_1(x) \wedge \forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, x)))$	D6
5	$S_1(g) \wedge \forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, g))$	\Rightarrow E, 3, 4
6	$S_1(g)$	\wedge E, 5
7	$\forall x(S_1(x) \rightarrow L(\exists y(y = x)))$	P7
8	$S_1(g) \rightarrow L(\exists y(y = g))$	\forall E, 7
9	$L(\exists y(y = g))$	\Rightarrow E, 6, 8
10	$\exists y(y = g)$	
11	$y = g$	
12	$G_1(g)$	R, 3
13	$G_1(y)$	11,12
14	$\exists x(G_1(x))$	\exists I, 13
15	$\exists x(G_1(x))$	\exists E, 10, 11–14
16	$(\exists y(y = g)) \rightarrow (\exists x(G_1(x)))$	\Rightarrow I, 10–15
17	$L((\exists y(y = g)) \rightarrow (\exists x(G_1(x))))$	R5, 16
18	$L(\exists y(y = g)) \rightarrow L(\exists x(G_1(x)))$	R3, 17
19	$L(\exists x(G_1(x)))$	\Rightarrow E, 9, 18
20	$L(\exists x(G_1(x)))$	\exists E, 2, 3–19
21	$(\exists x(G_1(x))) \rightarrow L(\exists x(G_1(x)))$	\Rightarrow I, 2–20
22	$L((\exists x(G_1(x))) \rightarrow L(\exists x(G_1(x))))$	R5, 21
23	$M(\exists x(G_1(x))) \wedge L((\exists x(G_1(x))) \rightarrow L(\exists x(G_1(x))))$	\wedge I, 1, 22
24	$L(\exists x(G_1(x)))$	S5, 23

3.12 Proposition 12 (P12)

On ne peut concevoir selon sa véritable nature aucun attribut de la substance duquel il résulte que la substance soit divisible.

$$\forall x(S_1(x) \rightarrow \neg \exists y \exists z(D_3(x, y, z)))$$

1		<u>$S_1(x)$</u>	
2		<u>$\exists y \exists z(D_3(x, y, z))$</u>	
3		<u>$D_3(x, y, z)$</u>	
4		$\forall a \forall b \forall c(D_3(a, b, c) \rightarrow M(\neg \exists w(w = a)))$	A10
5		$D_3(x, y, z) \rightarrow M(\neg \exists w(w = x))$	$\forall E, 4$
6		$M(\neg \exists w(w = x))$	$\Rightarrow E, 3, 5$
7		$\forall a(S_1(a) \rightarrow L(\exists w(w = a)))$	P7
8		$S_1(x) \rightarrow L(\exists w(w = x))$	$\forall E, 7$
9		$L(\exists w(w = x))$	$\Rightarrow E, 1, 8$
10		$\forall a(M(\neg \exists w(w = a)) \leftrightarrow \neg L(\exists w(w = a)))$	A7
11		$M(\neg \exists w(w = x)) \leftrightarrow \neg L(\exists w(w = x))$	$\forall E, 10$
12		$M(\neg \exists w(w = x)) \rightarrow \neg L(\exists w(w = x))$	$\wedge E, 11$
13		$\neg L(\exists w(w = x))$	$\Rightarrow E, 6, 12$
14		$L(\exists w(w = x)) \wedge \neg L(\exists w(w = x))$	$\wedge I, 9, 13$
15		\perp	$\perp E, 14$
16		\perp	$\exists E, 2, 3-15$
17		$\neg \exists y \exists z(D_3(x, y, z))$	$\neg I, 2-16$
18		$S_1(x) \rightarrow \neg \exists y \exists z(D_3(x, y, z))$	$\Rightarrow I, 1-17$
19		$\forall x(S_1(x) \rightarrow \neg \exists y \exists z(D_3(x, y, z)))$	$\forall I, 18$

3.13 Proposition 13 (P13)

La substance absolument infinie est indivisible.

$$\forall x(S_1(x) \wedge (\forall w(A_1(w) \rightarrow A_2(w, x))) \rightarrow \neg \exists y \exists z(D_3(x, y, z)))$$

1		<u>$S_1(x) \wedge (\forall w(A_1(w) \rightarrow A_2(w, x)))$</u>	
2		$S_1(x)$	$\wedge E, 1$
3		$\forall a(S_1(a) \rightarrow \neg \exists y \exists z(D_3(a, y, z)))$	P12
4		$S_1(x) \rightarrow \neg \exists y \exists z(D_3(x, y, z))$	$\forall E, 3$
5		$\neg \exists y \exists z(D_3(x, y, z))$	$\Rightarrow E, 2, 4$
6		$S_1(x) \wedge (\forall w(A_1(w) \rightarrow A_2(w, x))) \rightarrow \neg \exists y \exists z(D_3(x, y, z))$	$\Rightarrow I, 1-5$
7		$\forall x(S_1(x) \wedge (\forall w(A_1(w) \rightarrow A_2(w, x))) \rightarrow \neg \exists y \exists z(D_3(x, y, z)))$	$\forall I, 6$

3.14 Proposition 14 (P14)

Il ne peut exister et on ne peut concevoir aucune autre substance que Dieu.

$$\exists x(G_1(x) \wedge \forall y(S_1(y) \rightarrow y = x))$$

1	$L(\exists x(G_1(x)))$	P11
2	$L(p) \rightarrow p$	R2
3	$\exists x(G_1(x))$	\Rightarrow E, 1, 2
4	$G_1(g)$	
5	$G_1(x) \leftrightarrow (S_1(x) \wedge \forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, x)))$	D6
6	$S_1(g) \wedge \forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, g))$	\Rightarrow E, 4, 5
7	$S_1(g)$	\wedge E, 6
8	$\forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, g))$	\wedge E, 6
9	$S_1(s)$	
10	$\forall x(\exists y(A_2(y, x)))$	A9
11	$\exists y(A_2(y, s))$	\forall E, 10
12	$A_2(a, s)$	
13	$A_2(a, s) \leftrightarrow (A_1(a) \wedge C_2(s, a))$	D4b
14	$A_1(a) \wedge C_2(s, a)$	\Rightarrow E, 12, 13
15	$A_1(a)$	\wedge E, 14
16	$A_1(a) \rightarrow A_2(a, g)$	\forall E, 8
17	$A_2(a, g)$	\Rightarrow E, 15, 16
18	$A_2(a, g) \wedge A_2(a, s)$	\wedge I, 17, 12
19	$\exists z(A_2(z, g) \wedge A_2(z, s))$	\exists I, 18
20	$g \neq s$	
21	$S_1(g) \wedge S_1(s) \wedge g \neq s$	\wedge I, 7, 9, 20
22	$\forall x \forall y (S_1(x) \wedge S_1(y) \wedge x \neq y \rightarrow \neg \exists z (A_2(z, x) \wedge A_2(z, y)))$	P5
23	$S_1(g) \wedge S_1(s) \wedge g \neq s \rightarrow \neg \exists z (A_2(z, g) \wedge A_2(z, s))$	\forall E, 22
24	$\neg \exists z (A_2(z, g) \wedge A_2(z, s))$	\Rightarrow E, 21, 23
25	$\exists z (A_2(z, g) \wedge A_2(z, s))$	R, 19
26	$\neg \exists z (A_2(z, g) \wedge A_2(z, s)) \wedge \exists z (A_2(z, g) \wedge A_2(z, s))$	\wedge I, 24, 25
27	\perp	\perp E, 26
28	$\neg(g \neq s)$	\neg I, 20–27
29	$g = s$	\neg E, 28
30	$g = s$	\exists E, 11, 12–29
31	$S_1(s) \rightarrow g = s$	\Rightarrow I, 9–30
32	$\forall y(S_1(y) \rightarrow y = g)$	\forall I, 31
33	$G_1(g) \wedge \forall y(S_1(y) \rightarrow y = g)$	\wedge I, 4, 32
34	$\exists x(G_1(x) \wedge \forall y(S_1(y) \rightarrow y = x))$	\exists I, 33
35	$\exists x(G_1(x) \wedge \forall y(S_1(y) \rightarrow y = x))$	\exists E, 3, 4–34

3.14.1 Proposition 14 alternative (P14-A)

Version alternative de P14 : Il existe exactement un Dieu.

$$\exists x \forall y (G_1(y) \leftrightarrow y = x)$$

1	$\exists x (G_1(x) \wedge \forall y (S_1(y) \rightarrow y = x))$	P14
2	$G_1(g) \wedge \forall y (S_1(y) \rightarrow y = g)$	
3	$G_1(g)$	$\wedge E, 2$
4	$\forall y (S_1(y) \rightarrow y = g)$	$\wedge E, 2$
5	$G_1(x) \leftrightarrow (S_1(x) \wedge \forall z (A_1(z) \rightarrow A_2(z, x)))$	D6
6	$G_1(y)$	
7	$S_1(y) \wedge \forall z (A_1(z) \rightarrow A_2(z, y))$	$\Rightarrow E, 6, 5$
8	$S_1(y)$	$\wedge E, 7$
9	$S_1(y) \rightarrow y = g$	$\forall E, 4$
10	$y = g$	$\Rightarrow E, 8, 9$
11	$G_1(y) \rightarrow y = g$	$\Rightarrow I, 6-10$
12	$y = g$	
13	$G_1(g)$	R, 3
14	$G_1(y)$	12,13
15	$y = g \rightarrow G_1(y)$	$\Rightarrow I, 12-14$
16	$G_1(y) \leftrightarrow y = g$	$\Rightarrow I, 11, 15$
17	$\forall y (G_1(y) \leftrightarrow y = g)$	$\forall I, 16$
18	$\exists x \forall y (G_1(y) \leftrightarrow y = x)$	$\exists I, 17$
19	$\exists x \forall y (G_1(y) \leftrightarrow y = x)$	$\exists E, 1, 2-18$

3.15 Proposition 15 (P15)

Tout ce qui existe est en Dieu et rien ne peut être ni être conçu sans Dieu.

$$\forall x \exists g (G_1(g) \wedge I_2(x, g) \wedge C_2(x, g))$$

1	$\exists g (G_1(g) \wedge \forall y (S_1(y) \rightarrow y = g))$	P14
2	$G_1(g) \wedge \forall y (S_1(y) \rightarrow y = g)$	
3	$G_1(g)$	$\wedge E, 2$
4	$\forall y (S_1(y) \rightarrow y = g)$	$\wedge E, 2$
5	$\forall x (S_1(x) \vee M_1(x))$	DP5
6	$S_1(x) \vee M_1(x)$	$\forall E, 5$
7	$S_1(x)$	
8	$S_1(x) \rightarrow x = g$	$\forall E, 4$
9	$x = g$	$\Rightarrow E, 7, 8$
10	$S_1(x) \leftrightarrow (I_2(x, x) \wedge C_2(x, x))$	D3
11	$I_2(x, x) \wedge C_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 7, 10$
12	$I_2(x, x)$	$\wedge E, 11$
13	$C_2(x, x)$	$\wedge E, 11$
14	$I_2(x, g)$	9,12
15	$C_2(x, g)$	9,13
16	$I_2(x, g) \wedge C_2(x, g)$	$\wedge I, 14, 15$
17	$G_1(g) \wedge I_2(x, g) \wedge C_2(x, g)$	$\wedge I, 3, 16$
18	$\exists g (G_1(g) \wedge I_2(x, g) \wedge C_2(x, g))$	$\exists I, 17$
19	$M_1(x)$	
20	$M_1(x) \leftrightarrow \exists y (S_1(y) \wedge M_2(x, y))$	D5b
21	$\exists y (S_1(y) \wedge M_2(x, y))$	$\Rightarrow E, 19, 20$
22	$S_1(y) \wedge M_2(x, y)$	
23	$S_1(y)$	$\wedge E, 22$
24	$M_2(x, y)$	$\wedge E, 22$
25	$S_1(y) \rightarrow y = g$	$\forall E, 4$
26	$y = g$	$\Rightarrow E, 23, 25$
27	$M_2(x, g)$	24,26
28	$M_2(x, y) \leftrightarrow (x \neq y \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y))$	D5a
29	$x \neq g \wedge I_2(x, g) \wedge C_2(x, g)$	$\Rightarrow E, 27, 28$
30	$I_2(x, g) \wedge C_2(x, g)$	$\wedge E, 29$
31	$G_1(g) \wedge I_2(x, g) \wedge C_2(x, g)$	$\wedge I, 3, 30$
32	$\exists g (G_1(g) \wedge I_2(x, g) \wedge C_2(x, g))$	$\exists I, 31$
33	$\exists g (G_1(g) \wedge I_2(x, g) \wedge C_2(x, g))$	$\exists E, 21, 22-32$
34	$\exists g (G_1(g) \wedge I_2(x, g) \wedge C_2(x, g))$	$\forall E, 6, 7-18, 19-33$
35	$\exists g (G_1(g) \wedge I_2(x, g) \wedge C_2(x, g))$	$\exists E, 1, 2-34$
36	$\forall x \exists g (G_1(g) \wedge I_2(x, g) \wedge C_2(x, g))$	$\forall I, 35$

3.16 Proposition 16 (P16)

Dieu est cause de toutes choses.

$$\forall x \exists g (G_1(g) \wedge K_2(g, x))$$

1	$\forall x \exists g (G_1(g) \wedge I_2(x, g) \wedge C_2(x, g))$	P15
2	$\exists g (G_1(g) \wedge I_2(x, g) \wedge C_2(x, g))$	$\forall E, 1$
3	$G_1(g) \wedge I_2(x, g) \wedge C_2(x, g)$	
4	$G_1(g)$	$\wedge E, 3$
5	$C_2(x, g)$	$\wedge E, 3$
6	$\forall a \forall b (K_2(a, b) \leftrightarrow C_2(b, a))$	A4
7	$K_2(g, x) \leftrightarrow C_2(x, g)$	$\forall E, 6$
8	$K_2(g, x)$	$\Rightarrow E, 5, 7$
9	$G_1(g) \wedge K_2(g, x)$	$\wedge I, 4, 8$
10	$\exists g (G_1(g) \wedge K_2(g, x))$	$\exists I, 9$
11	$\exists g (G_1(g) \wedge K_2(g, x))$	$\exists E, 2, 3-10$
12	$\forall x \exists g (G_1(g) \wedge K_2(g, x))$	$\forall I, 11$

3.17 Proposition 17 (P17)

Dieu agit par les seules lois de sa nature et sans y être contraint par personne.

$$\exists g(G_1(g) \wedge \neg(\exists x(\neg I_2(x, g) \wedge K_2(x, g))) \wedge \forall x(K_2(g, x)))$$

1	$\exists x(G_1(x) \wedge \forall y(S_1(y) \rightarrow y = x))$	P14
2	$G_1(g) \wedge \forall y(S_1(y) \rightarrow y = g)$	
3	$G_1(g)$	$\wedge E, 2$
4	$\forall y(S_1(y) \rightarrow y = g)$	$\wedge E, 2$
5	$G_1(g) \leftrightarrow (S_1(g) \wedge \forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, g)))$	D6
6	$S_1(g) \wedge \forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, g))$	$\Rightarrow E, 3, 5$
7	$S_1(g)$	$\wedge E, 6$
8	$\exists x(\neg I_2(x, g) \wedge K_2(x, g))$	
9	$\neg I_2(e, g) \wedge K_2(e, g)$	
10	$\neg I_2(e, g)$	$\wedge E, 9$
11	$K_2(e, g)$	$\wedge E, 9$
12	$\forall x(S_1(x) \rightarrow \neg(\exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))))$	P6c
13	$S_1(g) \rightarrow \neg(\exists y(y \neq g \wedge K_2(y, g)))$	$\forall E, 12$
14	$\neg(\exists y(y \neq g \wedge K_2(y, g)))$	$\Rightarrow E, 7, 13$
15	$\neg(e \neq g \wedge K_2(e, g))$	$\forall E, 14$
16	$e = g \vee \neg K_2(e, g)$	De Morgan, 15
17	$e = g$	
18	$S_1(g) \leftrightarrow (I_2(g, g) \wedge C_2(g, g))$	D3
19	$I_2(g, g) \wedge C_2(g, g)$	$\Rightarrow E, 7, 18$
20	$I_2(g, g)$	$\wedge E, 19$
21	$I_2(e, g)$	17, 20
22	$\neg I_2(e, g)$	R, 10
23	$I_2(e, g) \wedge \neg I_2(e, g)$	$\wedge I, 21, 22$
24	\perp	$\perp E, 23$
25	$\neg K_2(e, g)$	
26	$K_2(e, g)$	R, 11
27	$K_2(e, g) \wedge \neg K_2(e, g)$	$\wedge I, 26, 25$
28	\perp	$\perp E, 27$
29	\perp	$\vee E, 16, 17-24, 25-28$
30	\perp	$\exists E, 8, 9-29$
31	$\neg \exists x(\neg I_2(x, g) \wedge K_2(x, g))$	$\neg I, 8-30$
32	$\forall x \exists h(G_1(h) \wedge K_2(h, x))$	P16
33	$\exists h(G_1(h) \wedge K_2(h, x))$	$\forall E, 32$
34	$G_1(h) \wedge K_2(h, x)$	
35	$G_1(h)$	$\wedge E, 34$
36	$\exists z \forall y(G_1(y) \leftrightarrow y = z)$	P14-A
37	$\forall y(G_1(y) \leftrightarrow y = z)$	
38	$G_1(g) \leftrightarrow g = z$	$\forall E, 37$
39	$G_1(h) \leftrightarrow h = z$	$\forall E, 37$
40	$g = z$	$\Rightarrow E, 3, 38$
41	$h = z$	$\Rightarrow E, 35, 39$
42	$h = g$	40, 41
43	$K_2(h, x)$	$\wedge E, 34$
44	$K_2(g, x)$	42, 43
45	$K_2(g, x)$	$\exists E, 36, 37-44$
46	$K_2(g, x)$	$\exists E, 33, 34-45$
47	$\forall x(K_2(g, x))$	$\forall I, 46$
48	$G_1(g) \wedge \neg(\exists x(\neg I_2(x, g) \wedge K_2(x, g))) \wedge \forall x(K_2(g, x))$	$\wedge I, 3, 31, 47$
49	$\exists g(G_1(g) \wedge \neg(\exists x(\neg I_2(x, g) \wedge K_2(x, g))) \wedge \forall x(K_2(g, x)))$	$\exists I, 48$
50	$\exists g(G_1(g) \wedge \neg(\exists x(\neg I_2(x, g) \wedge K_2(x, g))) \wedge \forall x(K_2(g, x)))$	$\exists E, 1, 2-49$

3.17.1 Corollaire 2 de la Proposition 17 (P17c2)

Dieu seul est cause libre.

$$\exists g(G_1(g) \wedge B_1(g) \wedge \forall x(B_1(x) \rightarrow x = g))$$

1	$\exists g(G_1(g) \wedge \neg(\exists x(\neg I_2(x, g) \wedge K_2(x, g))) \wedge \forall x(K_2(g, x)))$	P17
2	$G_1(g) \wedge \neg(\exists x(\neg I_2(x, g) \wedge K_2(x, g))) \wedge \forall x(K_2(g, x))$	
3	$G_1(g)$	$\wedge E, 2$
4	$\neg(\exists x(\neg I_2(x, g) \wedge K_2(x, g)))$	$\wedge E, 2$
5	$G_1(g) \leftrightarrow (S_1(g) \wedge \forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, g)))$	D6
6	$S_1(g) \wedge \forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, g))$	$\Rightarrow E, 3, 5$
7	$S_1(g)$	$\wedge E, 6$
8	$\forall x(S_1(x) \leftrightarrow K_2(x, x))$	DP111
9	$S_1(g) \leftrightarrow K_2(g, g)$	$\forall E, 8$
10	$K_2(g, g)$	$\Rightarrow E, 7, 9$
11	$\forall x(S_1(x) \rightarrow \neg(\exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))))$	P6c
12	$S_1(g) \rightarrow \neg(\exists y(y \neq g \wedge K_2(y, g)))$	$\forall E, 11$
13	$\neg(\exists y(y \neq g \wedge K_2(y, g)))$	$\Rightarrow E, 7, 12$
14	$K_2(g, g) \wedge \neg \exists y(y \neq g \wedge K_2(y, g))$	$\wedge I, 10, 13$
15	$B_1(x) \leftrightarrow (K_2(x, x) \wedge \neg \exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x)))$	D7a
16	$K_2(g, g) \wedge \neg \exists y(y \neq g \wedge K_2(y, g)) \leftrightarrow B_1(g)$	$\forall E, 15$
17	$B_1(g)$	$\Rightarrow E, 14, 16$
18	$B_1(x)$	
19	$B_1(x) \leftrightarrow (K_2(x, x) \wedge \neg \exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x)))$	D7a
20	$K_2(x, x) \wedge \neg \exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))$	$\Rightarrow E, 18, 19$
21	$K_2(x, x)$	$\wedge E, 20$
22	$\forall z(S_1(z) \leftrightarrow K_2(z, z))$	DP111
23	$K_2(x, x) \leftrightarrow S_1(x)$	$\forall E, 22$
24	$S_1(x)$	$\Rightarrow E, 21, 23$
25	$\exists z(G_1(z) \wedge \forall y(S_1(y) \rightarrow y = z))$	P14
26	$G_1(h) \wedge \forall y(S_1(y) \rightarrow y = h)$	
27	$\forall y(S_1(y) \rightarrow y = h)$	$\wedge E, 26$
28	$S_1(x) \rightarrow x = h$	$\forall E, 27$
29	$x = h$	$\Rightarrow E, 24, 28$
30	$G_1(h)$	$\wedge E, 26$
31	$\exists z \forall y(G_1(y) \leftrightarrow y = z)$	P14-A
32	$\forall y(G_1(y) \leftrightarrow y = z)$	
33	$G_1(g) \leftrightarrow g = z$	$\forall E, 32$
34	$G_1(h) \leftrightarrow h = z$	$\forall E, 32$
35	$g = z$	$\Rightarrow E, 3, 33$
36	$h = z$	$\Rightarrow E, 30, 34$
37	$h = g$	35,36
38	$x = h$	R, 29
39	$x = g$	38,37
40	$x = g$	$\exists E, 31, 32-39$
41	$x = g$	$\exists E, 25, 26-40$
42	$B_1(x) \rightarrow x = g$	$\Rightarrow I, 18-41$
43	$\forall x(B_1(x) \rightarrow x = g)$	$\forall I, 42$
44	$G_1(g) \wedge B_1(g) \wedge \forall x(B_1(x) \rightarrow x = g)$	$\wedge I, 3, 17, 43$
45	$\exists g(G_1(g) \wedge B_1(g) \wedge \forall x(B_1(x) \rightarrow x = g))$	$\exists I, 44$
46	$\exists g(G_1(g) \wedge B_1(g) \wedge \forall x(B_1(x) \rightarrow x = g))$	$\exists E, 1, 2-45$

3.18 Proposition 18 (P18)

Dieu est cause immanente, et non transitive, de toutes choses.

$$\exists g(G_1(g) \wedge \forall x(I_2(x, g) \leftrightarrow K_2(g, x)))$$

1	$\exists x(G_1(x) \wedge \forall y(S_1(y) \rightarrow y = x))$	P14
2	$G_1(g) \wedge \forall y(S_1(y) \rightarrow y = g)$	
3	$G_1(g)$	$\wedge E, 2$
4	$\forall x \exists h(G_1(h) \wedge I_2(x, h) \wedge C_2(x, h))$	P15
5	$\forall x \exists h(G_1(h) \wedge K_2(h, x))$	P16
6	$I_2(x, g)$	
7	$\forall a \forall b(I_2(a, b) \rightarrow C_2(a, b))$	A8
8	$I_2(x, g) \rightarrow C_2(x, g)$	$\forall E, 7$
9	$C_2(x, g)$	$\Rightarrow E, 6, 8$
10	$\forall a \forall b(K_2(a, b) \leftrightarrow C_2(b, a))$	A4
11	$K_2(g, x) \leftrightarrow C_2(x, g)$	$\forall E, 10$
12	$K_2(g, x)$	$\Rightarrow E, 9, 11$
13	$I_2(x, g) \rightarrow K_2(g, x)$	$\Rightarrow I, 6-12$
14	$K_2(g, x)$	
15	$\exists h(G_1(h) \wedge I_2(x, h) \wedge C_2(x, h))$	$\forall E, 4$
16	$G_1(h) \wedge I_2(x, h) \wedge C_2(x, h)$	
17	$G_1(h)$	$\wedge E, 16$
18	$I_2(x, h)$	$\wedge E, 16$
19	$\exists z \forall y(G_1(y) \leftrightarrow y = z)$	P14-A
20	$\forall y(G_1(y) \leftrightarrow y = z)$	
21	$G_1(g) \leftrightarrow g = z$	$\forall E, 20$
22	$G_1(h) \leftrightarrow h = z$	$\forall E, 20$
23	$g = z$	$\Rightarrow E, 3, 21$
24	$h = z$	$\Rightarrow E, 17, 22$
25	$h = g$	23,24
26	$I_2(x, h)$	R, 18
27	$I_2(x, g)$	25,26
28	$I_2(x, g)$	$\exists E, 19, 20-27$
29	$I_2(x, g)$	$\exists E, 15, 16-28$
30	$K_2(g, x) \rightarrow I_2(x, g)$	$\Rightarrow I, 14-29$
31	$I_2(x, g) \leftrightarrow K_2(g, x)$	$\Rightarrow I, 13, 30$
32	$\forall x(I_2(x, g) \leftrightarrow K_2(g, x))$	$\forall I, 31$
33	$G_1(g) \wedge \forall x(I_2(x, g) \leftrightarrow K_2(g, x))$	$\wedge I, 3, 32$
34	$\exists g(G_1(g) \wedge \forall x(I_2(x, g) \leftrightarrow K_2(g, x)))$	$\exists I, 33$
35	$\exists g(G_1(g) \wedge \forall x(I_2(x, g) \leftrightarrow K_2(g, x)))$	$\exists E, 1, 2-34$

3.19 Proposition 19 (P19)

Dieu et tous ses attributs sont éternels.

$$\exists g(G_1(g) \wedge E_1(g) \wedge \forall x(A_2(x, g) \rightarrow E_1(x)))$$

1	$\exists x(G_1(x) \wedge \forall y(S_1(y) \rightarrow y = x))$	P14
2	$G_1(g) \wedge \forall y(S_1(y) \rightarrow y = g)$	
3	$G_1(g)$	$\wedge E, 2$
4	$G_1(g) \leftrightarrow (S_1(g) \wedge \forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, g)))$	D6
5	$S_1(g) \wedge \forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, g))$	$\Rightarrow E, 3, 4$
6	$S_1(g)$	$\wedge E, 5$
7	$\forall x(S_1(x) \rightarrow L(\exists y(y = x)))$	P7
8	$S_1(g) \rightarrow L(\exists y(y = g))$	$\forall E, 7$
9	$L(\exists y(y = g))$	$\Rightarrow E, 6, 8$
10	$E_1(x) \leftrightarrow L(\exists v(v = x))$	D8
11	$L(\exists y(y = g)) \leftrightarrow E_1(g)$	$\forall E, 10$
12	$E_1(g)$	$\Rightarrow E, 9, 11$
13	$A_2(x, g)$	
14	$A_2(x, y) \leftrightarrow (A_1(x) \wedge C_2(y, x))$	D4b
15	$A_1(x) \wedge C_2(g, x)$	$\Rightarrow E, 13, 14$
16	$A_1(x)$	$\wedge E, 15$
17	$\forall z(A_1(z) \rightarrow C_2(z, z))$	P10
18	$A_1(x) \rightarrow C_2(x, x)$	$\forall E, 17$
19	$C_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 16, 18$
20	$\forall a \forall b(A_2(a, b) \wedge S_1(b) \rightarrow a = b)$	DP7
21	$A_2(x, g) \wedge S_1(g) \rightarrow x = g$	$\forall E, 20$
22	$A_2(x, g) \wedge S_1(g)$	$\wedge I, 13, 6$
23	$x = g$	$\Rightarrow E, 22, 21$
24	$E_1(g)$	R, 12
25	$E_1(x)$	23,24
26	$A_2(x, g) \rightarrow E_1(x)$	$\Rightarrow I, 13-25$
27	$\forall x(A_2(x, g) \rightarrow E_1(x))$	$\forall I, 26$
28	$G_1(g) \wedge E_1(g) \wedge \forall x(A_2(x, g) \rightarrow E_1(x))$	$\wedge I, 3, 12, 27$
29	$\exists g(G_1(g) \wedge E_1(g) \wedge \forall x(A_2(x, g) \rightarrow E_1(x)))$	$\exists I, 28$
30	$\exists g(G_1(g) \wedge E_1(g) \wedge \forall x(A_2(x, g) \rightarrow E_1(x)))$	$\exists E, 1, 2-29$

3.20 Proposition 20 (P20)

L'existence et l'essence de Dieu sont une seule et même chose.

$$\exists g(G_1(g) \wedge \forall x(A_2(x, g) \rightarrow x = g))$$

1	$\exists x(G_1(x) \wedge \forall y(S_1(y) \rightarrow y = x))$	P14
2	$G_1(g) \wedge \forall y(S_1(y) \rightarrow y = g)$	
3	$G_1(g)$	$\wedge E, 2$
4	$G_1(g) \leftrightarrow (S_1(g) \wedge \forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, g)))$	D6
5	$S_1(g) \wedge \forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, g))$	$\Rightarrow E, 3, 4$
6	$S_1(g)$	$\wedge E, 5$
7	$A_2(x, g)$	
8	$\forall a \forall b(A_2(a, b) \wedge S_1(b) \rightarrow a = b)$	DP7
9	$A_2(x, g) \wedge S_1(g) \rightarrow x = g$	$\forall E, 8$
10	$A_2(x, g) \wedge S_1(g)$	$\wedge I, 7, 6$
11	$x = g$	$\Rightarrow E, 10, 9$
12	$A_2(x, g) \rightarrow x = g$	$\Rightarrow I, 7-11$
13	$\forall x(A_2(x, g) \rightarrow x = g)$	$\forall I, 12$
14	$G_1(g) \wedge \forall x(A_2(x, g) \rightarrow x = g)$	$\wedge I, 3, 13$
15	$\exists g(G_1(g) \wedge \forall x(A_2(x, g) \rightarrow x = g))$	$\exists I, 14$
16	$\exists g(G_1(g) \wedge \forall x(A_2(x, g) \rightarrow x = g))$	$\exists E, 1, 2-15$

3.21 Proposition 21 (P21)

Tout ce qui suit de l'essence absolue d'un attribut de Dieu existe nécessairement et infiniment.

$$\forall x((\exists g \exists y(G_1(g) \wedge A_2(y, g) \wedge x \neq g \wedge K_2(y, x) \wedge \neg(\exists z(z \neq y \wedge K_2(z, x)))))) \rightarrow (N(\exists v(v = x)) \wedge \neg F_1(x)))$$

1	$\exists g \exists y(G_1(g) \wedge A_2(y, g) \wedge x \neq g \wedge K_2(y, x) \wedge \neg(\exists z(z \neq y \wedge K_2(z, x))))$	
2	$G_1(g) \wedge A_2(y, g) \wedge x \neq g \wedge K_2(y, x) \wedge \neg(\exists z(z \neq y \wedge K_2(z, x)))$	
3	$G_1(g)$	$\wedge E, 2$
4	$A_2(y, g)$	$\wedge E, 2$
5	$K_2(y, x)$	$\wedge E, 2$
6	$G_1(g) \leftrightarrow (S_1(g) \wedge \forall w(A_1(w) \rightarrow A_2(w, g)))$	D6
7	$S_1(g) \wedge \forall w(A_1(w) \rightarrow A_2(w, g))$	$\Rightarrow E, 3, 6$
8	$S_1(g)$	$\wedge E, 7$
9	$\forall a \forall b(A_2(a, b) \wedge S_1(b) \rightarrow a = b)$	DP7
10	$A_2(y, g) \wedge S_1(g) \rightarrow y = g$	$\forall E, 9$
11	$A_2(y, g) \wedge S_1(g)$	$\wedge I, 4, 8$
12	$y = g$	$\Rightarrow E, 11, 10$
13	$K_2(g, x)$	12,5
14	$\exists g(G_1(g) \wedge E_1(g) \wedge \forall z(A_2(z, g) \rightarrow E_1(z)))$	P19
15	$G_1(h) \wedge E_1(h) \wedge \forall z(A_2(z, h) \rightarrow E_1(z))$	
16	$G_1(h)$	$\wedge E, 15$
17	$E_1(h)$	$\wedge E, 15$
18	$\exists z \forall y(G_1(y) \leftrightarrow y = z)$	P14-A
19	$\forall y(G_1(y) \leftrightarrow y = z)$	
20	$G_1(g) \leftrightarrow g = z$	$\forall E, 19$
21	$G_1(h) \leftrightarrow h = z$	$\forall E, 19$
22	$g = z$	$\Rightarrow E, 3, 20$
23	$h = z$	$\Rightarrow E, 16, 21$
24	$g = h$	22,23
25	$E_1(h)$	R, 17
26	$E_1(g)$	24,25
27	$E_1(g)$	$\exists E, 18, 19-26$
28	$E_1(g)$	$\exists E, 14, 15-27$
29	$E_1(x) \leftrightarrow L(\exists v(v = x))$	D8
30	$E_1(g) \leftrightarrow L(\exists v(v = g))$	$\forall E, 29$
31	$L(\exists v(v = g))$	$\Rightarrow E, 28, 30$
32	$\forall p(L(p) \rightarrow N(p))$	R1
33	$L(\exists v(v = g)) \rightarrow N(\exists v(v = g))$	$\forall E, 32$
34	$N(\exists v(v = g))$	$\Rightarrow E, 31, 33$
35	$\forall a \forall b(K_2(a, b) \rightarrow N((\exists v(v = a)) \leftrightarrow \exists v(v = b)))$	A3
36	$K_2(g, x) \rightarrow N((\exists v(v = g)) \leftrightarrow \exists v(v = x))$	$\forall E, 35$
37	$N((\exists v(v = g)) \leftrightarrow \exists v(v = x))$	$\Rightarrow E, 13, 36$
38	$N((\exists v(v = g)) \rightarrow (\exists v(v = x)))$	R7, 37
39	$\forall p \forall q(N(p \rightarrow q) \rightarrow (N(p) \rightarrow N(q)))$	R6
40	$N((\exists v(v = g)) \rightarrow (\exists v(v = x))) \rightarrow (N(\exists v(v = g)) \rightarrow N(\exists v(v = x)))$	$\forall E, 39$
41	$N(\exists v(v = g)) \rightarrow N(\exists v(v = x))$	$\Rightarrow E, 38, 40$
42	$N(\exists v(v = x))$	$\Rightarrow E, 34, 41$
43	$\forall a(N(\exists y(y = a)) \leftrightarrow \neg F_1(a))$	A14
44	$N(\exists y(y = x)) \leftrightarrow \neg F_1(x)$	$\forall E, 43$
45	$N(\exists y(y = x)) \rightarrow \neg F_1(x)$	$\wedge E, 44$
46	$\neg F_1(x)$	$\Rightarrow E, 42, 45$
47	$N(\exists v(v = x)) \wedge \neg F_1(x)$	$\wedge I, 42, 46$
48	$N(\exists v(v = x)) \wedge \neg F_1(x)$	$\exists E, 1, 2-47$
49	$(\exists g \exists y(G_1(g) \wedge A_2(y, g) \wedge x \neq g \wedge K_2(y, x) \wedge \neg(\exists z(z \neq y \wedge K_2(z, x)))))) \rightarrow (N(\exists v(v = x)) \wedge \neg F_1(x))$	$\Rightarrow I, 1-48$
50	$\forall x((\exists g \exists y(G_1(g) \wedge A_2(y, g) \wedge x \neq g \wedge K_2(y, x) \wedge \neg(\exists z(z \neq y \wedge K_2(z, x)))))) \rightarrow (N(\exists v(v = x)) \wedge \neg F_1(x)))$	$\forall I, 49$

3.22 Proposition 22 (P22)

Tout ce qui suit d'un attribut de Dieu en tant que modifié est éternel et infini.

$$\forall x((\exists g \exists y \exists y'(G_1(g) \wedge A_2(y, g) \wedge M_1(y') \wedge \neg F_1(y') \wedge N(\exists v(v = y')) \wedge K_2(y, x) \wedge K_2(y', x) \wedge \neg(\exists z(z \neq y \wedge z \neq y' \wedge K_2(z, x)))) \rightarrow (N(\exists v(v = x)) \wedge \neg F_1(x)))$$

1	$\exists g \exists y \exists y'(G_1(g) \wedge A_2(y, g) \wedge M_1(y') \wedge \neg F_1(y') \wedge N(\exists v(v = y')) \wedge K_2(y, x) \wedge K_2(y', x) \wedge \neg(\exists z(z \neq y \wedge z \neq y' \wedge K_2(z, x))))$	
2	$G_1(g) \wedge A_2(y, g) \wedge M_1(y') \wedge \neg F_1(y') \wedge N(\exists v(v = y')) \wedge K_2(y, x) \wedge K_2(y', x) \wedge \neg(\exists z(z \neq y \wedge z \neq y' \wedge K_2(z, x)))$	
3	$G_1(g)$	$\wedge E, 2$
4	$A_2(y, g)$	$\wedge E, 2$
5	$M_1(y')$	$\wedge E, 2$
6	$\neg F_1(y')$	$\wedge E, 2$
7	$N(\exists v(v = y'))$	$\wedge E, 2$
8	$K_2(y, x)$	$\wedge E, 2$
9	$K_2(y', x)$	$\wedge E, 2$
10	$G_1(g) \leftrightarrow (S_1(g) \wedge \forall w(A_1(w) \rightarrow A_2(w, g)))$	D6
11	$S_1(g) \wedge \forall w(A_1(w) \rightarrow A_2(w, g))$	$\Rightarrow E, 3, 10$
12	$S_1(g)$	$\wedge E, 11$
13	$\forall a \forall b(A_2(a, b) \wedge S_1(b) \rightarrow a = b)$	DP7
14	$A_2(y, g) \wedge S_1(g) \rightarrow y = g$	$\forall E, 13$
15	$A_2(y, g) \wedge S_1(g)$	$\wedge I, 4, 12$
16	$y = g$	$\Rightarrow E, 15,$
17	$K_2(g, x)$	16,8
18	$\forall a \forall b(K_2(a, b) \rightarrow N((\exists v(v = a)) \leftrightarrow \exists v(v = b)))$	A3
19	$K_2(y', x) \rightarrow N((\exists v(v = y')) \leftrightarrow \exists v(v = x))$	$\forall E, 18$
20	$N((\exists v(v = y')) \leftrightarrow \exists v(v = x))$	$\Rightarrow E, 9, 19$
21	$N((\exists v(v = y')) \rightarrow (\exists v(v = x)))$	R7, 20
22	$\forall p \forall q(N(p \rightarrow q) \rightarrow (N(p) \rightarrow N(q)))$	R6
23	$N((\exists v(v = y')) \rightarrow (\exists v(v = x))) \rightarrow (N(\exists v(v = y')) \rightarrow N(\exists v(v = x)))$	$\forall E, 22$
24	$N(\exists v(v = y')) \rightarrow N(\exists v(v = x))$	$\Rightarrow E, 21,$
25	$N(\exists v(v = x))$	$\Rightarrow E, 7, 25$
26	$\forall a(N(\exists y(y = a)) \leftrightarrow \neg F_1(a))$	A14
27	$N(\exists y(y = x)) \leftrightarrow \neg F_1(x)$	$\forall E, 26$
28	$N(\exists y(y = x)) \rightarrow \neg F_1(x)$	$\wedge E, 27$
29	$\neg F_1(x)$	$\Rightarrow E, 25,$
30	$N(\exists v(v = x)) \wedge \neg F_1(x)$	$\wedge I, 25, 29$
31	$N(\exists v(v = x)) \wedge \neg F_1(x)$	$\exists E, 1, 29$
32	$(\exists g \exists y \exists y'(G_1(g) \wedge A_2(y, g) \wedge M_1(y') \wedge \neg F_1(y') \wedge N(\exists v(v = y')) \wedge K_2(y, x) \wedge K_2(y', x) \wedge \neg(\exists z(z \neq y \wedge z \neq y' \wedge K_2(z, x)))) \rightarrow (N(\exists v(v = x)) \wedge \neg F_1(x))$	$\Rightarrow I, 1-31$
33	$\forall x((\exists g \exists y \exists y'(G_1(g) \wedge A_2(y, g) \wedge M_1(y') \wedge \neg F_1(y') \wedge N(\exists v(v = y')) \wedge K_2(y, x) \wedge K_2(y', x) \wedge \neg(\exists z(z \neq y \wedge z \neq y' \wedge K_2(z, x)))) \rightarrow (N(\exists v(v = x)) \wedge \neg F_1(x)))$	$\forall I, 32$

3.23 Proposition 23 (P23)

Tout mode qui existe nécessairement et infiniment découle d'un attribut de Dieu.

$$\forall x(N(\exists v(v = x)) \rightarrow \exists g \exists y(G_1(g) \wedge A_2(y, g) \wedge N((\exists v(v = y)) \rightarrow (\exists v(v = x)))))$$

1	$N(\exists v(v = x))$	
2	$\exists g(G_1(g) \wedge \forall y(S_1(y) \rightarrow y = g))$	P14
3	$G_1(g) \wedge \forall y(S_1(y) \rightarrow y = g)$	
4	$G_1(g)$	$\wedge E, 3$
5	$\forall x(\exists y(A_2(y, x)))$	A9
6	$\exists y(A_2(y, g))$	$\forall E, 5$
7	$A_2(y, g)$	
8	$G_1(g) \leftrightarrow (S_1(g) \wedge \forall w(A_1(w) \rightarrow A_2(w, g)))$	D6
9	$S_1(g) \wedge \forall w(A_1(w) \rightarrow A_2(w, g))$	$\Rightarrow E, 4, 8$
10	$S_1(g)$	$\wedge E, 9$
11	$\forall a \forall b(A_2(a, b) \wedge S_1(b) \rightarrow a = b)$	DP7
12	$A_2(y, g) \wedge S_1(g) \rightarrow y = g$	$\forall E, 11$
13	$A_2(y, g) \wedge S_1(g)$	$\wedge I, 7, 10$
14	$y = g$	$\Rightarrow E, 13, 12$
15	$\forall z \exists h(G_1(h) \wedge I_2(z, h) \wedge C_2(z, h))$	P15
16	$\exists h(G_1(h) \wedge I_2(x, h) \wedge C_2(x, h))$	$\forall E, 15$
17	$G_1(h) \wedge I_2(x, h) \wedge C_2(x, h)$	
18	$G_1(h)$	$\wedge E, 17$
19	$I_2(x, h)$	$\wedge E, 17$
20	$C_2(x, h)$	$\wedge E, 17$
21	$\exists z \forall y(G_1(y) \leftrightarrow y = z)$	P14-A
22	$\forall y(G_1(y) \leftrightarrow y = z)$	
23	$G_1(g) \leftrightarrow g = z$	$\forall E, 22$
24	$G_1(h) \leftrightarrow h = z$	$\forall E, 22$
25	$g = z$	$\Rightarrow E, 4, 23$
26	$h = z$	$\Rightarrow E, 18, 24$
27	$h = g$	25,26
28	$C_2(x, h)$	R, 20
29	$C_2(x, g)$	27,28
30	$C_2(x, g)$	$\exists E, 21, 22-29$
31	$\forall a \forall b(K_2(a, b) \leftrightarrow C_2(b, a))$	A4
32	$K_2(g, x) \leftrightarrow C_2(x, g)$	$\forall E, 31$
33	$K_2(g, x)$	$\Rightarrow E, 30, 32$
34	$K_2(y, x)$	14,33
35	$\forall a \forall b(K_2(a, b) \rightarrow N((\exists v(v = a)) \leftrightarrow \exists v(v = b)))$	A3
36	$K_2(y, x) \rightarrow N((\exists v(v = y)) \leftrightarrow \exists v(v = x))$	$\forall E, 35$
37	$N((\exists v(v = y)) \leftrightarrow \exists v(v = x))$	$\Rightarrow E, 34, 36$
38	$N((\exists v(v = y)) \rightarrow (\exists v(v = x)))$	R7, 37
39	$G_1(g) \wedge A_2(y, g) \wedge N((\exists v(v = y)) \rightarrow (\exists v(v = x)))$	$\wedge I, 4, 7, 38$
40	$\exists g \exists y(G_1(g) \wedge A_2(y, g) \wedge N((\exists v(v = y)) \rightarrow (\exists v(v = x))))$	$\exists I, 39$
41	$\exists g \exists y(G_1(g) \wedge A_2(y, g) \wedge N((\exists v(v = y)) \rightarrow (\exists v(v = x))))$	$\exists E, 6, 7-40$
42	$\exists g \exists y(G_1(g) \wedge A_2(y, g) \wedge N((\exists v(v = y)) \rightarrow (\exists v(v = x))))$	$\exists E, 2, 3-41$
43	$N(\exists v(v = x)) \rightarrow \exists g \exists y(G_1(g) \wedge A_2(y, g) \wedge N((\exists v(v = y)) \rightarrow (\exists v(v = x))))$	$\Rightarrow I, 1-42$
44	$\forall x(N(\exists v(v = x)) \rightarrow \exists g \exists y(G_1(g) \wedge A_2(y, g) \wedge N((\exists v(v = y)) \rightarrow (\exists v(v = x))))$	$\forall I, 43$

3.24 Proposition 24 (P24)

L'essence des choses produites par Dieu n'implique pas l'existence.

$$\forall x((\exists g(G_1(g) \wedge x \neq g \wedge K_2(g, x))) \rightarrow \neg L(\exists v(v = x)))$$

1		$\exists g(G_1(g) \wedge x \neq g \wedge K_2(g, x))$	
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			

3.25 Proposition 25 (P25)

Dieu est cause efficiente de l'essence et de l'existence des choses.

$$\forall x \exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, x))$$

1		$\forall x \exists g(G_1(g) \wedge I_2(x, g) \wedge C_2(x, g))$	P15
2		$\exists g(G_1(g) \wedge I_2(x, g) \wedge C_2(x, g))$	$\forall E, 1$
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			

3.26 Proposition 26 (P26)

Une chose déterminée à produire un effet a été déterminée par Dieu.

$$\forall x \forall y ((\exists z \exists z' (M_2(y, z) \wedge M_2(z', z) \wedge K_2(x, y))) \rightarrow \exists g (G_1(g) \wedge K_2(g, y)))$$

1		$\exists z \exists z' (M_2(y, z) \wedge M_2(z', z) \wedge K_2(x, y))$	
2		$\forall x \exists g (G_1(g) \wedge K_2(g, x))$	P16
3		$\exists g (G_1(g) \wedge K_2(g, y))$	$\forall E, 2$
4		$(\exists z \exists z' (M_2(y, z) \wedge M_2(z', z) \wedge K_2(x, y))) \rightarrow \exists g (G_1(g) \wedge K_2(g, y))$	$\Rightarrow I, 1-3$
5		$\forall y ((\exists z \exists z' (M_2(y, z) \wedge M_2(z', z) \wedge K_2(x, y))) \rightarrow \exists g (G_1(g) \wedge K_2(g, y)))$	$\forall I, 4$
6		$\forall x \forall y ((\exists z \exists z' (M_2(y, z) \wedge M_2(z', z) \wedge K_2(x, y))) \rightarrow \exists g (G_1(g) \wedge K_2(g, y)))$	$\forall I, 5$

3.27 Proposition 27 (P27)

Une chose déterminée par Dieu ne peut se rendre indéterminée.

$$\forall x((\exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, x) \wedge \neg(\exists z(z \neq g \wedge K_2(z, x))))) \rightarrow N(\exists v(v = x)))$$

1	$\exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, x) \wedge \neg(\exists z(z \neq g \wedge K_2(z, x))))$	
2	$G_1(g) \wedge K_2(g, x) \wedge \neg(\exists z(z \neq g \wedge K_2(z, x)))$	
3	$G_1(g)$	$\wedge E, 2$
4	$K_2(g, x)$	$\wedge E, 2$
5	$\exists z \forall y(G_1(y) \leftrightarrow y = z)$	P14-A
6	$\forall y(G_1(y) \leftrightarrow y = h)$	
7	$G_1(g) \leftrightarrow g = h$	$\forall E, 6$
8	$g = h$	$\Rightarrow E, 3, 7$
9	$\exists k(G_1(k) \wedge E_1(k) \wedge \forall z(A_2(z, k) \rightarrow E_1(z)))$	P19
10	$G_1(k) \wedge E_1(k) \wedge \forall z(A_2(z, k) \rightarrow E_1(z))$	
11	$G_1(k)$	$\wedge E, 10$
12	$E_1(k)$	$\wedge E, 10$
13	$G_1(k) \leftrightarrow k = h$	$\forall E, 6$
14	$k = h$	$\Rightarrow E, 11, 13$
15	$g = h$	R, 8
16	$g = k$	15, 14
17	$E_1(k)$	R, 12
18	$E_1(g)$	16, 17
19	$E_1(x) \leftrightarrow L(\exists v(v = x))$	D8
20	$E_1(g) \leftrightarrow L(\exists v(v = g))$	$\forall E, 19$
21	$L(\exists v(v = g))$	$\Rightarrow E, 18, 20$
22	$\forall p(L(p) \rightarrow N(p))$	R1
23	$L(\exists v(v = g)) \rightarrow N(\exists v(v = g))$	$\forall E, 22$
24	$N(\exists v(v = g))$	$\Rightarrow E, 21, 23$
25	$\forall a \forall b(K_2(a, b) \rightarrow N((\exists v(v = a)) \leftrightarrow \exists v(v = b)))$	A3
26	$K_2(g, x) \rightarrow N((\exists v(v = g)) \leftrightarrow \exists v(v = x))$	$\forall E, 25$
27	$N((\exists v(v = g)) \leftrightarrow \exists v(v = x))$	$\Rightarrow E, 4, 26$
28	$N((\exists v(v = g)) \rightarrow (\exists v(v = x)))$	R7, 27
29	$\forall p \forall q(N(p \rightarrow q) \rightarrow (N(p) \rightarrow N(q)))$	R6
30	$N((\exists v(v = g)) \rightarrow (\exists v(v = x))) \rightarrow (N(\exists v(v = g)) \rightarrow N(\exists v(v = x)))$	$\forall E, 29$
31	$N(\exists v(v = g)) \rightarrow N(\exists v(v = x))$	$\Rightarrow E, 28, 30$
32	$N(\exists v(v = x))$	$\Rightarrow E, 24, 31$
33	$N(\exists v(v = x))$	$\exists E, 9, 10-32$
34	$N(\exists v(v = x))$	$\exists E, 5, 6-33$
35	$N(\exists v(v = x))$	$\exists E, 1, 2-34$
36	$(\exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, x) \wedge \neg(\exists z(z \neq g \wedge K_2(z, x))))) \rightarrow N(\exists v(v = x))$	$\Rightarrow I, 1-35$
37	$\forall x((\exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, x) \wedge \neg(\exists z(z \neq g \wedge K_2(z, x))))) \rightarrow N(\exists v(v = x)))$	$\forall I, 36$

3.28 Proposition 28 (P28)

Tout mode fini est déterminé à exister par un autre mode fini.

$$\forall x((F_1(x) \wedge \neg N(\exists v(v = x))) \rightarrow (\exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, x) \wedge (\forall y(I_2(x, y) \rightarrow K_2(y, x))) \wedge (\exists z(z \neq x \wedge K_2(z, x) \wedge \neg N(\exists v(v = z)) \wedge F_1(z))))))$$

1	$F_1(x) \wedge \neg N(\exists v(v = x))$	
2	$F_1(x)$	$\wedge E, 1$
3	$\neg N(\exists v(v = x))$	$\wedge E, 1$
4	$\forall z \exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, z))$	P16
5	$\exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, x))$	$\forall E, 4$
6	$G_1(g) \wedge K_2(g, x)$	
7	$G_1(g)$	$\wedge E, 6$
8	$K_2(g, x)$	$\wedge E, 6$
9	$I_2(x, y)$	
10	$\forall a \forall b(I_2(a, b) \rightarrow C_2(a, b))$	A8
11	$I_2(x, y) \rightarrow C_2(x, y)$	$\forall E, 10$
12	$C_2(x, y)$	$\Rightarrow E, 9, 11$
13	$\forall a \forall b(K_2(a, b) \leftrightarrow C_2(b, a))$	A4
14	$K_2(y, x) \leftrightarrow C_2(x, y)$	$\forall E, 13$
15	$K_2(y, x)$	$\Rightarrow E, 12, 14$
16	$I_2(x, y) \rightarrow K_2(y, x)$	$\Rightarrow I, 9-15$
17	$\forall y(I_2(x, y) \rightarrow K_2(y, x))$	$\forall I, 16$
18	$\forall x(S_1(x) \vee M_1(x))$	DP5
19	$S_1(x) \vee M_1(x)$	$\forall E, 18$
20	$S_1(x)$	
21	$\forall a(S_1(a) \rightarrow \neg F_1(a))$	P8
22	$S_1(x) \rightarrow \neg F_1(x)$	$\forall E, 21$
23	$\neg F_1(x)$	$\Rightarrow E, 20, 22$
24	$F_1(x)$	R, 2
25	$F_1(x) \wedge \neg F_1(x)$	$\wedge I, 24, 23$
26	\perp	$\perp E, 25$
27	$\neg S_1(x)$	$\neg I, 20-26$
28	$S_1(x) \vee M_1(x)$	R, 19
29	$\neg M_1(x)$	
30	$\neg S_1(x) \wedge \neg M_1(x)$	$\wedge I, 27, 29$
31	$\neg(S_1(x) \vee M_1(x))$	De Morgan, 30
32	$S_1(x) \vee M_1(x) \wedge \neg(S_1(x) \vee M_1(x))$	$\wedge I, 28, 31$
33	\perp	$\perp E, 32$
34	$M_1(x)$	$\neg I, 29-33$
35	$F_1(x) \wedge \neg N(\exists v(v = x)) \wedge M_1(x)$	$\wedge I, 2, 3, 34$
36	$\exists z(z \neq x \wedge K_2(z, x) \wedge \neg N(\exists v(v = z)) \wedge F_1(z))$	R10, 35
37	$G_1(g) \wedge K_2(g, x) \wedge (\forall y(I_2(x, y) \rightarrow K_2(y, x))) \wedge (\exists z(z \neq x \wedge K_2(z, x) \wedge \neg N(\exists v(v = z)) \wedge F_1(z)))$	$\wedge I, 7, 8, 17, 36$
38	$\exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, x) \wedge (\forall y(I_2(x, y) \rightarrow K_2(y, x))) \wedge (\exists z(z \neq x \wedge K_2(z, x) \wedge \neg N(\exists v(v = z)) \wedge F_1(z))))$	$\exists I, 37$
39	$\exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, x) \wedge (\forall y(I_2(x, y) \rightarrow K_2(y, x))) \wedge (\exists z(z \neq x \wedge K_2(z, x) \wedge \neg N(\exists v(v = z)) \wedge F_1(z))))$	$\exists E, 5, 6-38$
40	$(F_1(x) \wedge \neg N(\exists v(v = x))) \rightarrow (\exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, x) \wedge (\forall y(I_2(x, y) \rightarrow K_2(y, x))) \wedge (\exists z(z \neq x \wedge K_2(z, x) \wedge \neg N(\exists v(v = z)) \wedge F_1(z))))$	$\Rightarrow I, 1-39$
41	$\forall x((F_1(x) \wedge \neg N(\exists v(v = x))) \rightarrow (\exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, x) \wedge (\forall y(I_2(x, y) \rightarrow K_2(y, x))) \wedge (\exists z(z \neq x \wedge K_2(z, x) \wedge \neg N(\exists v(v = z)) \wedge F_1(z))))))$	$\forall I, 40$

3.29 Proposition 29 (P29)

Rien n'est contingent dans la nature.

$$\exists g(G_1(g) \wedge L(\exists x(x = g)) \wedge (\forall x(x \neq g \rightarrow N_1(x))))$$

1	$\exists z \forall y(G_1(y) \leftrightarrow y = z)$	P14-A
2	$\forall y(G_1(y) \leftrightarrow y = g)$	
3	$G_1(g) \leftrightarrow g = g$	$\forall E, 2$
4	$g = g$	reflexivité
5	$G_1(g)$	$\Rightarrow E, 4, 3$
6	$L(\exists x(G_1(x)))$	P11
7	$\exists x(G_1(x))$	
8	$G_1(h)$	
9	$G_1(h) \leftrightarrow h = g$	$\forall E, 2$
10	$h = g$	$\Rightarrow E, 8, 9$
11	$\exists x(x = g)$	$\exists I, 10$
12	$\exists x(x = g)$	$\exists E, 7, 8-11$
13	$(\exists x(G_1(x))) \rightarrow (\exists x(x = g))$	$\Rightarrow I, 7-12$
14	$L((\exists x(G_1(x))) \rightarrow (\exists x(x = g)))$	R5, 13
15	$L(\exists x(G_1(x))) \rightarrow L(\exists x(x = g))$	R3, 14
16	$L(\exists x(x = g))$	$\Rightarrow E, 6, 15$
17	$x \neq g$	
18	$\forall z \exists h(G_1(h) \wedge K_2(h, z))$	P16
19	$\exists h(G_1(h) \wedge K_2(h, x))$	$\forall E, 18$
20	$G_1(h) \wedge K_2(h, x)$	
21	$G_1(h)$	$\wedge E, 20$
22	$K_2(h, x)$	$\wedge E, 20$
23	$G_1(h) \leftrightarrow h = g$	$\forall E, 2$
24	$h = g$	$\Rightarrow E, 21, 23$
25	$K_2(g, x)$	24, 22
26	$x \neq g$	R, 17
27	$g \neq x$	symétrie, 26
28	$g \neq x \wedge K_2(g, x)$	$\wedge I, 27, 25$
29	$\exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))$	$\exists I, 28$
30	$N_1(x) \leftrightarrow \exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))$	D7b
31	$N_1(x)$	$\Rightarrow E, 29, 30$
32	$N_1(x)$	$\exists E, 19, 20-31$
33	$x \neq g \rightarrow N_1(x)$	$\Rightarrow I, 17-32$
34	$\forall x(x \neq g \rightarrow N_1(x))$	$\forall I, 33$
35	$G_1(g) \wedge L(\exists x(x = g)) \wedge (\forall x(x \neq g \rightarrow N_1(x)))$	$\wedge I, 5, 16, 34$
36	$\exists g(G_1(g) \wedge L(\exists x(x = g)) \wedge (\forall x(x \neq g \rightarrow N_1(x))))$	$\exists I, 35$
37	$\exists g(G_1(g) \wedge L(\exists x(x = g)) \wedge (\forall x(x \neq g \rightarrow N_1(x))))$	$\exists E, 1, 2-36$

3.30 Proposition 30 (P30)

L'entendement doit comprendre les attributs et affections de Dieu.

$$\forall x \forall y ((A_1(x) \wedge T_1(x) \wedge O_2(y, x)) \rightarrow (A_1(y) \vee M_1(y)))$$

1	$A_1(x) \wedge T_1(x) \wedge O_2(y, x)$	
2	$A_1(x)$	$\wedge E, 1$
3	$T_1(x)$	$\wedge E, 1$
4	$O_2(y, x)$	$\wedge E, 1$
5	$\forall a (S_1(a) \vee M_1(a))$	DP5
6	$S_1(y) \vee M_1(y)$	$\forall E, 5$
7	$S_1(y)$	
8	$\forall a (\exists b (A_2(b, a)))$	A9
9	$\exists b (A_2(b, y))$	$\forall E, 8$
10	$A_2(z, y)$	
11	$A_2(a, b) \leftrightarrow (A_1(a) \wedge C_2(b, a))$	D4b
12	$A_2(z, y) \leftrightarrow (A_1(z) \wedge C_2(y, z))$	$\forall E, 11$
13	$A_1(z) \wedge C_2(y, z)$	$\Rightarrow E, 10, 12$
14	$C_2(y, z)$	$\wedge E, 13$
15	$S_1(y) \leftrightarrow (I_2(y, y) \wedge C_2(y, y))$	D3
16	$I_2(y, y) \wedge C_2(y, y)$	$\Rightarrow E, 7, 15$
17	$C_2(y, y)$	$\wedge E, 16$
18	$(\neg \exists w (w \neq y \wedge C_2(y, w))) \leftrightarrow C_2(y, y)$	A2
19	$C_2(y, y) \rightarrow \neg \exists w (w \neq y \wedge C_2(y, w))$	$\wedge E, 18$
20	$\neg \exists w (w \neq y \wedge C_2(y, w))$	$\Rightarrow E, 17, 19$
21	$z \neq y$	
22	$z \neq y \wedge C_2(y, z)$	$\wedge I, 21, 14$
23	$\exists w (w \neq y \wedge C_2(y, w))$	$\exists I, 22$
24	$\neg \exists w (w \neq y \wedge C_2(y, w))$	R, 20
25	$\exists w (w \neq y \wedge C_2(y, w)) \wedge \neg \exists w (w \neq y \wedge C_2(y, w))$	$\wedge I, 23, 24$
26	\perp	$\perp E, 25$
27	$\neg(z \neq y)$	$\neg I, 21-26$
28	$z = y$	$\neg E, 27$
29	$A_1(z)$	$\wedge E, 13$
30	$A_1(y)$	28,29
31	$A_1(y) \vee M_1(y)$	$\vee I, 30$
32	$A_1(y) \vee M_1(y)$	$\exists E, 9, 10-31$
33	$M_1(y)$	
34	$A_1(y) \vee M_1(y)$	$\vee I, 33$
35	$A_1(y) \vee M_1(y)$	$\vee E, 6, 7-32, 33-34$
36	$(A_1(x) \wedge T_1(x) \wedge O_2(y, x)) \rightarrow (A_1(y) \vee M_1(y))$	$\Rightarrow I, 1-35$
37	$\forall y ((A_1(x) \wedge T_1(x) \wedge O_2(y, x)) \rightarrow (A_1(y) \vee M_1(y)))$	$\forall I, 36$
38	$\forall x \forall y ((A_1(x) \wedge T_1(x) \wedge O_2(y, x)) \rightarrow (A_1(y) \vee M_1(y)))$	$\forall I, 37$

3.31 Proposition 31 (P31)

L'entendement en acte, soit fini, soit infini, comme aussi la volonté, le désir, l'amour, etc., se doivent rapporter à la nature naturée, et non à la naturante.

Cela revient à dire que l'entendement, la volonté, le désir et l'amour sont des modes.

3.31.1 Proposition 31a (P31a)

L'entendement est un mode.

$$\forall x(U_1(x) \rightarrow M_1(x))$$

1	<u>$U_1(x)$</u>	
2	$\forall a((S_1(a) \wedge \neg M_1(a)) \vee (\neg S_1(a) \wedge M_1(a)))$	DPI
3	$(S_1(x) \wedge \neg M_1(x)) \vee (\neg S_1(x) \wedge M_1(x))$	$\forall E$, 2
4	<u>$S_1(x) \wedge \neg M_1(x)$</u>	
5	$S_1(x)$	$\wedge E$, 4
6	$\forall a(S_1(a) \rightarrow A_2(a, a))$	DPII
7	$S_1(x) \rightarrow A_2(x, x)$	$\forall E$, 6
8	$A_2(x, x)$	$\Rightarrow E$, 5, 7
9	$A_2(a, b) \leftrightarrow (A_1(a) \wedge C_2(b, a))$	D4b
10	$A_2(x, x) \leftrightarrow (A_1(x) \wedge C_2(x, x))$	$\forall E$, 9
11	$A_1(x) \wedge C_2(x, x)$	$\Rightarrow E$, 8, 10
12	$A_1(x)$	$\wedge E$, 11
13	$\forall a(U_1(a) \rightarrow \neg A_1(a))$	A17a
14	$U_1(x) \rightarrow \neg A_1(x)$	$\forall E$, 13
15	$\neg A_1(x)$	$\Rightarrow E$, 1, 14
16	$A_1(x) \wedge \neg A_1(x)$	$\wedge I$, 12, 15
17	\perp	$\perp E$, 16
18	<u>$\neg S_1(x) \wedge M_1(x)$</u>	
19	$M_1(x)$	$\wedge E$, 18
20	$M_1(x)$	$\forall E$, 3, 4–17, 18–19
21	$U_1(x) \rightarrow M_1(x)$	$\Rightarrow I$, 1–20
22	$\forall x(U_1(x) \rightarrow M_1(x))$	$\forall I$, 21

3.31.2 Proposition 31b (P31b)

La volonté est un mode.

$$\forall x(W_1(x) \rightarrow M_1(x))$$

1	<u>$W_1(x)$</u>	
2	$\forall a((S_1(a) \wedge \neg M_1(a)) \vee (\neg S_1(a) \wedge M_1(a)))$	DPI
3	$(S_1(x) \wedge \neg M_1(x)) \vee (\neg S_1(x) \wedge M_1(x))$	$\forall E, 2$
4	<u>$S_1(x) \wedge \neg M_1(x)$</u>	
5	$S_1(x)$	$\wedge E, 4$
6	$\forall a(S_1(a) \rightarrow A_2(a, a))$	DPII
7	$S_1(x) \rightarrow A_2(x, x)$	$\forall E, 6$
8	$A_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 5, 7$
9	$A_2(a, b) \leftrightarrow (A_1(a) \wedge C_2(b, a))$	D4b
10	$A_2(x, x) \leftrightarrow (A_1(x) \wedge C_2(x, x))$	$\forall E, 9$
11	$A_1(x) \wedge C_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 8, 10$
12	$A_1(x)$	$\wedge E, 11$
13	$\forall a(W_1(a) \rightarrow \neg A_1(a))$	A17b
14	$W_1(x) \rightarrow \neg A_1(x)$	$\forall E, 13$
15	$\neg A_1(x)$	$\Rightarrow E, 1, 14$
16	$A_1(x) \wedge \neg A_1(x)$	$\wedge I, 12, 15$
17	\perp	$\perp E, 16$
18	<u>$\neg S_1(x) \wedge M_1(x)$</u>	
19	$M_1(x)$	$\wedge E, 18$
20	$M_1(x)$	$\forall E, 3, 4-17, 18-19$
21	$W_1(x) \rightarrow M_1(x)$	$\Rightarrow I, 1-20$
22	$\forall x(W_1(x) \rightarrow M_1(x))$	$\forall I, 21$

3.31.3 Proposition 31c (P31c)

Le désir est un mode.

$$\forall x(D_1(x) \rightarrow M_1(x))$$

1	$D_1(x)$	
2	$\forall a((S_1(a) \wedge \neg M_1(a)) \vee (\neg S_1(a) \wedge M_1(a)))$	DPI
3	$(S_1(x) \wedge \neg M_1(x)) \vee (\neg S_1(x) \wedge M_1(x))$	$\forall E, 2$
4	$S_1(x) \wedge \neg M_1(x)$	
5	$S_1(x)$	$\wedge E, 4$
6	$\forall a(S_1(a) \rightarrow A_2(a, a))$	DPII
7	$S_1(x) \rightarrow A_2(x, x)$	$\forall E, 6$
8	$A_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 5, 7$
9	$A_2(a, b) \leftrightarrow (A_1(a) \wedge C_2(b, a))$	D4b
10	$A_2(x, x) \leftrightarrow (A_1(x) \wedge C_2(x, x))$	$\forall E, 9$
11	$A_1(x) \wedge C_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 8, 10$
12	$A_1(x)$	$\wedge E, 11$
13	$\forall a(D_1(a) \rightarrow \neg A_1(a))$	A17c
14	$D_1(x) \rightarrow \neg A_1(x)$	$\forall E, 13$
15	$\neg A_1(x)$	$\Rightarrow E, 1, 14$
16	$A_1(x) \wedge \neg A_1(x)$	$\wedge I, 12, 15$
17	\perp	$\perp E, 16$
18	$\neg S_1(x) \wedge M_1(x)$	
19	$M_1(x)$	$\wedge E, 18$
20	$M_1(x)$	$\forall E, 3, 4-17, 18-19$
21	$D_1(x) \rightarrow M_1(x)$	$\Rightarrow I, 1-20$
22	$\forall x(D_1(x) \rightarrow M_1(x))$	$\forall I, 21$

3.31.4 Proposition 31d (P31d)

L'amour est un mode.

$$\forall x(J_1(x) \rightarrow M_1(x))$$

1	$J_1(x)$	
2	$\forall a((S_1(a) \wedge \neg M_1(a)) \vee (\neg S_1(a) \wedge M_1(a)))$	DPI
3	$(S_1(x) \wedge \neg M_1(x)) \vee (\neg S_1(x) \wedge M_1(x))$	$\forall E, 2$
4	$S_1(x) \wedge \neg M_1(x)$	
5	$S_1(x)$	$\wedge E, 4$
6	$\forall a(S_1(a) \rightarrow A_2(a, a))$	DPII
7	$S_1(x) \rightarrow A_2(x, x)$	$\forall E, 6$
8	$A_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 5, 7$
9	$A_2(a, b) \leftrightarrow (A_1(a) \wedge C_2(b, a))$	D4b
10	$A_2(x, x) \leftrightarrow (A_1(x) \wedge C_2(x, x))$	$\forall E, 9$
11	$A_1(x) \wedge C_2(x, x)$	$\Rightarrow E, 8, 10$
12	$A_1(x)$	$\wedge E, 11$
13	$\forall a(J_1(a) \rightarrow \neg A_1(a))$	A17d
14	$J_1(x) \rightarrow \neg A_1(x)$	$\forall E, 13$
15	$\neg A_1(x)$	$\Rightarrow E, 1, 14$
16	$A_1(x) \wedge \neg A_1(x)$	$\wedge I, 12, 15$
17	\perp	$\perp E, 16$
18	$\neg S_1(x) \wedge M_1(x)$	
19	$M_1(x)$	$\wedge E, 18$
20	$M_1(x)$	$\forall E, 3, 4-17, 18-19$
21	$J_1(x) \rightarrow M_1(x)$	$\Rightarrow I, 1-20$
22	$\forall x(J_1(x) \rightarrow M_1(x))$	$\forall I, 21$

3.32 Proposition 32 (P32)

La volonté ne peut être appelée cause libre.

$$\forall x(W_1(x) \rightarrow (\neg B_1(x) \wedge N_1(x)))$$

1	$W_1(x)$	
2	$W_1(x) \rightarrow M_1(x)$	P31b
3	$M_1(x)$	\Rightarrow E, 1, 2
4	$B_1(x)$	
5	$B_1(x) \leftrightarrow (K_2(x, x) \wedge \neg \exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x)))$	D7a
6	$K_2(x, x) \wedge \neg \exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))$	\Rightarrow E, 4, 5
7	$\neg \exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))$	\wedge E, 6
8	$\forall z \exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, z))$	P16
9	$\exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, x))$	\forall E, 8
10	$G_1(g) \wedge K_2(g, x)$	
11	$G_1(g)$	\wedge E, 10
12	$K_2(g, x)$	\wedge E, 10
13	$G_1(g) \leftrightarrow (S_1(g) \wedge \forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, g)))$	D6
14	$S_1(g) \wedge \forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, g))$	\Rightarrow E, 11, 13
15	$S_1(g)$	\wedge E, 14
16	$g = x$	
17	$S_1(x)$	16, 15
18	$\forall z((S_1(z) \wedge \neg M_1(z)) \vee (\neg S_1(z) \wedge M_1(z)))$	DPI
19	$(S_1(x) \wedge \neg M_1(x)) \vee (\neg S_1(x) \wedge M_1(x))$	\forall E, 18
20	$M_1(x)$	R, 3
21	$S_1(x) \wedge \neg M_1(x)$	
22	$\neg M_1(x)$	\wedge E, 21
23	$M_1(x) \wedge \neg M_1(x)$	\wedge I, 20, 22
24	\perp	\perp E, 23
25	$\neg S_1(x) \wedge M_1(x)$	
26	$\neg S_1(x)$	\wedge E, 25
27	$S_1(x)$	R, 17
28	$S_1(x) \wedge \neg S_1(x)$	\wedge I, 27, 26
29	\perp	\perp E, 28
30	\perp	\vee E, 19, 21–24, 25–29
31	$g \neq x$	\neg I, 16–30
32	$g \neq x \wedge K_2(g, x)$	\wedge I, 31, 12
33	$\exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))$	\exists I, 32
34	$\neg \exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))$	R, 7
35	$\exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x)) \wedge \neg \exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))$	\wedge I, 33, 34
36	\perp	\perp E, 35
37	\perp	\exists E, 9, 10–36
38	$\neg B_1(x)$	\neg I, 4–37
39	$N_1(x) \leftrightarrow \exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))$	D7b
40	$\forall z \exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, z))$	P16
41	$\exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, x))$	\forall E, 40
42	$G_1(g) \wedge K_2(g, x)$	
43	$G_1(g)$	\wedge E, 42
44	$K_2(g, x)$	\wedge E, 42
45	$G_1(g) \leftrightarrow (S_1(g) \wedge \forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, g)))$	D6
46	$S_1(g) \wedge \forall y(A_1(y) \rightarrow A_2(y, g))$	\Rightarrow E, 43, 45
47	$S_1(g)$	\wedge E, 46
48	$g = x$	
49	$S_1(x)$	48, 47
50	$\forall z((S_1(z) \wedge \neg M_1(z)) \vee (\neg S_1(z) \wedge M_1(z)))$	DPI
51	$(S_1(x) \wedge \neg M_1(x)) \vee (\neg S_1(x) \wedge M_1(x))$	\forall E, 50
52	$M_1(x)$	R, 3
53	$S_1(x) \wedge \neg M_1(x)$	
54	$\neg M_1(x)$	\wedge E, 53
55	$M_1(x) \wedge \neg M_1(x)$	\wedge I, 52, 54
56	\perp	\perp E, 55
57	$\neg S_1(x) \wedge M_1(x)$	
58	$\neg S_1(x)$	\wedge E, 57
59	$S_1(x)$	R, 49
60	$S_1(x) \wedge \neg S_1(x)$	\wedge I, 59, 58
61	\perp	\perp E, 60
62	\perp	\vee E, 51, 53–56, 57–61
63	$g \neq x$	\neg I, 48–62
64	$g \neq x \wedge K_2(g, x)$	\wedge I, 63, 44
65	$\exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))$	\exists I, 64
66	$N_1(x)$	\Rightarrow E, 65, 39
67	$N_1(x)$	\exists E, 41, 42–66
68	$\neg B_1(x) \wedge N_1(x)$	\wedge I, 38, 67
69	$W_1(x) \rightarrow (\neg B_1(x) \wedge N_1(x))$	\Rightarrow I, 1–68
70	$\forall x(W_1(x) \rightarrow (\neg B_1(x) \wedge N_1(x)))$	\forall I, 69

3.33 Proposition 33 (P33)

Les choses n'auraient pu être produites par Dieu d'aucune autre manière.

$$\forall g \forall y (G_1(g) \wedge K_2(g, y) \rightarrow \neg M(\exists z (z \neq y \wedge K_2(g, z))))$$

Note : Jarrett indique explicitement que cette proposition n'est pas dérivable du système formel tel qu'il a été présenté. Pour démontrer cette proposition, il serait nécessaire d'ajouter des axiomes supplémentaires qui formaliseraient le nécessitarisme divin de Spinoza.

Nous pourrions, par exemple, ajouter l'axiome suivant :

$$\mathbf{R11} : \forall g \forall y \forall z (G_1(g) \wedge K_2(g, y) \wedge K_2(g, z) \rightarrow (y = z \vee \neg(\exists v (v = y)) \vee \neg(\exists v (v = z))))$$

qui stipule que si Dieu cause deux choses, elles sont soit identiques, soit l'une d'entre elles n'existe pas.

3.34 Proposition 34 (P34)

La puissance de Dieu est son essence même.

$$\exists g(G_1(g) \wedge \forall x(A_2(x, g) \leftrightarrow P_2(x, g)))$$

1	$\exists z \forall y (G_1(y) \leftrightarrow y = z)$	P14-A
2	$\forall y (G_1(y) \leftrightarrow y = g)$	
3	$G_1(g) \leftrightarrow g = g$	$\forall E, 2$
4	$g = g$	Réflexivité
5	$G_1(g)$	$\Rightarrow E, 4, 3$
6	$G_1(g) \leftrightarrow (S_1(g) \wedge \forall y (A_1(y) \rightarrow A_2(y, g)))$	D6
7	$S_1(g) \wedge \forall y (A_1(y) \rightarrow A_2(y, g))$	$\Rightarrow E, 5, 6$
8	$S_1(g)$	$\wedge E, 7$
9	$A_2(x, g)$	
10	$A_2(x, g) \leftrightarrow (A_1(x) \wedge C_2(g, x))$	D4b
11	$A_1(x) \wedge C_2(g, x)$	$\Rightarrow E, 9, 10$
12	$A_1(x)$	$\wedge E, 11$
13	$C_2(g, x)$	$\wedge E, 11$
14	$\forall a \forall b (A_2(a, b) \wedge S_1(b) \rightarrow a = b)$	DP7
15	$A_2(x, g) \wedge S_1(g) \rightarrow x = g$	$\forall E, 14$
16	$A_2(x, g) \wedge S_1(g)$	$\wedge I, 9, 8$
17	$x = g$	$\Rightarrow E, 16, 15$
18	$S_1(g) \leftrightarrow (I_2(g, g) \wedge C_2(g, g))$	D3
19	$I_2(g, g) \wedge C_2(g, g)$	$\Rightarrow E, 8, 18$
20	$I_2(g, g)$	$\wedge E, 19$
21	$C_2(g, g)$	$\wedge E, 19$
22	$I_2(x, g)$	17,20
23	$C_2(x, g)$	17,21
24	$I_2(g, x)$	17,20
25	$C_2(g, x)$	R, 13
26	$((I_2(x, g) \wedge C_2(x, g)) \wedge I_2(g, x) \wedge C_2(g, x)) \leftrightarrow P_2(x, g)$	A19
27	$((I_2(x, g) \wedge C_2(x, g)) \wedge I_2(g, x)) \wedge C_2(g, x)$	$\wedge I, 22, 23, 24, 25$
28	$P_2(x, g)$	$\Rightarrow E, 27, 26$
29	$A_2(x, g) \rightarrow P_2(x, g)$	$\Rightarrow I, 9-28$
30	$P_2(x, g)$	
31	$((I_2(x, g) \wedge C_2(x, g)) \wedge I_2(g, x) \wedge C_2(g, x)) \leftrightarrow P_2(x, g)$	A19
32	$((I_2(x, g) \wedge C_2(x, g)) \wedge I_2(g, x)) \wedge C_2(g, x)$	$\Rightarrow E, 30, 31$
33	$I_2(x, g) \wedge C_2(x, g) \wedge I_2(g, x) \wedge C_2(g, x)$	Logique, 32
34	$I_2(x, g)$	$\wedge E, 33$
35	$C_2(x, g)$	$\wedge E, 33$
36	$I_2(g, x)$	$\wedge E, 33$
37	$C_2(g, x)$	$\wedge E, 33$
38	$A_1(x) \leftrightarrow \exists y (S_1(y) \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y) \wedge I_2(y, x) \wedge C_2(y, x))$	D4a
39	$\exists y (S_1(y) \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y) \wedge I_2(y, x) \wedge C_2(y, x)) \rightarrow A_1(x)$	$\wedge E, 38$
40	$S_1(g) \wedge I_2(x, g) \wedge C_2(x, g) \wedge I_2(g, x) \wedge C_2(g, x)$	$\wedge I, 8, 34, 35, 36, 37$
41	$\exists y (S_1(y) \wedge I_2(x, y) \wedge C_2(x, y) \wedge I_2(y, x) \wedge C_2(y, x))$	$\exists I, 40$
42	$A_1(x)$	$\Rightarrow E, 41, 39$
43	$A_1(x) \wedge C_2(g, x)$	$\wedge I, 42, 37$
44	$A_2(x, g) \leftrightarrow (A_1(x) \wedge C_2(g, x))$	D4b
45	$A_2(x, g)$	$\Rightarrow E, 43, 44$
46	$P_2(x, g) \rightarrow A_2(x, g)$	$\Rightarrow I, 30-45$
47	$A_2(x, g) \leftrightarrow P_2(x, g)$	$\Rightarrow I, 29, 46$
48	$\forall x (A_2(x, g) \leftrightarrow P_2(x, g))$	$\forall I, 47$
49	$G_1(g) \wedge \forall x (A_2(x, g) \leftrightarrow P_2(x, g))$	$\wedge I, 5, 48$
50	$\exists g (G_1(g) \wedge \forall x (A_2(x, g) \leftrightarrow P_2(x, g)))$	$\exists I, 49$
51	$\exists g (G_1(g) \wedge \forall x (A_2(x, g) \leftrightarrow P_2(x, g)))$	$\exists E, 1, 2-50$

3.35 Proposition 35 (P35)

Tout ce qui existe est nécessaire.

$$\exists g(G_1(g) \wedge L(\exists x(x = g)) \wedge (\forall x(x \neq g \rightarrow N_1(x))))$$

1	$\exists z \forall y(G_1(y) \leftrightarrow y = z)$	P14-A
2	$\forall y(G_1(y) \leftrightarrow y = g)$	
3	$G_1(g) \leftrightarrow g = g$	$\forall E, 2$
4	$g = g$	Réflexivité
5	$G_1(g)$	$\Rightarrow E, 4, 3$
6	$L(\exists x(G_1(x)))$	P11
7	$\exists x(G_1(x))$	
8	$G_1(h)$	
9	$G_1(h) \leftrightarrow h = g$	$\forall E, 2$
10	$h = g$	$\Rightarrow E, 8, 9$
11	$\exists x(x = g)$	$\exists I, 10$
12	$\exists x(x = g)$	$\exists E, 7, 8-11$
13	$(\exists x(G_1(x))) \rightarrow (\exists x(x = g))$	$\Rightarrow I, 7-12$
14	$L((\exists x(G_1(x))) \rightarrow (\exists x(x = g)))$	R5, 13
15	$L(\exists x(G_1(x))) \rightarrow L(\exists x(x = g))$	R3, 14
16	$L(\exists x(x = g))$	$\Rightarrow E, 6, 15$
17	$x \neq g$	
18	$\forall z \exists h(G_1(h) \wedge K_2(h, z))$	P16
19	$\exists h(G_1(h) \wedge K_2(h, x))$	$\forall E, 18$
20	$G_1(h) \wedge K_2(h, x)$	
21	$G_1(h)$	$\wedge E, 20$
22	$K_2(h, x)$	$\wedge E, 20$
23	$G_1(h) \leftrightarrow h = g$	$\forall E, 2$
24	$h = g$	$\Rightarrow E, 21, 23$
25	$K_2(g, x)$	24, 22
26	$x \neq g$	R, 17
27	$g \neq x$	Symétrie, 26
28	$g \neq x \wedge K_2(g, x)$	$\wedge I, 27, 25$
29	$\exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))$	$\exists I, 28$
30	$N_1(x) \leftrightarrow \exists y(y \neq x \wedge K_2(y, x))$	D7b
31	$N_1(x)$	$\Rightarrow E, 29, 30$
32	$N_1(x)$	$\exists E, 19, 20-31$
33	$x \neq g \rightarrow N_1(x)$	$\Rightarrow I, 17-32$
34	$\forall x(x \neq g \rightarrow N_1(x))$	$\forall I, 33$
35	$G_1(g) \wedge L(\exists x(x = g)) \wedge (\forall x(x \neq g \rightarrow N_1(x)))$	$\wedge I, 5, 16, 34$
36	$\exists g(G_1(g) \wedge L(\exists x(x = g)) \wedge (\forall x(x \neq g \rightarrow N_1(x))))$	$\exists I, 35$
37	$\exists g(G_1(g) \wedge L(\exists x(x = g)) \wedge (\forall x(x \neq g \rightarrow N_1(x))))$	$\exists E, 1, 2-36$

3.36 Proposition 36 (P36)

Il n'existe rien dont la nature ne produise quelque effet.

$$\forall x((\exists v(v = x)) \rightarrow \exists y(K_2(x, y)))$$

Note : Jarrett indique explicitement que cette proposition n'est pas dérivable du système formel tel qu'il a été présenté. Pour démontrer cette proposition, il serait nécessaire d'ajouter des axiomes supplémentaires concernant la nature productive de toute chose dans le système spinoziste, notamment concernant la productivité causale des modes.

On pourrait esquisser la forme que prendrait une telle preuve :

1	$\exists v(v = x)$	
2	$\forall z(S_1(z) \vee M_1(z))$	DP5
3	$S_1(x) \vee M_1(x)$	$\vee E$, 2
4	$S_1(x)$	
5	$\forall z(S_1(z) \leftrightarrow K_2(z, z))$	DP111
6	$S_1(x) \leftrightarrow K_2(x, x)$	$\vee E$, 5
7	$K_2(x, x)$	$\Rightarrow E$, 4, 6
8	$\exists y(K_2(x, y))$	$\exists I$, 7
9	$M_1(x)$	
10	$M_1(x) \leftrightarrow \exists y(S_1(y) \wedge M_2(x, y))$	D5b
11	$\exists y(S_1(y) \wedge M_2(x, y))$	$\Rightarrow E$, 9, 10
12	$S_1(s) \wedge M_2(x, s)$	
13	$S_1(s)$	$\wedge E$, 12
14	$M_2(x, s)$	$\wedge E$, 12
15	$\forall z(S_1(z) \rightarrow K_2(z, z))$	DP4
16	$S_1(s) \rightarrow K_2(s, s)$	$\vee E$, 15
17	$K_2(s, s)$	$\Rightarrow E$, 13, 16
18	$M_2(x, s) \leftrightarrow (x \neq s \wedge I_2(x, s) \wedge C_2(x, s))$	D5a
19	$x \neq s \wedge I_2(x, s) \wedge C_2(x, s)$	$\Rightarrow E$, 14, 18
20	$I_2(x, s)$	$\wedge E$, 19
21	$C_2(x, s)$	$\wedge E$, 19
22	$\forall z \exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, z))$	P16
23	$\exists g(G_1(g) \wedge K_2(g, x))$	$\vee E$, 22
24	Nécessite d'axiomes supplémentaires concernant la productivité causale	
25	$\exists y(K_2(x, y))$	Incomplet
26	$\exists y(K_2(x, y))$	$\exists E$, 11, 12–25
27	$\exists y(K_2(x, y))$	$\vee E$, 3, 4–8, 9–26
28	$(\exists v(v = x)) \rightarrow \exists y(K_2(x, y))$	$\Rightarrow I$, 1–27
29	$\forall x((\exists v(v = x)) \rightarrow \exists y(K_2(x, y)))$	$\forall I$, 28

Références

- [1] Spinoza, Baruch. *Éthique*, traduit du latin par Charles Appuhn. Paris : GF-Flammarion, 1965.
- [2] Spinoza, Baruch. *The Collected Works of Spinoza*, édité et traduit par Edwin Curley. Princeton : Princeton University Press, 1985.
- [3] Jarrett, Charles. “The Logical Structure of Spinoza’s ‘Ethics’, Part I.” *Synthese*, vol. 37, no. 1, 1978, pp. 15–65.
- [4] Guérout, Martial. *Spinoza I : Dieu (Éthique, I)*. Paris : Aubier-Montaigne, 1968.
- [5] Bennett, Jonathan. *A Study of Spinoza’s Ethics*. Indianapolis : Hackett, 1984.
- [6] Mèlès, Baptiste. “Pratique mathématique et lecture de Spinoza.” *Méthodos*, no. 19, 2019.
- [7] Mèlès, Baptiste. “L’Éthique de Spinoza en Coq.” GitHub Repository, 2017-2018. <https://github.com/BapMel/ethicoq>.
- [8] Gentzen, Gerhard. “Investigations into Logical Deduction.” In *The Collected Papers of Gerhard Gentzen*, édité par M. E. Szabo. Amsterdam : North-Holland, 1969.
- [9] Fitting, Melvin. *Proof Methods for Modal and Intuitionistic Logics*. Dordrecht : Reidel, 1983.
- [10] Lassaigne, R. et de Rougemont, M. (2004). Logique et fondements de l’informatique : logique du premier ordre, théorie des modèles, calculabilité, lambda-calcul et programmation fonctionnelle, complexité, logiques non classiques, déduction naturelle. Hermes Science Publications, Paris.
- [11] Cori, René, et Daniel Lascar. *Logique mathématique*. Paris : Dunod, 2003.
- [12] Coq Development Team. “The Coq Proof Assistant.” <https://coq.inria.fr/>.
- [13] Pommeret, Luc. “Projet Spinoza : Formalisation en Coq des propositions du Livre I de l’Éthique.” GitHub Repository, 2025. <https://github.com/l-pommeret/Projet-Spinoza>.
- [14] Coquand, Thierry, et Gérard Huet. “The Calculus of Constructions.” *Information and Computation*, 1988.
- [15] Vidal-Rosset, Joseph. “L’argument d’Anselme en logique du premier ordre” *Klesis - Revue philosophique*, 2020.