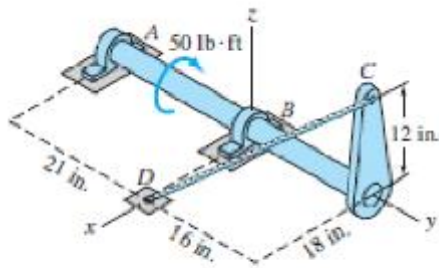
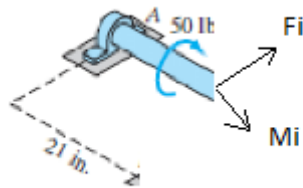


## VIGAS 3D

Calcular os esforços internos em uma viga em três dimensões é bem similar a duas dimensões, é necessário, portanto, adotar um sentido para o momentos e forças. Para tornar isso mais fácil, vamos pensar na viga a seguir;

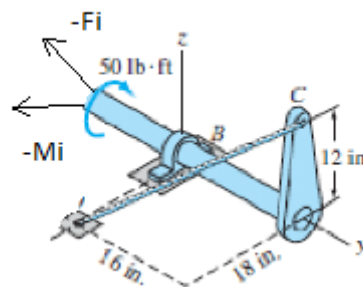


Fazendo um corte pela direita quando  $0 < x < 21\text{in}$ ;



Ou seja, a força a e o momento são positivos.

Agora, fazendo o mesmo corte só que pela esquerda ( $0 < x < 21\text{in}$ );



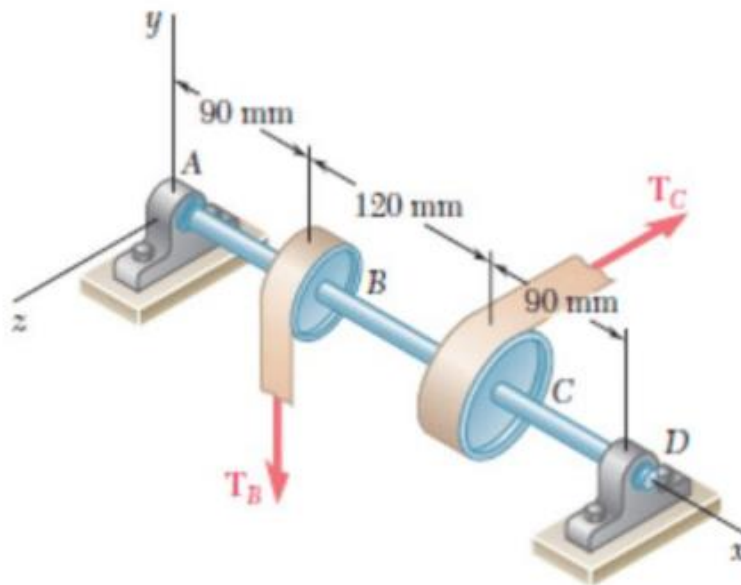
Ou seja, adotamos a força e o momento como negativos.

Uma coisa que vale ser lembrada também é que o somatório de Forças  $F_i$  possui três componentes; a força normal que é na direção axial e duas cisalhantes que são nas outras duas direções, perpendiculares à seção transversal. Já para o momento, temos

o momento Torsor que é na direção axial e o fletor nas direções perpendiculares à seção transversal.

### Exemplo 1

O raio do carretel em B é de 30 mm e o raio do carretel em C é de 40 mm. Sabendo que  $T_B = T_C = 80\text{ N}$  e que o sistema possui rotação constante, determine as reações em A e D, o momento fletor e força cortante de A até D, desconsiderando reações na direção axial em A e D.



Temos;

$$F_A = \langle 0, A_y, A_z \rangle$$

$$F_D = \langle 0, D_y, D_z \rangle$$

$$T_B = \langle 0, -80, 0 \rangle$$

$$T_C = \langle 0, 0, -80 \rangle$$

Como o sistema encontra-se em equilíbrio

$$\sum F_x = 0 \quad (I)$$

$$\sum F_y = A_y + D_y - 80 = 0 \quad (II)$$

$$\sum F_z = A_z + D_z - 80 = 0 \quad (III)$$

Fazendo o somatório de momentos em A,

$$\sum M_A = (0,09i + 0,03k) \times (-80j) + (0,21i + 0,04j) \times (-80k) + (0,3i) \times (Dyj + Dz k) \quad (IV)$$

Encontramos

$$Dy = 24N$$

$$Dz = 56 N$$

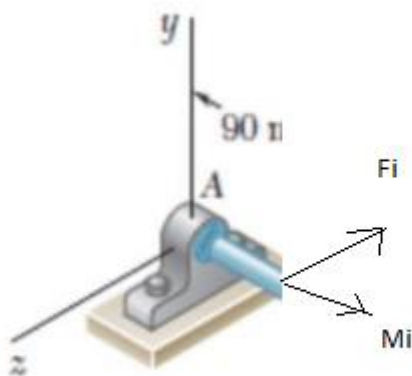
Substituindo em (I) e (II),

$$Ay = 56N$$

$$Az = 24 N$$

### Corte 1

$$0 < x < 90mm$$



$$\sum F = \langle 0, 56, 24 \rangle + \langle N, Vy, Vz \rangle = 0$$

$$N = 0$$

$$Vy = -56N$$

$$Vz = -24N$$

$$\sum M = (xi) \times (56j + 24k) + \langle T, My, Mz \rangle = 0$$

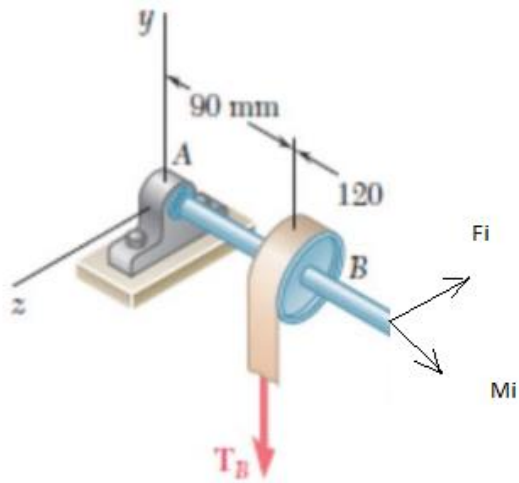
$$T = 0$$

$$M_y = 24x \text{ N.mm}$$

$$M_z = -56x \text{ N.mm}$$

## Corte 2

$$90\text{mm} < x < 210 \text{ mm}$$



$$\sum F = \langle 0, 56, 24 \rangle + \langle 0, -80, 0 \rangle + \langle N, V_y, V_z \rangle = 0$$

$$N = 0$$

$$V_y = 24\text{N}$$

$$V_z = -24\text{N}$$

$$\sum M = (xi)x(56j + 24k) + (x - 90i + 30k) + (-80j) + \langle T, M_y, M_z \rangle = 0$$

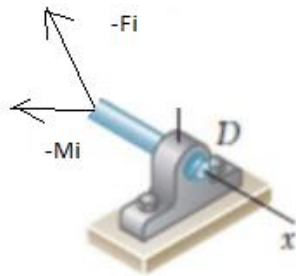
$$T = -2400 \text{ N.mm}$$

$$M_y = -24x$$

$$M_z = 24x - 7200 \text{ N.mm}$$

### Corte 3

$$210\text{mm} < x < 300\text{ mm}$$



$$\sum F = \langle 0, 24, 56 \rangle - \langle N, V_y, V_z \rangle = 0$$

$$N = 0$$

$$V_y = 24\text{N}$$

$$V_z = 56\text{N}$$

$$\sum M = (300 - xi)x(24j + 56k) - \langle T, M_y, M_z \rangle = 0$$

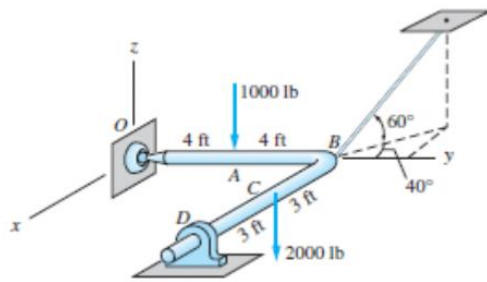
$$T = 0$$

$$M_y = 56x - 16800\text{ N.mm}$$

$$M_z = 7200 - 24x\text{ N.mm}$$

### Exemplo 2

Calcule os esforços internos no sistema abaixo



Primeiro, decompondo T

$$T_z = T \sin 60^\circ k$$

$$T_{xy} = T \cos 60^\circ$$

$$T_y = T \cos 60^\circ \cdot (\cos 40^\circ) j$$

$$T_x = T \cos 60^\circ \cdot (\sin 40^\circ) i$$

Ou seja,

$$T_z = 0,866 T k$$

$$T_y = 0,383 T j$$

$$T_x = -0,3214 T i$$

$$F_1 = -1 \text{ KN } k$$

$$F_2 = -2 \text{ KN } k$$

$$F_D = \langle 0, D_y, D_z \rangle$$

$$F_O = \langle O_x, O_y, O_z \rangle$$

Fazendo o somatório de forças, uma vez que o sistema encontra-se em equilíbrio;

$$\sum F = \langle O_x, O_y, O_z \rangle + \langle 0, D_y, D_z \rangle + \langle -0,3214 T, 0,383 T, 0,866 T \rangle$$

$$- 1 \text{ KN } k - 2 \text{ KN } k = 0 \quad (I)$$

$$\sum M_O = (4j)x(-1k) + (8j)x \langle -0,3214 T, 0,383 T, 0,866 T \rangle$$

$$+ (3i + 8j)x(-2k) + (6i + 8j)x(D_y j + D_z k) = 0 \quad (II)$$

Resolvendo e substituindo as equações encontramos,

$$T = -7,778 \text{ KN}$$

$$D_z = 0$$

$$D_y = -9,98 \text{ KN}$$

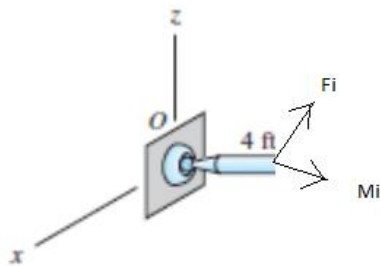
$$O_x = -2,5 \text{ KN}$$

$$O_y = 15,959 \text{ KN}$$

$$O_z = 6,736 \text{ KN}$$

### Corte 1

$$0 < y < 4 \text{ m}$$



$$\sum F = \langle -2,5, 15,959, 6,736 \rangle + \langle V_x, N, V_z \rangle = 0$$

$$N = -15,956 \text{ N}$$

$$V_x = 2,5 \text{ N}$$

$$V_z = -6,736 \text{ N}$$

$$\sum M = (y_j)_x \langle -2,5, 15,959, 6,736 \rangle + \langle M_x, T, M_z \rangle = 0$$

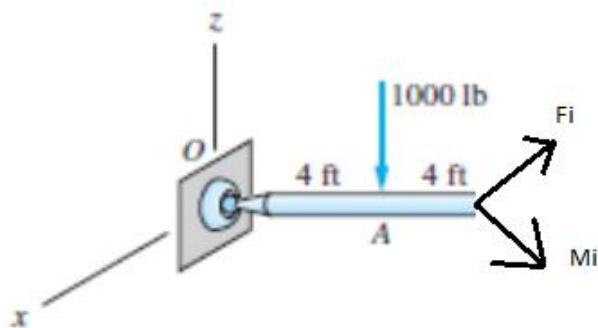
$$T = 0$$

$$M_x = -2,5 \text{ N.m}$$

$$M_z = -6,736 \text{ N.m}$$

## Corte 2

$$4\text{m} < y < 8\text{m}$$



$$\sum F = \langle -2,5, 15,959, 6,736 \rangle + (-1k) + \langle Vx, N, Vz \rangle = 0$$

$$N = -15,956\text{N}$$

$$Vx = 2,5\text{N}$$

$$Vz = -5,736\text{N}$$

$$\sum M = (yj)x \langle -2,5, 15,959, 6,736 \rangle + (y - 4j)x(-1k) + \langle Mx, T, Mz \rangle = 0$$

$$T = 0$$

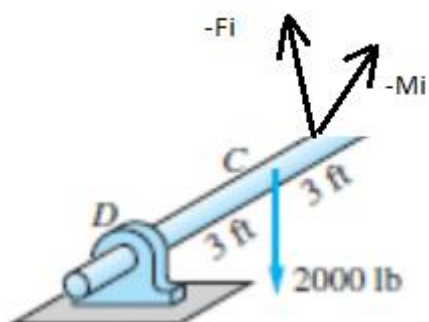
$$Mx = 4 - 5,736y \text{ N.m}$$

$$Mz = -2,5y \text{ N.m}$$

## Corte 3

$$y = 8\text{m}$$

$$0 < x < 3\text{m}$$





$$\sum F = (-2k) - \langle N, V_y, V_z \rangle + (-9,98j) = 0$$

$$N = 0$$

$$V_y = -9,98N$$

$$V_z = -2N$$

$$\sum M = (3 - xi)x(-2k) + (6 - xi)x(-9,98j) - \langle T, M_y, M_z \rangle = 0$$

$$T = 0$$

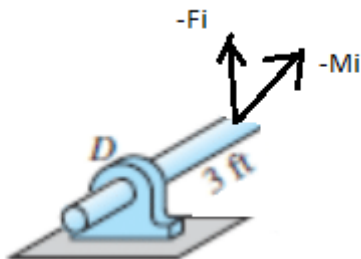
$$M_y = 6 -2x \text{ N.m}$$

$$M_z = 9,98x -59,88 \text{ N.m}$$

#### Corte 4

$$y = 8m$$

$$3m < x < 6m$$



$$\sum F = - \langle N, V_y, V_z \rangle + (-9,98j) = 0$$

$$N = 0$$

$$V_y = -9,98N$$

$$V_z = 0$$

$$\sum M = (6 - xi)x(-9,98j) - \langle T, M_y, M_z \rangle = 0$$

$$T = 0$$

$$M_y = 0$$

$$M_z = 9,98x -59,88 \text{ N.m}$$