

使用泊松分布计算抽样检测问题

企业零配件次品率检测

1 问题背景

某企业生产一种畅销电子产品，需采购两种零配件。在装配成品时，只要其中一个零配件不合格，则成品不合格。企业通过抽样检测零配件的次品率来决定是否接收供应商的零配件。在以下两种情况下，企业应如何确定抽样检测方案？

- 95% 的信度下认定零配件次品率超过标称值，则拒收该批零配件。
- 90% 的信度下认定零配件次品率不超过标称值，则接收该批零配件。

2 泊松分布模型

假设供应商的次品率为 p ，企业从供应商处抽取 n 个零配件进行检测。泊松分布适用于样本量大且次品率较低的场景。泊松分布的参数 λ 为：

$$\lambda = n \times p_0$$

其中， p_0 为供应商声明的次品率（标称值）， n 为抽样数。

泊松分布的概率质量函数（PMF）为：

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

其中， X 为次品数量， k 为检测到的次品个数， λ 为预期的次品数量。

3 计算步骤

3.1 确定拒收和接收的条件

1. **95% 信度下的拒收条件**：

- 零假设： $p \leq p_0$ （零配件的次品率不超过 10%）。- 备择假设： $p > p_0$ （零配件的次品率超过 10%）。
- 在 95% 的信度下拒收该批零配件，即找到 k 值使得：

$$P(X \geq k) = 1 - P(X < k) < \alpha_0$$

其中， $\alpha_0 = 0.05$ 。

2. **90% 信度下的接收条件**：

- 在 90% 信度下接收，即找到 k 值使得：

$$P(X \leq k) > 1 - \beta_0$$

其中， $\beta_0 = 0.10$ 。

3.2 计算次品数量的范围

根据泊松分布的概率质量函数，可以计算不同 k 值下的次品数量概率。定义 k 为次品数量， $\lambda = n \times p_0$ ，通过泊松分布的公式：

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

可以求出不同次品数量 k 下的概率。利用泊松分布的累积分布函数（CDF）计算 $P(X \leq k)$ ，从而确定满足 95% 和 90% 信度下的阈值 k 。

4 示例计算

假设企业抽取了 $n = 100$ 个零配件，供应商声明次品率 $p_0 = 0.1$ ，即标称次品率为 10%。

1. 泊松分布的参数 λ 计算为：

$$\lambda = 100 \times 0.1 = 10$$

2. 根据泊松分布的累积分布函数和生存函数确定：

- **95% 信度下的拒收阈值**：当检测到 $X \geq 15$ 个次品时，拒收该批次零配件。 - **90% 信度下的接收阈值**：当检测到 $X \leq 30$ 个次品时，接收该批次零配件。

5 总结

使用泊松分布能够简化次品率检测问题中的抽样方案计算，特别是在次品率较低的情况下。通过设定拒收和接收的条件，可以在不同的信度下做出决策，帮助企业提高决策效率。