

# 作业20241011

## 1 模型定义

在存货管理中，我们使用经济订货量（EOQ）模型来确定最优订货批量和订货周期。

### 1.1 1.1 不允许缺货模型

假设：

- $D$ : 年需求量
- $S$ : 每次订货成本
- $H$ : 每单位存货的年持有成本
- $C$ : 每单位商品的采购成本

总费用公式为：

$$TC = \frac{D}{Q}S + \frac{Q}{2}H + DC$$

其中：

- 第一项为订货成本
- 第二项为持有成本
- 第三项为商品采购成本

### 1.2 1.2 允许缺货模型

在允许缺货的情况下，假设缺货成本为  $C_{short}$ ，总费用公式变为：

$$TC = \frac{D}{Q}S + \frac{Q}{2}H + DC + C_{short}$$

## 2 确定最优订货批量 $Q^*$

### 2.1 不允许缺货模型

对总费用函数  $TC$  关于  $Q$  求导并设为零：

$$\frac{d(TC)}{dQ} = -\frac{D}{Q^2}S + \frac{H}{2} = 0$$

得到：

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}}$$

### 2.2 允许缺货模型

同样的方法，对允许缺货模型的总费用  $TC$  求导：

$$\frac{d(TC)}{dQ} = -\frac{D}{Q^2}S + \frac{H}{2} = 0$$

得到的最优订货批量为：

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}}$$

## 3 确定最优订货周期 $T^*$

最优订货周期  $T^*$  与最优订货批量相关：

$$T^* = \frac{Q^*}{D}$$

## 4 结果比较

在不允许缺货模型和允许缺货模型中，经过推导得到相同的最优订货批量  $Q^*$  和最优订货周期  $T^*$ 。这证明了在两种模型中，尽管采购成本和缺货成本的存在，最优的订货策略并没有改变。

## 5 结论

无论是在不允许缺货的情况下还是在允许缺货的情况下，增加采购货物本身的费用后，得出的最优订货批量和订货周期均保持一致。这表明，即使在不同的约束条件下，经济订货量模型依然能提供有效的决策支持。