

# P1080严谨证明

设第  $i$ 、 $j$  两个人， $i$ 、 $j$  相邻， $i$  左手  $a[i]a[j]$ 、右手  $b[i]b[j]$ ， $j$  左手  $a[j]a[j]$ 、右手  $b[j]b[j]$ 。

1. 如果  $i$  在  $j$  前面，对最终答案的影响值是  $a[0] \div b[j]a[0] \div b[j]$  ( $a[0]a[0]$  为国王左手的数， $b[j]b[j]$  为大臣  $j$  右手的数) 和  $(a[0] \times a[i]) \div b[j+1]$  ( $a[i]a[j]$  为大臣  $i$  左手的数， $b[j+1]b[j+1]$  为大臣  $j+1$  右手的数，以此类推)。
2. 如果  $j$  在  $i$  前面，对最终答案的影响值是  $a[0] \div b[i+1]a[0] \div b[i+1]$  和  $(a[0] \times a[j]) \div b[i] \div b[i]$ 。

要保持  $i$  在  $j$  前面使得答案更小，必须满足：

- $a[0] \div b[j] < a[0] \div b[i+1]a[0] \div b[j] < a[0] \div b[i+1]$  和  $(a[0] \times a[i]) \div b[j+1] < (a[0] \times a[j]) \div b[i] \div b[j+1] < (a[0] \times a[j]) \div b[i]$ 。
- 由于  $a[0]a[0]$  是固定的，所以可以去掉，得到  $1 \div b[j] < 1 \div b[i+1]1 \div b[j] < 1 \div b[i+1]$  和  $a[i] \div b[j+1] < a[j] \div b[i]a[j] \div b[j+1] < a[j] \div b[i]$ 。
- 注意到  $1 \div b[j]1 \div b[j]$  总是小于等于  $a[k] \div b[j]a[k] \div b[j]$  (其中  $a[k]a[k]$  为任意大臣左手的数)， $a[i] \div b[j+1]a[j] \div b[j+1]$  总是大于等于  $1 \div b[j+1]1 \div b[j+1]$ ，所以只需满足  $a[i] \div b[j+1] < a[j] \div b[i]a[j] \div b[j+1] < a[j] \div b[i]$ ，即  $a[i] \times b[i] < a[j] \times b[j]a[i] \times b[j] < a[j] \times b[j]$ 。