

Relatório 1º Projeto ASA 2023/2024

Grupo: AL20

Alunos: Mariana Santana (106992) e João Rodrigues (106221)

Descrição do Problema e da Solução:

O programa desenvolvido no âmbito deste projeto calcula e devolve o rendimento máximo que é possível obter no corte de uma chapa, recorrendo à implementação com Programação Dinâmica do algoritmo Knapsack aplicado a 2 dimensões.

Na função main é efetuada a recolha dos dados X, Y e n e a inserção dos valores (p) de n chapas $a \times b$ numa matriz m de dimensões $X \times Y$ de inteiros com todas as entradas inicializadas a 0. A função principal (calcMaxPrice) utiliza a matriz m e verifica para cada entrada se é mais vantajoso não cortar a chapa ou onde cortar verticalmente ou horizontalmente, e retorna o valor da última entrada da matriz (rendimento máximo).

Análise Teórica:

Função esquema da solução proposta:

$$m[i][j] = \max(m[i][j], \max(m[k][j] + m[i - k - 1][j], m[i][l] + m[i][j - l - 1])) \\ \forall k < i, l < j \quad \forall i < X, j < Y$$

Recolha e processamento dos dados de entrada, globalmente $O(n)$:

Leitura dos valores de X, Y e n e dos valores correspondentes a n chapas (ciclo que depende linearmente de n): $O(n)$;

Inserção dos valores das chapas na matriz: $O(1)$;

Aplicação do algoritmo indicado para cálculo e preenchimento da matriz m , globalmente $O(n^3)$:

Iteração de i entre 0 e X (ciclo que depende linearmente de X): $O(n)$;

Conjunto com iteração de j entre 0 e Y (ciclo que depende quadraticamente de X e Y): $O(n^2)$;

Conjunto com soma das iterações de k por i e j (ciclos de dependem linearmente de i e j , que dependem respetivamente de X e Y , prevalecendo para cálculo da complexidade o maior valor entre os 2 últimos): $O(n^3)$;

Apresentação do resultado: $O(1)$:

Complexidade global da solução: $O(n) + O(n^3) + O(1) = O(n^3)$.

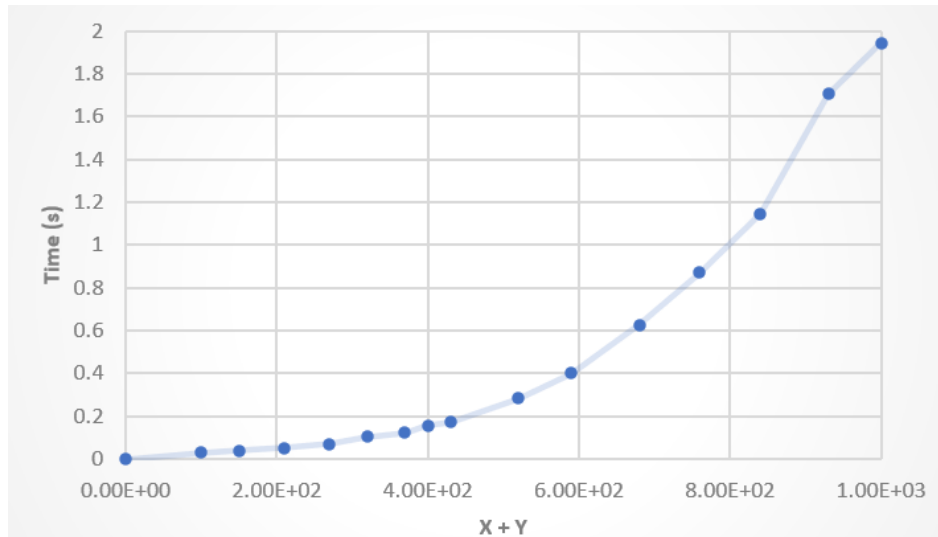
Relatório 1º Projeto ASA 2023/2024

Grupo: AL20

Alunos: Mariana Santana (106992) e João Rodrigues (106221)

Avaliação Experimental dos Resultados:

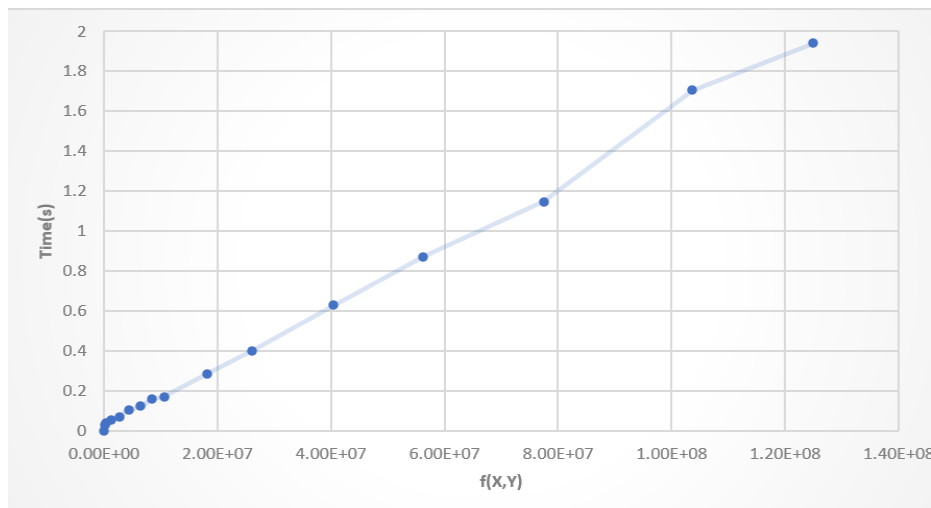
Para a elaboração deste gráfico realizamos 16 experiências com diferentes valores de X e Y e tivemos em conta a variação do tempo em função da quantidade $X + Y$.



X	Y	X + Y	Time (s)
0	0	0.00E+00	0
50	50	1.00E+02	0.03
80	70	1.50E+02	0.039
110	100	2.10E+02	0.051
150	120	2.70E+02	0.069
170	150	3.20E+02	0.103
190	180	3.70E+02	0.123
210	190	4.00E+02	0.157
230	200	4.30E+02	0.171
270	250	5.20E+02	0.285
300	290	5.90E+02	0.4
350	330	6.80E+02	0.628
390	370	7.60E+02	0.871
440	400	8.40E+02	1.147
480	450	9.30E+02	1.706
500	500	1.00E+03	1.942

Este gráfico não está de acordo com a análise teórica anterior, porque o tempo de execução não é linear nas dimensões da chapa.

Para a elaboração deste gráfico mantivemos as 16 experiências anteriores mas tivemos em conta a variação do tempo em função da quantidade $f(X,Y) = X * Y * \max(X,Y)$.



X	Y	f(X,Y)	Time (s)
0	0	0.00E+00	0
50	50	1.25E+05	0.03
80	70	4.48E+05	0.039
110	100	1.21E+06	0.051
150	120	2.70E+06	0.069
170	150	4.34E+06	0.103
190	180	6.50E+06	0.123
210	190	8.38E+06	0.157
230	200	1.06E+07	0.171
270	250	1.82E+07	0.285
300	290	2.61E+07	0.4
350	330	4.04E+07	0.628
390	370	5.63E+07	0.871
440	400	7.74E+07	1.147
480	450	1.04E+08	1.706
500	500	1.25E+08	1.942

Com este gráfico verifica-se que o tempo de execução já é linear com o valor de $f(X,Y)$ e consequentemente está em concordância com a análise teórica efetuada.