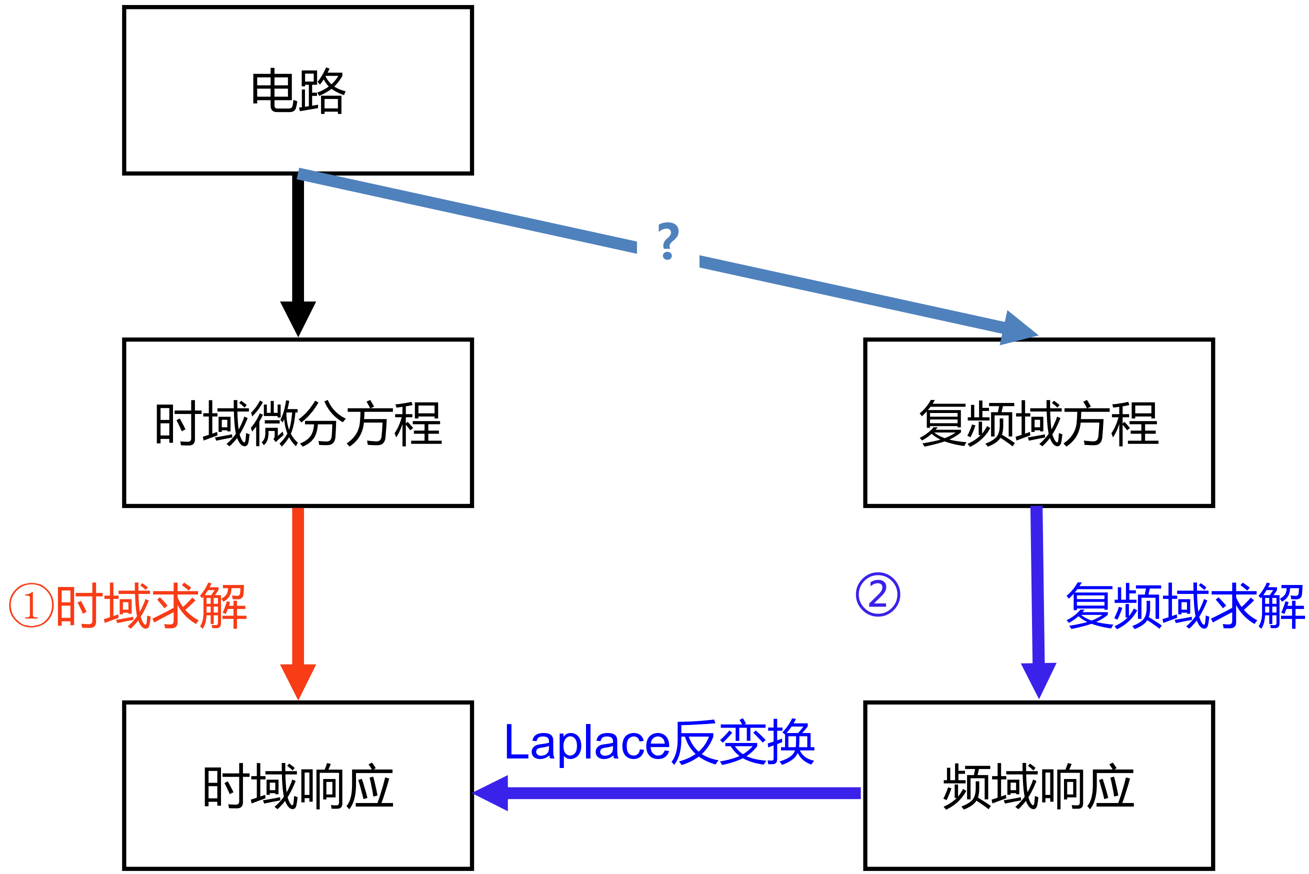
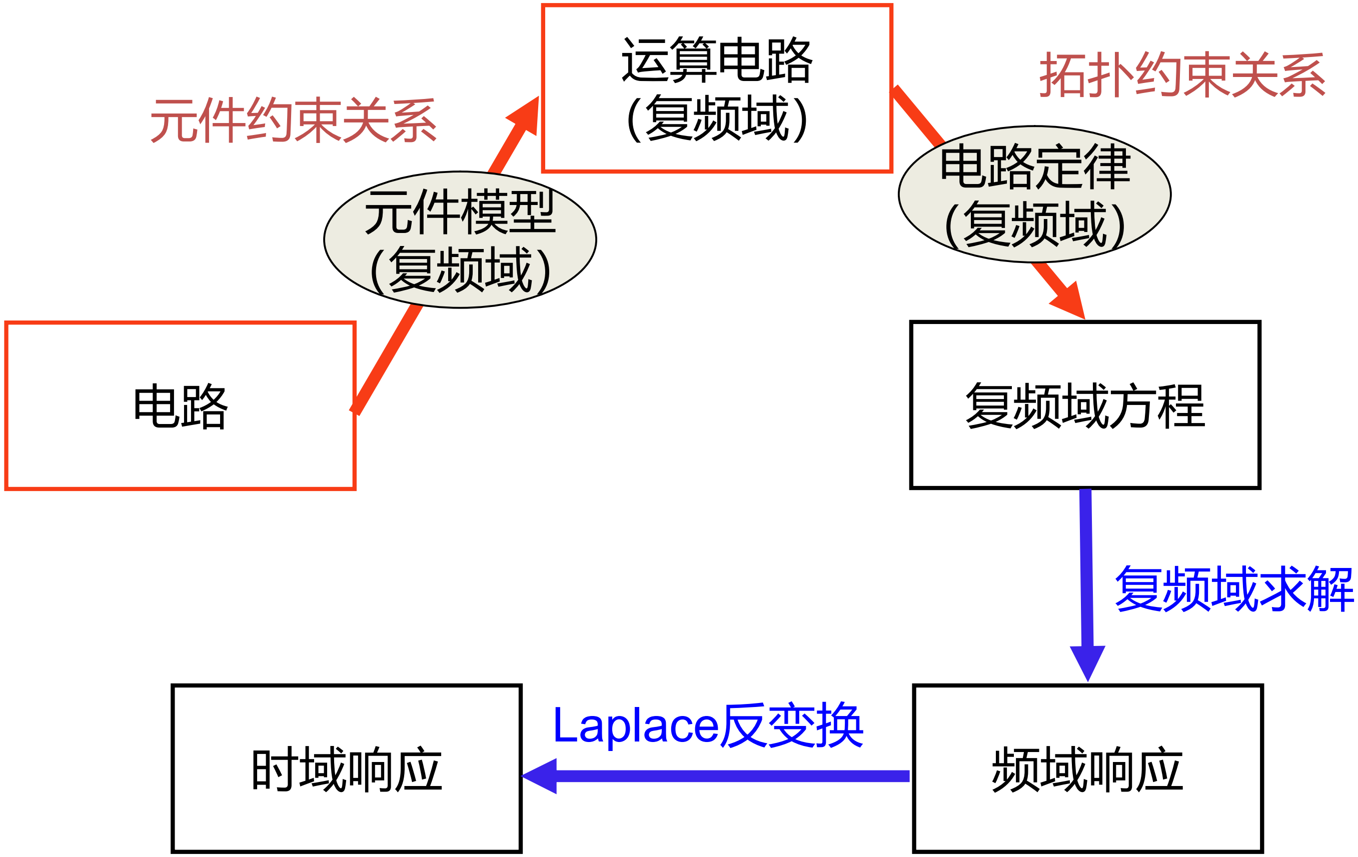
第三章 动态电路频域特性分析

3.1 动态电路复频域方程

动态电路复频域方程



动态电路复频域方程列写



复频域中的KCL、KVL

时域中的基尔霍夫定理：

KCL： $\Sigma i(t)=0$

KVL： $\Sigma v(t)=0$

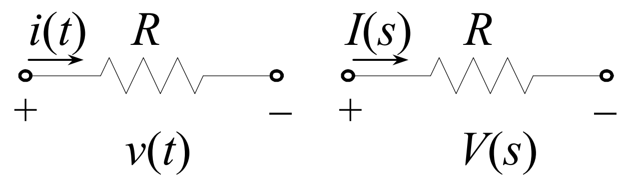
经拉普拉斯变换，得到复频域中的基尔霍夫定理：

KCL： $\Sigma I(s)=0$

KVL： $\Sigma V(s)=0$

形式一致

电阻的复频域模型



时域　　　　复频域

时域

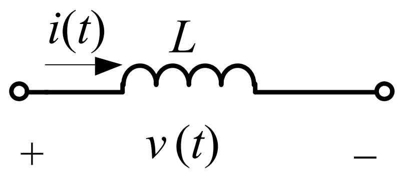
$$i(t)=\frac{v(t)}{R}$$

经拉普拉斯变换，得到复频域中电压电流的关系：

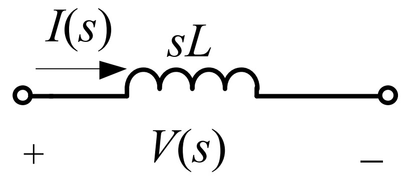
$$I(s)=\frac{V(s)}{R}$$

形式一致

零状态下电感的复频域模型



时域



复频域

(零状态)

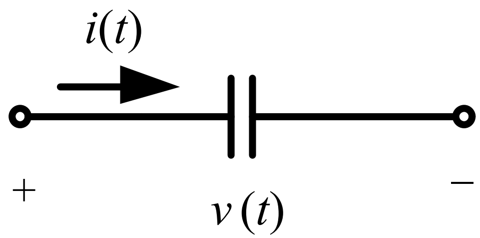
$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt} \quad \Rightarrow \quad V(s) = sLI(s)$$

零状态

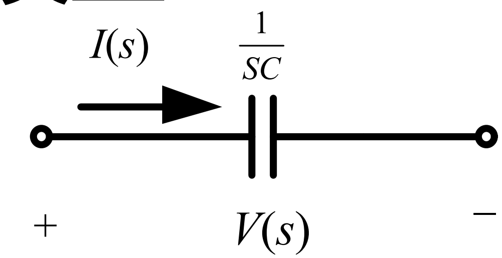
电压与电流呈线性关系（电阻的特性），比例系数为sL
故复频域中电感可用值为sL的电阻等效

$$sL\big|_{s=j\omega} = j\omega L$$

零状态下电容的复频域模型



时域



复频域 **(零状态)**

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt} \quad \overset{}{\underset{\text{零状态}}{\Rightarrow}} \quad I(s) = sCV(s) = \frac{V(s)}{1/sC}$$

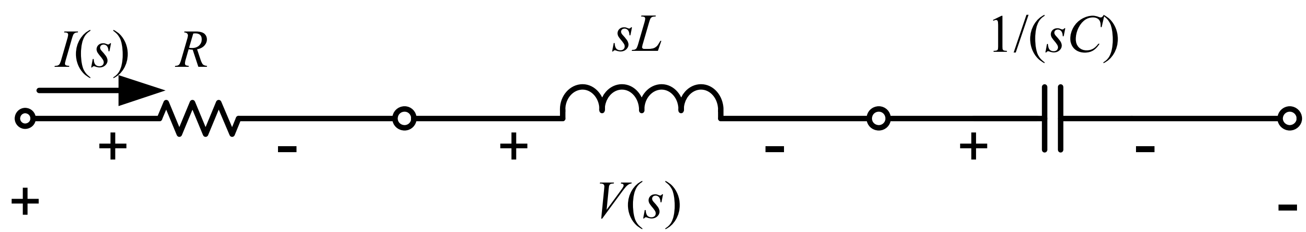
电压与电流呈线性关系（电阻的特性），比例系数为1/(sC)
故复频域中电感可用值为1/(sC)的电阻等效

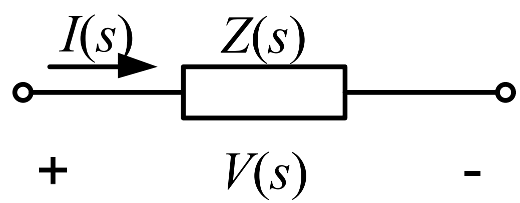
$$\left.\frac{1}{sC}\right|_{s=j\omega} = \frac{1}{j\omega C}$$

阻抗和导纳

- 频域中，元件电压电流关系 $V(\omega) = Z(\omega) I(\omega)$
- 阻抗 $Z(\omega) = R + jX$
- R—电阻，X—电抗
- 电感对应感抗：$j\omega L$ 电容对应容抗 $\dfrac{1}{j\omega C}$
- 导纳 $Y(\omega) = \dfrac{1}{Z(\omega)} = G + jB$
- G—电导，B—电纳

零状态下串联R-L-C电路的复频域模型

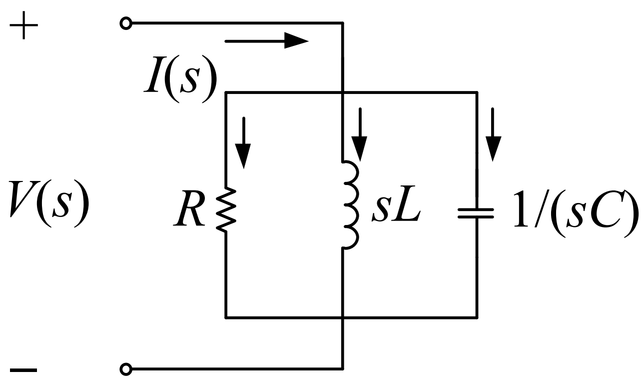


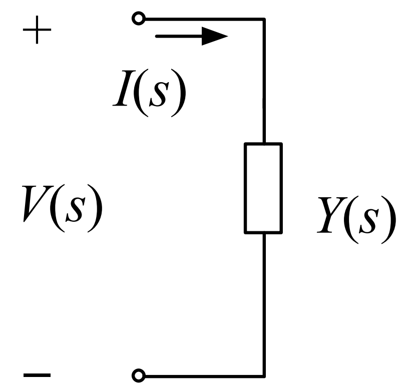


$$Z(s) = R + sL + \frac{1}{sC}$$ 称为运算阻抗，它是s的函数，相当于一个电阻

串联的R-L-C电路，复频域可用运算阻抗Z(s)表示。对于电阻，Z=R，对于电感，Z=sL，对于电容Z=1/(sC)。

零状态下并联R-L-C电路的复频域模型





$$Y_s = \frac{1}{R} + \frac{1}{sL} + sC$$ 称为运算导纳，它是s的函数，相当于一个电导

并联的R-L-C电路，复频域可用运算导纳Y(s)表示。对于电阻，Y=1/R，对于电感，Y=1/(sL)，对于电容，Y=sC。

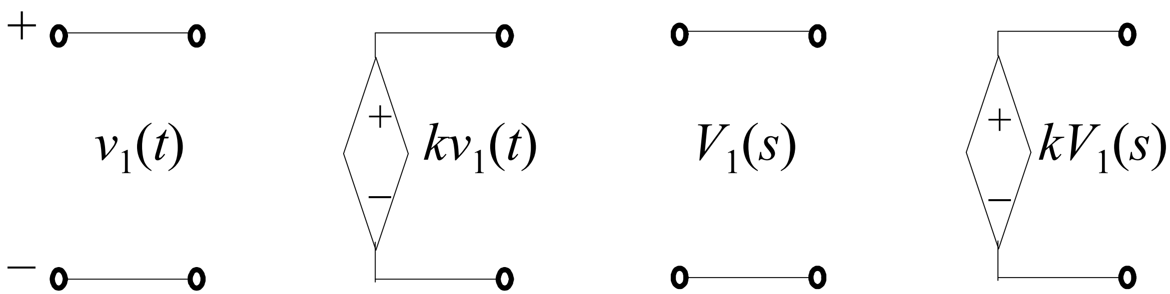
独立电源与受控源的复频域模型

对于独立电压源、电流源，需对相应的电压或电流的时域表达式，作拉普拉斯变换

$$u(t) \Rightarrow \frac{1}{s}, \quad \delta(t) \Rightarrow 1$$

对于受控源，如果控制系数为常数，则复频域中电路模型与时域中电路模型的形式一样

以压控电压源为例（***k***为常数）：

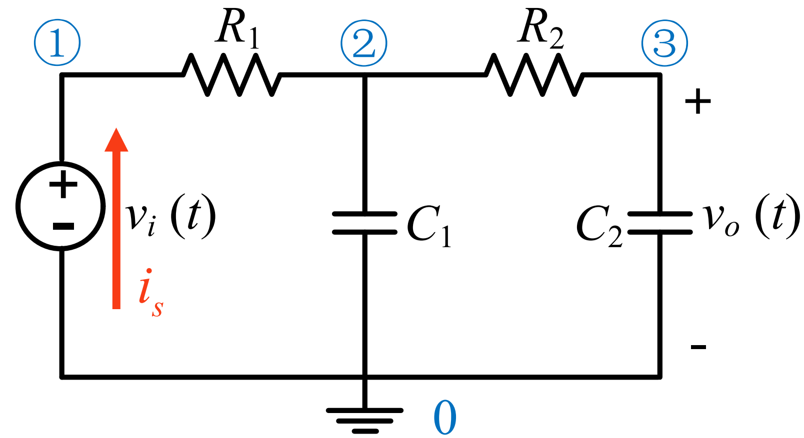


时域　　　　　　　　　　　　复频域

形式一致

二阶RC电路微分方程列写

$v_i(t)=u(t)$



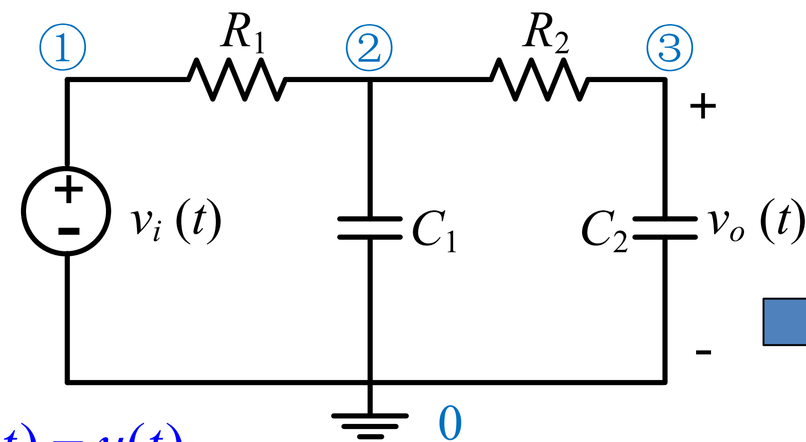
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} & 0 & -1 \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ i_s \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ i_s \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ v_i \end{bmatrix}$$

二阶RC电路复频域方程

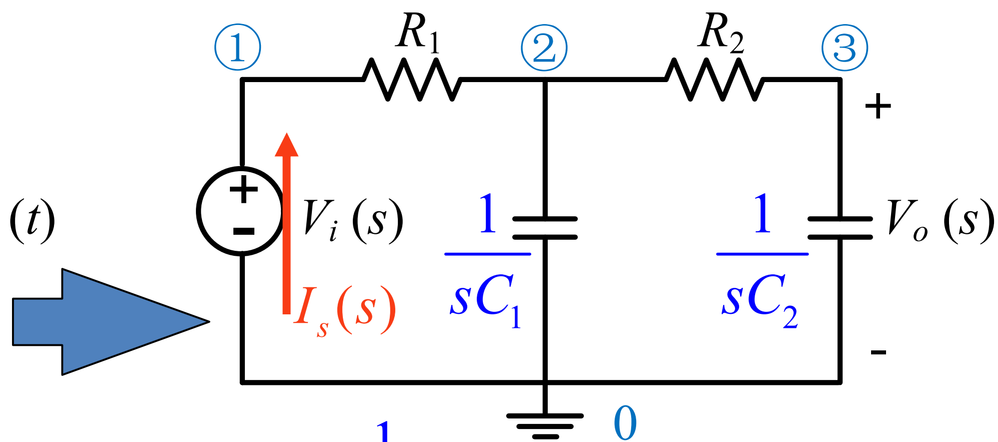
拉普拉斯变换 $v(t) \leftrightarrow V(s), \quad \frac{d}{dt}v(t) \leftrightarrow sV(s)$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} & 0 & -1 \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+sC_1 & -\frac{1}{R_2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+sC_2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

二阶RC电路复频域方程列写



$v_i(t) = u(t)$



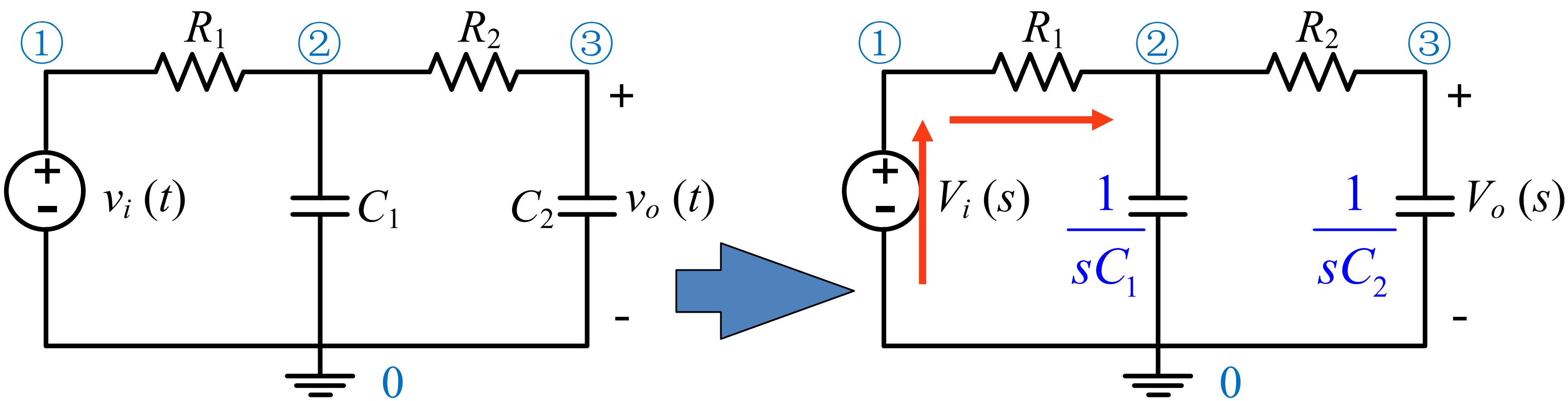
$V_i(s) = \frac{1}{s}$

变量 V_1, V_2, V_3, I_s

增加约束方程

$$V_1 = V_i = \frac{1}{s}$$

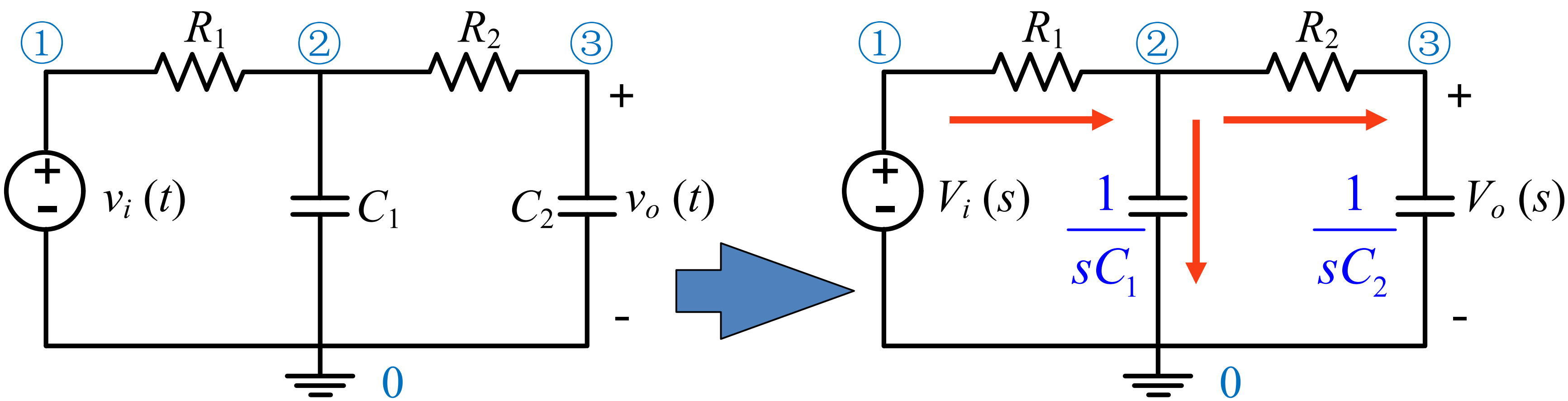
二阶RC电路复频域方程列写



节点①

$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} - I_s = 0$$

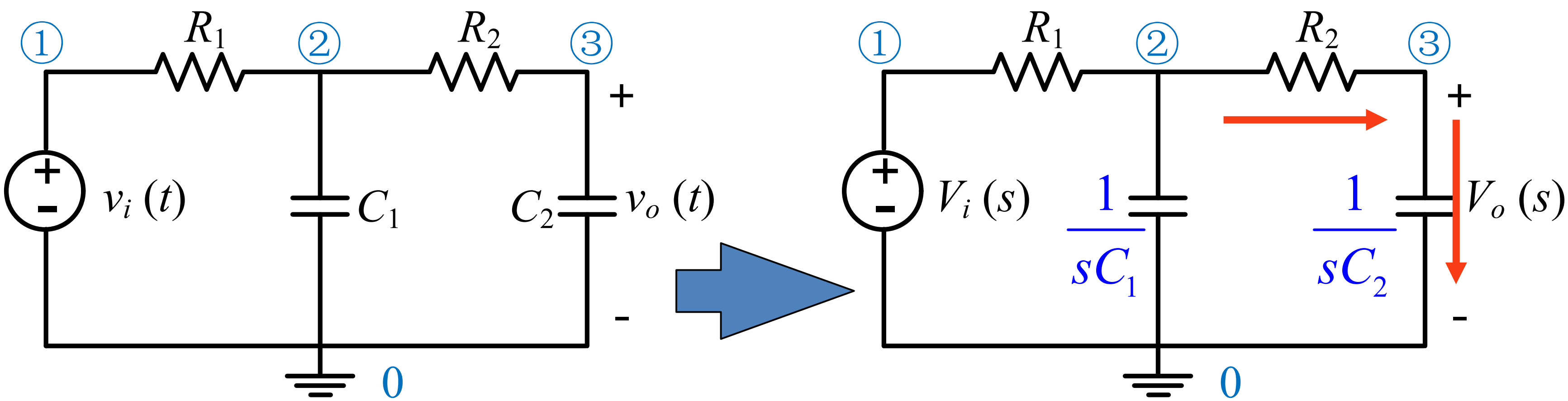
二阶RC电路复频域方程列写



节点②

$$-\frac{V_1 - V_2}{R_1} + \frac{V_2 - V_3}{R_2} + sC_1V_2 = 0$$

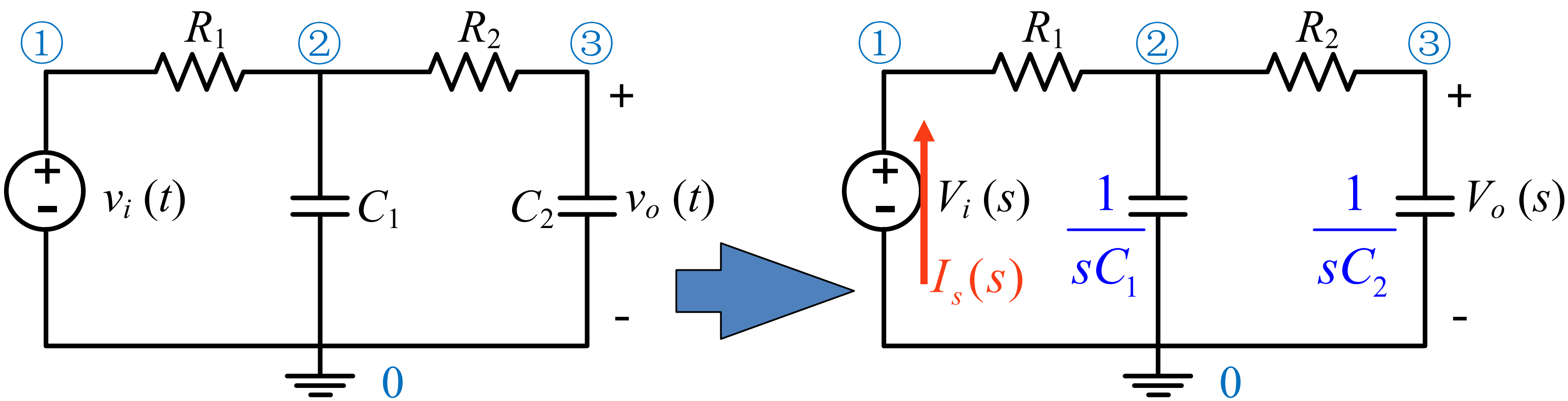
二阶RC电路复频域方程列写



节点③

$$-\frac{V_2 - V_3}{R_2} + sC_2V_3 = 0$$

二阶RC电路复频域方程列写



$v_i(t)=u(t)$

$V_i(s)=1/s$

节点①

$$\frac{V_1-V_2}{R_1}-I_s=0,\quad V_1=V_i$$

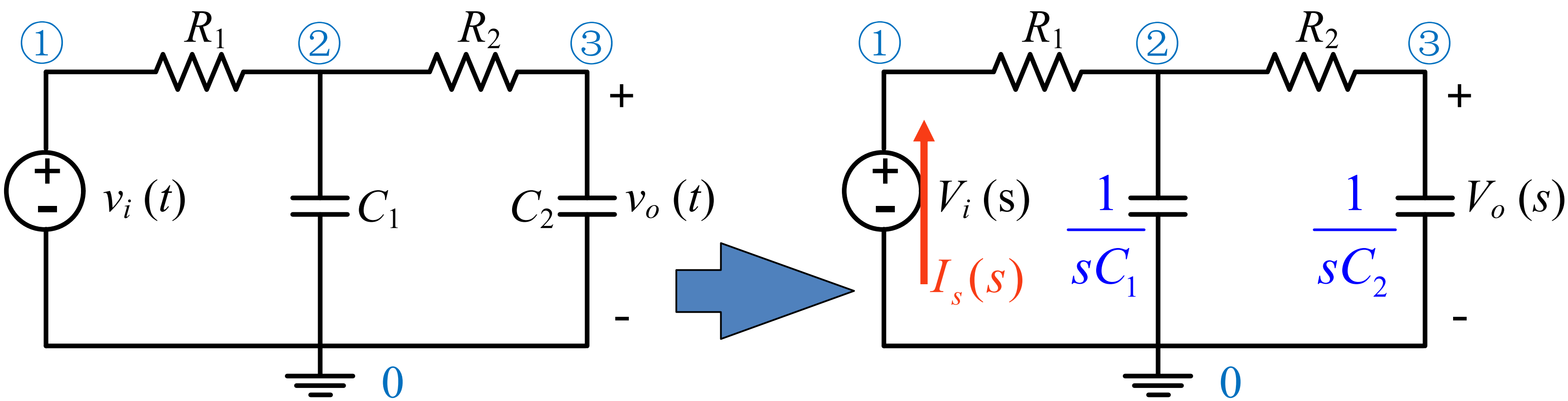
节点②

$$-\frac{V_1-V_2}{R_1}+\frac{V_2-V_3}{R_2}+sC_1V_2=0$$

节点③

$$-\frac{V_2-V_3}{R_2}+sC_2V_3=0$$

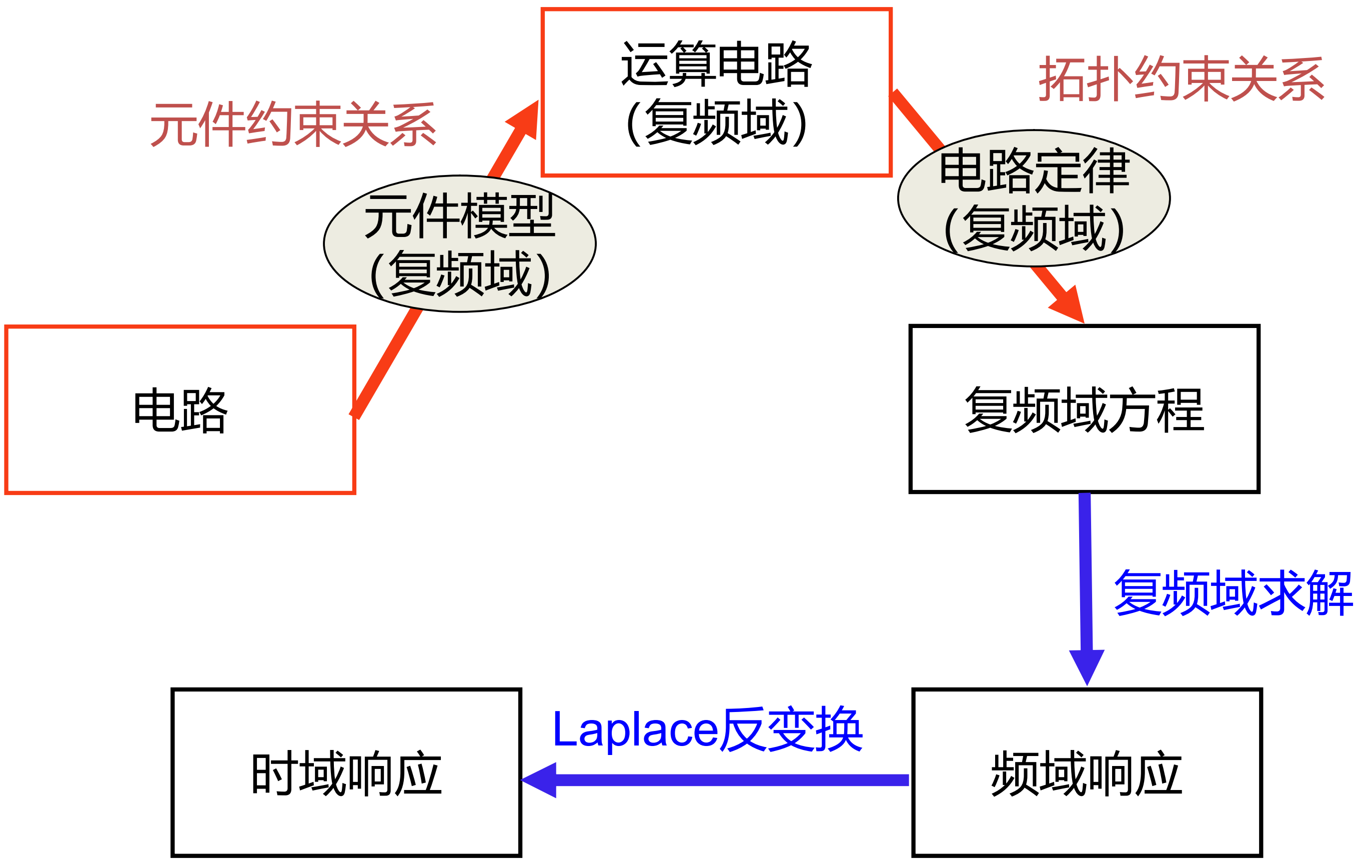
二阶RC电路复频域方程列写



$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} & 0 & -1 \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+sC_1 & -\frac{1}{R_2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+sC_2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

两种方法
结果一致

小结



运算电路
(复频域)
元件约束关系
拓扑约束关系
元件模型
(复频域)
电路定律
(复频域)
电路
复频域方程
复频域求解
Laplace反变换
时域响应
频域响应