# 第二章 动态电路瞬态特性分析

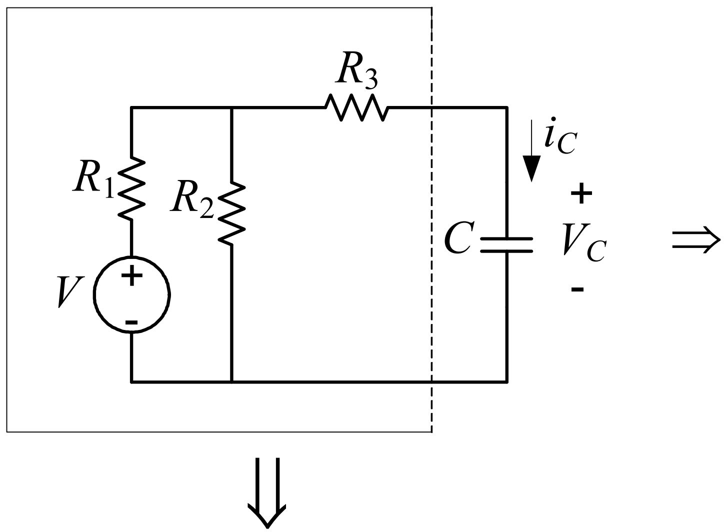
## 2.4 一阶动态电路响应

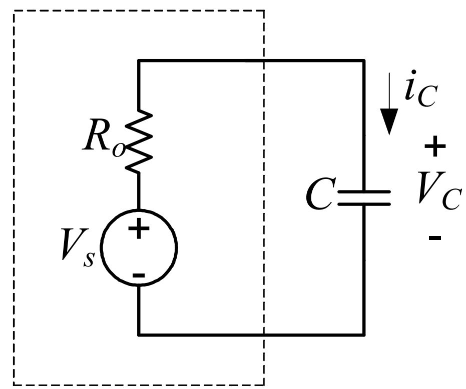
# 一阶动态电路响应

- **一阶动态电路时域响应的分解**

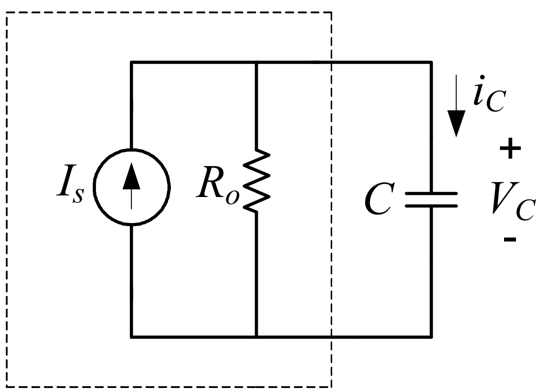
# 一阶RC电路的一般形式

**具有一个储能元件电容C的电路称为一阶RC电路**




戴维宁等效电路

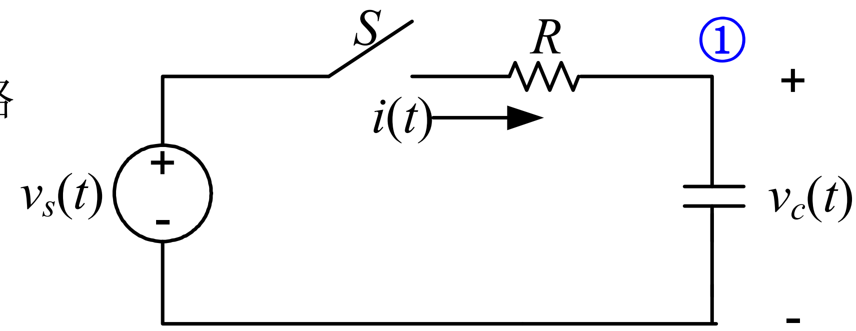



诺顿等效电路

**一阶RC电路总可用戴维宁定理或诺顿定理将其等效为一个简单的RC电路**

# 一阶RC电路响应

电源$v_s(t)$通过开关S与电阻$R$、电容$C$构成回路




t=0时刻，开关$S$闭合，电路接通，回路中有电流$i(t)$流通

**围绕节点①列写KCL方程**

$$C\frac{dv_c(t)}{dt}+\frac{v_c(t)-v_s(t)}{R}=0 \quad \rightarrow \frac{dv_c(t)}{dt}+\frac{1}{RC}v_c(t)=\frac{1}{RC}v_s(t)$$

**一阶非齐次常系数线性微分方程**

$$v_c(t)=v_{c0}e^{-\frac{t}{RC}}+\frac{1}{RC}\int_0^t e^{-\frac{1}{RC}(t-\tau)}v_s(\tau)d\tau$$

$V_{c0}$：t=0时，电容初始电压

# 一阶RC电路全响应的分解

$$v_c(t)=v_{c0}e^{-\frac{t}{RC}}+\frac{1}{RC}\int_0^t e^{-\frac{1}{RC}(t-\tau)}v_s(\tau)d\tau$$

$\tau=RC$ 时间常数

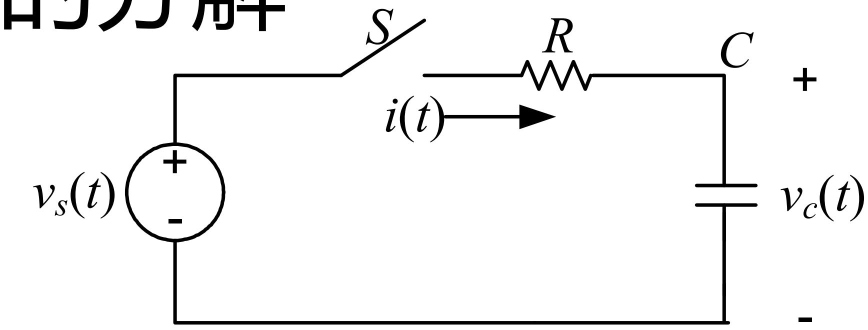
$v_{c0}e^{-\frac{t}{RC}}$ 称为零输入响应，由初始状态决定

$$\frac{1}{RC}\int_0^t e^{-\frac{1}{RC}(t-\tau)}v_s(\tau)d\tau=\int_0^t h(t-\tau)v_s(\tau)d\tau \boxed{=h(t)*v_s(t)}$$

称为零状态响应，由输出决定

$$h(t)=\frac{1}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$$ 单位冲激响应

# 一阶RC电路全响应的分解




$$v_c(t) = v_{c0}e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{1}{RC}\int_0^t e^{-\frac{1}{RC}(t-\tau)} v_s(\tau)d\tau$$

$$= v_{c0}e^{-\frac{t}{RC}} + \int_0^t h(t-\tau)v_s(\tau)d\tau$$

如果$v_s(t)$为阶跃电压，当t＞0时，$v_s(t)$为常数电压$V_s$

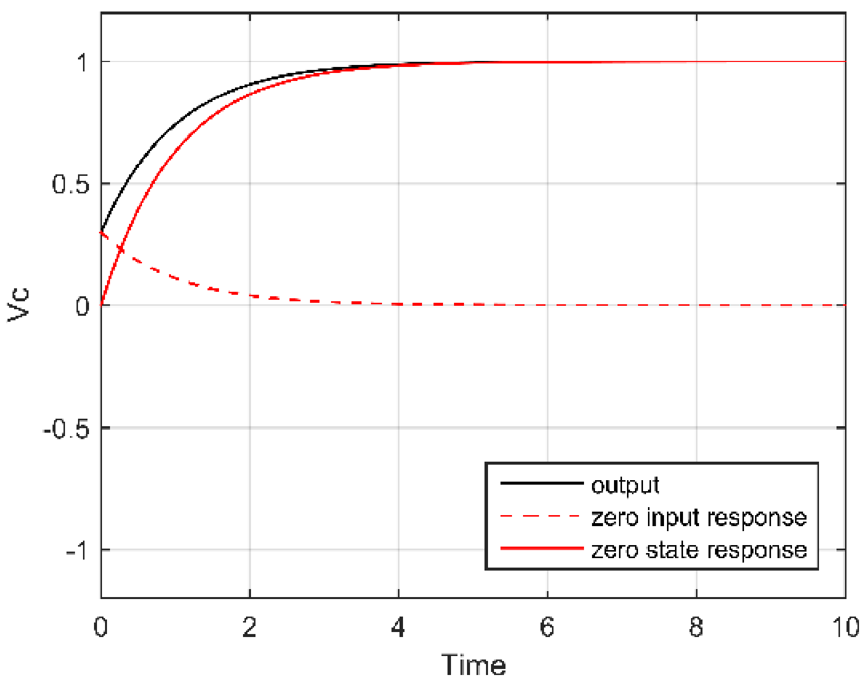
$$v_c(t) = \underbrace{v_{co}e^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{零输入响应}} + \underbrace{V_s(1-e^{-\frac{t}{RC}})}_{\text{零状态响应}}$$

$$= \underbrace{V_s}_{\text{强制响应}} + \underbrace{(v_{c0} - V_s)e^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{自由响应}}$$

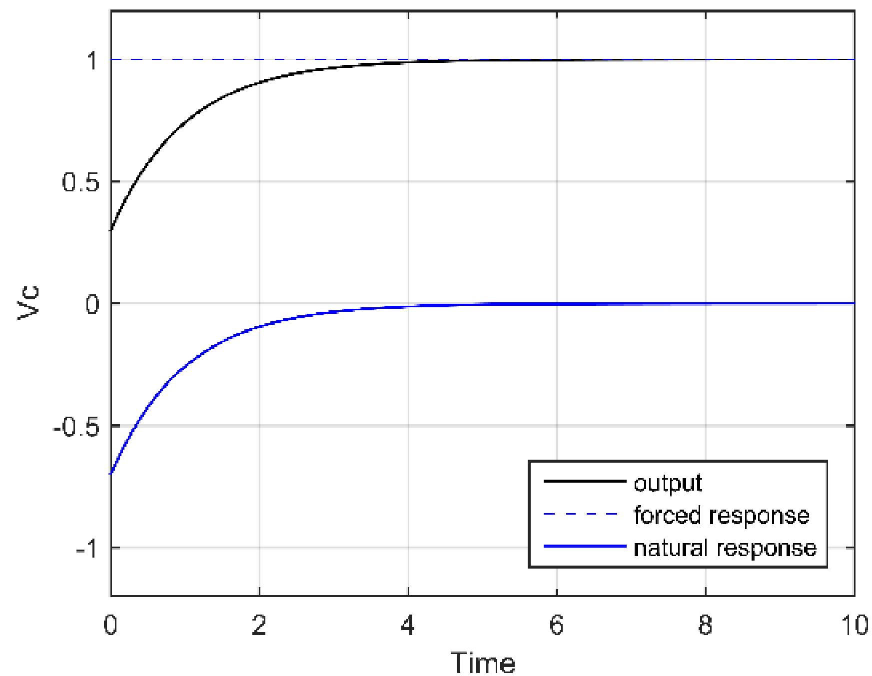
# 一阶RC电路全响应的分解

$$V_s = 1, \quad RC = 1, \quad v_{c0} = 0.3$$

- 电压幅度经过了归一化
- 时间经过了归一化




零输入响应+零状态响应

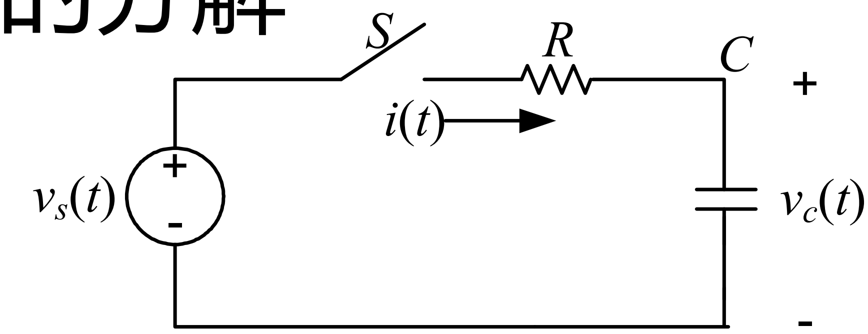



强制响应+自由响应

# 一阶RC电路全响应的分解

如果$v_s(t)$为阶跃电压

$$v_c(t) = \underbrace{V_s}_{\text{强制响应}} + \underbrace{(v_{c0} - V_s)e^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{自由响应}}$$




(1)右边第1项，以及右边括号中第2项$V_s$是时间$t$趋于无穷大时的稳态解，记为$f(\infty)$，

(2)右边括号中的第1项$v_{c0}$为初始值，记为

$f(0^+)$

(3)指数函数中时间常数 $\tau$（对于RC电路，$\tau = RC$ ）

**无需重复列写微分方程并求解的过程**

**RC电路解的一般形式**

$$f(t) = f(\infty) + \left[f(0^+) - f(\infty)\right]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

# 小结

- 一阶RC电路全响应的两种分解
  - 零输入响应与零状态响应
  - 强制响应与自由响应