第二章 动态电路瞬态特性分析

2.1 动态电路微分方程

动态电路微分方程

- 时域瞬态分析
- 瞬态情况下元件约束关系
- 描述瞬态特性的电路方程
  - 微分方程

动态电路

- 包含储能元件电感、电容的电路
- 因储能元件的存在，电路状态不能突变，需要经历一个变化过程才能从一个状态过渡到另一状态
- 过渡过程中电路的状态称为瞬态
  - 需要在时域中表述（时间t的函数）

动态电路初始状态

- 包含储能元件电感、电容
- 电路响应与初始状态有关
- 零状态初始条件：电感、电容没有储能
  - 电感初始电流为0
  - 电容初始电压为0
- 一般情况下，默认零状态初始条件

瞬态分析用激励函数

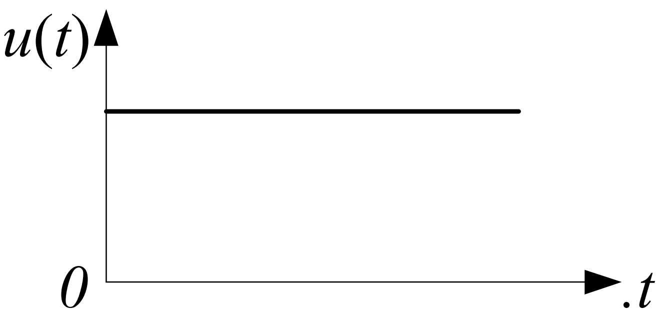
单位阶跃函数*u*(*t*)

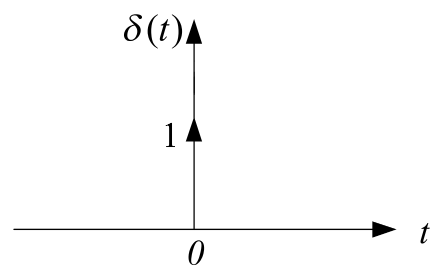
$$u(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}$$

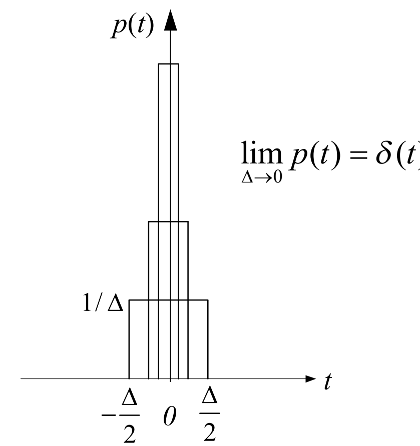
单位冲击函数 $\delta(t)$

$$\delta(t)=\begin{cases}0 & t\neq 0\\ \infty & t=0\end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1$$







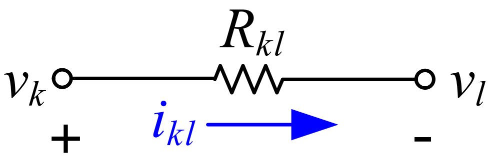
通过分析电路在单位阶跃函数或冲击函数作用下的响应得出电路的特性

单位阶跃响应

单位冲激响应

瞬态情况下基本电路元件的特性

连接于节点*k*与*l*之间的电阻R_{kl}



$v_{kl}=v_k-v_l$

$$i_{kl}=\frac{v_{kl}}{R_{kl}}=\frac{v_k-v_l}{R_{kl}}$$

连接于节点*i*、*j*之间的电压源

$$v_{ij}=const$$

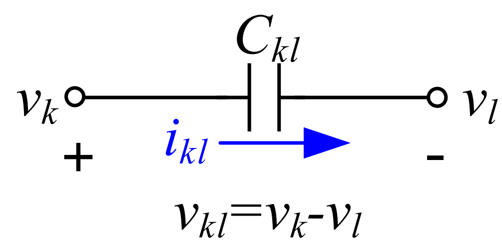
连接于节点*i*、*j*之间的电流源

$$i_{ij}=const$$

与线性电阻电路相同

瞬态情况下基本电路元件的特性

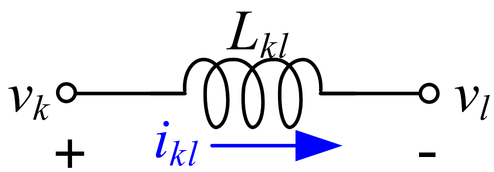
连接于节点k与l之间的电容C_{kl}



$$i_{kl}=C_{kl}\frac{dv_{kl}}{dt}=C\frac{d(v_k-v_l)}{dt}$$

瞬态情况下基本电路元件的特性

连接于节点k与l之间的电感L_{kl}



$v_{kl}=v_k-v_l$

$$v_{kl} = v_k - v_L = L_{kl}\frac{di_{kl}}{dt}$$

按节点电压法列写动态电路方程

假设零状态初始条件：电容初始电压0、电感初始电流0

电容支路：
直接按电容约束关系计算电容支路电流

电感支路：
增加流过电感的电流作为独立变量，同时增加一个电感约束方程

节点电压法列写方程

- 以节点电压为独立变量

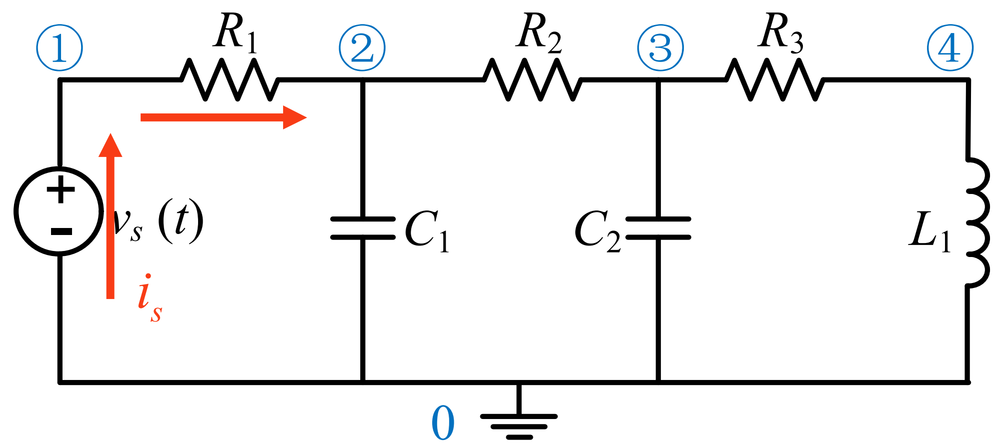
$v_1 \quad v_2 \quad v_3 \quad v_4$

- 节点①

- 增加变量i_s
  同时增加约束方程

$$-i_s + \frac{v_1 - v_2}{R_1} = 0$$

$$v_1 = v_s$$

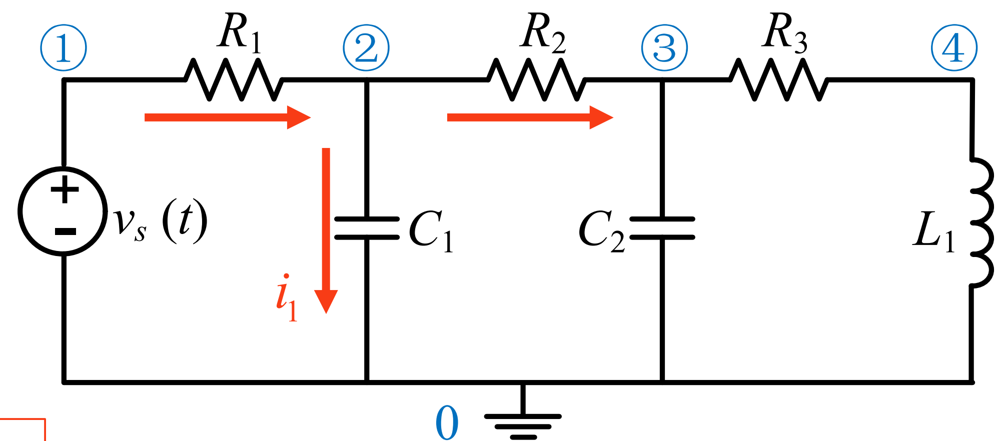


电压电流变量，均为时间t的函数

节点电压法列写方程

- 以节点电压为独立变量

$$v_1 \quad v_2 \quad v_3 \quad v_4$$



- 节点②

$$\boxed{i_1 = C_1 \frac{dv_2}{dt}}$$

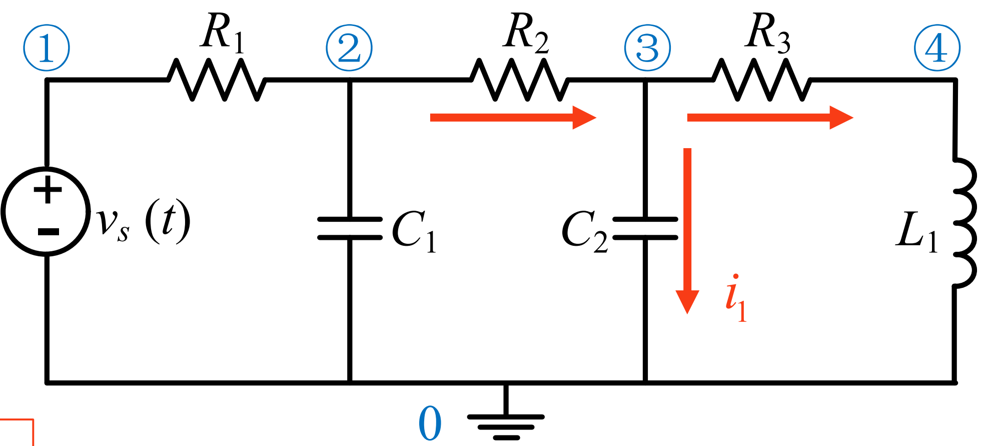
$$-\frac{v_1 - v_2}{R_1} + \frac{v_2 - v_3}{R_2} + C_1 \frac{dv_2}{dt} = 0$$

节点电压法列写方程

- 以节点电压为独立变量

$$v_1 \quad v_2 \quad v_3 \quad v_4$$

- 节点③



$$\boxed{i_2 = C_2 \frac{dv_3}{dt}}$$

$$-\frac{v_2 - v_3}{R_2} + \frac{v_3 - v_4}{R_3} + C_2 \frac{dv_3}{dt} = 0$$

节点电压法列写方程

- 以节点电压为独立变量

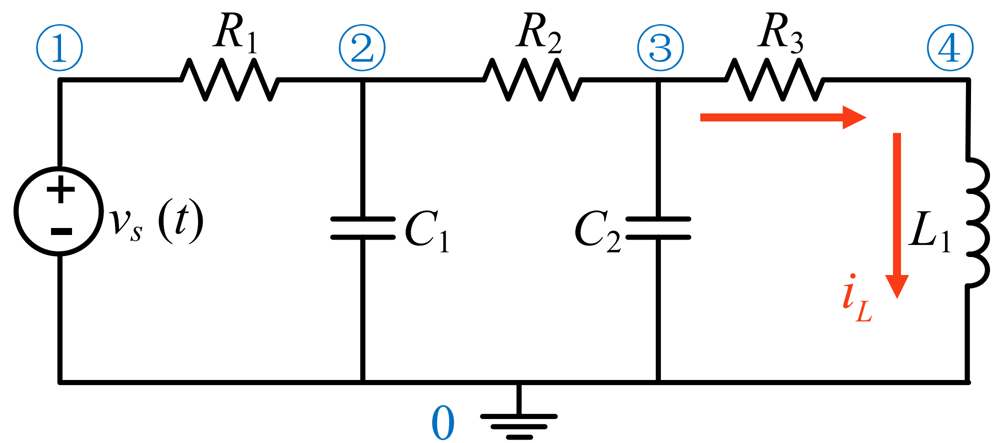
$$v_1 \quad v_2 \quad v_3 \quad v_4$$

- 节点4

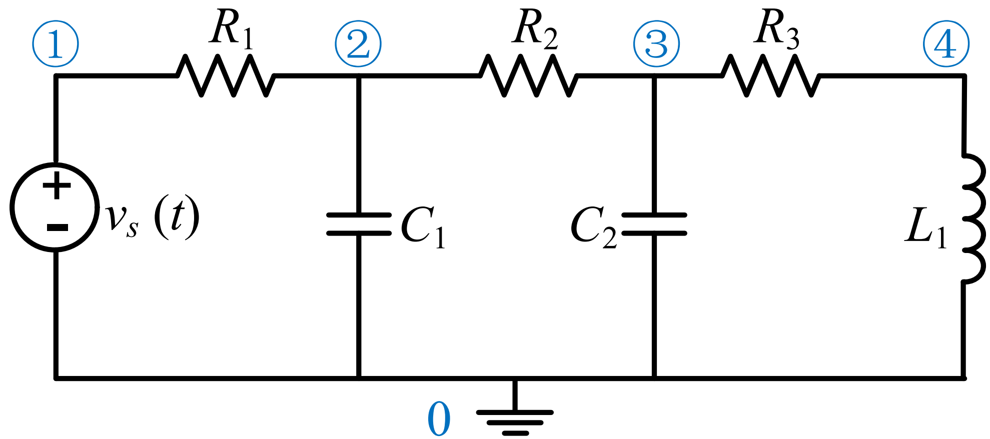
- 增加变量i_L
  同时增加约束方程

$$i_L - \frac{v_3 - v_4}{R_3} = 0$$

$$v_4 = L_1 \frac{di_L}{dt}$$



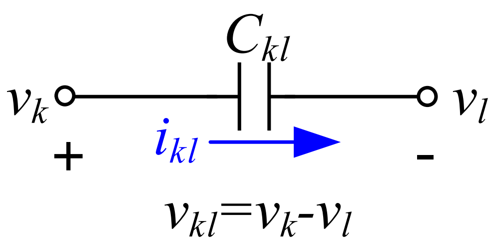
节点电压法列写方程

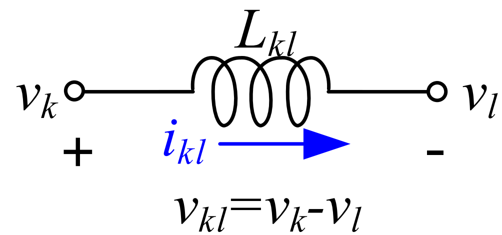


$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R_3} & \frac{1}{R_3} & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ i_s \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & L_3 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ i_s \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ v_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

小结

- 动态电路：电流电压均为时间t的函数
- 瞬态情况下元件约束关系





$$i_{kl}=C_{kl}\frac{dv_{kl}}{dt}=C\frac{d(v_k-v_l)}{dt}$$

$$v_{kl}=v_k-v_L=L_{kl}\frac{di_{kl}}{dt}$$

- 节点分析法列写电路方程
  - 微分方程