



# 第五章

## 采样、调制与通信系统



## § 5.0 引言

§ 5.1 连续时间信号的时域采样定理

§ 5.2 信号的欠采样

§ 5.3 离散时间信号的时域采样定理

§ 5.4 连续时间系统的离散时间实现

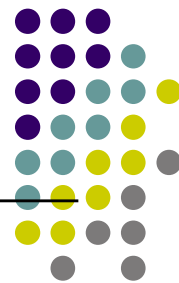
§ 5.5 正弦载波幅度调制

§ 5.6 脉冲幅度调制 (**PAM**)

§ 5.7 离散时间信号正弦幅度调制



## 5.0 引言



- 本章将介绍傅里叶变换的典型应用：采样与调制。
- 根据采样定理，在一定的条件下，连续时间信号可由其样值来表示，并可恢复原来的信号。在离散时间情况下也有类似结果。在满足采样定理的条件下，可以用离散化的方法来处理和产生连续时间信号。
- 将某一个载有信息的信号嵌入另一个信号的过程一般称为调制。调制也可理解为用一个信号去控制另一个信号的某一参量，如幅度、频率、角度等。其中控制信号通常为需要传送的载有信息的信号，称为调制信号，被控信号称为载波。将上述载有信息的信号提取出来的过程称为解调。



## § 5.0 引言

### § 5.1 连续时间信号的时域采样定理

### § 5.2 信号的欠采样

### § 5.3 离散时间信号的时域采样定理

### § 5.4 连续时间系统的离散时间实现

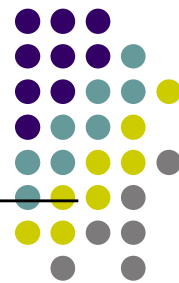
### § 5.5 正弦载波幅度调制

### § 5.6 脉冲幅度调制 (**PAM**)

### § 5.7 离散时间信号正弦幅度调制



## 5.1.1 冲激串采样：采样定理



用冲激串采样来获取信号等间隔上的采样值：

$$x_p(t) = x(t) \cdot p(t)$$

$$\text{其中 } p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) = \delta_T(t)$$

该周期冲激串  $p(t)$  称作采样函数，周期  $T$  称为采样周期， $p(t)$  的基波频率称为采样频率  $\omega_s = \frac{2\pi}{T}$ 。

$$\text{所以 } x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \delta(t - nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \delta(t - nT)$$

式中，  $x[n] = x(nT)$



## 5.1.1 冲激串采样：采样定理

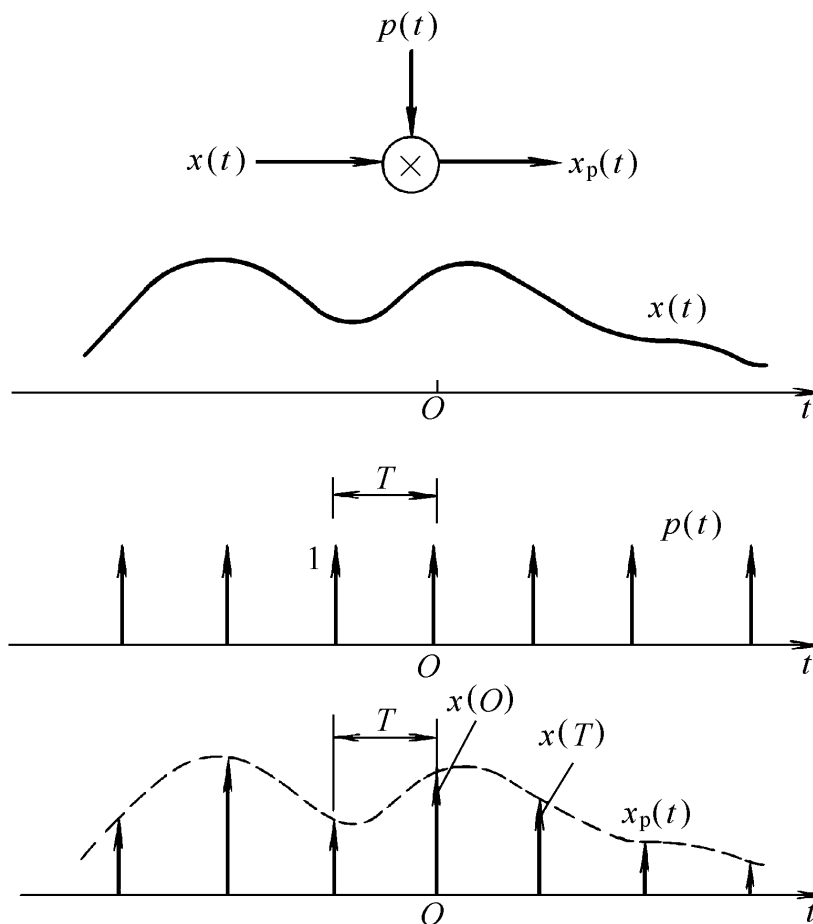
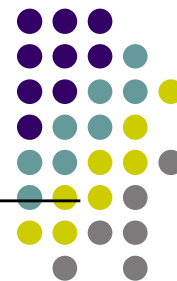


图5-1 冲激串采样



## 5.1.1 冲激串采样：采样定理



如果假设  $x(t)$  的频谱为  $X(j\omega)$ ， $p(t)$  的频谱为  $P(j\omega)$ 。

$$\text{冲激串的频谱 } P(j\omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - k\omega_s), \quad \omega_s = \frac{2\pi}{T}$$

由傅里叶变换的相乘性质：

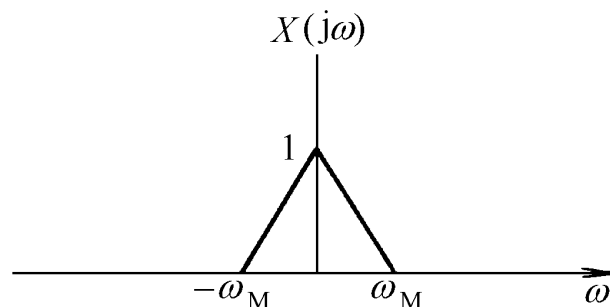
$$X_p(j\omega) = \frac{1}{2\pi} [X(j\omega) * P(j\omega)] = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(j(\omega - k\omega_s)), \quad \omega_s = \frac{2\pi}{T}$$

$X_p(j\omega)$  是频域上的周期函数，满足  $X_p(j\omega) = X_p(j(\omega \pm \omega_s))$ ，  
且由一组移位的  $X(j\omega)$  的叠加而成，但在幅度上有  $\frac{1}{T}$  的变化。

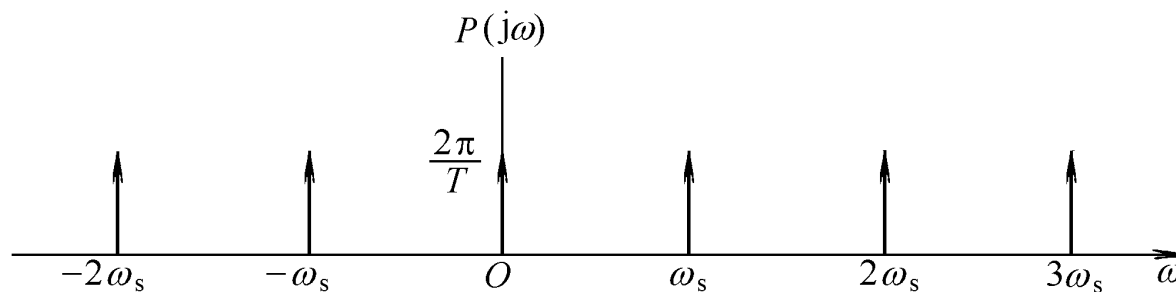


## 5.1.1 冲激串采样：采样定理

假设被采样信号  $x(t)$  是一带限信号，即  $X(j\omega) = 0, |\omega| > \omega_M$ ， $\omega_M$  为信号  $x(t)$  的最高频率。



(a)

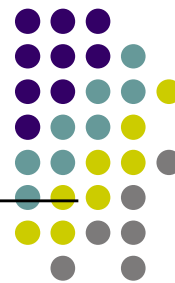


(b)

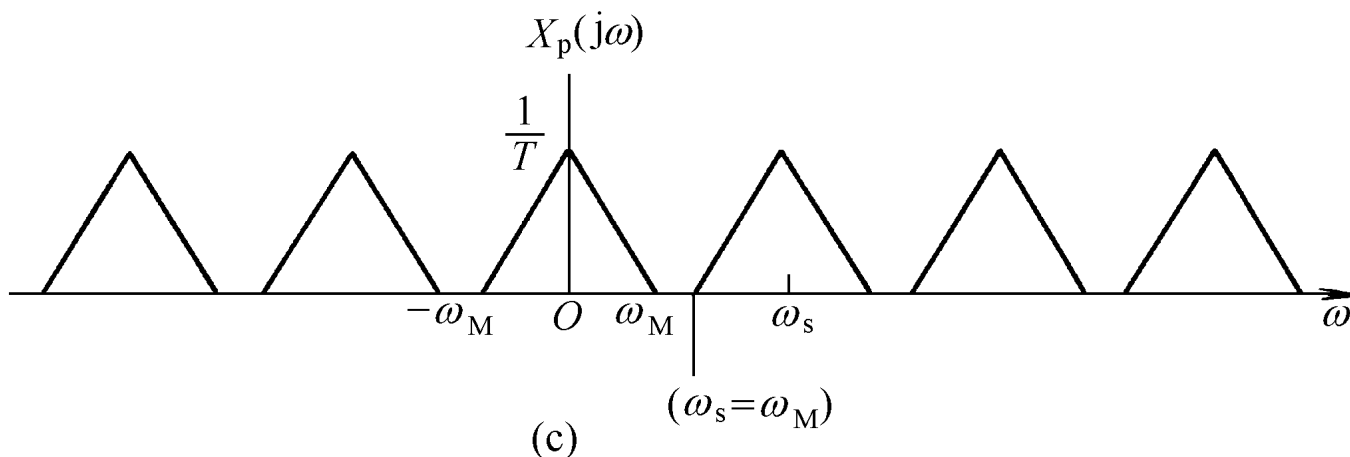




## 5.1.1 冲激串采样：采样定理



(1) 当  $\omega_s - \omega_M > \omega_M$ ，即  $\omega_s > 2\omega_M$  时，在  $X_p(j\omega)$  中，相邻移位的  $X(j(\omega - k\omega_s))$  频谱之间，并无重叠现象出现，从而在  $k\omega_s$  频率点上精确重现原信号的频谱，仅在幅度上有  $\frac{1}{T}$  的变化。





## 5.1.1 冲激串采样：采样定理



因此，当采样频率大于信号最高频率两倍时，即  $\omega_s > 2\omega_M$  时， $x(t)$  就能够完全用一个低通滤波器从  $x_p(t)$  中恢复出来，其中要求该低通滤波器的截止频率  $\omega_c$  满足：

$$\omega_M < \omega_c < (\omega_s - \omega_M)$$

和增益为  $T$ 。

一般  $\omega_c$  可取值为： $\omega_c = \frac{\omega_s}{2}$ 。

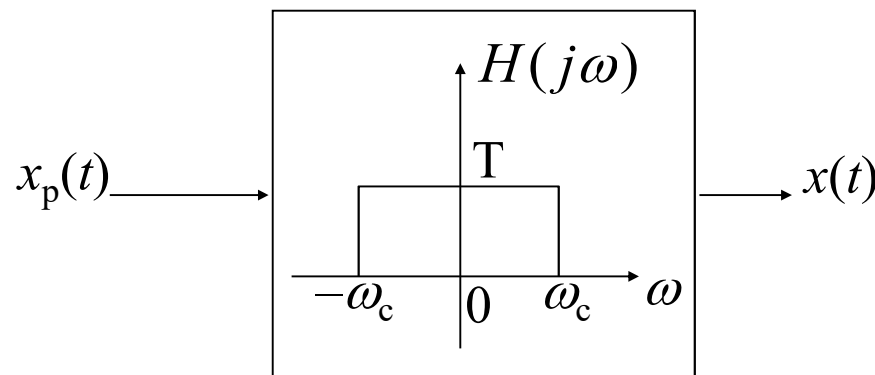
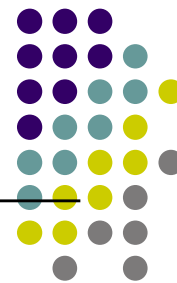


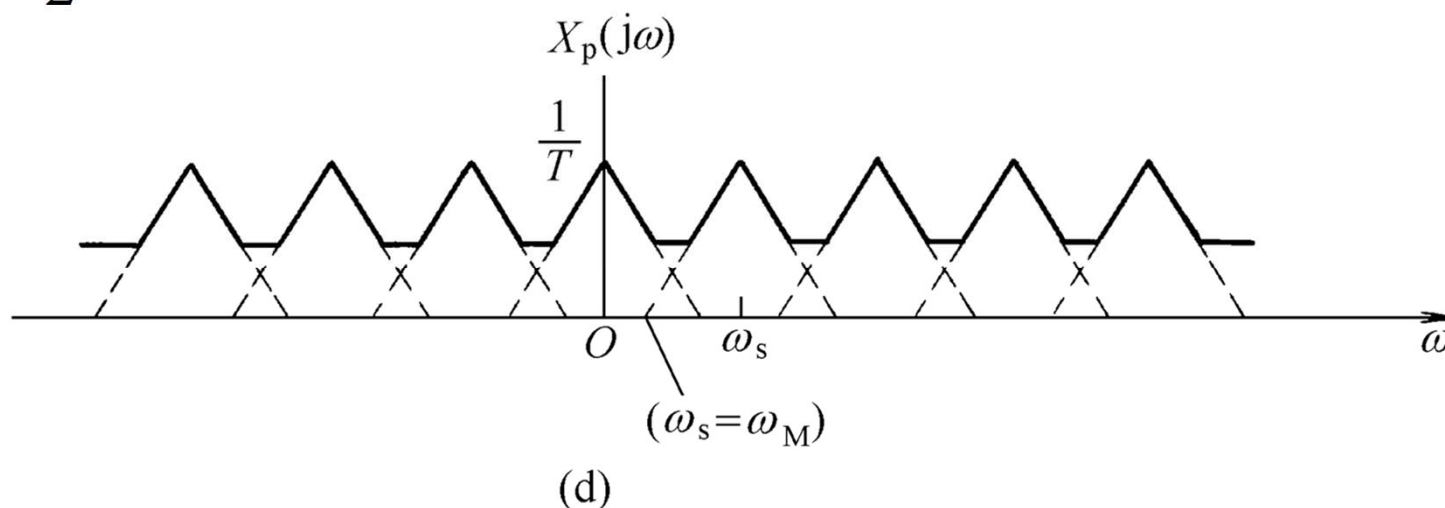
图5-3 用于恢复的低通滤波器



## 5.1.1 冲激串采样：采样定理

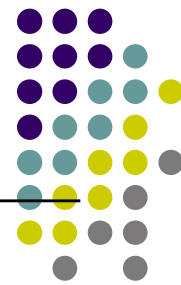


(2) 当  $\omega_s - \omega_M < \omega_M$ ，即  $\omega_s < 2\omega_M$  时  $X_p(j\omega)$  中各移位  $X(j\omega)$  之间存在重叠，这样在重叠处， $X_p(j\omega)$  就不能重显原信号的频谱。这种现象称为频谱的褶皱。当  $\omega_s < 2\omega_M$  时，由于这种褶皱， $X(j\omega)$  在  $|\omega| > \omega_s / 2$  部分的高频成份将叠加到  $X_p(j\omega)$  的  $|\omega| \leq \frac{\omega_s}{2}$  上去，从而导致所谓的假频现象，不能恢复原信号。





## 5.1.1 冲激串采样：采样定理



现在进一步考查  $x(t)$  的样值序  $x[n] = x(nT)$  的频谱，即

$$x[n] \xleftrightarrow{F} X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) e^{-j\omega n}$$

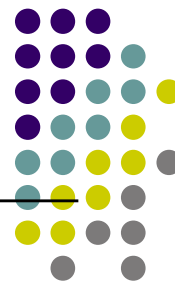
$$\text{由于 } x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \delta(t - nT),$$

$$\text{因此, } x_p(t) \text{ 频谱又可表示为 } X_p(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) e^{-j\omega n T}$$

$$\text{从而可得 } X(e^{j\omega}) = X_p(j\frac{\omega}{T})$$



## 5.1.1 冲激串采样：采样定理



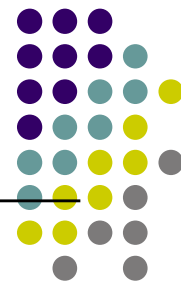
利用 $X_p(j\omega)$ 的频谱，可得信号样值序列 $x[n]=x(nT)$ 的频谱与原信号频谱之间的关系：

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(j(\omega - 2\pi k)/T)$$

当满足 $\omega_s > 2\omega_M$ 时， $X(e^{j\omega})$ 频谱没有重叠，只要将 $X(e^{j\omega})$ 乘以 $T$ 倍和作 $T\omega$ 的线性映射，就可以精确重现原信号的频谱结构。因此，在 $\omega_s > 2\omega_M$ 条件下， $x(t)$ 的样值序列 $x[n]$ 保留了其原始信号的所有信息。



## 5.1.1 冲激串采样：采样定理



采样定理：设  $x(t)$  某一带限信号，即  $X(j\omega) = 0, |\omega| > \omega_M$ 。如果采样频率  $\omega_s > 2\omega_M$ ，其中  $\omega_s = 2\pi/T$ ， $T$  为抽样周期。那么  $x(t)$  就唯一地由其样本值序列  $x[n] = x(nT)$ ， $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  所确定。

奈奎斯特率：信号最高频率的两倍，即  $2\omega_M$ 。

恢复系统：

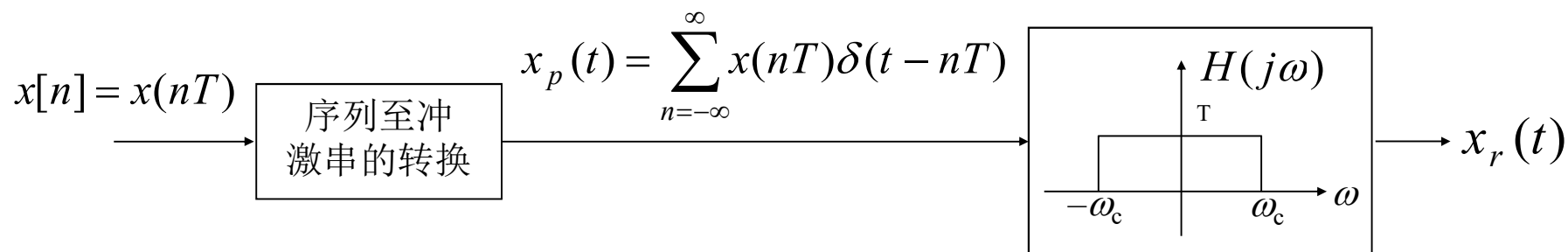


图5-4 恢复系统



## 5.1.2 用样值序列重建或表示连续时间信号

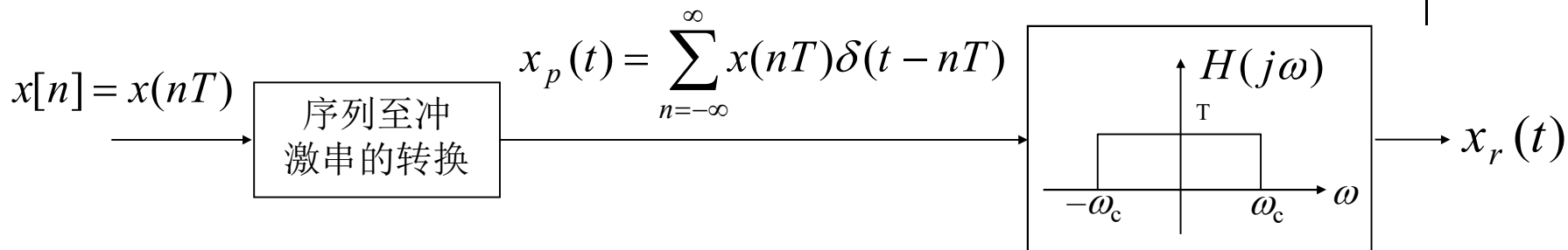
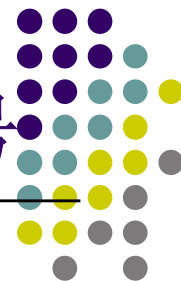


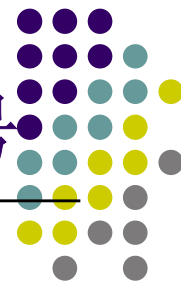
图5-4 恢复系统

内插：用样本来重建某一连续时间（某一变量）函数的过程。这一重新过程结果既可以是近似的，也可以是精确的。

我们可以用上图所示的恢复系统来考虑上述问题。如果图中的  $H(j\omega)$  为满足抽样定理的理想低通滤波器，则所得结果是精确重建。



## 5.1.2 用样值序列重建或表示连续时间信号



设图中 $H(j\omega)$ 为一低通滤波器，可以是理想低通，也可以是非理想低通。设该低通滤波器的单位冲激响应为 $h[t]$ ，以及系统的输出为 $x_r(t)$ 。

$$\begin{aligned} x_r(t) &= x_p(t) * h(t) = \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \delta(t - nT) \right) * h(t) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) h(t - nT) \end{aligned}$$

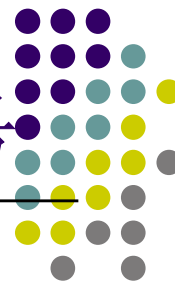
所以可由某一基本信号 $h(t)$ 的移位信号 $h(t - nT)$ 的线性组合来重建信号，而线性组合中的加权系数为信号的样值序列，该基本信号为恢复系统中低通滤波器的单位冲激响应。

选择不同的 $h(t)$ ，即不同的低通滤波器，可得不同的内插公式。





## 5.1.2 用样值序列重建或表示连续时间信号



### (1) 带限内插

当  $h(t)$  为理想滤波器时，即

$$h(t) = T \frac{\omega_c}{\pi} \text{Sa}(\omega_c t)$$

内插公式为

$$x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \frac{\omega_c T}{\pi} \text{Sa}(\omega_c (t - nT))$$

当  $\omega_c$  满足  $\omega_M < \omega_c < \omega_s - \omega_M$  时，重建是精确的。



## 5.1.2 用样值序列重建或表示连续时间信号



对这种内插而言，只要 $x(t)$ 是带限的，且采样频率又满足采样定理，就能实现信号的真正重建。

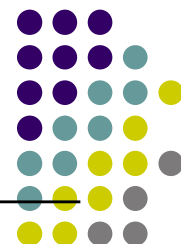
由于 $h(t)$ 表示的是非因果的理想滤波器。因此是非因果内插。对无限长的信号，这样做是有困难的，在实际中，经常的做法是截取 $h(t)$ 的一段用于计算，即

$$x_r(t) = \sum_{n=-N}^N x(nT) \frac{\omega_c T}{\pi} \text{Sa}(\omega_c(t - nT))$$

只要 $N$ 足够大，就可以获得足够精度。



# Matlab:用带限内插公式重建信号



```
% 程序 interpolation:用带限内插重建
% 0.3*sin(2*pi*t)+0.4*cos(2.5*pi*t+pi/4)+0.3*cos(pi*t+pi/3)信号
tmin1=-4;tmax1=4;dt=0.01; % 设置重建信号的区间
t=tmin1:dt:tmax1;
x=0.3*sin(2*pi*t)+0.4*cos(2.5*pi*t+pi/4)+0.3*cos(pi*t+pi/3);
                                % 获的原信号的波形，仅用于显示
T=0.25;                        % 设置抽样周期 T,抽样频率 ws=2*pi/T=8*pi
tmin=-500*T;tmax=500*T;        % 设置样值区间
wc=pi/T;                       % 设置恢复滤波器的截止频率 wc=ws/2
A=wc*T/pi;
t1=tmin:T:tmax;
xn=0.3*sin(2*pi*t1)+0.4*cos(2.5*pi*t1+pi/4)+0.3*cos(pi*t1+pi/3);
                                % 获得信号的样值，信号最高频率 2.5*pi
```



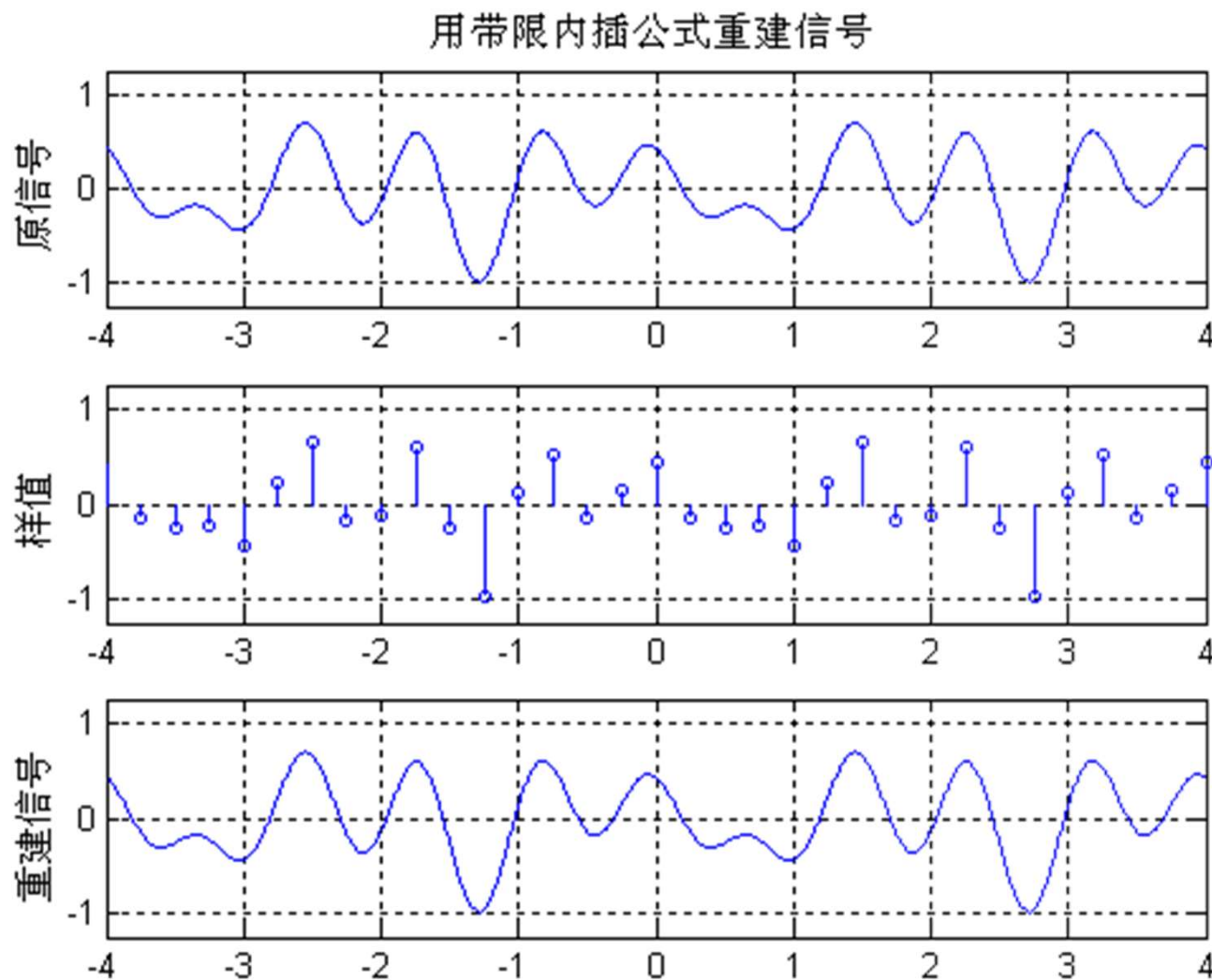
# Matlab:用带限内插公式重建信号



```
n1=length(t);  
for m=1:n1  
    y1=A*sinc(wc*(t(m)-t1)/pi);  
    y(m)=xn*y1';           % 用带限内插公式重建信号  
end  
subplot(3,1,1);plot(t,x);ylabel('原信号');axis([-4,4,-1.25 1.25]);  
title('用带限内插公式重建信号');grid on;  
subplot(3,1,2);stem(t1,xn);ylabel('样值');axis([-4,4,-1.25 1.25]);grid on;  
subplot(3,1,3);plot(t,y);ylabel('重建信号');axis([-4,4,-1.25 1.25]);grid on;
```



# Matlab:用带限内插公式重建信号





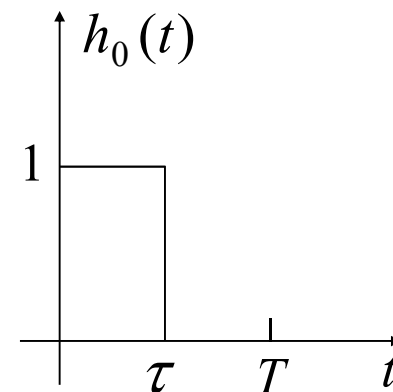
## 5.1.2 用样值序列重建或表示连续时间信号



### (2) 零阶保持

如果  $h(t)$  取以下的矩形窗函数，即

$$h(t) = h_0(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < \tau \text{ 和 } \tau \leq T \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$



这样得到的重建方法，称为零阶保持。

图5-6 零阶保持重建时，低通的单位冲激响应



## 5.1.2 用样值序列重建或表示连续时间信号

- 零阶保持重建信号是在某采样时刻上，将该采样值在下一个采样时刻到来之前保持一段时刻。因此，该重建方法是一种很粗糙的方近似。
- 通过和理想滤波器的频响比较，也可以得出该结论。

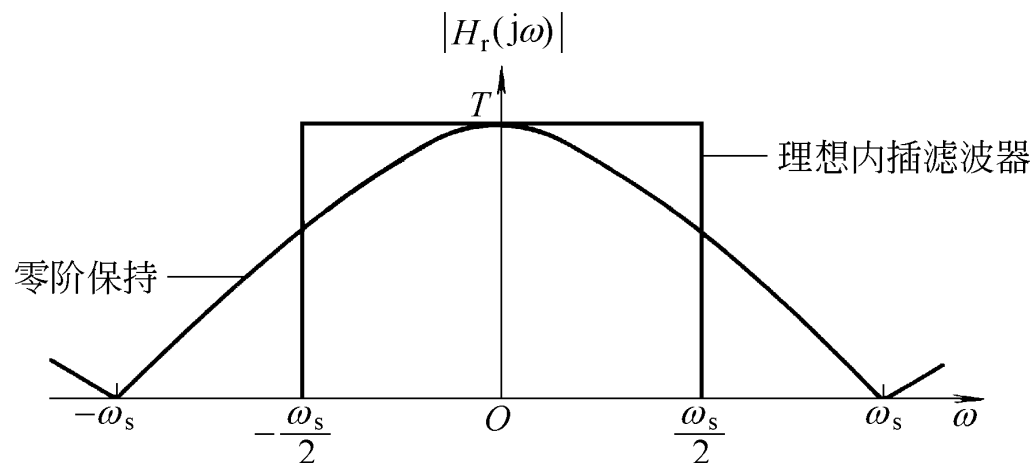


图5-8 零阶保持和理想滤波器的频响特性

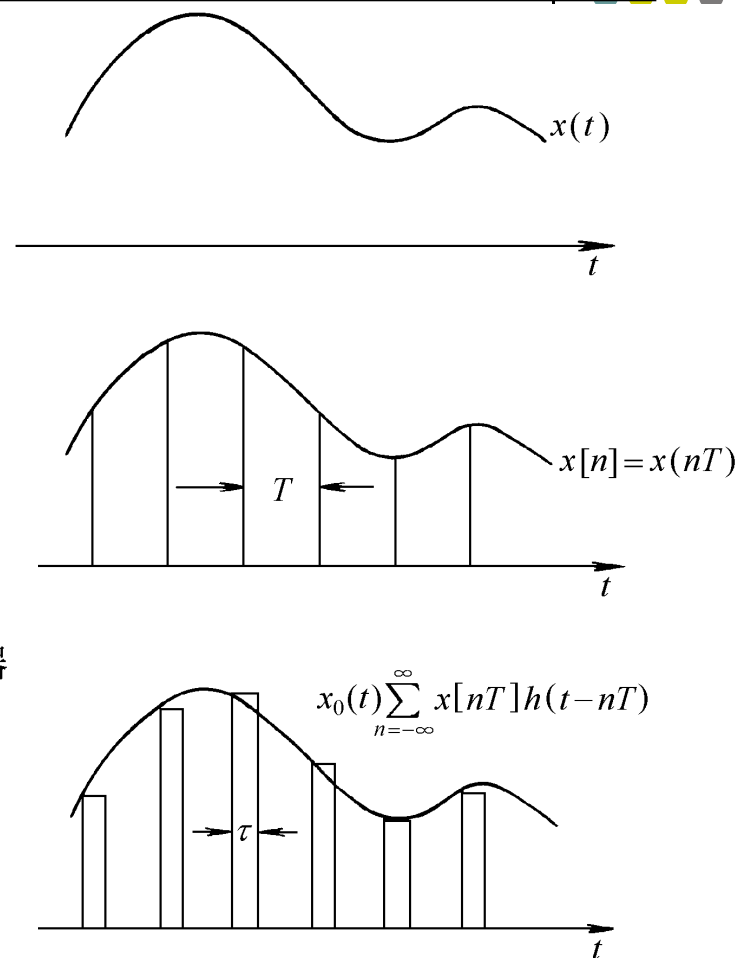


图5-7 零阶保持



## 5.1.2 用样值序列重建或表示连续时间信号

零阶保持的优点是工程上很容易实现。重建  $x(t)$  仍然可用低通滤波方法来实现。

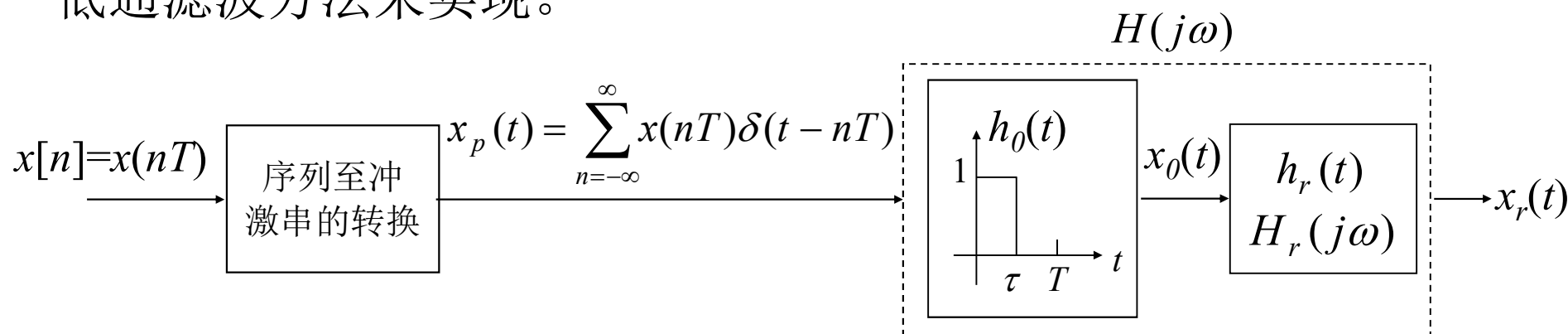


图5-9 零阶保持的恢复系统

若  $H(j\omega)$  为理想低通滤波器

$$H(j\omega) = H_0(j\omega)H_r(j\omega) = \begin{cases} T, & \omega_M < \omega_c < \omega_s - \omega_M \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

那么  $x_r(t) = x(t)$ 。





## 5.1.2 用样值序列重建或表示连续时间信号



因为  $H_0(j\omega) = e^{-j\omega\tau/2} \left[ \frac{2 \sin(\omega\tau/2)}{\omega} \right]$

所以有  $H_r(j\omega) = \frac{e^{j\omega\tau/2}}{\frac{2 \sin(\omega\tau/2)}{\omega}} \cdot H(j\omega)$

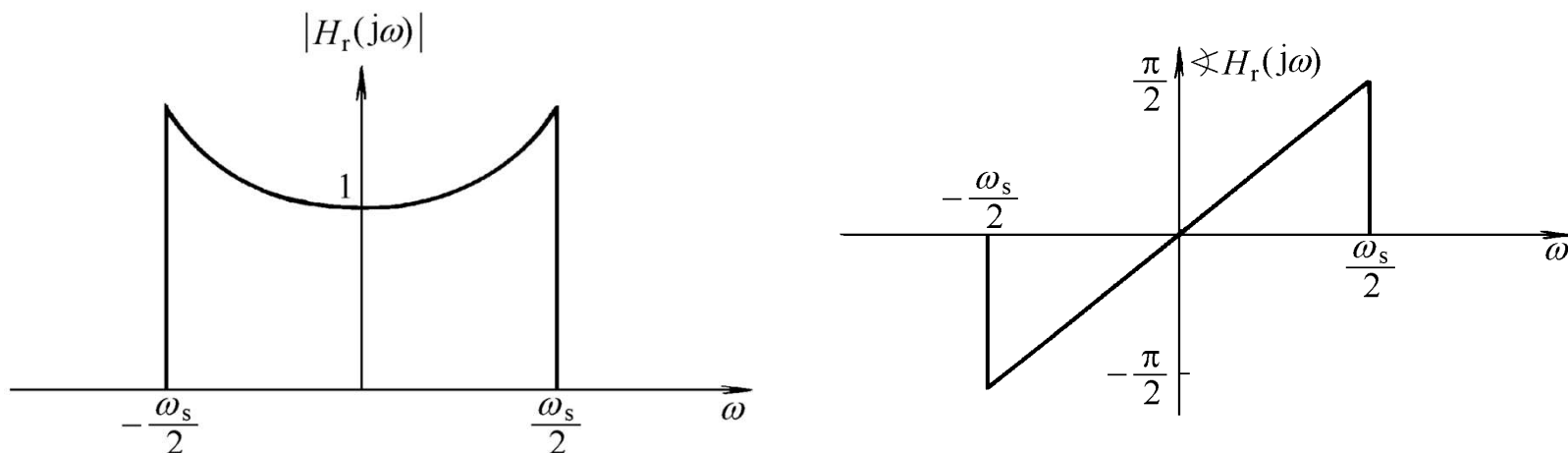


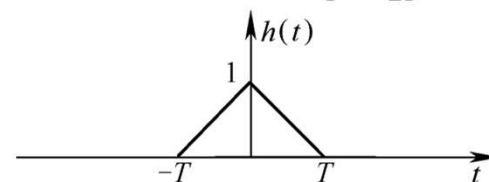
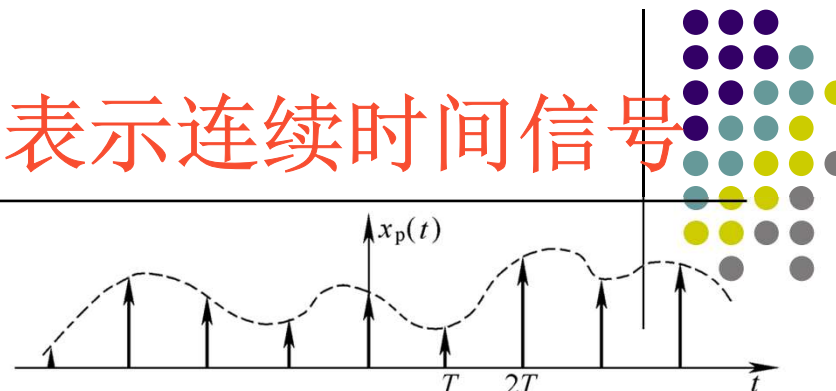
图5-10 零阶保持输出信号的重建滤波器的模和相位特性



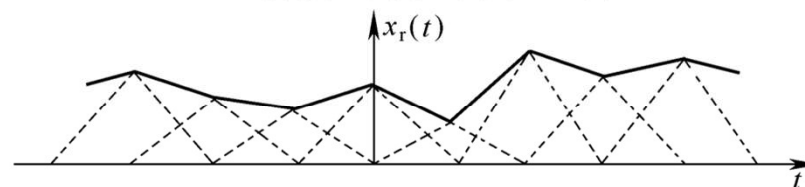
## 5.1.2 用样值序列重建或表示连续时间信号

如果对零阶保持所给出的粗糙内插不够满意，可以通过选择  $h(t)$ ，使用其他各种平滑的内插手段。当  $h(t)$  取如图所示的三角脉冲时，可求得被称为一阶保持或线性内插的重建信号  $x_r(t)$ 。

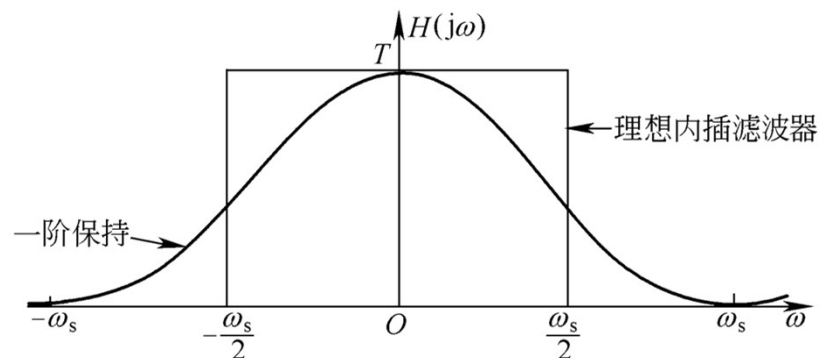
$$\begin{aligned} x_r(t) &= x_p(t) * h(t) = \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \delta(t - nT) \right) * h(t) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) h(t - nT) \end{aligned}$$



(a) 一阶保持的单位冲激响应  $h(t)$



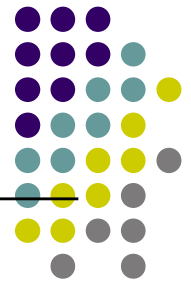
(b) 重建信号  $x_r(t)$



(c) 理想内插与一阶保持的频响比较



## 5.1.3 零阶保持采样



冲激串抽样的数学模型在实际工程应用中是无法实现的，其重要意义是在理论上建立采样定理。在实际工程应用中，往往采用零阶保持的方法来获取采样信号。

**零阶保持：**某一采样时刻上信号 $x(t)$ 的采样值将保持到下一个采样时刻为止。

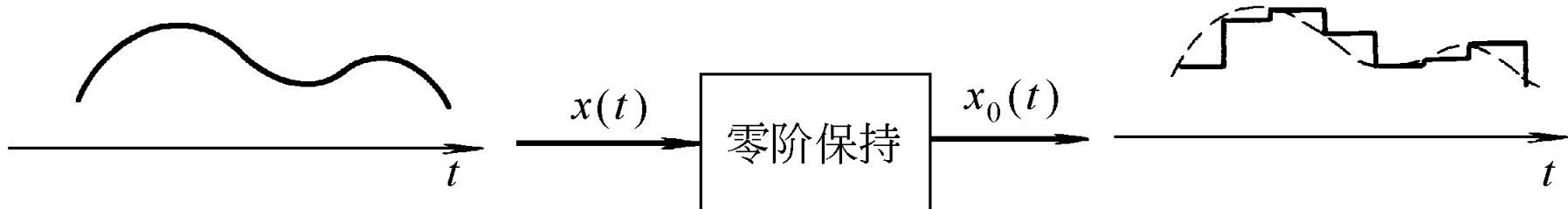


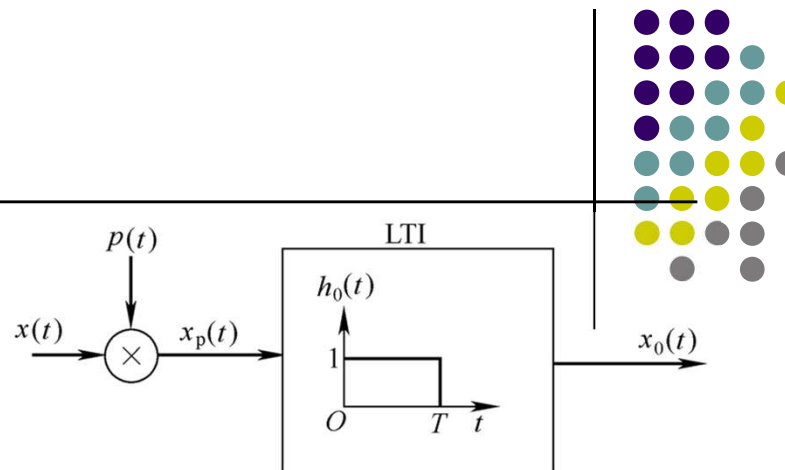
图5-12 利用零阶保持采样

如在信号的保持期间对采样值进行量化，就可以获得 $x(t)$ 的数字信号。



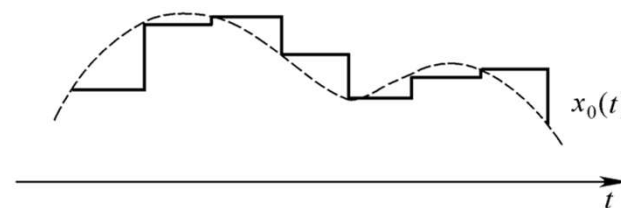
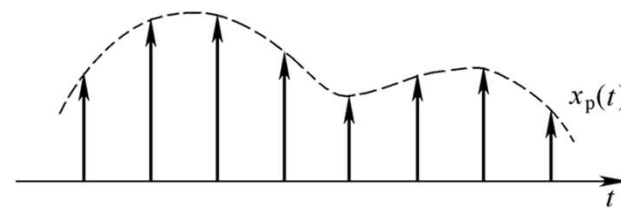
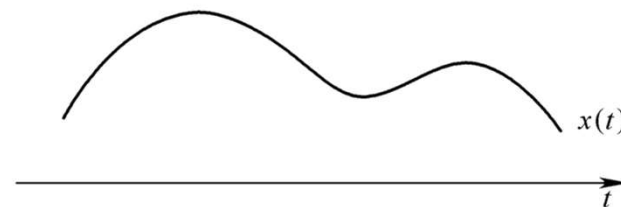
## 5.1.3 零阶保持采样

零阶保持采样的数学模型：

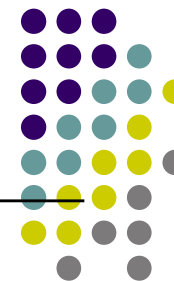


零阶保持采样的输出为

$$x_0(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)h_0(t - nT)$$



可采用零阶保持恢复系统从  $x_0(t)$  精确重建  $x(t)$ 。



## § 5.0 引言

## § 5.1 连续时间信号的时域采样定理

## § 5.2 信号的欠采样

## § 5.3 离散时间信号的时域采样定理

## § 5.4 连续时间系统的离散时间实现

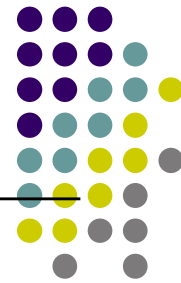
## § 5.5 正弦载波幅度调制

## § 5.6 脉冲幅度调制 (**PAM**)

## § 5.7 离散时间信号正弦幅度调制



## 5.2 信号的欠采样



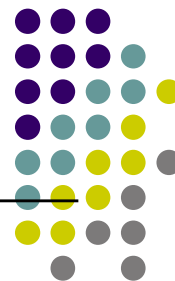
欠抽样:  $\omega_s < 2\omega_M$ , 在频域上将发生频谱混叠。

频谱混叠两个结果:

- 将高频映射为低频信号;
- 相位倒置。



## 5.2 信号的欠采样



$$x(t) = \cos(\omega_0 t + \theta)$$

$$(a) \quad \omega_0 = \frac{\omega_s}{4} \quad x_r(t) = \cos(\omega_0 t + \theta) = x(t), \theta = -\frac{\pi}{6}$$

$$(b) \quad \omega_0 = \frac{9}{10} \omega_s \quad x_r(t) = \cos\left(\frac{1}{9} \omega_0 t - \theta\right) \neq x(t)$$

$$(c) \quad \omega_0 = \frac{11}{10} \omega_s \quad x_r(t) = \cos\left(\frac{1}{11} \omega_0 t + \theta\right) \neq x(t)$$

在三种抽样频率下的样值序列和重建信号  $x_r(t)$  ,

恢复系统理想低通滤波器的截止频率为  $\omega_c = \frac{\omega_s}{2}$



# Matlab:信号的欠采样

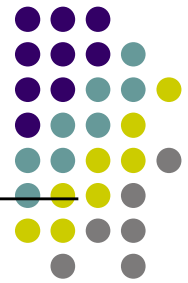


```
% Matlab 程序 aliasing: 仿真  $\cos(2\pi t + q_0)$  信号欠抽样, 信号周期  $T=1$   
q0=-pi/3; % 设置初始相位  $q_0$   
tmin1=-8;tmax1=8;dt=0.01; % 设置重建信号的区间  
t=tmin1:dt:tmax1;  
x=cos(2*pi*t+q0); % 获的原信号的波形, 仅用于显示  
Ts=0.9; % 设置抽样周期  $T_s$ , 抽样频率  $\omega_s=2\pi/T$   
tmin=-500*Ts;tmax=500*Ts; % 设置样值区间  
wc=pi/Ts; % 恢复滤波器的截止频率  $\omega_c=\omega_s/2$   
A=wc*Ts/pi;  
t1=tmin:Ts:tmax;  
xn=cos(2*pi*t1+q0); % 获得信号的样值  
n1=length(t1);
```





# Matlab:信号的欠采样



```
for n=1:n1
    y1=A*sinc(wc*(t(n)-t1)/pi);
    y(n)=xn*y1';           % 用带限内插公式重建信号
end
```

```
subplot(3,1,1);plot(t,x);ylabel('原信号');
axis([tmin1,tmax1,-1.25 1.25]);title('信号周期=1');
text(0,cos(q0),'<leftarrow 初始相位=-pi/3');grid on;
```

```
subplot(3,1,2);stem(t1,xn);ylabel('样值 Ts=0.9');
axis([tmin1,tmax1,-1.25 1.25]);grid on;
```

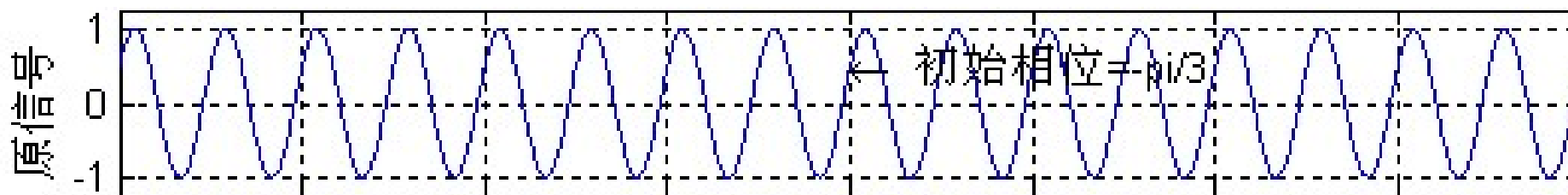
```
subplot(3,1,3);plot(t,y);ylabel('重建信号');
axis([tmin1,tmax1,-1.25 1.25]);xlabel('t');grid on;
text(0,y(801),'<leftarrow 初始相位');
```



# Matlab:信号的欠采样

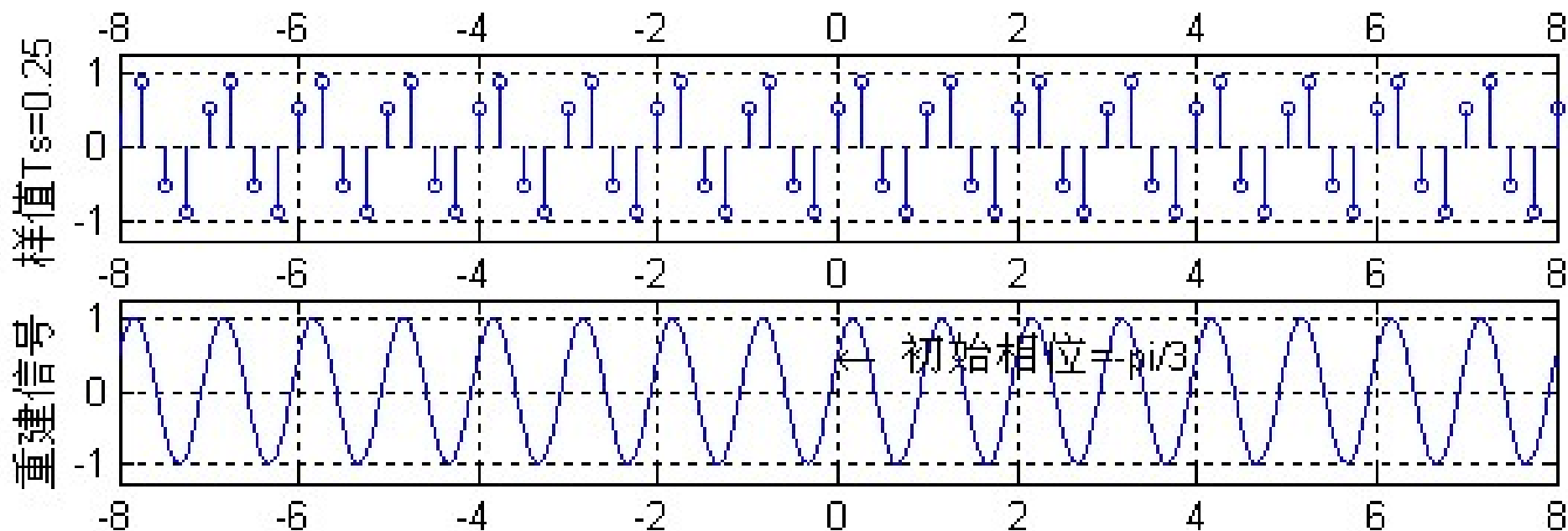


信号周期=1



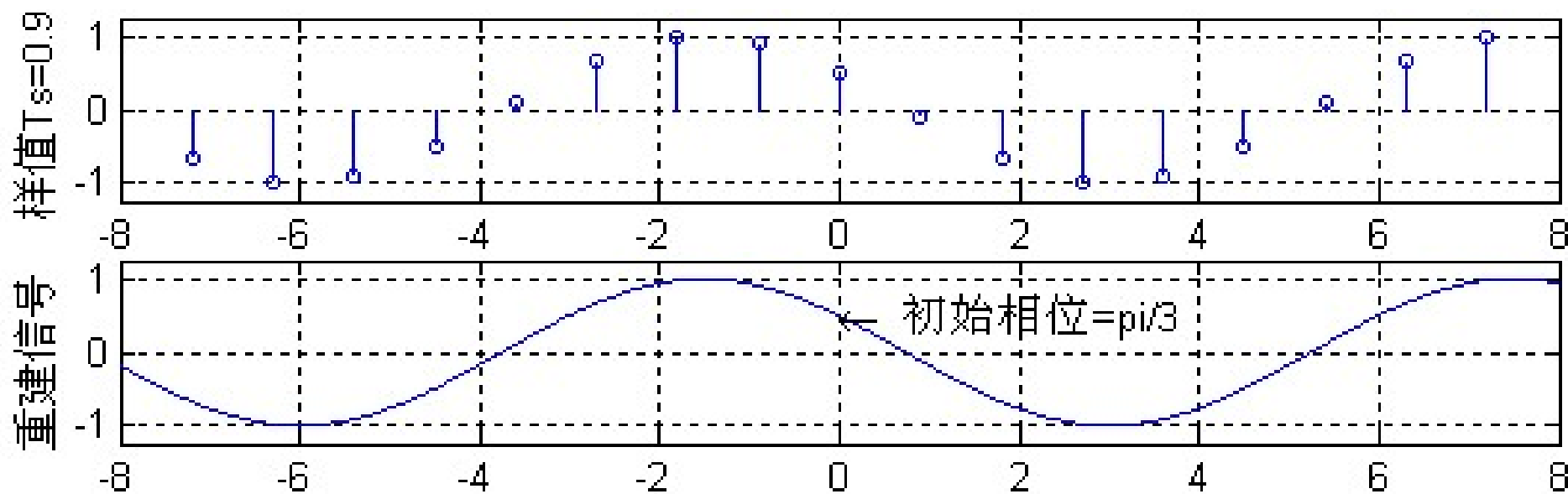
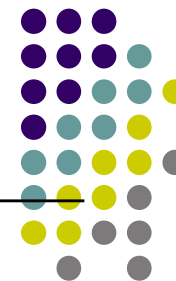


# Matlab:信号的欠采样



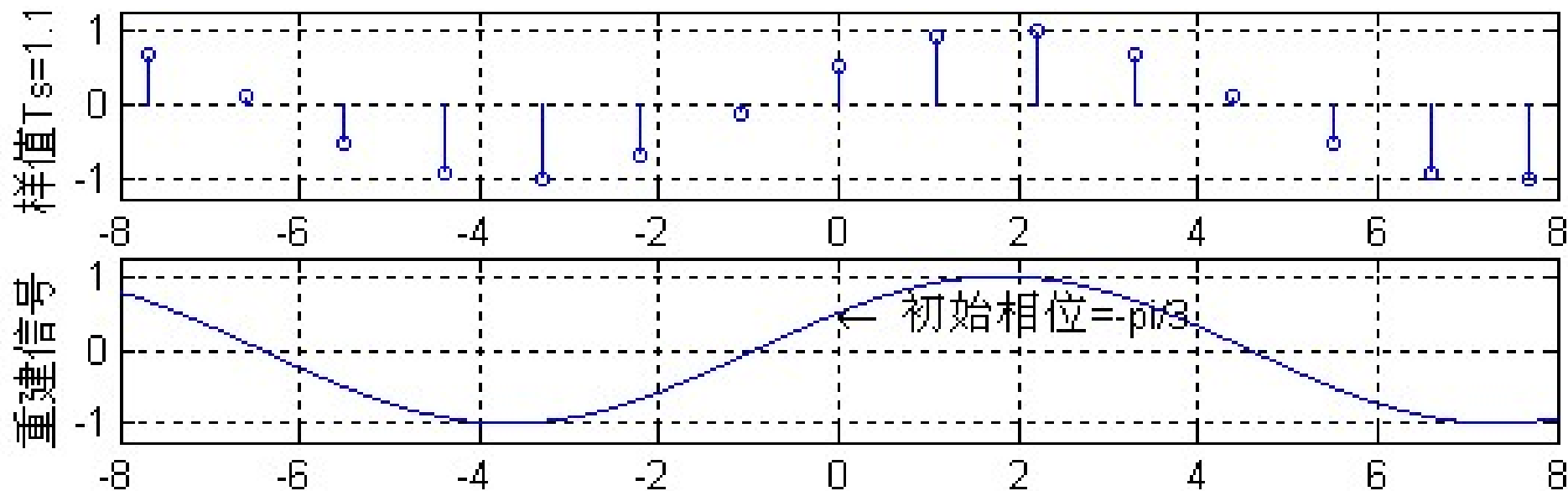


# Matlab:信号的欠采样





# Matlab:信号的欠采样





## § 5.0 引言

## § 5.1 连续时间信号的时域采样定理

## § 5.2 信号的欠采样

## § 5.3 离散时间信号的时域采样定理

## § 5.4 连续时间系统的离散时间实现

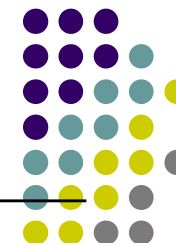
## § 5.5 正弦载波幅度调制

## § 5.6 脉冲幅度调制 (**PAM**)

## § 5.7 离散时间信号正弦幅度调制

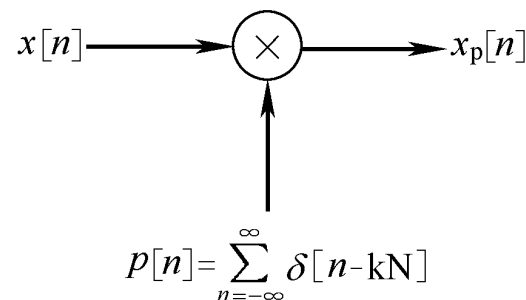


## 5.3.1 脉冲串采样



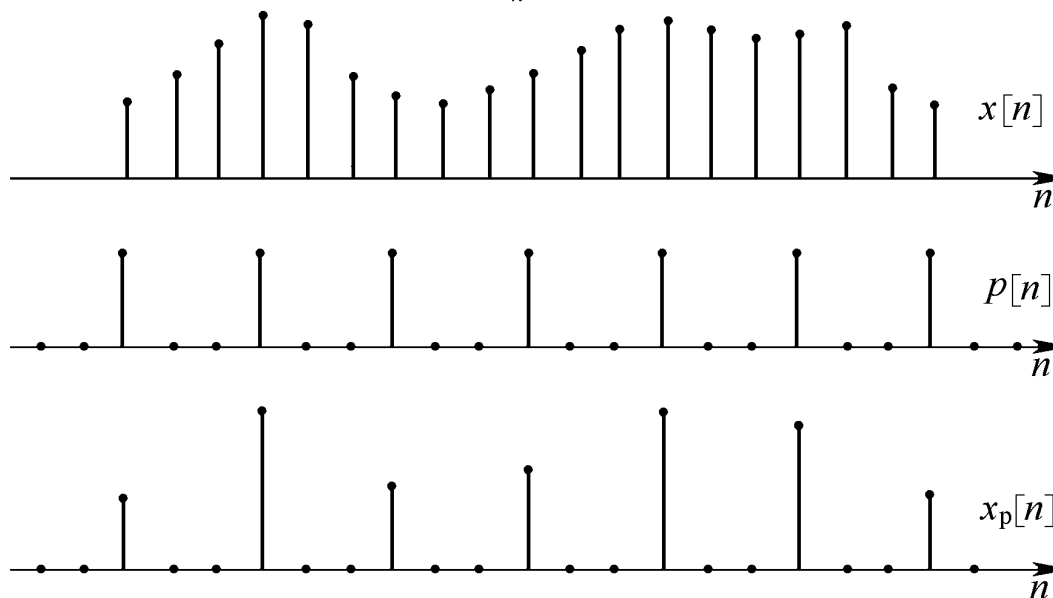
脉冲串采样：

$$x_p[n] = x[n] \cdot p[n]$$



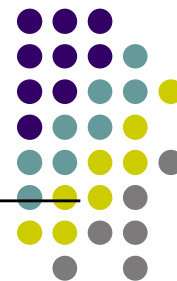
采样脉冲串信号 $p[n]$ 为

$$p[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n - kN]$$





## 5.3.1 脉冲串采样



已采信号  $x_p[n]$  可表示为

$$x_p[n] = x[n] \cdot p[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[kN] \delta[n - kN] = \begin{cases} x[n], & n = N \text{ 的整倍数} \\ 0, & \text{其余 } n \end{cases}$$

因此，在频域上：

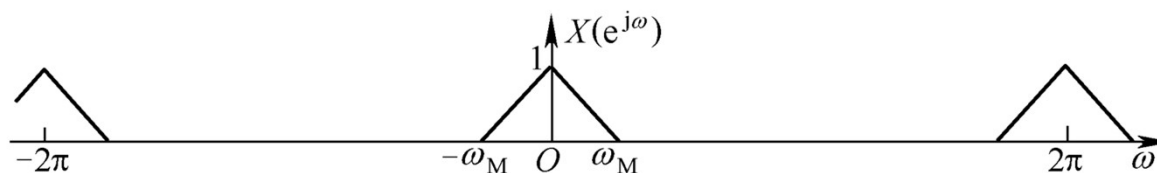
$$P(e^{j\omega}) = \frac{2\pi}{N} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - k\omega_s), \quad \omega_s = \frac{2\pi}{N}$$

$$X_p(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} P(e^{j\omega}) X(e^{j(\omega-\theta)}) \cdot d\theta = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(e^{j(\omega-k\omega_s)})$$

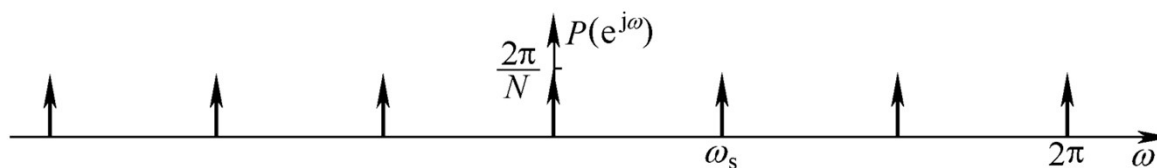




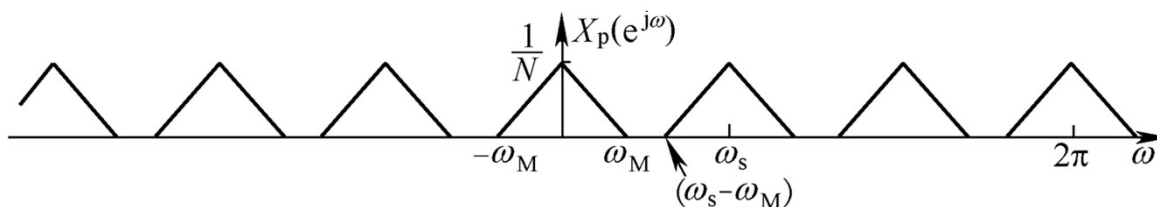
## 5.3.1 脉冲串采样



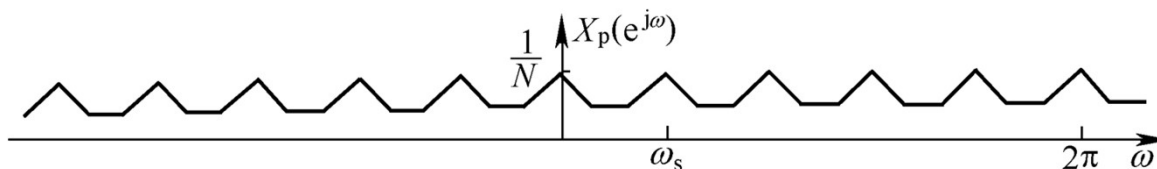
(a) 原始信号的频谱



(b) 采样序列  $p[n]$  的频谱



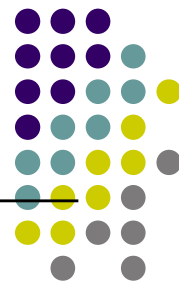
(c)  $\omega_s > 2\omega_M$  时已采信号的频谱



(d)  $\omega_s < 2\omega_M$  时已采信号的频谱



## 5.3.1 脉冲串采样



1.  $\omega_s - \omega_M > \omega_M$  即  $\omega_s > 2\omega_M$  时, 频域中不发生频谱混叠,

$X_p(e^{j\omega})$  在以下  $N$  组频率点上重现原信号的频谱

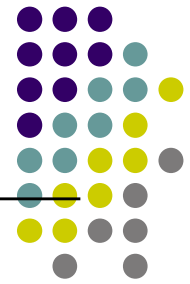
$$\omega_s k + 2\pi m, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1; \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

此时  $x[n]$  就能利用增益为  $N$ , 截止频率大于  $\omega_M$  而小于  $\omega_s - \omega_M$  的低通滤波器从  $x_p[n]$  中恢复出来。

2. 如果  $\omega_s < 2\omega_M$ , 发生频谱混叠, 不能精确恢复原信号。



## 5.3.1 脉冲串采样



离散时间的采样定理：

设  $x[n]$  是某一带限信号，即在  $\pi \geq |\omega| \geq \omega_M$  时， $X(e^{j\omega}) = 0$ 。

如果采样频率  $\omega_s = \frac{2\pi}{N} > 2\omega_M$ ，那么  $x[n]$  就唯一地由其样本  $x[kN]$ ,  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  所确定。



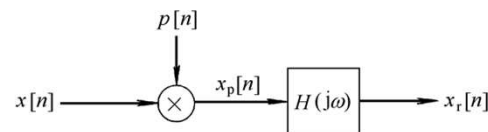
## 5.3.1 脉冲串采样

恢复系统重建  $x[n]$ :

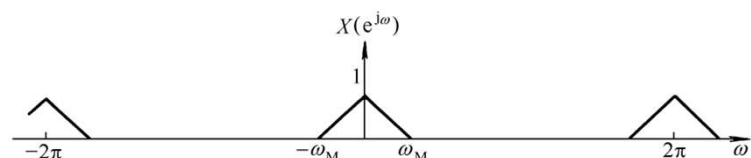
内插公式:

设恢复系统中的低通滤波器的单位脉冲响应为  $h[n]$ , 则重建信号  $x_r[n]$  为:

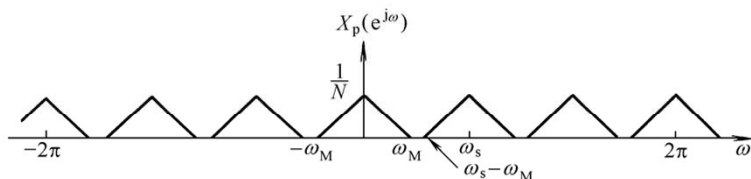
$$\begin{aligned} x_r[n] &= x_p[n] * h[n] \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[kN] \cdot h_r[n - kN] \end{aligned}$$



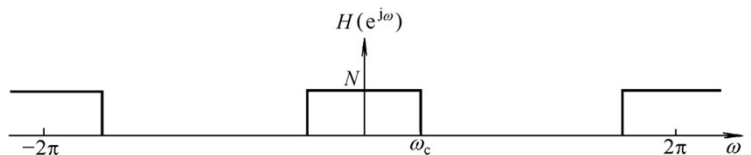
(a) 恢复系统



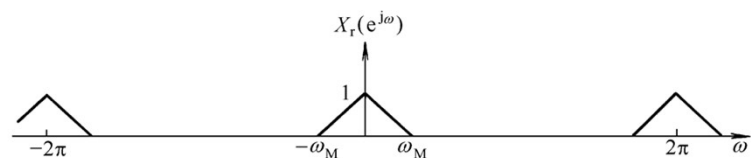
(b)  $x[n]$  频谱



(c)  $x_p[n]$  频谱



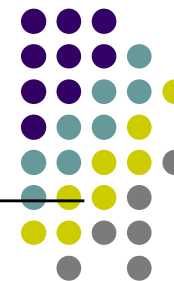
(d) 理想低通滤波器的影响



(e) 重建信号  $x_r[n]$  的频谱 ( $\omega_s > 2\omega_M$ ),  $x_r[n] = x[n]$



## 5.3.1 脉冲串采样



如  $h[n]$  为理想低通滤波器

$$h[n] = \frac{N\omega_c}{\pi} \frac{\sin \omega_c n}{\omega_c n}, \quad \omega_M < \omega_c < \omega_s - \omega_M$$

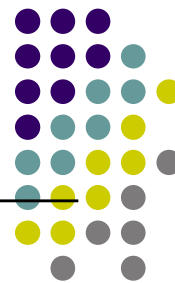
则重建信号可表示为

$$x_r[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[kN] \frac{N\omega_c}{\pi} \frac{\sin \omega_c (n - kN)}{\omega_c (n - kN)}$$

上式所表示的内插公式一般称为离散时间的带限内插。



## 5.3.2 离散时间的抽取与内插

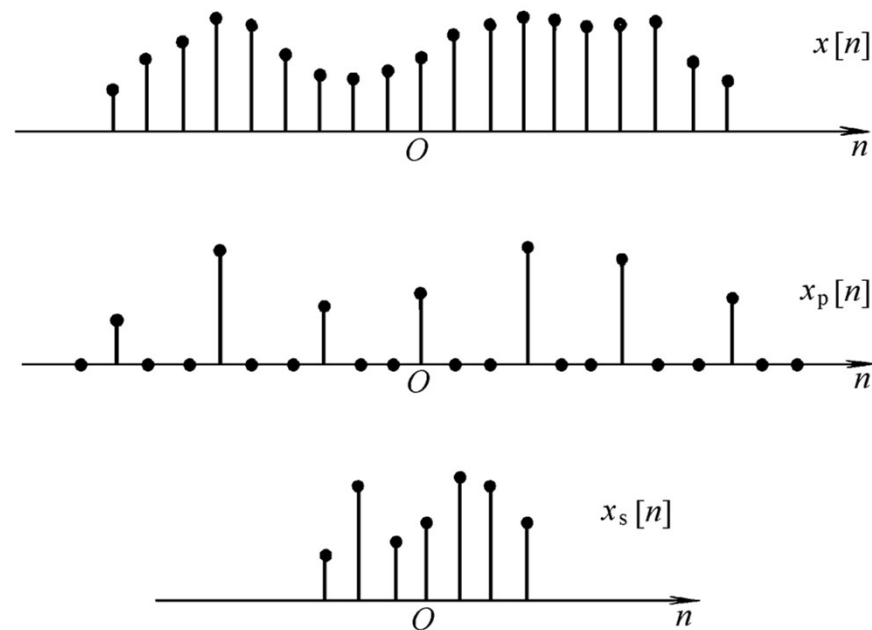
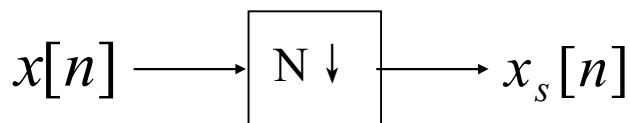


样值序列（抽取序列） $x_s[n]$ 可表示为

$$x_s[n] = x_p[nN] = x[nN]$$

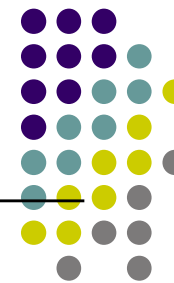
即 $x_s[n]$ 就是用 $x_p[nN]$ 中每隔 $N$ 点上的序列值所构成。

对信号 $N$ 点抽取的过程称为抽取或减采样。





## 5.3.2 离散时间的抽取与内插



考查信号  $x_s[n]$  的频谱特性：

$$X_s(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_s[k]e^{-j\omega k} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_p[kN]e^{-j\omega k}$$

如果作变量替换  $n = kN$ ，上式可写成

$$X_s(e^{j\omega}) = \sum_{n=kN} x_p[n]e^{-j\omega n / N}$$

当  $n$  不为  $N$  的整数倍时， $x_p[n] = 0$ ，故上式化简为

$$X_s(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_p[n]e^{-j\omega n / N}$$



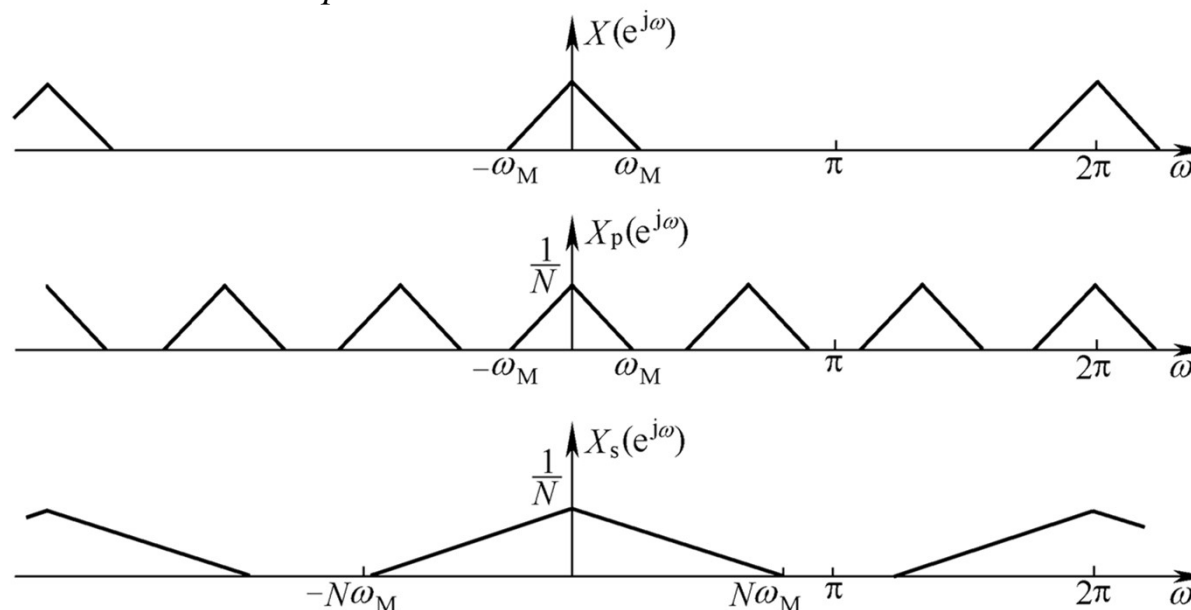
## 5.3.2 离散时间的抽取与内插



比较 
$$X_p(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_p[n]e^{-j\omega n}$$

可得 
$$X_s(e^{j\omega}) = X_p(e^{j\omega/N})$$

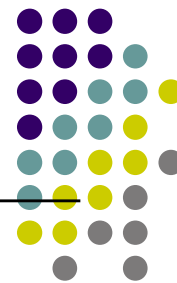
即  $x_s[n]$  的频谱将  $X_p(e^{j\omega})$  扩展了  $N$  倍。







## 5.3.2 离散时间的抽取与内插



抽取的频域关系：由于抽取本质和信号的脉冲串抽样是一致的，当抽取周期 $N$ （或抽取频率 $\omega_s = \frac{2\pi}{N}$ ）满足抽样定理时，上述的频谱扩展将不会发生混叠。

此时，在 $|\omega| \leq \pi$ 内，抽样序列 $x_s[n]$ 的频谱相当于将 $x[n]$ 的频谱扩展 $N$ 倍。

在工程上，通过抽取，可以使信号扩展至整个频带，提高频带利用率，使系统达到最大的减采样，这样就不发生频谱混叠情况，可以把一个序列转换到一个较低等效采样率的抽取序列，可有效降低离散时间系统所要求的处理速度和规模。



## 5.3.2 离散时间的抽取与内插

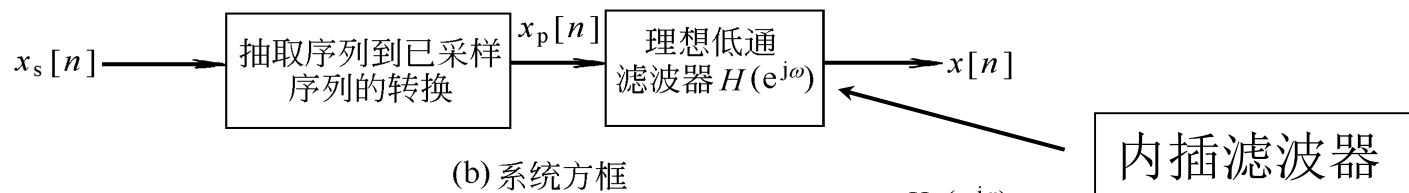


同样也可通内插方法，将一个序列转换到一个较高的等效采样率的内插序列。内插过程也称为增采样。

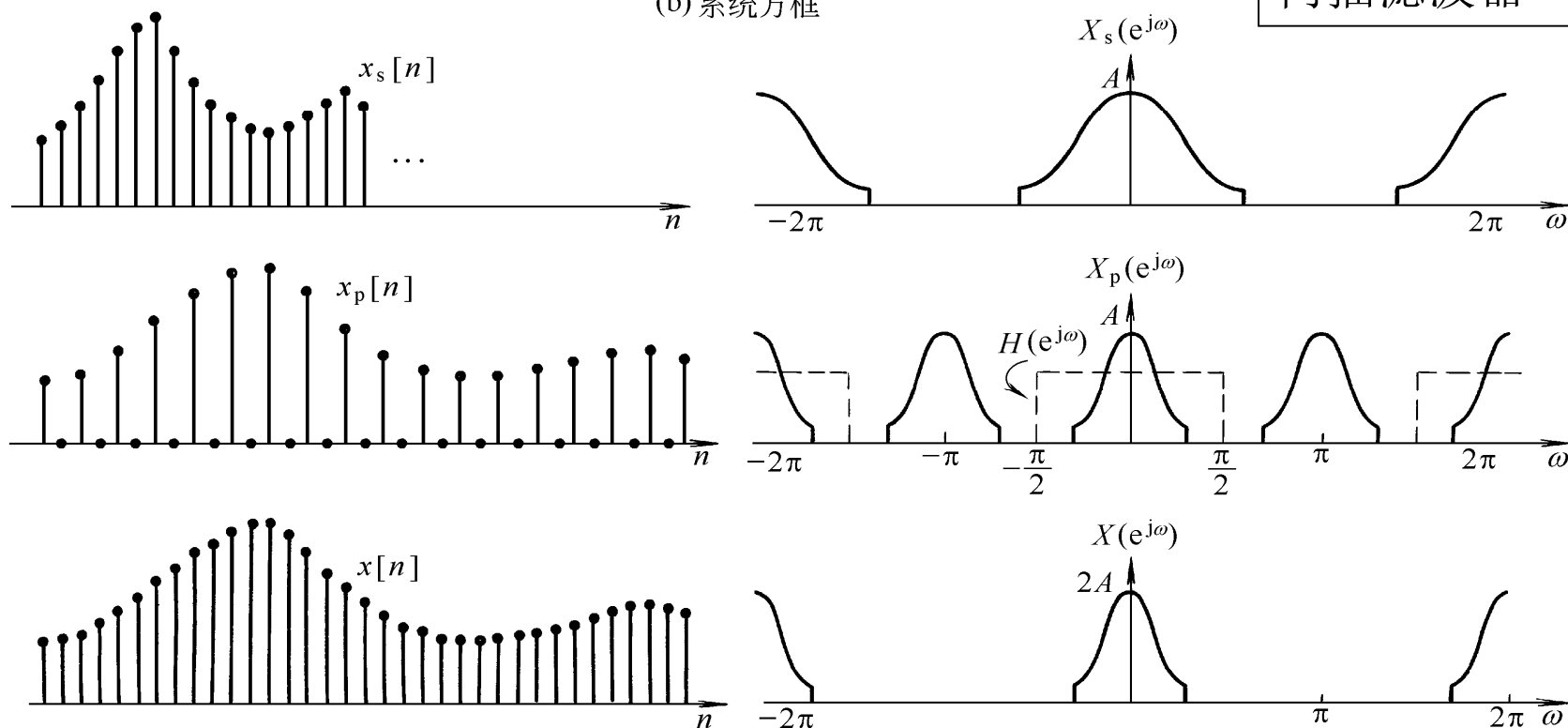




## 5.3.2 离散时间的抽取与内插



(b) 系统方框



(c) 增采样后的序列和频谱



## 5.3.2 离散时间的抽取与内插

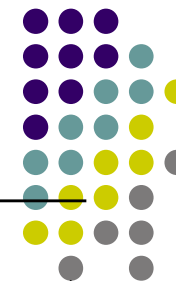


内插的原理其实质就是脉冲串采样的恢复系统。

用离散时间傅里叶变换的时域扩展性质来描述：在  $|\omega| \leq \pi$  内，内插序列  $x[n]$  的频谱是将  $x_s[n]$  的频谱收缩  $N$  倍。



## 例5.1



【例5.1】如图所示为一抽取系统，图中  $H_1(e^{j\omega})$  为一抗混叠滤波器，滤去了信号无用的高频分量，并将信号的最大频率限制为  $\omega_M = \frac{2\pi}{9}$ ，试问此时系统所能达到的最大抽取  $N$ （不一定是整数）是多少？

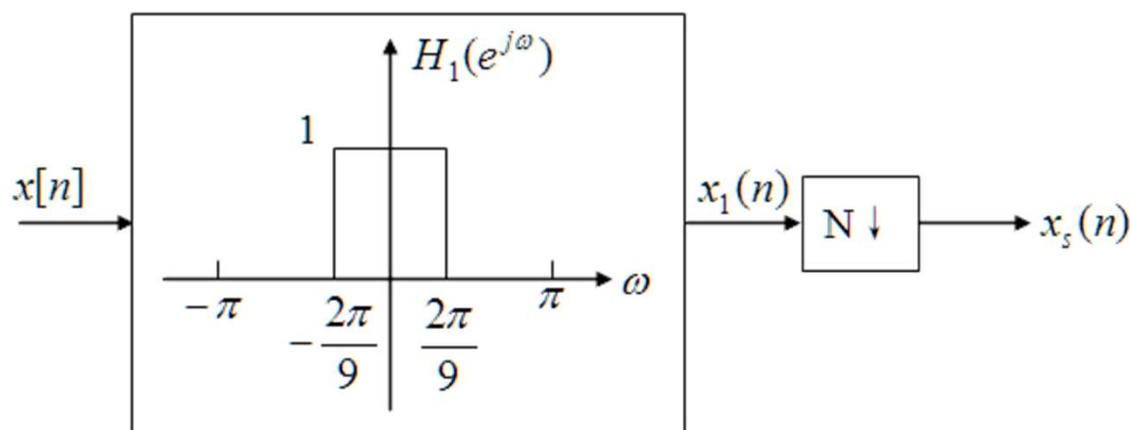
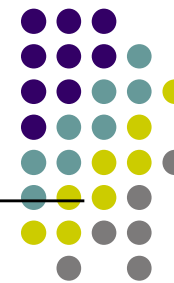


图5-21 信号的最大抽取



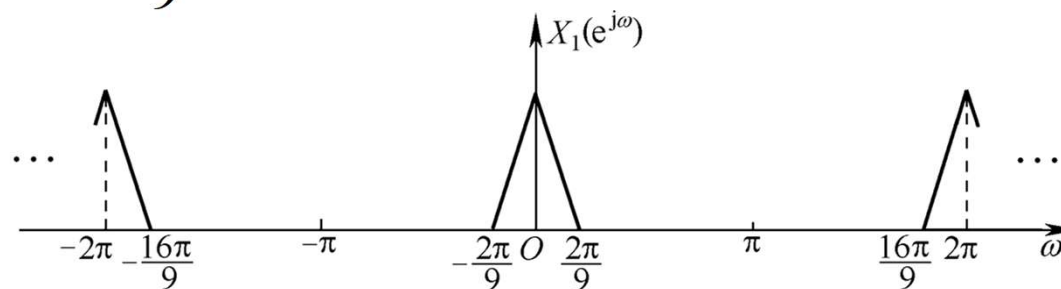
## 例5.1



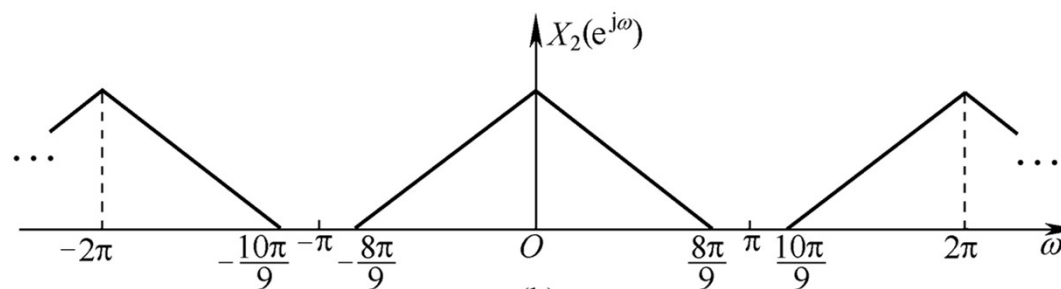
要获得最大抽取，就必须使 $x_s[n]$ 的频谱占据整个频带。

(1) 对信号直接进行抽取

要求  $\frac{2\pi}{N} > 2 \times \frac{2\pi}{9}$ ，即  $N < 4.5$ ，取  $N=4$ 。



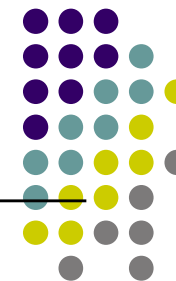
(a)



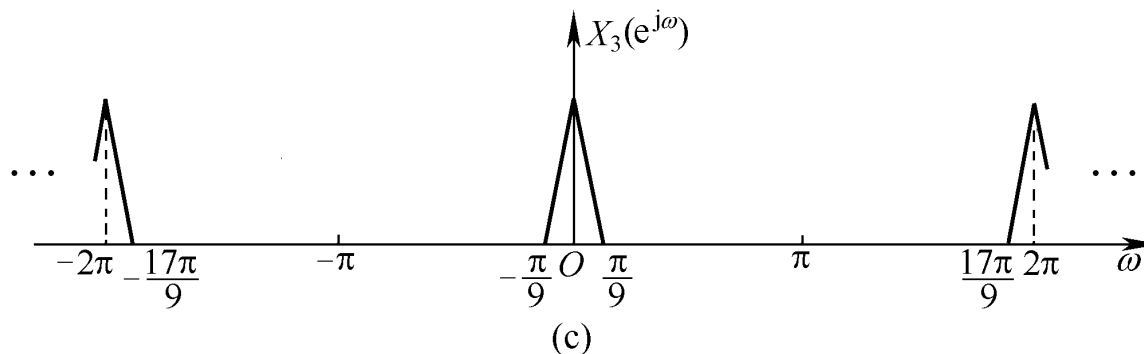
(b)



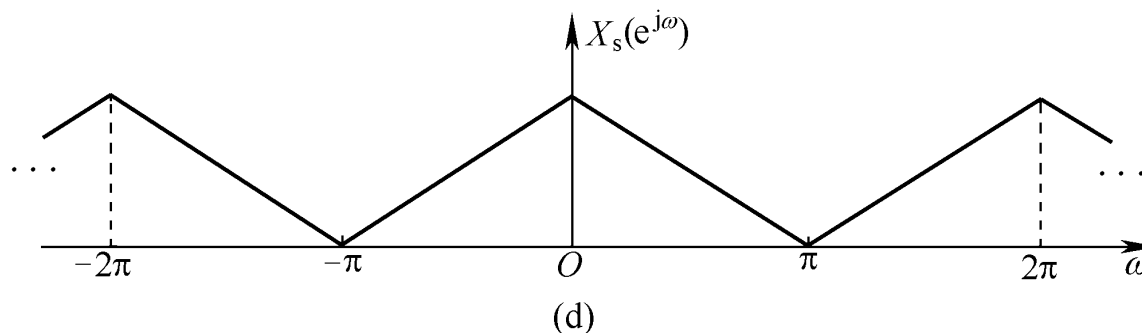
## 例5.1



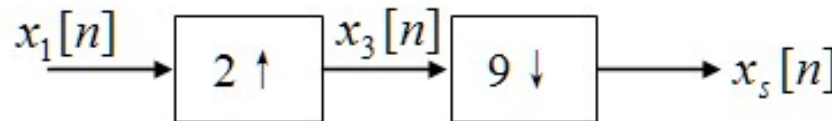
(2) 首先对信号进行 $N=2$ 的内插，得到信号 $x_3[n]$



再对 $x_3[n]$ 进行 $N=9$ 的抽取，得到 $x_s[n]$ 。

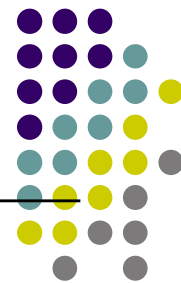


相当于对信号以 $N=9/2$ 进行抽取

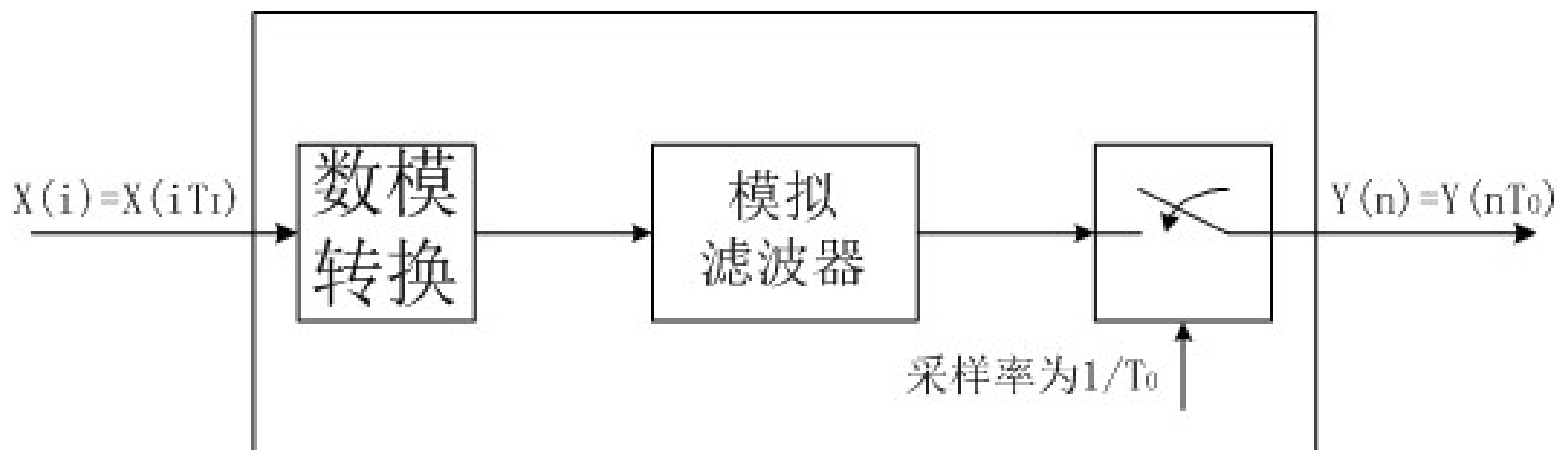




## 应用：信号重采样



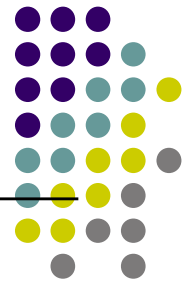
- 连续时间系统实现方法：理解信号重采样原理。



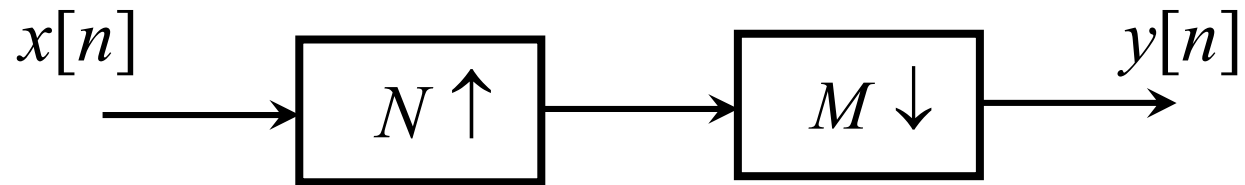




# 离散域实现方法



- 原理框图

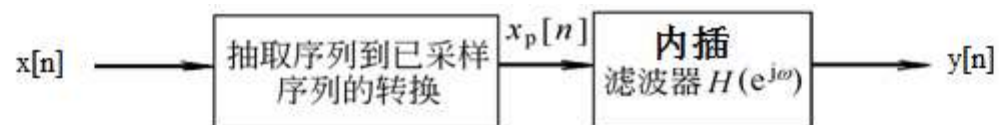


- 关键技术:

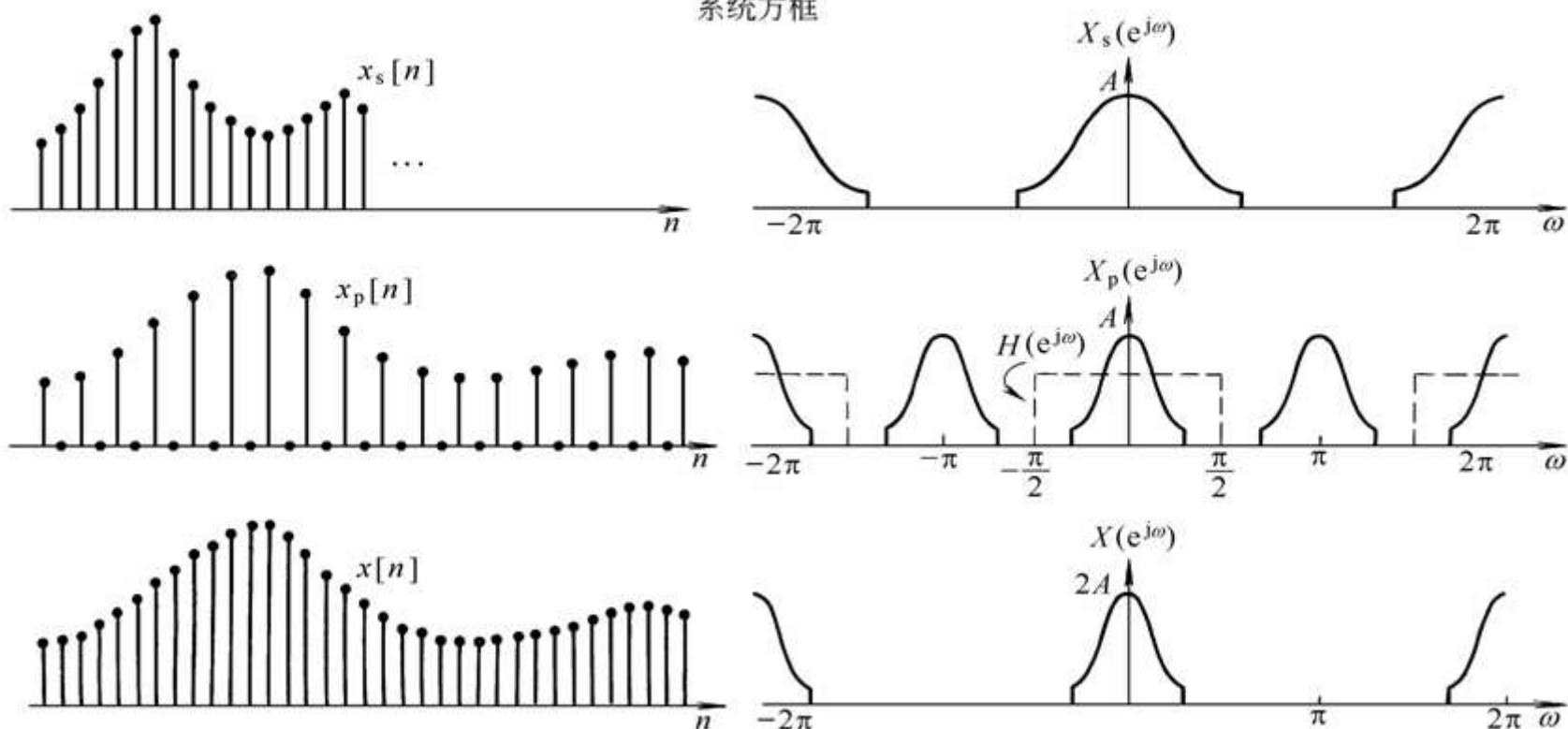
内插滤波器设计。



# 重采样实例：数据速率提高一倍。



系统方框



采样后的序列和频谱



## § 5.0 引言

### § 5.1 连续时间信号的时域采样定理

### § 5.2 信号的欠采样

### § 5.3 离散时间信号的时域采样定理

### § 5.4 连续时间系统的离散时间实现

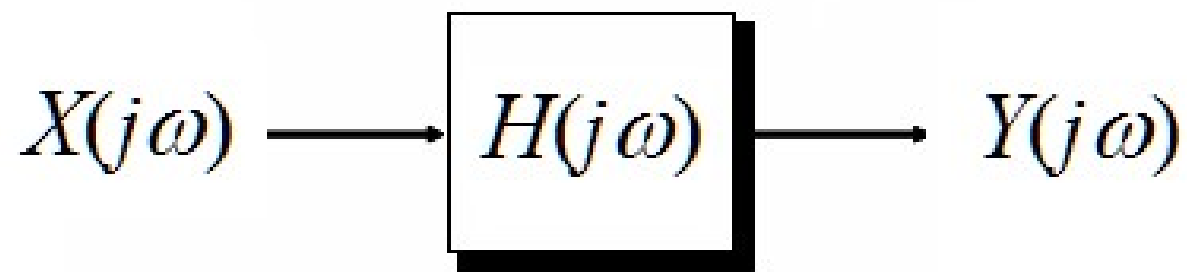
### § 5.5 正弦载波幅度调制

### § 5.6 脉冲幅度调制 (**PAM**)

### § 5.7 离散时间信号正弦幅度调制

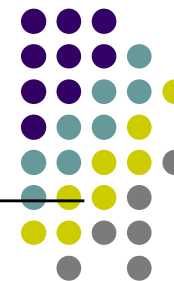


问题：以下连续时间能否用离散时间的方法实现？





## 5.4 连续时间系统的离散时间实现



连续时间信号采样定理的一个十分重要的应用就是连续时间系统的离散时间系统实现，即连续时间信号离散时间处理。

连续时间信号 $x(t)$ 的频谱与其样值 $x[n] = x(nT)$ 频谱之间关系：

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(j(\omega - 2\pi k) / T)$$

当满足采样定理时， $x[n]$ 和 $x(t)$ 之间建立起一种一一对应的关系。



## 5.4 连续时间系统的离散时间实现



下图表示了连续时间信号离散时间处理的原理框图，其中  $x(t)$  为带限信号，采样满足采样定理。

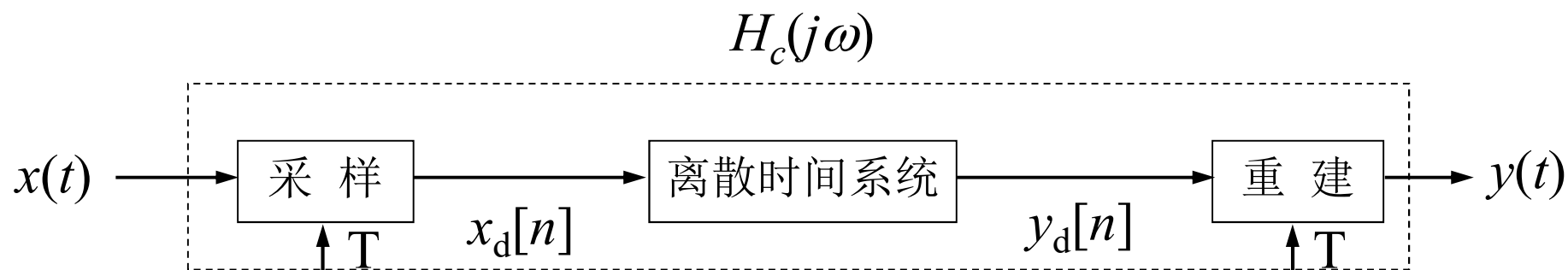


图5-24 连续时间信号的离散时间处理, 其中  $x_d[n]=x(nT)$ ,  $y_d[n]=y(nT)$



## 5.4 连续时间系统的离散时间实现

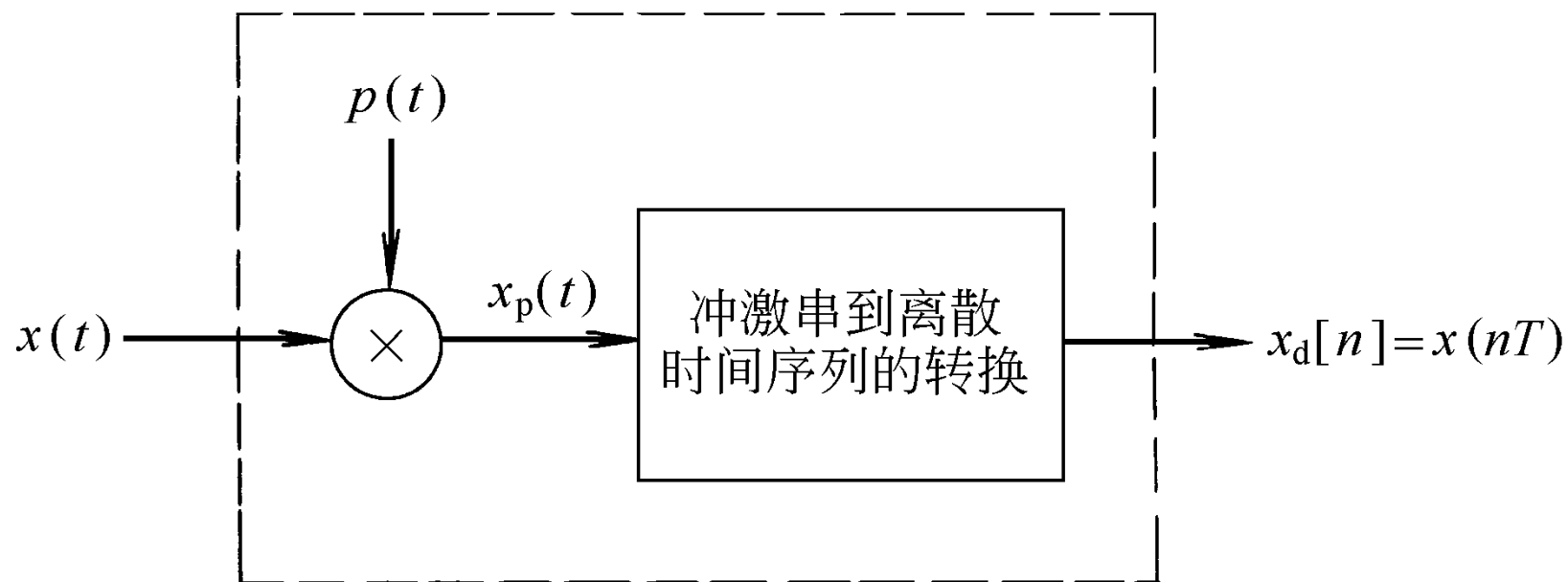


图5-25 采样系统的等效模型



## 5.4 连续时间系统的离散时间实现

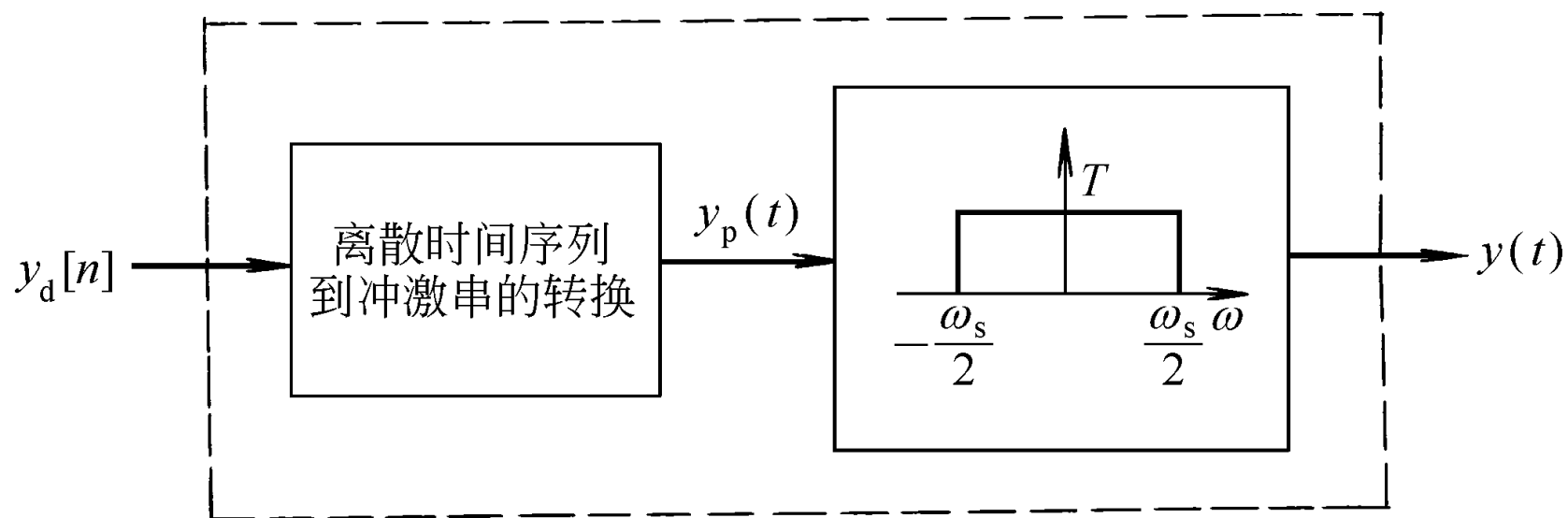
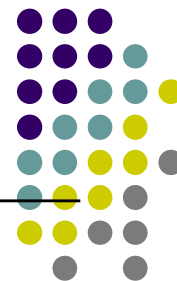


图5-26 重建系统的等效模型





## 5.4 连续时间系统的离散时间实现



从图中我们可得  $Y(j\omega) = T Y_d(e^{j\omega T})$  ,  $|\omega| < \frac{\pi}{T} = \frac{\omega_s}{2}$

进一步可表示为

$$Y(j\omega) = \begin{cases} T X_d(e^{j\omega T}) H_d(e^{j\omega T}) , & |\omega| < \frac{\pi}{T} = \frac{\omega_s}{2} \\ 0 , & \text{其它} \end{cases} \quad [\text{A}]$$

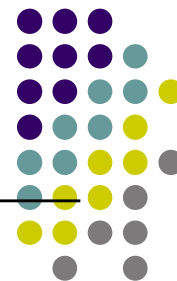
$$\text{由于 } X_d(e^{j\omega}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(j(\omega - 2\pi k)/T)$$

取上式主值周期  $[-\pi, \pi]$  , 则有

$$X_d(e^{j\omega}) = \frac{1}{T} X(j\frac{\omega}{T}) , \quad |\omega| \leq \pi$$



## 5.4 连续时间系统的离散时间实现



将 $\frac{\omega}{T}$ 替换为 $\omega$ ，则上式可改写为

$$X_d(e^{j\omega T}) = \frac{1}{T} X(j\omega), \quad |\omega| \leq \frac{\omega_s}{2}$$

将上式代入[A]式，有

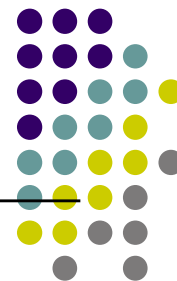
$$Y(j\omega) = \begin{cases} X(j\omega) \cdot H_d(e^{j\omega T}), & |\omega| \leq \frac{\omega_s}{2} \\ 0, & \text{其它} \end{cases} = X(j\omega) \cdot H_c(j\omega)$$

式中， $H_c(j\omega)$ 定义为

$$H_c(j\omega) = \begin{cases} H_d(e^{j\omega T}), & |\omega| \leq \frac{\omega_s}{2} \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad [\text{B}]$$



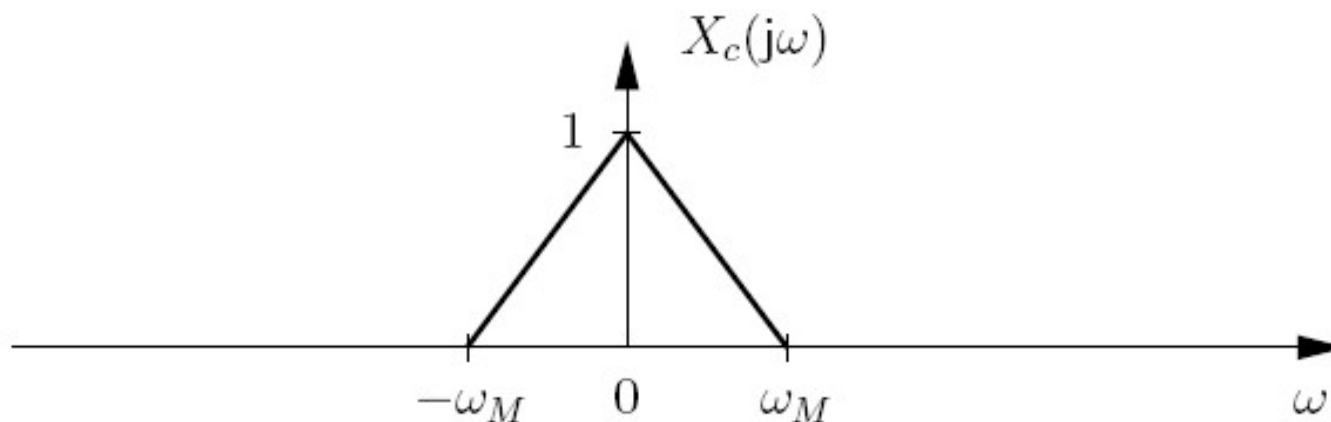
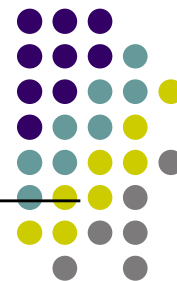
## 5.4 连续时间系统的离散时间实现



上式表明，对于输入信号  $x(t)$  是带限，并满足采样定理和离散时间处理系统为LTI条件下，整个系统等效于一个频率响应为  $H_c(j\omega)$  的连续时间系统，而  $H_c(j\omega)$  的频域特性完全由离散时间系统的频率响应的特性  $H_d(e^{j\omega})$  所决定，它们之间的关系由 [B] 式所关联。

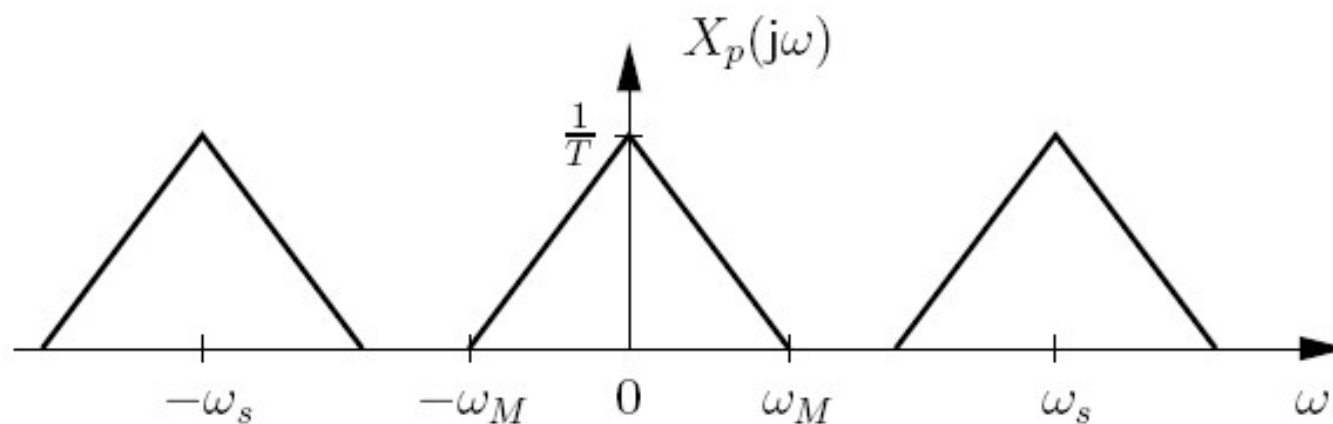


## 5.4 连续时间系统的离散时间实现



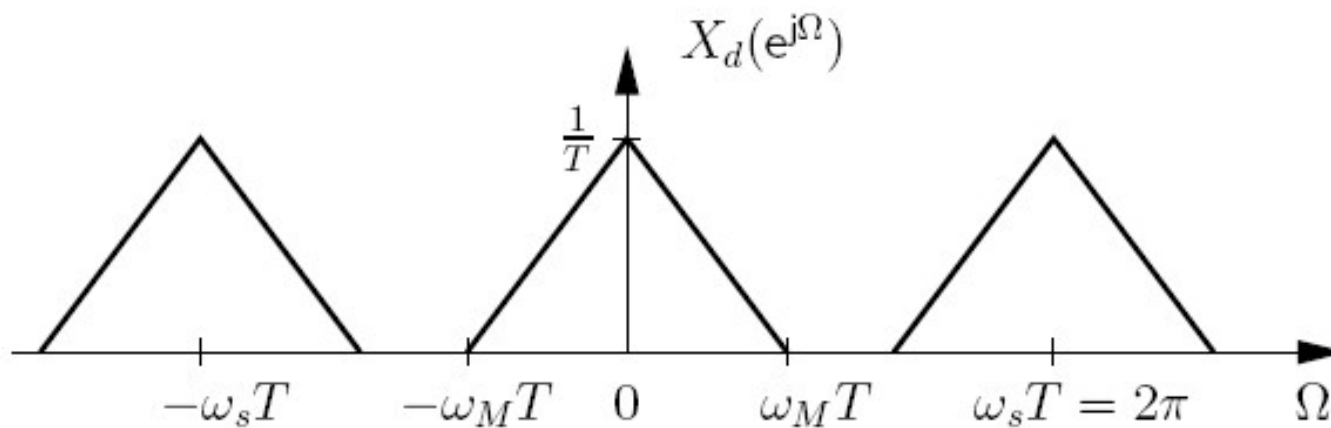


## 5.4 连续时间系统的离散时间实现



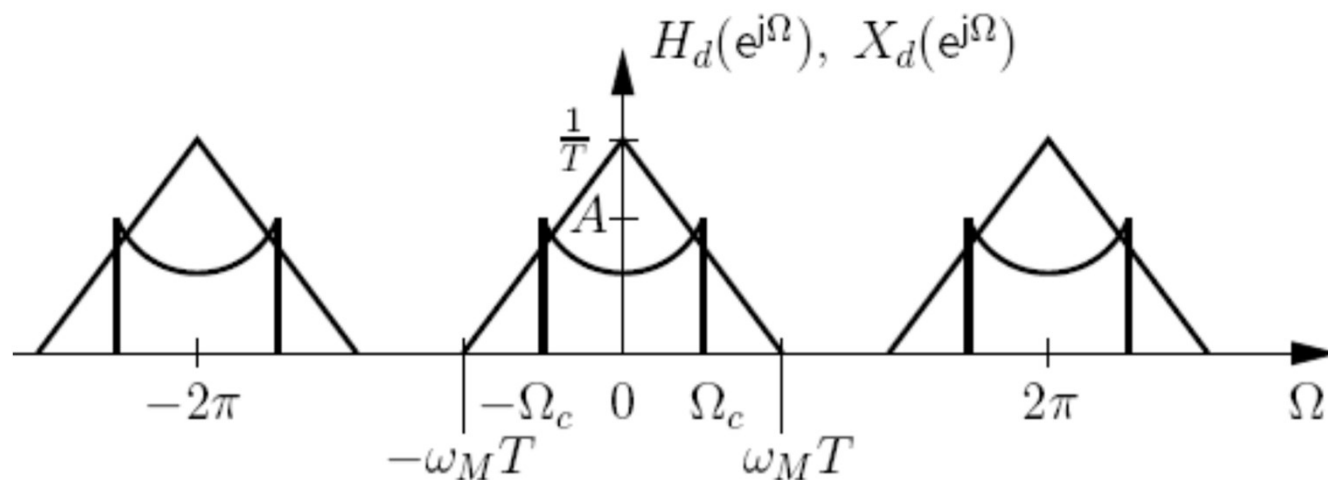


## 5.4 连续时间系统的离散时间实现



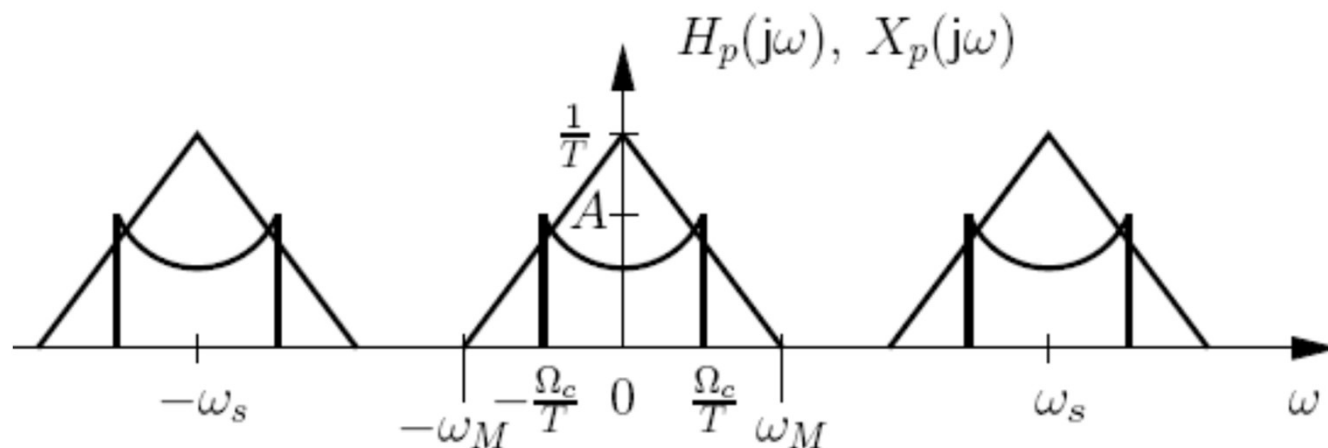


## 5.4 连续时间系统的离散时间实现





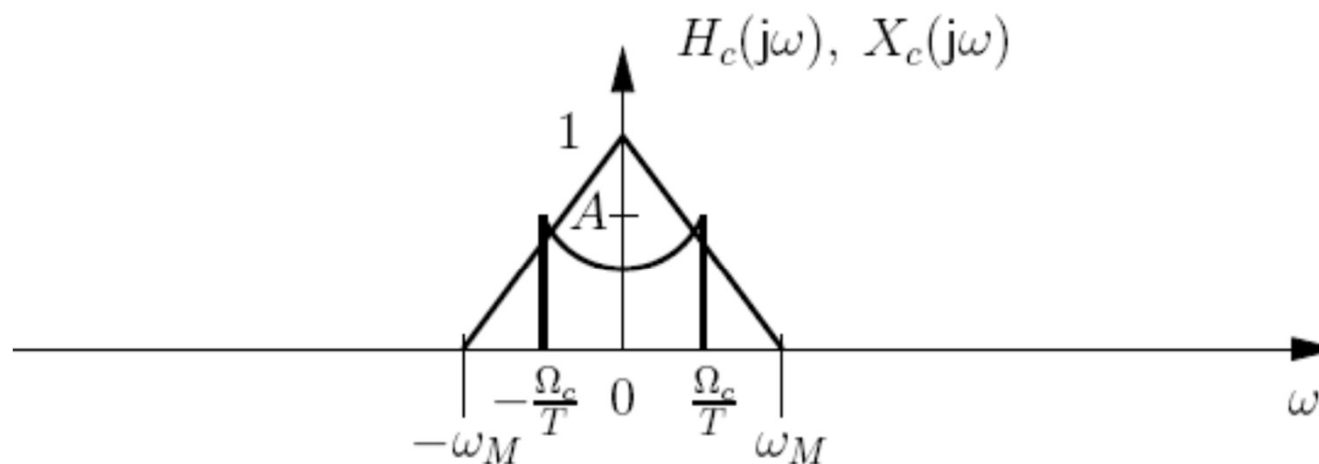
## 5.4 连续时间系统的离散时间实现







## 5.4 连续时间系统的离散时间实现





## 5.4 连续时间系统的离散时间实现



根据上述原理，一个用于连续时间信号数字化处理系统如下图所示：

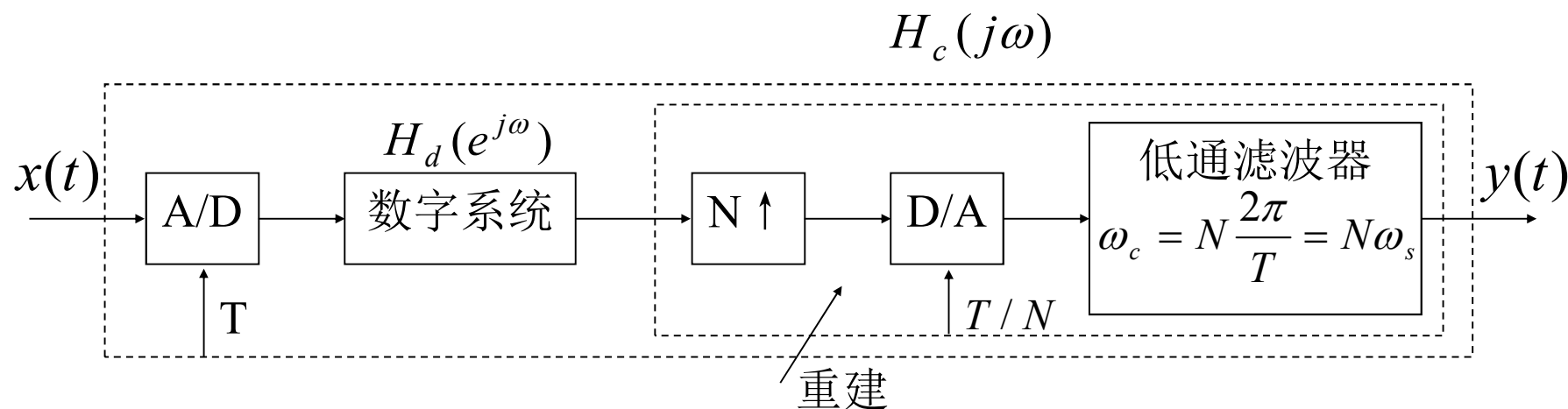
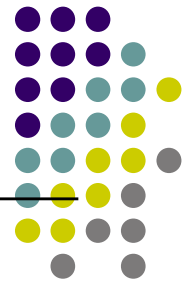


图5-28 带限连续时间信号的数字化处理



## 5.4 连续时间系统的离散时间实现

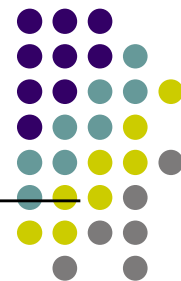


内插：为了降低重建滤波器的设计难度，一般的做法是对数字系统的输出数字信号进行 $N$ 点内插，这样就可以用普通低通滤波器来实现信号的重建。内插提高了信号的等效采样率 $R$ ，即减少采样间隔，相邻的频谱的间隔较大，使得低通滤波器的截止频率 $\omega_c = N\omega_s = N\frac{2\pi}{T}$ 可取得较大（实际也可取 $\omega_c = \frac{\omega_s}{2}$ ），这样的平滑低通滤波器就变得较容易设计了。

抽取：为降低数字系统对处理速度的要求，通常的作法是对输入的数字信号进行抽取，以便降低信号等效的采样率。



## 5.4 连续时间系统的离散时间实现



$H_c(j\omega)$  和  $H_d(e^{j\omega T})$  之间关系也可表示为

$$H_d(e^{j\omega T}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_c(j(\omega - k\omega_s))$$

上式中将  $\omega T$  替换成  $\omega$ ，并注意到  $\omega_s = \frac{2\pi}{T}$ ，则有

$$H_d(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_c(j(\omega - 2\pi k)/T) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} TH_c(j(\omega - 2\pi k)/T)$$

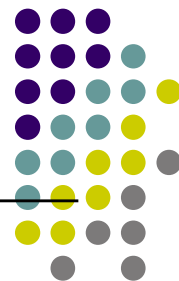
可以看出，离散时间系统单位脉冲响应  $h[n]$  为等效的连续时间系统的单位冲激  $h_c(t)$  的样值，即

$$h[n] = Th_c(nT)$$

$h_c(t)$  的最大频率  $\omega_M = \omega_c = \frac{\omega_s}{2}$ ，故上述抽样不会发生频谱混叠。



## 例5.2



【例5.2】数字回波消除器。现在来考虑一个连续时间带限回波消除器的离散时间实现。假设收到的回波信号  $s(t)=x(t)+ax(t-T_0)$ ，其中  $a<1$ ，并作为回波消除器的输入，使得回波消除器的输出  $y(t)=x(t)$ 。

连续时间回波消除器的频率响应为

$$H_1(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{S(j\omega)} = \frac{X(j\omega)}{X(j\omega)(1 + ae^{-j\omega T_0})} = \frac{1}{a + ae^{-j\omega T_0}}$$

因此，截止频率为  $\omega_c$  的带限回波消除器的频率响应为

$$H_c(j\omega) = \begin{cases} H_1(j\omega), & |\omega| < \omega_c \\ 0 & , \text{其他} \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{1 + ae^{-j\omega T_0}}, & |\omega| < \omega_c \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$



## 例5.2

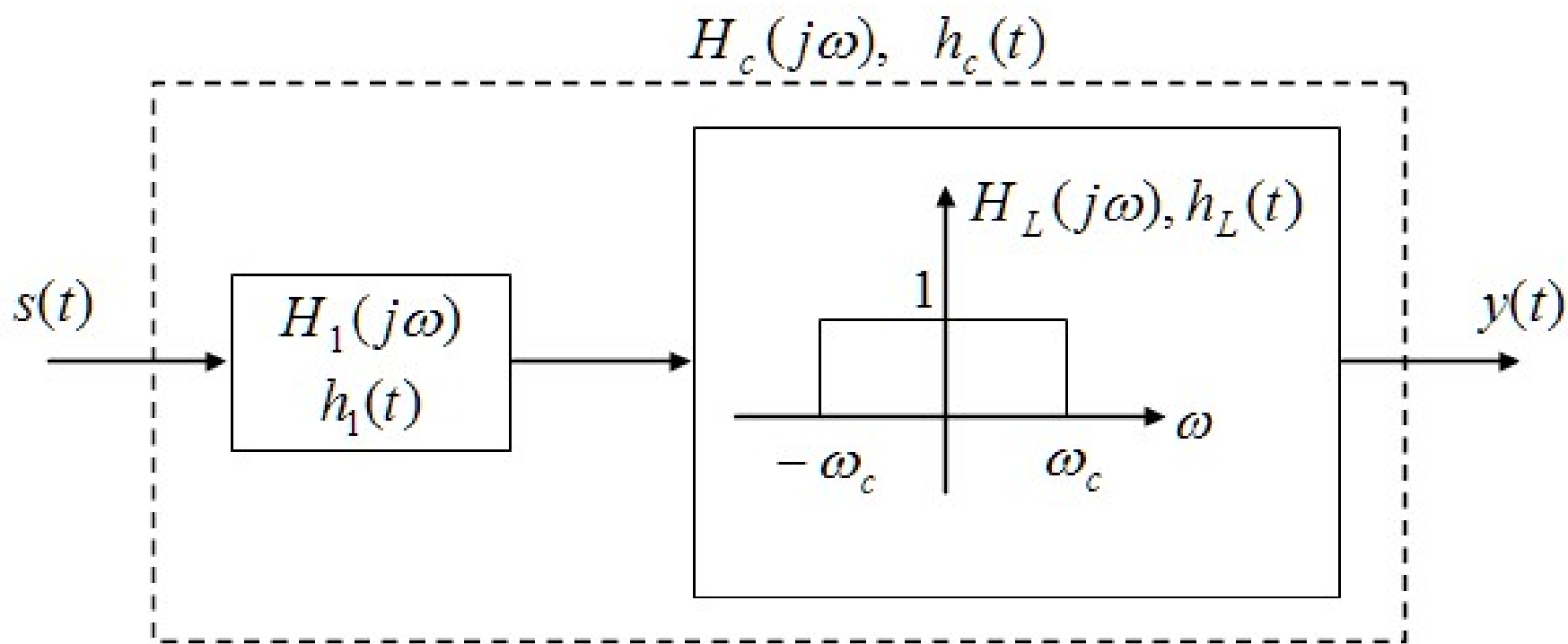


图5-29 带限回波消除器



## 例5.2



相应的离散时间系统的频率响应为

$$H_d(e^{j\omega}) = H_1(j\frac{\omega}{T}) = \frac{1}{1 + ae^{-j\omega\frac{T_0}{T}}}, \quad |\omega| < \omega_c T < \pi$$

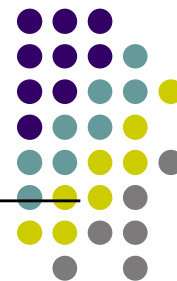
相应的,  $h_d[n] = Th_c(nT)$

其中,  $T$ 为采样周期 ( $\omega_s = \frac{2\pi}{T}$ )

$$\begin{aligned} \text{因为 } H_1(j\omega) &= \frac{1}{1 + ae^{-j\omega T_0}} = 1 + (-a)e^{-j\omega T_0} + (-a)^2 e^{-j2\omega T_0} + \dots \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} (-a)^k e^{-jk\omega T_0} \end{aligned}$$



## 例5.2



由上式可得单位冲激响应为  $h_1(t) = \sum_{k=0}^{\infty} (-a)^k \delta(t - kT_0)$

又低通滤波器  $H_L(j\omega)$  的单位冲激响应  $h_L(t)$  为  $h_L(t) = \frac{\sin \omega_c t}{\pi t}$

可得带限回波消除器的单位冲激响应  $h_c(t)$  为

$$h_c(t) = h_1(t) * h_L(t) = \sum_{k=0}^{\infty} (-a)^k \frac{\sin \omega_c (t - kT_0)}{\pi (t - kT_0)}$$

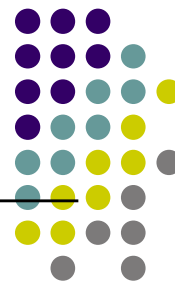
对应的离散时间系统的单位脉冲响应为

$$h_d(t) = Th_c(nT) = \sum_{k=0}^{\infty} (-a)^k \frac{T \sin \omega_c (nT - kT_0)}{\pi (nT - kT_0)}$$





## 例5.3



### 【例5.3】数字延时器。

连续时间延时器的输入输出关系为  $y(t) = x(t - \Delta t)$

其中  $\Delta t$  代表延时时间。其频率响应为  $H(j\omega) = e^{-j\omega\Delta t}$

要实现其离散时间处理，其等效的连续时间系统必须是带限的，因此选取

$$H_c(j\omega) = \begin{cases} e^{-j\omega\Delta t}, & |\omega| < \omega_c \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

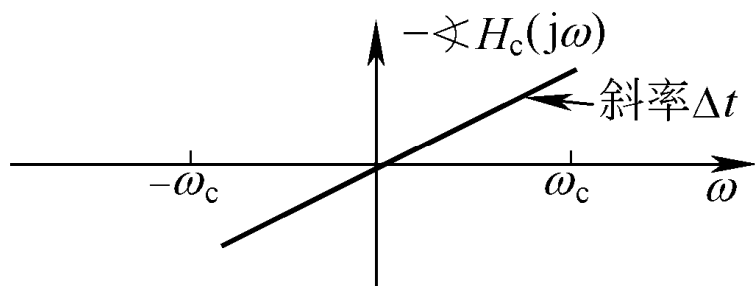
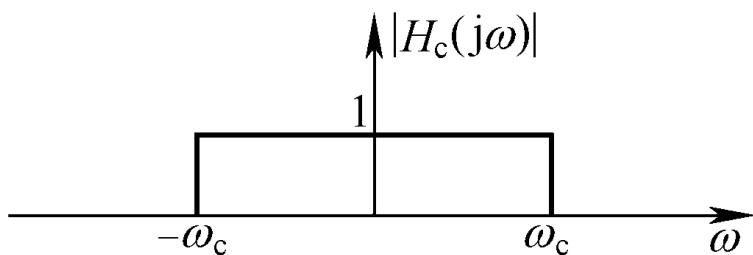
该滤波器为一截止频率为  $\omega_c$ ，相频特性为  $-\omega\Delta t$  的理想低通滤波器。若取采样频率  $\omega_s = 2\omega_c$ ，则离散时间频率响应为

$$H_d(e^{j\omega}) = e^{-j\omega\Delta t/T}, \quad |\omega| \leq \pi$$

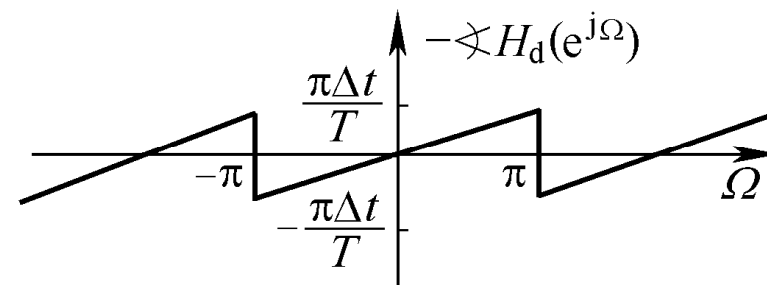
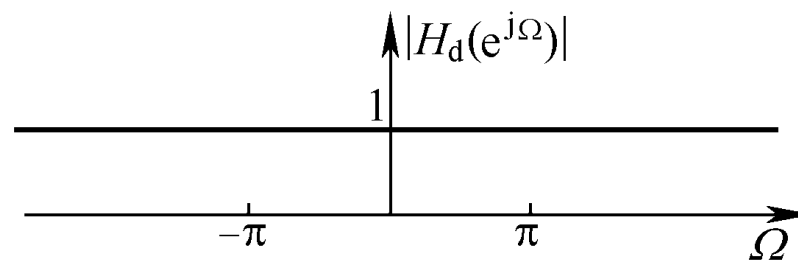
相应的单位脉冲响应为  $h_d[n] = T h_c(nT)$



## 例5.3



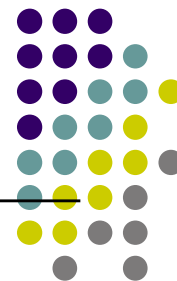
(a) 连续时间带限延时系统的频率响应



(b) 相应的离散时间延时系统的频率响应



## 例5.3



带限延时系统的单位冲激响应为  $h_c(t) = \frac{\sin \omega_c (t - \Delta t)}{\pi(t - \Delta t)}$

相应离散时间系统的单位脉冲响应是

$$h_d[n] = Th_c(nT) = T \cdot \frac{\sin \omega_c (nT - \Delta t)}{\pi(nT - \Delta t)} = T \cdot \frac{\sin \frac{\omega_s}{2} (nT - \Delta t)}{\pi(nT - \Delta t)}$$

根据  $H_d(e^{j\omega})$  的频率响应, 可得

$$y_d[n] = x_d[n - \frac{\Delta t}{T}]$$

$\frac{\Delta t}{T}$  不为整数, 上式似乎没有意义。



## 例5.3



实际上可以理解为是对 $x_d[n]$ 的限带内插重建信号延时 $\Delta t$ 后的重采样。

利用式  $H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega\Delta t/T}$ ,  $|\omega| \leq \pi$

可实现离散时间域上的分数延时。例如  $\Delta t = \frac{T}{2}$ ，就可实现半采样间隔延时。

相应离散时间系统的单位脉冲响应为

$$h_d[n] = \frac{\sin \pi(n - \frac{1}{2})}{\pi(n - \frac{1}{2})} \quad \omega_s = 2\omega_c$$



# Review

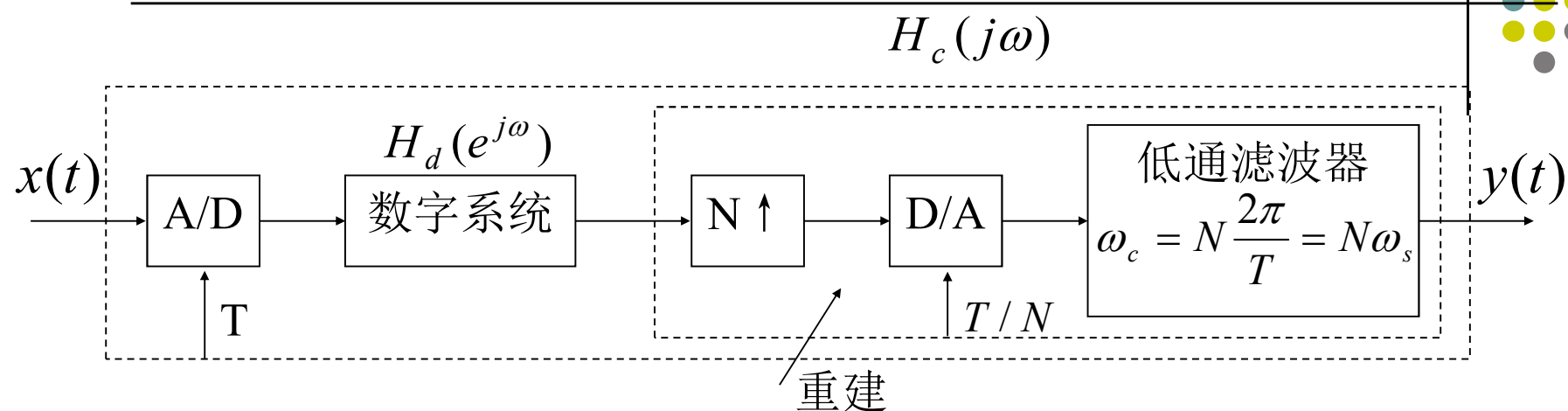


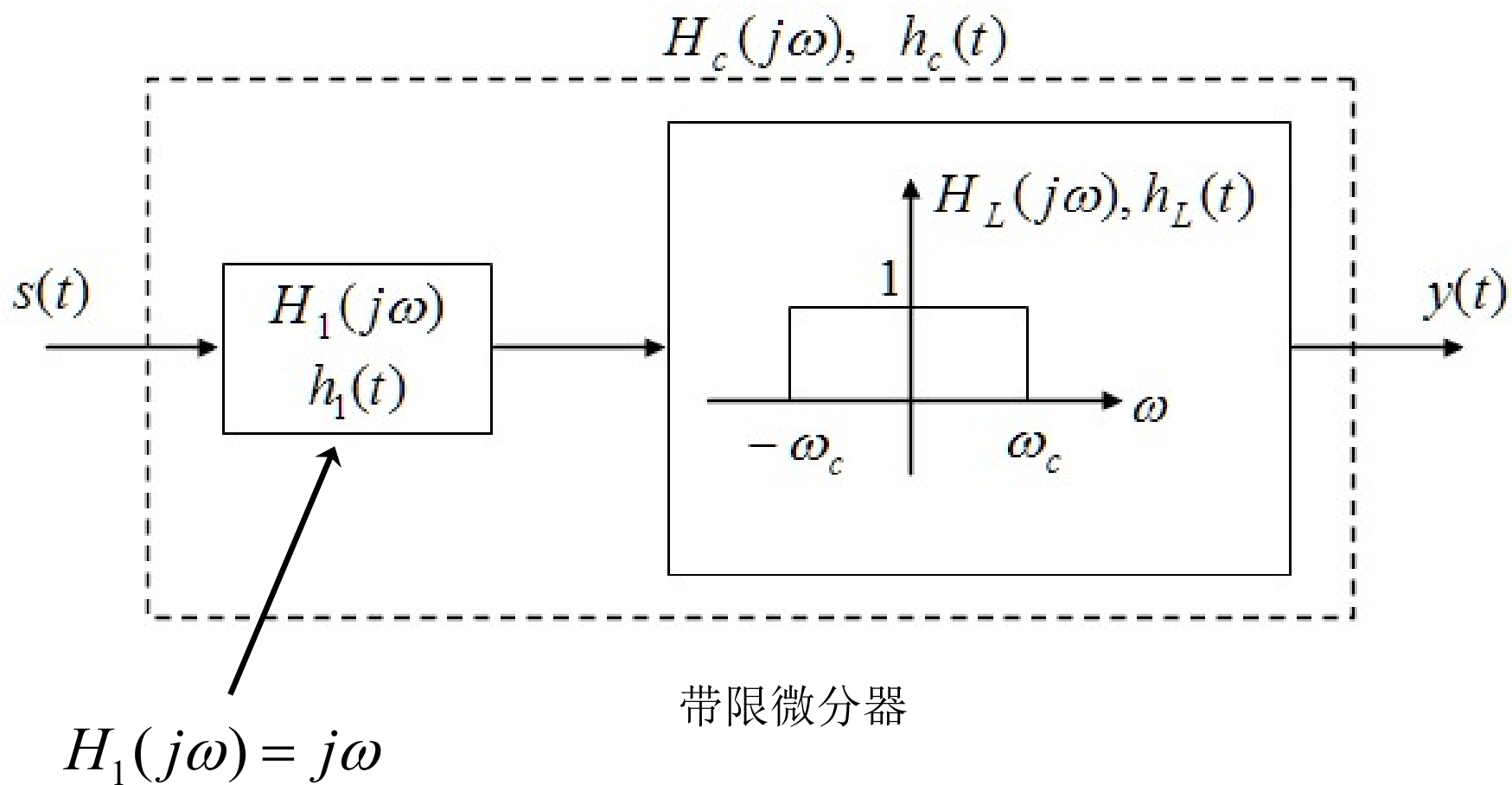
图5-28 带限连续时间信号的数字化处理

$$H_c(j\omega) = \begin{cases} H_d(e^{j\omega T}), & |\omega| \leq \frac{\omega_s}{2} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

$$h_d[n] = T h_c(nT)$$



## 例：设计数字微分器





## § 5.0 引言

### § 5.1 连续时间信号的时域采样定理

### § 5.2 信号的欠采样

### § 5.3 离散时间信号的时域采样定理

### § 5.4 连续时间系统的离散时间实现

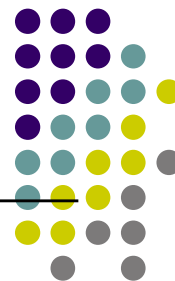
### § 5.5 正弦载波幅度调制

### § 5.6 脉冲幅度调制 (**PAM**)

### § 5.7 离散时间信号正弦幅度调制



## 5.5 正弦载波幅度调制



幅度调制:  $y(t) = x(t) \cdot c(t)$

一般将载有信息的  $x(t)$  信号称为调制信号,  $c(t)$  称为载波信号, 一般为高频周期信号或正弦波信号。

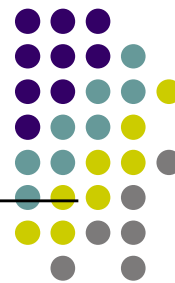
广泛利用正弦载波幅度调制有两个基本的原因:

- $\cos \omega_s t$  信号与任意信号相乘具有频谱搬移功能, 可以将有用信号搬移到适当的频段上。
- 为了充分利用信道的频率资源, 可以利用正弦载波幅度调制的频谱搬移功能, 在同一信道上传输多路已调信号, 从而实现多路信号的同时通信, 即频分复用。





## 5.5.1 DSB与同步解调



双边带正弦载波幅度调制是指载波为等幅的正弦波。

此时已调信号 $y(t)$ 为  $y(t) = x(t) \cos \omega_c t$

$$C(j\omega) = \pi[\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)]$$

$$Y(j\omega) = \frac{1}{2\pi} X(j\omega) * C(j\omega)$$

$$= \frac{1}{2} [X(j(\omega - \omega_c)) + X(j(\omega + \omega_c))]$$

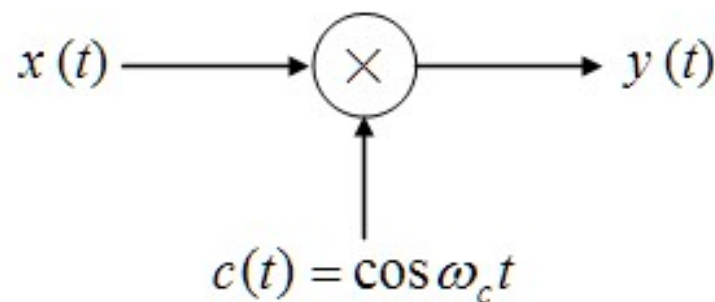


图5-31 正弦载波的幅度调制



## 5.5.1 DSB与同步解调

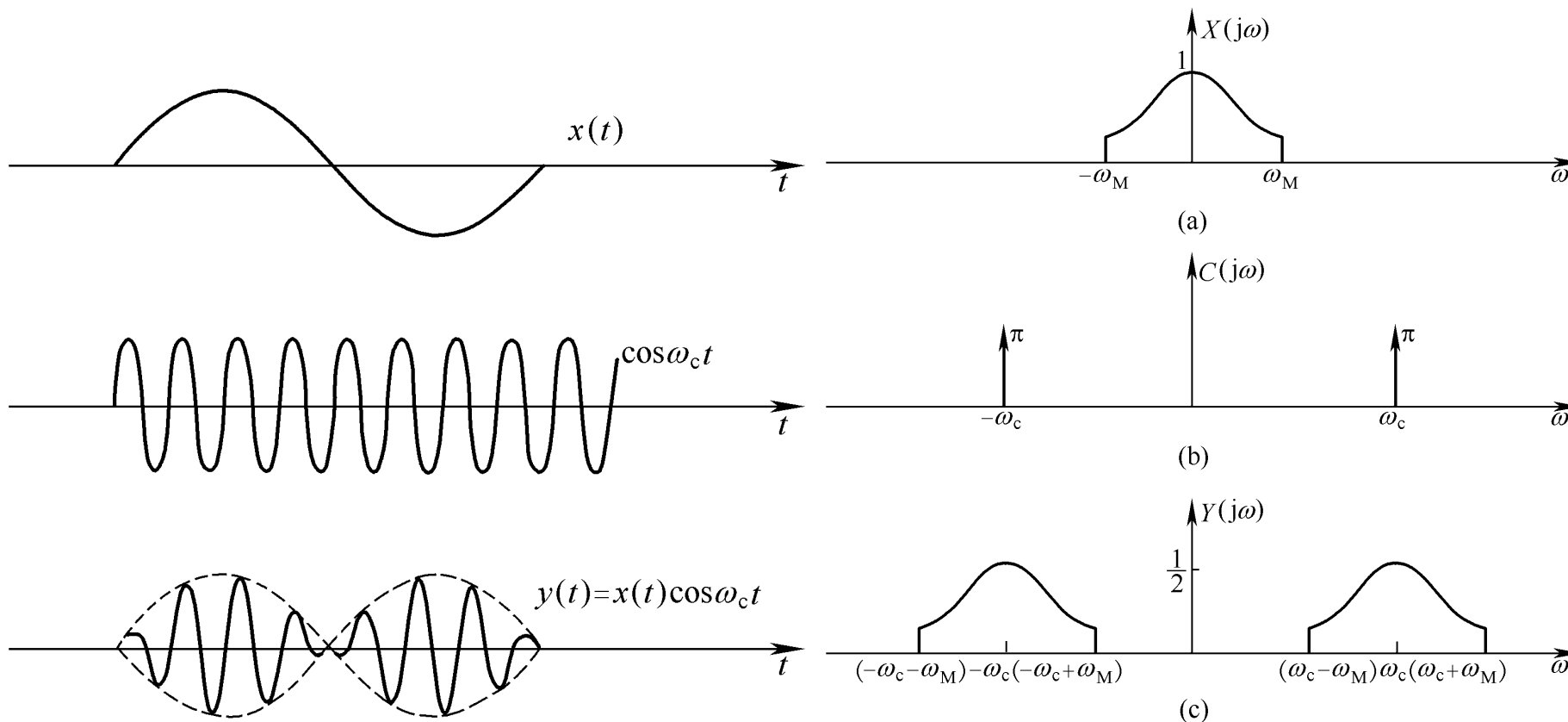
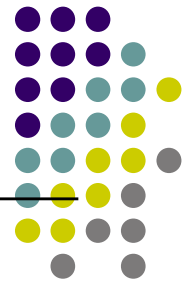


图5-32 DSB调制波形

图5-33 DSB调制的频谱说明



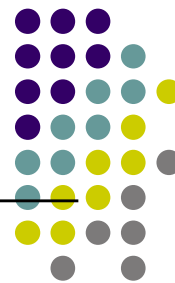
## 5.5.1 DSB与同步解调



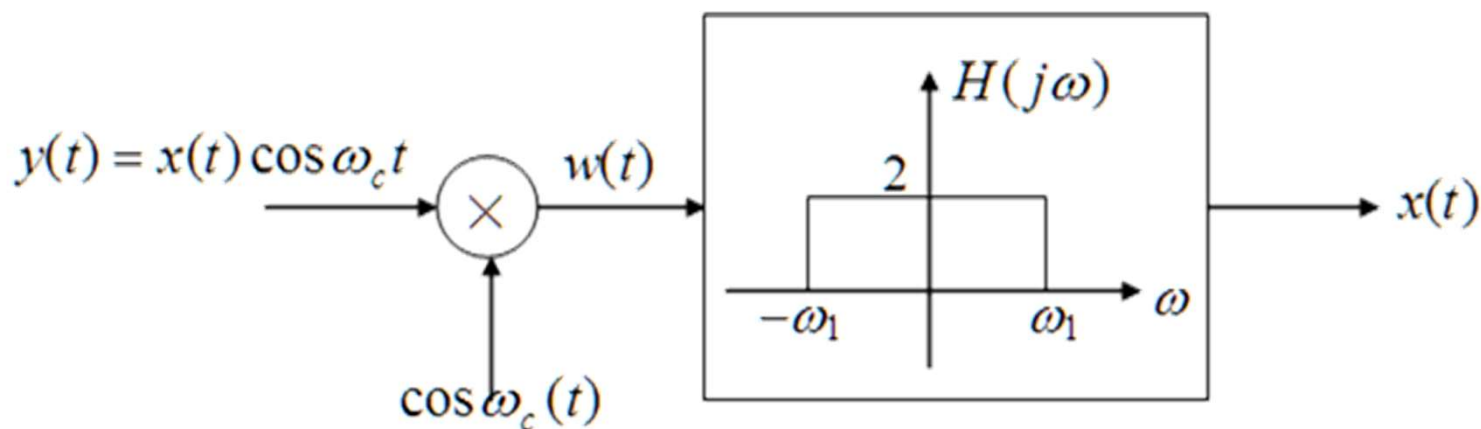
- 正弦载波幅度调制的主要功能是实现频谱搬移功能。
- DSB调制通常也称为抑制载波的正弦载波调制。
- DSB正弦载波幅度调制一般要满足：  
载频  $\omega_c$  > 信号的最高频率  $\omega_M$   
通常  $\omega_c$  要比  $\omega_M$  大的多。



## 5.5.1 DSB与同步解调



同步解调：通过对已调信号二次调制来恢复调制信号 $x(t)$ 。

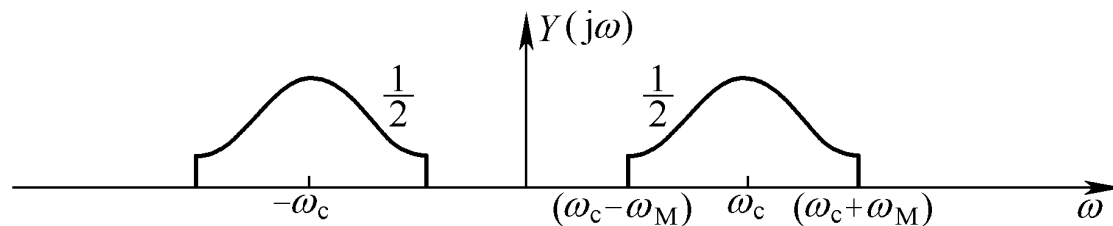
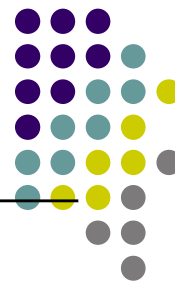


$$\text{其中, } w(t) = x(t) \cos^2 \omega_c t = \frac{1}{2} x(t) + \frac{1}{2} x(t) \cos 2\omega_c t$$

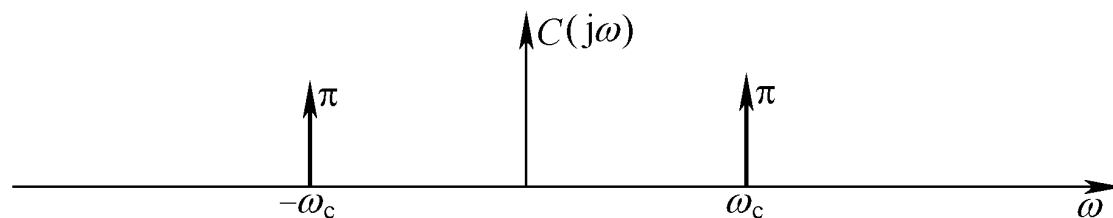
接收端的本地载波信号必须与发送端的载波同频同相。



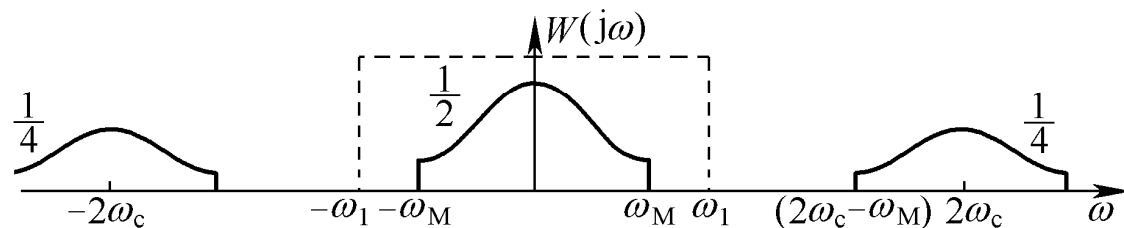
## 5.5.1 DSB与同步解调



(a) 已调信号的频谱



(b) 载波信号的频谱



(c) 已调信号乘以载波后的频谱, 其中虚线表示用于提取调制信号  $x(t)$  的低通滤波器的理想频率响应特性



## 5.5.2 频分复用



频分复用：利用调制技术把不同信号的频谱分别搬移到不同的载频上，使这些已调信号的频谱不再重叠，在同一个宽带信道上同时传输不同的信号。



## 5.5.2 频分复用

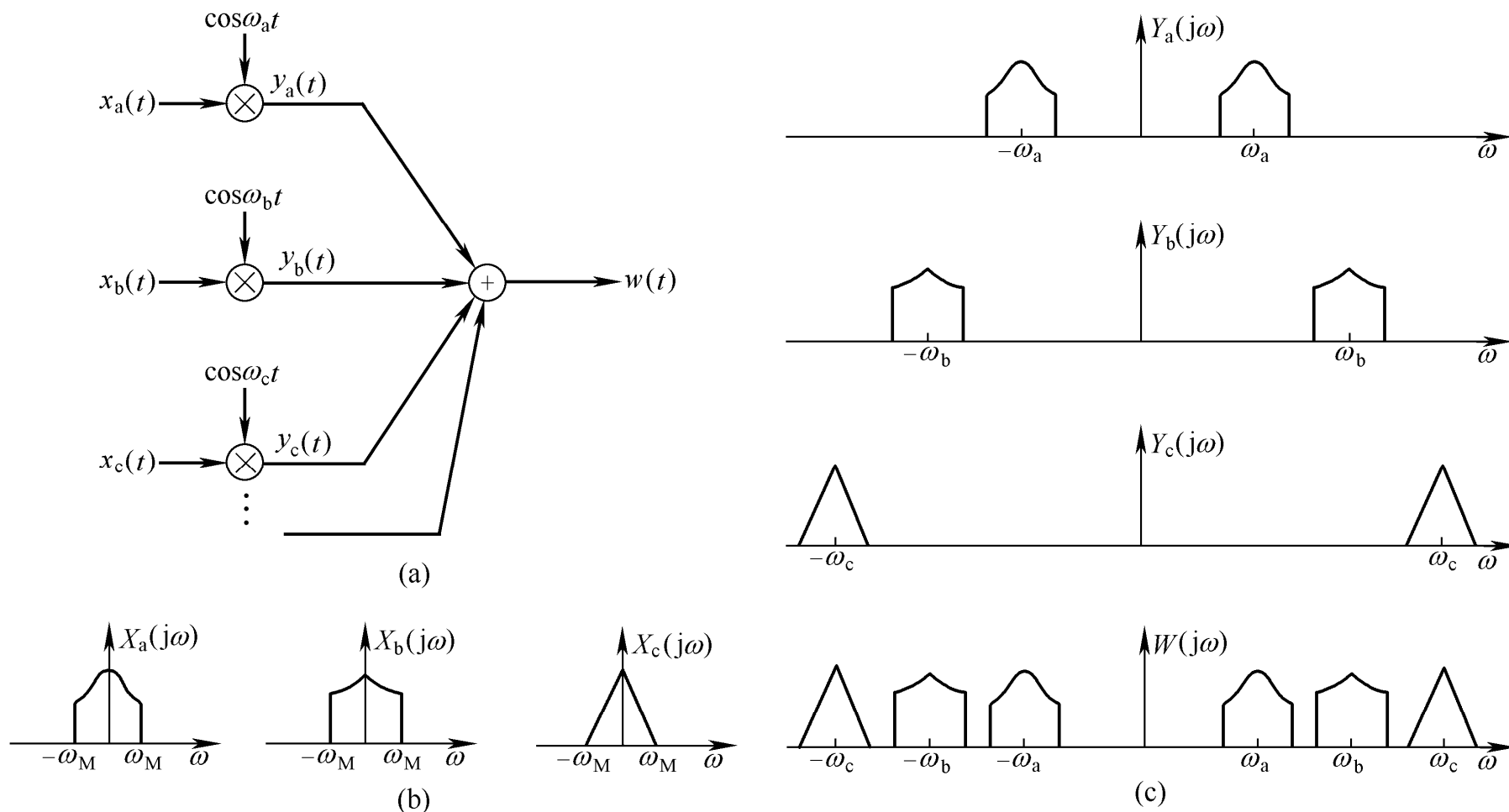


图5-36 频分多路复用



## 5.5.2 频分复用



解调:

1. 利用带通滤波器进行解复, 从复用信道中选取所需要的信号;
2. 通过对已调信号二次调制来恢复调制信号。

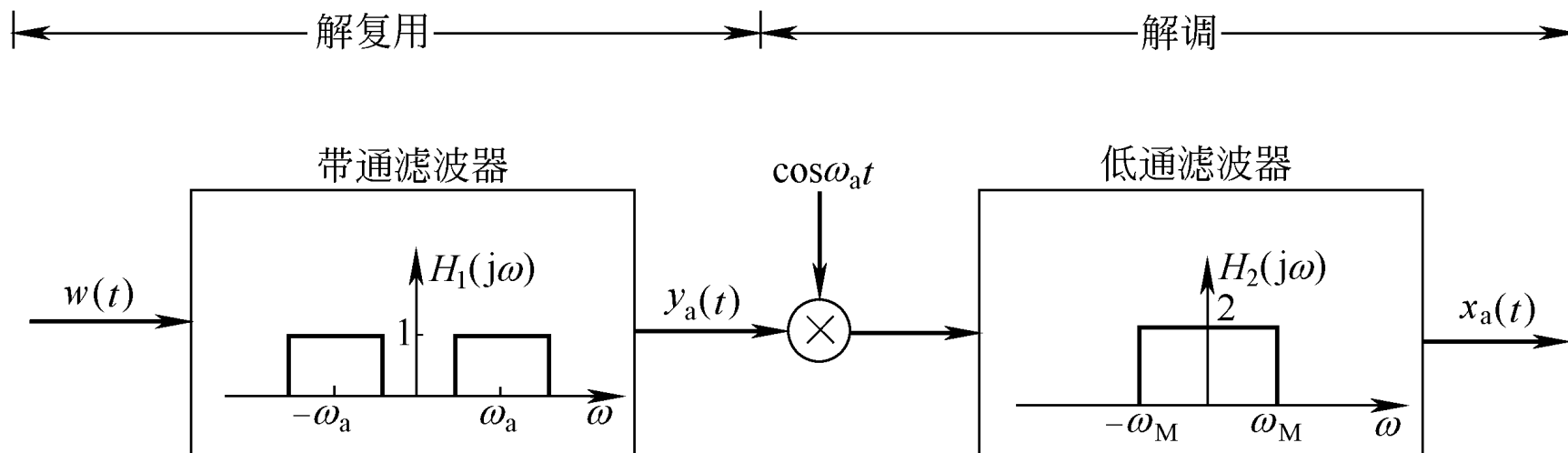
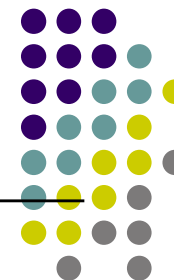


图5-37 某一路频分复用信号的解复与解调





## § 5.0 引言

### § 5.1 连续时间信号的时域采样定理

### § 5.2 信号的欠采样

### § 5.3 离散时间信号的时域采样定理

### § 5.4 连续时间系统的离散时间实现

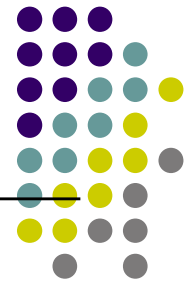
### § 5.5 正弦载波幅度调制

### § 5.6 脉冲幅度调制 (**PAM**)

### § 5.7 离散时间信号正弦幅度调制



## 5.6 脉冲幅度调制 (PAM)



- 正弦信号并非唯一的载波形式，在时间上“离散”的周期脉冲信号，同样可以作为载波。这种调制称为脉冲调制 (PAM)。
- PAM是脉冲载波的幅度随调制信号变化的一种调制方式：它是对调制信号的取样，即抽取某一时间间隙内的调制信号的信息。
- 脉冲调制有两种基本形式：自然采样和平顶采样（零阶保持采样）。



## 5.6.1 自然采样与时分复用 (TDM)

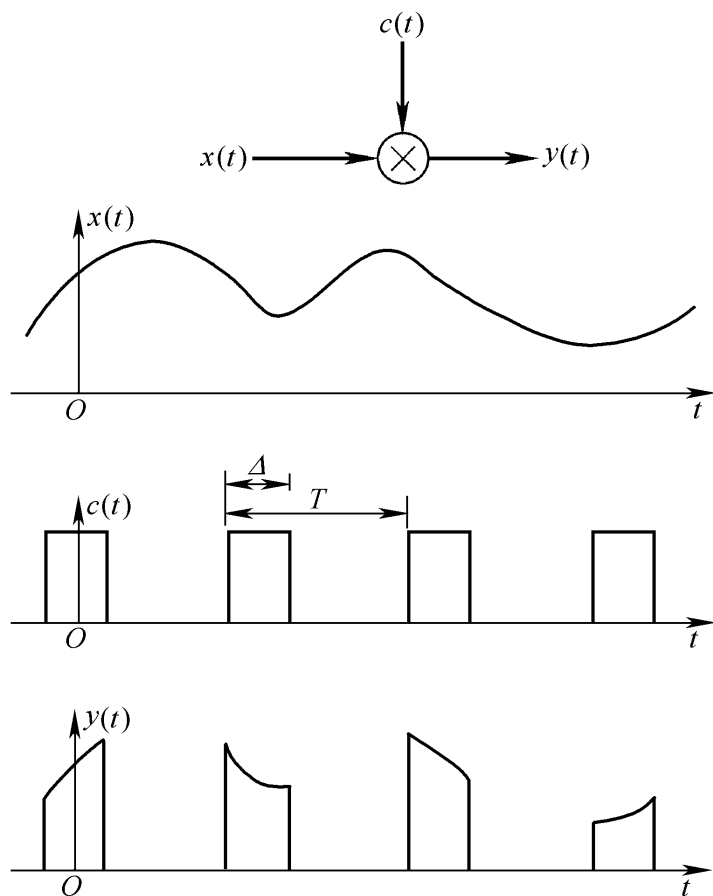


图5-38 自然采样形式的脉冲幅度调制

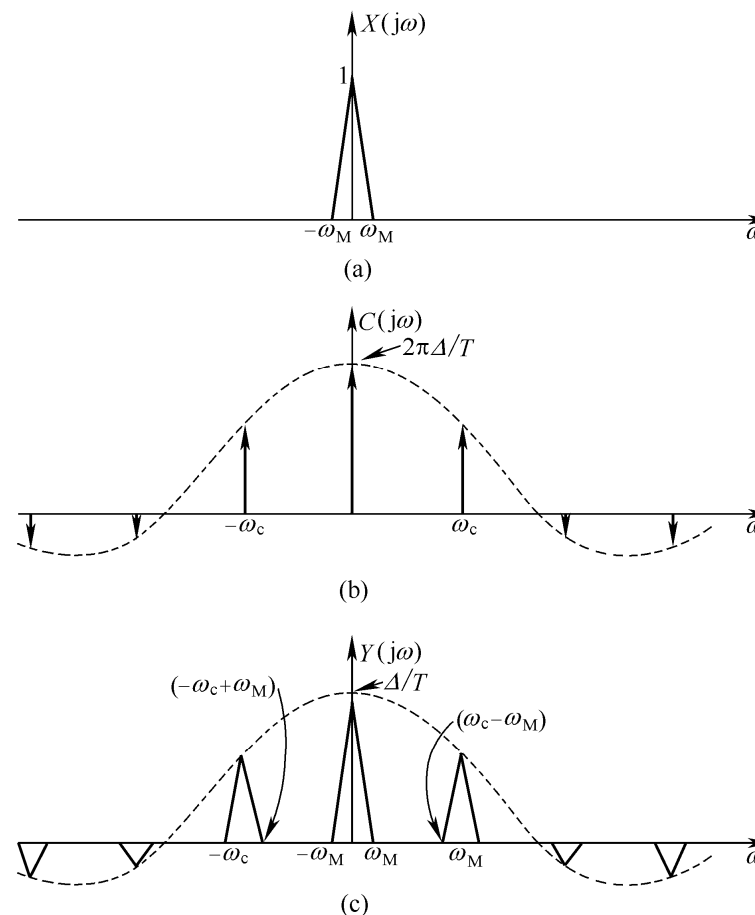
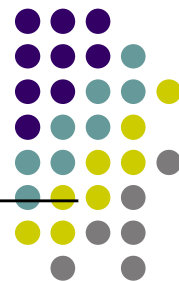


图5-39 自然采样形式的脉冲幅度调制的频谱说明



## 5.6.1 自然采样与时分复用 (TDM)



自然采样的数学模型:

$$x(t) \xleftrightarrow{F} X(j\omega) \quad c(t) \xleftrightarrow{F} C(j\omega) \quad y(t) \xleftrightarrow{F} Y(j\omega)$$

由 $x(t)$ 和矩形周期脉冲信号 $c(t)$ 直接相乘来完成的。

$$\text{那么有 } Y(j\omega) = \frac{1}{2\pi} X(j\omega) * C(j\omega)$$

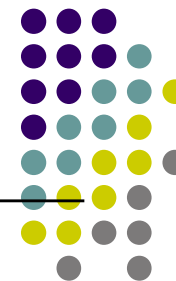
$$\text{周期脉冲信号 } c(t) \text{ 的频谱 } C(j\omega) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\text{Sin}(k\omega_c \Delta / 2)}{\pi k} \cdot \delta(\omega - k\omega_c)$$

式中 $\omega_c = \frac{2\pi}{T}$ 。  $T$ 为周期脉冲信号的周期,  $\Delta$ 为脉冲宽度。

$$\text{可得 } Y(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\text{Sin}(k\omega_c \Delta / 2)}{\pi k} X(j(\omega - k\omega_c))$$



## 5.6.1 自然采样与时分复用 (TDM)



只要满足采样定理的条件，在频域被移位加权的  $X(j\omega)$  频谱不会重叠。因此，利用一个截止频率大于  $\omega_M$ ，小于  $\omega - \omega_M$  的低通滤波器，就可以从  $y(t)$  中恢复出  $x(t)$  来。

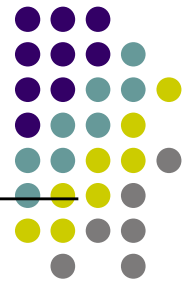
推广至一般周期信号载波的调制形式，即

$$Y(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k X(j(\omega - k\omega_c))$$

其中  $a_k$  为载波  $c(t)$  的傅里叶级数的系数， $\omega_c$  为其基波率。



## 5.6.1 自然采样与时分复用 (TDM)



脉冲幅度调制的实质是在某时间间隙对信号进行采样，也可以理解为仅在一个  $\Delta$  的间隙上传输调制信号；一般周期脉冲信号的周期  $T$  远远大于  $\Delta$  间隙，可以利用一周期内其它的时间间隔，用同样的方法传输其它的已调信号。

时分多路复用 (TDM) 技术：

将一个周期  $T$  按  $\Delta$  间隔均匀平分为  $N$  个时间间隔 ( $\Delta \cdot N = T$ )，在这  $N$  个不重叠的时间间隙上，对不同的信号进行脉冲幅度调制，这样就可得到  $N$  路在时间上不重叠的  $N$  路已调的信号，并同时被传输。



## 5.6.1 自然采样与时分复用 (TDM)

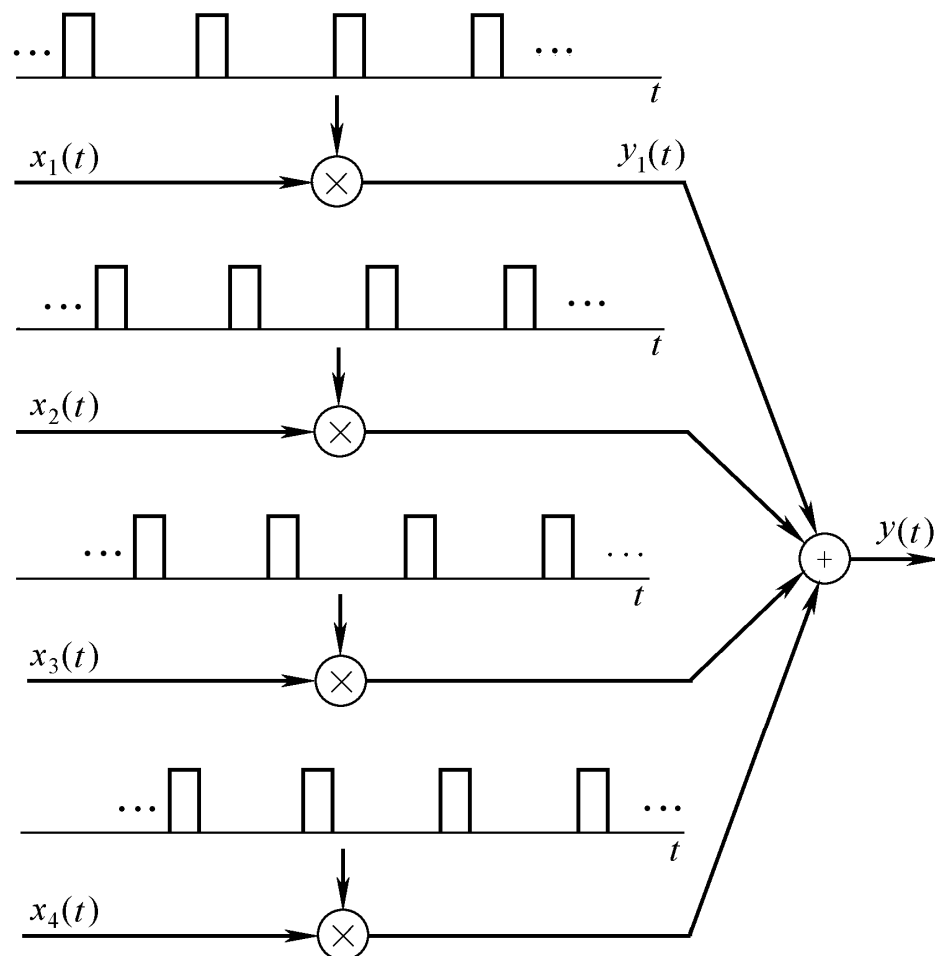
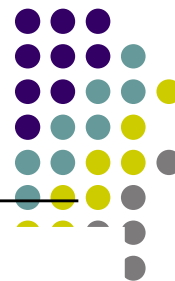
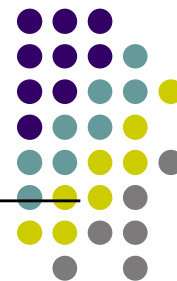


图5-40 时分复用



## 5.6.1 自然采样与时分复用 (TDM)



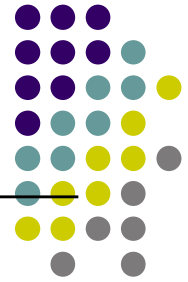
解调:

每一路信号从复合信号解复用是在时域上通过选择与每一路信号相同的时间间隙来完成的, 即发送端和接收端只有在相同的时间间隙内, 然后通过一个低通滤波器, 就可恢复出原信号  $x(t)$ 。





## 5.6.2 平顶采样



平顶采样形式的脉冲幅度调制:它传输的总是调制信号 $x(t)$ 的样本值,而不是那些  $\Delta$ 时隙内的信号,它是用样本 $x(nT)$ 去调制一周期脉冲信号的幅度。

其形成的已调信号实际上就是一离散时间信号物理表现形式,该调制方式就是零阶保持采样。

将上述调制再经过量化和编码,即A/D变换后,就可形成脉冲编码调制(PCM)。PCM的优点是便于应用现代数字技术,抗干扰性强,失真小,传输中再生中继时噪声不累积,而且可以采用有效编码、纠错码和保密编码来提高通信系统的有效性、可靠性和保密性。



## 5.6.2 平顶采样



有关它的频谱分析可查阅5.1.2节中零阶保持这部分内容。

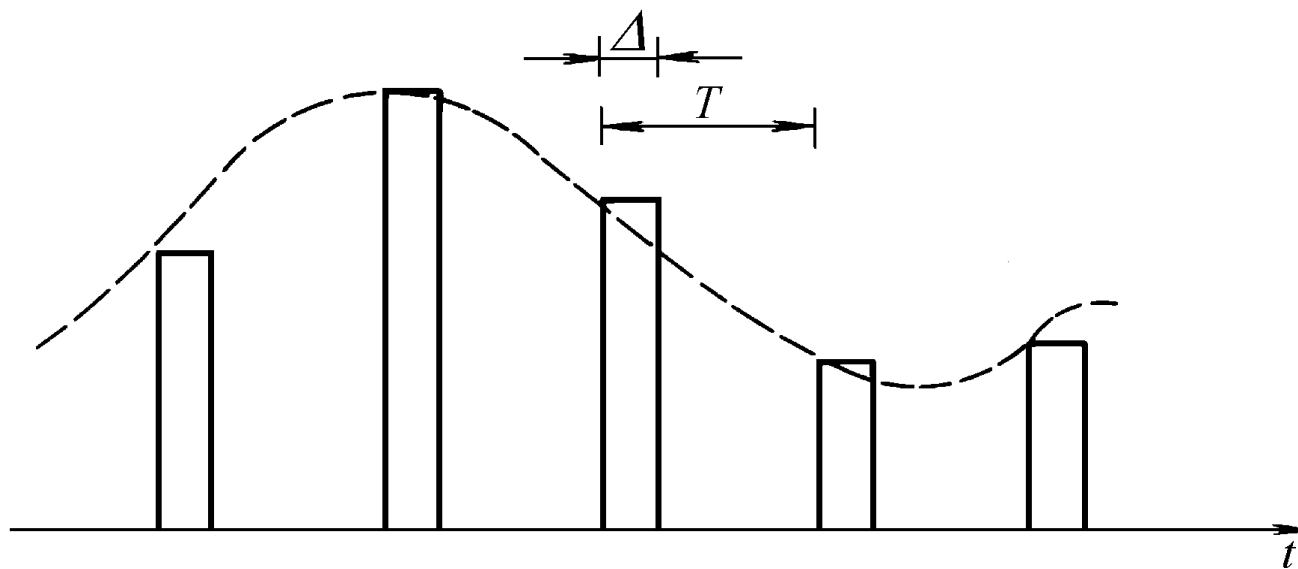


图5-41 对一路平顶采样形式传输的波形，图中虚线代表信号 $x(t)$



## § 5.0 引言

### § 5.1 连续时间信号的时域采样定理

### § 5.2 信号的欠采样

### § 5.3 离散时间信号的时域采样定理

### § 5.4 连续时间系统的离散时间实现

### § 5.5 正弦载波幅度调制

### § 5.6 脉冲幅度调制 (**PAM**)

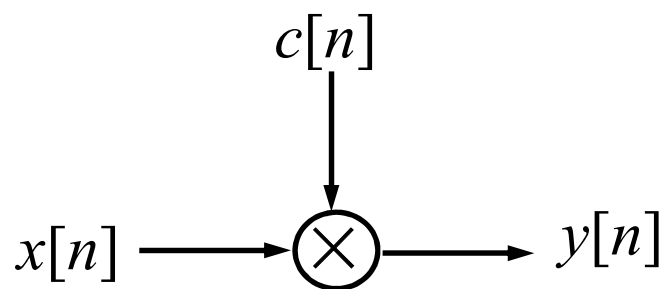
### § 5.7 离散时间信号正弦幅度调制



## 5.7 离散时间信号正弦幅度调制



一个离散时间幅度调制系统



离散时间幅度调制

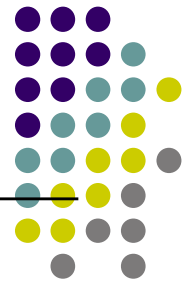
已调信号 $y[n]$ 可表示为

$$y[n] = x[n] \cdot c[n]$$

$$Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(e^{j\theta}) C(e^{j(\omega-\theta)}) d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} C(e^{j\theta}) X(e^{j(\omega-\theta)}) d\theta$$



## 5.7 离散时间信号正弦幅度调制



考虑正弦载波幅度调制

$$c[n] = \cos \omega_c n$$

其频谱为

$$C(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \pi [\delta(\omega - \omega_c + 2\pi k) + \delta(\omega + \omega_c + 2\pi k)]$$

已调信号 $y[n]$ 可表示为

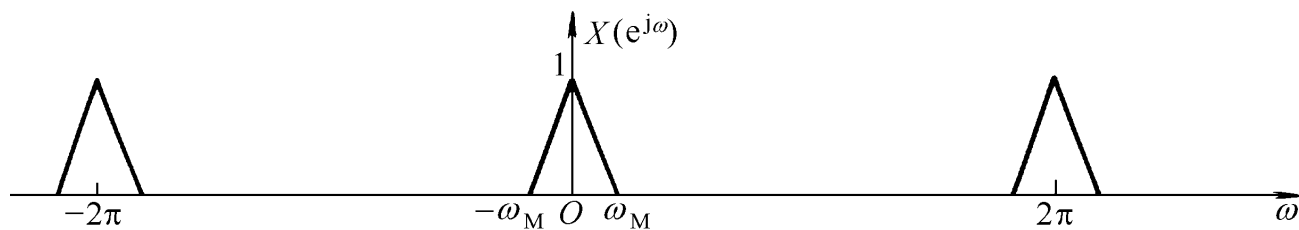
$$y[n] = x[n] \cdot \cos \omega_c n$$

其频谱为

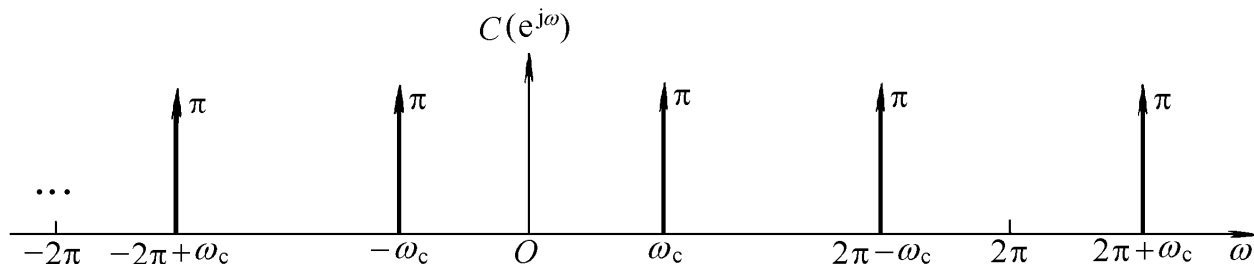
$$Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{2} [X(e^{j(\omega - \omega_c)}) + X(e^{j(\omega + \omega_c)})]$$



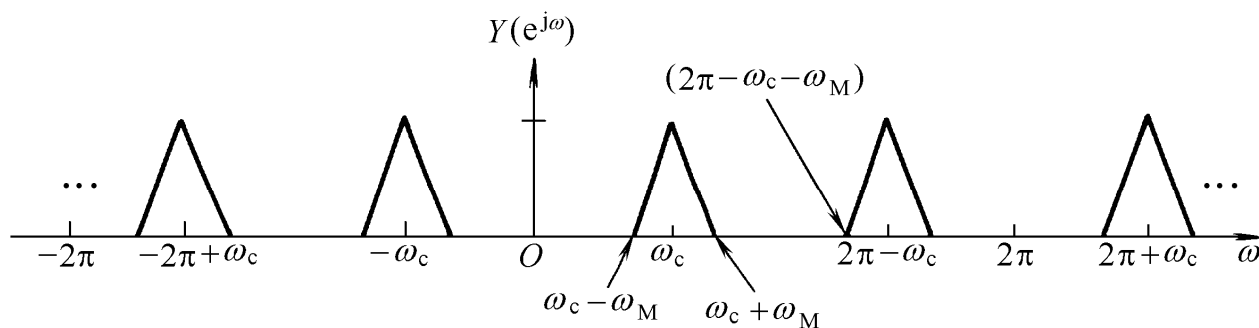
## 5.7 离散时间信号正弦幅度调制



(a) 带限信号  $x[n]$  的频谱



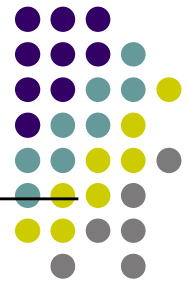
(b) 正弦载波信号  $c[n] = \cos \omega_c n$  的频谱



(c) 已调信号  $y[n] = x[n] \cdot c[n]$  的频谱



## 5.7 离散时间信号正弦幅度调制



为使其不重叠，就要求  $\omega_c - \omega_M > 0$

且  $2\pi - \omega_c - \omega_M > \omega_c + \omega_M$ ，或等效于  $\omega_c < \pi - \omega_M$

为了能在  $\pm \omega_c + 2\pi k$  处精确重现  $X(e^{j\omega})$  的频谱，载频必须满足

$$\omega_M < \omega_c < \pi - \omega_M$$



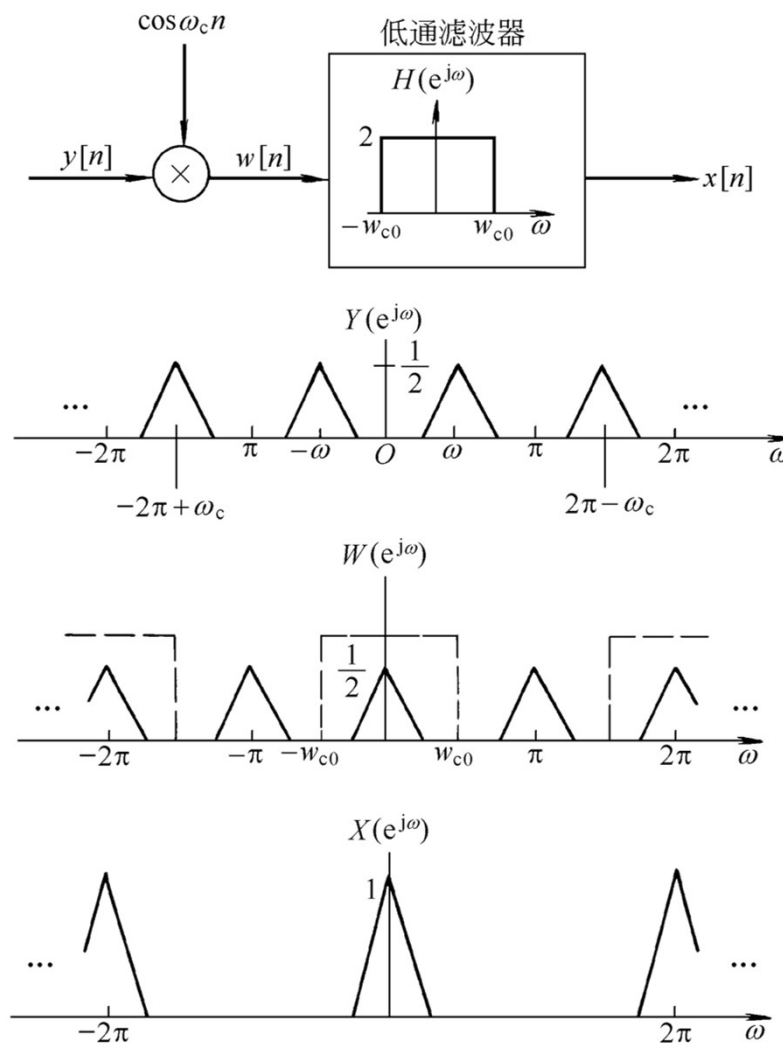
## 5.7 离散时间信号正弦幅度调制



解调完全可以采用与连续时间情况相类似的方法来实现：

通过二次调制，利用低通滤波器，就可恢复原信号 $x[n]$ 。

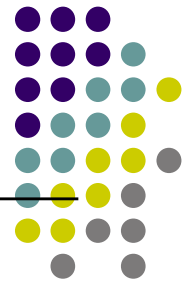
右图 离散时间同步解调及其相关频谱说明， $\omega_c = \frac{\pi}{2}$







## 5.7 离散时间信号正弦幅度调制



频分多路复用（**FDM**）：

用M个不同载频 $\omega_k = \frac{\pi}{2M} + \frac{\pi}{M}k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, M-1$  余弦波去调制M路不同的信号，构成频分复用系统。

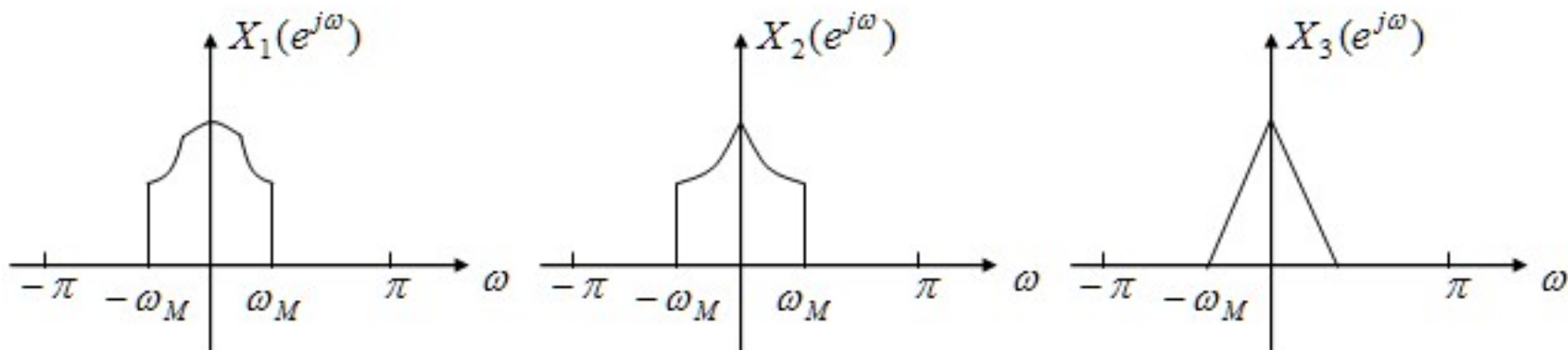
由于为M个信道，就要求每一路  $x_i[n]$  是带限的，即

$$X_i(e^{j\omega}) = 0, \quad \frac{\pi}{2M} < |\omega| < \pi$$

如果某一  $x_i[n]$  不满足上述带限要求，可通过内插（增采样）压缩其频谱以满足上述条件。



## 5.7 离散时间信号正弦幅度调制



(a)

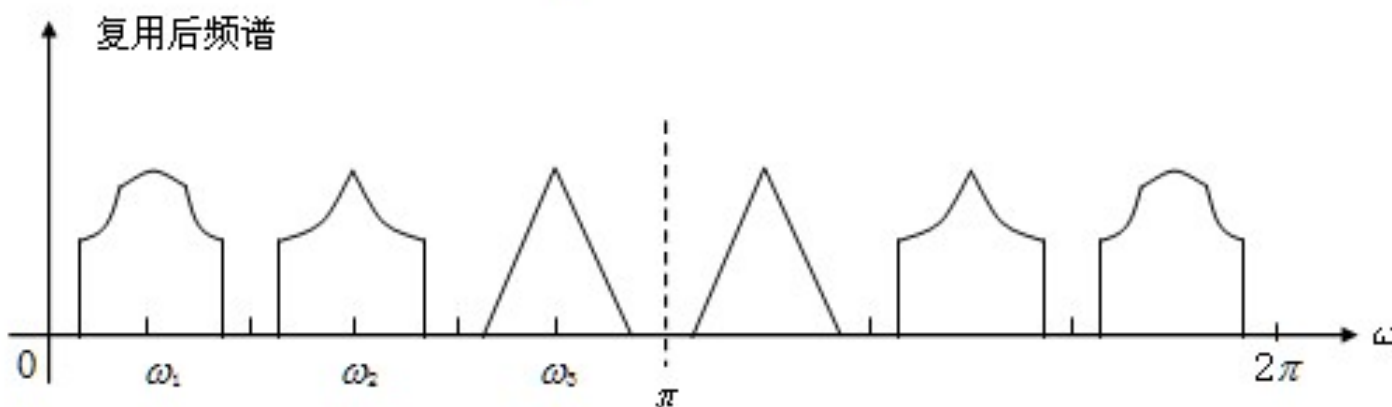
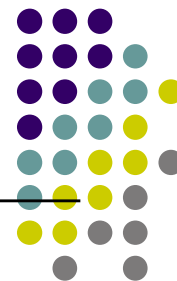


图5-47 离散时间频分复用系统中的有关频谱（3路）



## 小结



- 本章详细讨论了连续时间信号与离散时间信号的时域采样定理，本章的理论基础是傅立叶变换的调制性质，是傅立叶变换在工程中的重要应用：连续时间系统的离散实现方法、连续时间信号与离散时间信号的正弦载波幅度调制与解调。