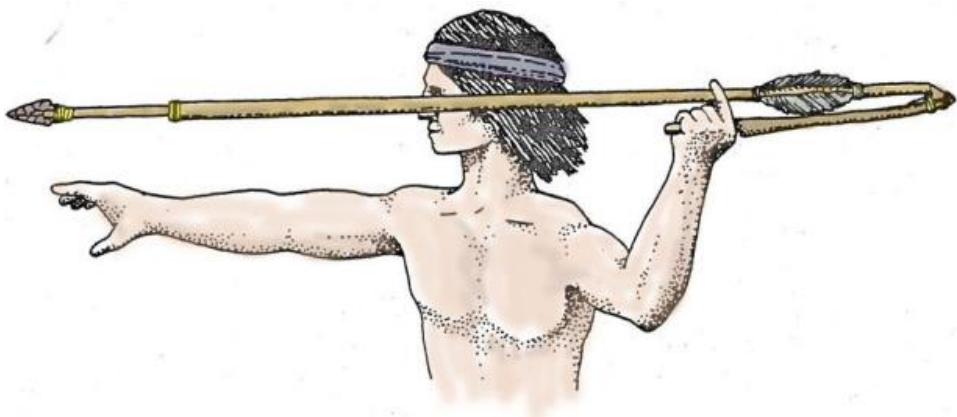

机器人设计与传动-2



朱秋国

浙江大学 控制学院

工业控制技术国家重点实验室

Email: qgzhu@zju.edu.cn

2022年3月24日

5. 连杆传动

平面连杆：组成与运动形式

日常生活中的连杆机构有哪些？

机械加工设备

公交车车门

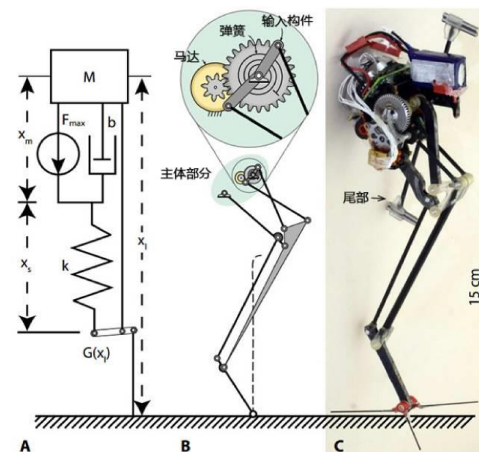
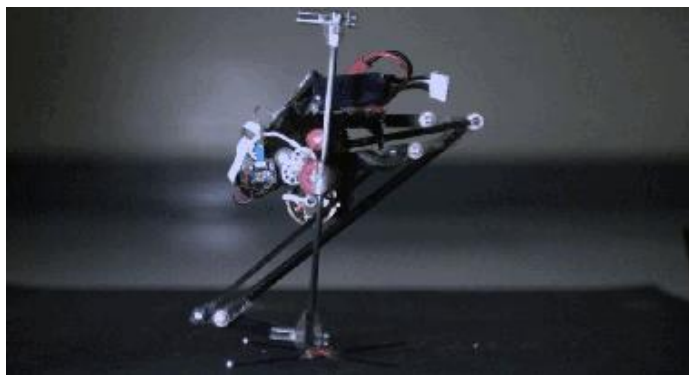
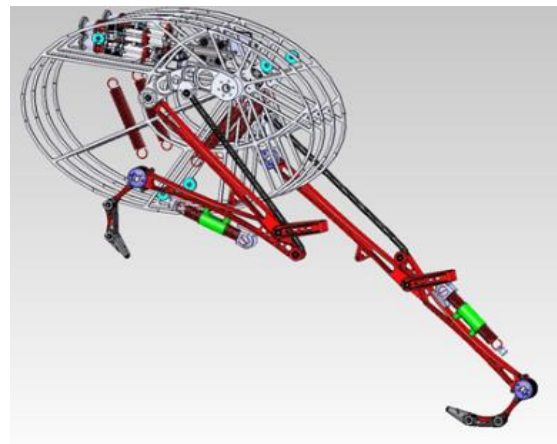
火车车轮

缝纫机

起重器

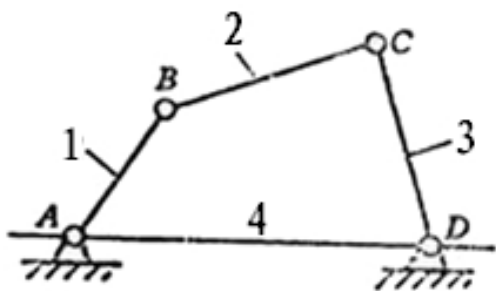
机器人

.....

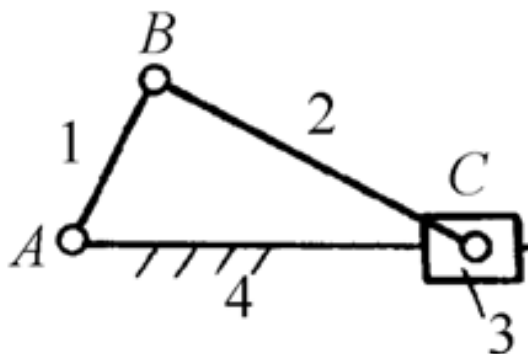


平面四连杆机构

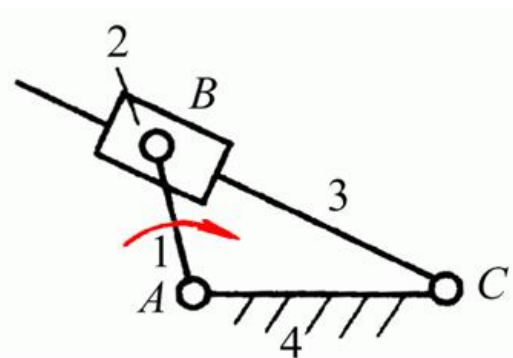
▶ 四连杆的常见机构



铰链四连杆机构



曲柄滑块机构



导杆机构

上述的共同点：

原动件1的运动都要经过一个不直接与机架相联的中间构件2才能传动从动件3，中间件2称为连杆，这些机构成为连杆机构。

连杆传动特点

优点：

- （1）连杆机构中的运动副一般均为低副（连杆机构也称低副机构），低副元素之间为面接触，压强较小，承载能力较大；
- （2）可改变各构件的 长度使得从动件得到不同的运动规律；
- （3）可以设计出各种曲线轨迹。

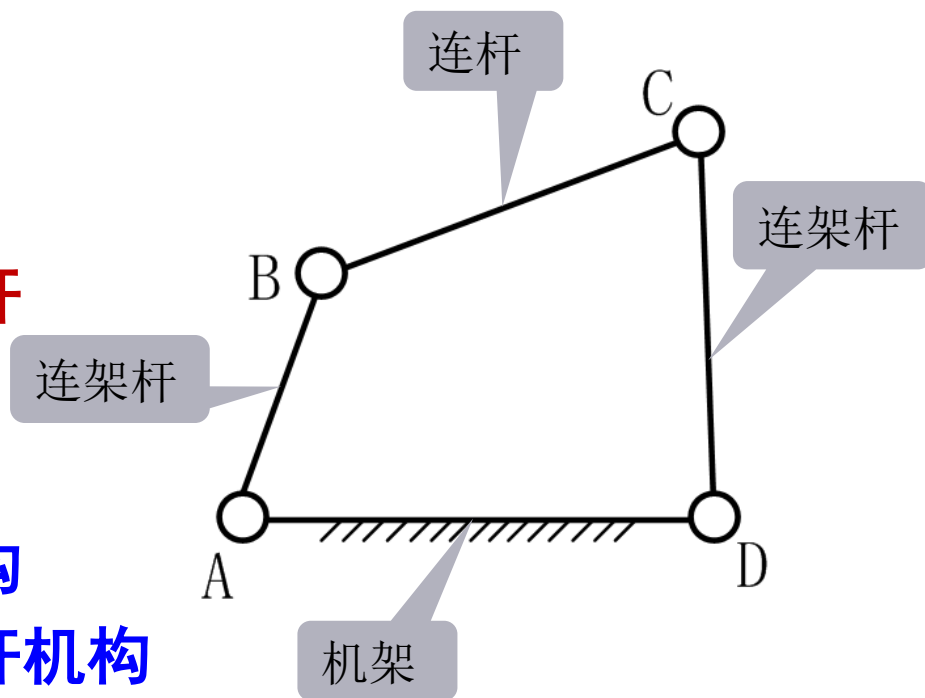
缺点：

- （1）需要经过中间构件传递运动，传递路线较长，易产生较大的误差，同时，使得机械效率降低；
- （2）质心在作变速运动，所产生的惯性力难于用一般平衡方法加以消除，易增加机构的动载荷，不适宜高速运动（相对于齿轮而言）。



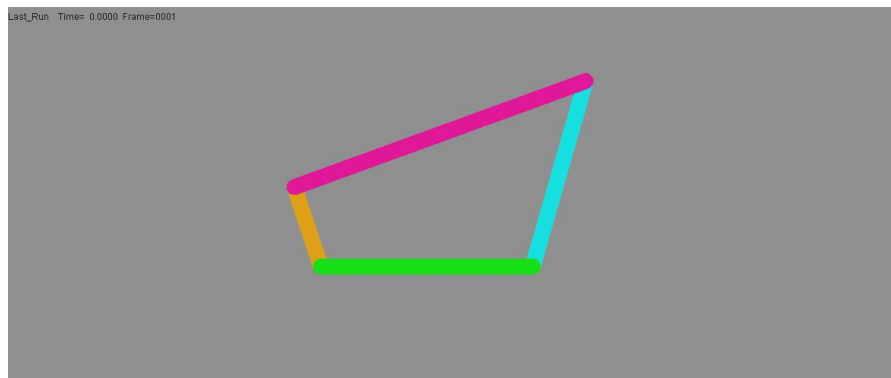
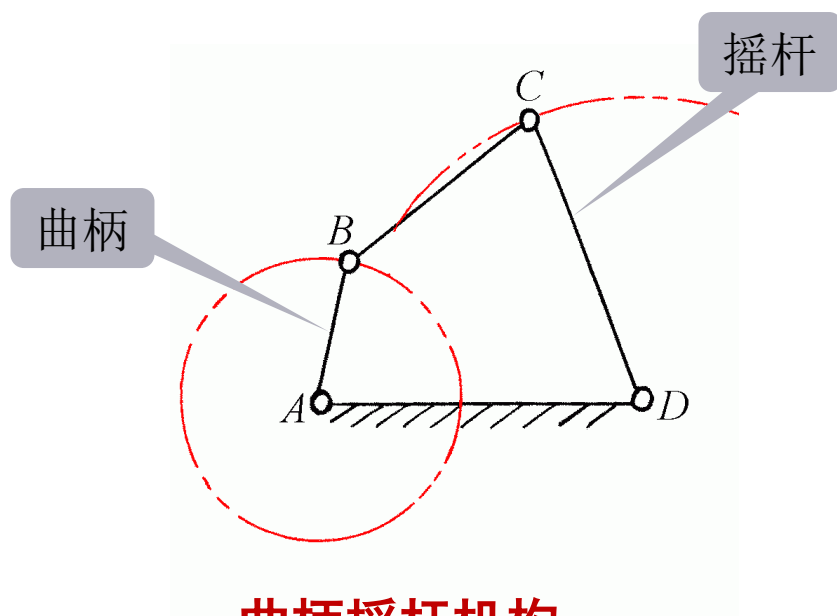
连杆的组成

- ▶ 铰链四连杆是平面四杆机构的基本形式，其他形式可以认为是它的演化形式。
- ▶ 在右图机构中：
 - ▶ AD为**机架**
 - ▶ BC为**连杆**
 - ▶ AB、CD与机架相连为**连架杆**
- ▶ 能做整周回转者为**曲柄机构**
- ▶ 只能一定范围摆动的为**摇杆机构**



基本形式一：曲柄摇杆机构

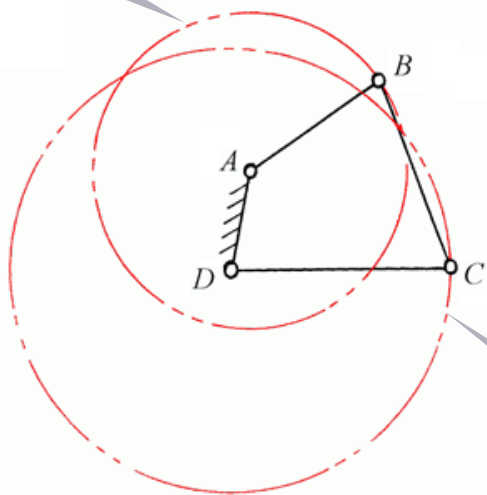
- ▶ **曲柄摇杆机构**：铰链四杆机构的两个连架杆中，有一个为曲柄，另一个为摇杆。



基本形式二：双曲柄机构

- 若铰链四杆机构中的两个连架架均为曲柄，则称其为**双曲柄机构**。

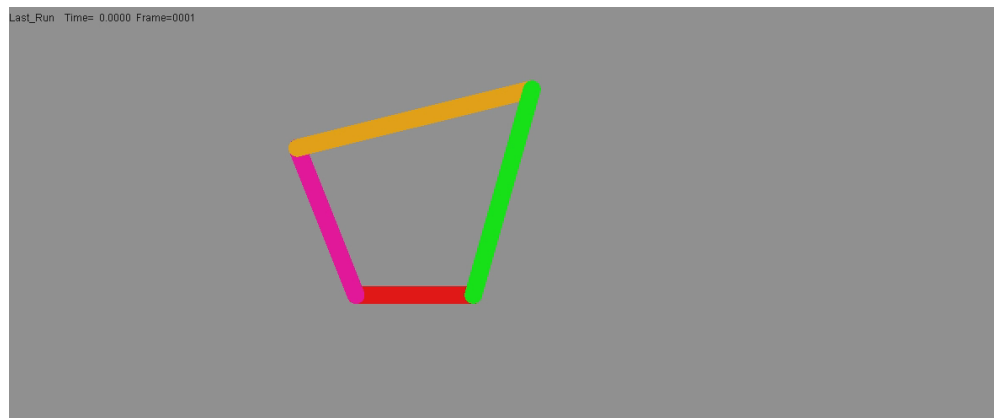
曲柄1



曲柄2

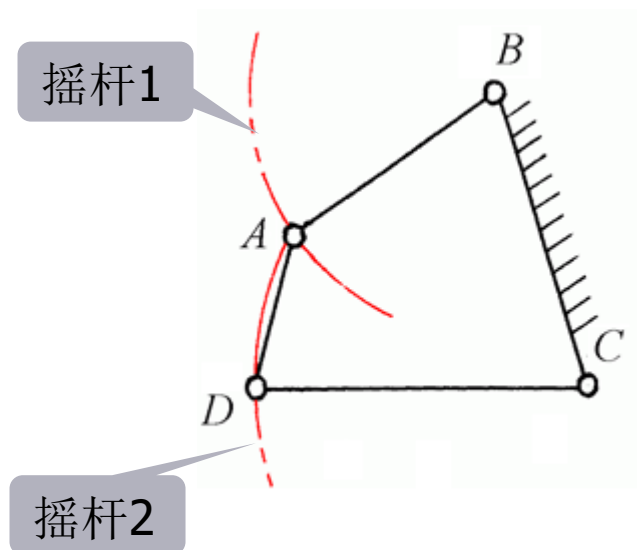
双曲柄机构

Last_Run Time= 0.0000 Frame=0001

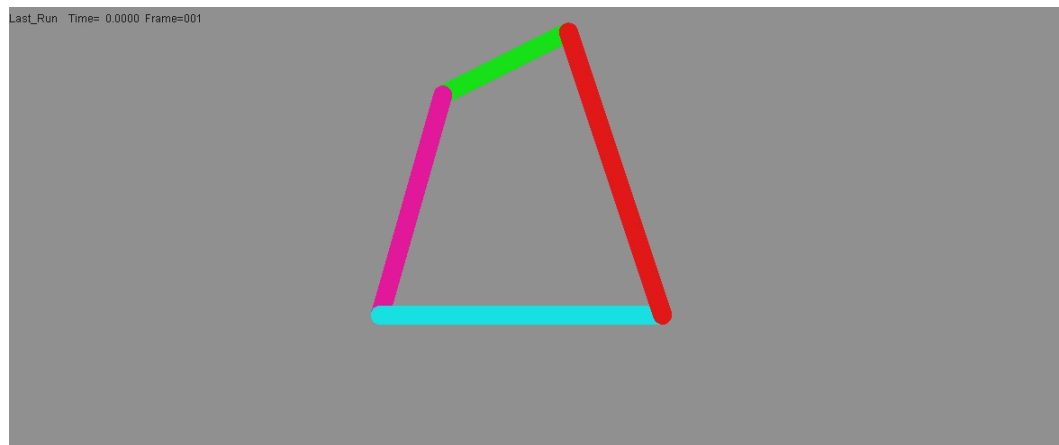


基本形式三：双摇杆机构

- 若铰链四杆机构中的两个连杆架均为摇杆，则称其为**双摇杆机构**。



双摇杆机构



曲柄摇杆机构的条件

平面四杆机构具有**整转副** → 则可能存在曲柄

若**连架杆1**若能整周回转，
必有**两次**与机架共线。

由 $\triangle B_2C_2D$ 可得：

$$l_1 + l_4 \leq l_2 + l_3$$

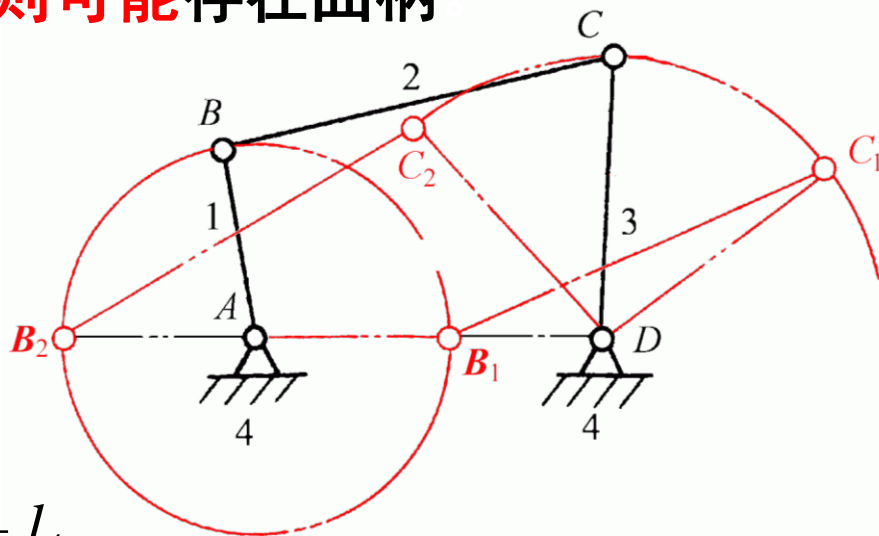
由 $\triangle B_1C_1D$ 可得：

$$l_3 \leq (l_4 - l_1) + l_2 \quad \Rightarrow \quad l_1 + l_3 \leq l_2 + l_4$$

$$l_2 \leq (l_4 - l_1) + l_3 \quad \Rightarrow \quad l_1 + l_2 \leq l_3 + l_4$$

将以上三式两两相加得（满足曲柄摇杆的条件）：

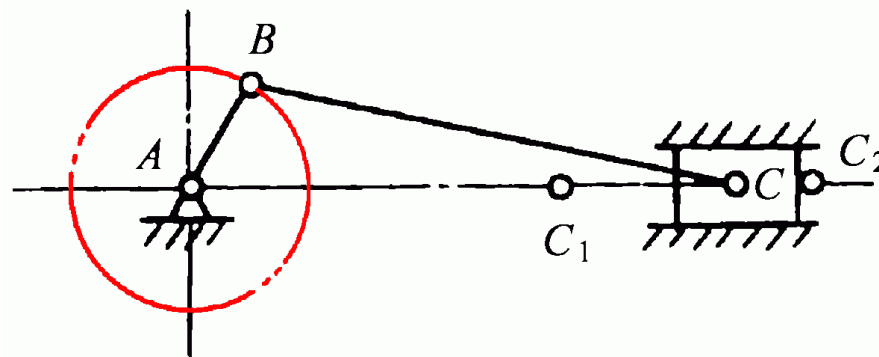
$$l_1 \leq l_2 \quad l_1 \leq l_3 \quad l_1 \leq l_4 \quad \Rightarrow \quad \text{AB 为最短杆，为曲柄摇杆机构}$$



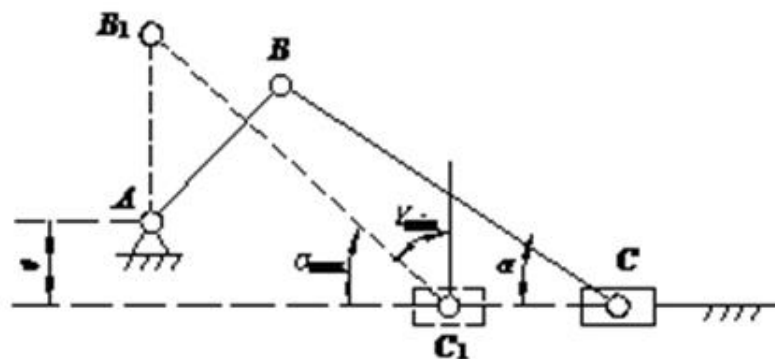
当最短杆为连杆 l_2 时，则为双摇杆机构！
当最短杆为机架 l_4 时，则为双曲柄机构！

演化形式一：曲柄滑块机构

曲柄滑块机构：



偏置曲柄滑块机构：



移动副可认为是回转中心由无穷远处的转动副演化而来。

演化形式二：平行四边形机构



Last_Run Time= 0.0000 Frame=001



应用实例



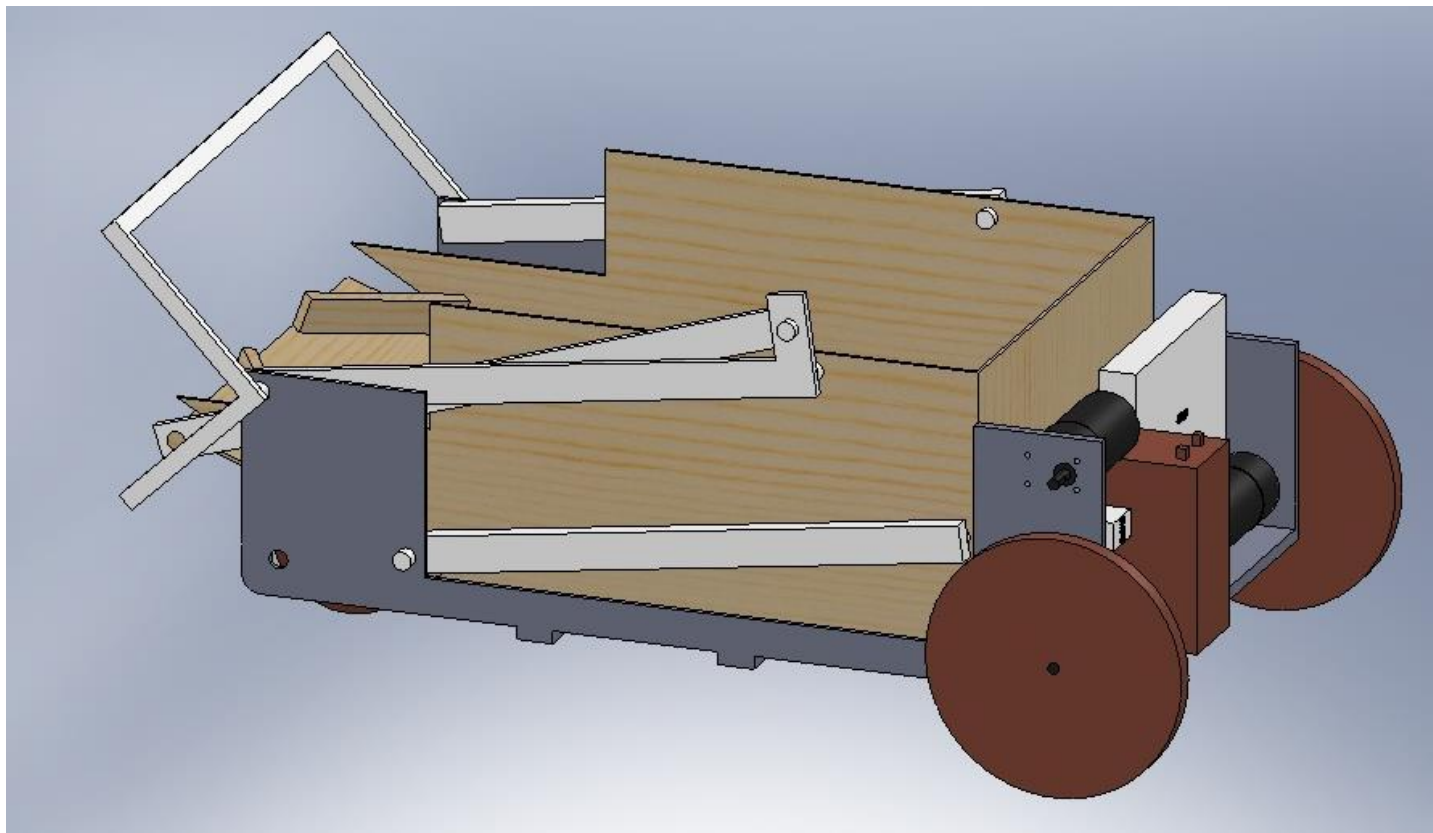
应用实例

2.007 -- Design and Manufacturing I



MECHE
+ 2.007
INVENT FUN ALL
WITH DOME

应用实例



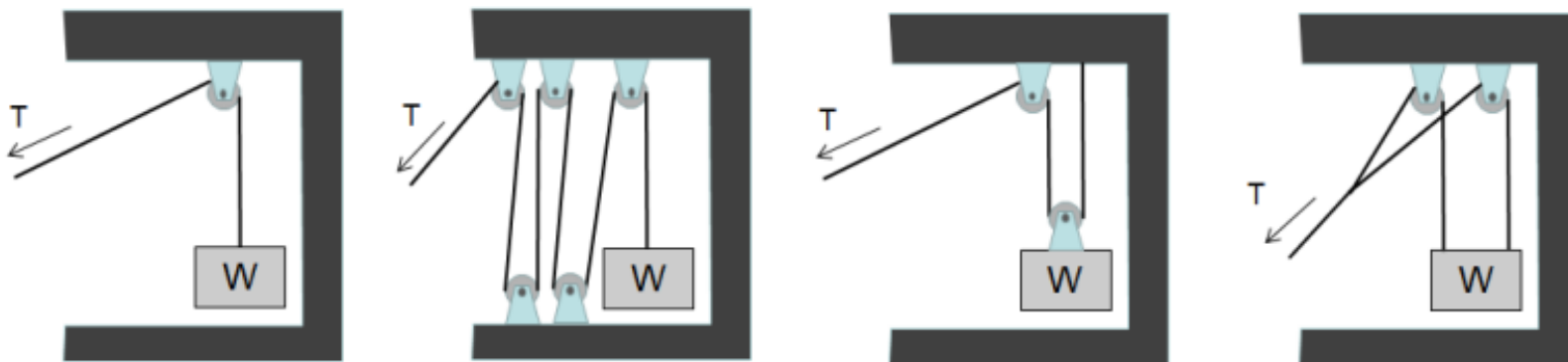
演化应用实例-1


演化应用实例-2



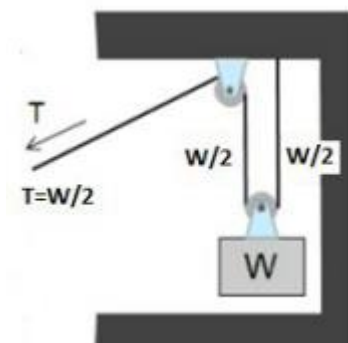
6. 滑轮组

滑轮组

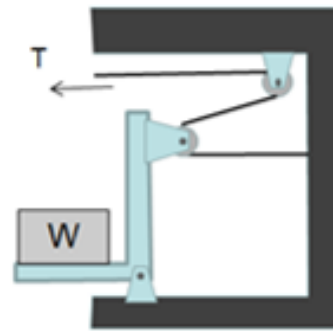
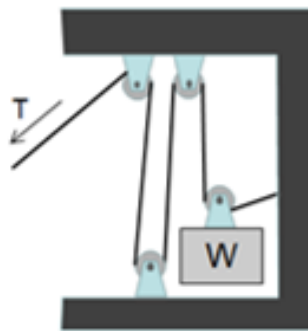
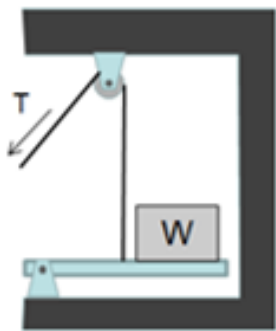
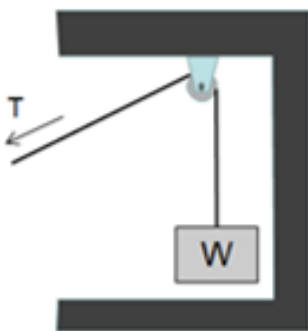


 ← 代表滑轮

哪一组滑轮需要的力量 T 最小？

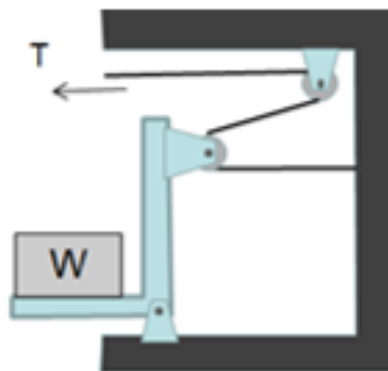


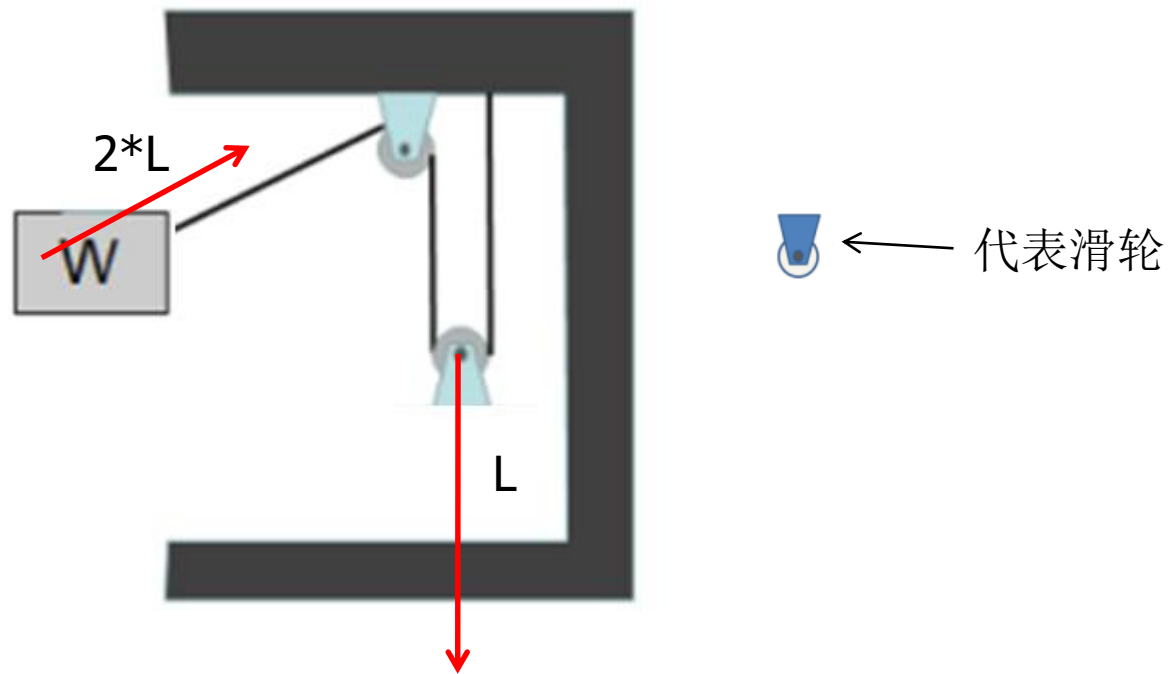
结论：固定轮只能用于改变力的方向，而运动轮可以降低输入力量的大小。



← 代表滑轮

哪组滑轮需要的力量 T 最小？



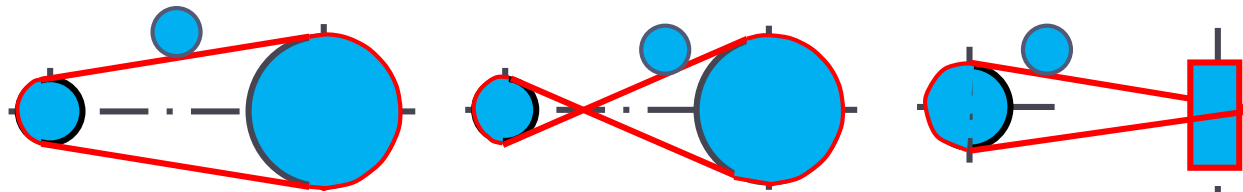


负载运动的距离？

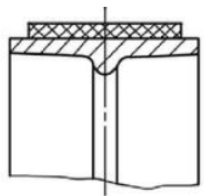
结论：通过动滑轮，可以实现两倍的运动距离，但是需要的力矩需要增加一倍。

7. 带传动

带传动



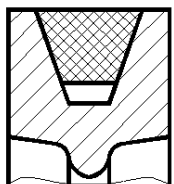
结构简单、传动平稳、造价低廉以及缓冲吸振



平带传动



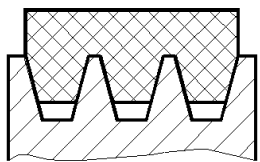
结构最简单，带轮容易制造，在传动中心距较大时应用较多，以帆布芯平带应用最广。



V型带传动



V带传动应用最广，相比平带传动能产生更大摩擦力，这是V带传动最主要的优点。



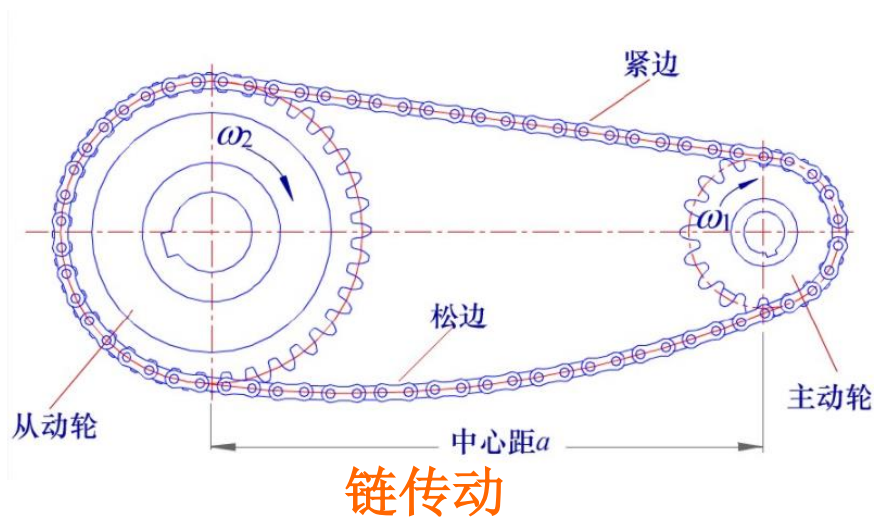
多楔带传动



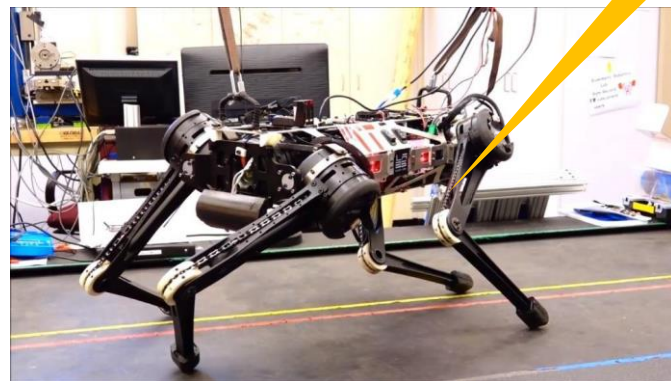
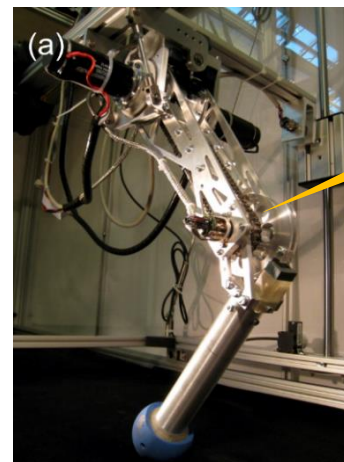
多楔带传动兼有平带和V带的优点，柔性好、摩擦力大，能传递的功率大。
主要用于传递功率较大而结构要求紧凑的场合，传动比可达10，带速可达40m/s。

链传动

- 链传动是依靠链齿轮齿与链节的啮合来传递运动和动力，但在运转时不能保证瞬时传动比。

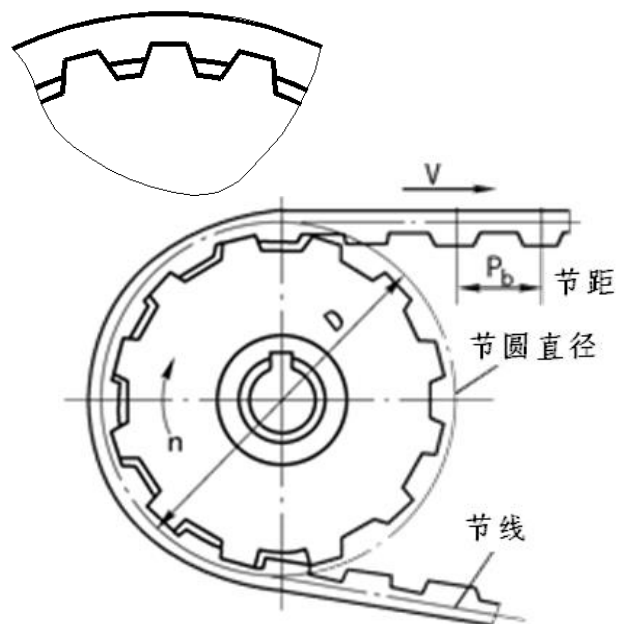


链传动可以应用在不宜采用齿轮传动的场合，比如自行车、摩托车。
还可用在低速重型及极为恶劣的工作条件下，比如应用在掘土机的运行机构。

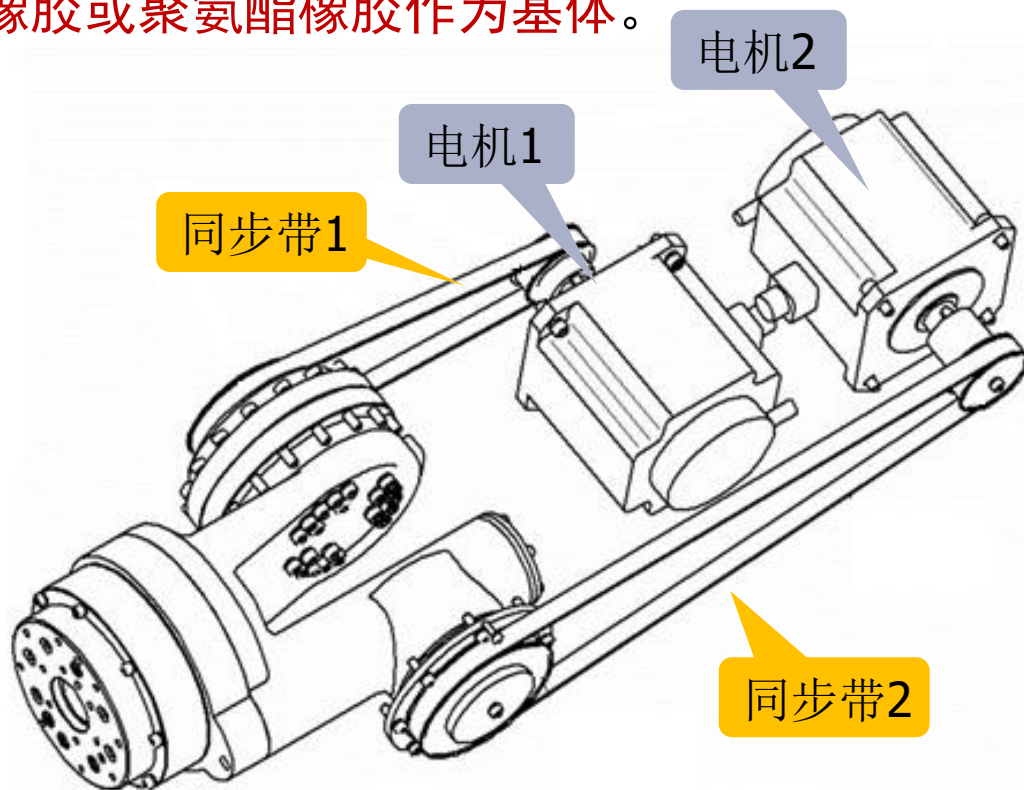


同步带

同步带传动综合了带传动和链传动的优点，通常采用钢丝绳或玻璃纤维绳作为抗拉材料，以氯丁橡胶或聚氨酯橡胶作为基体。



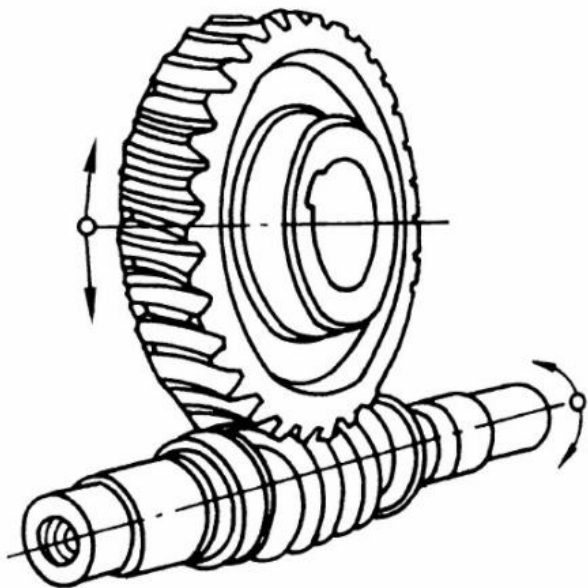
同步带传动



注意：避免采用润滑油对橡胶材料的皮带进行润滑，易造成橡胶的膨胀，导致其网裂和硬化。

蜗杆传动

- ▶ 蜗杆传动由蜗杆、涡轮组成，是在空间交错的两轴间传递运动和动力的一种传动机构，两轴交错的夹角常用的是 90°



蜗杆传动

蜗杆传动的特点：

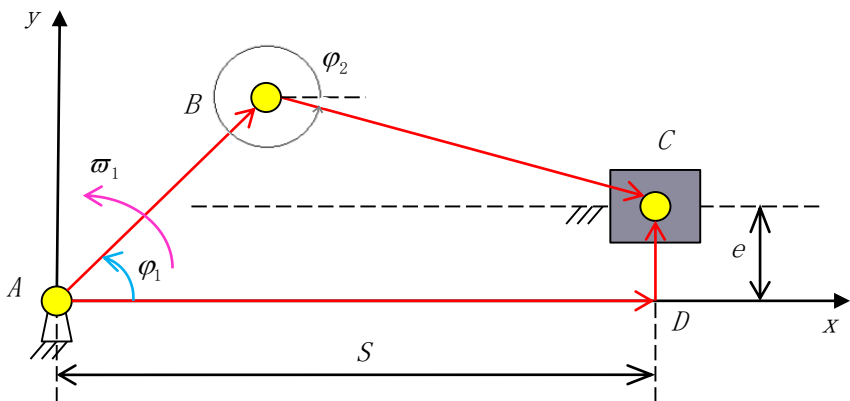
- ◆ **传动比大，结构紧凑。** 单级传动比 $i=5\sim 80$ ，零件数目少，结构紧凑。
- ◆ **传动平稳，噪声小。** 由于蜗杆齿呈连续的螺旋状，且与涡轮齿的啮合是连续进行的，同时啮合的齿数较多，所以传动平稳，噪声小。
- ◆ **具有自锁性。** 蜗杆的螺旋线升角小于啮合面的当量摩擦角时，蜗杆传动便具有自锁性。

8. 平面四连杆运动学 ——解析法

1.1、曲柄滑块机构的位移分析

欧拉公式: $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$

已知: l_{AB} 、 l_{BC} 、 e 、 φ_1 和 ω_1
求: φ_2 、 ω_2 、 α_2 和 s 、 v_C 、 a_C



由封闭矢量多边形ABCD可得矢量方程

$$l_{AB} e^{i\varphi_1} + l_{BC} e^{i\varphi_2} = S e^{i0} + l_{DC} e^{i\pi/2} \quad (1-1)$$

由式 (1-1) 的实部和虚部分别相等可得

$$l_{AB} \cos \varphi_1 + l_{BC} \cos \varphi_2 = S \quad (1-2)$$

$$l_{AB} \sin \varphi_1 + l_{BC} \sin \varphi_2 = e \quad (1-3)$$

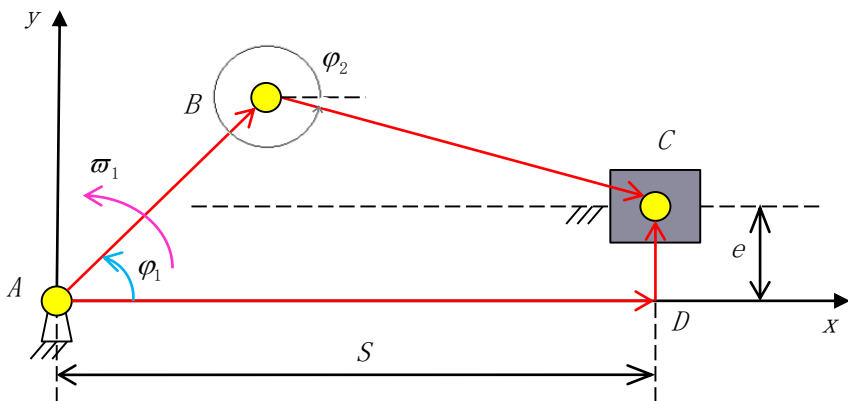
由式 (1-2) 和 (1-3) 消去转角 φ_2 可得

$$S = l_{AB} \cos \varphi_1 + (\text{sign}) \sqrt{l_{BC}^2 - e^2 - l_{AB}^2 \sin^2 \varphi_1 + 2 l_{AB} e \sin \varphi_1} \quad (1-4)$$

式中, **sign**代表“±”, 应按所给机构的装配方案选取

$$\varphi_2 = \arctan \frac{e - l_{AB} \sin \varphi_1}{S - l_{AB} \cos \varphi_1} \quad (1-5)$$

1.2、曲柄滑块机构的速度分析



$$i = 0 + i1 = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^{i\frac{\pi}{2}}$$

由式 (2-4) 可得连杆的角速度：

$$\omega_2 = \frac{-l_{AB} \omega_1 \cos \varphi_1}{l_{BC} \cos \varphi_2} \quad (2-5)$$

将 ω_2 代入式 (2-3) 可求得滑块的速度 V_C

$$l_{AB} e^{i\varphi_1} + l_{BC} e^{i\varphi_2} = S e^{i0} + l_{DC} e^{i\pi/2} \quad (1-1)$$

将上式位移方程 (1-1) 求时间的导数：

$$l_{AB} \omega_1 e^{i(\varphi_1 + \pi/2)} + l_{BC} \omega_2 e^{i(\varphi_2 + \pi/2)} = \dot{S} \quad (2-1)$$

$$\dot{S} = V_c \quad (2-2)$$

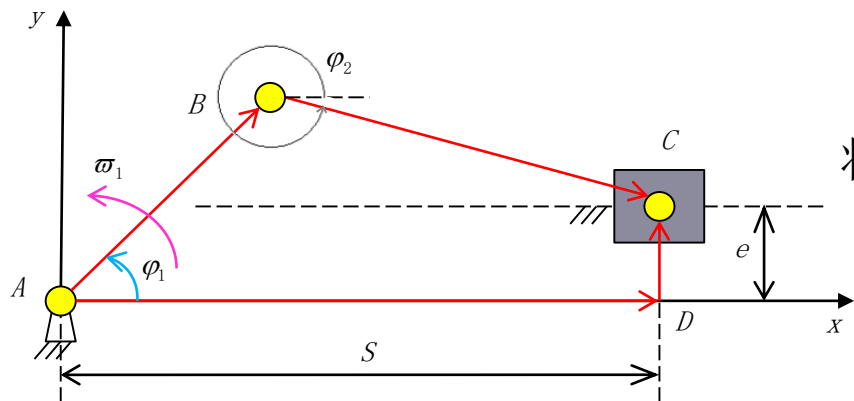
方向：	$e^{i(\varphi_1 + \pi/2)}$	$e^{i(\varphi_2 + \pi/2)}$
大小：	$l_{AB} \omega_1$	$l_{BC} \omega_2$

将式 (2-1) 的实部和虚部分别相等可得

$$-l_{AB} \omega_1 \sin \varphi_1 - l_{BC} \omega_2 \sin \varphi_2 = \dot{S} \quad (2-3)$$

$$l_{AB} \omega_1 \cos \varphi_1 + l_{BC} \omega_2 \cos \varphi_2 = 0 \quad (2-4)$$

1.3、曲柄滑块机构的加速度分析



$$l_{AB} \omega_1 e^{i(\varphi_1 + \pi/2)} + l_{BC} \omega_2 e^{i(\varphi_2 + \pi/2)} = \dot{S} \quad (2-1)$$

将速度方程式 (2-1) 对时间求导可得

$$l_{AB} \omega_1^2 e^{i(\varphi_1 + \pi)} + l_{BC} \omega_2^2 e^{i(\varphi_2 + \pi)} + l_{BC} \alpha_2 e^{i(\varphi_2 + \pi/2)} = \ddot{S}$$

假设式 (3-1) 的输入角速度恒定

$$\ddot{S} = \alpha_c \quad (3-2)$$

由式 (3-1) 的实部和虚部分别相等可得：

$$a_C = -l_{AB} \omega_1^2 \cos \varphi_1 - l_{BC} (\omega_2^2 \cos \varphi_2 + \alpha_2 \sin \varphi_2) \quad (3-3)$$

$$-l_{AB} \omega_1^2 \sin \varphi_1 - l_{BC} \omega_2^2 \sin \varphi_2 + l_{BC} \alpha_2 \cos \varphi_2 = 0 \quad (3-4)$$

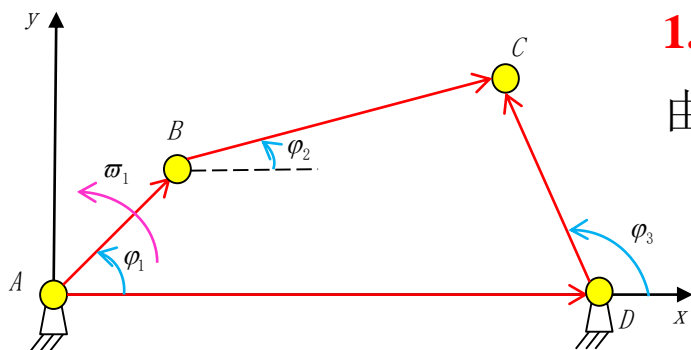
由式 (3-3) 可得连杆的角加速度

$$\alpha_2 = \frac{l_{AB} \omega_1^2 \sin \varphi_1}{l_{BC} \cos \varphi_2} + \tan \varphi_2 \omega_2^2 \quad (3-5)$$

将 α_2 代入式 (3-3) 可求得滑块的加速度 α_c 。

2.1、曲柄摇杆机构的位置分析

已知: ω_1 、 φ_1 、以及各杆的长度；求: φ_3 和 φ_2 ； ω_2 和 ω_3 ； α_2 和 α_3 。



1. 建立求 φ_3 的三角方程:

由封闭矢量多边形ABCD可得: $AB + BC = AD + DC$, 即

$$l_{AB}e^{i\varphi_1} + l_{BC}e^{i\varphi_2} = l_{AD}e^{i0} + l_{DC}e^{i\varphi_3} \quad (4-1)$$

将式 (4-1) 的实部和虚部分别相等可得:

$$l_{AB} \cos \varphi_1 + l_{BC} \cos \varphi_2 = l_{AD} + l_{DC} \cos \varphi_3 \quad (4-2)$$

$$l_{AB} \sin \varphi_1 + l_{BC} \sin \varphi_2 = l_{DC} \sin \varphi_3 \quad (4-3)$$

为了消去角, 将式 (4-2) 和 (4-3) 移项再平方后相加可得:

$$l_{BC}^2 = (l_{AD} + l_{DC} \cos \varphi_3 - l_{AB} \cos \varphi_1)^2 + (l_{DC} \sin \varphi_3 - l_{AB} \sin \varphi_1)^2 \quad (4-4)$$

将上式改写为三角方程: $A \sin \varphi_3 + B \cos \varphi_3 + C = 0 \quad (4-5)$

$$A = -\sin \varphi_1 \quad B = l_{AD} / l_{AB} - \cos \varphi_1$$

$$C = (l_{AD}^2 + l_{DC}^2 + l_{AB}^2 - l_{BC}^2) / (2l_{AB}l_{DC}) - l_{AD} \cos \varphi_1 / l_{DC}$$

2.1、曲柄摇杆机构的位置分析

2. 求解 φ_3 的数学计算

$$A \sin \varphi_3 + B \cos \varphi_3 + C = 0 \quad (4-5)$$

$$\text{令 } x = \tan(\varphi_3 / 2)$$

$$\sin \varphi_3 = 2x / (1 + x^2) \quad \cos \varphi_3 = (1 - x^2) / (1 + x^2)$$

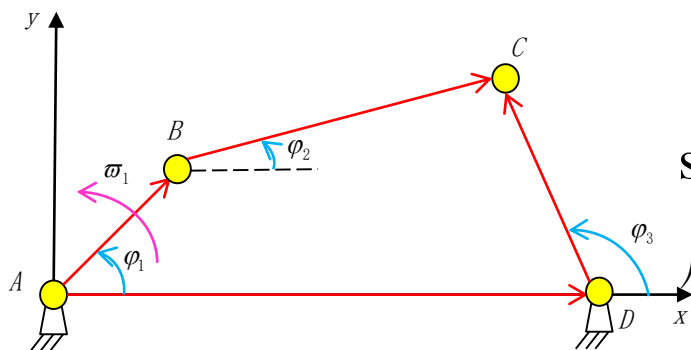
从而，式（4-5）可化成下列二次方程式

$$(B - C)x^2 - 2Ax - (B + C) = 0 \quad (4-6)$$

由（4-6）式解出 x 可得

$$\varphi_3 = 2 \arctan x = 2 \arctan \frac{A + (\text{sign})\sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{B - C} \quad (4-7)$$

上式中的 $\text{sign} = \pm 1$ ，表示给定 φ_1 时，可有两个值。



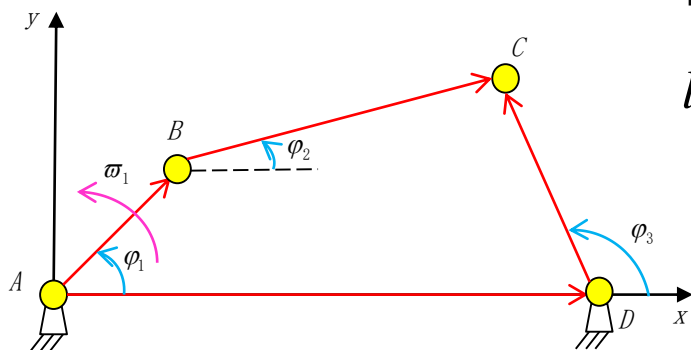
2.1、曲柄摇杆机构的位置分析

3. 求解 φ_2 的数学计算

φ_3 求出后，连杆的位置角 φ_2 可由式（4-2）和（4-3）得：

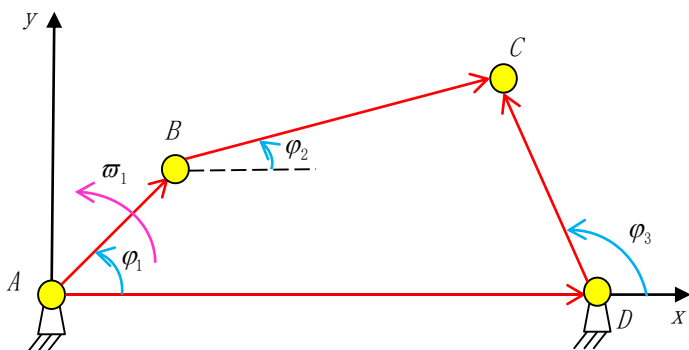
$$l_{AB} \cos \varphi_1 + l_{BC} \cos \varphi_2 = l_{AD} + l_{DC} \cos \varphi_3 \quad (4-2)$$

$$l_{AB} \sin \varphi_1 + l_{BC} \sin \varphi_2 = l_{DC} \sin \varphi_3 \quad (4-3)$$



$$\varphi_2 = \arctan \frac{l_{DC} \sin \varphi_3 - l_{AB} \sin \varphi_1}{l_{AD} + l_{DC} \cos \varphi_3 - l_{AB} \cos \varphi_1} \quad (4-8)$$

2.2、曲柄摇杆机构的速度分析



$$l_{AB}e^{i\varphi_1} + l_{BC}e^{i\varphi_2} = l_{AD}e^{i0} + l_{DC}e^{i\varphi_3} \quad (4-1)$$

将位移方程式 (4-1) 对时间求导可得:

$$l_{AB}\omega_1e^{i(\varphi_1+\pi/2)} + l_{BC}\omega_2e^{i(\varphi_2+\pi/2)} = l_{DC}\omega_3e^{i(\varphi_3+\pi/2)} \quad (4-9)$$

将式 (4-9) 的实部和虚部分别相等可得:

$$\begin{aligned} l_{AB}\omega_1\sin\varphi_1 + l_{BC}\omega_2\sin\varphi_2 &= l_{DC}\omega_3\sin\varphi_3 \\ l_{AB}\omega_1\cos\varphi_1 + l_{BC}\omega_2\cos\varphi_2 &= l_{DC}\omega_3\cos\varphi_3 \end{aligned} \quad (4-10)$$

$$\omega_2 = \frac{-l_{AB}\sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{l_{BC}\sin(\varphi_2 - \varphi_3)} \cdot \omega_1 \quad (4-11)$$

$$\omega_3 = \frac{l_{AB}\sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{l_{DC}\sin(\varphi_3 - \varphi_2)} \cdot \omega_1 \quad (4-12)$$

2.3、曲柄摇杆机构的加速度分析

$$l_{AB}\omega_1 e^{i(\varphi_1+\pi/2)} + l_{BC}\omega_2 e^{i(\varphi_2+\pi/2)} = l_{DC}\omega_3 e^{i(\varphi_3+\pi/2)} \quad (4-9)$$

将速度方程式（4-9）对时间求导可得：

$$l_{AB}\omega_1^2 e^{i(\varphi_1+\pi)} + l_{BC}\omega_2^2 e^{i(\varphi_2+\pi)} + l_{BC}\alpha_2 e^{i(\varphi_2+\pi/2)} = l_{DC}\omega_3^2 e^{i(\varphi_3+\pi)} + l_{DC}\alpha_3 e^{i(\varphi_3+\pi/2)} \quad (4-13)$$

将式（4-13）的实部和虚部分别相等可得：


$$\begin{aligned} l_{AB}\omega_1^2 \cos \varphi_1 + l_{BC}\omega_2^2 \cos \varphi_2 + l_{BC}\alpha_2 \sin \varphi_2 &= l_{DC}\omega_3^2 \cos \varphi_3 + l_{DC}\alpha_3 \sin \varphi_3 \\ -l_{AB}\omega_1^2 \sin \varphi_1 - l_{BC}\omega_2^2 \sin \varphi_2 + l_{BC}\alpha_2 \cos \varphi_2 &= -l_{DC}\omega_3^2 \sin \varphi_3 + l_{DC}\alpha_3 \cos \varphi_3 \end{aligned} \quad (4-14)$$

由（4-14）式可解得：

$$\alpha_3 = \frac{l_{AB}\omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + l_{BC}\omega_2^2 - l_{DC}\omega_3^2 \cos(\varphi_3 - \varphi_2)}{l_{DC} \sin(\varphi_3 - \varphi_2)} \quad (4-15)$$

$$\alpha_2 = \frac{l_{AB}\omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) + l_{BC}\omega_2^2 \cos(\varphi_3 - \varphi_2) - l_{DC}\omega_3^2}{l_{BC} \sin(\varphi_3 - \varphi_2)} \quad (4-16)$$

矢量方程解析法的步骤



步骤1、选定直角坐标系；

步骤2、选取各杆的矢量方向与转角；

步骤3、根据所选矢量方向画出封闭的矢量多边形；

步骤4、根据封闭矢量多边形列出复数极坐标形式的矢量方程式；

步骤5、由矢量方程式的实部和虚部分别相等得到位移方程式，并求出位置解析式；

步骤6、将位移方程式对时间求导后，得出速度方程式，并求出速度解析式；

步骤7、将速度方程式对时间求导后，得出加速度方程式，并求出加速度解析式。

The End.

Thanks for your attention.

