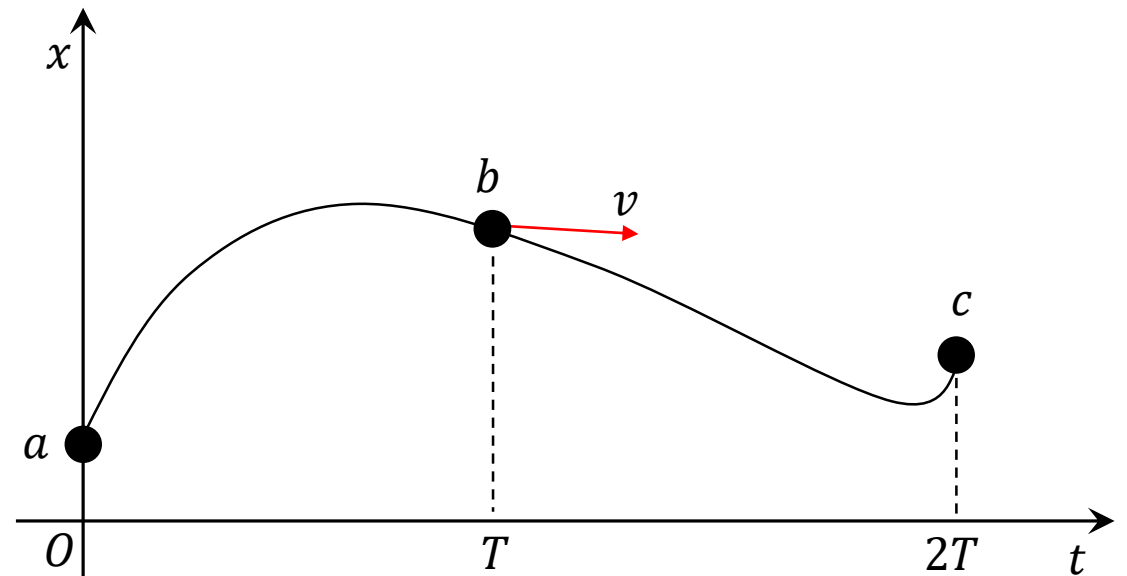
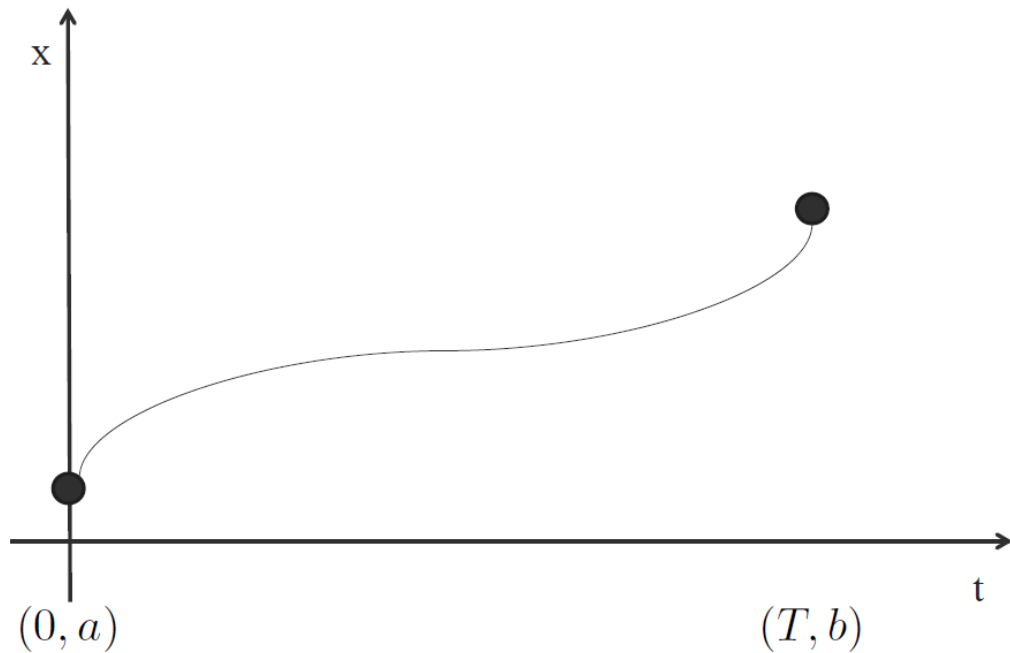




光滑一维轨迹

浙江大学·控制学院

- 设计一条轨迹 $x(t)$ 使得:
 - $x(0) = a$
 - $x(T) = b$
- 轨迹光滑性通过轨迹参数化形式保证





轨迹生成：光滑一维轨迹

- 五次多项式轨迹：

$$x(t) = p_5 t^5 + p_4 t^4 + p_3 t^3 + p_2 t^2 + p_1 t + p_0$$

- 约束条件

	Position	Velocity	Acceleration
$t = 0$	a	0	0
$t = T$	b	0	0

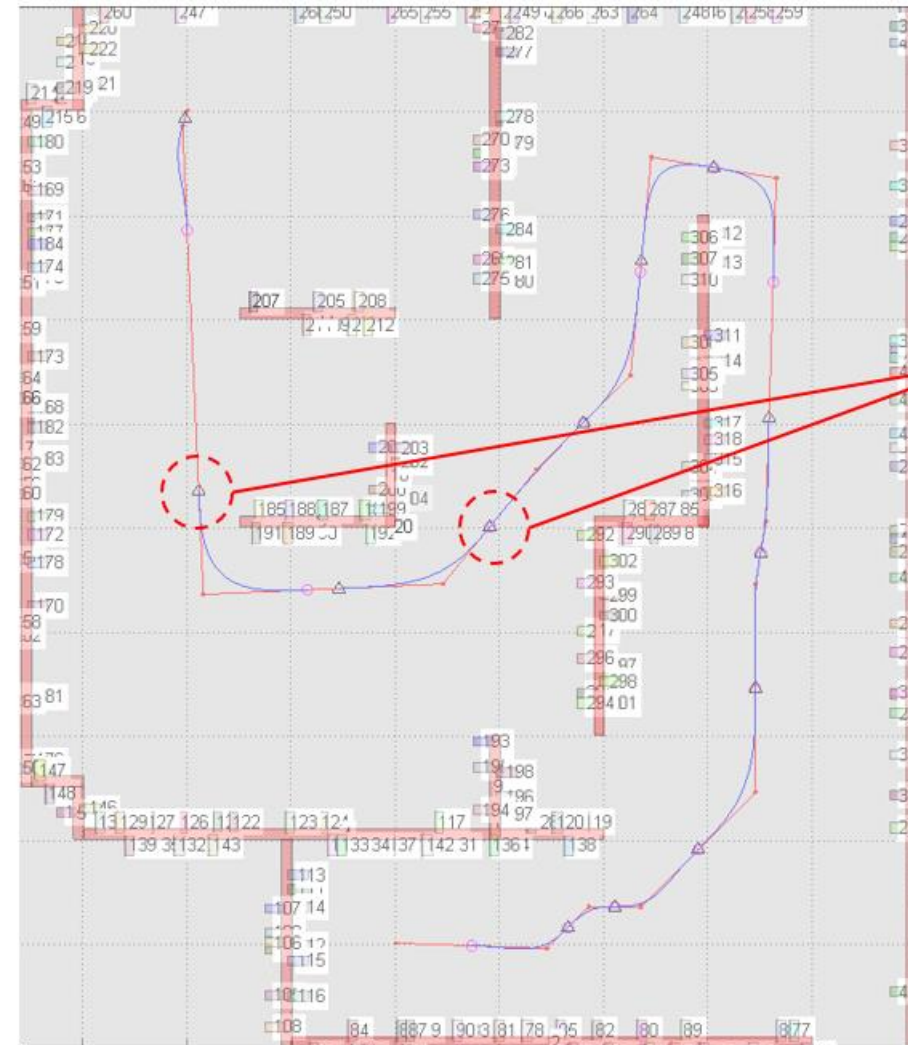
- 求解

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ T^5 & T^4 & T^3 & T^2 & T & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5T^4 & 4T^3 & 3T^2 & 2T & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 20T^3 & 12T^2 & 6T & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_5 \\ p_4 \\ p_3 \\ p_2 \\ p_1 \\ p_0 \end{bmatrix}$$



轨迹生成：光滑多段轨迹

- 平滑直角线段的棱角
- 优先倾向匀速运动
- 倾向0加速度
- 对比较短的轨迹段进行特殊处理



中间约束



轨迹生成：光滑多端一维轨迹

- 独立生成每条五次多项式轨迹：

$$x(t) = p_5 t^5 + p_4 t^4 + p_3 t^3 + p_2 t^2 + p_1 t + p_0$$

- 约束条件

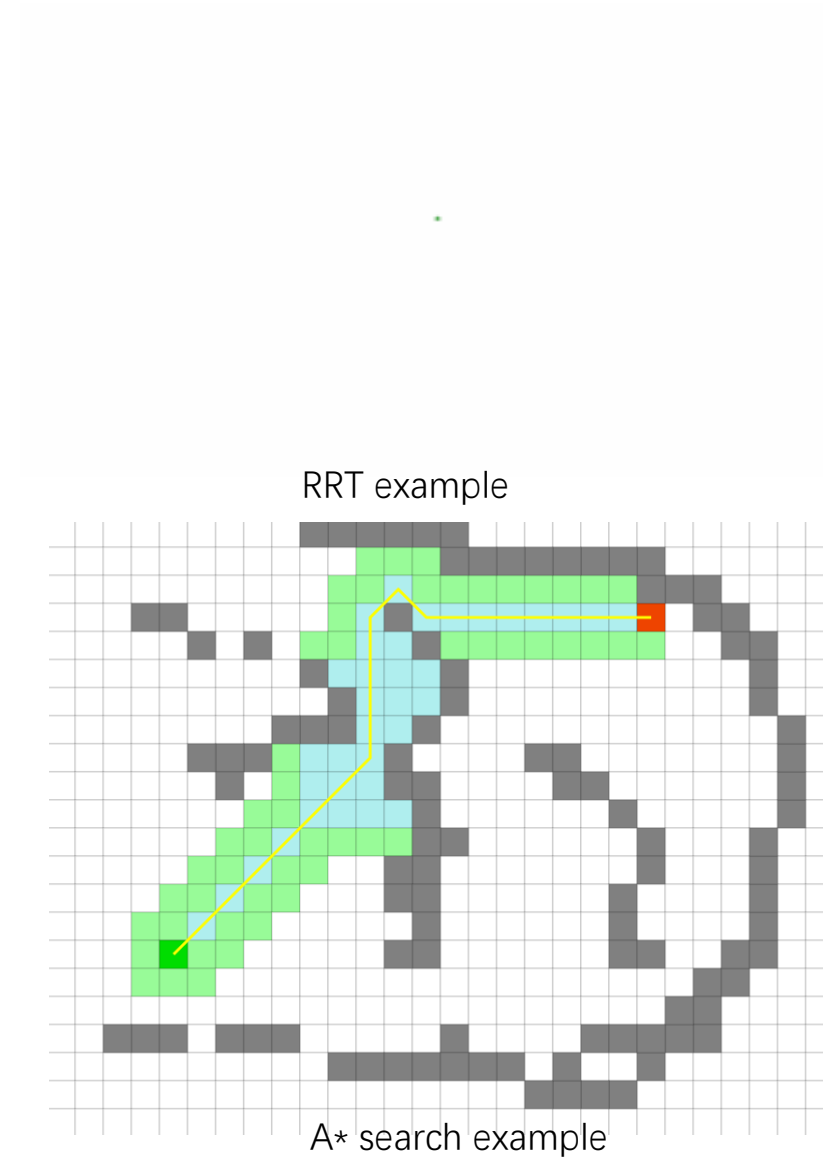
	Position	Velocity	Acceleration
$t = 0$	a	v_0	0
$t = T$	b	v_T	0

- 求解

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ v_0 \\ v_T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ T^5 & T^4 & T^3 & T^2 & T & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5T^4 & 4T^3 & 3T^2 & 2T & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 20T^3 & 12T^2 & 6T & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_5 \\ p_4 \\ p_3 \\ p_2 \\ p_1 \\ p_0 \end{bmatrix}$$

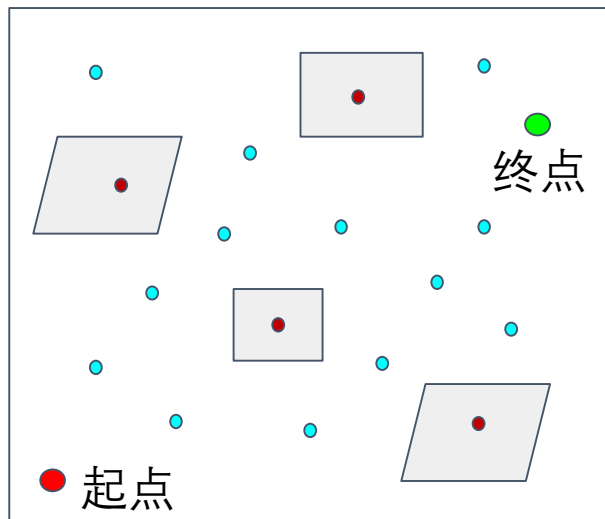


- 基于采样的方法
 - PRM
 - RRT
 - RRT*
- 基于搜索的方法
 - 图搜索：DF, BFS
 - Dijkstra, A*
 - Jump Point Search

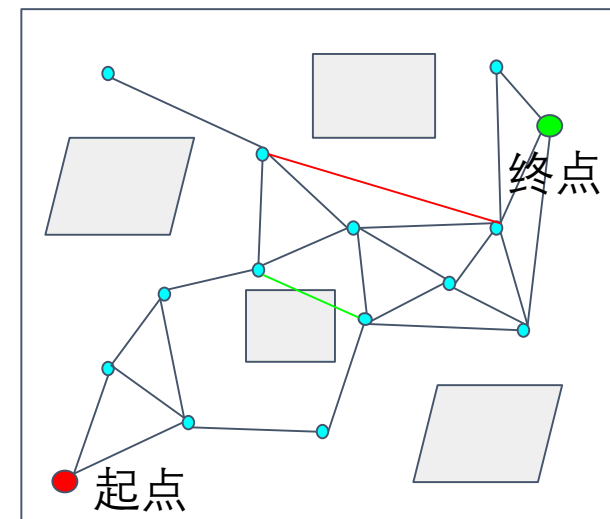




- 1、在工作空间采样N个点
- 2、删除和环境碰撞的点



- 3、连接近邻的节点
- 4、删除和环境碰撞的路径段



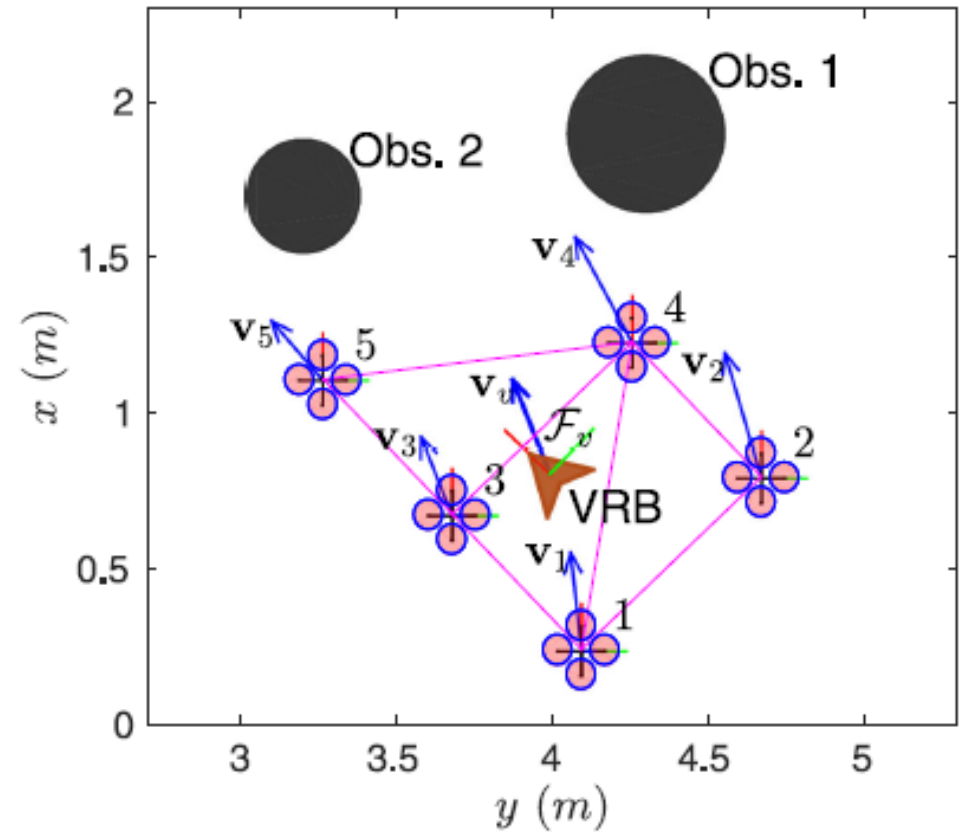


1. 基于Virtual Structures的编队控制

Zhou.D, Wang.Z , ‘Agile Coordination and Assistive Collision Avoidance for Quadrotor Swarms Using Virtual Structures’, **IEEE TRO**, 2018

➤ 核心思想

- 集群编队结构表示：将整个集群用virtual structure表示为一个世界坐标系下的整体（virtual rigid body, VRB）；
- 多目标需求：基于势场法表示集群中每架无人机编队保持、相互躲避、障碍物避障的需求；
- 控制：在VRB坐标系下统一上述各个势场得到相应的控制指令。

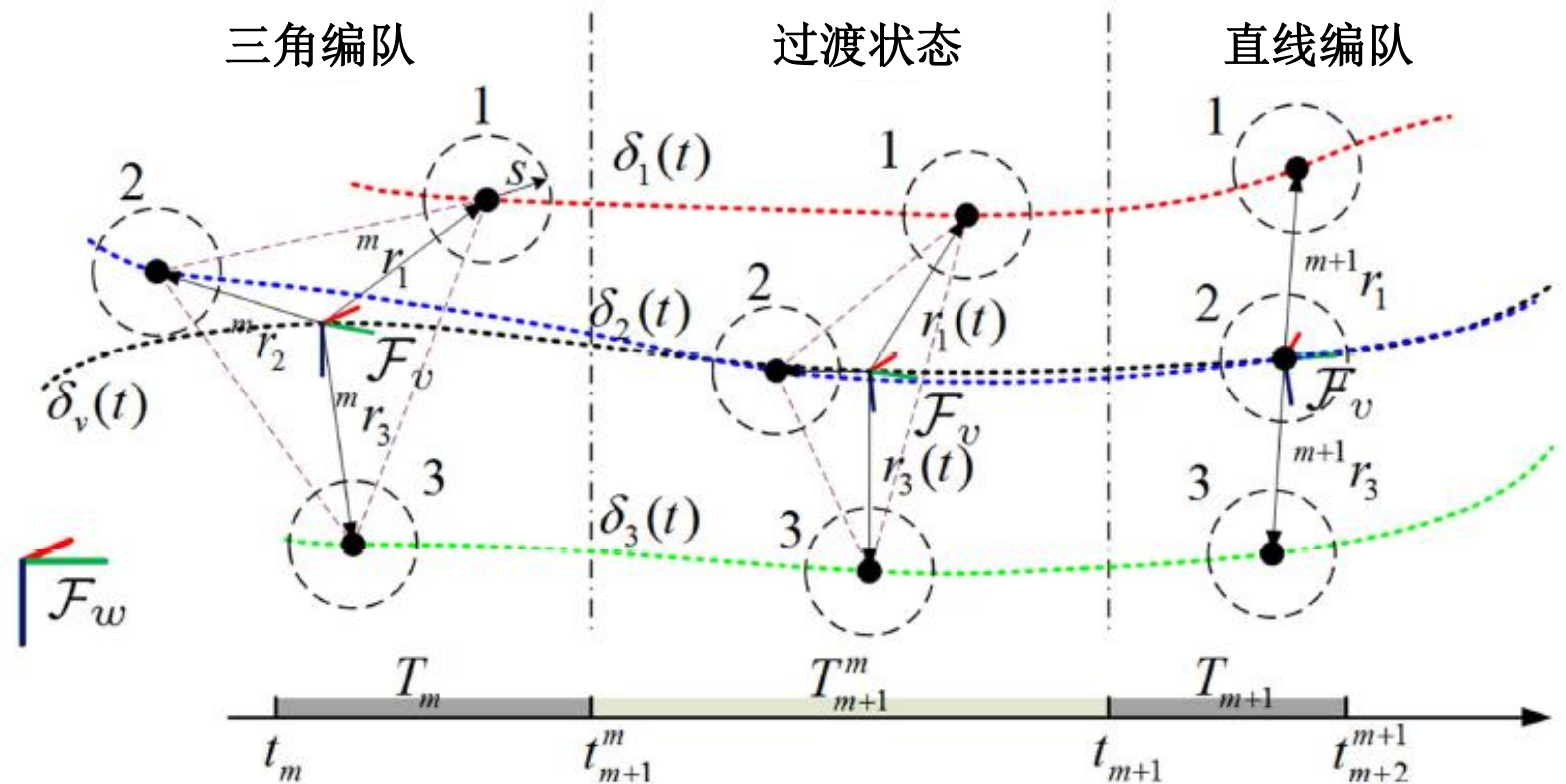


世界坐标系下VRB表示的集群编队

1. 基于Virtual Structures的编队控制

➤ 解耦为两个子问题

- 在世界坐标系 \mathcal{F}_w 下，考虑VRB的轨迹，此时集群被视为一个整体。
- 在局部参考坐标系 \mathcal{F}_v 下，考虑控制每个独立个体的轨迹。
- $\delta_v(t)$: VRB的轨迹
- $\delta_1(t)/\delta_2(t)/\delta_3(t)$: 实际运动轨迹



世界坐标系下VRB表示的集群编队



1. 基于Virtual Structures的编队控制

➤ 基于VRB的集群编队表示

• VRB坐标：平移+旋转 $\delta_v(t) = (\mathbf{p}_v(t), \mathbf{R}_v(t))$

• 编队表示：与VRB的相对坐标

✓ 时变编队 $\{\mathbf{r}_1(t), \mathbf{r}_2(t), \dots, \mathbf{r}_N(t)\}$

✓ 固定编队 $\{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N\}$

• 单机的期望状态： $\mathbf{p}_i(t) = \mathbf{p}_v(t) + \mathbf{R}_v(t)\mathbf{r}_i(t)$

✓ 时变编队 $\begin{cases} \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_v + \mathbf{R}_v \mathbf{r}_i \\ \dot{\mathbf{p}}_i = \dot{\mathbf{p}}_v + \dot{\mathbf{R}}_v \mathbf{r}_i + \mathbf{R}_v \dot{\mathbf{r}}_i \end{cases}$

✓ 固定编队 $\begin{cases} \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_v + \mathbf{R}_v \mathbf{r}_i \\ \dot{\mathbf{p}}_i = \dot{\mathbf{p}}_v + \dot{\mathbf{R}}_v \mathbf{r}_i \end{cases}$



1. 基于Virtual Structures的编队控制

➤ 在障碍物环境下基于势场法的编队控制

• 编队势能场

将第*i*个无人机约束到期望编队位置 \mathbf{r}_i^d ，编队势能场在位置 \mathbf{r} 处产生的向量为：

$$\mathbf{V}_{0,i}(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}_i^d - \mathbf{r}), \quad i = 1, 2, \dots, N$$

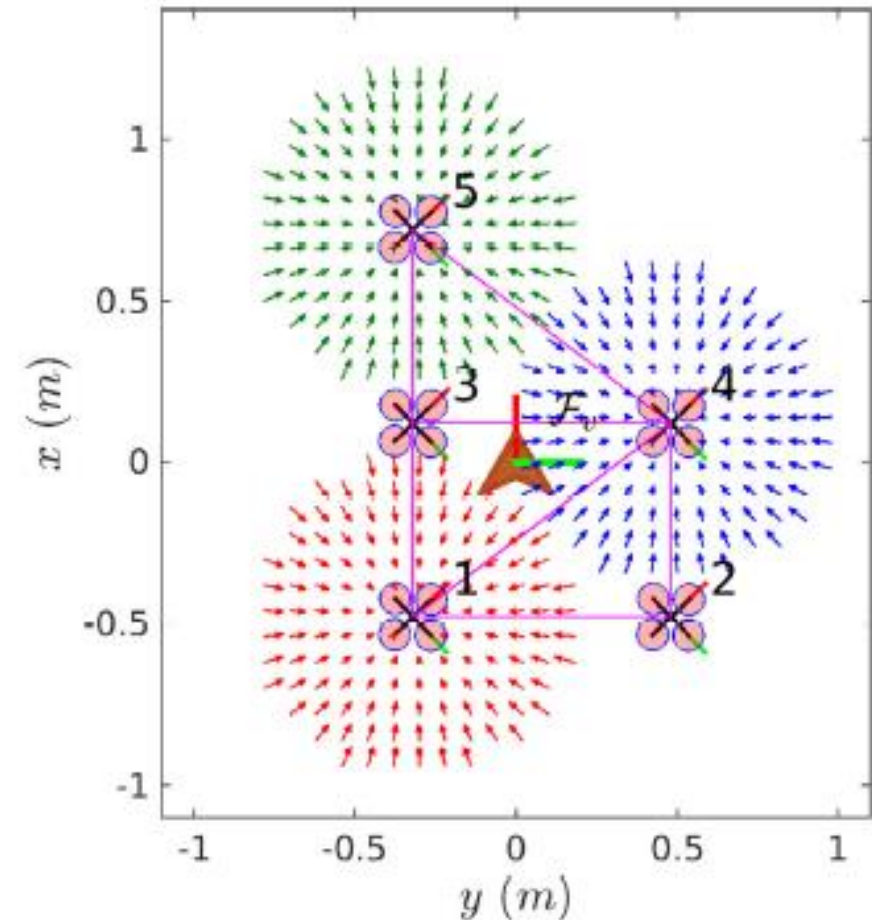
其中A为大于0的系数。

• 相互躲避势能场

对于邻域内的 \mathcal{N}_i 个位于位置 \mathbf{r}_j 的无人机，其相互躲避势能场在位置 \mathbf{r} 处产生的向量为：

$$\mathbf{V}_{2,i}(\mathbf{r}) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \left(B \exp \left(-\frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j\|^2}{2\sigma_4^2} \right) \right) \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_j}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j\|}$$

其中B为大于0的系数。



编队向量场

图中彩色箭头所指为编队势能场在该位置的向量

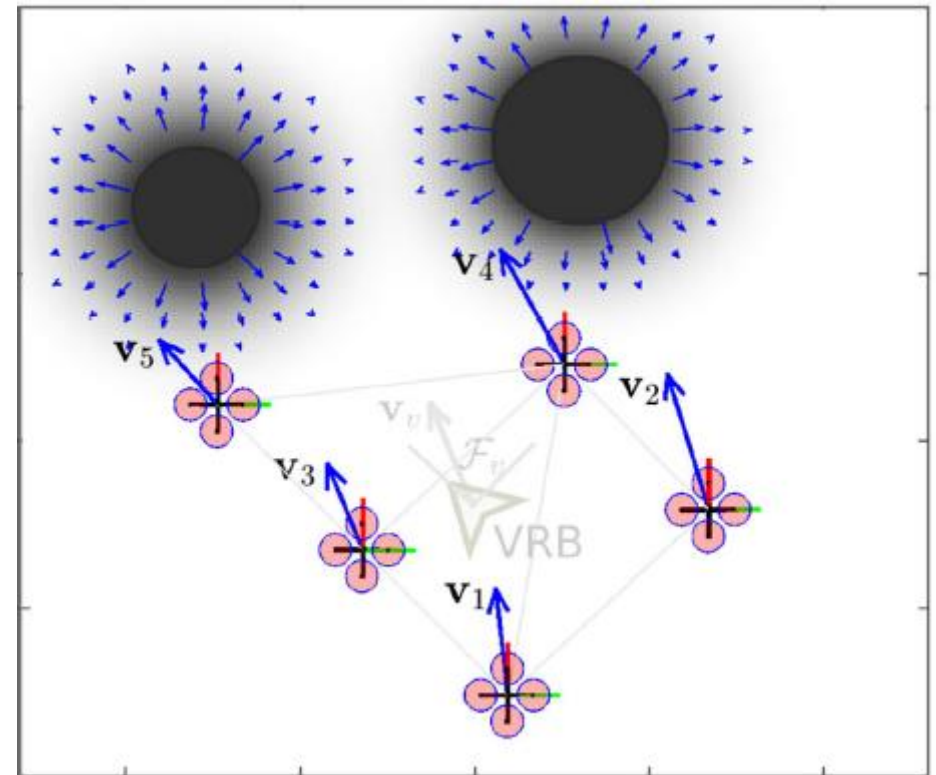


1. 基于Virtual Structures的编队控制

- 在障碍物环境下基于势场法的编队控制
- 障碍物势能场
- k个位于 $\bar{o}_{w,k}$ 的障碍物，其障碍物总势能场在位置 \bar{p} 处产生的向量为：

$$\mathbf{V}_3(\bar{p}) = \sum_{k=1}^n \left(C_k \exp \left(-\frac{\|\bar{p} - \bar{o}_{w,k}\|^2}{2\sigma_3^2} \right) \right) \frac{\bar{p} - \bar{o}_{w,k}}{\|\bar{p} - \bar{o}_{w,k}\|}$$

- 其中 C_k 为较大的系数以确保避障向量足够大



障碍物向量场

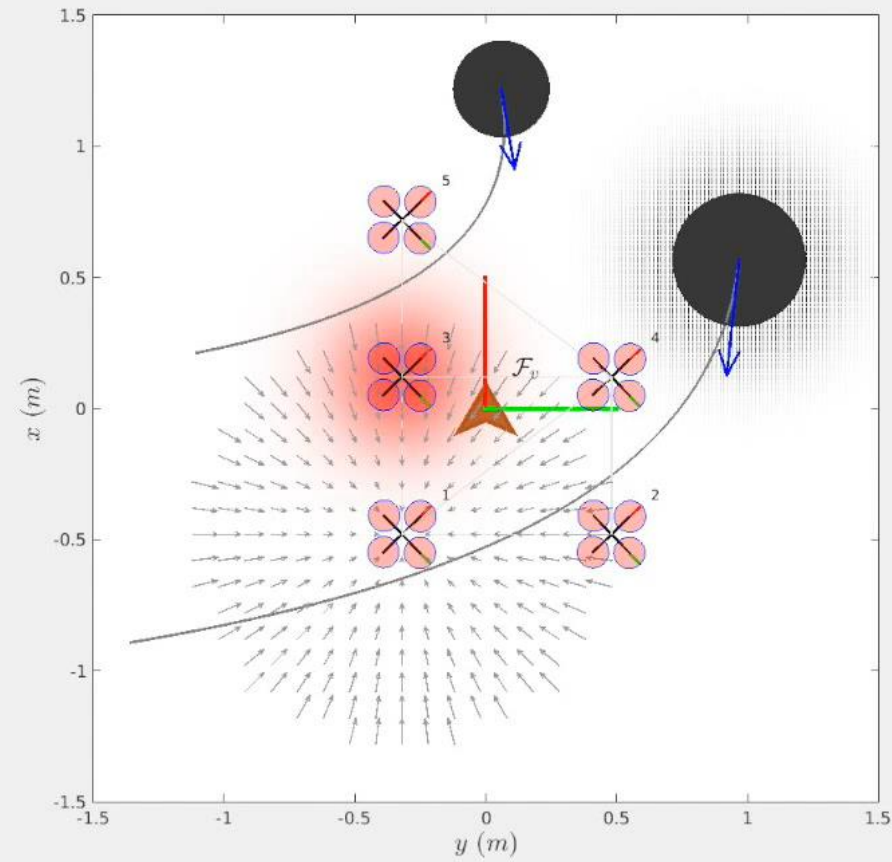
图中蓝色箭头所指为障碍物势能场在该位置的向量



1. 基于Virtual Structures的编队控制

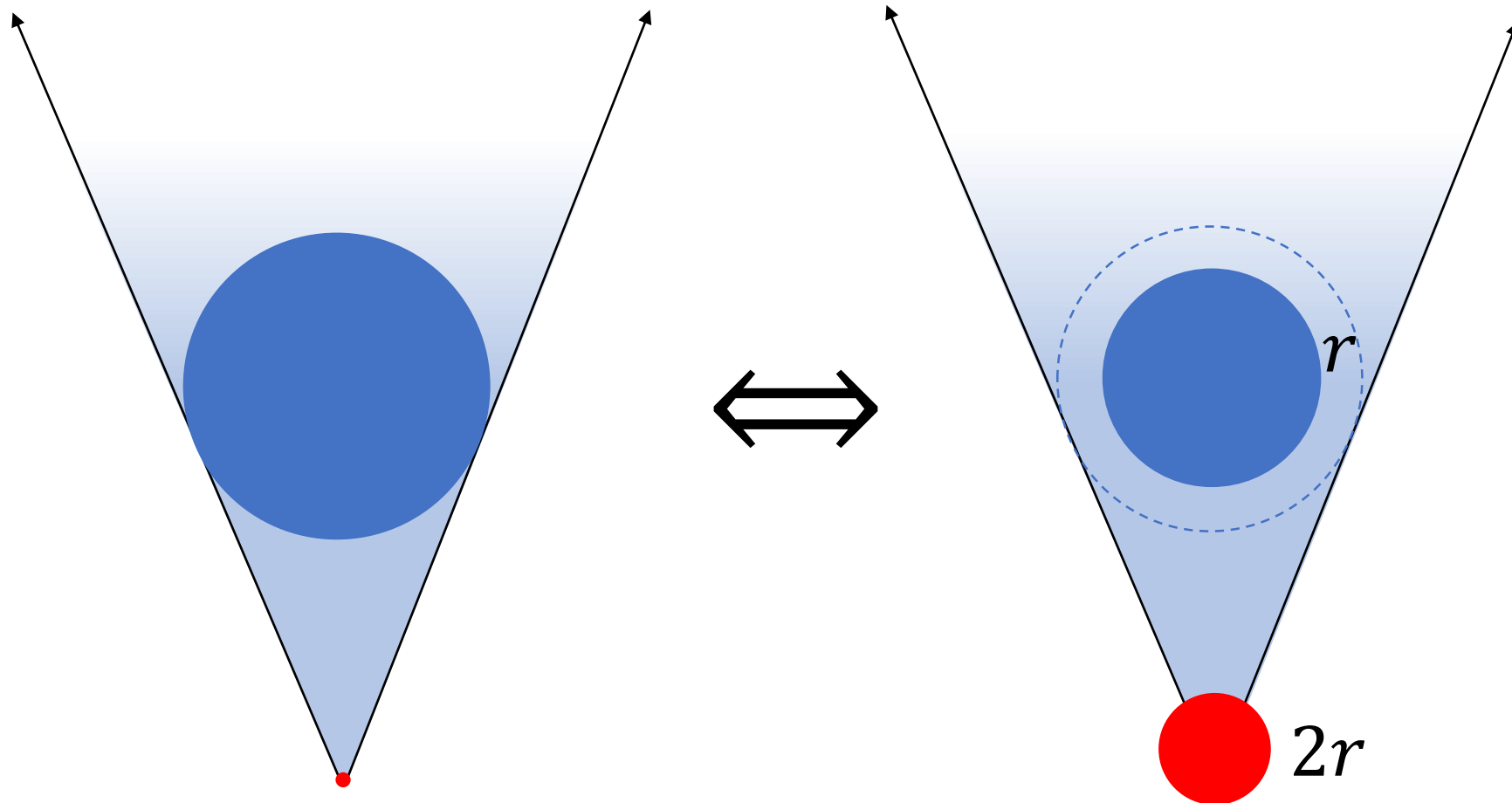
浙江大学 · 控制学院

- 在障碍物环境下基于势场法的编队控制
- 将上述各个向量进行加权, 得到最终的单机控制量





2. VO (Velocity Obstacle)



问题简化：直径 $2r$ 的机器人（红色）避开一个障碍物（蓝色）等价于把机器人看作质点，障碍物膨胀 r 。
VO的直观概念：对于红色机器人，任何落在浅蓝色区域内速度矢量被称作速度障碍物（VO），因为这些速度将最终导致与障碍物碰撞。

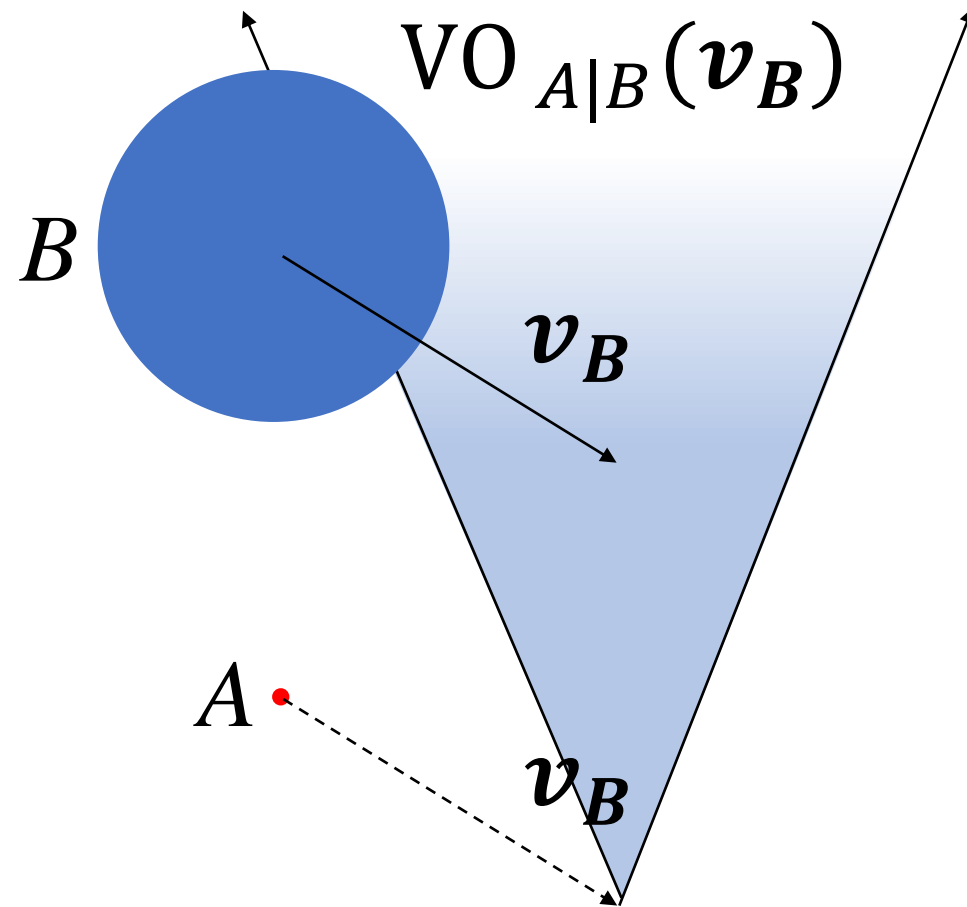


2. VO (Velocity Obstacle)

浙江大学 · 控制学院

针对**移动**障碍物的VO.

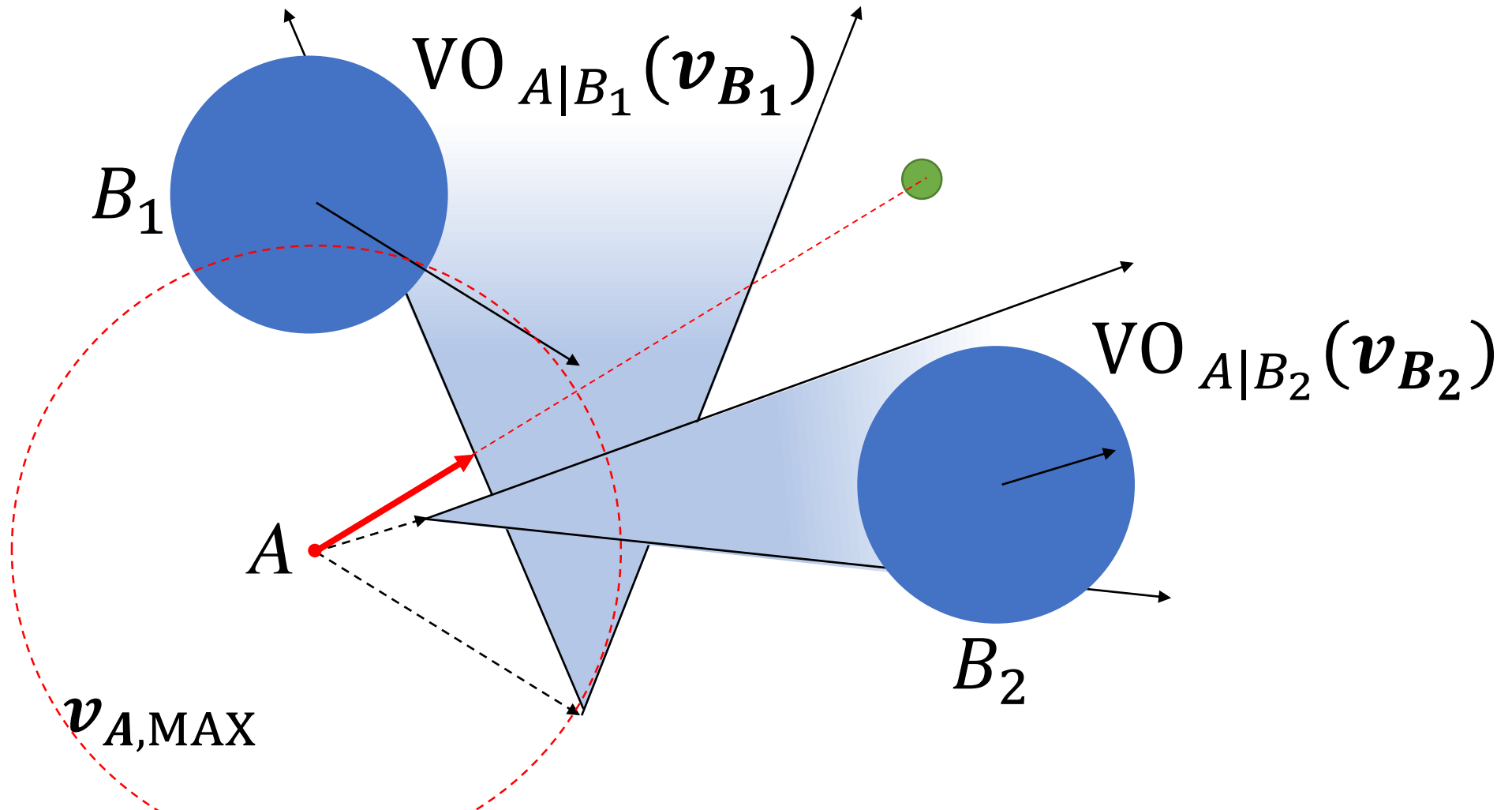
$VO_{A|B}(\boldsymbol{v}_B)$ 定义为: A将与速度为 \boldsymbol{v}_B 的B相撞的速度空间





1.1 VO (Velocity Obstacle)

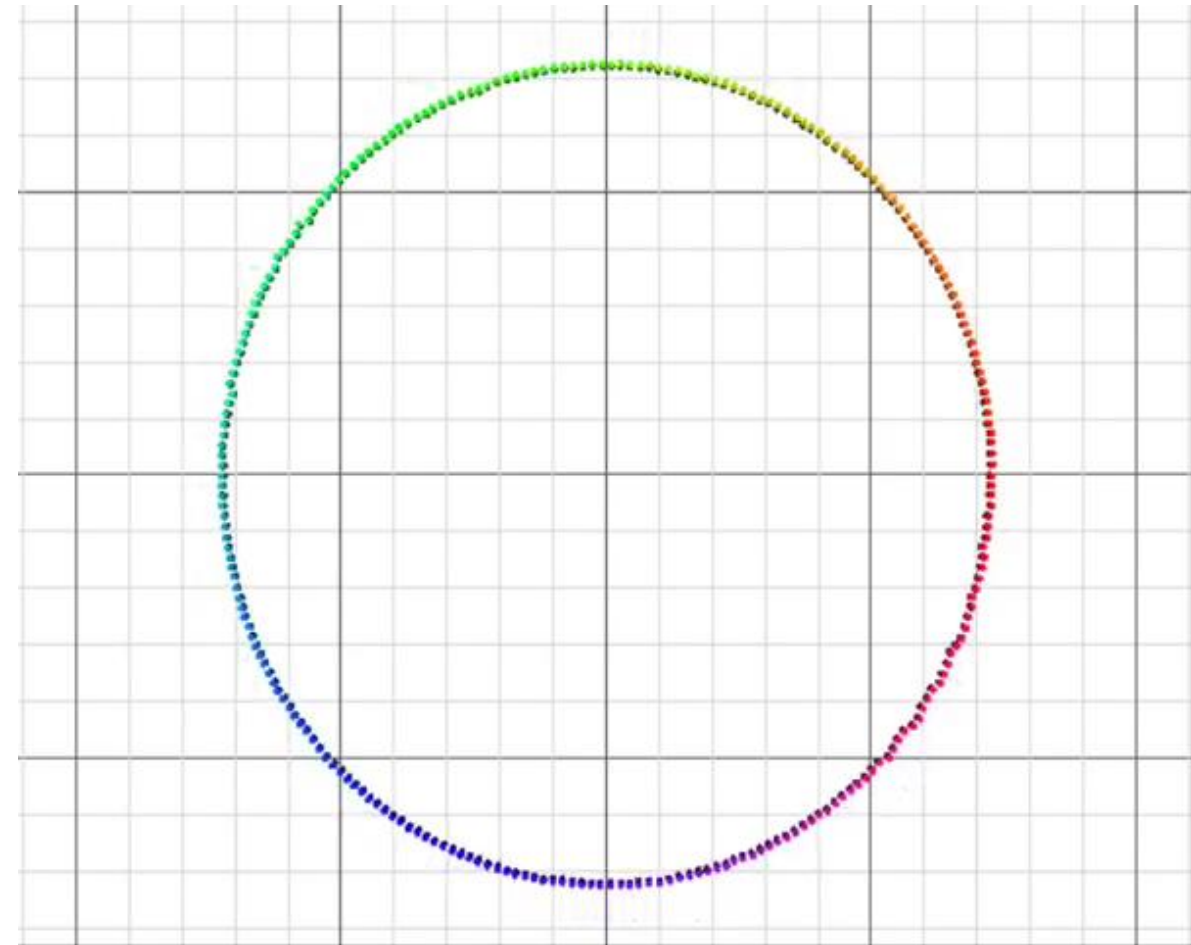
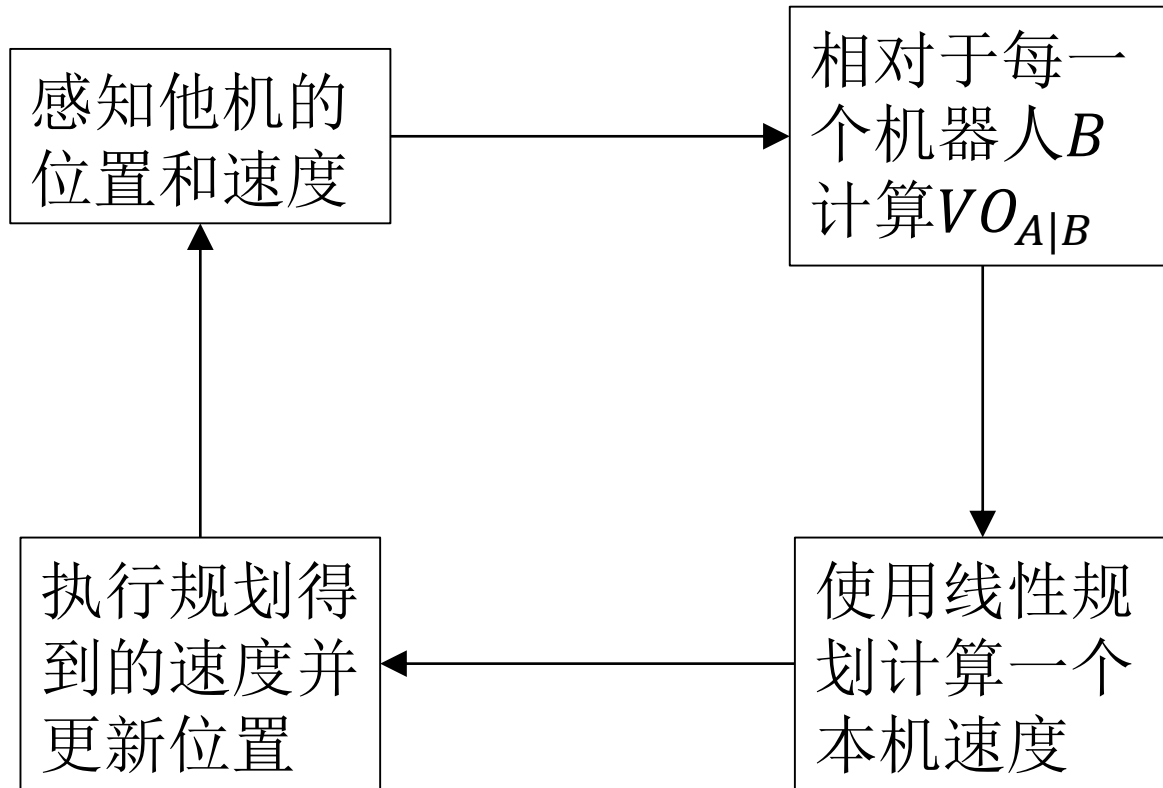
针对多个移动障碍物的VO





2. VO (Velocity Obstacle)

循环以下过程实现持续避障

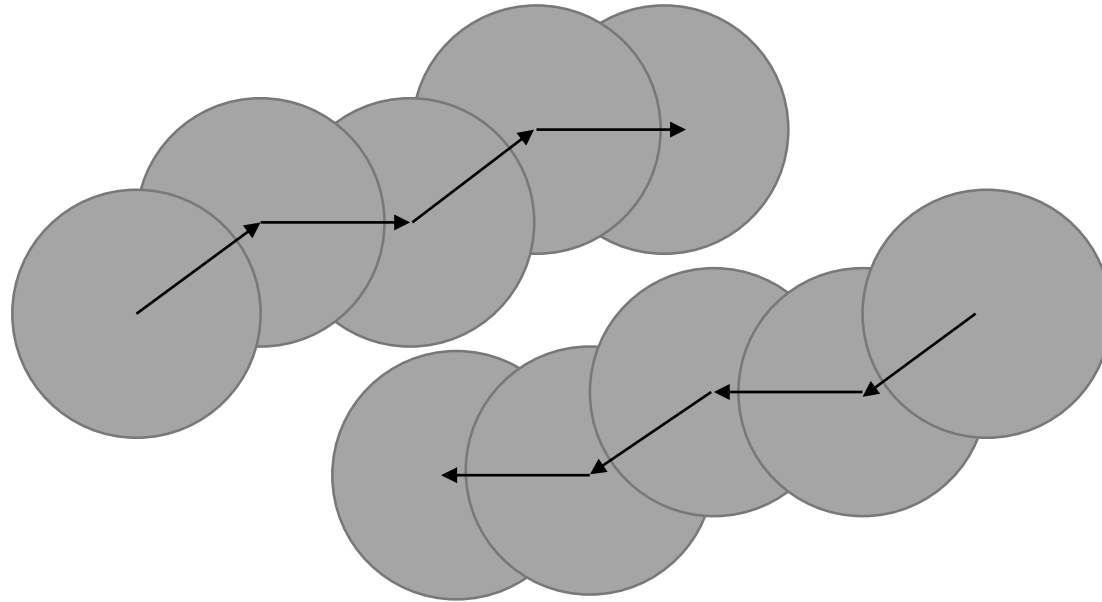




2. VO (Velocity Obstacle)

浙江大学 · 控制学院

VO的振荡问题



根本原因： 每个机器人只考虑其它机器人当前的速度，而不考虑其他机器人下一个控制周期的速度



谢谢观看

浙江大学
控制科学与工程学院