

Introduction au PINNs

Léo Monnier

Laboratoire d'intelligence artificielle THALES DMS
Université Technologique de Troyes

January 30, 2025

Overview

1. Introduction

2. Les Physics Informed Neural Networks

3. Structures de réseaux de neurones plus adaptées

Introduction

Les réseaux de neurones informés par la physique dit PINNs ont été introduit par George Em Karniadakis en 2016. L'idée est de répondre à la problématique du manque de donnée pour l'entraînement de modèles de réseaux de neurones les plus connus apprenant sur L_{Data} dit "data driven" en intégrant une seconde fonction de coût L_{phys} basée sur les équations différentielles associées à la physique du problème. Ces modèles sont utilisé dans des approximations de fonctions expliquées en partie ou totalement par physique.

Contexte

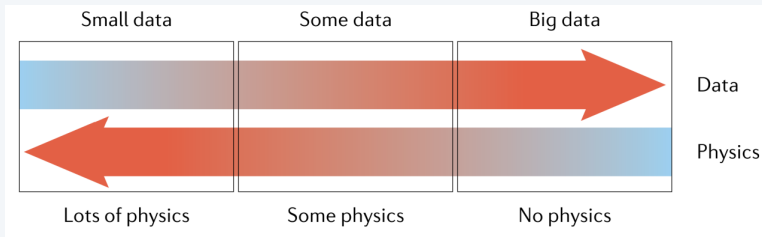


Figure: Image provenant de "Physics-informed machine learning" Karniadakis et al. (2021, Nature Reviews in Physics)

Les Physics Informed Neural Networks

Structure

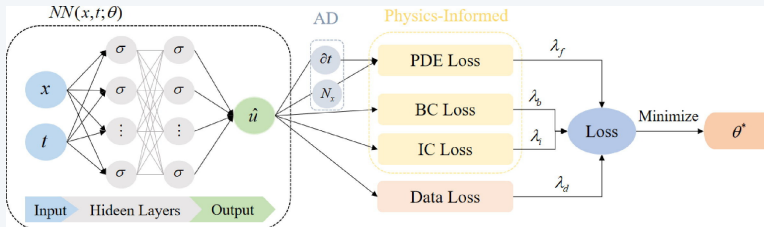


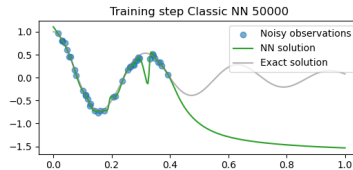
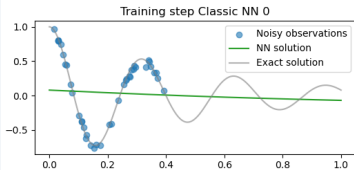
Figure: Schéma exemple d'un PINN

Explication

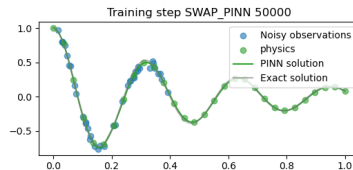
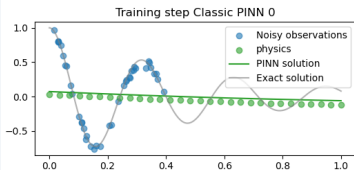
Un réseau de neurones informés par la physique représenté par la figure 2 comporte 2 parties principale. La première, à gauche, est la partie réseau de neurones commune à tout les modèles de ce type avec en bleu les entrées du modèle x, t ici, en gris les paramètres σ à optimiser et enfin en vert l'output \hat{u} , de façon à ce que le réseau de neurones soit en réalité la fonction $\hat{u}_\sigma(x, t)$. La seconde partie, à droite, correspond aux fonctions de pertes sur lesquelles on optimise les paramètres σ on a en orange la loss classique des modèles "data driven" qui correspond à $|u(x, t) - \hat{u}_\sigma(x, t)|$ et en jaune les fonctions de pertes qui correspondent à la physique, la PDE Loss qui à partir de dérivation $\frac{d}{dx}$ et $\frac{d}{dt}$ évalue la fonction $\hat{u}_\sigma(x, t)$ par rapport aux équations différentielles partielles associées au problème, La BC Loss évalue $\hat{u}_\sigma(x, t)$ par rapport aux condition de bordures du problème physique et la IC par rapport aux conditions initiales du problème du problème physique.

L'exemple de l'oscillateur harmonique

Réseau de neurones classique



PINN



L'exemple de l'oscillateur harmonique

En prenant pour exemple le cas d'un oscillateur harmonique (figure 7) dont l'équation du mouvement est définie par : $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{2}{\tau} \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u(t) = 0$, où l'on aurait des observations uniquement sur les premières oscillations (points bleus). On voit sur la figure 7 tout l'intérêt et l'apport pour le prolongement de la solution en dehors du domaine d'observation du PINN qui réalise l'évaluation de l'équation différentielle sur les points verts. Le réseau de neurones classique ne détecte pas le caractère oscillatoire et décroissant en amplitude du problème qui est très vite compris et intégré par le PINNs.

Structures de réseaux de neurones plus adaptées

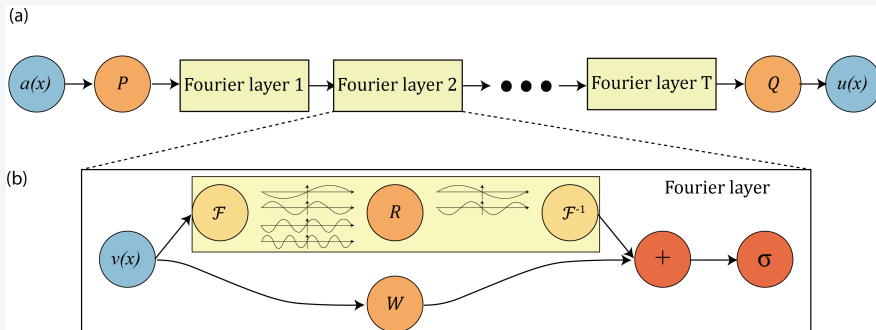
L'idée de ces opérateurs est d'enchaîner les couches neuronales se composant d'un opérateur intégral d'un côté et d'une transformation linéaire de l'autre que l'on somme et auquel on applique une fonction d'activation. La formule de chaque couche est donc :

$$v_{t+1}(x) := \sigma (Wv_t(x) + (\mathcal{K}(a; \phi)v_t)(x)), \quad \forall x \in D \quad (1)$$

où l'opérateur intégral est défini par :

$$(\mathcal{K}(a; \phi)v_t)(x) := \int_D \kappa(x, y, a(x), a(y); \phi)v_t(y)dy, \quad \forall x \in D. \quad (2)$$

Fouriers Neural Operators



THALES



Merci

Léo Monnier

Laboratoire d'intelligence artificielle THALES DMS
Université Technologique de Troyes

January 30, 2025