

INF 402 : Introduction à la logique

PROJET FINAL : N-REINES



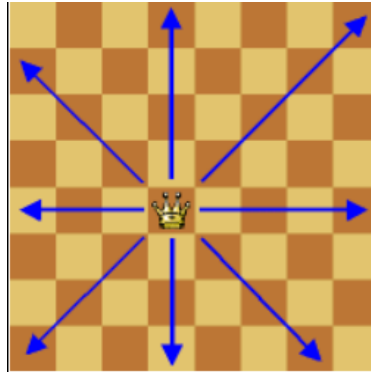
GRP : INM 01
EL BOUHRIFI Anas
EZAROUALI Abdelkader
AIT-ALI Amine
GHERBI Amayas

EXPLICATION DU PROBLÈME :

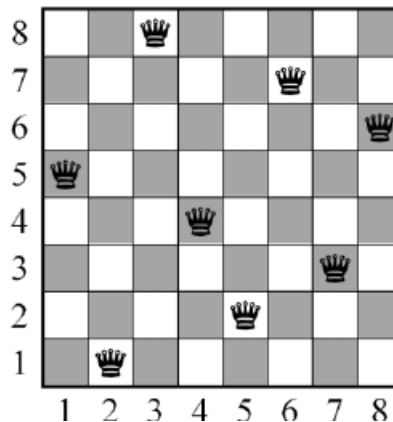
Le problème des N-Reines consiste à poser N Reines sur une table d'échiquier de $N \times N$ cases de sorte qu'aucune des reines ne peut attaquer l'autre.

La Reine dans un échiquier peut se déplacer horizontalement, verticalement et diagonalement tout au long de l'échiquier.

Description du Mouvement d'une reine :



EXEMPLE DE SOLUTION DU PROBLÈME POUR 8 REINES DANS UN ÉCHIQUIER DE 8X8:



On peut bien constater qu'aucune reine ne peut attaquer l'autre dans cet échiquier ci-dessus.

Ce qu'on cherche c'est de pouvoir trouver une solution possible pour un échiquier de $N \times N$ cases en modélisant le problème sous forme de logique propositionnelle.

Pour cela, on peut transformer les contraintes du problème sous forme de clauses (*forme normale conjonctive*) et donner ces clauses à un SAT-solveur afin de trouver une solution.

MODÉLISATION :

Soit $x_{i,j}$ la case de coordonnées $[i,j]$.

Si $x_{i,j}$ contient une reine, alors:

Horizontale droite :

$x_{i,j+1 \rightarrow n}$ ne doit contenir aucune reine.

Verticale vers le haut :

$x_{i+1 \rightarrow n, j}$ ne doit contenir aucune reine.

Horizontale gauche :

$x_{i,j-1 \rightarrow n}$ ne doit contenir aucune reine.

Verticale vers le bas :

$x_{i-1 \rightarrow n, j}$ ne doit contenir aucune reine.

Diagonale vers le haut à droite :

$x_{i+1 \rightarrow n, j+1 \rightarrow n}$ ne doit contenir aucune reine.

Diagonale vers le bas à droite :

$x_{i-1 \rightarrow 1, j+1 \rightarrow n}$ ne doit contenir aucune reine.

Diagonale vers le bas à gauche :

$x_{i-1 \rightarrow 1, j-1 \rightarrow 1}$ ne doit contenir aucune reine.

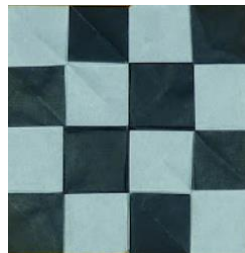
Diagonale vers le haut à gauche :

$x_{i+1 \rightarrow n, j-1 \rightarrow 1}$ ne doit contenir aucune reine.

$i \rightarrow$ abscisse
 $j \rightarrow$ ordonnée

FORME NORMALE CONJONCTIVE :

Posons un échiquier de 4x4 :



La variable booléenne $x_{i,j}$ représente le fait que la case $[i,j]$ de l'échiquier contient une reine.
Donc nous devons donner au SAT-solveur l'ensemble des contraintes suivantes :

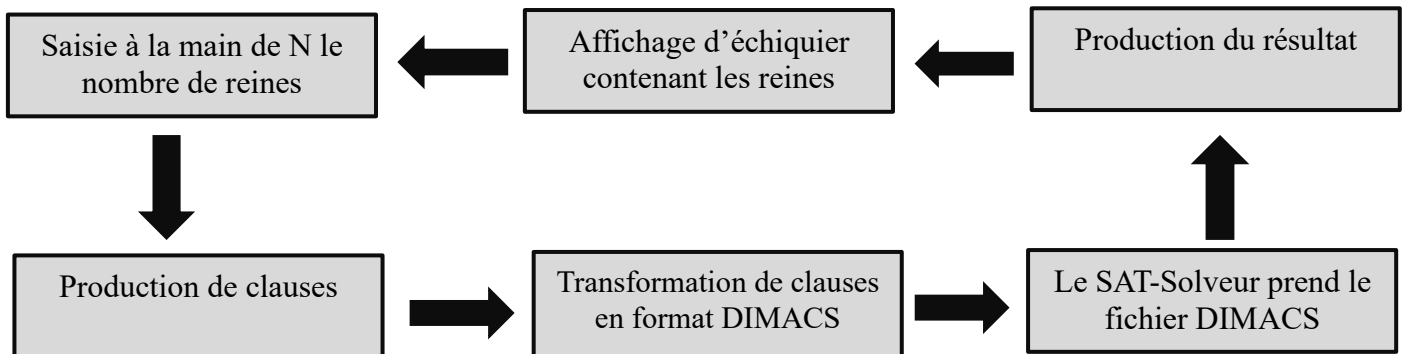
$$(x_{1,1} \vee x_{1,2} \vee x_{1,3} \vee x_{1,4}) \wedge (x_{2,1} \vee x_{2,2} \vee x_{2,3} \vee x_{2,4}) \wedge (x_{3,1} \vee x_{3,2} \vee x_{3,3} \vee x_{3,4}) \wedge (x_{4,1} \vee x_{4,2} \vee x_{4,3} \vee x_{4,4}) \wedge$$

$$(\neg x_{1,1} \vee \neg x_{1,2}) \wedge (\neg x_{1,1} \vee \neg x_{1,3}) \wedge (\neg x_{1,1} \vee \neg x_{1,4}) \wedge (\neg x_{1,1} \vee \neg x_{2,1}) \wedge (\neg x_{1,1} \vee \neg x_{3,1}) \wedge$$

$$(\neg x_{1,1} \vee \neg x_{4,1}) \wedge (\neg x_{1,1} \vee \neg x_{2,2}) \wedge (\neg x_{1,1} \vee \neg x_{3,3}) \wedge (\neg x_{1,1} \vee \neg x_{4,4}) \wedge (\neg x_{1,2} \vee \neg x_{1,3}) \wedge$$

$$\begin{aligned}
& (\neg X_{1,2} \vee \neg X_{1,4}) \wedge (\neg X_{1,2} \vee \neg X_{2,1}) \wedge (\neg X_{1,2} \vee \neg X_{2,3}) \wedge (\neg X_{1,2} \vee \neg X_{3,4}) \wedge (\neg X_{1,2} \vee \neg X_{2,2}) \wedge \\
& (\neg X_{1,2} \vee \neg X_{3,2}) \wedge (\neg X_{1,2} \vee \neg X_{4,2}) \wedge (\neg X_{1,3} \vee \neg X_{1,4}) \wedge (\neg X_{1,3} \vee \neg X_{2,2}) \wedge (\neg X_{1,3} \vee \neg X_{3,1}) \wedge \\
& (\neg X_{1,3} \vee \neg X_{2,4}) \wedge (\neg X_{1,3} \vee \neg X_{2,3}) \wedge (\neg X_{1,3} \vee \neg X_{3,3}) \wedge (\neg X_{1,3} \vee \neg X_{4,3}) \wedge (\neg X_{1,4} \vee \neg X_{2,3}) \wedge \\
& (\neg X_{1,4} \vee \neg X_{3,2}) \wedge (\neg X_{1,4} \vee \neg X_{4,1}) \wedge (\neg X_{1,4} \vee \neg X_{2,4}) \wedge (\neg X_{1,4} \vee \neg X_{3,4}) \wedge (\neg X_{1,4} \vee \neg X_{4,4}) \wedge \\
& (\neg X_{2,1} \vee \neg X_{2,2}) \wedge (\neg X_{2,1} \vee \neg X_{2,3}) \wedge (\neg X_{2,1} \vee \neg X_{2,4}) \wedge (\neg X_{2,1} \vee \neg X_{3,1}) \wedge (\neg X_{2,1} \vee \neg X_{4,1}) \wedge \\
& (\neg X_{2,1} \vee \neg X_{3,2}) \wedge (\neg X_{2,1} \vee \neg X_{4,3}) \wedge (\neg X_{2,2} \vee \neg X_{2,3}) \wedge (\neg X_{2,2} \vee \neg X_{2,4}) \wedge (\neg X_{2,2} \vee \neg X_{3,2}) \wedge \\
& (\neg X_{2,2} \vee \neg X_{4,2}) \wedge (\neg X_{2,2} \vee \neg X_{3,1}) \wedge (\neg X_{2,2} \vee \neg X_{3,3}) \wedge (\neg X_{2,2} \vee \neg X_{4,4}) \wedge (\neg X_{2,3} \vee \neg X_{2,4}) \wedge \\
& (\neg X_{2,3} \vee \neg X_{3,3}) \wedge (\neg X_{2,3} \vee \neg X_{4,3}) \wedge (\neg X_{2,3} \vee \neg X_{3,2}) \wedge (\neg X_{2,3} \vee \neg X_{3,4}) \wedge (\neg X_{2,3} \vee \neg X_{4,1}) \wedge \\
& (\neg X_{2,4} \vee \neg X_{3,4}) \wedge (\neg X_{2,4} \vee \neg X_{4,4}) \wedge (\neg X_{2,4} \vee \neg X_{3,3}) \wedge (\neg X_{2,4} \vee \neg X_{4,2}) \wedge (\neg X_{3,1} \vee \neg X_{3,2}) \wedge \\
& (\neg X_{3,1} \vee \neg X_{3,3}) \wedge (\neg X_{3,1} \vee \neg X_{3,4}) \wedge (\neg X_{3,1} \vee \neg X_{4,1}) \wedge (\neg X_{3,1} \vee \neg X_{4,2}) \wedge (\neg X_{3,2} \vee \neg X_{3,3}) \wedge \\
& (\neg X_{3,2} \vee \neg X_{3,4}) \wedge (\neg X_{3,2} \vee \neg X_{4,2}) \wedge (\neg X_{3,2} \vee \neg X_{4,1}) \wedge (\neg X_{3,2} \vee \neg X_{4,3}) \wedge (\neg X_{3,3} \vee \neg X_{3,4}) \wedge \\
& (\neg X_{3,3} \vee \neg X_{4,3}) \wedge (\neg X_{3,3} \vee \neg X_{4,2}) \wedge (\neg X_{3,3} \vee \neg X_{4,4}) \wedge (\neg X_{3,4} \vee \neg X_{4,4}) \wedge (\neg X_{3,4} \vee \neg X_{4,3}) \wedge \\
& (\neg X_{4,1} \vee \neg X_{4,2}) \wedge (\neg X_{4,1} \vee \neg X_{4,3}) \wedge (\neg X_{4,1} \vee \neg X_{4,4}) \wedge (\neg X_{4,2} \vee \neg X_{4,3}) \wedge (\neg X_{4,2} \vee \neg X_{4,4}) \wedge \\
& (\neg X_{4,3} \vee \neg X_{4,4})
\end{aligned}$$

FONCTIONNALITÉ DU PROGRAMME :



Remarque :

Pour arrêter la boucle ci-dessus on entre au clavier N=0.

Tutoriel d'exécution :

```
ilias@DESKTOP-LQFQ980:~/INF402$ make compiler
clang -o nqueens nqueens.c
ilias@DESKTOP-LQFQ980:~/INF402$ make execute
./nqueens
```

Exemple Exécution du programme :

```
Saisir N le nombre de reines(N>=4) ou entrez 0 pour quitter: 4

. . R .
R . . .
. . . R
. R . .

Saisir N le nombre de reines(N>=4) ou entrez 0 pour quitter: 8

. . R . . . . .
. . . . . R . .
. . . R . . . .
. R . . . . .
. . . . . R
. . . . R . . .
. . . . . R .
R . . . . .

Saisir N le nombre de reines(N>=4) ou entrez 0 pour quitter: 2
N doit être supérieur à 4

Saisir N le nombre de reines(N>=4) ou entrez 0 pour quitter: 20
Le résultat est dans le fichier BOARD.txt

Saisir N le nombre de reines(N>=4) ou entrez 0 pour quitter: 0
ilias@DESKTOP-LQFQ980:~/INF402$
```

- ⇒ Si vous entrez $N \geq 20$ le résultat ne s'affiche pas sur le terminal pour question de lisibilité mais il est écrit dans le fichier BOARD.txt que vous pouvez ouvrir et voir la table d'échiquier bien lisible.

Fichier BOARD.txt :

```
INF402 > ≡ BOARD.txt
 1 . . . . . R . . . . . . . . . . . . . . . .
 2 . . . . . . . . . . . . R . . . . . . . . .
 3 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . R . .
 4 . . . . . . . . . . . . . R . . . . . . . .
 5 . . . . . . . . . . . . . . . . . R . . .
 6 . . . . . . . . R . . . . . . . . . . . .
 7 . . . . R . . . . . . . . . . . . . . . .
 8 . . R . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 9 . . . . . . . R . . . . . . . . . . . . . .
10 . . . . . . . . . . . . . . . . R . . . .
11 . R . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
12 . . . . . . . . . . . . . . . R . . . . .
13 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . R
14 . . . . . . . R . . . . . . . . . . . . .
15 . . . . . . . . . . . . . . . . R . . . .
16 . . . R . . . . . . . . . . . . . . . . .
17 . . . . . R . . . . . . . . . . . . . . .
18 R . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
19 . . . . . . . . . R . . . . . . . . . . .
20 . . . . . . . R . . . . . . . . . . . . .
21
```

Le SAT-Solveur utilisé : <https://www.msoos.org/cryptominisat5/>