

ใบความรู้ที่ 1.1

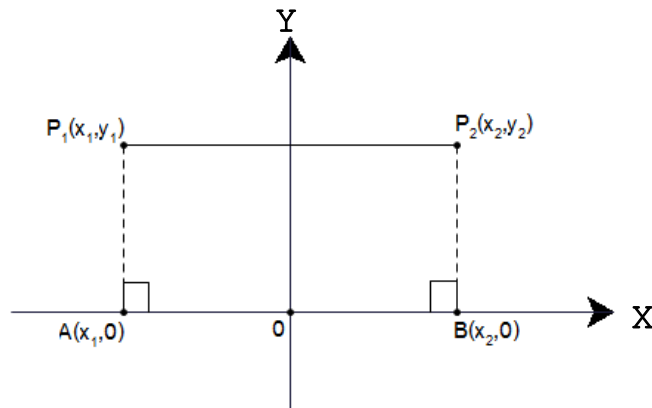
เรื่อง ระยะทางระหว่างจุดสองจุด



บนระบบพิกัดฉาก ถ้าจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ ใด ๆ ที่ P_1P_2 ขนานกับแกน x หรือขนานกับแกน y สามารถแสดงได้ว่า

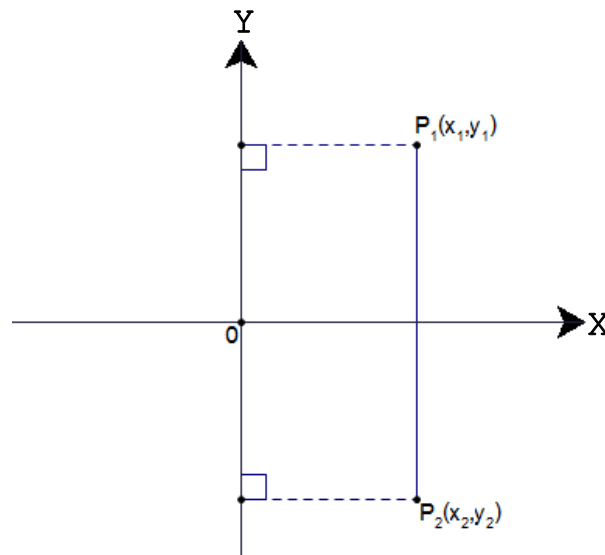
1) ถ้า $\overline{P_1P_2}$ ขนานกับแกน x (สมาชิกตัวหลังมีค่าเท่ากัน)

จะได้ $P_1P_2 = |x_1 - x_2|$



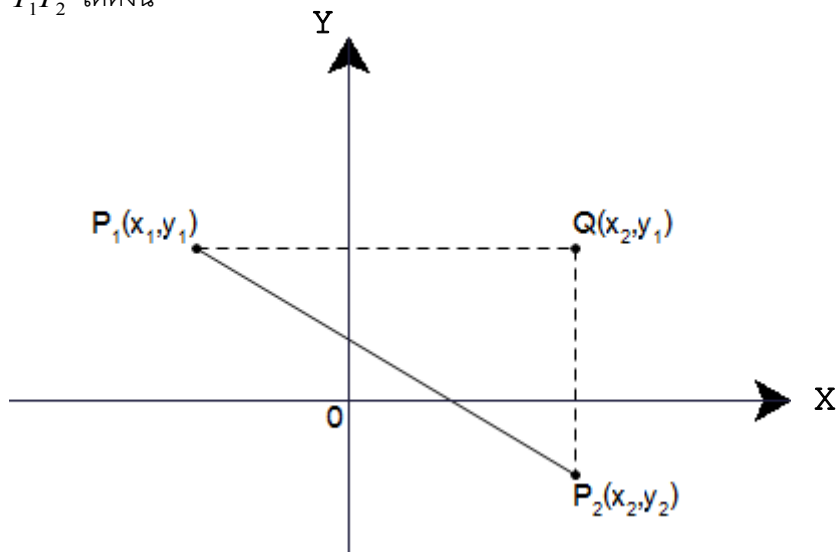
2) ถ้า $\overline{P_1P_2}$ ขนานกับแกน y (สมาชิกตัวหน้ามีค่าเท่ากัน)

จะได้ $P_1P_2 = |y_1 - y_2|$



3) เส้นตรงซึ่งไม่ขนานกับแกน x และไม่ขนานกับแกน y

กำหนดจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ อยู่บนส่วนของเส้นตรงซึ่งไม่ขนานกับแกน x และไม่ขนานกับแกน y ดังรูป จะหา P_1P_2 ได้ดังนี้



ลากส่วนของเส้นตรง P_1Q และ P_2Q ให้ขนานกับแกน x และแกน y ตามลำดับ จุด Q จะมีพิกัด (x_2, y_1) และมุม P_1QP_2 เป็นมุมฉาก จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสจะได้ว่า

$$\begin{aligned} P_1P_2 &= \sqrt{P_1Q^2 + P_2Q^2} \\ &= \sqrt{|x_1 - x_2|^2 + |y_1 - y_2|^2} \\ P_1P_2 &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \end{aligned}$$

ทฤษฎีบท

ถ้า $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ เป็นจุดในระนาบ ระยะทางระหว่างจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ เท่ากับ $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ หน่วย



เราสามารถใช้สูตร

$$P_1P_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

ในโจทย์กรณีขนานแกน x และ y ได้

ตัวอย่างที่ 1

จงหาระยะทางระหว่างจุดแต่ละคู่ที่กำหนด

1. ระยะระหว่างจุด $A(-3,2)$ และ $B(5,2)$

วิธีทำ จากจุด $A(-3,2)$ และ $B(5,2)$ อยู่บนแนวเส้นตรงขนานกับแกน x และ $P_1P_2 = |x_1 - x_2|$

$$\text{จะได้ } AB = |-3 - 5|$$

$$= |-8| = 8$$

$$\text{หรือใช้สูตร } AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-3 - 5)^2 + (2 - 2)^2}$$

$$= \sqrt{64}$$

$$= 8$$

2. ระยะระหว่างจุด $P(-3,9)$ และ $Q(-3,4)$

วิธีทำ จากจุด $P(-3,9)$ และ $Q(-3,4)$ อยู่บนแนวเส้นตรงขนานกับแกน y และ $P_1P_2 = |y_1 - y_2|$

$$\text{จะได้ } PQ = |9 - 4|$$

$$= |5| = 5$$

$$\text{หรือใช้สูตร } PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$PQ = \sqrt{(-3 + 3)^2 + (9 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= 5$$

3. ระยะระหว่างจุด $P(-3,6)$ และ $Q(-9,-2)$

วิธีทำ จากจุด $P(-3,6)$ และ $Q(-9,-2)$ ซึ่งไม่ขนานกับแกน x และไม่ขนานกับแกน y

$$\text{จะได้ } PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$PQ = \sqrt{(-3 + 9)^2 + (6 + 2)^2}$$

$$= \sqrt{6^2 + 8^2}$$

$$= \sqrt{36 + 64}$$

$$= \sqrt{100}$$

$$= 10$$

ตัวอย่างที่ 2



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงหาจุดซึ่งอยู่บนแกน y และอยู่ห่างจากจุด $(2,5)$ และ $(-3,7)$ เป็นระยะทางเท่ากัน

วิธีทำ สมมติให้จุด A มีพิกัด $(0, y_1)$ ซึ่งอยู่บนแกน y ห่างจากจุด $(2,5)$ และ $(-3,7)$ เป็นระยะทางเท่ากัน

เพราะว่า $AB = AC$

$$\sqrt{(0-2)^2 + (y_1-5)^2} = \sqrt{(0-3)^2 + [y_1-(-7)]^2}$$

$$\sqrt{4 + (y_1-5)^2} = \sqrt{9 + (y_1+7)^2}$$

$$4 + (y_1-5)^2 = 9 + (y_1+7)^2$$

$$4 + y_1^2 - 10y_1 + 25 = 9 + y_1^2 + 14y_1 + 49$$

$$y_1^2 - 10y_1 + 29 = y_1^2 + 14y_1 + 58$$

$$-24y_1 = 29$$

$$y_1 = -\frac{29}{24}$$

ดังนั้น A มีพิกัด $\left(0, -\frac{29}{24}\right)$

ใบงานที่ 1.1

เรื่อง ระยะทางระหว่างจุดสองจุด



ตอนที่ 1



จงหาระยะทางระหว่างจุดต่อไปนี้กับจุดกำเนิด $(0,0)$

1. $(0,3)$

.....

.....

.....

.....

2. $(3,4)$

.....

.....

.....

.....

3. $(-1,-3)$

.....

.....

.....

.....

4. (s,t)

.....

.....

.....

.....

ตอนที่ 2

จงหาระยะทางระหว่างจุดแต่ละคู่ที่กำหนด

1. $(-4,7)$ และ $(6,7)$

2. $(-5,-6)$ และ $(-5,-3)$

3. $(2,13)$ และ $(8,5)$

4. $(0,s)$ และ $(t,0)$

5. $(0,s+t)$ และ $(s+t,0)$

ตอนที่ 3

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงแสดงว่าจุด $(1,1)$, $(-1,-1)$ และ $(-4,2)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

2. จงหาความยาวของเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม ABC ซึ่งจุด A มีพิกัดเป็น $(3,4)$ จุด B มีพิกัดเป็น $(7,8)$ และจุด C มีพิกัดเป็น $(-1,-2)$

3. วงกลมรูปหนึ่งมีจุดศูนย์กลางที่จุด $(-3,2)$ และผ่านจุด $(7,4)$ จงหาความยาวของรัศมีของวงกลมนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีจุด $(10,0), (-12,0)$ และ $(-8,8)$ เป็นจุดยอด จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. จุด $A(-2,-7)$ $B(1,2)$ และ $C(5,14)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกันหรือไม่

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....