

Лабораторная работа номер 8

Malkov Roman Sergeevich

29.03.2024

Изучить и построить модель конкуренции двух фирм.

Задание

Вариант 59

Случай 1

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

где

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 N q}$$

$$a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}$$

Задание

Случай 2

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.00049\right)M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами

$$M_0^1 = 8.8 \quad M_0^2 = 9.9$$

$$p_{cr} = 30 \quad N = 80 \quad q = 1$$

$$\tau_1 = 10.1 \quad \tau_2 = 11.5$$

$$\tilde{\tau}_1 = 10.1 \quad \tilde{\tau}_2 = 11.5$$

1. Изучить модель конкуренции двух фирм
2. Построить графики изменения оборотных средств двух фирм для обоих случаев

Выполнение лабораторной работы

Код программы для первого случая:

```
using Plots
using DifferentialEquations

p_cr = 40
tau1 = 25
p1 = 8
tau2 = 20
p2 = 8.5
N = 45
q = 1

a1 = p_cr / (tau1 * tau1 * p1 * p1 * N * q)
a2 = p_cr / (tau2 * tau2 * p2 * p2 * N * q)
b = p_cr / (tau1 * tau1 * tau2 * tau2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q)
c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1)
c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2)

function ode_fn(du, u, p, t)
    M1, M2 = u
    du[1] = u[1] - b / c1 * u[1] * u[2] - a1 / c1 * u[1] * u[1]
    du[2] = c2 / c1 * u[2] - b / c1 * u[1] * u[2] - a2 / c1 * u[2] * u[2]
end

v0 = [7, 8.9]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
M1 = [u[1] for u in sol.u]
M2 = [u[2] for u in sol.u]
t = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 300,
    legend = true)

plot(
    plt,
    t,
    M1,
    label = "Оборотные средства фирмы 1",
    color = :blue)

plot(
    plt,
    t,
    M2,
    label = "Оборотные средства фирмы 2",
    color = :green)

savefig(plt, "j11.png")
```

Рис. 1: Реализация на языке Julia

Выполнение лабораторной работы

Код программы для второго случая:

```
using Plots
using DifferentialEquations

p_cr = 40
tau1 = 25
p1 = 8
tau2 = 30
p2 = 8.5
N = 45
q = 1

a1 = p_cr / (tau1 * tau1 * p1 * p1 * N * q)
a2 = p_cr / (tau2 * tau2 * p2 * p2 * N * q)
b = p_cr / (tau1 * tau1 * tau2 * tau2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q)
c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1)
c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2)

function ode_fn(du, u, p, t)
    H1, H2 = u
    du[1] = u[1] - (b / c1 + 0.00049) * u[1] * u[2] - a1 / c1 * u[1] * u[1]
    du[2] = c2 / c1 * u[2] - b / c1 * u[1] * u[2] - a2 / c1 * u[2] * u[2]
end

v0 = [7, 8.9]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
u1 = [u[1] for u in sol.u]
u2 = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 300,
    legend = :topright)

plot(
    plt,
    T,
    H1,
    label = "Оборотные средства фирмы 1",
    color = :blue)

plot(
    plt,
    T,
    H2,
    label = "Оборотные средства фирмы 2",
    color = :green)

savefig(plt, "j12.png")
```

Рис. 2: Реализация на языке Julia

Выполнение лабораторной работы

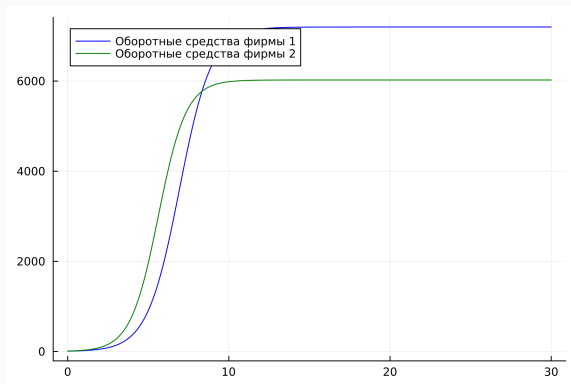


Рис. 3: График конкуренции двух фирм для первого случая, построенный на языке Julia

Выполнение лабораторной работы

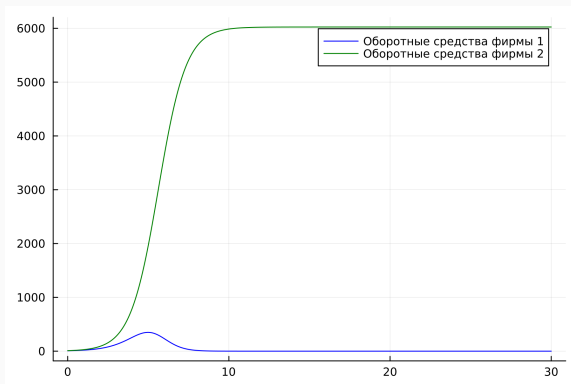


Рис. 4: График конкуренции двух фирм для второго случая, построенный на языке Julia

Выполнение лабораторной работы

Код программы для первого случая:

```
model lab08_1
  Real p_cr = 40;
  Real tau1 = 25;
  Real p1 = 8;
  Real tau2 = 20;
  Real p2 = 8.5;
  Real N = 45;
  Real q = 1;

  Real a1 = p_cr / (tau1 * tau1 * p1 * p1 * N * q);
  Real a2 = p_cr / (tau2 * tau2 * p2 * p2 * N * q);
  Real b = p_cr / (tau1 * tau1 * tau2 * tau2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q);
  Real c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1);
  Real c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2);

  Real M1;
  Real M2;
initial equation
  M1 = 7;
  M2 = 8.9;
equation
  der(M1) = M1 - b/c1*M1*M2 - a1/c1*M1*M1;
  der(M2) = c2/c1*M2 - b/c1*M1*M2 - a2/c1*M2*M2;
  annotation(
    experiment(StartTime = 0, StopTime = 30, Tolerance = 1e-06, Interval = 0.05));
end lab08_1;
```

Рис. 5: Реализация на языке Modelica

Выполнение лабораторной работы

Код программы для второго случая:

```
model lab08_2
  Real p_cr = 40;
  Real tau1 = 25;
  Real p1 = 8;
  Real tau2 = 20;
  Real p2 = 8.5;
  Real N = 45;
  Real q = 1;

  Real a1 = p_cr / (tau1 * tau1 * p1 * p1 * N * q);
  Real a2 = p_cr / (tau2 * tau2 * p2 * p2 * N * q);
  Real b = p_cr / (tau1 * tau1 * tau2 * tau2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q);
  Real c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1);
  Real c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2);

  Real M1;
  Real M2;
initial equation
  M1 = 7;
  M2 = 8.9;
equation
  der(M1) = M1 - (b / c1 + 0.00049) * M1 * M2 - a1 / c1 * M1 * M1;
  der(M2) = c2 / c1 * M2 - b / c1 * M1 * M2 - a2 / c1 * M2 * M2;
  annotation(
    experiment(StartTime = 0, StopTime = 30, Tolerance = 1e-06, Interval = 0.05));
end lab08_2;
```

Рис. 6: Реализация на языке Modelica

Выполнение лабораторной работы

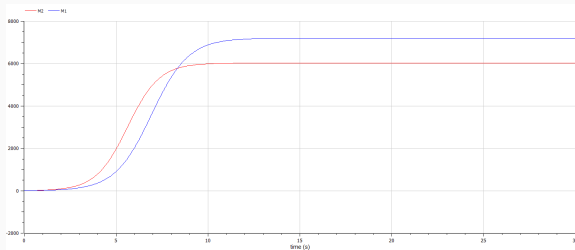


Рис. 7: График конкуренции двух фирм для первого случая, построенный с помощью OpenModelica

Выполнение лабораторной работы

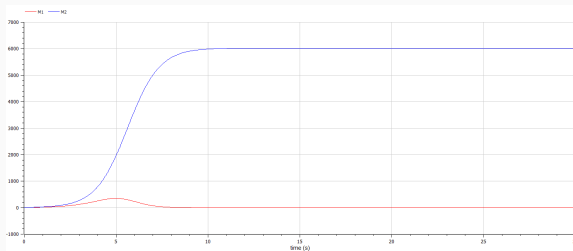


Рис. 8: График конкуренции двух фирм для второго случая, построенный с помощью OpenModelica

В итоге проделанной работы на языках Julia и OpenModelica мы построили графики изменения оборотных средств для двух фирм для случаев, когда конкурентная борьба ведётся только рыночными методами и когда, помимо экономического фактора влияния, используются еще и социально-психологические факторы.

Построение модели конкуренции двух фирм на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк кода, чем аналогичное построение на Julia.

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель конкуренции двух фирм и в дальнейшем построена модель на языках Julia и Open Modelica.

Список литературы. Библиография.

[1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>

[2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>

[3] Решение дифференциальных уравнений:
<https://www.wolframalpha.com/>

[4] Мальтузианская модель роста:
<https://www.stolaf.edu/people/mckelvey/envision.dir/malthus.html>

[5] Математические модели конкурентной среды:
https://dspace.spbu.ru/bitstream/11701/12019/1/Gorynya_2018.pdf

[6] Разработка математических моделей конкурентных процессов:
https://www.academia.edu/9284004/Наумейко_РАЗРАБОТКА_МАТЕ