## Front matter

title: "Отчёт по лабораторной работе №6

Математическое моделирование" subtitle: “Задача об эпидемии. Вариант №20” author: "Выполнил: Негматуллаев Бежан Шухратович ,

НФИбд-02-21, 1032215469"

## Generic otions

lang: ru-RU toc-title: “Содержание”

## Bibliography

bibliography: bib/cite.bib csl: pandoc/csl/gost-r-7-0-5-2008-numeric.csl

## Pdf output format

toc: true # Table of contents toc-depth: 2 lof: true # List of figures fontsize: 12pt linestretch: 1.5 papersize: a4 documentclass: scrreprt ## I18n polyglossia polyglossia-lang: name: russian options: - spelling=modern - babelshorthands=true polyglossia-otherlangs: name: english ## I18n babel babel-lang: russian babel-otherlangs: english ## Fonts mainfont: Times New Roman romanfont: Times New Roman sansfont: Times New Roman monofont: Times New Roman mainfontoptions: Ligatures=TeX romanfontoptions: Ligatures=TeX sansfontoptions: Ligatures=TeX,Scale=MatchLowercase monofontoptions: Scale=MatchLowercase,Scale=0.9 ## Biblatex biblatex: true biblio-style: “gost-numeric” biblatexoptions: - parentracker=true - backend=biber - hyperref=auto - language=auto - autolang=other\* - citestyle=gost-numeric ## Pandoc-crossref LaTeX customization figureTitle: “Рис.” tableTitle: “Таблица” listingTitle: “Листинг” lofTitle: “Список иллюстраций” lolTitle: “Листинги” ## Misc options indent: true header-includes: -

# keep figures where there are in the text

## # keep figures where there are in the text

# Цель работы

Изучить и построить модель эпидемии.

# Теоретическое введение. Построение математической модели.

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их . А третья группа, обозначающаяся через – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа меняется по следующему закону:

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, то есть:

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

Постоянные пропорциональности - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени нет особей с иммунитетом к болезни , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей и соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: и

# Задание

**Вариант 20**

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=17 854) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=199, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=35. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)- R(0). Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

# Задачи

Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп , , . Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случаях:

# Выполнение лабораторной работы

## Решение с помощью программ

### Julia

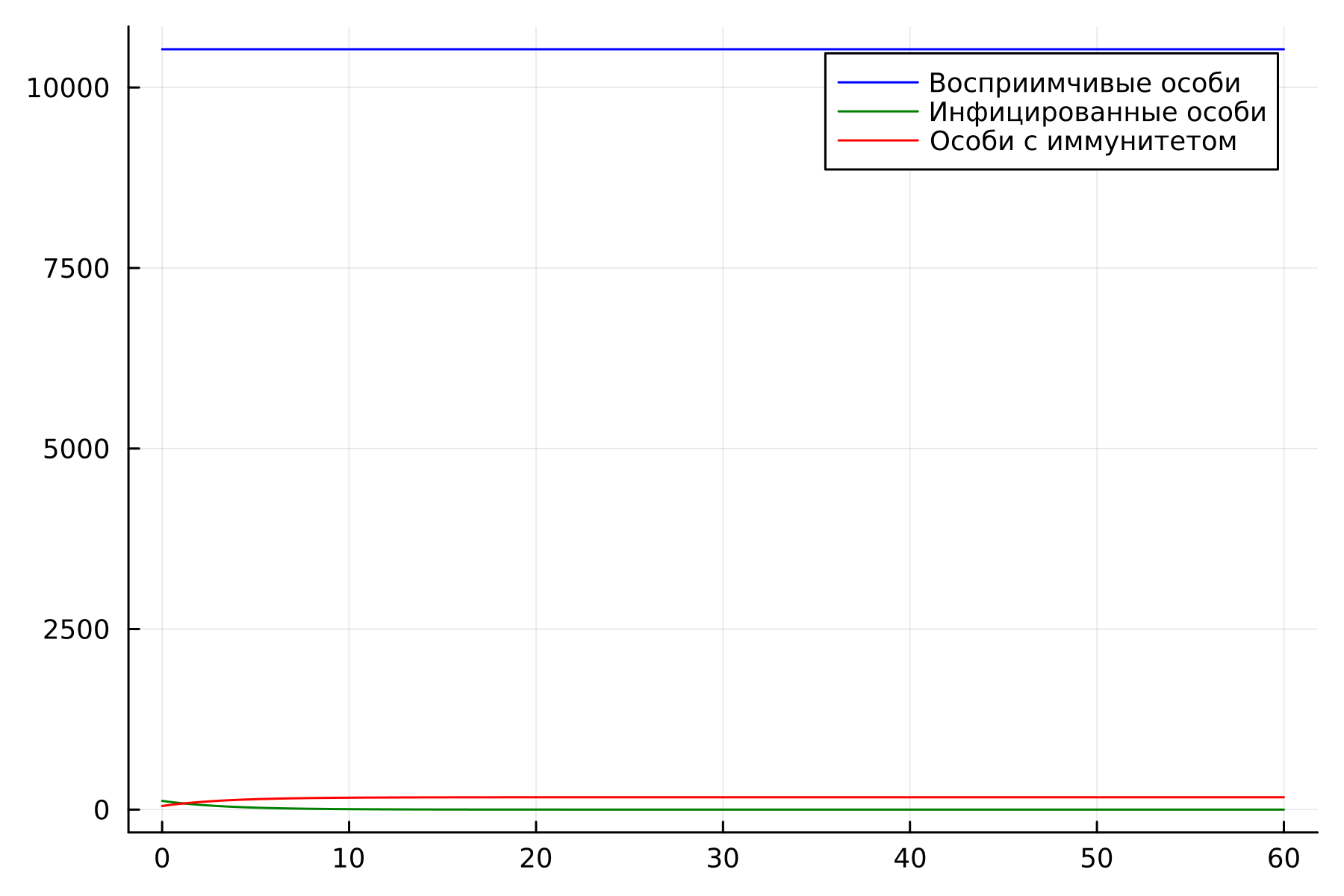
Код программы для случая :

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
N = 10700  
I0 = 121 # заболевшие особи  
R0 = 50 # особи с иммунитетом  
S0 = N - I0 - R0 # здоровые, но восприимчивые особи  
alpha = 0.4 # коэффициент заболеваемости  
beta = 0.3 # коэффициент выздоровления  
  
#I0 <= I\*  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 S, I, R = u  
 du[1] = 0  
 du[2] = -beta\*u[2]  
 du[3] = beta\*I  
end  
  
v0 = [S0, I0, R0]  
tspan = (0.0, 60.0)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)  
S = [u[1] for u in sol.u]  
I = [u[2] for u in sol.u]  
R = [u[3] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
  
plt = plot(  
 dpi = 300,  
 legend = :topright)  
  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 S,  
 label = "Восприимчивые особи",  
 color = :blue)  
  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 I,  
 label = "Инфицированные особи",  
 color = :green)  
  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 R,  
 label = "Особи с иммунитетом",  
 color = :red)  
  
savefig(plt, "6\_1.png")

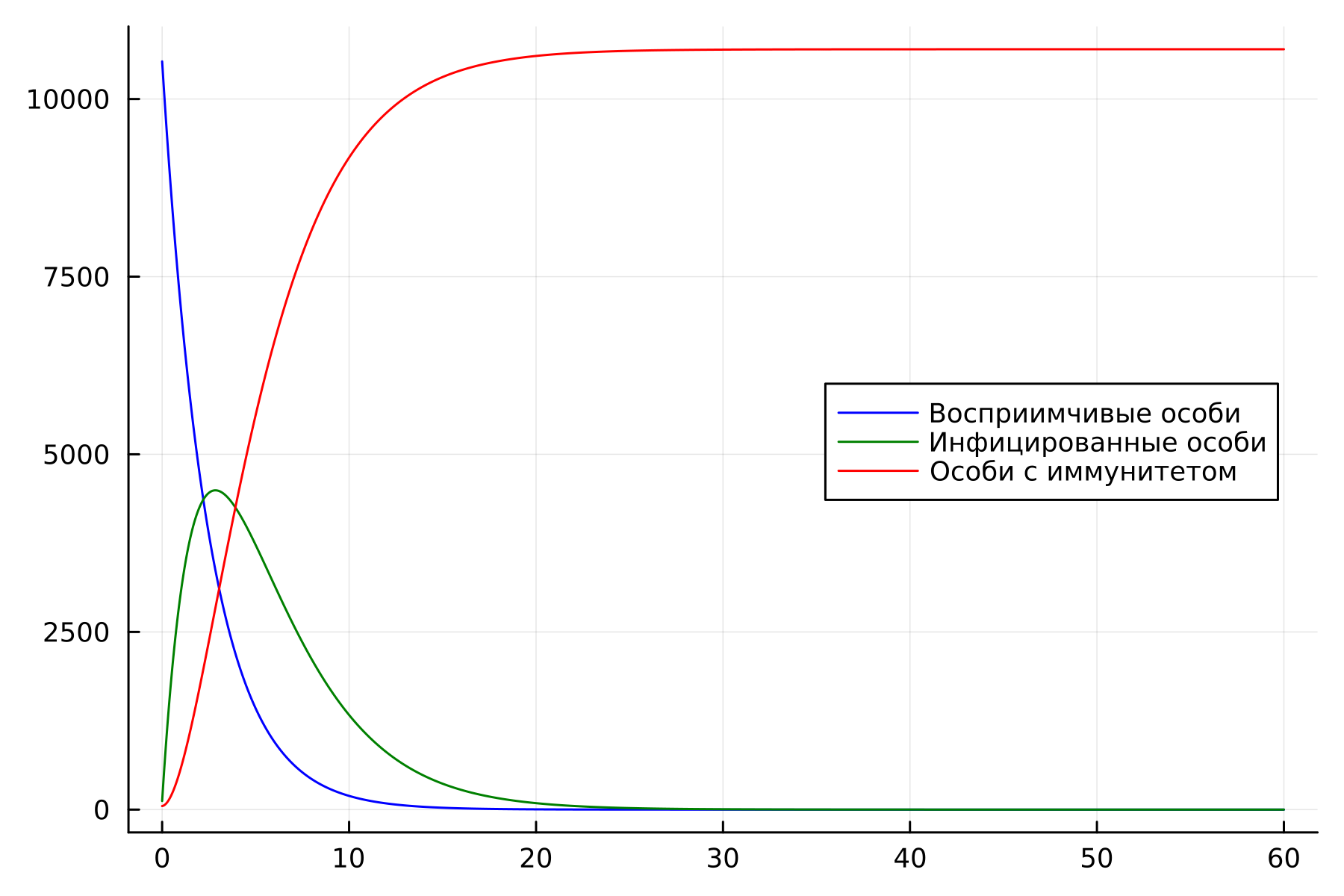
Код программы для случая :

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
N = 10700  
I0 = 121 # заболевшие особи  
R0 = 50 # особи с иммунитетом  
S0 = N - I0 - R0 # здоровые, но восприимчивые особи  
alpha = 0.4 # коэффициент заболеваемости  
beta = 0.3 # коэффициент выздоровления  
  
#I0 > I\*  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 S, I, R = u  
 du[1] = -alpha\*u[1]  
 du[2] = alpha\*u[1] - beta\*u[2]  
 du[3] = beta\*I  
end  
  
v0 = [S0, I0, R0]  
tspan = (0.0, 60.0)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)  
S = [u[1] for u in sol.u]  
I = [u[2] for u in sol.u]  
R = [u[3] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
  
plt = plot(  
 dpi = 300,  
 legend = :right)  
  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 S,  
 label = "Восприимчивые особи",  
 color = :blue)  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 I,  
 label = "Инфицированные особи",  
 color = :green)  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 R,  
 label = "Особи с иммунитетом",  
 color = :red)  
  
  
savefig(plt, "6\_2.png")

### Результаты работы кода на Julia



Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на Julia, для случая, когда больные изолированы



Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на Julia, для случая, когда больные могут заражать особей группы S

# Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

В итоге проделанной работы мы построили графики зависимости численности особей трех групп S, I, R для случаев, когда больные изолированы и когда они могут заражать особей группы S.

Построение модели эпидемии на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia. Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени t по умолчанию, что упрощает нашу работу.

# Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эпидемии и построена модель на языках Julia и Open Modelica.

# Список литературы. Библиография.

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/

[3] Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/

[4] Конструирование эпидемиологических моделей: https://habr.com/ru/post/551682/