1.2. Методи до визначення рухливості у кремнії

Задача оцінки рухливості електронів μ_n та дірок μ_p у напівпровіднику за певних умов є достатньо поширеною у різноманітних фізичних дослідженнях. Один з варіантів її вирішення полягає у використанні загального підходу, згідно з яким

$$\mu = \frac{e\tau_p}{m_\sigma}\,, \tag{1.1}$$

де e — елементарний заряд, τ_p — середній час вільного пробігу носія заряду, m_σ — ефективна маса електропровідності.

Час вільного пробігу обмежується розсіянням носіїв заряду, яке може бути викликане декількома причинами, пов'язаними з порушеннями періодичності потенціалу. Зокрема виділяють розсіяння на коливаннях ґратки (акустичних та оптичних фононах), заряджених та нейтральних домішках, дислокаціях, границях зерен та інших неоднорідностях структури, поверхнях та межах розділу, інших носіях. Кожен із цих механізмів має свою залежність від температури, рівня легування та розміру напівпровідникової структури і може бути визначальним для величини рухливості за певних умов. Проте найчастіше необхідно враховувати декілька можливих шляхів розсіяння носіїв заряду. В такому випадку для оцінки рухливості використовується правило Маттісена:

$$\mu^{-1} = \sum_i \mu_i^{-1}\,, \tag{1.2}$$

де сумування відбувається за механізмами розсіяння, μ_i — рухливість носіїв за наявності лише i-го механізму розсіяння. Для оцінки μ_i можна використовувати вирази, аналогічні формулі (1.1), розрахувавши відповідний час вільного пробігу.

Для переважної більшості механізмів розсіяння вирази для оцінки рухливості відомі. Так, при розсіянні на іонізованих домішках нерідко використовується вираз Brooks & Herring [1]:

$$\mu_\mathrm{I} = \frac{3,68\cdot 10^{20}\text{см}^{-3}}{N_\mathrm{I} Z^2}\left(\frac{\varepsilon}{16}\right)^2\left(\frac{T}{100\,\mathrm{K}}\right)^{1,5}\frac{(m_0/m)^{0,5}}{\left[\lg(1+\beta_\mathrm{BH}^2) - \frac{0,434\beta_\mathrm{BH}^2}{1+\beta_\mathrm{BH}^2}\right]}\,, \tag{1.3}$$

де N_I — концентрація домішок із зарядом Ze, ε — діелектрична проникність напівпровідника, T — температура, m —ефективна маса носія, m_0 — маса вільного електрону, а величина β_BH має вигляд

$$\beta_\mathrm{BH} = \left(\frac{\varepsilon}{16}\right)^{0,5}\frac{T}{100\,\mathrm{K}}\left(\frac{m}{m_0}\right)^{0,5}\left(\frac{2,08\cdot 10^{18}\text{см}^{-3}}{n_c}\right)^{0,5}\,, \tag{1.4}$$

n_c — концентрація носіїв заряду. Іншим наближенням для такого випадку є формула Conwell & Weisskopf [1]:

$$\begin{aligned} \mu_{\mathrm{I}} &= \frac{3,68 \cdot 10^{20}\text{см}^{-3}}{N_{\mathrm{I}} Z^2} \left(\frac{\varepsilon}{16}\right)^2 \left(\frac{T}{100\,\mathrm{K}}\right)^{1,5} \frac{(m_0/m)^{0,5}}{\lg\left(1+\beta_{\mathrm{CW}}^2\right)}\,, \\ \beta_{\mathrm{CW}} &= \frac{1}{Z}\frac{\varepsilon}{16}\frac{T}{100\,\mathrm{K}} \left(\frac{2,35 \cdot 10^{19}\text{см}^{-3}}{N_{\mathrm{I}}}\right)^{1/3}\,. \end{aligned} \tag{1.5}$$

Для іншого механізму, розсіяння носій-носій застосовується підхід, розвинутий Fletcher [2]:

$$\mu_{cc} = \frac{\left(\frac{T}{T_{ref}^{Fl}}\right)^{3/2} F_1}{(np)^{1/2} \ln\left[1 + \left(\frac{T}{T_{ref}^{Fl}}\right)^2 (np)^{-1/3} F_2\right]}\,, \tag{1.6}$$

де n та p — концентрації електронів та дірок, відповідно; T_{ref}^{Fl}, F_1 та F_2 — певні константи, які залежать від матеріалу. Як показано в роботах [3, 4], для кремнію доцільно застосовувати $T_{ref}^{Fl} = 300$ K, $F_1 = 1,04 \cdot 10^{21}$ см$^{-1}$В$^{-1}$с$^{-1}$, $F_2 = 7,45 \cdot 10^{12}$ см^2 і тоді вираз (1.6) перетворюється на наступний

$$\mu_{cc} = \frac{2 \cdot 10^{17} T^{3/2}}{\sqrt{n\,p}\ln\left[1 + 8,28 \cdot 10^8 T^2 (np)^{-1/3}\right]}\,. \tag{1.7}$$

Проте в більшості випадків для більш-менш точного опису рухливості реального матеріалу необхідно враховувати значну кількість механізмів. Як наслідок, більше поширення отримав підхід оцінки величини μ з використанням апроксимаційної функції, яка часто базується на результатах експериментальних вимірювань. Як правило, для кожного матеріалу вигляд функції або наявні в ній коефіцієнти відрізняються.

Розглянемо декілька подібних підходів до опису рухливості носіїв заряду у монокристалічному кремнії, обмежуючись випадками об'ємного напівпровідника (без врахування впливу поверхні) та слабких полів. Одним з перших подібних наближень був вираз, запропонований Caughey & Thomas [5]:

$$\mu = \mu_{\min} + \frac{\mu_{\max} - \mu_{\min}}{1 + (N/N_{ref})^{\alpha}}\,, \tag{1.8}$$

де N — концентрація легантів, а значення констант для випадків, коли розглядаються рухливості електронів та дірок, наведені у Табл. 1. Вираз насамперед призначений для оцінки залежності рухливості основних носіїв від концентрації легуючої домішки поблизу 300 K. З іншого

Табл. 1. Коефіцієнти для розрахунку рухливості відповідно до моделі Caughey–Thomas (1.8)

Тип носіїв	Параметр			
	$\mu_{\max}$, см^2/(В $\cdot$ с)	$\mu_{\min}$, см^2/(В $\cdot$ с)	α	N_{ref}, см$^{-3}$
Електрони	1330	65	0,72	$8,5 \cdot 10^{16}$
Дірки	495	47,7	0,76	$6,3 \cdot 10^{16}$

Табл. 2. Коефіцієнти для розрахунку рухливості відповідно до моделі Masetti (1.9)

Параметр	Легант	
	Фосфор	Бор
μ_0, см^2/(В $\cdot$ с)	68,5	44,9
$\mu_{\max}$, см^2/(В $\cdot$ с)	1414	470,5
μ_0, см^2/(В $\cdot$ с)	56,1	29,0
C_r, см$^{-3}$	$9,2 \cdot 10^{16}$	$2,23 \cdot 10^{17}$
C_s, см$^{-3}$	$3,41 \cdot 10^{20}$	$6,10 \cdot 10^{20}$
a	0,711	0,719
b	1,98	2,00
p_c, см$^{-3}$	—	$9,23 \cdot 10^{16}$

боку, формула (1.8) не дозволяє оцінити рухливості неосновних носіїв та не враховує температурну залежність μ.

[6]

$$\mu_n = \mu_0 + \frac{\mu_{\max} - \mu_0}{1 + \left(\frac{n}{C_r}\right)^a} - \frac{\mu_1}{1 + \left(\frac{C_s}{n}\right)^b}\,,$$
$$\mu_p = \mu_0 \exp\left(-\frac{p_c}{p}\right) + \frac{\mu_{\max}}{1 + \left(\frac{p}{C_r}\right)^a} - \frac{\mu_1}{1 + \left(\frac{C_s}{p}\right)^b}\,. \tag{1.9}$$

[7]

$$\mu = \mu_{\min} + \frac{\mu_0}{1 + \left(\frac{N}{N_0}\right)^\alpha} \tag{1.10}$$

$$
\begin{aligned}
\mu_{\min} &= \mu_{\min}^{ref}\left(\frac{T}{T_{ref}}\right)^{\beta_1}, \\
\mu_0 &= \mu_0^{ref}\left(\frac{T}{T_{ref}}\right)^{\beta_2}, \\
N_0 &= N_0^{ref}\left(\frac{T}{T_{ref}}\right)^{\beta_3}, \\
\alpha &= \alpha^{ref}\left(\frac{T}{T_{ref}}\right)^{\beta_4}.
\end{aligned}
\tag{1.11}
$$

неосновні електрони [8] неосновні дірки [9]

Список використаних джерел

[1] *Seeger, Karlheinz.* Semiconductor Physics. An Introduction / Karlheinz Seeger. Advanced Texts in Physics. — 9 edition. — Springer Berlin, Heidelberg, 2004. — Jun.

[2] *Fletcher, Neville H.* The High Current Limit for Semiconductor Junction Devices / Neville H. Fletcher // *Proc. IRE.* — 1957. — Vol. 45, no. 6. — Pp. 862–872.

[3] *Choo, Seok Cheow.* Theory of a forward-biased diffused-junction P-L-N rectifier—Part I: Exact numerical solutions / Seok Cheow Choo // *IEEE Trans. Electron Devices.* — 1972. — Vol. 19, no. 8. — Pp. 954–966.

[4] *Dorkel, J.M.* Carrier mobilities in silicon semi-empirically related to temperature, doping and injection level / J.M. Dorkel, Ph. Leturcq // *Solid-State Electron.* — 1981. — Vol. 24, no. 9. — Pp. 821–825.

[5] *Caughey, D.M.* Carrier mobilities in silicon empirically related to doping and field / D.M. Caughey, R.E. Thomas // *Proc. IEEE.* — 1967. — Vol. 55, no. 12. — Pp. 2192–2193.

[6] *Masetti, G.* Modeling of carrier mobility against carrier concentration in arsenic-, phosphorus-, and boron-doped silicon / G. Masetti, M. Severi, S. Solmi // *IEEE Trans. Electron Devices.* — 1983. — Vol. 30, no. 7. — Pp. 764–769.

[7] *Arora, N.D.* Electron and hole mobilities in silicon as a function of concentration and temperature / N.D. Arora, J.R. Hauser, D.J. Roulston // *IEEE Trans. Electron Devices.* — 1982. — Vol. 29, no. 2. — Pp. 292–295.

[8] *Swirhun, S.E.* Measurement of electron lifetime, electron mobility and band-gap narrowing in heavily doped p-type silicon / S.E. Swirhun, Y.-H. Kwark, R.M. Swanson // 1986 International Electron Devices Meeting. — 1986. — Pp. 24–27.

[9] *del Alamo, J.* Simultaneous measurement of hole lifetime, hole mobility and bandgap narrowing in heavily doped n-type silicon / J. del Alamo, S. Swirhun, R.M. Swanson // 1985 International Electron Devices Meeting. — 1985. — Pp. 290–293.