

ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

# Квантовая запутанность, телепортация и случайность: Нобелевская премия по физике 2022 года

А.К. Федоров, Е.О. Киктенко, К.Ю. Хабарова, Н.Н. Колачевский

*Прецизионный контроль над индивидуальными квантовыми системами, такими как отдельные фотоны, атомы или ионы, открывает возможность для реализации ряда квантовых технологий. Задача этого направления — создание приборов, которые за счёт квантовых эффектов смогут решать задачи обработки данных, защищённой передачи информации и высокоточного измерения параметров окружающего мира более эффективно по сравнению с существующими подходами. Ключевым шагом для создания квантовых технологий стали пионерские работы второй половины XX века, которые, во-первых, показали парадоксальность и корректность квантово-механического описания природы и, во-вторых, заложили и создали базовые экспериментальные подходы, ставшие основой современных квантовых технологий. Нобелевская премия по физике 2022 года присуждена Алену Аспе, Джону Клаузеру и Антону Цайлингеру за выдающиеся эксперименты, продемонстрировавшие квантовую запутанность и нарушение неравенств Белла, а также пионерский вклад в развитие новой области — квантовой информатики.*

**Ключевые слова:** парадокс ЭПР, квантовые корреляции, запутанность, телепортация, квантовые коммуникации, квантовые вычисления, квантовые сенсоры, квантовая метрология

PACS numbers: 03.65.Ud, 03.67.–a, 42.50.Dv

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2023.06.039412>

## Содержание

1. Введение (1162).
  2. Неравенство Белла (исходный вариант), эксперименты Нобелевских лауреатов, состояния Гринберга – Хорна – Цайлингера (1164).
  3. Развитие неравенств Белла: квантовая запутанность как ресурс и квантовая телепортация (1167).
  4. Запутанность в квантовых вычислениях, квантовых коммуникациях и квантовой метрологии (1169).
  5. Развитие направления: эксперименты К. Монро и Х. Вайнфуртера: на пути к квантовому интернету (1170).
  6. Заключение (1170).
- Список литературы (1171).

А.К. Федоров<sup>(1, 2, 3, a)</sup>, Е.О. Киктенко<sup>(2, 3, b)</sup>, К.Ю. Хабарова<sup>(1, 2, c)</sup>, Н.Н. Колачевский<sup>(1, 2, d)</sup>

<sup>(1)</sup> Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Ленинский просп. 53, 119991 Москва, Российская Федерация

<sup>(2)</sup> Российский квантовый центр "Сколково", Большой бульвар 30, стр. 1, 121205 Москва, Российская Федерация

<sup>(3)</sup> Национальный университет науки и технологий "МИСИС", Ленинский просп. 2, 119049 Москва, Российская Федерация

E-mail: <sup>(a)</sup> akf@rsc.ru, <sup>(b)</sup> evgeniy.kiktenko@gmail.com,

<sup>(c)</sup> kseniakhabarova@gmail.com, <sup>(d)</sup> kolachevsky@lebedev.ru

Статья поступила 27 марта 2023 г.,  
после доработки 5 июня 2023 г.

## 1. Введение

Около столетия назад в физике происходили события, ознаменовавшие становление квантовой механики. Введённая Максом Планком в 1900 г. концепция отдельных "квантов" не только помогла решить проблему ультрафиолетовой катастрофы [1], но возымела для физики гораздо более далеко идущие последствия. В горячих спорах рождалась глубоко неинтуитивная, не поддающаяся привычному для человека "ньютоновскому" описанию наука, опирающаяся, с одной стороны, на относительно простую математическую базу, а с другой — на такие новые понятия, как волновые свойства частиц, амплитуда вероятности, суперпозиция и запутанность. Так, в 1913 г. Нильс Бор, используя экспериментальные данные о спектрах атома водорода, формулирует свою знаменитую модель [2–4]. Модель опирается на понятие квантования: для стационарных электронных орбит кратность углового момента составляет  $\hbar = h/2\pi$ , где  $h \approx 6,626 \times 10^{-34}$  Дж с — знаменитая константа Планка. Работы Макса Планка, Поля Дирака, Вольфганга Паули, Макса Борна, Джона фон Неймана, Арнольда Зоммерфельда, Альберта Эйнштейна, опыты Штерна и Герлаха, теория Луи де Бройля расширяют понимание квантового мира, позволяя интерпретировать накопленные экспериментальные данные и предсказывать поведение элементарных систем: строение атома, структуру спектров, свойства излучения, взаимодействие света и вещества, волновые свойства частиц и многое другое. 1925 год ознамено-

ван работами Гейзенберга с основополагающими формулировками квантовой механики и рассуждениями о соотношении между принципиально доступными для наблюдения в эксперименте величинами (которые в 1927 г. приводят его к формулировке принципа неопределённости) [5]. И, конечно, удивительно верная формулировка Шрёдингером его знаменитого уравнения [6]. Новый "квантовый мир" полноценно вступил в свои права.

Квантовая механика дала в руки человечеству мощнейший инструмент для описания взаимодействия физических систем с излучением, а её математический аппарат активно развивался, интегрируя в себя релятивизм, концепцию спинов, физический вакуум, другие типы взаимодействия и многое другое. Так, квантовая электродинамика — одно из направлений развития квантовой механики — и сегодня сохраняет позиции самой точной предсказательной науки, позволяя делать расчёты свойств элементарных частиц с погрешностью до 10-го знака после запятой (например,  $g$ -фактор электрона<sup>1</sup>). Вместе с тем многие формулировки и концепции квантовой теории вызывали, а зачастую и продолжают вызывать споры и непонимание. Даже обычное понятие суперпозиции, записывающейся через амплитудные коэффициенты волновой функции  $\psi = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$  ( $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ ), где  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  — некоторые ортогональные состояния, привело к формулировке известного парадокса "кота Шрёдингера", находящегося одновременно в живом и мёртвом состояниях [7]. Недостаток прямых экспериментов и отсутствие технической возможности изучать одиночные квантовые системы не позволяли сделать однозначный выбор в пользу той или иной интерпретации. Причём сами постулаты квантовой механики открывали широчайшую возможность для обсуждения различных "Gedankenexperiments" (мысленных экспериментов), что вызывало жаркие дискуссии великих учёных. Неопределённость сохранялась десятилетиями, что ожидаемо усугубило интригу. В этом смысле ситуация напоминала историю со специальной теорией относительности, тоже богатую на мысленные эксперименты и их парадоксальную, казалось бы, интерпретацию.

Одним из краеугольных камней для дискуссий являлось понятие запутанности и неотрывно связанный с ним парадокс Эйнштейна – Подольского – Розена (ЭПР-парадокс, 1935 г.), привлёкший пристальное внимание научного (и не только научного) общества. Формулировка парадокса достаточно проста [8] (см. также вступительную статью Фока [9]). Было предложено рассмотреть состояние двух частиц  $A$  и  $B$ , являющееся собственным одновременно для оператора суммы импульсов  $\hat{p}_+ = \hat{p}_A + \hat{p}_B$  и оператора разности координат  $\hat{x}_- = \hat{x}_A - \hat{x}_B$ . Отметим, что несмотря на то, что по отдельности операторы координаты и импульса каждой частицы не коммутируют ( $[\hat{x}_A, \hat{p}_A] = [\hat{x}_B, \hat{p}_B] = i\hbar$ ), коммутатор  $[\hat{x}_-, \hat{p}_+] = 0$ , и таким образом, квантовое состояние с детерминированными значениями  $p_+$  для наблюдаемой  $\hat{p}_+$  и  $x_-$  для наблюдаемой  $\hat{x}_-$  существует (с точки зрения квантовой оптики данное состояние соответствует двумодовому сжатому состоянию с бесконечным значением параметра сжатия). Проводя измерения координаты или импульса над частицей  $A$  и получая соответственно значения  $x_A$  или  $p_A$ , можно вычислить координату или импульс частицы  $B$ :  $x_B = x_- + x_A$ ,  $p_B = p_+ - p_A$ . Исходя из принципа локаль-

ности можно утверждать, что непосредственный выбор типа измерения ( $\hat{p}_A$  или  $\hat{x}_A$ ) над частицей  $A$  не должен влиять на "физическую реальность" для частицы  $B$ . Таким образом, делается заключение о том, что обе наблюдаемые ( $\hat{x}_B$  и  $\hat{p}_B$ ) должны одновременно иметь некоторые определённые "реальные" значения  $p_B$  и  $x_B$ , пусть и не предсказываемые существующим "неполным" формализмом квантовой механики. Однако принципиально можно ожидать, что аппарат квантовой механики может быть дополнен методом предсказания значений некоммутирующих наблюдаемых.

Несколько более наглядным развитием парадокса ЭПР является мысленный эксперимент Боба, сформулированный им в 1951 г. [10]. Он рассматривал частицу со спином 0, распадающуюся на две частицы  $A$  и  $B$  со спином  $1/2$ , причём ориентации спинов дочерних частиц должны быть противоположны. Волновая функция получившейся системы может быть записана как  $|\Psi^-\rangle_{AB} = 1/\sqrt{2}(|\downarrow\rangle_A|\uparrow\rangle_B - |\uparrow\rangle_A|\downarrow\rangle_B)$ , где  $|\uparrow\rangle$  и  $|\downarrow\rangle$  обозначают собственные состояния проекции спина на ось квантования  $z$ . Данное запутанное состояние сегодня принято называть белловским по имени Джона Белла. Специфика этого состояния заключается в том, что первая и вторая частицы оказываются антикоррелированы: данное состояние является собственным вектором оператора  $\hat{\sigma}(\mathbf{n})_A \hat{\sigma}(\mathbf{n})_B$  с собственным значением, равным  $-1$ , где  $\hat{\sigma}(\mathbf{n})$  обозначает оператор проекции спина на ось, определяемую трёхмерным единичным вектором  $\mathbf{n}$ . Соответственно, измерение спина  $\hat{\sigma}(\mathbf{n})_A$  одной частицы однозначно определяет результат измерения второго спина  $\hat{\sigma}(\mathbf{n})_B$ , причём неважно, на каком удалении частицы находятся друг от друга. С классической точки зрения, казалось бы, что тут удивительного? Ведь если взять коробку с парой ботинок, разрезать её пополам и отправить половинки в разные города, то обнаружение правого ботинка в Москве однозначно будет означать, что в Санкт-Петербурге будет обнаружен левый ботинок. Однако с квантовой системой всё оказывается значительно сложнее, так как антикорреляция остаётся справедлива, например, для взаимно ортогональных осей  $\mathbf{n}_1$  и  $\mathbf{n}_2$ , для которых соответствующие операторы  $\hat{\sigma}(\mathbf{n}_1)$  и  $\hat{\sigma}(\mathbf{n}_2)$  не коммутируют, и, таким образом, с точки зрения аксиоматики квантовой механики не могут иметь одновременно определённые значения.

Альберт Эйнштейн, будучи сторонником детерминизма, предложил возможную разгадку парадоксов квантовой механики, используя идею так называемых "скрытых переменных" (это происходило в конце 1930-х годов, впоследствии теория была развита де Бройлем и Бомом). По мнению Эйнштейна, именно такие гипотетические переменные, недоступные для прямого наблюдения, должны были однозначно определять исход измерения квантовомеханических величин, и кажущийся наблюдателю случайный результат на самом деле должен быть предопределён заранее. Наглядным примером является эксперимент Штерна – Герлаха, в котором спин  $-1/2$ , описываемый волновой функцией  $\Psi = \cos(\theta/2)|\uparrow\rangle + \sin(\theta/2)|\downarrow\rangle$  ( $\theta$  — угол к оси  $z$ ), проецируется на ось  $z$ . С точки зрения постулатов квантовой механики результат измерения является случайным, и вероятность обнаружить сонаправленное с  $z$  направление спина равна  $p = \cos^2(\theta/2)$ . С точки зрения теории "скрытых переменных" можно допустить, что существует некоторый скрытый детерминированный параметр  $u$ , недоступный наблюдателю, предопределяющий результат измерения спина. И если рас-

<sup>1</sup> <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?gem>

пределение вероятности параметра  $\theta$  будет описываться функцией  $\cos^2(\theta'/2)$  ( $\theta'$  равномерно распределён от 0 до  $\pi$ ), то результат измерения не будет отличаться от квантовомеханической интерпретации со случайным исходом. Аргументом в пользу теории "скрытых переменных" являлся и тот факт, что природа изобилует примерами, когда процессы, кажущиеся случайными (поведение газа на микроскопическом уровне, странные аттракторы и пр.), на самом деле определяются через динамические уравнения. Однако высказывались и контраргументы, например, Джон фон Нейман представил доказательство [11], что дополняемая скрытыми переменными квантовая механика не будет предсказывать результаты экспериментов.

Дальнейшим развитием теории скрытых переменных была интерпретация Дэвида Бома (1952 г.), сформулировавшего теорию нелокальных скрытых параметров [12]. Результат квантово-механических экспериментов в его теории определяется скрытой "направляющей волной", что существенно расширяло изначальную теорию де Бройля и при этом позволяло интерпретировать результаты экспериментов, таких как, например, дифракция электронов в опыте Юнга. По сути, Бом специально разработал весьма специфическую теорию, которая давала предсказания, идентичные традиционной квантовой механике. Таким образом, Бом показал, что существование полноценных теорий со скрытыми параметрами действительно возможно.

Вдохновлённый идеями о различных интерпретациях квантовой механики и теорией Бома, в 1964 г. ирландец Джон Стюарт Белл сформулировал свою знаменитую теорему [13]. Он показал, что результаты наблюдений над частицами, поведение которых описывается произвольной теорией скрытых параметров, должны удовлетворять определённым соотношениям, ныне известным как неравенства Белла. В то же время аксиоматика квантовой механики предсказывает нарушение указанных неравенств для экспериментов над запутанными частицами. Таким образом, дискуссии к этому моменту продолжались более 30 лет, а до первых экспериментальных работ Джона Клаузера, впервые протестировавшего неравенство Белла, оставалось ещё 10 лет. Стоит отметить, что Белл также дополнил доказательство фон Неймана, указав на неточности в его исходной работе.

В 1970-х гг. развитие лазерных источников света, чувствительных детекторов и быстродействующей электроники открыли возможности для работы с одиночными квантовыми системами (прежде всего, фотонами) и экспериментальной проверки неравенств Белла. Ален Аспе, Джон Клаузер и Антон Цайлингер были первыми, кто провели важные для всей квантово-механической науки эксперименты. Работы Клаузера и Аспе показали нарушение неравенств Белла, что позволило разрешить полувековой спор между приверженцами различных интерпретаций квантовой механики. Исследования Цайлингера продемонстрировали, что, в дополнение к важности запутанных состояний фотонов для фундаментальной квантовой механики, они могут стать основой для новых идей, например, демонстрации передачи квантовых состояний на расстояние — квантовой телепортации и квантовых коммуникаций. В первых двух десятилетиях XXI века стали ясны последствия научных экспериментов Клаузера, Аспе и Цайлингера: их результаты легли в основу квантовых технологий — приборов и устройств,

основанных на управлении индивидуальными квантовыми состояниями. Такие технологии, как квантовые генераторы случайных чисел, устройства квантового распределения ключей (квантовой криптографии) и прототипы квантовых компьютеров, входят в нашу жизнь уже сейчас. За эксперименты с запутанными фотонами, установление нарушений неравенств Белла и пионерские работы в области квантовой информатики Ален Аспе, Джон Клаузер и Антон Цайлингер удостоены Нобелевской премии 2022 г. по физике.

Область квантовой обработки информации уже становилась предметом нескольких обзоров в журнале *Успехи физических наук*. Ряд вопросов квантовых вычислений был рассмотрен в работах [14–17], различные аспекты квантового распределения ключей — в статьях [18, 19], а вопросы квантовой метрологии — в статьях [16, 17]. Парадокс ЭПР и неравенства Белла в контексте квантовой оптики обсуждались в работах Клышко [20, 21] и Клышко совместно с Белинским [22] (см. также обзор Соколова [23]). Возможной роли запутанных состояний для исследований живых систем посвящён обзор [24].

## 2. Неравенство Белла (исходный вариант), эксперименты Нобелевских лауреатов, состояния Гринберга – Хорна – Цайлингера

Замечательный результат, полученный Беллом [13], позволил продемонстрировать, что никакая базирующаяся на локальных скрытых переменных теория не могла бы объяснить результатов квантовой механики. Неравенства Белла по своей сути представляют собой ограничения, которым должны удовлетворять результаты, предсказываемые произвольной локальной теорией со скрытыми переменными, но которые нарушаются в рамках предсказаний квантовой механики. Наиболее известным примером неравенств Белла является неравенство Клаузера – Хорна – Шимони – Хольта (КХШХ), удобное тем, что для его проверки можно использовать пары запутанных по поляризации фотонов. Суть данного неравенства состоит в следующем (см. обзор [22]).

Пусть два удалённых участника, Алиса и Боб, имеют в распоряжении определённые устройства. На каждом из двух устройств расположены две клавиши, условно обозначенные  $X$  и  $Y$ , а также экран, на котором после каждого нажатия одной из двух клавиш появляются значения  $+1$  или  $-1$ . Каждый из участников  $N$  раз нажимает одну из двух клавиш, при этом для каждого из  $N$  нажатий выбор клавиши  $X$  или  $Y$  Алисой и Бобом выполняется независимо и случайно. Результаты, считываемые с экрана, заносятся Алисой и Бобом в таблицу. Будем обозначать  $X_i^A(X_i^B)$  и  $Y_i^A(Y_i^B)$  результаты, считанные с экрана, после  $i$ -го нажатия Алисой (Бобом) одной из двух клавиш  $X$  или  $Y$  соответственно. Важно отметить, что для каждого значения  $i = 1, \dots, N$  Алиса и Боб получают только одно из двух значений:  $X_i^A$  или  $Y_i^A$  на стороне Алисы и  $X_i^B$  или  $Y_i^B$  на стороне Боба. Таким образом, если, например, для  $i = 5$  Алиса нажала  $X$ , а Боб нажал  $Y$ , то "комплементарные" значения  $Y_5^A$  и  $X_5^B$  остаются неизвестными.

Тем не менее, если 1) рассмотренные устройства принципиально не имеют возможности взаимодействовать друг с другом в момент нажатия клавиш, например, в случае если события нажатия клавиш и появления результатов на экранах разделены пространственно-по-

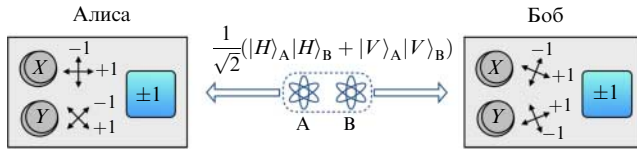


Рис. 1. Принципиальная схема проверки неравенства Белла с помощью запутанных фотонов.

добным интервалом, 2) выбор в нажатии клавиш Алисой и Бобом принципиально не детерминирован или определяется факторами, не зависящими от "внутренности" устройств, то с точки зрения полной теории, описывающей отклик этих устройств на произвольный выбор в нажатии клавиш, мы можем говорить о существовании всех четырех значений  $X_i^A, Y_i^A, X_i^B, Y_i^B$  для каждого  $i$ . Легко видеть, что данные значения удовлетворяют неравенству

$$|X_i^A(X_i^B + Y_i^B) + Y_i^A(X_i^B - Y_i^B)| \leq 2,$$

вследствие того что все значения принадлежат множеству  $-1, +1$ . Тогда очевидно, что модуль среднего значения величины  $S_i \equiv X_i^A(X_i^B + Y_i^B) + Y_i^A(X_i^B - Y_i^B)$ , также ограничен максимальным значением, равным 2:

$$|\bar{S}| = \left| \frac{1}{N} \sum_i S_i \right| \leq \frac{1}{N} \sum_i |S_i| \leq 2.$$

(Можно легко показать, что данное неравенство выполняется для любых значений  $X_i^A, Y_i^A, X_i^B, Y_i^B$ , по модулю не превышающих 1 [25].) С другой стороны, среднее значение  $\bar{S}$  складывается из четырех корреляционных функций

$$\bar{S} = \overline{X^A X^B} + \overline{X^A Y^B} + \overline{Y^A X^B} - \overline{Y^A Y^B}.$$

Несмотря на то что Алиса и Боб не могут вычислить  $\bar{S}$  точно, каждое из четырех слагаемых может быть оценено с точностью порядка  $1/\sqrt{N}$  по имеющимся данным (например, для того чтобы оценить  $\overline{Y^A X^B}$ , Алиса и Боб могут посчитать среднее значение произведения показаний приборов в  $\approx N/4$  случаях, когда Алиса нажала  $Y$ , а Боб —  $X$ ). Отметим, что здесь решающее значение имеет предположение о независимости выбора клавиш Алисой и Бобом от "внутренних шестеренок", определяющих функционирование устройств.

Таким образом, мы можем ожидать, что средние значения, наблюдаемые Алисой и Бобом при  $N \rightarrow \infty$ , будут также ограничены значением, равным 2:

$$|\langle S \rangle| \equiv |\langle X^A X^B \rangle + \langle X^A Y^B \rangle + \langle Y^A X^B \rangle - \langle Y^A Y^B \rangle| \leq 2, \quad (1)$$

где угловые скобки соответствуют усреднению по доступным данным.

Далее рассмотрим конкретный вариант построения устройств на основе пары запутанных фотонов, поляризационные степени свободы которых описываются вектором

$$|\Phi^+\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_A |H\rangle_B + |V\rangle_A |V\rangle_B),$$

где  $|H\rangle$  и  $|V\rangle$  обозначают базисные векторы горизонтальной ( $H$ ) и вертикальной ( $V$ ) поляризации соответ-

ственно (см. также рис. 1). Пусть частица  $A$  отдаётся Алисе,  $B$  — Бобу.

Введём наблюдаемую

$$\hat{\sigma}(\theta) = |\psi(\theta)\rangle\langle\psi(\theta)| - \left| \psi\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \right\rangle\left\langle \psi\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \right|,$$

где  $|\psi(\theta)\rangle = \cos\theta|H\rangle + \sin\theta|V\rangle$ , соответствующую измерению поляризации фотона по отношению к двум ортогональным осям, полученным вращением осей  $H$  и  $V$  на угол  $\theta$ . Отметим, что собственные числа, т.е. экспериментально наблюдаемые значения, оператора  $\hat{\sigma}(\theta)$  равны  $\pm 1$ . Среднее значение произведения наблюдаемых  $\hat{\sigma}(\theta_1)_A \hat{\sigma}(\theta_2)_B$  для состояния  $|\Phi^+\rangle_{AB}$  будет иметь вид

$$\begin{aligned} \langle \hat{\sigma}(\theta_1)_A \hat{\sigma}(\theta_2)_B \rangle &= \langle \Phi^+ |_{AB} \hat{\sigma}(\theta_1)_A \hat{\sigma}(\theta_2)_B | \Phi^+ \rangle_{AB} = \\ &= \cos[2(\theta_1 - \theta_2)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Пусть при нажатии клавиш  $X$  и  $Y$  на стороне Алисы производится измерение наблюдаемых  $\hat{\sigma}(0)_A$  и  $\hat{\sigma}(\pi/4)_A$ , а при нажатии клавиш  $X$  и  $Y$  на стороне Боба производится измерение наблюдаемых  $\hat{\sigma}(\pi/8)_B$  и  $\hat{\sigma}(-\pi/8)_B$ . Тогда, в соответствии с (2), имеем

$$\langle X^A X^B \rangle = \langle X^A Y^B \rangle = \langle Y^A X^B \rangle = -\langle Y^A Y^B \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

что приводит к

$$|\langle S \rangle| = 2\sqrt{2} > 2.$$

Таким образом, предсказания квантовой механики не согласуются с ограничениями, возникающими в теории, оперирующей произвольными локальными скрытыми переменными.

Отметим ещё раз, что в вышеприведённом рассуждении принципиальную роль играет исходная предпосылка об отсутствии функциональной зависимости наблюдаемых значений на стороне Боба от выбора клавиши Алисы (и наоборот). В противном случае можно, например, предложить схему, в которой  $X_i^B := X_i^A$ , а также  $Y_i^B := X_i^A$ , если Алиса нажала  $X$ , и  $Y_i^B := -Y_i^A$ , если Алиса нажала  $Y$ , и получить  $|\langle S \rangle| = 4$  для произвольных  $X_i^A, Y_i^A = \pm 1$ . По схожим причинам типы измерений (выбор клавиш) в полноценной проверке нарушения неравенств Белла должны быть случайными: в противном случае обладание информацией о протоколе будущего эксперимента может позволить запрограммировать устройства Алисы и Боба так, чтобы наблюдаемое значение  $\langle S \rangle$  принимало практически любое значение от  $-4$  до  $4$ . Подобное умышленное "предпрограммирование" трудно себе представить в случае реального физического эксперимента, однако оно может иметь место в промышленных устройствах, декларирующих использование запутанных состояний.

Впервые экспериментальная демонстрация нарушения неравенства типа (1) была продемонстрирована в работе Фридмана и Клаузера [26]. В ней рассматривалась генерация пары запутанных фотонов в состоянии  $|\Phi^+\rangle_{AB} = 1/\sqrt{2}(|+\rangle_A |+\rangle_B + |-\rangle_A |-\rangle_B)$ , где  $+$  и  $-$  обозначают спиральности фотонов. Пары фотонов на длинах волн 551 нм и 423 нм соответственно рождались в кас-

кадном переходе  $4p^26^1S_0 \rightarrow 4p4s4^1P_1 \rightarrow 4s^24^1S_0$  в каллии. Фотоны фиксировались однофотонными детекторами, перед которыми устанавливались поляризаторы. Осуществлялось постепенное изменение относительно угла между поляризаторами, а в качестве основной наблюдаемой величины рассматривалось отношение частоты совпадений отсчётов на детекторах при наличии и отсутствии поляризаторов. Результаты эксперимента, полученные по результатам 200 часов наблюдений, полностью соответствовали предсказаниям квантовой механики и противоречили КХШХ неравенству (специально сформулированному под наблюдаемые величины).

Как и любой математический результат, неравенства Белла опираются на определённые предположения. Важнейшим предположением, лежащим в основе доказательства невозможности существования теории скрытых переменных, является *независимость выбора типов измерения* Алисой и Бобом, а также принципиальная невозможность влияния выбора измерения одной из сторон на результаты измерения другой стороны. Для гарантирования невозможности такого влияния выбор типа измерения Алисы (Боба) и измерение Боба (Алисы) должны быть разделены пространственно-подобным интервалом. В противном случае возникает "лазейка локальности" (от англ. locality loophole), позволяющая потенциально объяснить нарушение неравенства Белла классическим способом.

Важные шаги по закрытию лазейки локальности, а также улучшению эффективности эксперимента по демонстрации нарушений неравенств Белла были сделаны в 1981 – 1982 гг. Аспе с коллегами [27, 28] (см. также работу Аспе [29]). Наибольшее внимание привлекла работа [29], в которой благодаря использованию акустооптических устройств удалось спроектировать установку таким образом, что переключение базисов измерения фотонов осуществлялось менее чем за 20 нс — времени, необходимого фотонам, чтобы преодолеть расстояние 6 м между источником и детектирующими устройствами.

Однако использованная установка всё ещё оставляла возможность лазейки локальности. Потребовалось более 15 лет, чтобы полностью закрыть лазейку локальности: определяющий вклад в это внесли результаты группы Цайлингера [30 – 34]. Отметим, что в работе [30] детектирующие установки были разнесены на 400 м.

Другим техническим препятствием на пути корректного доказательства неравенств Белла является так называемая "лазейка детектирования" (от англ. detection loophole), возникающая в реальных экспериментах с использованием фотодетекторов с конечной эффективностью. В исходном рассуждении о неравенствах Белла заложено предположение, что после выбора типа измерения участники всегда получают результат +1 или –1. В реальном эксперименте, однако, может получиться так, что фотон не будет зарегистрирован одной или обеими сторонами вследствие конечной эффективности детекторов. Наивно можно предположить, что в анализе экспериментальных результатов достаточно ограничиться подвыборкой исходов экспериментов, в которой оба участника, и Алиса, и Боб, успешно задетектировали фотон. Однако в этом случае можно предложить конструкцию устройств, показания которых нарушают неравенство Белла в случае, когда устройства кроме результатов +1 и –1 могут выдавать третий результат ("ошибка детектирования"). В таблице представлен вариант "запро-

**Таблица.** Схема прошивки устройств Алисы и Боба, обеспечивающая нарушение неравенств Белла, в случае исключения записей с ошибкой детектирования при вычислении величины  $\langle S \rangle$

Номер эксперимента $i$	$X_i^A$	$Y_i^A$	$X_i^B$	$Y_i^B$
1	+1	+1	+1	"ошибка"
2	–1	+1	"ошибка"	–1
3	–1	"ошибка"	–1	–1
4	"ошибка"	–1	–1	+1
...	...	...	...	...

граммированной прошивки" устройств, обеспечивающий достижения величиной  $\langle S \rangle$  максимального значения, равного 4.

Для закрытия лазейки детектирования можно заложить случайный выбор значения +1 или –1 в случае, если сам прибор выдал ошибку (данный подход, в частности, используется в протоколах квантовой криптографии), однако это может значительно уменьшить итоговое значение величины  $\langle S \rangle$ . Другой способ — использовать отложенные измерения, реализованные в экспериментальной работе на NV-центрах в алмазах [35].

Гораздо более нетривиальной проблемой является предположение о случайном независимом выборе типа измерений. Существующие генераторы случайных чисел обычно являются псевдослучайными, т.е. используют специальные детерминированные математические функции для получения длинных последовательностей битов из конечных, так называемых зародышевых случайных последовательностей (от англ. random seed). Для генерации "начальной энтропии" можно использовать стохастический физический процесс, однако на микроскопическом уровне данный процесс потенциально может быть описан детерминистическими уравнениями, что вносит сложность в строгое обоснование независимости выборов измерений. Элегантный подход к данной проблеме был рассмотрен в работе группы А. Цайлингера [34], где в качестве источников случайности для выбора типов измерений использовались сигналы, получаемые из астрономических наблюдений. Из анализа световых конусов использованных звёздных источников случайности следует вывод: для объяснения нарушения неравенств Белла классическим образом необходимо предположить, что звёзды "сговорились" о нужной коррелированности своего поведения за  $\sim 600$  лет до момента реализации эксперимента учёными на Земле.

Другую элегантную демонстрацию невозможности описания результатов квантовой механики теорией локальных скрытых переменных можно построить на основе трёхкубитного запутанного состояния Гринберга – Хорна – Цайлингера (ГХЦ) [36], имеющего вид

$$|\text{GHZ}\rangle_{\text{ABC}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_A |0\rangle_B |0\rangle_C + |1\rangle_A |1\rangle_B |1\rangle_C).$$

Здесь и далее базисным состояниям кубитов соответствуют векторы

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$



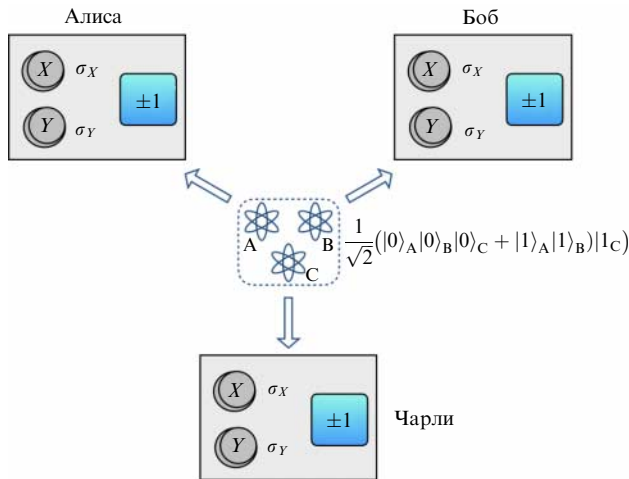


Рис. 2. Схема демонстрации невозможности описания результатов квантовой механики теорией локальных скрытых переменных с использованием трёхкубитного ГХЦ-состояния.

В частном случае данные состояния могут быть реализованы как состояния поляризации фотонов  $|0\rangle \equiv |H\rangle$ ,  $|1\rangle \equiv |V\rangle$ .

Пусть частицы A, B и C соответственно передаются из источника трём участникам — Алисе, Бобу и Чарли (рис. 2). На каждом раунде каждый из участников может выполнить одно из двух измерений, описываемых операторами

$$\hat{\sigma}_X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ и } \hat{\sigma}_Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},$$

после чего процедура повторяется, и участники получают свежее ГХЦ состояние. Будем обозначать результаты измерений  $\hat{\sigma}_X$  и  $\hat{\sigma}_Y$  на  $i$ -м раунде соответственно  $X_i^P$  и  $Y_i^P$ , где  $P = A, B, C$  обозначает измеряемую частицу. Легко видеть, что в соответствии с аксиоматикой квантовой механики должно выполняться соотношение

$$X_i^A Y_i^B Y_i^C = Y_i^A X_i^B Y_i^C = Y_i^A Y_i^B X_i^C = -1, \quad (3)$$

вследствие того что  $|\text{GHZ}\rangle$  является собственным вектором (с собственным значением  $-1$ ) для соответствующих тройных тензорных произведений операторов  $\hat{\sigma}_X$  и  $\hat{\sigma}_Y$ . Из равенств (3) можно заключить, что

$$(X_i^A Y_i^B Y_i^C)(Y_i^A X_i^B Y_i^C)(Y_i^A Y_i^B X_i^C) = X_i^A X_i^B X_i^C = -1.$$

Однако вектор  $|\text{GHZ}\rangle$  является собственным вектором оператора  $\hat{\sigma}_X \otimes \hat{\sigma}_X \otimes \hat{\sigma}_X$  с собственным значением  $+1$ , что соответствует

$$X_i^A X_i^B X_i^C = 1.$$

Таким образом, предположение о том, что для каждой частицы  $P = A, B, C$  на каждом раунде  $i$  определены, хоть и одновременно не известны, оба значения  $X_i^P$  и  $Y_i^P$ , несовместимо с моделями локальных скрытых переменных. Экспериментальное подтверждение справедливости предсказаний квантовой механики для состояния ГХЦ поляризационных кубитов было продемонстрировано в работе [36].

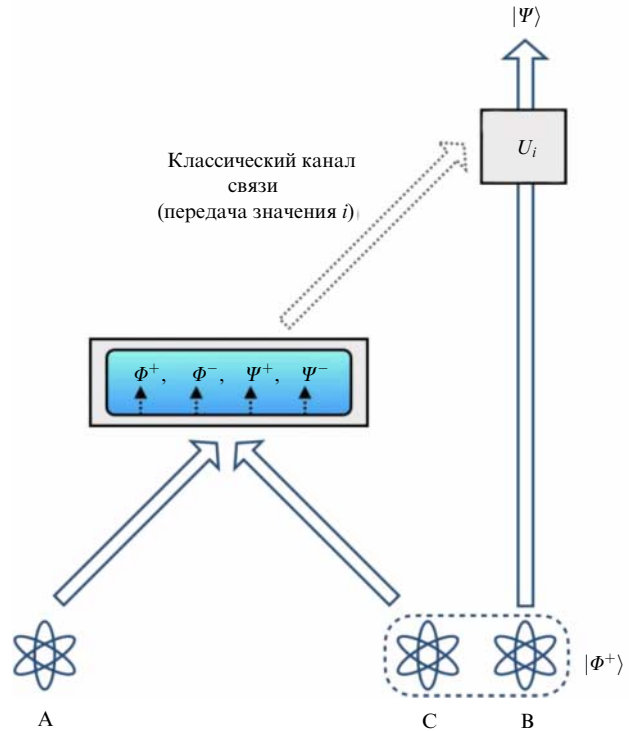


Рис. 3. Схема квантовой телепортации однокубитного состояния.

### 3. Развитие неравенств Белла: квантовая запутанность как ресурс и квантовая телепортация

Следующим шагом в развитии изучения квантово-механических систем и нарушений неравенств Белла стал вопрос: как это можно было бы использовать? Современный взгляд на данный вопрос представлен в разделе 4. Одной из центральных идей стала телепортация квантовых состояний [37] — передача квантового состояния на расстояние (при этом не подразумевается физическое перемещение из одного места в другое). Напомним, что теорема о запрете копирования ("клонирования") запрещает возможность создания идеальной копии заранее не известного квантового состояния [38, 39]: наличие такой операции вступало бы в противотечение с линейностью квантовой механики. Однако при условии уничтожения исходного состояния может быть воссоздана его идеальная копия в другом месте. Такая концепция и легла в основу протокола квантовой телепортации, впервые продемонстрированного в 1997 г. группами Антона Цайлингера [40] и Санду Попеску [41].

Напомним, что в основе протокола квантовой телепортации для некоторого однокубитного состояния  $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ , где  $\alpha$  и  $\beta$  — произвольные комплексные числа, удовлетворяющие условию нормировки  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$  и  $|0\rangle, |1\rangle$  обозначают базисные состояния двухуровневой системы, лежит использование максимально запутанного состояния, например одного из четырёх белловских состояний

$$|\Phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle|0\rangle \pm |1\rangle|1\rangle), \quad |\Psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle|1\rangle \pm |1\rangle|0\rangle)$$

(см. рис. 3).

Пусть отправитель Алиса обладает частицей А в состоянии  $|\psi\rangle_A$ , а также частицей С из запутанной пары  $|\Phi^+\rangle_{CB}$ , а получатель Боб обладает второй частицей из этой пары — В. Если Алиса выполнит совместное измерение частиц А и С в базисе белловских состояний, то получит с равными вероятностями  $1/4$  один из четырёх исходов  $|\Phi^+\rangle_{AC}$ ,  $|\Phi^-\rangle_{AC}$ ,  $|\Psi^+\rangle_{AC}$ ,  $|\Psi^-\rangle_{AC}$ . При этом частица Боба В окажется, соответственно, в одном из четырёх состояний  $|\psi_1\rangle_B = \alpha|0\rangle_B + \beta|1\rangle_B$ ,  $|\psi_2\rangle_B = \alpha|0\rangle_B - \beta|1\rangle_B$ ,  $|\psi_3\rangle_B = \alpha|1\rangle_B + \beta|0\rangle_B$ ,  $|\psi_4\rangle_B = \alpha|1\rangle_B - \beta|0\rangle_B$ . Отметим, что равновзвешенный ансамбль указанных четырёх состояний соответствует максимально смешанному состоянию, также получающемуся при взятии частичного следа состояния  $|\Phi^+\rangle_{CB}$  по частице С. Таким образом, при отсутствии информации о результате измерения Алисы сам факт измерения никак не влияет на возможные предсказания результатов измерения над своей частицей В Бобом (с такой точки зрения коллапс состояния "нечувствителен" для Боба). Однако если Алиса передаст результат своего измерения (один из четырёх возможных исходов), закодированный двумя битами классической информации, Бобу — то он будет знать, каким конкретно чистым состоянием  $|\psi_i\rangle$  обладает и сможет воссоздать состояние  $|\psi\rangle$  из  $|\psi_i\rangle$  путём применения к В соответствующего локального оператора  $U_i$ , где  $U_1 = I$ ,  $U_2 = \sigma_Z$ ,  $U_3 = \sigma_X$ ,  $U_4 = \sigma_Y$  (использованы стандартные обозначения для операторов Паули). В результате состояние  $|\psi\rangle$  перейдёт с частицы А на частицу В без взаимодействия, даже опосредованного, частиц А и В друг с другом (отметим, что приготовление частицы А в состоянии  $|\psi\rangle_A$  может осуществляться уже после разнесения частиц из пары  $|\Phi^+\rangle_{CB}$ ).

По сути, для передачи состояния  $|\psi\rangle$  с частицы А на частицу С используется два канала: классический канал, по которому передаётся результат белловского измерения Алисы, и "квантовый канал", реализованный состоянием  $|\Phi^+\rangle_{BC}$ . Рассмотрим передачу однокубитного квантового состояния  $|\psi\rangle$  посредством максимально запутанного состояния более подробно. Для этого рассмотрим более общую ситуацию, когда Алиса и Боб изначально владеют некоторым максимально запутанным состоянием  $|\Psi\rangle_{BC}$  и Алиса производит на своей стороне измерение в базисе из четырёх максимально запутанных состояний  $|\Phi_i\rangle_{AB}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ . Согласно аксиоматике квантовой механики, состояние Боба после получения Алисой результата  $|\Phi_i\rangle_{AC}$  с точностью до нормировки приобретает вид  $|\psi_i\rangle_C = |\Psi\rangle_{BC} \langle \Phi_i |_{AB} | \psi \rangle_A$ . Далее воспользуемся тем фактом, что любое максимально запутанное состояние может быть получено из любого другого максимально запутанного состояния путём применения локального унитарного преобразования над одной из подсистем. В частности,  $|\Phi_i\rangle_{AB} = V_{i,A} |\Phi_1\rangle_{AB}$  и  $|\Psi\rangle_{BC} = U_B |\Phi^+\rangle_{BC}$  для некоторых унитарных операторов  $V_i$  и  $U$ , действующих на частицы А и В соответственно. Тогда состояние частицы Боба можно записать в виде  $|\psi_i\rangle = U^T V_i^+ |\psi\rangle / 2$ , соответствующая тензорная диаграмма которого представлена на рис. 4. Отметим, что при построении диаграммы использовался факт того, что тензор состояния  $|\Phi^+\rangle$  с точностью до константы совпадает с тензором единичного преобразования, а также то, что квадрат множителя  $1/2$  соответствует вероятности реализации данного исхода.

Согласно построенной тензорной диаграмме, также подробно анализируемой в [42, 43], квантовую телепортацию

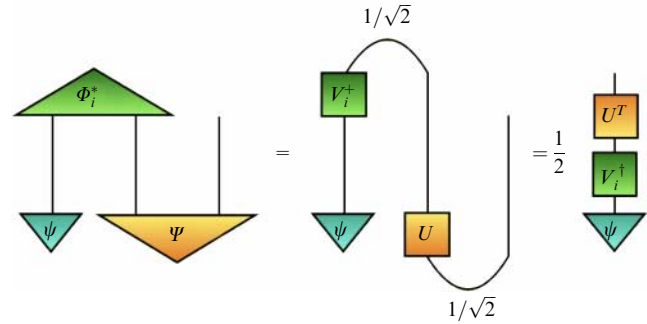


Рис. 4. Тензорная диаграмма состояния Боба до выполнения им унитарного преобразования в протоколе однокубитной квантовой телепортации с использованием максимально запутанного состояния  $|\Psi\rangle$  в случае результата  $|\Phi_i\rangle$  на стороне Алисы. Комплексное сопряжение у бра-векторов указано в явном виде.

тацию эффективно можно рассматривать как процесс распространения состояния  $|\psi\rangle$  вдоль по пространственно-временным траекториям частиц А, В и С: в момент измерения Алисы состояние  $|\psi\rangle$  переходит от частицы А к частице В, при этом трансформируясь в  $V_i^+ |\psi\rangle$ , и начинает распространяться назад во времени на частице В к моменту инициализации состояния  $|\Psi\rangle_{BC}$ . Далее состояние  $V_i^+ |\psi\rangle$  трансформируется в  $U^T V_i^+ |\psi\rangle$  при переходе с частицы В на частицу С и начинает двигаться вперед во времени до момента, когда Боб применит обратное преобразование  $U_i = (U^T V_i^+)^+$  и частица С окажется в состоянии  $|\psi\rangle$ . Данная интерпретация разрешает вопрос о "нелокальном" распространении состояния  $|\psi\rangle$  от Алисы к Бобу, но поднимает новые вопросы, связанные с обратнo-временной передачей информации, возможными нарушениями принципа причинности. Оказывается, что факт "абсолютной случайности" типа преобразования  $i$ , обусловленный абсолютной случайностью результата белловского измерения, убирает возможность парадоксов, связанных с кажущимся нарушением причинности. Вновь отметим, что состояние  $1/4 \sum_{i=1}^4 U_i^+ |\psi\rangle \langle \psi| U_i$ , соответствующее применению одного из четырёх преобразований  $U_i^+$  к  $|\psi\rangle$  с равными вероятностями, совпадает с максимально смешанным состоянием, получающимся взятием частичного следа от максимально запутанного состояния.

Теоретическое и экспериментальное исследование обратнo-временного формализма применительно к максимально запутанным состояниям представлено в работе [44]. Использование данного формализма хорошо согласуется с интерпретацией экспериментов по отложенному обмену запутанности [45, 46] (работа [45] была выполнена группой Цайлингера). Возникающие в рассмотренном контексте постселективные замкнутые времяподобные траектории исследованы теоретически и экспериментально в работах [47, 48]. В работе [47], в частности, обсуждается вопрос о связи подобного поведения квантовых состояний с общей теорией относительности. Вопросы, связанные с потенциальными парадоксами причинности в экспериментах с запутанными состояниями, подробно рассмотрены в работе [49]. Возможность экспериментального наблюдения обратнo-временного распространения состояния  $|\psi\rangle$  на частице В была продемонстрирована недавно с использованием доступного в "облаке" сверхпроводникового 7-кубитного процессора в работе [50]. Экспериментальное наблюдение квантовых

эффектов в пространстве-времени, связанных с постселекцией, на доступных квантовых процессорах представлено в недавней работе [51]. Также отметим, что состояние Белла может служить в качестве канала для передачи двух однокубитных состояний в противоположных направлениях в рамках двунаправленной телепортации [52]. Наконец, обратим внимание, что эксперименты по квантовой телепортации были продемонстрированы в том числе для двух макроскопических атомных ансамблей [53, 54].

#### 4. Запутанность в квантовых вычислениях, квантовых коммуникациях и квантовой метрологии

Квантовая запутанность на уровне двух и более частиц сегодня рассматривается как ключевой "ресурс" для квантовых технологий. В контексте квантовых вычислений именно многочастичный характер запутанности между кубитами (базовыми элементами квантовых компьютеров, описываемых состояниями вида  $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$  ( $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ )) приводит к тому, что для описания регистра  $N$  кубитов может потребоваться около  $2^N$  комплексных чисел (с учётом условия нормировки и нечувствительности к фазе  $N$ -кубитное состояние в общем случае задаётся  $2(2^N - 1)$  действительными числами). Описывать такие системы для более чем 50 кубитов с использованием классических вычислительных технологий практически невозможно. Сложность квантово-механических описаний многокубитных запутанных состояний является ключевым аргументом в пользу того, что квантовые системы могут ускорять решение вычислительных задач [55]. На сегодняшнем этапе развития пока неясно, какая из физических систем позволит создать достаточно большое многокубитное состояние с возможностью высокоточного выполнения над ним квантовых логических операций (так называемых квантовых вентилей, гейтов). Среди возможных кандидатов рассматриваются сверхпроводниковые цепочки [56, 57], полупроводниковые квантовые точки [58–60], оптические системы [61, 62], нейтральные атомы [63–66] и ионы в ловушках [67–70] (эти экспериментальные системы также активно развиваются отечественными научными группами, например, в области ионов в ловушках [71–73] (рис. 5), сверхпроводников [74, 75], атомов [76, 77] и фотонов [78, 79]).

Стоит отметить, что представление таких систем как кубитов (двухуровневых систем) является определённой идеализацией. В самом деле, рассматривая, скажем, ион иттербия [72, 73], можно отметить, что такая систем допускает контроль гораздо большего количества уровней. Это открывает возможность создания кудитных квантовых процессоров (т.е. процессоров, оперирующих многоуровневыми квантовыми системами с размерностью



Рис. 5. Фотография кристалла из 8 ионов иттербия  $^{171}\text{Yb}^+$ , захваченных в линейную ловушку. Каждый ион играет роль кукварта — кудита размерности  $d = 4$ .

гильбертова пространства  $d > 2$ ) [80–83]. В 2021 г. был продемонстрирован четырёхкубитный квантовый процессор на основе двух ионных кудитов [74]. Манипуляция кудитами открывает новые возможности для изучения более сложных структур запутанности и анализа фундаментальных вопросов квантовой теории информации [80–84].

В случае квантового распределения ключей, на первый взгляд, можно обойтись без квантовой запутанности. Первый протокол квантового распределения ключей, предложенный в 1984 г. Чарльзом Беннетом и Жилем Brassаром [84], не использует явление квантовой запутанности. Достаточно кодирования информации в одиночные фотоны, причём предлагаемая протоколом процедура измерений делает невозможным для потенциального злоумышленника проводить измерения так, чтобы легитимные стороны коммуникаций об этом не узнали. Однако уже в 1991 г. Артуром Экертом был независимо предложен протокол квантового распределения ключей на основе запутанных пар фотонов и неравенств Белла [85]. Данный протокол многократно демонстрировался экспериментально, однако при разработке промышленных устройств квантового распределения ключей отдаётся предпочтение протоколу Беннета и Brassара.

Вместе с тем важным ограничением для современных систем квантового распределения ключей является проблема расстояния. Из-за потерь при передаче состояний (например, в оптоволоконных каналах связи) скорость генерации криптографического ключа двумя сторонами падает с увеличением расстояния. Например, промышленные системы квантовой криптографии, использующие в качестве среды распространения фотонов оптоволоконные кабели, рассчитаны на 120–200 км [86], тогда как рекордная длина передачи составляет 830 км [87] (при этом для детектирования фотонов использовались сверхпроводниковые детекторы одиночных фотонов [88]). Стоит отметить, что при классической передаче данных используются усилители, но в квантовом случае последнее невозможно.

Есть два принципиальных подхода для увеличения расстояния: создание доверенных узлов и создание промежуточных недоверенных узлов на основе элементов квантовой памяти, записывающей квантовое состояние светового поля (см. обзор [18]). Первый метод предполагает использование "классических" доверенных узлов — промежуточных точек, соединяющих два участка. Предположим, Сторона  $A$  и Сторона  $C$  хотят распределить ключ с помощью доверенного узла (Сторона  $B$ ). В таком случае Сторона  $A$  и Сторона  $B$  распределяют свой ключ  $k_{AB}$ , а затем распределяется ключ  $k_{BC}$ . Стороне  $B$ , таким образом, известны оба ключа:  $k_{AB}$  и  $k_{BC}$ , тогда Сторона  $B$  передаёт Стороне  $C$  ключ  $k_{AB}$ , шифруя его ключом  $k_{BC}$  с помощью шифра одноразовых блокнотов [19]. При этом требование доверия к указанному узлу принципиально — так как в данной точке известны квантово-распределённые ключи двух участков. Такая система масштабируется, поэтому на её основе функционируют современные протяжённые сети квантового распределения ключей, например, в России, Китае и Европейском союзе. В контексте Нобелевской премии стоит отметить, что Цайлингер принял участие в реализации экспериментов по квантовому распределению ключей для защищённой видеоконференцсвязи между Пекином и Веной [89] с



использованием спутника Мисиус (его можно считать доверенным узлом), что позволило передавать квантовые состояния на расстояние более 7000 км [89–92].

Можно ли сделать промежуточные узлы недоверенными? Да, второй подход предполагает, что это возможно, однако технически гораздо более сложно. Основу недоверенных узлов составляют измерения состояний Белла [93]. Один из протоколов может выглядеть следующим образом. Сторона *A* и Сторона *B* направляют Стороне *C*, которая располагается между ними, одиночные фотоны. Сторона *C* проводит белловские измерения состояний и анонсирует результаты. В таком случае нет требований доверия к Стороне *C*. Стоит отметить, что для эффективной реализации такого протокола при условии наличия потерь в каналах передачи состояний Стороне *C* необходимо, однако, использовать квантовую память, в которой один из фотонов может храниться до момента времени прихода второго фотона. Принципиальная возможность реализации таких протоколов с достаточной эффективностью была показана в 2020 г. [94] (также возможной схемой является механизм "перевоса запутанности" (entanglement swap) [93]).

Рассматривается возможность использования в качестве ячеек квантовой памяти различных объектов (см. [95, 96]), в частности, одиночных атомов и ионов [97–98], центров окраски [94, 100], сверхпроводниковых цепочек [101, 102], а также коллективных спиновых систем, например легированных кристаллов при низких температурах (см. статью [103]). Успешная реализация ячеек квантовой памяти и их интеграция с волоконными линиями квантовых коммуникаций позволит создать защищенные от взлома на уровне законов физики системы передачи квантовых ключей протяженностью порядка 1000 км [18, 19]. Для решения этой задачи нужно выполнить ряд требований — обеспечение сильной связи фотонной моды с элементом квантовой памяти и переход в телекоммуникационный диапазон (1,5 мкм), где потери в кварцевом оптоволокне минимальны.

Неотъемлемым элементом устройств квантового распределения ключей являются квантовые генераторы случайных чисел — устройства, способные генерировать последовательности, случайность которых гарантируется фундаментальными физическими законами. Как это можно было бы строго продемонстрировать (или как принято говорить в литературе — сертифицировать)? Для этого можно использовать нарушение неравенств Белла: в случае если неравенства Белла нарушаются, источник случайности имеет квантовую природу [104–107]. На практике, однако, применяют более слабые критерии случайности для квантовых генераторов [108].

Квантовая запутанность также может улучшить пределы измерения физических величин (см., например, [109–111]), что важно в контексте ряда приложений, например, систем глобального позиционирования.

## 5. Развитие направления: эксперименты К. Монро и Х. Вайнфуртера: на пути к квантовому интернету

Эксперименты по демонстрации нарушений неравенств Белла и квантовой телепортации использовали в качестве объекта исследований преимущественно фотоны. Вместе с тем, как мы знаем, свет — как классический, так и квантовый — может быть использован для ком-

муникаций — передачи квантовых состояний, иными словами, как ресурс для распределения запутанности между другими объектами. На протяжении последних десятилетий были проведены эксперименты по распределению квантовой запутанности на расстояние между, например, атомами или ионами. Будучи особенно интересной в контексте сложности масштабирования квантовых процессоров без потери качества управления ими, такая идея лежит в основе концепции квантового интернета [112]. Тогда вместо масштабирования количества квантовых объектов в одном квантовом процессоре есть возможность перейти к квантовому аналогу "много-ядерной" архитектуры, в которой различные ядра соединены при помощи квантовых коммуникаций [113]. Яркие экспериментальные результаты были получены группой Кристофера Монро, работающей над переносом квантовой запутанности между пространственно разделенными ионами [114], что можно рассматривать как первый шаг для связи ионных ловушек и создания между ними контролируемого переноса запутанности. Схожие работы выполняются группами из Великобритании [115] и Австрии [116], где продемонстрировано перепутывание двух удаленных ионов (расстояние до 230 м) с помощью фотонного интерфейса.

Наверное, наиболее яркие экспериментальные работы, нацеленные на проверку неравенств Белла и анализ квантовых корреляций с помощью перепутанных атомных систем, выполняются в последние годы группой Харальда Вайнфуртера (Германия). Начав с перепутывания двух атомов рубидия, разделенных расстоянием 20 метров [117], в 2017 г. они уже экспериментально доказали исключение "ловушек" локальности и детектирования на атомах, разделенных расстоянием 398 м [118]. В 2022 г. его группой была продемонстрирована запутанность между двумя атомами, разделенными 33-километровым оптическим волокном — следующий шаг к квантовому интернету и распределенными квантовыми вычислениями [119]. Эти исследования представляют собой развитие идеи передачи запутанности для практически важных задач квантовых технологий.

## 6. Заключение

В 2022 г. Нобелевский комитет особо обратил внимание на то, что премия присуждена именно за экспериментальные достижения лауреатов: работу над неравенствами Белла со стороны Аспе и Клаузера, а также исследования по квантовой передаче данных и квантовой телепортации Цайлингера. При этом экспериментальной работе сопутствовали осмысление и интерпретация философских основ квантовой физики, без чего результаты экспериментов были бы не столь понятны широкой научной общественности. Здесь особо стоит отметить работы Аспе (см., например, [29]), который, наследуя традиции споров между Эйнштейном и Бором, дополнял научные статьи соответствующими размышлениями и пояснениями с попыткой ответить на важный вопрос: "А что эти результаты значат?" Достижения лауреатов демонстрируют, что шуточный подход к восприятию квантовой механики "Shut up and calculate"<sup>2</sup> хотя и может приво-

<sup>2</sup> Среди физиков распространена "никакая" интерпретация квантовой механики, ёмко выраженная в афоризме Дэвида Мермина: "Заткнись и считай!" (Shut up and calculate).

дить к практическим результатам, не всегда приводит к Нобелевской премии.

Также работы Аспе и Клаузера показывают, что в квантовой механике нет локальных скрытых переменных. Могут ли присутствовать и играть роль нелокальные скрытые переменные? Несмотря на значительный прогресс в этой области (см., например, исследование нелокальных скрытых параметров в контексте квантовых вычислений [120]), полный ответ ещё только предстоит получить в будущих теоретических и экспериментальных работах.

**Благодарности.** Работа А.К. Федорова и Е.О. Киктенко выполнена при поддержке Программы Приоритет 2030 (проект К1-2022-027 в Национальный Исследовательский технологический университет "МИСИС").

## Список литературы

- Planck M *Ann. Physik* **309** 553 (1901)
- Bohr N *Philos. Mag.* **6** 26 1 (1913)
- Bohr N *Philos. Mag.* **6** 26 476 (1913)
- Bohr Niels *Philos. Mag.* **6** 26 857 (1913)
- Heisenberg W Z. *Phys.* **33** 879 (1925)
- Schrödinger E *Phys. Rev.* **28** 1049 (1926)
- Schrödinger E *Naturwissenschaften* **23** 807 (1935)
- Einstein A, Podolsky B, Rosen N *Phys. Rev.* **47** 777 (1935)
- Фок В А и др. *УФН* **16** 436 (1936)
- Bohm D *Quantum Theory* (New York: Prentice-Hall, 1951)
- von Neumann J *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik* (Berlin: J. Springer, 1932); Пер. на англ. яз.: *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* (Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 2018)
- Bohm D *Phys. Rev.* **85** 166 (1952)
- Bell J S *Physics Physique Fizika* **1** 195 (1964)
- Килин С Я *УФН* **169** 507 (1999); Kilin S Ya *Phys. Usp.* **42** 435 (1999)
- Валиев К А *УФН* **175** 3 (2005); Valiev K A *Phys. Usp.* **48** 1 (2005)
- Хабарова К Ю, Заливако И В, Колачевский Н Н *УФН* **192** 1305 (2022); Khabarova K Yu, Zalivako I V, Kolachevsky N N *Phys. Usp.* **65** 1217 (2022)
- Вишнякова Г А и др. *УФН* **186** 176 (2016); Vishnyakova G A et al. *Phys. Usp.* **59** 168 (2016)
- Сукачев Д Д *УФН* **191** 1077 (2021); Sukachev D D *Phys. Usp.* **64** 1021 (2021)
- Трушечкин А С и др. *УФН* **191** 93 (2021); Trushechkin A S et al. *Phys. Usp.* **64** 88 (2021)
- Клышко Д Н *УФН* **154** 133 (1988); Klyshko D N *Sov. Phys. Usp.* **31** 74 (1988)
- Клышко Д Н *УФН* **158** 327 (1989); Klyshko D N *Sov. Phys. Usp.* **32** 555 (1989)
- Белинский А В, Клышко Д Н *УФН* **163** (8) 1 (1993); Belinskii A V, Klyshko D N *Phys. Usp.* **36** 653 (1993)
- Соколов Ю Л *УФН* **169** 559 (1999); Sokolov Yu L *Phys. Usp.* **42** 481 (1999)
- Жёлтиков А М, Скалли М О *УФН* **190** 749 (2020); Zheltikov A M, Scully M O *Phys. Usp.* **63** 698 (2020)
- Холево А С *Квантовые системы, каналы, информация* (М.: МЦНМО, 2014); Пер. на англ. яз.: Kholevo A S *Quantum Systems, Channels, Information: a Mathematical Introduction* (Berlin: De Gruyter, 2019)
- Freedman S J, Clauser J F *Phys. Rev. Lett.* **28** 938 (1972)
- Aspect A, Grangier Ph, Roger G *Phys. Rev. Lett.* **49** 91 (1982)
- Aspect A, Dalibard J, Roger G *Phys. Rev. Lett.* **49** 1804 (1982)
- Aspect A *Nature* **446** 866 (2007)
- Weihs G et al. *Phys. Rev. Lett.* **81** 5039 (1998)
- Scheidl T et al. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **107** 19708 (2010)
- Giustina M et al. *Nature* **497** 227 (2013)
- Gröblacher S et al. *Nature* **446** 871 (2007)
- Handsteiner J et al. *Phys. Rev. Lett.* **118** 060401 (2017)
- Hensen B et al. *Nature* **526** 682 (2015)
- Pan J-W et al. *Nature* **403** 515 (2000)
- Bennett Ch H et al. *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895 (1993)
- Wootters W K, Zurek W H *Nature* **299** 802 (1982)
- Dieks D *Phys. Lett. A* **92** 271 (1982)
- Bouwmeester D et al. *Nature* **390** 575 (1997)
- Boschi D et al. *Phys. Rev. Lett.* **80** 1121 (1998)
- Preskill J *Lecture Notes for Physics 229: Quantum Information and Computation* (Pasadena, CA: California Institution of Technology, 1998); Пер. на русск. яз.: Прескилл Дж *Квантовая информация и квантовые вычисления* Т. 1 (М.–Ижевск: Ин-т компьют. исслед., РХД, 2008)
- Coecke B *Contemp. Phys.* **51** 59 (2010)
- Laforest M, Baugh J, Laflamme R *Phys. Rev. A* **73** 032323 (2006)
- Jennewein T et al. *Phys. Rev. Lett.* **88** 017903 (2001)
- Megidish E et al. *Phys. Rev. Lett.* **110** 210403 (2013)
- Lloyd S et al. *Phys. Rev. D* **84** 025007 (2011)
- Lloyd S et al. *Phys. Rev. Lett.* **106** 040403 (2011)
- Korotaev S M, Kiktenko E O *Phys. Scr.* **90** 085101 (2015)
- Kiktenko E O *Phys. Rev. A* **107** 032419 (2023)
- Hoke J C et al. (Google Quantum AI and Collab.) *Nature* **622** 481 (2023); arXiv:2303.04792
- Kiktenko E O, Popov A A, Fedorov A K *Phys. Rev. A* **93** 062305 (2016)
- Julsgaard B, Kozhekin A, Polzik E S *Nature* **413** 400 (2001)
- Sherson J et al. *Physica B* **41** 223001 (2008)
- Brassard G et al. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **95** 11032 (1998)
- Arute F et al. *Nature* **574** 505 (2019)
- Wu Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **127** 180501 (2021)
- Xue X et al. *Nature* **601** 343 (2022)
- Madzik M T et al. *Nature* **601** 348 (2022)
- Noiri A et al. *Nature* **601** 338 (2022)
- Zhong H-S et al. *Science* **370** 1460 (2020)
- Madsen L S et al. *Nature* **606** 75 (2022)
- Ebadi S et al. *Nature* **595** 227 (2021)
- Scholl P et al. *Nature* **595** 233 (2021)
- Henriet L et al. *Quantum* **4** 327 (2020)
- Graham T M et al. *Nature* **604** 457 (2022)
- Zhang J et al. *Nature* **551** 601 (2017)
- Blatt R, Roos C F *Nat. Phys.* **8** 277 (2012)
- Hempel C et al. *Phys. Rev. X* **8** 031022 (2018)
- Pino J M et al. *Nature* **592** 209 (2021)
- Заливако И В и др. *Письма в ЖЭТФ* **114** 53 (2021); Zalivako I V et al. *JETP Lett.* **114** 59 (2021)
- Семенин Н В и др. *Письма в ЖЭТФ* **114** 553 (2021); Semenin N V et al. *JETP Lett.* **114** 486 (2021)
- Aksenov M A et al. *Phys. Rev. A* **107** 052612 (2023)
- Беседин И С и др. *Квантовая электроника* **48** 880 (2018); Besedin I S et al. *Quantum Electron.* **48** 880 (2018)
- Moskalenko I N et al. *npj Quantum Inf.* **8** 130 (2022)
- Gerasimov L V et al. "Coupled dynamics of spin qubits in optical dipole microtraps", arXiv:2205.03383
- Samoylenko S R et al. *Laser Phys. Lett.* **17** 025203 (2020)
- Borzenkova O V et al. *Appl. Phys. Lett.* **118** 144002 (2021)
- Skryabin N N et al. *Appl. Phys. Lett.* **122** 121102 (2023)
- Wang V et al. *Front. Phys.* **8** 479 (2020)
- Kiktenko E O et al. *Phys. Rev. A* **91** 042312 (2015)
- Kiktenko E O et al. *Phys. Rev. A* **101** 022304 (2020)
- Nikolaeva A S, Kiktenko E O, Fedorov A K "Efficient realization of quantum algorithms with qudits", arXiv:2111.04384
- Bennett C H, Brassard G, in *Proc. of IEEE Intern. Conf. on Computers, Systems, and Signal Processing, Bangalore, India, 10–12 December 1984*, p. 175; *Theor. Comput. Sci.* **560** 7 (2014); arXiv:2003.06557
- Ekert A K *Phys. Rev. Lett.* **67** 661 (1991)
- Diamanti E et al. *npj Quantum Inf.* **2** 16025 (2016)
- Wang S et al. *Nat. Photon.* **16** 154 (2022)
- Gol'tsman G N et al. *Appl. Phys. Lett.* **79** 705 (2001)
- Liao Sh-K et al. *Phys. Rev. Lett.* **120** 030501 (2018)
- Liao Sh-K et al. *Nature* **549** 43 (2017)

91. Ren J-G et al. *Nature* **549** 70 (2017)
92. Lu Ch-Y et al. *Rev. Mod. Phys.* **94** 035001 (2022)
93. Sangouard N et al. *Rev. Mod. Phys.* **83** 33 (2011)
94. Bhaskar M K et al. *Nature* **580** 60 (2020)
95. Brennen G, Giacobino E, Simon C *New J. Phys.* **17** 050201 (2015)
96. Lvovsky A I, Sanders B C, Tittel W *Nat. Photon.* **3** 706 (2009)
97. Rosenfeld W J et al. *Phys. Rev. Lett.* **98** 050504 (2007)
98. Vittorini G *Phys. Rev. A* **90** 040302 (0)
99. Wang P et al. *Nat. Commun.* **12** 233 (2021)
100. Hausmann B J M et al. *Science* **354** 847 (2016)
101. Neeley M et al. *Nat. Phys.* **4** 523 (2008)
102. Matanin A R et al. *Phys. Rev. Appl.* **19** 034011 (2023)
103. Kalachev A *Phys. Rev. A* **78** 043812 (2008)
104. Pironio S et al. *Nature* **464** 1021 (2010)
105. Acín A, Masanes L *Nature* **540** 213 (2016)
106. Bierhorst P et al. *Nature* **556** 223 (2018)
107. Drahi D et al. *Phys. Rev. X* **10** 041048 (2020)
108. Ma X et al. *npj Quantum Inf.* **2** 16021 (2016)
109. Leibfried D et al. *Science* **304** 1476 (2004)
110. Kessler E M et al. *Phys. Rev. Lett.* **112** 190403 (2014)
111. Kómar P et al. *Nat. Phys.* **10** 582 (2014)
112. Kimble H J *Nature* **453** 1023 (2008)
113. Monroe C R, Schoelkopf R J, Lukin M D *Sci. Am.* **314** (5) 50 (2016)
114. Moehring D L et al. *Nature* **449** 68 (2007)
115. Stephenson L J et al. *Phys. Rev. Lett.* **124** 110501 (2020)
116. Krutyanskiy V et al. *Phys. Rev. Lett.* **130** 050803 (2023)
117. Hofmann J et al. *Science* **337** 72 (2012)
118. Rosenfeld W et al. *Phys. Rev. Lett.* **119** 010402 (2017)
119. van Leent T et al. *Nature* **607** 69 (2022)
120. Zurel M, Okay C, Raussendorf R *Phys. Rev. Lett.* **125** 260404 (2020)

## Quantum entanglement, teleportation, and randomness: Nobel Prize in Physics 2022

A.K. Fedorov<sup>(1, 2, 3, a)</sup>, E.O. Kiktenko<sup>(2, 3, b)</sup>, K.Yu. Khabarova<sup>(1, 2, c)</sup>, N.N. Kolachevsky<sup>(1, 2, d)</sup>

<sup>(1)</sup> Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences, Leninskii prosp. 53, 119991 Moscow, Russian Federation

<sup>(2)</sup> Russian Quantum Center, Bol'shoi bul'var 30, str. 1, 121205 Moscow, Russian Federation

<sup>(3)</sup> National University of Science and Technology "MISIS", Leninskii prosp. 2, 119049 Moscow, Russian Federation

E-mail: <sup>(a)</sup> akf@rqc.ru, <sup>(b)</sup> evgeniy.kiktenko@gmail.com, <sup>(c)</sup> kseniakhabarova@gmail.com, <sup>(d)</sup> kolachevsky@lebedev.ru

Precise control of individual quantum systems, such as individual photons, atoms, or ions, opens the door to a range of quantum technologies. The goal of this concept is to create devices that, due to quantum effects, will be able to solve problems of data processing and secure information transfer and high-precision measurements of parameters of the surrounding world more effectively than existing approaches do. The key step in the advent of quantum technologies was the pioneering work of the second half of the twentieth century, which, first, showed the paradoxical nature and correctness of the quantum mechanical description of nature and, second, laid down and introduced the basic experimental approaches that became the basis of modern quantum technologies. The Nobel Prize in Physics 2022 was awarded to Alain Aspect, John Clauser, and Anton Zeilinger for their outstanding experiments demonstrating quantum entanglement and violation of Bell's inequalities, as well as pioneering contributions to the new field of quantum information science.

**Keywords:** EPR paradox, quantum correlations, entanglement, teleportation, quantum communications, quantum computing, quantum sensors, quantum metrology

PACS numbers: 03.65.Ud, **03.67.–a**, 42.50.Dv

Bibliography — 120 references

Received 27 March 2023, revised 5 June 2023

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **193** (11) 1162–1172 (2023)

*Physics–Uspekhi* **66** (11) (2023)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2023.06.039412>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2023.06.039412>