

УДК 621.315.592

# Электрический пробой в чистом $n$ - и $p$ -Si

© В.Ф. Банная<sup>1</sup>, Е.В. Никитина<sup>2,¶</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный педагогический университет,  
119991 Москва, Россия

<sup>2</sup> Российский университет дружбы народов,  
117198 Москва, Россия

¶ E-mail: enikitina@sci.edu.ru

(Получена 6 февраля 2017 г. Принята к печати 13 февраля 2017 г.)

Представлены результаты расчета зависимостей кинетических коэффициентов ударной ионизации и термической рекомбинации от электрического поля в чистом кремнии. По аналогии с германием рассчитаны зависимости поля электрического пробоя  $E_{br}$  от степени компенсации материала  $K$ . Дано подробное обоснование правомочности такого расчета. Представлены кривые  $E_{br}(K)$  и проведено сравнение с экспериментальными данными в области слабых компенсаций. Выполнена привязка к экспериментальным результатам, при которой наблюдается удовлетворительное соответствие теории и эксперимента.

DOI: 10.21883/FTP.2018.03.45610.8536

Электрический пробой в кремнии, широко используемом в современной электронике, представляет несомненный практический интерес. Как показано в работах [1,2], низкотемпературный примесный пробой в германии с концентрацией примесей  $N \lesssim 5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  определяется только степенью компенсации  $K$ , т.е.  $E_{br} = f(K)$ . Теоретический расчет этой зависимости в Ge при  $T = 4.2 \text{ K}$  во многом стимулирован наличием большого числа экспериментальных данных и опирается на эти результаты. К сожалению, электрический пробой в Si практически не изучен, что существенно затрудняет вычисление кинетических коэффициентов: коэффициента ударной ионизации —  $A_i(E)$  и коэффициента термической рекомбинации  $B_T(E)$ , определяющих критерий пробоя [1,2]. В литературе имеются лишь единичные данные о значении  $E_{br}$  при  $T \gtrsim 4.2 \text{ K}$ , полученные в основном для слабокомпенсированных образцов  $p$ -Si. Это, по-видимому, связано с тем, что измерение пробоя в Si в области гелиевых температур значительно сложнее, чем в Ge. Значительно большие величины энергии ионизации мелких примесей в Si и эффективных масс электронов и дырок по сравнению с Ge приводят к тому, что значения электрических полей, в которых наблюдается пробой примесных центров, составляет сотни В/см (в Ge в десятки раз меньше).

Кроме того, при  $T \lesssim 4.2 \text{ K}$  чистый Si ( $N_a + N_d \lesssim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , где  $N_a$  — концентрация акцепторов,  $N_d$  — доноров) практически не содержит термовозбужденных носителей заряда, и измерение  $E_{br}$  (поля пробоя) может быть выполнено лишь при наличии фотогенерации. Именно такие экспериментальные результаты будут в дальнейшем использованы для сравнения с расчетом.

Настоящая статья посвящена расчету зависимости  $E_{br}(K)$  для чистого Si  $n$ - и  $p$ -типов и частичного сравнения теоретических кривых с имеющимися экспериментальными данными.

Схема расчета и формулы кинетических коэффициентов  $A_i(E)$  и  $B_T(E)$  подробно описаны в работах [1,2] на

примере Ge. Правомочность использования этих формул в случае Si определяется рядом условий. Проанализируем их выполнимость для кремния.

1. Для многих теоретических оценок примесные центры III, V групп, имеющие в Si энергию ионизации  $\varepsilon_i \approx (4-5) \cdot 10^{-2} \text{ эВ}$ , с достаточной степенью точности считаются водородоподобными.

2. В расчетах  $A_i(E)$  и  $B_T(E)$  изолированность примесей связывается с двумя факторами. Во-первых, концентрация их должна быть такова, чтобы перекрытие основных состояний примесных центров еще не влияло на величину энергии ионизации:

$$N^{1/3}a \ll 1, \quad (1)$$

где  $N$  — концентрация основной примеси,  $a$  — эффективный боровский радиус. Во-вторых, примесные центры можно считать изолированными, если при термической рекомбинации радиус орбиты, на которую происходит захват электрона, значительно меньше среднего расстояния между центрами. Это условие может быть еще сформулировано следующим образом: характерный размах флуктуационного потенциала  $E_0$  должен быть меньше средней энергии носителей [3]:

$$E_0 \approx e^2 \kappa^{-1} N^{1/3} \lesssim k_0 T_e, \quad (2)$$

где  $\kappa$  — диэлектрическая проницаемость,  $T_e$  — эффективная температура носителей заряда.

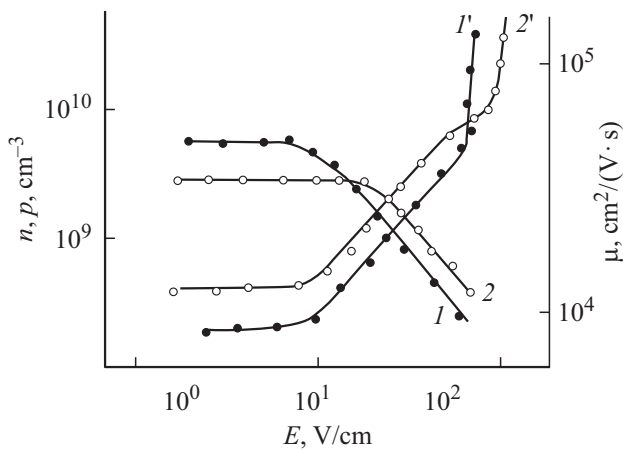
Оценки выполнимости условий (1) и (2) для определенности проведем для  $p$ -Si, легированного бором (Si:B,  $\varepsilon_i = 4.5 \cdot 10^{-2} \text{ эВ}$ ), и  $n$ -Si, легированного фосфором (Si:P,  $\varepsilon_i = 4.9 \cdot 10^{-2} \text{ эВ}$ ).

$$N^{1/3}a = 10^{-2}, \text{ если } N_d = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$$

$$\text{или } N_a = 8.4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3};$$

$$N^{1/3}a = 10^{-1}, \text{ если } N_d = 2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$$

$$\text{или } N_a = 8.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}.$$



**Рис. 1.** Зависимость подвижности электронов (1) и дырок (2) от электрического поля в кремнии. Зависимость концентрации электронов (1') и дырок (2') от электрического поля в кремнии.

Эксперименты по изучению примесной проводимости кремния [4] показали, что  $\epsilon_i$  практически не зависит от  $N$ , а при  $E \approx E_{br} k_0 T_e \gtrsim 10 k_0 T$  вплоть до значений  $N \approx 10^{16} \text{ см}^{-3}$ .

Таким образом, будем считать, что в сильном электрическом поле приближение изолированных примесных центров справедливо в Si для концентрации основной примеси  $N \lesssim 10^{16} \text{ см}^{-3}$ .

**3.** Оценим вклад различных механизмов рассеяния импульса и энергии носителей заряда в Si. Известно, что рассеяние импульса на нейтральных центрах практически не зависит от энергии; вклад рассеяния с ростом электрического поля на ионизованных центрах уменьшается, а на акустических фоновых существенно растет. Как показывают измерения зависимостей подвижности и концентрации носителей от электрического поля (вплоть до  $E \approx E_{br}$ ) при  $T = 4.2 \text{ K}$ , акустический механизм рассеяния импульса является преобладающим для образцов Si с  $N_I \leq 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , где  $N_I$  — концентрация ионизованных центров. Соответствующие кривые зависимостей подвижности  $\mu(E)$  и концентрации свободных носителей  $n, p(E)$  представлены на рис. 1. Из рисунка видно, что разогрев носителей электрическим полем наблюдается при  $E \gtrsim 20 \text{ В/см}$ : сначала  $\mu \sim E^{-0.5}$ , затем, при  $E \geq 60 \text{ В/см}$ ,  $\mu \sim E^{-1}$ . При  $E \geq 100 \text{ В/см}$  концентрация свободных носителей резко возрастает, что соответствует низкотемпературному пробую.

Рост концентраций  $n$  и  $p$  с увеличением  $E$  свидетельствует об уменьшении коэффициента захвата на притягивающие центры и удовлетворительно описывается теорией, основанной на акустическом механизме рассеяния энергии и импульса носителей.

Известно, что время релаксации энергии дырок в Si при  $T = 4.2 \text{ K}$   $\tau_{\epsilon,ac,p}(k_0 T) \simeq 3 \cdot 10^{-10} \text{ с}$ , для электронов эта величина установлена менее надежно [5,6].

Оценки по известным формулам [7] дают значение  $\tau_{\epsilon,ac,p} \approx 3.5 \cdot 10^{-11} \text{ с}$ . С ростом энергии эти значения могут быть только меньше. Энергетическая зависимость  $\tau_{\epsilon}$  определяет значения коэффициента захвата. Поэтому необходимо оценить эффективную температуру носителей заряда и степень их разогрева.

Выражение для электронной температуры имеет вид: [5]

$$k_0 T_e = \left[ e E_{br} l_0 \sqrt{2.5} \left( \frac{m s^2}{2} \right)^{0.25} \right]^{0.8}, \quad (3)$$

где  $l_0 = l_{ac} \left( \frac{k_0 T}{2 m s^2} \right)$ ,  $l_{ac}$  — длина свободного пробега при рассеянии энергии носителей на акустических фоновых.

Таким образом, при вычислении вероятности термической рекомбинации среднюю энергию носителей заряда при  $E = E_{br}$  необходимо вычислять по формуле (3), что соответствует случаю спонтанной эмиссии акустических фононов.

**4.** Коэффициент анизотропии в  $n$ -Si в 4 раза меньше, чем в  $n$ -Ge. Оценка характерных времен показывает, что вероятность существования дополнительного механизма потери энергии в  $n$ -Si существенно меньше, чем в  $n$ -Ge, и расчет  $E_{br}(K)$  в Si будет выполнен для изотропной модели.

**5.** Вклад легких дырок в процесс ударной ионизации в  $p$ -Si, по-видимому, значительно меньше, чем в  $p$ -Ge. Это следует в первую очередь из экспериментальных результатов: величина поля пробоя в  $p$ -Si оказывается больше, чем в  $n$ -Si с близкими параметрами (см. рис. 1).

Возможно, это связано со следующими причинами. Эффективная масса легких дырок в Si только в 3 раза меньше, чем тяжелых (в Ge — 8 раз), их концентрация составляет (по разным источникам) (1.5–2)% от концентрации тяжелых дырок (в Ge — (2–4)%). Поэтому расчет  $E_{br}(K)$  для  $p$ -Si будет выполнен без учета влияния легких дырок на функцию их распределения по энергии. Влияние легких дырок будет лишь учтено в значении эффективного борковского радиуса дырки и подборе величины сечения рекомбинации.

**6.** Значения энергии продольного и поперечного оптических фононов в Si ( $\sim 6.1 \cdot 10^{-2} \text{ эВ}$  и  $\sim 5.9 \cdot 10^{-2} \text{ эВ}$ ) сопоставимы со средней энергией носителей заряда. Поэтому оценим величину  $E$ , начиная с которой вклад рассеяния их энергии на оптических фоновых становится значительным. Для этого должно выполняться неравенство

$$\frac{p_0}{e \tau_{ac,p}} < E < \frac{p_0}{e \tau_{opt}}, \quad (4)$$

где  $p_0$  — импульс дырки с  $\epsilon = \hbar \omega_{opt}$ ,  $\tau_{ac,p}$  и  $\tau_{opt}$  — времена релаксации импульса на акустических и оптических фоновых соответственно. Оценки показывают, что в  $p$ -Si интервал электрических полей, в которых можно пренебречь спонтанной эмиссией оптических фононов, нужно ограничить значениями:  $E \lesssim (4–5) \cdot 10^2 \text{ В/см}$ .

Значения параметров для *n*-Si и *p*-Si

Параметр*	Значение для <i>n</i> -Si	Значение для <i>p</i> -Si	Ссылка
$a_0$ , см	$1.7 \cdot 10^{-7}$		[1,2]
$a_{0lh}$ , см		$2.28 \cdot 10^{-7}$	[1,2]
$a_{0hh}$ , см		$1.3 \cdot 10^{-7}$	[1,2]
$\sigma_0$ , см <sup>2</sup>	$2 \cdot 10^{-13}$		Расчет
$\sigma_{0lh}$ , см <sup>2</sup>		$3.67 \cdot 10^{-13}$	“
$\sigma_{0hh}$ , см <sup>2</sup>		$1.19 \cdot 10^{-13}$	“
$\varepsilon_i$ , эВ	$4.4 \cdot 10^{-2}$	$4.5 \cdot 10^{-2}$	[3]
$\tau_{ac}$ , с	$2.6 \cdot 10^{-9}$	$3.0 \cdot 10^{-10}$	[4]
$\langle v \rangle$ , см/с	$2.1 \cdot 10^6$	$1.7 \cdot 10^6$	Расчет
$l$ , см	$5.7 \cdot 10^{-3}$	$5.2 \cdot 10^{-4}$	“
$E_0$ , В/см	19	$3.5 \cdot 10^2$	“
$T$ , К	4.2	4.2	

Примечание.  $a_{lh}$  — борковский радиус с учетом влияния легких дырок;  $a_{hh}$  — борковский радиус тяжелых дырок;  $\sigma_{0lh}$  — сечение ударной ионизации с учетом влияния легких дырок;  $\sigma_{0hh}$  — сечение ударной ионизации тяжелых дырок.

Таким образом, все условия, для которых получены формулы расчета  $A_i(E)$  и  $B_T(E)$  в чистом Ge, применимы и для Si с концентрацией основных примесей  $N \lesssim 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .

Исходя из критерия пробоя [1,2]

$$\frac{B_T(T, E_{br})}{A_i(T, E_{br})} = \frac{1}{K} - 1, \quad (5)$$

где  $K$  — степень компенсации примесей, используя параметры кремния, значения которых представлены в таблице, были рассчитаны кинетические коэффициенты по формулам, приведенным в работах [1,2].

Для *n*-Si:

$$A_{in}(E) = \sigma_0 1.35 \cdot 10^7 \left[ \left( \frac{E}{E_0} \right)^{1.5} \Gamma \left( \frac{7}{10}, \frac{E_0^2}{E^2} \right) - \left( \frac{E}{E_0} \right)^{-\frac{3}{2}} \Gamma \left( \frac{3}{10}, \frac{E_0^2}{E^2} \right) \right], \quad (6)$$

$$B_{Tn}(E) = \frac{0.294}{E^{1/2}(1 + 0.59\sqrt{E})}. \quad (7)$$

Для *p*-Si:

$$A_{ip}(E) = \sigma_0 1.13 \cdot 10^7 \left[ \left( \frac{E}{E_0} \right)^{1.5} \Gamma \left( \frac{7}{10}, \frac{E_0^2}{E^2} \right) - \left( \frac{E}{E_0} \right)^{-\frac{3}{2}} \Gamma \left( \frac{3}{10}, \frac{E_0^2}{E^2} \right) \right], \quad (8)$$

$$B_{Tp}(E) = \frac{9.71 \cdot 10^{-4}}{E^{1/2}(1 + 0.59\sqrt{E})}. \quad (9)$$

В формулах (6)–(9) величина

$$E_0^2 = \frac{96}{25\sqrt{2}} \left( \frac{\varepsilon_i}{ms^2} \right)^{1/2} \left( \frac{ms^2}{k_0 T} \right)^2 \left( \frac{\varepsilon_i}{el_{ac}} \right)^2 [1]$$

(обозначения общепринятые), значение  $\sigma_0$  дано в таблице.

Зависимости  $A_i(E)$  и  $B_T(E)$  представляют самостоятельный интерес, так как, с одной стороны, характеризуют степень разогрева носителей и вероятность ударной ионизации, а с другой — позволяют определить среднее время жизни электронов в электрических полях, в которых рекомбинация носителей происходит на притягивающие центры. Соответствующие кривые представлены на рис. 2 и 3. Видно, что ход кривых аналогичен зависимостям  $A_i(E)$  и  $B_T(E)$  в Ge. Однако, в связи с недостатком экспериментальных данных по пробоям в Si, надежность численных значений кинетических коэффициентов в широком диапазоне  $E$  значительно меньше, чем в Ge.

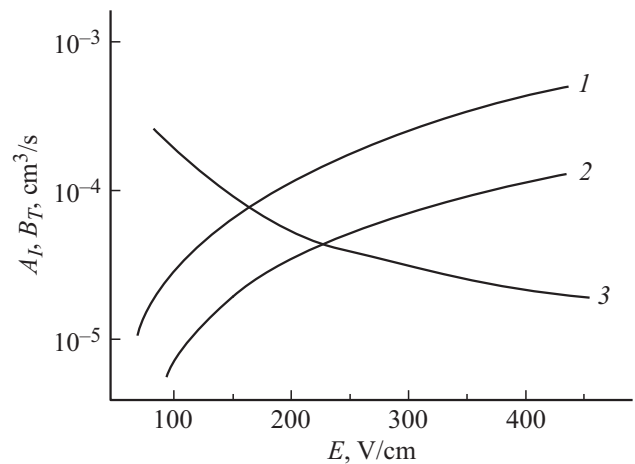


Рис. 2. Зависимость кинетических коэффициентов  $A_i$  (кривые 1, 2) и  $B_T$  (кривая 3) от  $E$  для *n*-Si (подробности в тексте).

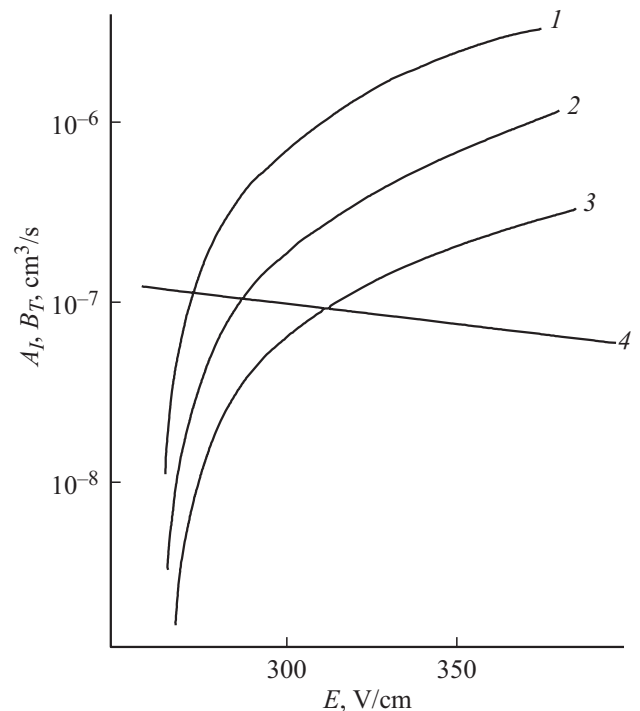


Рис. 3. Зависимости кинетических коэффициентов  $A_i$  (кривые 1, 2, 3) и  $B_T$  (кривая 4) от  $E$  для *p*-Si (подробности в тексте).

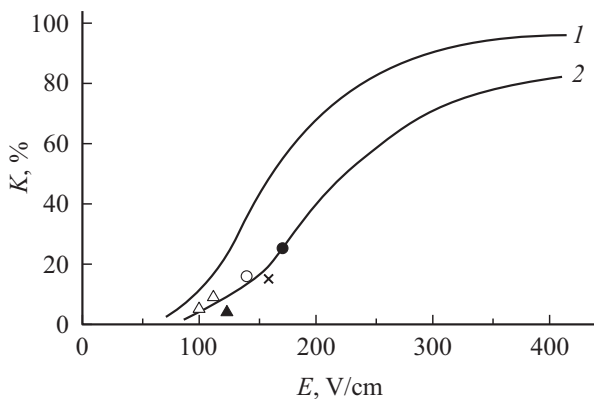


Рис. 4. Зависимость  $E_{br}(K)$  для  $n$ -Si. Линии — расчет, точки — эксперимент.

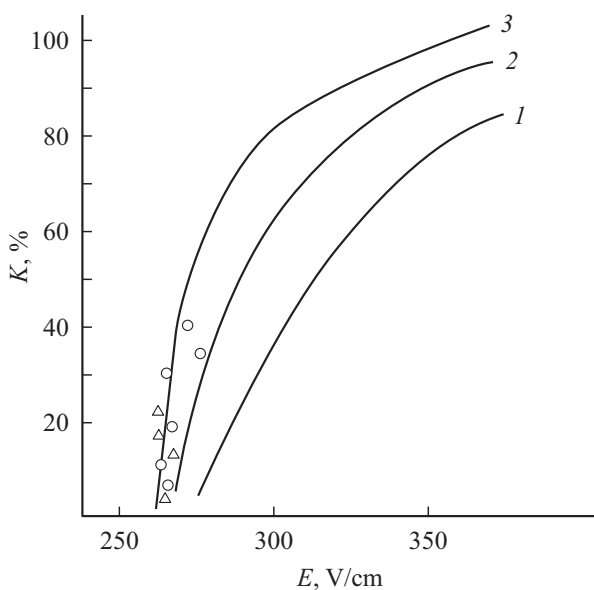


Рис. 5. Зависимость  $E_{br}(K)$  для  $p$ -Si. Линии — расчет, точки — эксперимент.

Расчеты зависимостей  $A_{in}(E)$  и  $A_{ip}(E)$  выполнялись при разных значениях соответствующих сечений процесса ударной ионизации. Так, для  $n$ -Si „привязка“ к эксперименту дает значение сечения ударной ионизации  $\sigma'_0 = 5.8 \cdot 10^{-14} \text{ см}^2$  (примерно в 3 раза меньше расчетного  $\sigma_0 = 2 \cdot 10^{-13} \text{ см}^2$ , см. таблицу), что соответственно приводит к меньшим значениям  $A'_i(E)$  — кривая 2, по сравнению с зависимостью 1 (см. рис. 2). Для  $p$ -Si зависимости  $A_{ip}(E)$  вычислялись в трех приближениях:

— „тяжелых“ дырок,  $\sigma_{0hh} = 1.19 \cdot 10^{-13} \text{ см}^2$ , (кривая 1),

— „легких“ дырок,  $\sigma_{0lh} = 3.67 \cdot 10^{-13} \text{ см}^2$ , (кривая 2),

— с привязкой к эксперименту,  $\sigma_0 = 4.3 \cdot \sigma_{0lh} = 1.57 \cdot 10^{-12} \text{ см}^2$  (кривая 3). Используя формулы (6)–(9) и критерий пробоя (5), рассчитаем зависимости  $E_{br}(K)$  для  $n$ -Si (рис. 4) и  $p$ -Si (рис. 5). Точки на рисунках — экспериментальные значения  $E_{br}$  для образцов Si, как измеренных нами, так и заимствованных из литературы.

Приведенных экспериментальных данных, конечно, недостаточно для надежного сопоставления расчета с экспериментом. Тем не менее мы учли их значения в подборе величины  $\sigma_0$  (которое и в случае Ge являлось подгоночным параметром), так как иначе ни одна из теоретических кривых  $E_{br}(K)$  (кривая 1 на рис. 4 и кривые 1, 2 на рис. 5) не совпадают с экспериментом даже в области малых компенсаций. Кривые  $E_{br}(K)$  были рассчитаны с использованием соответствующих (по номерам) зависимостей  $A_{in,p}(E)$  и  $B_T(E)$  (рис. 2, 3).

Таким образом, впервые выполнен расчет зависимости  $E_{br}(K)$  для  $n$ - и  $p$ -Si и дано подробное обоснование правомочности такого расчета. Сопоставление с экспериментальными результатами в области компенсаций  $K \lesssim 30\%$  показало, что, используя привязку к эксперименту при определении сечения  $\sigma$ , можно получить удовлетворительное соответствие теоретических и экспериментальных результатов. При этом полученные подгоночные параметры не выходят за рамки возможных значений сечений процесса ударной ионизации. Кривые  $E_{br}(K)$  могут быть использованы для оценки степени компенсации Si с концентрацией основной примеси  $N \lesssim 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  по величине  $E_{br}$ .

## Список литературы

- [1] В.Ф. Банная, Л.И. Веселова, Е.М. Гершензон, В.А. Чуенков. ФТП, 7 (10), 1972 (1973).
- [2] В.Ф. Банная, Л.И. Веселова, Е.М. Гершензон, Ю.А. Гурвич. ФТП, 10 (3), 452 (1976).
- [3] Б.И. Шкловский, А.Л. Эфрос. *Электронные свойства легированных полупроводников* (М., Наука, 1979).
- [4] Б.И. Шкловский, А.Л. Эфрос. ЖЭТФ, 60 (2), 867 (1971).
- [5] В.Ф. Банная, Е.М. Гершензон, Т.Г. Фукс. ФТП, 13 (2), 264 (1979).
- [6] В.Ф. Банная, Е.М. Гершензон, Ю.П. Ладыжинский, Т.Г. Фукс. ФТП, 7 (6), 1092 (1973).
- [7] Э. Конуэлл. *Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях* (М., Мир, 1970).

Редактор А.Н. Смирнов

## Electrical breakdown in pure $n$ - and $p$ -Si

V.F. Bannaya<sup>1</sup>, E.V. Nikitina<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Moscow State University of Education,  
119991 Moscow, Russia

<sup>2</sup> RVDN University,  
117198 Moscow, Russia

**Abstract** The results of calculations of kinetic impact-ionization and thermal recombination coefficient dependencies on electric field in pure silicon are presented in the paper. On the analogy of germanium, electrical breakdown field dependencies  $E_{br}$  on the compensation ratio of material  $K$  are calculated. A detailed substantiation of such calculation is given. Curves  $E_{br}(K)$  are produced and the comparison with experimental data in the field of weak compensations is made. Representing a satisfactory fit between theory and practice the linkage to the experimental results is performed.