

# Повышение эффективности кремниевых солнечных элементов

© Б.И. Фукс<sup>¶</sup>

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук,  
125009 Москва, Россия

(Получена 19 декабря 2013 г. Принята к печати 3 июня 2014 г.)

Эффективность кремниевого солнечного элемента можно значительно повысить за счет сильного снижения темнового тока, заменив сплошные сильно легированные слои множеством малых сильно легированных областей, расстояния между которыми намного больше их размера. Эффект обусловлен тем, что основной вклад в темновой ток вносит поверхностная рекомбинация, которая сильно растет с усилением легирования вблизи границы с диэлектриком. Показано, что имеется оптимальное соотношение расстояний между областями и их размеров, при котором темновой ток сильно подавлен, но нет заметного снижения фототока из-за ухудшения условий собирания неосновных носителей и не вносятся значительное последовательное сопротивление. При этом существенно растут рабочее напряжение и эффективность солнечного элемента.

## 1. Введение

Эффективность продаваемых солнечных элементов на монокристаллическом Si при стандартных условиях (спектр АМ1.5, 0.1 Вт/см<sup>2</sup>, 25°C) достигла 19.5% [1]. Ее дальнейшему повышению мешает в первую очередь пониженное напряжение холостого хода  $V_{oc}$ .

Это следует из оценки  $V_{oc}$  и тока короткого замыкания  $I_{sc}$  согласно формулам

$$V_{oc} = (T/e) \ln(e\eta J/i_s), \quad (1a)$$

$$I_{sc} = -e\eta SJ, \quad (1b)$$

где  $J$  — плотность потока квантов,  $\eta$  — квантовый выход прибора,  $S$  — его площадь,  $i_s$  — плотность тока насыщения,  $T$  — температура в энергетических единицах,  $e$  — величина заряда электрона. Плотности тока  $I_{sc}/S \approx 0.0377$  А/см<sup>2</sup> [1] отвечает плотность потока электронов  $\eta J = 2.35 \cdot 10^{17}$  1/см<sup>2</sup> · с. Плотность потока фотонов с энергией, большей ширины запрещенной зоны кремния 1.12 эВ, при АМ1.5 и 0.1 Вт/см<sup>2</sup> согласно данным ASTM G173-03 [2] составляет  $J_G \approx 2.74 \cdot 10^{17}$  1/см<sup>2</sup> · с. Поэтому  $\eta J/J_G \approx 0.86$ , т.е. лишь 14% этих фотонов не дают вклада в фототок.

Подставив в формулу (1a)  $V_{oc} = 0.641$  В [1] и величину  $\eta J$ , имеем:  $i_s \approx 5.44 \cdot 10^{-13}$  А/см<sup>2</sup>. Плотность тока насыщения, обусловленного рекомбинацией в подложке (базе) такого элемента,  $i_{sb}$ , при высокоэффективном фотопреобразовании (при  $d \ll L$ , где  $d$  — толщина базы,  $L = \sqrt{D\tau}$ ,  $D$  — коэффициент диффузии,  $\tau$  — время жизни) равна

$$i_{sb} \approx en_i^2 d / N_a \tau, \quad (2)$$

где  $n_i$  — собственная концентрация носителей,  $N_a$  — концентрация акцепторов в базе (здесь  $p$ -типа проводимости). Формула (2) при типичных параметрах ( $d = 0.02$  см,  $N_a = 1.5 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup>,  $\tau = 2 \cdot 10^{-4}$  с,  $n_i = 8.79 \cdot 10^9$  см<sup>-3</sup> при 25°C [3,4]) дает:

$i_{sb} = 8.2 \cdot 10^{-14}$  А/см<sup>2</sup>. Следовательно,  $i_{sb} \ll i_s$  и величину  $i_s$  определяет рекомбинация носителей в низкоомных областях, т.е. относительно большой ток насыщения эмиттера, что и снижает напряжение  $V_{oc}$ .

Подавив ток насыщения эмиттера, можно заметно повысить  $V_{oc}$  и эффективность солнечного элемента, особенно при росте времени жизни. Его ограничивает оже-рекомбинация. Ее коэффициент при  $N_a = 1.5 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup> равен  $\gamma_A = 1.3 \cdot 10^{-30}$  см<sup>6</sup>/с [5], что дает  $\tau = 3.4 \cdot 10^{-3}$  с,  $i_{sb} = 4.85 \cdot 10^{-15}$  А/см<sup>2</sup>. Тогда при  $i_s \approx i_{sb}$  и  $\eta J = 2.35 \cdot 10^{17}$  1/см<sup>2</sup> · с из формулы (1a) следует  $V_{oc} \approx 0.762$  В, что на 19% больше величины из [1].

В статье изложен метод подавления этого тока. Он в основном создается у границ металл–полупроводник и сильнолегированный полупроводник–диэлектрик, где высока скорость поверхностной рекомбинации (СПР), и его можно подавить, уменьшив площадь контактов с металлом и уровень легирования вблизи границы с диэлектриком. Этого можно достичь, сильно легируя не сплошные слои, а области малой площади, „островки“. При этом собирание неосновных носителей становится менее эффективным и фототок снижается. Однако, как показано в статье, существуют оптимальные параметры островков, при которых ток насыщения снижается сильно, а фототок — слабо (или не снижается вообще), что существенно повышает эффективность солнечного элемента.

Далее мы сначала рассмотрим протекание фототока и темнового тока в обычном солнечном элементе, а затем выясним, как эти процессы и их характеристики меняются в островковом солнечном элементе. Весь анализ ведется для случая слабой инжекции.

Процессы в подложке  $p$ -типа проводимости описывает уравнение непрерывности для электронов

$$D\Delta n - (n - n_{p0})/\tau = -G(z), \quad (3)$$

где  $n$  — их концентрация,  $n_{p0}$  — ее равновесное значение,  $G(z)$  — темп их генерации падающим излучением, зависящий только от координаты  $z$ . В формуле (3) полагается, что плотность потока электронов  $j$  определяется их диффузией:  $j = -D\nabla n$ .

<sup>¶</sup> E-mail: bfouks@orc.ru

## 2. Обычный солнечный элемент

Рассмотрим солнечный элемент с базой  $p$ -типа проводимости, заключенной между плоскостями  $z = 0$  и  $z = d$ . В плоскости  $z = 0$  лежат  $n^+$ -слой и  $p$ - $n$ -переход, а в плоскости  $z = d$  лежит  $p^+$ -слой. В этом разделе их толщины считаем пренебрежимо малыми по сравнению с  $d$  и  $L$ , а уравнение (3) решаем в одномерном приближении.

Сначала вычислим фототок в отсутствие напряжения, а затем — темновой ток при приложенном напряжении  $V$ . Суммарный ток при  $V \neq 0$  есть суперпозиция этих токов, поскольку в случае слабой инжекции решаемые уравнения — линейные.

### 2.1. Фототок

Фототок вычисляем, решая уравнение (3) с граничными условиями

$$n|_{z=0} = 0, \quad (4a)$$

$$-D\partial n/\partial z|_{z=d} = s_d n|_{z=d}. \quad (4б)$$

В условии (4a) учтено, что скорость электронов, генерируемых в базе, резко растет в поле  $p$ - $n$ -перехода, из-за чего их концентрация у перехода становится намного меньше, чем в глубине базы (но намного превышает  $n_{p0}$ ). Условие (4б) выражает электронный поток при  $z = d$  через эффективную скорость поверхностной рекомбинации (ЭСПР)  $s_d$ , которая учитывает как ожереконбинацию в обычно создаваемом у этой границы  $p^+$ -слое, так и поверхностную рекомбинацию на границе этого слоя с металлом.

Общее одномерное решение уравнения (3) при  $n \gg n_{p0}$  имеет вид:

$$n(z) = C_1 \exp(-z/L) + C_2 \exp(z/L) - \frac{L}{D} \int_0^z d\xi G(\xi) \operatorname{sh} \frac{z-\xi}{L}. \quad (5)$$

Из (5) и граничных условий (4) находим выражение для концентрации электронов,

$$n(z) = \frac{L}{D} \left[ \operatorname{sh} \frac{z}{L} \int_0^d d\xi G(\xi) \left( \operatorname{ch} \frac{d-\xi}{L} + \frac{Ls_d}{D} \operatorname{sh} \frac{d-\xi}{L} \right) / \left( \operatorname{ch} \frac{d}{L} + \frac{Ls_d}{D} \operatorname{sh} \frac{d}{L} \right) - \int_0^z d\xi G(\xi) \operatorname{sh} \frac{z-\xi}{L} \right],$$

и выражение для плотности фототока через  $p$ - $n$ -переход,

$$i_L = eD \frac{\partial n}{\partial z} \Big|_{z=0} = e \int_0^d d\xi G(\xi) \times \left( \operatorname{ch} \frac{d-\xi}{L} + \frac{Ls_d}{D} \operatorname{sh} \frac{d-\xi}{L} \right) / \left( \operatorname{ch} \frac{d}{L} + \frac{Ls_d}{D} \operatorname{sh} \frac{d}{L} \right). \quad (6)$$

Солнечный элемент высокоэффективен, если потери на рекомбинацию малы, т. е. при

$$d/L \ll 1, \quad (7a)$$

$$s_d \ll D/d. \quad (7б)$$

При этом формулу (6) можно упростить:

$$i_L \approx e \int_0^d d\xi G(\xi) \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{\xi}{L} \frac{2d-\xi}{L} - \frac{\xi s_d}{D} \right) \approx \int_0^d d\xi G(\xi). \quad (8)$$

### 2.2. Темновой ток

Для вычисления темнового тока используем уравнение (3), записанное в виде

$$D\partial^2 n/\partial z^2 - (n - n_{p0})/\tau = 0, \quad (9)$$

вместе с граничными условиями, заменяющими в этом случае условия (4),

$$n|_{z=0} = n_{p0} \exp(eV/T), \quad (10a)$$

$$-D\partial n/\partial z|_{z=d} = s_d(n|_{z=d} - n_{p0}). \quad (10б)$$

Решая уравнение (9) вместе с граничными условиями (10a), (10б), получаем

$$n(z) = n_{p0} \left\{ 1 + [\exp(eV/T) - 1] \times \left( \operatorname{ch} \frac{d-z}{L} + \frac{Ls_d}{D} \operatorname{sh} \frac{d-z}{L} \right) / \left( \operatorname{ch} \frac{d}{L} + \frac{Ls_d}{D} \operatorname{sh} \frac{d}{L} \right) \right\}. \quad (11)$$

Отсюда вытекает выражение для плотности электронного темнового тока:

$$i_{nd} = eD\partial n/\partial z|_{z=0} = -e(n_i^2/N_a) \frac{D}{L} \left[ \exp(eV/T) - 1 \right] \times \left( \operatorname{th} \frac{d}{L} + \frac{Ls_d}{D} \right) / \left( 1 + \frac{Ls_d}{D} \operatorname{th} \frac{d}{L} \right). \quad (12)$$

Здесь учтено, что  $n_{p0} = n_i^2/N_a$ . Для высокоэффективных солнечных элементов, где выполняются условия (7a), (7б), из формул (11), (12) находим:  $n(z) \approx (n_i^2/N_a) \exp(eV/T)$  и

$$i_{nd} \approx -e(d/\tau + s_d)(n_i^2/N_a) [\exp(eV/T) - 1]. \quad (12a)$$

В этом случае плотность тока насыщения  $i_s$  есть сумма плотности тока насыщения базы  $i_{sb}$  и плотности тока насыщения тыльного контакта  $i_{sbc} \approx en_i^2 s_d/N_a$ . Здесь не учтена рекомбинация дырок на лицевой поверхности полупроводника, в прилегающем к ней  $n^+$ -слое и внутри  $p$ - $n$ -перехода, т. е. при  $z = 0$ . Обозначив плотность темнового тока дырок  $i_{pd}$  и введя ЭСПР  $s_{0p}$  через плотность тока насыщения лицевого контакта  $i_{sfc}$  как

$i_{sfc} = en_i^2 s_{0p} / N_a$ , получаем выражение для полной плотности темнового тока:

$$i_d = i_{nd} + i_{pd} = -e(d/\tau + s_d + s_{0p})(n_i^2/N_a)[\exp(eV/T) - 1], \quad (13)$$

а из него выражения для полной плотности тока насыщения и для эффективной скорости рекомбинации в солнечном элементе  $s_{\text{eff}}$ :

$$i_s = i_{sfc} + i_{sb} + i_{sbc} = e(d/\tau + s_d + s_{0p})(n_i^2/N_a) = es_{\text{eff}}(n_i^2/N_a).$$

Отсюда находим для солнечных элементов из [1]:  $s_{\text{eff}} = 660 \text{ см/с}$  и  $s_{\text{eff}}\tau/d \gg 1$  (здесь использовались те же параметры, что и ранее при оценках по формулам (1а), (1б), (2)).

### 3. Островковый солнечный элемент (островки с лицевой стороны)

Заменим  $n^+$ -слой  $n^+$ -островками, расположенными с периодами  $a$  и  $b$  вдоль осей  $X$  и  $Y$ . Поверхность островка (значит, и границу  $p$ - $n$ -перехода) полагаем полусферой радиуса  $r_0 < a, b$ . Далее решаем уравнение (3) в этой геометрии.

#### 3.1. Фототок

Найдем фототок, собираемый с площади  $A = ab$  островком с центром при  $r = 0$ , где  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . На  $p^+$ -контакте верно прежнее условие (4б). Так как на боковых поверхностях отсутствует нормальный поток неосновных носителей, отсюда имеем:

$$\partial n / \partial x|_{x=a/2, -a/2} = 0, \quad (14a)$$

$$\partial n / \partial y|_{y=b/2, -b/2} = 0, \quad (14б)$$

Граничное условие (4а) в данной геометрии заменяют два условия:

$$\text{при } r = r_0 \quad n|_{r=r_0} = 0, \quad (15a)$$

$$\text{при } z = 0, \quad r > r_0 \quad D \partial n / \partial z|_{z=0} = s_{0n} n|_{z=0}. \quad (15б)$$

Условие (15а), как и (4а), отражает резкое снижение концентрации носителей вблизи  $p$ - $n$ -перехода по сравнению с их концентрацией в глубине базы, а условие (15б) описывает поток электронов на лицевой поверхности полупроводника при ЭСПР  $s_{0n}$ .

Задача с граничными условиями (15а), (15б) относится к классу некорректно поставленных. Решаем ее, применив физический подход, использующий большой и малый параметры: радиус  $r_0$  полагаем очень малым, а диффузионную длину  $L$  очень большой,

$$r_0 \ll a, b, d \ll L, \quad (16)$$

и покажем, что в этом случае ток насыщения солнечного элемента можно резко снизить при сохранении высокой эффективности преобразования света.

В условиях (16) концентрация электронов однородна в плоскости  $XY$  почти во всей базе (см. далее), исключая малые области радиуса в несколько  $r_0$  вокруг  $n^+$ -островков. Поэтому почти во всей базе она описывается формулой (5) с граничным условием (4б).

Для вывода второго граничного условия, замещающего условие (4а), рассмотрим процессы в базе на расстояниях от  $n^+$ -островка, малых в сравнении с  $a, b, d$ . Так как генерация и рекомбинация электронов в этой малой области слабо влияют на их поток, в уравнении (3) ими можно пренебречь. Мал в этой области и вклад поверхностной рекомбинации, что позволяет изменить условие (15б) на  $\partial n(z)/\partial z|_{z=0} = 0$ . При этом наша задача приобретает сферическую симметрию и уравнение (3) принимает вид

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial n}{\partial r} \right) = 0. \quad (17)$$

Его решение при  $r \geq r_0$ , удовлетворяющее условию (15а), имеет вид

$$n(r) = C(1/r_0 - 1/r), \quad (18)$$

где  $C$  — произвольная константа. Поток электронов, текущих в  $p$ - $n$ -переход,  $J_{n^+}$ , равен

$$J_{n^+} = -2\pi r_0^2 D \partial n(r) / \partial r|_{r=r_0} = -2\pi C D. \quad (19)$$

Изучим поведение концентрации и потока электронов при значениях  $r$  из интервала

$$r_0 \ll r \ll a, b, d. \quad (20)$$

Концентрация электронов при таких  $r$  слабо зависит от расстояния до ближайшего  $n^+$ -островка (см. (18)), т.е. почти однородна в плоскости  $XY$ . Поэтому при  $z \geq r$  ее хорошо описывает формула (5), а так как такие  $r$  гораздо меньше характерных длин формулы (5), то при них концентрация и плотность потока электронов близки к значениям  $n(0)$  и  $j(0) = -D \partial n / \partial z|_{z=0}$ , следующим из формулы (5). Этот поток идет в  $n^+$ -островок и на поверхностную рекомбинацию. Объемная рекомбинация здесь мала в меру правого неравенства (16). Поэтому  $j(0) = J_{n^+} / A - s_{0n} n(0)$ , так как в один  $n^+$ -островок втекает поток с площади  $A$ . Так как из формул (18) и (19) имеем  $J_{n^+} = -2\pi D r_0 n(0)$ , отсюда выводим второе граничное условие для формулы (5), замещающее формулу (4а),

$$-D \partial n(z) / \partial z|_{z=0} = -(2\pi D r_0 / A + s_{0n}) n(0). \quad (21)$$

Из формул (5), (4б) и (21) получаем выражение для концентрации электронов

$$n(z) = \frac{L}{D} \frac{[L(\frac{2\pi r_0}{A} + \frac{s_{0n}}{D}) \text{sh} \frac{z}{L} + \text{ch} \frac{z}{L}] \times \int_0^d d\xi G(\xi) \left( \text{ch} \frac{d-\xi}{L} + \frac{s_d L}{D} \text{sh} \frac{d-\xi}{L} \right)}{L(\frac{2\pi r_0}{A} + \frac{s_{0n} + s_d}{D}) \text{ch} \frac{d}{L} + (1 + \frac{\tau s_{0n} s_d}{D} + \frac{2\pi r_0 \tau s_d}{A}) \text{sh} \frac{d}{L} - \frac{L}{D} \int_0^z d\xi G(\xi) \text{sh} \frac{z-\xi}{L}},$$

из которого находим фототок  $n^+$ -островка  $I_{Li} = eA \times [D \partial n / \partial z]_{z=0} - s_{0n} n(0)$ :

$$I_{Li} = \frac{eA \int_0^d d\xi G(\xi) \{ [\text{ch}(d - \xi)/L] + (s_d L/D) \text{sh}[(d - \xi)/L] \}}{[1 + A(s_{0n} + s_d)/2\pi r_0 D] \text{ch}(d/L) + [L s_d/D + A(1 + \tau s_{0n} s_d/D)/2\pi r_0 L] \text{sh}(d/L)} \quad (22)$$

Сравнив формулу (22) с формулой (6), находим, что плотность фототока в одномерной задаче и фототок  $n^+$ -островка,  $I_{Li}$ , связаны соотношением

$$I_{Li} = A i_L / \{ 1 + (A/2\pi r_0 L) [L(s_{0n} + s_d)/D + (1 + \tau s_{0n} s_d/D) \text{th}(d/L)] / [1 + (L s_d/D) \text{th}(d/L)] \}. \quad (23)$$

Для высокоэффективных солнечных элементов (в условиях (7)) его можно упростить:

$$I_{Li} = A i_L / [1 + A(d/\tau + s_{0n} + s_d)/2\pi r_0 D]. \quad (24)$$

Отсюда вытекает, что островковый солнечный элемент будет высокоэффективным в условиях (16), если радиус островка находится в диапазоне

$$A(d/\tau + s_{0n} + s_d)/2\pi D \ll r_0 \ll a, b, d. \quad (25)$$

### 3.2. Темновой ток

Здесь решим уравнение (3) при  $G(z) = 0$  с граничными условиями из предыдущего раздела, с той лишь разницей, что при приложении напряжения  $V$  граничное условие на поверхности  $n^+$ -островка (15а) нужно заменить следующим:

$$\text{при } r = r_0 \quad n|_{r=r_0} = n_{p0} \exp(eV/T). \quad (26)$$

В эффективном солнечном элементе (см. (7)) рекомбинация слаба и концентрация инжектируемых носителей почти однородна:  $n(x, y, z) \approx n_{p0} \exp(eV/T)$  (см. (11)). Поэтому темновой ток, протекающий через  $n^+$ -островок,  $I_{di}$ , равен (сравни с (13))

$$I_{di} \approx -eA(d/\tau + s_{0n} + s_d + 2\pi r_0^2 s_{0pM}/A) \times n_{p0} [\exp(eV/T) - 1], \quad (27)$$

где  $s_{0pM}$  — ЭСПР дырок у металла и учтено, что рекомбинация электронов идет почти у всей лицевой поверхности солнечного элемента, а дырок — лишь внутри  $n^+$ -островов. Это резко снижает вклад их рекомбинации, несмотря на ее очень высокую скорость.

В Приложении эти результаты обобщены на случай эллипсоидальной поверхности  $n^+$ -островка. Если ее второй главный радиус равен  $\beta r_0$ , то  $2\pi$  в формуле (24) нужно заменить на  $f(\beta)$  (см. формулы (П.9), (П.11)), а  $2\pi$  в формуле (27) заменить на  $\pi g(\beta)$  (см. (П.14), (П.15)). Если поверхность плоская (т.е.  $\beta = 0$ ), то  $f(0) = 4$ ,  $g(0) = 1$ .

## 4. Основные характеристики солнечных элементов

Сравним свойства стандартного и островкового элементов с одинаковой площадью  $S$ . Их токи,  $I$  и  $I_L$ , как следует из формул (8), (13) и (24), (27), равны:

$$I = S i_L - eS(d/\tau + s_{0p} + s_d) n_{p0} [\exp(eV/T) - 1], \quad (28)$$

$$I_L = S i_L / \left[ 1 + \frac{A}{2\pi r_0 D} \left( \frac{d}{\tau} + s_{0n} + s_d \right) - eS \left( \frac{d}{\tau} + s_{0n} + s_{dl} + \frac{2\pi r_0^2}{A} s_{0pM} \right) n_{p0} (e^{eV/T} - 1) \right]. \quad (29)$$

В формуле (29) обозначение  $s_{dl}$  заменяет  $s_d$ . Пренебрегая поправками порядка  $i_s/i_L$ , из формул (28), (29) находим связи между токами короткого замыкания  $I_{sc} = S i_L$ ,  $I_{sc}$  и напряжениями холостого хода  $V_{oc} \approx (T/e) \ln\{i_L/[e(d/\tau + s_d + s_{0p}) n_{p0}]\}$ ,  $V_{oc}$ :

$$I_{sc} = I_{sc} / [1 + A(d/\tau + s_{0n} + s_{dl})/2\pi r_0 D], \quad (30)$$

$$V_{oc} = V_{oc} + \frac{T}{e} \ln \left[ \frac{1}{1 + A(d/\tau + s_{0n} + s_{dl})/2\pi r_0 D} \times \frac{d/\tau + s_d + s_{0p}}{d/\tau + s_{dl} + s_{0n} + 2\pi r_0^2 s_{0pM}/A} \right]. \quad (31)$$

Таким образом, при

$$d/\tau + s_{0n} + s_{dl} + 2\pi r_0^2 s_{0pM}/A \ll d/\tau + s_d + s_{0p}$$

можно заметно повысить напряжение холостого хода. Из формул (28)–(31) следует, что мощности  $P = IV$ , производимые этими солнечными элементами, достигают максимумов  $P_m$  и  $P_{I,m}$  при напряжениях  $V_m$ ,  $V_{I,m}$  и токах  $I_m$ ,  $I_{I,m}$ , определяемых выражениями

$$V_m + (T/e) \ln(1 + eV_m/T) = V_{oc}, \quad (32a)$$

$$V_{I,m} + (T/e) \ln(1 + eV_{I,m}/T) = V_{Ioc}, \quad (32b)$$

$$I_m = I_{sc}/(1 + T/eV_m), \quad (33a)$$

$$I_{I,m} = I_{sc}/(1 + T/eV_{I,m}). \quad (33b)$$

Найдем радиус  $r_{0,\text{opt}}$ , при котором мощность  $P_{I,m}(r_0)$  максимальна. Приравняв нулю ее производную по  $r_0$  и используя формулы (32б) и (33б), получаем условие

$$d \ln(I_{sc})/dr_0 V_{I,m} + dV_{Ioc}/dr_0 = 0.$$

Отсюда и из формул (30), (31) находим связь  $r_{0,\text{opt}}$  с другими параметрами солнечного элемента (далее обозначим:  $V_{I,m}(r_{0,\text{opt}}) \equiv V_{\text{opt}}$ ,  $I_{I,m}(r_{0,\text{opt}}) \equiv I_{\text{opt}}$ ,  $P_{\text{opt}} = V_{\text{opt}} I_{\text{opt}}$ ):

$$\frac{A}{4\pi r_{0,\text{opt}} D} \left( \frac{d}{\tau} + s_{dl} + s_{0n} \right) \left( \frac{eV_{\text{opt}}}{T} - 1 \right) \times \left[ 1 + \frac{A}{2\pi r_{0,\text{opt}}^2 s_{0pM}} \left( \frac{d}{\tau} + s_{dl} + s_{0n} \right) \frac{eV_{\text{opt}} + T}{eV_{\text{opt}} - T} \right] = 1. \quad (34)$$

Для вычисления величин  $V_{\text{opt}}$  и  $I_{\text{opt}}$  введем переменные  $u$  и  $U$ :

$$u = \frac{A(d/\tau + s_{dl} + s_{0n})}{4\pi D r_{0,\text{opt}}} \left( \frac{eV_{\text{opt}}}{T} - 1 \right), \quad (35a)$$

$$U = \frac{A s_{0pM}(d/\tau + s_{dl} + s_{0n})}{8\pi D^2} \frac{(eV_{\text{opt}}/T - 1)^3}{eV_{\text{opt}}/T + 1}. \quad (35b)$$

В таких переменных уравнение (34) принимает вид (причем  $0 \leq u < 1$ ):

$$U = u^3/(1 - u). \quad (36)$$

С помощью формул (30)–(33), (35), (36) выражаем  $V_{\text{opt}}$  и  $I_{\text{opt}}$  через переменную  $u$ :

$$I_{\text{opt}} = I_{sc} / \left( 1 + \frac{T}{eV_{\text{opt}}} \right) \left( 1 + \frac{2u}{eV_{\text{opt}}/T - 1} \right), \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \frac{V_{\text{opt}} - V_m}{T/e} + \ln \left( 1 + \frac{V_{\text{opt}} - V_m}{V_m - T/e} \right) &= \ln \left( \frac{d/\tau + s_d + s_{0p}}{d/\tau + s_{dl} + s_{0n}} \right) \\ &\times \frac{1}{1 + 2uT/(eV_{\text{opt}} - T)} \\ &\times \frac{1}{1 + [u/(1 - u)] [(eV_{\text{opt}} + T)/(eV_{\text{opt}} - T)]}. \end{aligned} \quad (38)$$

Из формул (37), (38) видно, что величины  $V_{\text{opt}}$  и  $I_{\text{opt}}$ , а с ними и мощность  $P_{\text{opt}}$  растут при уменьшении  $u$ . Своего максимума,  $P_{\text{lim}}$ , величина  $P_{\text{opt}}$  достигает при  $u = 0$ :

$$\begin{aligned} P_{\text{lim}} &= V_{\text{lim}} I_{sc} / \left( 1 + \frac{T}{eV_{\text{lim}}} \right) \\ &= P_m \frac{V_{\text{lim}}}{V_m} \left( 1 + \frac{T}{eV_m} \right) / \left( 1 + \frac{T}{eV_{\text{lim}}} \right), \end{aligned} \quad (39)$$

где величина  $V_{\text{lim}}$  находится из решения уравнения

$$\frac{V_{\text{lim}} - V_m}{T/e} + \ln \left( 1 + \frac{V_{\text{lim}} - V_m}{V_m + T/e} \right) = \ln \left( \frac{d/\tau + s_d + s_{0p}}{d/\tau + s_{dl} + s_{0n}} \right). \quad (40)$$

Из формул (35) и (36) следует, что оптимальные радиус и площадь равны

$$r_{0,\text{opt}} = \frac{u^2}{1 - u} \frac{2DT(eV_{\text{opt}} + T)}{s_{0pM}(eV_{\text{opt}} - T)^2}, \quad (41a)$$

$$A = \frac{u^3}{1 - u} \frac{8\pi D^2 T^2 (eV_{\text{opt}} + T)}{s_{0pM}(d/\tau + s_{dl} + s_{0n})(eV_{\text{opt}} - T)^3}. \quad (41b)$$

Поэтому при  $u = 0$   $r_{0,\text{opt}} = 0$ ,  $A = 0$ , и чем меньше выбранный радиус  $n^+$ -островка, тем меньше  $u$  и  $A$ . Из формул (39) и (40) также вытекает следующее равенство:

$$\frac{2\pi r_{0,\text{opt}}^2 s_{0pM}}{A(d/\tau + s_{dl} + s_{0n})} = \frac{u(1 + T/eV_{\text{opt}})}{(1 - u)(1 - T/eV_{\text{opt}})}.$$

Так как левая часть равенства — отношение токов рекомбинации внутри и вне  $n^+$ -островка, его правая часть говорит, что при  $u \ll 1$  вклад рекомбинации внутри  $n^+$ -островка мал.

## 5. Эффективные скорости поверхностной рекомбинации

Сейчас главный ограничитель эффективности солнечных элементов — высокие ЭСПР  $s_{0p}$  и  $s_d$ . Они высоки из-за того, что очень высоки СПР на лицевой и тыльной поверхностях полупроводника,  $s_f$  и  $s_b$ . Хотя благодаря потенциальным барьерам подход неосновных носителей к этим поверхностям затруднен, и  $s_{0p} \ll s_f$ ,  $s_d \ll s_b$ , этого оказывается недостаточно. Для дальнейшего снижения  $s_{0p}$  и  $s_d$  нужно сильно снизить  $s_f$  и  $s_b$ . Далее обсуждаются возможности такого снижения.

ЭСПР наиболее высока на границе с металлом. Для лицевой поверхности это не важно, так как металл покрывает ее малую долю ( $\sim 4\%$  в элементах с кпд 19% [6]), а вот тыльная поверхность обычно полностью покрыта металлом. На такой границе СПР  $s_b$  достигает  $10^7$  см/с [7]. У границы с металлом  $p^+$ -слой сильно снижает ЭСПР  $s_d$  в сравнении с  $s_b$ . Однако этого недостаточно. Так, в элементах с кпд 19%  $s_d = 400$  см/с [6] и  $s_{\text{eff}} = 660$  см/с (см. разд. 2), т.е. именно высокая ЭСПР на границе с металлом — главный ограничитель их эффективности. Для снижения  $s_d$  на тыльную поверхность наносят диэлектрик, а поверх него металл, контактирующий с  $p^+$ -слоем лишь в узких прорезях [6]. Тогда основная рекомбинация идет на границе с диэлектриком,  $s_d$  снижается до  $\sim 150$  см/с и кпд элемента заметно растет [6]. Однако снизить  $s_d$  еще сильнее не позволяет то, что и на этой границе СПР очень высокая:  $s_b \approx 45\,000$  см/с [6].

Дело в том, что СПР сильно растет с усилением легирования кремния у границы с диэлектриком. Так, в работе [7] при концентрации фосфора у поверхности  $\sim 7.5 \cdot 10^{18}$  см $^{-3}$  СПР менялась от 200 до 1000 см/с в зависимости от метода пассивации, а при  $\sim 2 \cdot 10^{20}$  см $^{-3}$  достигала  $(2-3) \cdot 10^4$  см/с и слабо зависела от метода пассивации. В работе [3] при концентрации фосфора у поверхности  $1.5 \cdot 10^{18}$  см $^{-3}$  СПР равна 300 см/с, а при  $\sim 5 \cdot 10^{19}$  см $^{-3}$  достигала  $\sim 2 \cdot 10^4$  см/с. В образцах с концентрацией  $\sim 3 \cdot 10^{15}$  см $^{-3}$  бора или фосфора при разных методах пассивации СПР менялась от 10 до 100 см/с [8] и составляла  $\sim 10$  см/с в Si(B) при концентрации бора  $\sim 10^{16}$  см $^{-3}$  [9]. При несильном легировании СПР повышается на текстурированной поверхности, но при сильном легировании этот эффект исчезает [3].

Объяснение этих фактов следует из наличия у границы полупроводник–диэлектрик локальных состояний электронов и дырок, созданных благодаря флуктуациям заряда, встроенного в диэлектрик. Теория таких состояний [10,11] позволила описать свойства поверхностных состояний на границе Si : SiO $_2$  исходя из типичных для SiO $_2$  плотностей положительно и отрицательно заряженных центров:  $\Sigma_+ \sim \Sigma_- \sim 10^{12}$  см $^{-2}$  [12]. Флуктуация с положительным зарядом связывает электрон, а с отрицательным — дырку. Чем больше заряд флуктуации, тем больше энергия связи, а вероятность ее образования меньше и растет с ростом  $\Sigma_+$  и  $\Sigma_-$ .

Поэтому плотности таких состояний убывают в глубь запрещенной зоны и растут с ростом  $\Sigma_+$  и  $\Sigma_-$ . Состояния с энергией связи до  $\sim (0.3-0.4)$  эВ создают гауссовы флуктуации плотности центров [10]. При большей энергии связи их создают гибридные флуктуации с пуассоновским (негауссовым) скоплением притягивающих центров внутри притягивающей гауссовой флуктуации [11,13]. Размер пуассоновской флуктуации мал, и электрон связан (дырка связана) на ней квантовомеханически. Размер гауссовой флуктуации велик, и она классически углубляет квантовый уровень. С ростом энергии связи доля в ней классического сдвига падает, а доля квантовой локализации растет. Плотность таких гибридных состояний на границе Si : SiO<sub>2</sub> при энергии связи  $\sim 0.55$  эВ составляет  $\sim (10^{10}-10^{11})$  эВ<sup>-1</sup> · см<sup>-2</sup> и при повышении энергии снижается не очень резко ввиду роста вклада пуассоновских флуктуаций [11]. Поскольку эти состояния созданы на притягивающих центрах, они захватывают, причем быстро, лишь носители из своей разрешенной зоны.

Для рекомбинации носитель должен туннелировать между такими состояниями, электронным и дырочным, лежащими в разных точках границы раздела [14], а чтобы этот процесс был не слишком медленным, отличие суммы их энергий связи  $\varepsilon_{be}$  и  $\varepsilon_{bh}$  от ширины запрещенной зоны кремния  $\varepsilon_G$  не должно превышать энергию оптического фонона. Тогда процесс будет прямым или непрямым однофононным, а его время равно произведению очень малого времени (порядка  $\hbar/\varepsilon_b$  при прямом туннелировании, а при непрямом порядка времени электрон-фононного рассеяния, см. [11,14]) и большой экспоненты, отражающей низкую вероятность туннелирования, так как его характерная длина мала по сравнению с расстоянием между электронным и дырочным состояниями. Понятно, что эта экспонента будет расти, а СПР снижаться с уменьшением плотностей  $\Sigma_+$  и  $\Sigma_-$  (с улучшением качества границы раздела), причем чем ниже эти плотности, тем резче будут изменения. Рекомбинация у поверхности всегда значима ввиду наличия значительных плотностей и электронных и дырочных связанных состояний.

Отсюда вытекает объяснение закономерностей СПР, описанных в работах [3,7-9]. Так, чем больше плотности  $\Sigma_+$  и  $\Sigma_-$ , а с ними и плотность поверхностных состояний, тем выше СПР. В этом причина зависимости СПР от метода пассивации [8]. Плотности  $\Sigma_+$  и  $\Sigma_-$  зависят от ориентации поверхности и минимальны при ориентации [100] [10,15]. Вот и СПР на поверхности [100] ниже, чем на текстурированных поверхностях [3].

Это верно, пока концентрация примеси у поверхности полупроводника  $N_S$  такова, что среднее расстояние между атомами примеси больше расстояния между зарядами в диэлектрике, т.е. при  $N_S < \Sigma^{3/2} \sim 10^{18}$  см<sup>-3</sup>. Такое легирование слабо влияет на СПР. Если же полупроводник легирован сильно, скажем, донорами, так что  $N_S \gg 10^{18}$  см<sup>-3</sup>, то в нем очень высока плотность глубоких электронных состояний, создаваемых в основном

пуассоновскими скоплениями доноров [16]. У границы с SiO<sub>2</sub> их плотность будет выше, чем в объеме, так как потенциал заряженного центра в объеме Si равен  $e/\varepsilon_s r$ , а на границе Si : SiO<sub>2</sub> —  $2e/(\varepsilon_s + \varepsilon_i)r$  (здесь  $\varepsilon_s \approx 12$  и  $\varepsilon_i \approx 4$  — диэлектрические проницаемости Si и SiO<sub>2</sub>), т.е. он в 1.5 раза больше, чем в объеме. При этом плотность поверхностных состояний для электронов, созданных скоплениями доноров, будет намного больше, чем созданных флуктуациями плотности заряженных центров в диэлектрике.<sup>1</sup> Поэтому расстояние между состояниями электрона и дырки сильно сокращается, что ведет к очень сильному росту вероятности туннелирования и уменьшению времени туннелирования и резкому росту СПР. При этом время туннелирования перестает зависеть от расстояний между зарядами, встроенными в диэлектрик, и зависимость СПР от ориентации поверхности полупроводника практически исчезает.

## 6. Островковый солнечный элемент (островки с обеих сторон)

Эффективность островкового солнечного элемента растет при снижении скорости рекомбинации  $d/\tau + s_{dl} + s_{on}$  (см. формулы (38), (40)). Скорость можно снизить до  $\sim 1$  см/с, так как на этой границе полупроводник не сильно легирован, а кроме того, тут можно создать потенциальный барьер для электронов, например, встроив в диэлектрик отрицательный заряд. Скорость  $d/\tau$  при  $d = 0.02$  см можно снизить до 6 см/с, повысив  $\tau$  до  $3.4 \cdot 10^{-3}$  с (см. разд. 1). Иное дело ЭСПР  $s_{dl}$ . Ее не удастся снизить до величины менее  $\sim 150$  см/с, так как у этой поверхности полупроводник легирован до  $\sim (10^{20}-10^{21})$  см<sup>-3</sup> (см. разд. 5).

Однако можно сильно снизить  $s_{dl}$ , создав контактные островки и на тыльной стороне. Для этого у тыльной поверхности базы создается тонкий слой с концентрацией дырок,  $p^+ \approx (1-3) \cdot 10^{18}$  см<sup>-3</sup>, на который наносится диэлектрик, а на него — металл, контактирующий с этим слоем в узких „окнах“, где концентрация дырок  $p^{++}$ , достаточно высока, ( $\sim 10^{20}-10^{21}$ ) см<sup>-3</sup>, чтобы сопротивление контакта было мало. При  $p^+ \sim 10^{18}$  см<sup>-3</sup> верна формула  $s_{dl} \approx s_b N_a / p^+$ , так как при такой концентрации сужение запрещенной зоны и оже-рекомбинация в тонком  $p^+$ -слое будут малы. Так как при  $p^+ \sim 10^{18}$  см<sup>-3</sup> скорость  $s_b$  попадает в диапазон 100–300 см/с (см. разд. 5), то  $s_{dl}$  можно снизить до значений  $\sim 1$  см/с, а скорость рекомбинации  $d/\tau + s_{dl} + s_{on}$  — до  $\sim 10$  см/с.

Последовательное сопротивление такой структуры можно сделать малым, слабо снижающим эффективность солнечного элемента. Это видно из следующего анализа. Положим, что  $p^{++}$ -островки имеют радиус  $r_b$  и следуют с периодом  $d$  вдоль осей  $X$  и  $Y$ , проводимость

<sup>1</sup> Отметим, что с ростом легирования плотности электронных и дырочных поверхностных состояний, созданных центрами, встроенными в диэлектрик, будут уменьшаться, так как электронное экранирование будет подавлять вклад крупномасштабных флуктуаций в энергию связи.

Оптимизированные характеристики островковых солнечных элементов при нескольких значениях параметров  $r_{0,\text{opt}}$  и  $d/\tau + s_{dl} + s_{0n}$

$d/\tau + s_{dl} + s_{0n}, \text{см/с}$ →	10			20			30		
$r_{0,\text{opt}}, \text{МКМ}$	$A, \text{см}^2$	$V_{\text{opt}}, \text{В}$	$\eta, \%$	$A, \text{см}^2$	$V_{\text{opt}}, \text{В}$	$\eta, \%$	$A, \text{см}^2$	$V_{\text{opt}}, \text{В}$	$\eta, \%$
5	$1.86 \cdot 10^{-4}$	0.642	22.36	$9.46 \cdot 10^{-5}$	0.625	21.76	$6.36 \cdot 10^{-5}$	0.615	21.41
10	$5.00 \cdot 10^{-4}$	0.639	22.10	$2.54 \cdot 10^{-4}$	0.622	21.51	$1.71 \cdot 10^{-4}$	0.612	21.16
15	$8.83 \cdot 10^{-4}$	0.636	21.92	$4.49 \cdot 10^{-4}$	0.619	21.33	$3.02 \cdot 10^{-4}$	0.609	20.98

$p^+$ -слоя равна  $\sigma$  (измеряется в Ом/□), а плотность тока в работающем солнечном элементе равна  $i_m$ . Один островок собирает ток из квадрата со стороной  $d$  и с центром в центре островка. Это происходит благодаря созданию в  $p^+$ -слое поля  $E(r, \varphi)$ , направленного вдоль этого слоя по радиусу  $r$  к центру островка. Здесь  $\varphi$  — угол вокруг этого центра ( $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ). Это поле находим, приравняв ток в слое, текущий через участок длиной  $rd\varphi$ , току солнечного элемента, приходящемуся на площадь трапеции с основаниями  $rd\varphi$ ,  $R(\varphi)d\varphi$  и высотой  $R(\varphi) - r$ , где  $R(\varphi)$  — граница квадрата ( $R(\varphi) = d/2 \cos \varphi$  при  $\pi/4 \leq \varphi \leq 3\pi/4$  и  $3\pi/4 \leq \varphi \leq 5\pi/4$ ,  $R(\varphi) = d/2 \sin \varphi$  при  $\pi/4 \leq \varphi \leq 3\pi/4$  и  $5\pi/4 \leq \varphi \leq 7\pi/4$ ). Отсюда следует

$$E(r, \varphi) = [R^2(\varphi)/r - r] i_m / 2\sigma. \quad (42)$$

Поэтому мощность, теряемая в квадрате со стороной  $d$  этого слоя, равна

$$P_l = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{r_b}^{R(\varphi)} dr r \sigma E^2(r, \varphi) \approx (i_m^2 d^4 / 6\sigma) \ln(d/2r_b),$$

а ее отношение к производимой здесь мощности  $P_L = i_m V_m d^2$  составляет

$$P_l/P_L \approx (i_m d^2 / 6\sigma V_m) \ln(d/2r_b). \quad (43)$$

Оценим эти потери. При толщине  $p^+$ -слоя 2 мкм,  $p^+ = 2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ,  $\mu = 100 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ ,  $\sigma = 6.4 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}^{-1}$ . Тогда при  $V_m = 0.6 \text{ В}$ ,  $i_m = 0.04 \text{ А/см}^2$ ,  $d = 200 \text{ мкм}$  и  $r_b = 10 \text{ мкм}$  из формулы (43) имеем:  $P_l/P_L \approx 0.015$ , т.е. при эффективности солнечного элемента  $\eta \approx 20\%$  потери на последовательное сопротивление  $p^+$ -слоя составят 0.3%.

Найдем достижимые характеристики островкового элемента. При  $V_m = 0.546 \text{ В}$ ,  $d/\tau + s_{dl} + s_{0n} = 660 \text{ см/с}$  (см. [1] и разд. 2),  $d/\tau + s_{dl} + s_{0n} = 10 \text{ см/с}$  из формул (39), (40) следует:  $V_{\text{lim}} = 0.649 \text{ В}$ ,  $P_{\text{lim}}/P_m = 1.198$ . Далее из формул (38), (41а) при параметрах островка и материала  $r_{0,\text{opt}} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ см}$ ,  $s_{0pM} = 400 \text{ см/с}$ ,  $D = 30 \text{ см}^2/\text{с}$  получаем  $u \approx 0.237$ ,  $V_{\text{opt}} = 0.642 \text{ В}$ , а затем из формулы (37) получаем  $I_{\text{opt}}/I_m \approx 0.981$ ,  $P_{\text{opt}}/P_m \approx 1.152$  (чему соответствует  $\eta \approx 22.4\%$ ), а из формулы (41б) —  $A \approx 1.9 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2$ .

При эллипсоидальной поверхности  $n^+$ -островка формулы (36)–(40) не меняются, а в формулах (35а), (35б), (41б) множители  $1/4\pi$ ,  $1/8\pi$ ,  $8\pi$  заменяются соответственно на  $1/2f(\beta)$ ,  $\pi g(\beta)/4f^2(\beta)$ ,  $4f^2(\beta)/\pi g(\beta)$ , и в

формулу (41а) входит также множитель  $f(\beta)/\pi g(\beta)$ . Так, для плоского  $n^+$ -островка ( $\beta = 0$ ) в правые части формул (41а), (41б) войдут множители  $4/\pi$  для  $r_{0,\text{opt}}$  и  $8/\pi^2$  для  $A$ , и найденные ранее величины  $u$ ,  $I_{\text{opt}}$ ,  $V_{\text{opt}}$ ,  $P_{\text{opt}}$  не изменятся, если взять  $r_{0,\text{opt}} = 6.4 \cdot 10^{-4} \text{ см}$ ,  $A = 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2$ .

Характеристики островковых солнечных элементов с различными значениями параметров  $r_{0,\text{opt}}$  и  $d/\tau + s_{dl} + s_{0n}$  приведены в таблице.

## 7. Обсуждение результатов

Вычисляя характеристики островкового солнечного элемента, мы отсчитывали их от измеренных характеристик обычного элемента и тем самым неявно учли влияние последовательного сопротивления и рекомбинации в области пространственного заряда  $p$ – $n$ -перехода, снижающих фактор заполнения и эффективность солнечного элемента. Отметим, что вычисленные выше значения этой эффективности, возможно, несколько занижены, так как у островковых элементов повышен фотоотклик в коротковолновой части спектра (ввиду отсутствия  $n^+$ -слоя и пониженной СПР на лицевой поверхности). Кроме того, замена  $n^+$ -слоя на маленькие  $n^+$ -островки фактически ликвидирует влияние рекомбинации в области пространственного заряда.

Периоды следования вдоль осей  $X$  и  $Y$  островков на тыльной стороне должны быть одинаковы. Тогда при заданном последовательном сопротивлении  $p^+$ -слоя расстояние между островками можно сделать наибольшим. Периоды следования островков вдоль осей  $X$  и  $Y$  ( $a$  и  $b$ ) на лицевой стороне следует выбирать разными. Дело в том, что в использованном нами приближении эффективность солнечного элемента зависит лишь от их произведения  $A = ab$ . Поэтому расстояние между островками вдоль шин,  $a$ , следует выбирать меньше, чем расстояние в перпендикулярном направлении,  $b$ . Это позволит при минимальной, технологически допустимой ширине металлических шин максимально открыть лицевую поверхность для попадания на нее света.

Наш анализ показал, что эффективность солнечных элементов повысится ввиду сильного снижения ЭСПР ( $c \sim 100 \text{ см/с}$  до  $\sim 1 \text{ см/с}$ ), если понизить легирование  $p^+$ -слоя с  $\sim (10^{20} - 10^{21}) \text{ см}^{-3}$  до  $\sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$ . Такая оптимальная концентрация существует потому, что при

росте концентрации на эти 2–3 порядка потенциальный барьер между базой и диэлектриком растет слабее (из-за сужения запрещенной зоны), чем СПР (она растет на 2–3 порядка). При этом ЭСПР растет также из-за усиления оже-рекомбинации.

## Приложение

### Влияние формы $n^+$ -областей

Обобщим наши результаты на случай эллипсоидальной поверхности  $n^+$ -островка. В случае сплюснутого эллипсоида вращения эллипсоидальные поверхности в координатах  $\sigma, \tau, \varphi$ , таких, что  $\sigma \geq 0, -1 \leq \tau \leq 1, 0 \leq \varphi < 2\pi$ , имеют вид

$$\frac{x^2 + y^2}{t^2(1 + \sigma^2)} + \frac{z^2}{t^2\sigma^2} = 1. \quad (\text{П.1})$$

Для поверхности  $p$ – $n$ -перехода, представляющей собой в плоскости  $z = 0$  окружность радиуса  $r_0$  и проходящей при  $x = 0, y = 0$  через точку  $z = \beta r_0$ , где  $\beta < 1$ ,  $t$  и величина  $\sigma_s$  на поверхности контакта выражаются через  $r_0$  и  $\beta$  формулами  $\beta r_0 = t\sigma_s, r_0 = t\sqrt{1 + \sigma_s^2}$ . Из этих соотношений получаем

$$t = r_0\sqrt{1 - \beta^2}, \quad \sigma_s = \beta/\sqrt{1 - \beta^2}. \quad (\text{П.2})$$

Граничное условие типа (15а) на эллипсоидальном контакте имеет вид

$$n(\sigma_s = 0), \quad (\text{П.3})$$

и вместо уравнения (17) здесь решается следующее уравнение при  $\sigma_s \leq \sigma < \infty$ :

$$\Delta n \equiv \frac{1}{t^2(\sigma^2 + \tau^2)} \left\{ \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ (1 + \sigma^2) \frac{\partial n}{\partial \sigma} \right] + \frac{\partial}{\partial \tau} \left[ (1 - \tau^2) \frac{\partial n}{\partial \tau} \right] + \frac{\sigma^2 + \tau^2}{(1 + \sigma^2)(1 - \tau^2)} \frac{\partial^2 n}{\partial \varphi^2} \right\} = 0. \quad (\text{П.4})$$

Полагая, что концентрация электронов зависит лишь от координаты  $\sigma$ , из (П.4) имеем  $\partial n / \partial \sigma = C / (1 + \sigma^2)$ , где  $C$  — произвольная константа. Отсюда и условия (П.3) получаем

$$n(\sigma) = C(\arctg \sigma_s^{-1} - \arctg \sigma^{-1}). \quad (\text{П.5})$$

Используя выражение для градиента скалярной функции в ортогональных координатах

$$\nabla \Phi = \pm \left( \frac{1}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial \Phi}{\partial x^1} \mathbf{i}_1 + \frac{1}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial \Phi}{\partial x^2} \mathbf{i}_2 + \frac{1}{\sqrt{g_{33}}} \frac{\partial \Phi}{\partial x^3} \mathbf{i}_3 \right),$$

где диагональные элементы якобиана в используемых координатах равны

$$g_{\sigma\sigma} = t^2(\sigma^2 + \tau^2) / (1 + \sigma^2),$$

$$g_{\tau\tau} = t^2(\sigma^2 + \tau^2) / (1 - \tau^2),$$

$$g_{\varphi\varphi} = t^2(1 + \sigma^2)(1 - \tau^2),$$

и формулу (П.5), получаем следующее выражение для плотности потока электронов, нормального к поверх-

ности  $p$ – $n$ -перехода, расположенной при  $\sigma = \sigma_s$ :

$$\begin{aligned} D \nabla n|_{\sigma=\sigma_s} &= D \sqrt{1 + \sigma_s^2} / \left( t \sqrt{\sigma_s^2 + \tau^2} \right) \frac{\partial n}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=\sigma_s} \mathbf{i}_\sigma \\ &= DC / \left[ t \sqrt{(\sigma_s^2 + \tau^2)(1 + \sigma_s^2)} \right] \mathbf{i}_\sigma. \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

Если поверхность  $S$  есть часть поверхности  $x^k = \text{const}$ , на которой  $x^i$  и  $x^j$  образуют систему ортогональных координат, то  $d\mathbf{S} = \sqrt{g_{ii}g_{jj}} dx^i dx^j \mathbf{i}_k$ . Отсюда следует, что в координатах сплюснутого эллипсоида малый элемент поверхности  $\sigma = \sigma_s$  равен

$$d\mathbf{S}_\sigma = t^2 \sqrt{(\sigma_s^2 + \tau^2)(1 + \sigma_s^2)} d\tau d\varphi \mathbf{i}_k. \quad (\text{П.7})$$

Таким образом, поток, протекающий через поверхность  $p$ – $n$ -перехода, равен

$$\begin{aligned} J &= - \int_{S_{\text{cont}}} dS_\sigma D \nabla n|_{\sigma=\sigma_s} = - \int_0^1 d\tau \int_0^{2\pi} d\varphi DC t \\ &= -2\pi DC r_0 \sqrt{1 - \beta^2}. \end{aligned} \quad (\text{П.8})$$

Из формул (П.5) и (П.8) получаем уравнение, связывающее поток электронов и их концентрацию при значениях  $\sigma$ , таких что  $r_0 \ll \sigma r_0 \sqrt{1 - \beta^2} / \beta \ll a, b, d, L$  (см. (20)):

$$\begin{aligned} 0 &= J + 2\pi D r_0 \sqrt{1 - \beta^2} n(0) / \arctg \sigma_s^{-1} \\ &= J + f(\beta) D r_0 n(0), \end{aligned}$$

где функция  $f(\beta)$  определяется выражением

$$f(\beta) = 2\pi \sqrt{1 - \beta^2} / \arctg \left( \sqrt{1 - \beta^2} / \beta \right). \quad (\text{П.9})$$

В результате формулу (21) теперь заменяет следующее выражение:

$$-D \partial n(z) / \partial z|_{z=0} = -[f(\beta) D r_0 / ab + s_{0n}] n(0), \quad (\text{П.10})$$

откуда вытекает, что обобщение формул (23) и (24) для эллипсоидальной поверхности  $n^+$ -островка достигается заменой в них  $2\pi$  на величину  $f(\beta)$ , определенную формулой (П.9). В частности, формула (24) тогда принимает вид

$$I_{Li} = A i_L / [1 + A(d/\tau + s_{0n} + s_d) / f(\beta) r_0 D], \quad (\text{П.11})$$

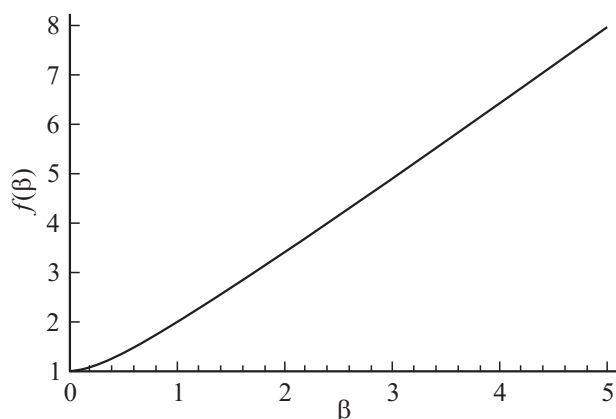
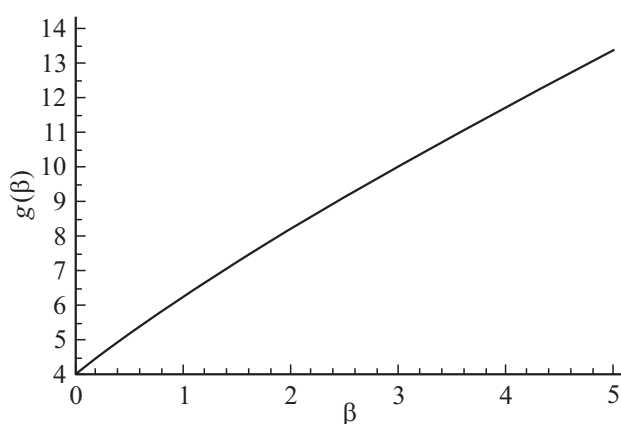
а условие (25) нужно переписать следующим образом:

$$A(d + s_{0n}\tau + s_d\tau) / [f(\beta)L^2] \ll r_0 \ll a, b. \quad (\text{П.12})$$

Найдем площадь поверхности  $n^+$ -островка,  $S_{\text{cont}}$ , используя формулы (П.2) и (П.7):

$$\begin{aligned} S_{\text{cont}} &= \int_{S_{\text{cont}}} dS_\sigma = t^2 \sqrt{1 + \sigma_s^2} \int_0^1 d\tau \sqrt{\sigma_s^2 + \tau^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \\ &= \pi r_0^2 g(\beta), \end{aligned} \quad (\text{П.13})$$



Рис. 1. Функция  $f(\beta)$ .Рис. 2. Функция  $g(\beta)$ .

где  $g(\beta)$  определяется выражением

$$g(\beta) = 1 + \beta^2 \ln \left( 1 + \sqrt{1 - \beta^2} / \beta \right) / \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (\text{П.14})$$

Теперь выражение для темнового тока  $I_{di}$  (см. (27)) принимает вид

$$I_{di} \approx -eA \left( \frac{d}{\tau} + s_{0n} + s_d + \frac{2\pi g(\beta) r_0^2}{A s_{0p}} \right) \times n_{p0} (e^{eV/T} - 1). \quad (\text{П.15})$$

Если же поверхность  $n^+$ -островка представляет вытянутый эллипсоид вращения, то из вычислений, подобных проведенным выше, снова получим формулы (П.10) и (П.13), с той лишь разницей, что функции  $f(\beta)$  и  $g(\beta)$  теперь определены при  $\beta \geq 1$  и вместо формул (П.9) и (П.14) их описывают новые формулы:

$$f(\beta) = 2\pi \sqrt{\beta^2 - 1} / \ln \left( \beta + \sqrt{\beta^2 - 1} \right), \quad (\text{П.16})$$

$$g(\beta) = 1 + \beta^2 \operatorname{arctg} \sqrt{\beta^2 - 1} / \sqrt{\beta^2 - 1}. \quad (\text{П.17})$$

Функция  $f(\beta)$  монотонно растет от 4 (при  $\beta = 0$ ) до  $2\pi$  (при  $\beta = 1$ ), и  $f(\beta) \rightarrow \infty$  при  $\beta \rightarrow \infty$ . Функция  $g(\beta)$

монотонно растет от 1 (при  $\beta = 0$ ) до 2 (при  $\beta = 1$ ), и  $g(\beta) \rightarrow \infty$  при  $\beta \rightarrow \infty$ . Графики функций  $f(\beta)$  и  $g(\beta)$  приведены на рис. 1, 2.

## Список литературы

- [1] [www.suniva.com/documents/ARTisun\\_Select\\_2013\\_04\\_08.pdf](http://www.suniva.com/documents/ARTisun_Select_2013_04_08.pdf)
- [2] <http://redc.nrel.gov/solar/spectra/am1.5/ASTMG173/ASTMG173.html>
- [3] C. Reichel, F. Granek, J. Benick, O. Schultz-Wittmann, S.W. Glunz. *Prog. Photovolt.: Res. Appl.*, **20**, 21 (2012).
- [4] M. Green. *J. Appl. Phys.*, **67**, 2944 (1999).
- [5] M.J. Kerr, A. Cuevas. *J. Appl. Phys.*, **91**, 2473 (2002).
- [6] A. Rohatgi, D. Meier. *Photovolt. International*, **10**, 87 (2010).
- [7] M.J. Kerr, J. Schmidt, A. Cuevas, J.H. Bultman. *J. Appl. Phys.*, **89**, 3821 (2001).
- [8] D.L. Meier, M.R. Page, E. Iwaniczko, Y. Xu, Q. Wang, H.M. Branz. *Proc. 17th Workshop on Crystalline Silicon Solar Cells and Modules: Materials and Processes* (Vail, CO, 2007) p. 214.
- [9] J. Schmidt, M. Kerr, P.P. Altermatt. *J. Appl. Phys.*, **88**, 1494 (2000).
- [10] В.А. Гергель, Р.А. Сулис. *ЖЭТФ*, **84**, 719 (1983).
- [11] Б.И. Фукс. *ЖЭТФ*, **102**, 555 (1992).
- [12] E.H. Nicollian, J.R. Brews. *MOS (Metal-Oxide-Semiconductor) Physics and Technology* (N.Y., Wiley, 1982) Chap. 7, 8.
- [13] Н.М. Сторонский, Б.И. Фукс. *ЖЭТФ*, **96**, 1880 (1989).
- [14] В.А. Гергель, В.М. Масловский, Р.А. Сулис. *ЖЭТФ*, **85**, 1377 (1983).
- [15] С. Зи. *Физика полупроводниковых приборов* (М., Мир, 1984) т. 1, стр. 402. [Пер. с англ.: S. Sze. *Semiconductor Devices: Physics and Technology* (N.Y., Wiley, 1981) v. 1].
- [16] Н.М. Сторонский, Б.И. Фукс. *ЖЭТФ*, **100**, 1873 (1991).

Редактор Л.В. Шаронова

## Improvement of the efficiency of silicon solar cells

B.I. Fuks

Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics, Russian Academy of Sciences, 125009 Moscow, Russia

**Abstract** It is possible to increase essentially the efficiency of a silicon solar cell because of strong decrease the dark current if replacing its continuous heavy-doped layers by numerous small heavy-doped regions, which size is much less than the distance between them. This effect is caused by the fact that the main contribution in the dark current is produced by the surface recombination which strongly increases with increasing of doping level near the interface Si:SiO<sub>2</sub>. It is shown that there exists the optimum relationship between the size and the distance at which the dark current is strongly suppressed whereas there are no essential decrease of the photocurrent due to worsening conditions for minority carriers collecting and no essential additional series resistance. This permits to essential increase of the operation voltage and the efficiency of the solar cell.