

Варіант 1

1. Знайти власні значення оператора \hat{L}^2 , які відповідають функції $Y = A(\cos\theta + 2\sin\theta\cos\varphi)$, де A – константа.

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \left\{ \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} \right\}$$

2. Чи може стан електрону в одновимірній нескінченно-глибокій потенціальній ямі шириною $2a$ описуватись хвильовою функцією $\psi = Ax^2$ (де A – константа)? Відповідь обґрунтувати.
3. Яким може бути максимальний спіновий механічний момент атому, в якого 5 електронів знаходяться у другій енергетичній оболонці? Яким при цьому буде максимальне значення орбітального механічного моменту?
4. Магнітний потік через нерухомий контур з опором R змінюється протягом інтервалу часу τ за законом $\Phi(t) = at(t - \tau)$. Знайти кількість теплоти Q , яка при цьому виділиться в контурі.
5. Електрон в атомі водню перейшов з третього енергетичного рівня на основний. Відповідно до теорії Бора, визначити енергію фотону, що при цьому випромінюється.

Варіант 2

1. Знайти результати дії операторів $\frac{d^2}{dx^2}x^2$ та $\left(\frac{d}{dx}x\right)^2$ на функцію $\cos x$.
2. Для електрону в атомі водню, стан якого описується хвильовою функцією $\psi = A \frac{r}{r_0} \exp\left(-\frac{r}{2r_0}\right)$ (A та r_0 – константи) розрахувати середнє значення його відстані від ядра.
3. Визначити можливі мультиплетності атомів літію ${}^3\text{Li}^6$ та вуглецю ${}^6\text{C}^{12}$, якщо вважати, що збуджуватися можуть лише електрони зовнішніх, незамкнених підоболонки.
4. Два конденсатори ємностями C_1 та C_2 увімкнено послідовно в коло змінного струму з амплітудою напруги U та частотою ω . Знайти амплітуду струму в колі і падіння напруги на кожному з конденсаторів.
5. Потужність випромінювання абсолютно чорного тіла дорівнює P . Знайти площу випромінюючої поверхні, якщо максимум спектральної густини його енергетичної світності припадає на довжину хвилі λ .

Варіант 3

1. Знайти комутатор операторів \hat{L}_x та \hat{p}^2 .
2. Обчислити середнє значення кінетичної енергії частинки, яка перебуває в стані $\psi(x) = A \exp(-\alpha^2 x^2)$.
3. Обчислити множник Ланде для атому в стані 3P .
4. Знайти зсув фаз між напругою і силою струму в колі, що складається з паралельно увімкнених резистора опором R , конденсатора ємністю C та послідовно під'єднаної до них котушки індуктивністю L . Частота змінного струму дорівнює ω .
5. Визначити температуру тіла при якій воно б випромінювало в n разів більше ніж поглинало. Температура оточуючого середовища T_0 .

Варіант 4

1. Знайти комутатор $[f(x), \hat{p}_x]$, де $f(x)$ – довільна функція координати.
2. Знайти середнє значення потенціальної енергії електрону в атомі водню, стан якого описується хвильовою функцією $\psi = 1/\sqrt{\pi r_0^3} \exp(-r/r_0)$.
3. Зобразити схему можливих переходів у слабкому магнітному полі для спектральної лінії, яка відповідає переходу $^2D_{3/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$.
4. Конденсатор та резистор опором R увімкнені паралельно у коло змінного струму частотою ω . Знайти ємність конденсатора, якщо зсув між напругою і струмом у колі ϕ .
5. Червона границя фотоефекту для цинку $\lambda_0 = 310$ нм. Визначити максимальну кінетичну енергію $E_{k,\max}$ фотоелектронів в електрон-вольтах, якщо на цинк падає світло з довжиною хвилі $\lambda = 200$ нм.

Варіант 5

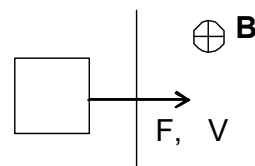
1. Знайти комутатор операторів \hat{L}_x та \hat{x} .
2. Стан електрону, що знаходиться в одновимірній нескінченно-глибокій потенціальній ямі шириною $2a$ описується хвильовою функцією $\psi = \frac{1}{\sqrt{a}} \cos\left(\frac{\pi}{2a} x\right)$.
Знайти середнє значення імпульсу цієї частинки.
3. Записати можливі терми атому з електронною конфігурацією $2p^1 3f^1$.
4. Коливальний контур радіоприймача, який складається з конденсатора та котушки, настроєний на радіостанцію, частота якої ν_0 . У скільки разів потрібно змінити ємність конденсатора, щоб приймач був настроєний на довжину хвилі λ ?
5. Електрон вибито з атому водню що перебуває в основному стані фотоном з енергією 17.7 еВ. Визначити швидкість електрону за межами атому.

Варіант 6

1. Знайти комутатор операторів \hat{L}_x та \hat{y} .
2. Стан електрону в атомі описується хвильовою функцією $\psi = A \frac{r}{r_0} \exp\left(-\frac{r}{2r_0}\right)$, де A та r_0 – сталі величини. Знайти його найбільш імовірну відстань від ядра.
3. Скориставшись правилами Хунда знайти основний терм атомів ${}_4\text{Be}^9$, ${}_6\text{C}^{12}$ та ${}_7\text{N}^{14}$.
4. В коло змінного струму частотою ω послідовно з резистором вмикають спочатку індуктивність L , а потім ємність C . Визначити опір резистора, якщо відношення амплітуд струмів, що проходять через резистор у першому та другому випадках, дорівнює k .
5. Розрахувати довжину хвилі, яка відповідає червоній границі фотоефекту для срібла, якщо робота виходу електронів для цього матеріалу дорівнює 4.28 еВ.

Варіант 7

1. Знайти комутатор операторів \hat{L}_x та \hat{z} .
2. Частинка знаходиться в одномірній прямокутній потенційній ямі з нескінченно високими стінками. Знайти масу частинки, якщо ширина ями дорівнює $2a$, а різниця енергій між 3-ім та 2-им енергетичними рівнями дорівнює ΔE .
3. Зобразити схему можливих переходів у слабкому магнітному полі для спектральної лінії, яка відповідає переходу $^2D_{5/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$.
4. Квадратна рамка з дроту з загальним опором R входить у простір де існує магнітне поле під дією зовнішньої сили F . Визначити індукцію магнітного поля, якщо рамка рухається зі сталою швидкістю V , сторона рамки L , а площа рамки перпендикулярна вектору магнітної індукції. Скільки тепла виділиться в рамці в одиницю часу в процесі входження? В який момент виділення тепла припиниться?
5. Знайти потужність P теплового випромінювання абсолютно чорної кульки радіусом $r = 15$ см, нагрітої до температури $T = 1500$ К. На якій довжині хвилі λ буде спостерігатися максимум інтенсивності випромінювання?



Варіант 8

1. Обчислити середнє значення квадрату моменту імпульсу в стані $\psi(\theta, \varphi) = A \sin \theta \cos \varphi$.

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \left\{ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right\}$$

2. Частинка масою m перебуває у потенціальному полі $U = k x^2 / 2$, а її хвильова функція має вигляд: $\psi(x) = B x \exp(-\alpha^2 x^2)$, де B та α - додатні сталі. За допомогою рівняння Шрьодінгера знайти величину α та енергію частинки у цьому стані.
3. Визначити максимально можливий орбітальний механічний момент атому, що знаходиться в стані, мультиплетність якого п'ять, а число можливих значень проекції повного механічного моменту 7. Записати спектральне позначення цього терму.
4. Соленоїд, що має індуктивність $L = 0,3$ Гн і опір $R = 10$ Ом, вмикається в коло змінного струму ($\nu = 50$ Гц) з ефективною напругою $U_d = 120$ В. Визначити амплітудне значення сили струму I_0 , зсув фаз φ між струмом і напругою в колі та потужність теплових втрат P .
5. Протон рухається в однорідному магнітному полі з індукцією B по колу радіусом R . Визначити довжину хвилі де Бройля для нього.

Варіант 9

1. Знайти результати дії операторів $\frac{d^2}{dx^2} x^2$ та $\left(\frac{d}{dx} x\right)^2$ на функцію $\exp(x)$.
2. Знайти середнє значення сили взаємодії з ядром електрону в атомі водню, стан якого описується хвильовою функцією $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi r_0^3}} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right)$.
3. Записати можливі терми для системи з двох d електронів, що знаходяться в різних електронних оболонках.
4. Котушка, яка складається з N витків дроту, розміщена в магнітному полі, лінії індукції якого направлені вздовж осі котушки. Площа поперечного перерізу котушки S , її опір R . Знайти потужність теплових втрат, якщо індукція магнітного поля рівномірно змінюється в часі зі швидкістю υ .
5. Поверхня тіла спочатку була нагріта до температури T . Через деякий час одна половина цієї поверхні нагрілась на ΔT , а друга на ΔT охолонула. В скільки разів при цьому змінилась потужність випромінювання?

Варіант 10

1. Відомо, що $[\hat{A}, \hat{B}] = 1$. Знайти комутатор $[\hat{A}^2, \hat{B}^2]$.
2. Електрон в атомі водню знаходиться в стані, який описується хвильовою функцією $\psi(r) = A(1 + Br)\exp(\alpha r)$, де A , B та α – сталі. За допомогою рівняння Шрьодінгера знайти B , α та енергію E електрону.
3. Записати можливі терми атому з електронною конфігурацією p^5 .
4. Літак летить горизонтально зі швидкістю V . Знайти різницю потенціалів, яка виникає між кінцями крил літака, якщо вертикальна складова індукції магнітного поля землі дорівнює B , а розмах крил літака - L .
5. Знайти довжини хвиль де Бройля для електрона ($m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг), що рухається зі швидкістю $v_0 = 10^6$ м/с та кульки масою $m = 1$ г що рухається зі швидкістю $v = 1$ см/с.

Варіант 11

1. Знайти комутатор операторів $\hat{A} = 6y + 5x$ та $\hat{B} = \frac{\partial^2}{\partial y \partial x}$
2. Для електрону в атомі водню, стан якого описується хвильовою функцією $\psi = 1/\sqrt{\pi r_0^3} \exp(-r/r_0)$ знайти середнє значення проекції моменту імпульсу L_z .
3. Атом знаходиться у стані, мультиплетність якого дорівнює 3, а повний механічний момент – $\hbar\sqrt{20}$. Яким може бути відповідне квантове число L ?
4. Визначити потужність, що виділяється в колі змінного струму, яке складається з паралельно з'єднаних котушки індуктивністю L , конденсатора ємністю C та послідовно приєднаного до них резистора опором R . Діюче значення напруги у колі U_0 , частота ω .
5. Яка напруженість електричного поля, що створюється ядром на четвертій борівській орбіті атома водню?

Варіант 12

1. Відомо, що $[\hat{A}, \hat{B}] = 1$. Знайти комутатор $[\hat{A}, \hat{B}^3]$.
2. Частинка масою m знаходиться в основному стані в одновимірній прямокутній потенційній ямі з нескінченно високими стінками. Максимальне значення густини ймовірності місцеперебування частинки дорівнює P_m . Знайти ширину ями та енергію частинки у цьому стані.
3. Записати можливі терми атому з електронною оболонкою $1s^2 2s^2 p^6 3s^1 p^1$.
4. Конденсатор і електрична лампочка з'єднані послідовно і увімкнені в коло змінного струму напругою U і частотою ω . Яку ємність має мати конденсатор, щоб через лампочку протікав струм I , а падіння потенціалу на ній було рівним U_1 .
5. Цезій (робота виходу 1,88 еВ) освітлюється спектральною лінією водню ($\lambda = 476$ нм). Яку найменшу затримуючу різницю потенціалів треба прикласти, щоб фотострум припинився?

Варіант 13

1. Знайти комутатор операторів \hat{x} та \hat{p}_x^2 .
2. Частинка масою m перебуває у деякому одномірному потенціальному полі $U(x)$ в стаціонарному стані, для якого хвильова функція має вигляд $\psi(x) = A \exp(-\alpha x^2)$, де A та α – відомі сталі ($\alpha > 0$). Маючи на увазі, що $U(0) = 0$, знайти вигляд $U(x)$ та енергію частинки у цьому стані.
3. Знайти максимально можливий спіновий механічний момент атому з електронною конфігурацією $3p^4 d^1$.
4. При збільшенні температури абсолютно чорного тіла в n разів довжина хвилі, на яку припадає максимум енергетичної світності зменшилась на $\Delta\lambda$. Визначити початкову температуру тіла.
5. Є два абсолютно чорних тіла. Температура одного з них $T_1 = 2500$ К. Знайти температуру другого, якщо довжина хвилі, що відповідає максимуму його випромінювальної здатності на $\Delta\lambda = 0,50$ мкм більша відповідної довжини для першого тіла.