1 - 1

Кінематика точки

Кінематика - розділ механіки, у якому розглядаються способи [математичного] опису механічного руху тіл, не зважаючи на його причини. Рівень абстракції відповідає ситуації, коли матеріальна природа тіл (точок) не важлива і вивчається геометричні властивості руху. Розрізняють

- кінематика точки — наша найближча мета.
- кінематика АТТ
- кінематика рідин та газів
- кін. неперервно деформ. тіл

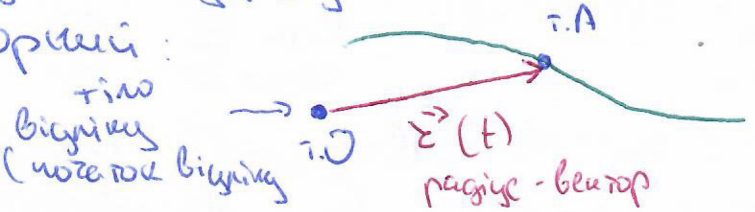
~~Для~~ Основна задача: кількісний опис рухів відносно обраної СВ, відносно інших (що рухаються); визначення кінематичних х-к.

При зміні з часом свого положення тіло (точка) описує в просторі криву, яка називається траєкторія

↓ геометричне місце кінців радіус-вектора

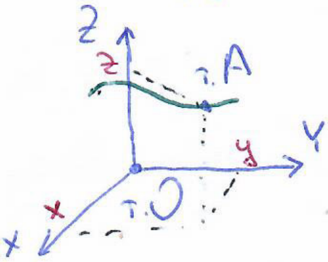
Методи опису руху:

- векторний:



$\boxed{\vec r = \vec r(t)}$ рівняння траєкторії

- координатний: для спрощення ~~руху~~ опису вводять систему координат (напр. ПДСК) але не обов'язково



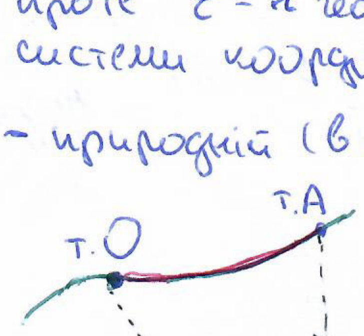
$$\left.\begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned}\right\}$$ параметричний вигляд задавання кривої

Взаємозв'язок координат можна отримати, виключивши t

$x = \cos t$
$y = \sin t$ $\Rightarrow$ $x^2 + y^2 = 1$ - явний вигляд траєкторії

звичайно, існує тісний взаємозв'язок: $\vec r = x\vec i + y\vec j + z\vec k$ проте $\vec r$ - це геом. об'єкт, який існує незалежно від вибору системи координат, а от координати ....

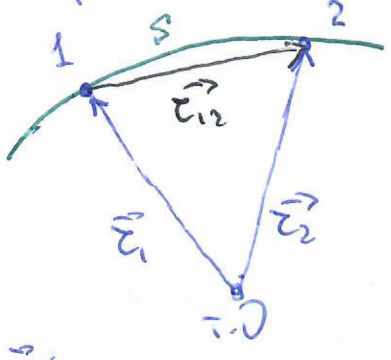
- природний (в параметрах траєкторії) - якщо траєкторія відома наперед, то положення можна описувати дуговою координатою (відстанню вздовж траєкторії)



Подія на 25-му кілометрі шосе

1-2

Загалом форма траєкторії може бути різною (⇒ розрізняють прямолінійний рух, рух по колу тощо



шлях - довжина траєкторії S

вектор переміщення: початок збігається з початковим положенням тіла, кінець = з кінцевим

шлях - скаляр, переміщення - вектор

одному й тому ж переміщенню можуть відповідати різні траєкторії, а отже й шлях

$\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1)$

$\vec{r}_2 = \vec{r}(t_2)$

$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad \vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \vec{r}_{12}$, тобто $\vec{r}_{12} = \Delta\vec{r}$ - приріст $\vec{r}$ за проміжок $\Delta t = t_2 - t_1$

Середній вектор швидкості:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \qquad \langle \vec{v} \rangle \uparrow\uparrow \Delta \vec{r}$$

якщо змінювати Δt, то мінятиметься і $\langle \vec{v} \rangle$

$\Delta t \to 0$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} \text{ - похідна}$$

Вектор швидкості (миттєва швидкість) - спрямований по дотичній до траєкторії

$$\frac{d}{dt}(\vec{r}) = \frac{d}{dt}(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} \qquad \frac{d\vec{i}}{dt} = 0$$

$v_x = \dot{x}; \quad v_y = \dot{y} \quad v_z = \dot{z}$

$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ $\qquad [v] = м/с$

модуль швидкості $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ з іншого боку

$$v = \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right| = \left| \frac{d\vec{r}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} \right| = \frac{ds}{dt} \cdot \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta S}$$

при $\Delta t \to 0$ різниця між довжиною хорди $|\Delta \vec{r}|$ та довжиною дуги ΔS, яку вона стягує прямує до нуля $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta S} \to 1$

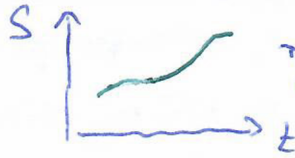
$$v = \frac{ds}{dt}$$

тобто $d\vec{r} = \vec{v}\,dt$

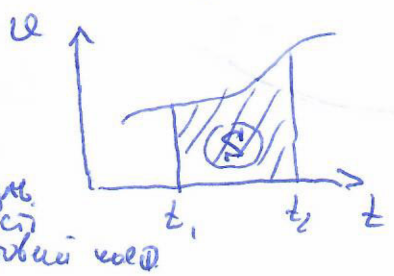
$ds = v\,dt \Rightarrow$ $\quad s_{12} = \int_{t_1}^{t_2} v(t)\,dt$ ← тобто, якщо відома залежність модуля швидкості від часу...

$$\vec{r}_{12} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{v}(t)\,dt$$

якщо є залежність



то модуль швидкості як кутовий коеф.



1-3

тобто за відомою залежністю $\vec r(t)$ отримати $\vec v(t)$ можливо.

Для розв'язку зворотної задачі необхідні початкові умови

$$\vec r(t) = \int_0^t \vec v(t)\,dt + \vec r(0) \qquad \vec r(t=0) = \vec r(0) = \vec r_0$$

В загальному випадку швидкість частинки змінюється з часом, ці зміни можна охарактеризувати прискоренням

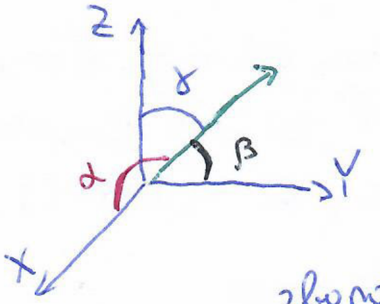
$$\vec a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec v}{dt} = \frac{d\vec v}{dt} = \dot{\vec v}$$

$\vec a$ збігається з напрямком елементарного приросту $\vec v$

$$\vec a = \frac{d}{dt}(d\vec v) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec r}{dt}\right) = \frac{d^2\vec r}{dt^2}$$ - друга похідна.

$$\vec a = (a_x, a_y, a_z) \qquad a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2};\ a_y = \qquad a_z =$$

$$|\vec a| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \qquad [a] = м/с^2$$



вектор $\vec a$ утворює з осями кути

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{a};\quad \cos\beta = \frac{a_y}{a};\quad \cos\gamma = \frac{a_z}{a}$$

$$d\vec v = \vec a\, dt$$

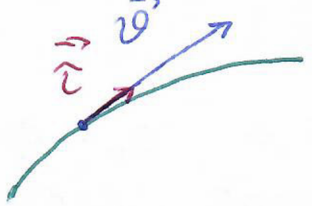
зворотня задача розв'язується лише за відомих початкових умов $\vec v_0 = \vec v(t=0)$

$$\vec v(t) = \vec v_0 + \int_0^t \vec a(t)\,dt$$

водночас приріст швидкості $\Delta \vec v = \int_0^t \vec a(t)\,dt$

Для кораблів (ракет, підводних човнів) неперервне вимірювання $\vec a(t)$ і за умовами старту $(\vec r_0, \vec v_0)$ обчислення поточних координат

Розклад прискорення на складові



розглянемо вектор $\vec\tau = \frac{\vec v}{v}$

$|\vec\tau| = 1$, він спрямований и $\vec v$ по дотичній

$$\vec v = v \cdot \vec\tau$$

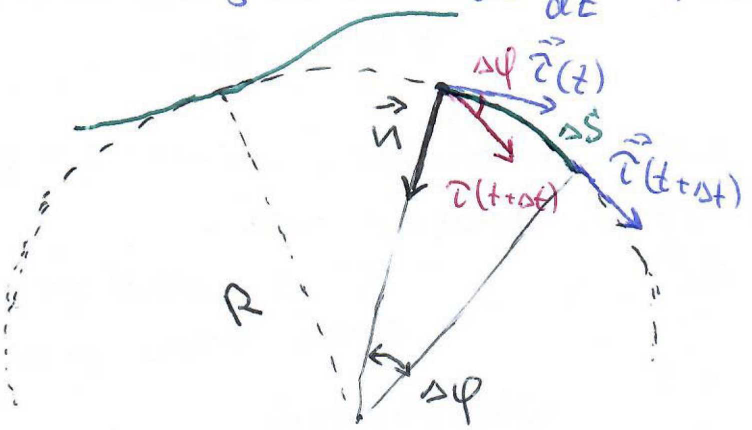
$$\vec a = \frac{d}{dt}\vec v = \frac{d}{dt}(v\cdot\vec\tau) = \underbrace{\frac{dv}{dt}}_{\text{спрямована як швидкість}}\cdot\vec\tau + v\frac{d\vec\tau}{dt} = a_\tau\vec\tau + a_n\vec n$$

?

* $\vec a = const$ $\quad \vec v = \vec v_0 + \int_0^t \vec a\,dt = \vec v_0 + \vec a t \qquad \vec r = \vec r_0 + \int_0^t (\vec v_0 + \vec a t)\,dt = \vec r_0 + \vec v_0 t + \vec a\frac{t^2}{2}$

1-4

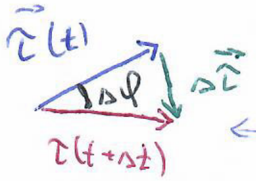
Тангенційна складова визначається зміною модуля швидкості $a_\tau = \frac{dv}{dt}$: $\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt}\vec{\tau}$



коло кривизни - найщільніше прилягає до траєкторії у певній точці

R - радіус кривизни траєкторії ($\rho = R^{-1}$ - кривизна)

Фактично говоримо про рух по колу на протязі маленького інтервалу Δt



$\Delta\vec{\tau} = \vec{\tau}(t+\Delta t) - \vec{\tau}(t)$

$\vec{a}_n = \frac{d\vec{\tau}}{dt}\cdot v$ спочатку напрям

$\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\tau}}{\Delta t}$

при $\Delta t \to 0$ $\Delta\varphi \to 0$, інші два кути в трикутнику $\to \frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow$ $\Delta\vec{\tau} \perp \vec{\tau}$, тобто в напрямку радіуса, $\vec{n}$ $(|\vec{n}| = 1)$

$\Delta\vec{\tau} \uparrow\uparrow \vec{n} \uparrow\uparrow \vec{a}_n$

для малих значень $\Delta\varphi$ $|\Delta\vec{\tau}| = \Delta\tau = |\vec{\tau}|\cdot\Delta\varphi = \Delta\varphi$

водночас $\Delta\varphi = \frac{\Delta S}{R}$

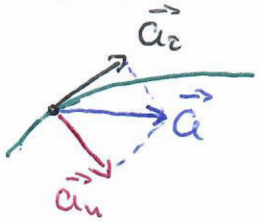
$$\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\tau}}{\Delta t} = \vec{n}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\vec{\tau}|}{\Delta t} = \vec{n}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{R\Delta t} = \frac{\vec{n}}{R}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{v}{R}\vec{n}$$

$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R}\vec{n}$

$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\cdot\vec{\tau} + \frac{v^2}{R}\vec{n} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ а нормальна (доцентрова) складова

$\vec{a}_\tau \perp \vec{a}_n$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$$



траєкторія пряма $R \to \infty$, $a_n \to 0$

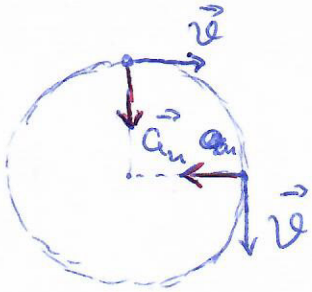
$\vec{a}_\tau = \vec{a}$ колінеарний $\vec{v}$ ($\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{v}$ при $\frac{dv}{dt} > 0$, $\vec{a} \downarrow\uparrow \vec{v}$ при $\frac{dv}{dt} < 0$)

якщо $\frac{dv}{dt} = 0$

$\vec{a} = \vec{a}_n$, ~~ла~~ $\vec{a} \perp \vec{v}$ у будь-якій точці траєкторії

Важливий випадок рівномірний рух по колу

1-5



$v = const$ $\quad \vec{a} = \vec{a}_n$ $\quad \vec{a} \neq const$

$\vec{v} \neq const$

$|\vec{a}| = const = \frac{v^2}{R}$ - доцентрове прискорення

при $v \neq const$ $\vec{a} \neq \vec{a}_n$

$d\varphi$ - вектор (аксіальний), напрям за правилом правого гвинта

$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ - кутова швидкість

рівномірний рух характеризується періодом
$v = const$

T - час, протягом якого один оберт

$\Delta t = T$ $\quad \Delta\varphi = 2\pi$ $\quad \omega = \frac{2\pi}{T}$ $\quad$ частота $\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

$\vec{\beta} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ $\quad$ загалом $\vec{\omega}$ може змінюватися як внаслідок зміни швидкості обертання (зміна модуля) так і за рахунок повороту осі обертання в просторі (зміна напряму $\vec{\omega}$, розглянемо далі)

* $R = const$

$\Delta S = R\Delta\varphi$

$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = R \lim \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R\omega$

$a_n = \frac{R^2\omega^2}{R} = R\omega^2$

$\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{R}]$ напевно поки не треба

$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{v}{R}\right) = \frac{1}{R}\frac{dv}{dt} = \frac{1}{R} \cdot a_\tau$ $\qquad a_\tau = \beta \cdot R$

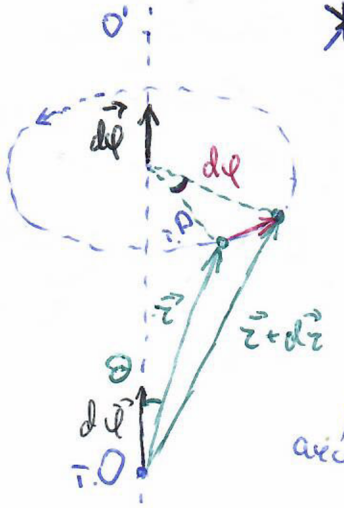
$a = \sqrt{R^2\omega^4 + \beta^2R^2} = R\sqrt{\omega^4 + \dot{\omega}^2}$

Кінематика твердого тіла.

Розрізняють 5 видів руху ТТ
- поступальний
- обертання навколо нерухомої осі } основні, решту можна ↓↓ звести
- плоский - рух навколо нерухомої точки ← всі точки рухаються по поверхнях концентр. сфер з центрами в - вільний

Поступальний: ∀ пряма, пов'язана з ТТ, залишається паралельною своєму початковому напряму. Всі точки здійснюють за однаковий проміжок однакові переміщення, миттєві швидкості та прискорення всіх точок однакові, траєкторії ∀ точки можуть бути отримані паралельним перенесенням однієї з них => опис поступ. руху можна звести до кінематики точки: достатньо знати $\vec{r}(t)$, $\vec{r}_0$

При обертанні навколо нерух. осі всі точки ТТ описують кола, центри яких лежать на одній прямій (вісь обертання OO')



* за dt точка P переміщується на $d\vec{r}$, проходячи дугу dS. Проте більш зручною характеристикою є кут повороту $d\varphi$. Йому ставлять у відповідність вектор нескінченно малого повороту $d\vec{\varphi}$ ($|d\vec{\varphi}| = d\varphi$, спрямований вздовж осі обертання, коли дивитися в напрямку $d\vec{\varphi}$ - поворот за годин. стрілкою)

аксіальний

$$|d\vec{r}| = |\vec{r}|\cdot\sin\theta\, d\varphi = r\, d\varphi \sin\theta$$
$$d\vec{r} = [d\vec{\varphi}, \vec{r}]$$

} але таке справедливо лише для малих поворотів, коли можна вважати $\vec{r} = const$, інакше $|\Delta\vec{r}| = r\sin\theta \cdot 2\sin\frac{\Delta\varphi}{2}$

* тіло здійснює 2 повороти (послідовно) відносно двох осей, які проходять через т. O тоді остаточне переміщення $d\vec{r}_3 = d\vec{r}_1 + d\vec{r}_2 = [d\vec{\varphi}_1, \vec{r}] + [d\vec{\varphi}_2, \vec{r}]$

$d\vec{r}_3 = [d\vec{\varphi}_3, \vec{r}]$ => $d\vec{\varphi}_3 = d\vec{\varphi}_1 + d\vec{\varphi}_2$ тобто 2 повороти еквівалентні одному на кут $d\varphi_3$ навколо осі, що збігається з $d\vec{\varphi}_3$ і проходить через т. O.

Кутова швидкість $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \dot{\vec{\varphi}}$ $\quad \vec{\omega} \uparrow\uparrow d\vec{\varphi}$

$$\int_{t_0}^{t} d\vec{\varphi} = \vec{\varphi}(t) - \vec{\varphi}(t_0) = \int_{t_0}^{t} \vec{\omega}\, dt$$

$[\omega]$ = рад/с

$\int_{t_0}^{t} d\vec\omega = \vec\omega(t) - \omega(t_0) = \int_{t_0}^{t} \vec\beta(t)\,dt$

Кутове прискорення

$$\vec\beta = \frac{d\vec\omega}{dt} = \dot{\vec\omega} = \ddot{\vec\varphi} = \frac{d^2\vec\varphi}{dt^2} \qquad [\ ] = рад/с^2$$

характеризує швидкість і напрям зміни $\vec\omega$. При обертанні навколо нерухомої осі $\vec\beta$ колінеарний $\vec\omega$ (↑↑ або ↑↓); якщо орієнтація осі відносно якоїсь СВ змінюється, то...

~~[illegible]~~ Зв'язок між лін. та кутовими величинами

В книжках пишуть: ділимо $d\vec r = [d\vec\varphi, \vec r]$ на dt (мені не подобається, але похідна від $d\vec r$ також погано. можна звичайно говорити, що вираз справедливий коли $\vec r$ = const, але...)

$$\frac{d\vec r}{dt} = \left[\frac{d\vec\varphi}{dt}, \vec r\right]$$

$v = \omega r \sin\theta = \omega R$

$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \varepsilon R$

$\vec v = [\vec\omega, \vec r]$ $\quad$ $\vec v \perp \vec\omega$ завжди

$$\vec a = \frac{d\vec v}{dt} = \frac{d}{dt}[\vec\omega, \vec r] = \left[\frac{d\vec\omega}{dt}, \vec r\right] + \left[\vec\omega, \frac{d\vec r}{dt}\right] = [\vec\beta, \vec r] + [\vec\omega, \vec v] = [\vec\beta, \vec r] + [\vec\omega[\vec\omega, \vec r]]$$

при нерухомій осі $\vec\beta \parallel \vec\omega \perp \vec v$ тому $[\vec\beta, \vec r] = \vec a_\tau$

$[\vec\omega, [\vec\omega, \vec r]] = \vec a_n$

$|\vec a_\tau| = \beta r \sin\theta$

$|\vec a_n| = \omega^2 r \sin\theta$

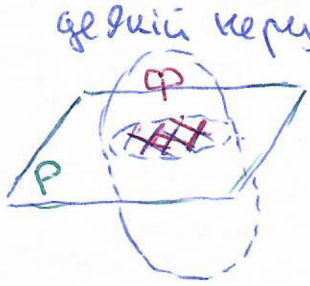
$a = r\sin\theta\sqrt{\beta^2 + \omega^4}$

Абсолютно ТТ: може бути переведене із одного свого положення в ∀ інше шляхом здійснення одного поступального руху та одного повороту — доведення Слободянюк, ст. 34-36

Теорема Ейлера: ТТ, що має одну закріплену точку, може бути переведене з ∀ одного положення в ∀ інше одним поворотом на деякий кут навколо нерухомої осі, що проходить через точку закріплення

∀ точка залишається в одній з паралельних площин

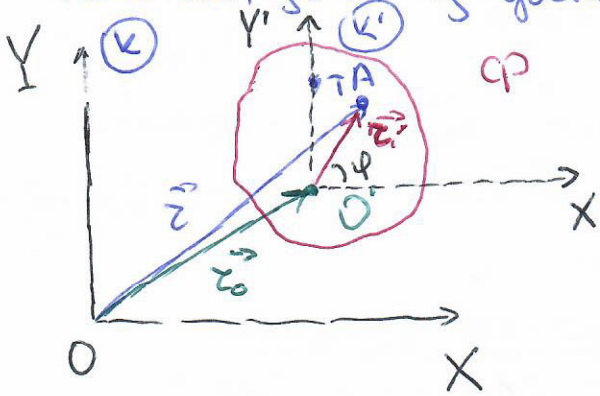
Плоский рух Т.Т — кожна точка рухається в площині, паралельній деякій нерухомій (в цій СВ) площині P. При цьому плоска фігура Ф (переріз тіла нерухомою P) завжди залишається в цій площині —



Пр: Циліндр (але не конус), що котиться по площині без проковзування.

1 - 8.

Фактично, для опису достатньо розглянути рух Ф в Р



* Р розташована в К

В перерізі вибираємо 2 точки O' та A.

Положення Ф характеризуємо $\vec r_0$ (до т. O') та кутом φ між $\vec r'$ та певним напрямком в К (∥ OX)

$\{ \vec r_0 = \vec r_0(t),\ \varphi = \varphi(t) \}$

* за dt $\vec r'$ повернувся на $d\vec\varphi$ => на $d\vec\varphi$ повернеться ∀ відрізок зв'язаний з Ф, причому незалежно від вибору O' =>

$\frac{d\vec\varphi}{dt} = \vec\omega$ також не залежить від O' => $\vec\omega$ - кутова шв-ть ТТ.

Введемо СВ К': жорстко зв'язана з O', рухається поступально відносно К.

Тоді зміщення т. А в К системі $d\vec r = d\vec r_0 + d\vec r'$

зміщення К' системи (т. O')

зміщення т. А в К' системі

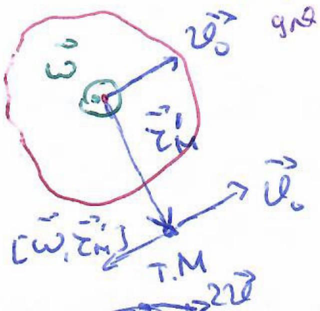
$d\vec r' = [d\vec\varphi, \vec r']$ (бо поворот навколо нерух. осі)

ділимо на dt $\frac{d\vec r}{dt} = \frac{d\vec r_0}{dt} + \left[\frac{d\vec\varphi}{dt}, \vec r'\right]$ $\vec v_0$ - шв-ть т. O'

$\vec v = \vec v_0 + [\vec\omega, \vec r']$ $\vec v' = [\vec\omega, \vec r']$ - шв-ть т. А відносно К' яка жорстко зв'язана з O' і рухається поступально

Тобто плоский рух = поступальний (разом з довільною т. O') + обертальний навколо нерухомої осі (через O')

=> З ∀ рухом можна таке пробити: представити як сукупність поступ. руху всього тіла зі швидкістю якоїсь його точки $\vec V$ (залежить від вибору точки) та обертання навколо осі, що проходить через цю точку з $\vec\omega$ (не залежить від вибору)

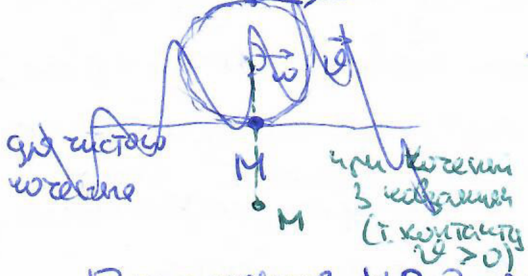


для плоского можна це спростити: $\vec v_0 \perp \vec\omega$

тоді в даний момент часу завжди можна знайти таку точку M, щоб

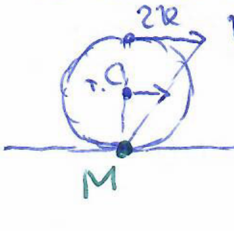
$\vec v_M = 0 = \vec v_0 + [\vec\omega, \vec r_M']$

$[\vec\omega, \vec r_M'] = -\vec v_0$, $\vec r_M \perp \vec v_0$, $\perp \omega$ $|\vec r_M| = \frac{v_0}{\omega}$



т. M визначає положення осі (∥ $\vec\omega$), відносно якої рух в цей момент часу є просто обертанням — миттєва вісь обертання (МВО) ← шв-ть ∀ точки ⊥ до $\vec r$ проведеного з т. M, а за модулем = $\omega \cdot r$

Положення МВО, загалом, змінюється з часом

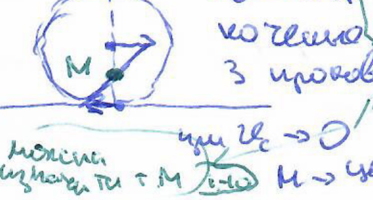


$v_c = \omega R$ чисте кочення

$v_c > \omega R$ кочення з ковзанням

при $\omega = 0$ чисте ковзання

M на ∞



$v_c < \omega R$ кочення з проковзуванням

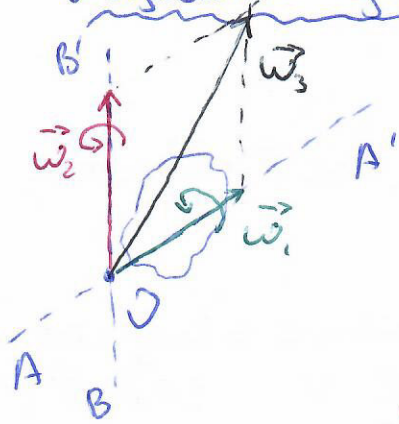
знаючи відомі шв-ті двох точок

(можна визначити т. M)

при $v_c \to 0$

M → центр [illegible]

Додавання кутових швидкостей



∃ ТТ обертається з $\vec\omega_1$ навколо AA' і цю вісь будемо обертати навколо BB' з $\vec\omega_2$ (AA' та BB' перетинаються в т. O)

раніше було $d\vec\varphi_3 = d\vec\varphi_1 + d\vec\varphi_2$

ділимо на dt

$$\vec\omega_3 = \vec\omega_1 + \vec\omega_2$$

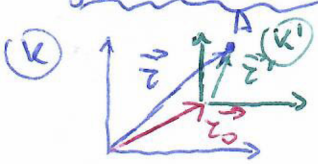
∃ BB' нерухома відносно СВ К

$\vec\omega_1, \vec\omega_2, \vec\omega_3$ лежать в одній площині (проходить через AA'BB', та обертається з $\vec\omega_2$ відносно К). Іншими словами в К рух тіла - обертання з $\vec\omega$ навколо осі, що проходить через т. O і збігається з $\vec\omega$. Ця вісь зміщується відносно К (з ω_2) => навіть якщо $|\vec\omega_1| = const$, $|\vec\omega_2| = const$ тіло матиме в К $\beta \neq 0$

Приріст $d\vec\omega_3$ ~~напр~~ для рисунку спрямований ⊥ до нього

Узагальнення $\vec\omega_\Sigma = \vec\omega_1 + \vec\omega_2 + \dots$ де $\vec\omega_i$ визначені в одній СВ

Перетворення швидкостей та прискорення при переході до іншої С.В



Відомі $\vec\vartheta$ та $\vec a$ відносно К

ϑ' - ? та $\vec a'$ відносно К'

а) К' рухається поступально, її початок в К характеризується $\vec r_0, \vec\vartheta_0, \vec a_0$

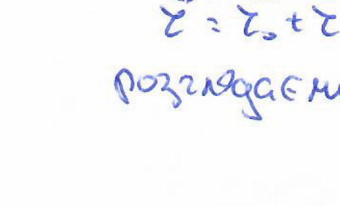
$\vec r = \vec r_0 + \vec r'$

розглядаємо dt: $d\vec r = d\vec r_0 + d\vec r'$

$\vec\vartheta = \vec\vartheta_0 + \vec\vartheta'$

$\vec a = \vec a_0 + \vec a'$ (при $\vec a_0 = 0$ $\vec a = \vec a'$)

б) К' обертається з постійною $\vec\omega$ навколо осі, нерухомій в К



виберемо O та O' в довільній точці на осі обертання => $\vec r = \vec r'$

Якщо т. А нерухома в К', то в К її ~~...~~ переміщення викликане лише поворотом $\vec r = \vec r'$ разом з К'

$$d\vec r = [d\vec\varphi, \vec r]$$

Якщо рухається в К', то буде додаткове переміщення $\vec\vartheta' dt$

$$d\vec r = \vec\vartheta' dt + [d\vec\varphi, \vec r]$$

1-10л

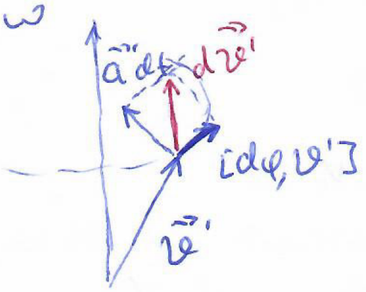
$$\frac{d\vec r}{dt} = \frac{\vec v dt}{dt} + [\frac{d\vec\varphi}{dt}, \vec r]$$

$$\vec v = \vec v' + [\vec\omega, \vec r]$$

прирости векторів швидкості (враховуючи, що $\vec\omega = const$)

$$d\vec v = d\vec v' + [\vec\omega, d\vec r]$$

$d\vec\varphi, \vec\omega$



Якщо рух точки в K' з постійною швидкістю, то зміна цього вектора в K $[d\vec\varphi, \vec v']$

якщо $\vec a' \neq 0$, то додатковий приріст $\vec a' dt$

$d\vec v' = \vec a' dt + [d\vec\varphi, \vec v']$ - приріст в K

$$d\vec v = \vec a' dt + [d\vec\varphi, \vec v'] + [\vec\omega, \vec v' dt + [d\vec\varphi, \vec r]]$$

$$\vec a = \vec a' + 2[\vec\omega, \vec v'] + [\vec\omega[\vec\omega, \vec r]]$$

при $\vec a' = 0$...

прискорення Коріоліса $\vec a_{кор} = 2[\vec\omega, \vec v']$

доцентрове $\vec a_д = [\vec\omega[\vec\omega, \vec r]]$

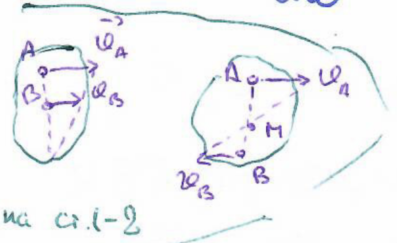
3) K' обертається ~~навколо~~ з постійною ω навколо осі, що переміщується поступально з $\vec v_0$ та $\vec a_0$ відносно K
Введемо додаткову СВ, яка зв'язана з віссю і рухається поступально K''

$\vec v = \vec v_0 + \vec v''$

водночас $v'' = \vec v' + [\vec\omega, \vec r'']$ $\quad$ $\vec r''$ - радіус-вектор т. A відносно ∀ т. на осі обертання

$$\vec v = \vec v' + \vec v_0 + [\vec\omega, \vec r'']$$

аналогічно



на ст.1-2

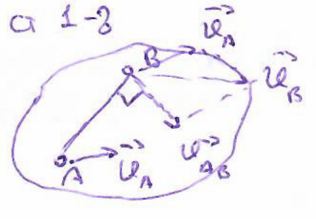
$$\vec a = \vec a_0 + \vec a''$$

$$\vec a'' = \vec a' + 2[\vec\omega, \vec v'] + [\omega[\vec\omega, \vec r'']]$$

$$\vec a = \vec a' + \vec a_0 + 2[\vec\omega, \vec v'] + [\vec\omega[\vec\omega, \vec r'']]$$

$[\vec\omega[\vec\omega, \vec r]] = -\omega^2\vec\rho$, де $\vec\rho$ - радіус-вектор, ⊥ осі обертання, що характеризує положення т. A

на ст 1-8



Тіло здійснює плоский рух і деяка його точка ~~має~~ A має швидкість $\vec v_A$, тоді шв-ть т. B $\vec v_B = \vec v_A + \vec v_{AB}$, де $\vec v_{AB}$ - лін. швид-ть обертання B навколо A, $|\vec v_{AB}| = AB \cdot \omega$

$\vec v_{AB} \perp \vec{AB}$

Степені вільності

Положення частинки в просторі визначається трьома координатами — (x,y,z) або (r,θ,φ)... — 3 степені вільності.

Якщо кульку прив'язати на нитку, а кінець закріпити — накладаємо зв'язок $f(x,y,z)=0$ => незалежні 2 координати, 2 степені

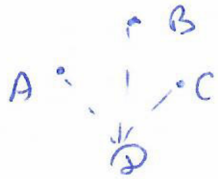
(кулька лише на поверхні сфери)

Відома траєкторія — 1 степінь

Система з n частинок — $3n$ — ступенів загалом

якщо є зв'язки — к-ть зменшується

АТТ: розглянемо 3 точки тіла, що не лежать на одній прямій



Положення будь-якої іншої точки D визначається однозначно (див. СВ), враховуючи, що AD, BD, CD відомі (сталі)

для A, B, C — 9 координат (x_A, y_A, z_A), (x_B, y_B, z_B), (x_C, y_C, z_C)

Проте

$$(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2+(z_A-z_B)^2=AB^2=const$$
$$(x_B-x_C)^2+(y_B-y_C)^2+(z_B-z_C)^2=BC^2=const$$
$$(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2+(z_C-z_A)^2=CA^2=const$$

=> 6 степенів вільності;

Якщо одну точку АТТ закріпити — 3 степені

обертання навколо закріпленої осі — 1 степінь

ковзання вздовж осі + обертання — 2 степені

Дві зв'язані точки

$$(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2=l^2$$

5 ступенів