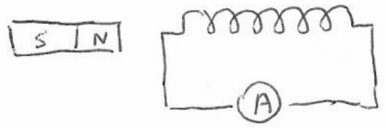
2) дослід Барнетта (1909р) - гіромагнітне явище (зворотній ефект)

при обертанні виникає намагнічення за рахунок гіроскопічного моменту, який розвертає механічні моменти ↑↑ $\vec{\omega}$

(див детальніше Матвєєв)

Явище електромагнітної індукції.



Якщо котушку і магніт привести у рух одне відносно іншого, то амперметр вказуватиме на протікання струму. При зміні напрямку руху магніту (катушки) напрямок струму змінюється на зворотній. Це явище було відкрито у 1831 р. Фарадеєм, називається електромагнітна індукція і полягає в тому, що в замкненому провідному контурі при зміні магнітного потоку через поверхню, обмежену контуром виникає індукційний електричний струм.

Поява струму означає, що в контурі виникає ЕРС. Величина цієї ЕРС не залежить від способу, яким здійснюється зміна потоку, а визначається лише швидкістю зміни.

$$\mathcal{E}_{інд} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

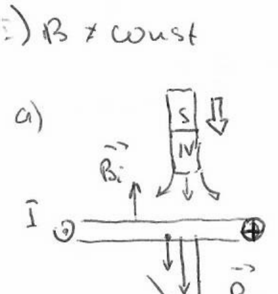
$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B\cos\alpha \, dS \Rightarrow$ 1) $B \neq const$ 2) $S \neq const$ 3) $\alpha \neq const$

$[\Phi] = Вб$; $1\ Вб = 1\ Тл \cdot 1\ м^2$

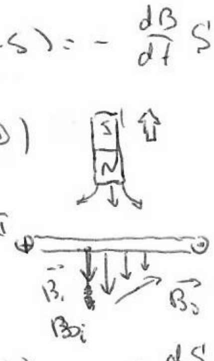
Правило Ленца: індукційний струм має такий напрямок, що магнітний потік створеного ним магнітного поля протидіє зміні зовнішнього магнітного потоку.

I) $B \neq const$ $\quad \mathcal{E}_{інд} = -\frac{d}{dt}(B \cdot S) = -\frac{dB}{dt} S$

а)

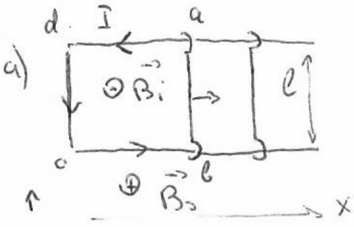


б)



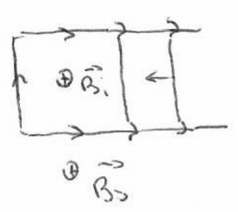
II) $S \neq const$ $\quad \mathcal{E}_{інд} = -\frac{d}{dt}(B \cdot S) = -B\frac{dS}{dt}$

а)



$\Phi \uparrow$

б)



$\Phi \downarrow$

для цього варіанту: якщо місток рухається з $\vec{v}$, то на кожен ел-н діє сила $\vec{F}_л = -e[\vec{v}, \vec{B}]$, яка і призведе до появи струму, тобто роль сторонньої сили відіграє магнітна складова сили Лоренця

$\vec{E}_{стор} = [\vec{v},\vec{B}]$; $\mathcal{E}_{інд} = \oint_{abcda} \vec{E}_{стор} d\vec{l} = \oint_{abcda} (vB)dl = -vBl$ щодо контура як $\vec{B}_0$, то $[\vec{v},\vec{B}] \uparrow\uparrow \vec{ba}$

$S = l\cdot x$; $v\cdot l = l\cdot\frac{dx}{dt} = \frac{d(l\cdot x)}{dt} = \frac{dS}{dt}$

$\mathcal{E}_{інд} = -B\frac{dS}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt}$

Якщо контур нерухомий, то сторонньою силою магнітна складова сили Лоренця бути не може (заряди нерухомі). З іншого боку, інших сил крім $q\vec{E}$ та $q[\vec{v},\vec{B}]$, діючих на заряди нема => струм виник внаслідок появи Е.П. - припущення Максвела про те, що змінне в часі М.П. призводить до появи Е.П, причому незалежно від того є контур чи ні

$\mathcal{E}_{інд} = \oint_L \vec{E}_{стор} d\vec{l}$; $\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$

$\oint_L \vec{E}_{стор} d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B} d\vec{S}$ якщо $S = const$

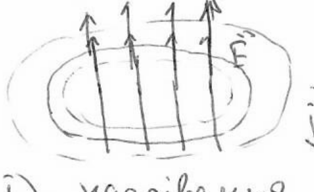
$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \int_S (rot\,\vec{E}_{стор}) d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \Rightarrow \boxed{rot\,\vec{E}_{стор} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}}$$

т.я. циркуляція $\vec{E}_{стор} \neq 0$ => поле не потенціальне, а вихрове (як і магнітне), силові лінії замкнуті

} => Е.П. може бути і потенціальним, і вихровим, складається з електростатичного і викликаного змінним в часі М.П.

$\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_B$ причому $rot\,\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ (т.я. $rot\,\vec{E}_q = 0$)

Вихрові струми (струми Фуко) — збуджуються вихровим електричним полем у масивних провідниках, ці струми замкнені



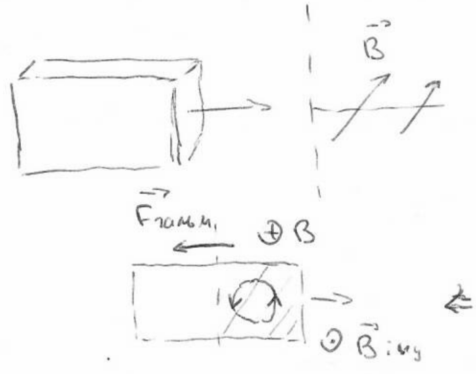
$\vec{j}_{вихр} = \sigma\vec{E}_{вихр}$

Ці струми можуть бути причиною:

I) нагрівання провідників;
з одного боку, це явище використовується в індукційних печах, де розплав і нагрів здійснюються за рахунок змінного М.П.
З іншого боку цей ефект часто є шкідливим і тому, наприклад,

осердя трансформаторів роблять з пластин, між якими розташовані діелектричні шари

II)



появи сил на провідник, який рухається в М.П.: струми Фуко породжують своє магнітне поле, яке взаємодіє з зовнішнім, причому ця взаємодія відповідає правилу Ленца:

⇐ виникаюча сила протидіє зростанню магнітного потоку

— Робота при переміщенні струму в магнітному полі

З одного боку, сила Лоренця ніякої роботи не виконує. З іншого боку, сили Ампера роботу виконують (зокрема, на їх використанні базується робота електромоторів). Подолати це протиріччя можна, якщо врахувати, що рух провідника в М.П. обов'язково супроводжується явищем електромагнітної індукції.

Енергія контура зі струмом в магн. полі $W = -\vec{p}_m \vec{B} = -I S \vec{n} \vec{B} = -I\Phi$

При елементарному переміщенні контура сили Ампера виконують роботу

$$\delta A_A = W_1 - W_2 = \cancel{I\Phi}\ [\text{якщо } I = const] = -I\Phi_1 - (-I\Phi_2) = I\, d\Phi$$

З іншого боку, якщо змінюється потік, то виникає $\mathcal{E}_{\text{інд}}$,

$$\delta A_{\text{інд}} = \mathcal{E}_{\text{інд}}\, dq = \mathcal{E}_{\text{інд}}\, I \cdot dt = \left(-\frac{d\Phi}{dt}\right) I\, dt = -I\, d\Phi$$

Тобто повна робота

$$\delta A_A + \delta A_{\text{інд}} = 0$$

Таким чином, робота М.П. складається з механічної (обумовленої силами Ампера) та з роботи ЕРС індукції, і в сумі = 0.

Робота сил Ампера виконується не за рахунок енергії магнітного поля, а за рахунок джерела, яке підтримує струм у колі. При цьому джерело виконує роботу проти $\mathcal{E}_{\text{інд}}$:

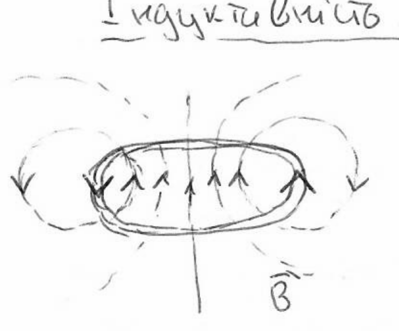
$$\delta A_{\text{дж}} = -\mathcal{E}_{\text{інд}}\, I \cdot dt = I\, d\Phi$$

І навпаки, якщо переміщувати контур проти сил Ампера (які виникають завдяки появі індукційного струму у відповідності з правилом Ленца), то виконана робота перетворюється в роботу ЕРС індукції

$$\delta A = -\delta A_A = \delta A_{\text{інд}}$$

це енергетичний принцип дії всіх індукційних генераторів струму.

Індуктивність. Явище самоіндукції



Якщо по контуру проходить електричний струм, то навколо нього створюється М.П., яке пронизує цей же контур, створюючи потік.

Якщо у просторі відсутні феромагнетики, то $B \sim I$ і магнітний потік пропорційний силі струму

$$\Phi = L \cdot I$$

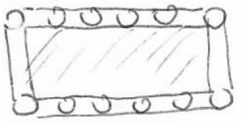
$\boxed{L = \frac{\Phi}{I}}$ - коеф. пропорційності наз. індуктивність $[L] = Гн$ (Генрі)

$1\ Гн = 1\ Вб / 1\ А$

Індуктивність визначається:

1) геометрією системи 2) μ речовини, яка заповнює систему.

Індуктивність соленоїда:



$\vec{B} = \mu_0 n I$, $n = \frac{N}{l}$, N-к-ть витків, l-довжина

Якщо всередині соленоїда магнетик $\Rightarrow \vec{B} = \mu \mu_0 n I$

потік через один виток $\Phi_0 = B \cdot S = \mu \mu_0 \frac{N}{l} \cdot I \cdot S$

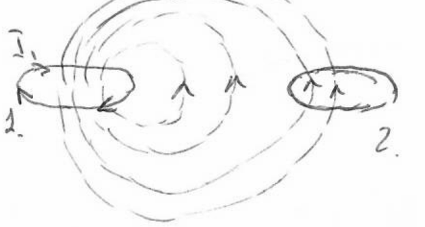
через N-витків $\Phi = \Phi_0 N = \mu \mu_0 \frac{N^2}{l} S \cdot I$

$$\boxed{L = \mu \mu_0 \frac{N^2}{l} S}$$

Якщо змінюється струм через контур, то буде змінюватися і м.п, а отже і магнітний потік. В результаті з'явиться ЕРС – називається явище самоіндукції (виникнення інд. струму при зміні власного магн. потоку

$$\boxed{\mathcal{E}_{c.i.} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(LI) = -L\frac{dI}{dt}}$$

Я два нерухомих контура



Якщо в одному тече струм I_1, то він створює через другий потік $\Phi_2 = L_{21} I_1$ (за аналогічно $\Phi_1 = L_{12} I_2$ відсутності феромагнетиків)

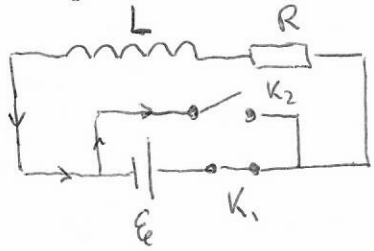
L_{12} та L_{21} наз ~~взає~~ коеф. взаємної індукції

$L_{12} = L_{21}$

$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -L_{12}\frac{dI_2}{dI}$; $\mathcal{E}_2 = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}$ на відміну від L, коеф. L_{ij} можуть бути і від'ємними.

Перехідні процеси у колі з індуктивністю.

I. Розмикання кола



Вихідний стан: K_1 - замкнено, K_2 - розімкнено

$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$

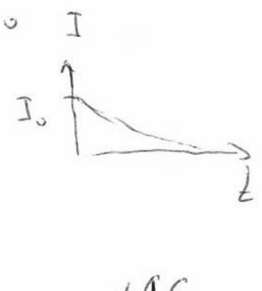
$K1$ - розмикаємо, K_2 - замикаємо

II пр. Кірхгофа : $I \cdot R = \mathcal{E}_{c.i} = -L\frac{dI}{dt}$

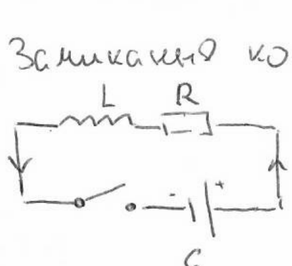
$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}dt$ $\quad \ln I = -\frac{R}{L}t + C$, при $t=0$ $I = I_0$

$C = \ln I_0$

$\ln I = -\frac{R}{L}t + \ln I_0$ $\quad I = I_0 \exp(-\frac{R}{L}t)$



II. Замикання кола



$IR = \mathcal{E} + \mathcal{E}_{c.i} = \mathcal{E} - L\frac{dI}{dt}$

$IR - \mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt}$; $IR - \mathcal{E} \overset{def}{=} x$ $\quad I = \frac{x + \mathcal{E}}{R}$

$dI = \frac{1}{R}dx$

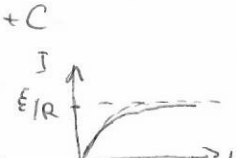
$x = -\frac{L}{R}\frac{dx}{dt}$ $\quad \frac{dx}{x} = -\frac{R}{L}dt$ $\quad \ln x = -\frac{R}{L}t + C$

$t = 0$, $I = 0$, $x = -\mathcal{E}$

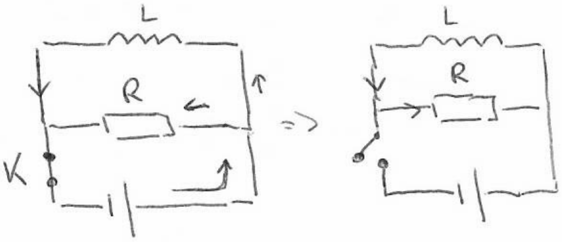
$\ln(-\mathcal{E}) = C$

$\Rightarrow \ln\frac{x}{-\mathcal{E}} = -\frac{R}{L}t$; $\ln\frac{IR - \mathcal{E}}{(-\mathcal{E})} = -\frac{R}{L}t$

$\ln(-I\frac{R}{\mathcal{E}} + 1) = -\frac{R}{L}t$ $\quad I = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - \exp(-\frac{R}{L}t))$



Енергія магнітного поля



При розмиканні ключа у колі діє $\mathcal{E}_{c.i}$, яка підтримує струм через опір R, у якому виділяється тепло. Нехай сторонні сили (сили вихрового електричного поля) переносять через R у колі заряд dq. За визначенням $\mathcal{E} = \frac{\delta A_{стор}}{q}$, тобто

$$\delta A_{стор} = dq\cdot\mathcal{E}_{c.i} = I\,dt\cdot\left(-L\frac{dI}{dt}\right) = -L I\,dI$$

Джерелом вихрового електричного поля є змінне магнітне поле ~~котушки~~ в індуктивності (котушці). Тобто робота сторонніх сил виконується за рахунок енергії (змінного) магнітного поля.

Повна робота

$$A_{стор} = \int\delta A = -\int_{I_0}^{0} L I\,dI = -\frac{1}{2}LI^2\Big|_{I_0}^{0} = \frac{1}{2}LI_0^2$$

Тобто в котушці при проходженні через неї струму I_0 запасена енергія

$$\boxed{W_{маг} = \frac{LI_0^2}{2}}$$

Густина енергії м.п.

Якщо індуктивність соленоїда, то $L = \mu\mu_0\frac{N^2}{l}S$, водночас $B = \mu\mu_0\frac{N}{l}I_0$

тоді $I_0 = \frac{Bl}{\mu\mu_0 N}$; $W_{маг} = \frac{1}{2}\mu\mu_0\frac{N^2}{l}S\cdot\frac{B^2\cdot l^2}{\mu^2\mu_0^2N^2} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu\mu_0}V$, $V = l\cdot S$

$$w_{маг} = \frac{W_{маг}}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{\vec{B}\vec{H}}{2} \qquad \left(w_{ел} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0E^2}{2}\right)$$

— Вільні незгасаючі коливання у коливальному контурі

Умова квазістаціонарності. Якщо струм у колі змінюється з часом, то, загалом, величина сили струму у різних точках кола не однакова у кожен момент часу завдяки скінченності швидкості поширення електромагнітних збурень

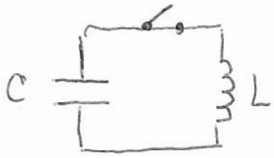
Квазістаціонарний струм – миттєві значення струму практично однакові на всіх ділянках кола. Для реалізації такого режиму потрібно, щоб всі зміни в часі відбувалися значно повільніше поширення Е-М збурень, тобто

$$T \gg l/c$$

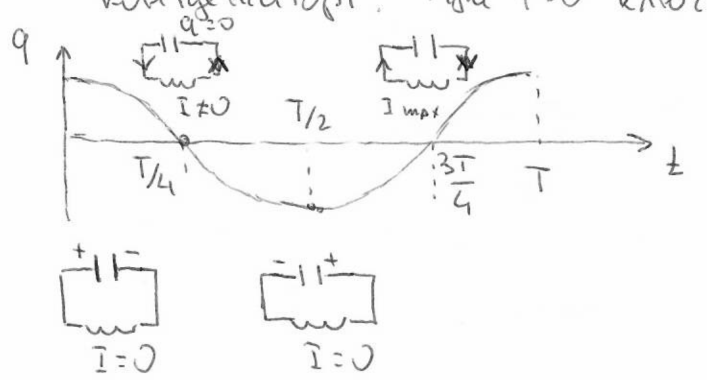
T - період змін, l - довжина кола, c - швидкість світла

x $l = 3$ м, ~~То~~ $l/c \sim 10^{-8}$ с => справедливо для струмів з частотами до 10^6 Гц.

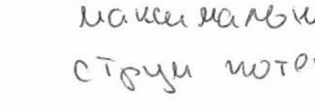
Надалі вважатимемо, що умова квазістаціонарності виконується (і як наслідок, зокрема, миттєві значення струму мають задовольняти закон Ома)



В колі, яке містить катушку та конденсатор, можуть виникати електричні коливання і тому таку систему називають коливальним контуром. Розглянемо, як виникають електричні коливання. Х в початковий момент конденсатор заряджений, струму немає, вся енергія зосереджена в конденсаторі. При $t=0$ ключ замикаємо, конденсатор почне ~~заря~~ розряджатися через L потече струм, електрична енергія конденсатора почне перетворюватися в магнітну енергію катушки. Цей процес закінчиться, коли конденсатор розрядиться, а струм досягне максимуму. Після цього струм почне зменшуватися,



але зникне не одразу, так як його буде підтримувати $\mathcal{E}_{c.i}$. Струм буде перезаряджати конденсатор, виникне електричне поле, яке буде намагатися послабити струм і яке свідчитиме про зворотній напрям перетворення енергії. Струм припиниться, а заряд С стане максимальним. З цього моменту конденсатор знову почне розряджатися, струм потече в протилежний бік.



Вибираємо додатній обхід контура за годинниковою стрілкою; якщо в деякий момент часу $I>0$ (тече в потрібному напрямі) і заряд нижньої обкладинки (2) додатній, то $I = \frac{dq}{dt}$, де q - заряд на конденсаторі.

Згідно з з-ном Ома для неоднорідної ділянки кола.

$$IR = (\varphi_1-\varphi_2)+\mathcal{E}_{c.i}$$

Так як $R=0$; $\varphi_2-\varphi_1 = \frac{q}{C}$; $\mathcal{E}_{c.i} = -L\frac{dI}{dt}$

$$\frac{q}{C} + L\frac{dI}{dt} = 0 \quad \text{або} \quad L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C}q = 0 \quad \text{. або} \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0 \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Розв'язок цього р-ня

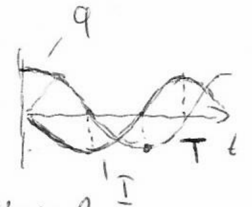
$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

q_0 - амплітуда заряду на конденсаторі
ω_0 - частота коливань
φ_0 - початкова фаза

ω_0 визначається лише властивостями самого контура, період вільних незатухаючих коливань $T_0 = \frac{1}{\nu_0} = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$ - ф-ла Томсона

q_0 та φ_0 визначаються початковими умовами, наприклад значеннями заряду q та струму $I = dq/dt$ в момент $t=0$.

Для розглянутого вище випадку $\varphi_0=0$



$I = \frac{dq}{dt} = -q_0\omega_0(\sin\omega_0 t + \varphi) = q_0\omega_0\cos(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow$ струм випереджає по фазі заряд (і напругу) на конденсаторі на $\pi/2$

Енергія електричного та магнітного полів при вільних ел. коливаннях

$W_{ел} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C}\cos^2(\omega_0 t)$ $\qquad \cos^2\alpha = \frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)$

$W_{маг} = \frac{LI^2}{2} = \frac{L q_0^2\omega_0^2}{2}\sin^2(\omega_0 t)$ $\qquad \sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha)$

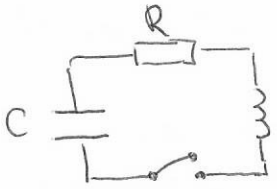
$\cancel{W_{ел} = \frac{q_0^2}{4C}[1+\cos^2(\omega_0 t)]} \qquad \cancel{W_{маг} = \frac{q_0^2}{4C}[1-\cos^2(\omega_0 t)]}$

$W_{ел} = \frac{q_0^2}{4C}[1+\cos(2\omega_0 t)] \qquad W_{маг} = \frac{q_0^2}{4C}[1-\cos(2\omega_0 t)]$

1) $W_{ел} + W_{маг} = \frac{q_0^2}{2C} = const$ 2) зміна енергії з вдвічі більшою частотою

— Вільні згасаючі коливання

Кожен реальний контур характеризується наявністю активного опору і тому запасена енергія поступово витрачається на нагрів $\Rightarrow$ вільні коливання будуть згасаючими.



$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{с.і} \qquad (U_R + U_C = \mathcal{E}_{с.і})$

$IR + \frac{q}{C} = -L\frac{dI}{dt} \qquad \frac{dq}{dt}\cdot R + \frac{q}{C} = -L\frac{d^2q}{dt^2}$

$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = 0$

$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0$ $\qquad 2\beta = \frac{R}{L}$ – коеф. затухання

$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ – власна частота контура

Зробимо заміну

Шукаємо розв'язок у вигляді: $q = x\exp(-\beta t)$

$\frac{dq}{dt} = x' e^{-\beta t} - \beta x e^{-\beta t} = (x' - \beta x)e^{-\beta t}$

$\frac{d^2q}{dt^2} = (x'' - \beta x')e^{-\beta t} + (x' - \beta x)(-\beta)e^{-\beta t} = (x'' - \beta x' - \beta x' + \beta^2 x)e^{-\beta t}$

$(x'' - 2\beta x' + \beta^2 x)e^{-\beta t} + (2\beta x' - 2\beta^2 x)e^{-\beta t} + \omega_0^2 x e^{-\beta t} = 0$

$x'' + (\omega_0^2 - \beta^2)x = 0$ $\qquad$ позначимо $\omega_d^2 = \omega_0^2 - \beta^2 = \frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2$

$\boxed{x'' + \omega_d^2 x = 0}$ формально р-ня, як для гармонійних коливань

I) $\omega_d^2 > 0$, $\omega_0^2 > \beta^2$ $(\omega_0 > \beta)$ – випадок малого затухання

$\frac{1}{\sqrt{LC}} > \frac{R}{2L} \Rightarrow \frac{L}{C} > \frac{R^2}{4}$

$x(t) = x_0\cos(\omega_d t + \varphi_0)$

$q = x_0 e^{-\beta t}\cos(\omega_d t + \varphi_0) = A(t)\cos(\omega_d t + \varphi_0)$

q періодично проходить через нуль

(самі колив. неперіодичні, бо $\sim \exp(-\beta t)$)

$$T = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}} = \frac{2\pi}{\omega_0}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\beta}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{T_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\beta}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{\sqrt{1-\left(\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}\right)^2}}$$

$\frac{\beta}{\omega_0} = \frac{R\sqrt{LC}}{2L} = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$

T наз. період затухаючих коливань (не зважаючи, що колив неперіодичні)

при $\beta/\omega_0 \ll 1$ $\quad T \simeq T_0$

$A(t) = X_0 \exp(-\beta t)$

Нехай τ – час, за який $A(t)$ зменшується в e-разів

фіз зміст

$$e = \frac{A(t)}{A(t+\tau)} = \frac{x_0 e^{-\beta t}}{x_0 e^{-\beta(t+\tau)}} = e^{\beta\tau} \Rightarrow \beta\tau = 1 \quad \tau = \frac{1}{\beta}\ ; \boxed{\beta = \frac{1}{\tau}}$$

$[\beta] = \frac{1}{c}$ $\quad$ τ наз. час релаксації

Декремент затухання : $D \overset{des}{=} \frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T}$

Логарифмічний декремент затухання :

$$\lambda = \ln D = \beta T$$

N_e – кількість коливань при яких амплітуда зменшеться в e-разів

$$N_e = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\beta T} = \frac{1}{\lambda}$$

при $\beta \ll \omega_0$ $\quad \lambda \simeq \beta T_0 = \beta \cdot \frac{2\pi}{\omega_0} = \pi R\sqrt{\frac{C}{L}}$

Добротність контура

$$Q \overset{des}{=} \frac{\pi}{\lambda} = \pi \cdot N_e = \frac{\pi}{\beta T} \approx \frac{\pi\left(1-\left(\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}\right)\right)}{\frac{R}{2L}\, 2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

при слабкому затуханні $(\beta \ll \omega_0)$ $\quad \boxed{Q \simeq \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}}$ $\quad$ крім того $Q \simeq 2\pi \frac{W}{\delta W}$

W – енергія в контурі

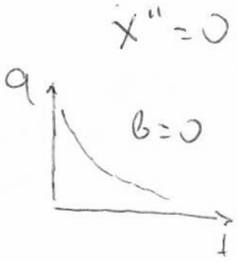
δW – її зменшення за T

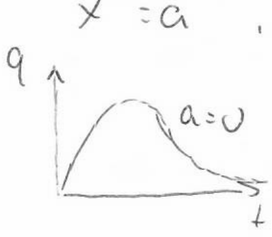
при $\beta \geq \omega_0$ – аперіодичний режим

(аперіодична розрядка конденсатора)

II) $\omega_d^2 = 0$ $\qquad \omega_0^2 = \beta^2$

$x'' = 0 \qquad x' = a\ , \quad x = at + b \qquad q = (at+b)e^{-\beta t}$





В залежності від співвідношень a та b

q буде або не буде проходити через нуль. ?

$R_{критичне} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

III) коз $\omega_d^2 < 0$ $\quad , \omega_0^2 < \beta^2$

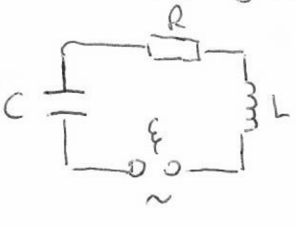
Загальний розв'язок $\qquad q = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t}$

$$\lambda_1 = \beta + \sqrt{\beta^2-\omega_0^2}\ , \quad \lambda_2 = \beta - \sqrt{\beta^2-\omega_0^2}$$

↑ але звідки ці картинки я не знаю

Закон Ома для змінного струму

Вимушені електричні коливання



$$IR + \frac{q}{C} = -L\frac{dI}{dt} + \mathcal{E}$$

Допустимо $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m\cos\omega t$

$$L\frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = \mathcal{E}_m\cos\omega t \quad ; \quad \frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I + \frac{q}{LC} = \frac{\mathcal{E}_m}{L}\cos\omega t$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\mathcal{E}_m}{L}\cos\omega t$$

– розв'язок цього р-ня – сума загального р-ну однорідного і часткового неоднорідного; розв'язок однорідного затухає і тому через певний проміжок часу зникне зовсім, тоді для коливань які встановились

$$q = q_m\cos(\omega t - \psi)$$

для однорідного при невеликих затуханнях $q = q_0 e^{-\beta t}\cos(\omega_1 t + \alpha)$, $\omega_1^2 = \frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2$

де q_m – амплітуда заряду на конденсаторі, ψ – різниця фаз між коливаннями заряду та зовнішньою ЕРС. $\beta = \frac{R}{2L}$; $\sqrt{\frac{1}{LC}} > \frac{R}{2L}$

$$I = dq/dt = -\omega q_m\sin(\omega t - \psi) = \omega q_m\cos\left(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right) = I_m\cos(\omega t - \varphi)$$

$I_m = \omega q_m$ – амплітуда струму; $\psi = \varphi + \frac{\pi}{2}$; $\varphi = \psi - \frac{\pi}{2}$ – зсув по фазі між струмом та зовнішньою ЕРС. Коливання, які встановилися (з частотою зовнішньої ЕРС) можна розглядати як протікання у колі змінного струму. Фактично, задача зводиться до визначення амплітуди сили струму та зсуву струму по фазі відносно ЕРС. Вихідне рівняння можна представити у вигляді

$$U_L + U_R + U_C = \mathcal{E}_m\cos\omega t$$

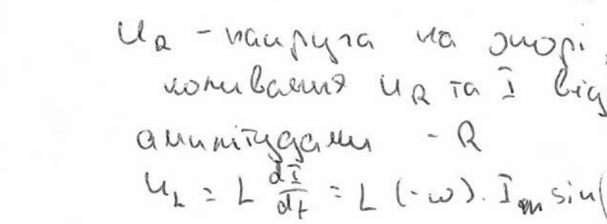
U_R – напруга на опорі, $U_R = I\cdot R = I_m R\cos(\omega t - \varphi)$, тобто коливання U_R та I відбуваються у фазі, а коеф. пропорційності між амплітудами – R

$U_L = L\frac{dI}{dt} = L(-\omega)\cdot I_m\sin(\omega t - \varphi) = \omega L I_m\cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$ – напруга на котушці випереджає струм на $\pi/2$, коеф. $X_L = \omega L$

$U_C = q/C = \frac{q_m}{C}\cos(\omega t - \psi) = \frac{I_m}{\omega C}\cos\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$ – напруга на конденсаторі відстає на $\pi/2$, $X_C = 1/\omega C$

$X_L = \omega L$ – наз. індуктивний опір
$X_C = (\omega C)^{-1}$ – ємнісний опір
} залежать від частоти, називаються реактивні опори, вимірюються в тих же одиницях, що і R, проте тільки активний опір визначає процеси необоротні, такі як перетворення е.м. енергії в тепло

Метод векторних діаграм



$$\omega L I_m\cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + I_m R\cos(\omega t - \varphi) + \frac{I_m}{\omega C}\cos\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) = \mathcal{E}_m\cos\omega t$$

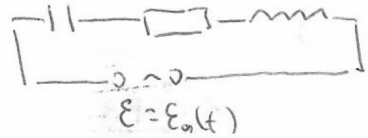
$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

$$\mathcal{E}_m = \sqrt{U_{R0}^2 + (U_{Lm} - U_{Cm})^2}$$

додаємо 3 гармонічних коливання з однаковою частотою та різними початковими фазами

$$I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

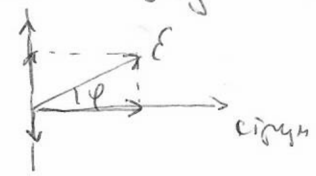
Послідовний коливальний контур. Закон Ома для змінного струму



$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos \omega t$

$I(t) = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$



по аналогії з з-н Ома для постійного струму $I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{Z}$: $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ - опір послідовного коливального контуру змінному струму (імпеданс).

$X = \omega L - 1/\omega C$ - повний реактивний опір $X = X_L - X_C$

Повну напругу можна розкласти на дві складові

- активну $U^a(t) = U_0 \cos\varphi \cos \omega t$
- реактивну $U^p(t) = \underset{\mathcal{E}_0}{U_0} \sin\varphi \cos\left(\omega t \pm \frac{\pi}{2}\right)$ залежно від того, що більше X_L чи X_C

якщо $I = I_0 \cos \omega t$

Резонанс напруг

Допустимо, що для послід. колив. контура будемо змінювати ω

а) $\omega = 0$, $Z \to \infty$, $I_0 = 0$ $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

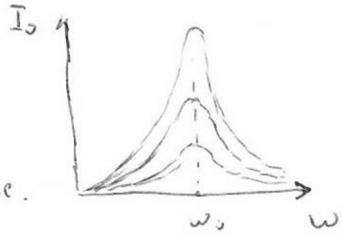
б) $\omega \to \infty$, $Z \to \infty$, $I_0 = 0$ $\varphi = \frac{\pi}{2}$

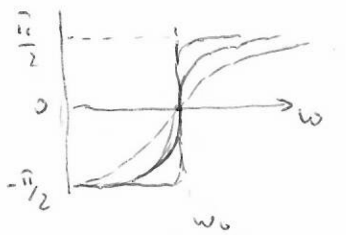
в) $\omega L = \frac{1}{\omega C}$. $X = 0$, $\omega^2 = \frac{1}{LC} = \omega_0^2$ - резонанс, частота зовнішнього впливу збігається з власною частотою

$Z_{min} = R$, $I_{0\,max} = \frac{\mathcal{E}_0}{R}$

$\varphi = 0$

чим менше $\beta = \frac{R}{2L}$ тим гостріше і вище макс.



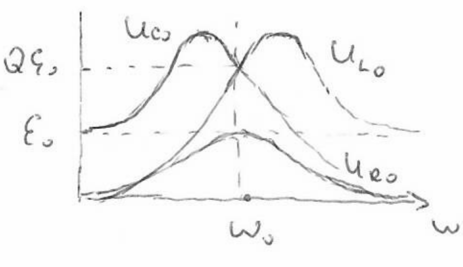


$U_{R0} = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \cdot R = \mathcal{E}_0$ $\quad U_{L0} = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \cdot \omega L = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \frac{1}{\sqrt{LC}} L = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \mathcal{E}_0 Q$

$U_{C0} = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \frac{1}{\omega C} = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \frac{\sqrt{LC}}{C} = \mathcal{E}_0 Q$

однакові амплітуди ~~напруги~~ зсунуті на π

звідси назва резонанс напруг.

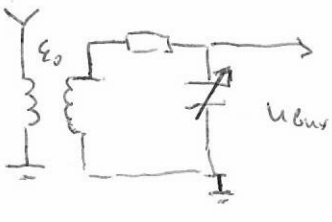


$$\omega_{C\,рез} = \omega_0 \sqrt{1 - 2\left(\frac{\beta}{\omega_0}\right)^2}$$

$\omega_{R\,рез} = \omega_0$

$$\omega_{L\,рез} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - 2\left(\frac{\beta}{\omega_0}\right)^2}}$$

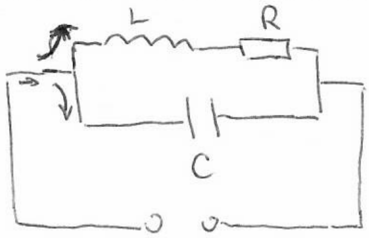
Застосування: підсилення коливань певної частоти, наприклад під час радіоприйому



$Q \simeq 2\pi \frac{W}{\delta W}$ ← енергія в контурі; δW ← зменшення енергії за період

$Q \simeq \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ - малі затухання

Паралельний коливальний контур. Резонанс струмів.



$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$
$\cos \omega t$?

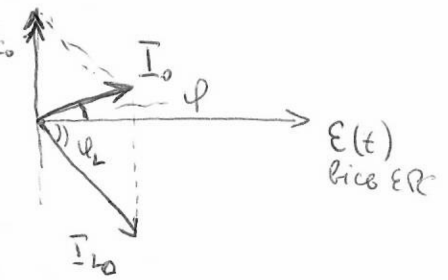
$$I(t) = I_L(t) + I_C(t)$$

$$I_{0L} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}, \quad I_{C_0} = \mathcal{E}_0 \cdot \omega C$$

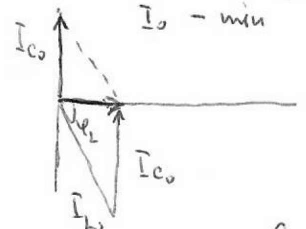
$$tg\, \varphi_L = \frac{\omega L}{R}$$

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (\cos)$$

$$tg\, \varphi = \frac{\omega C (R^2 + \omega^2 L^2) - \omega L}{R}$$



Змінюючи ω можна досягти
$\varphi = 0$ => контур поводить себе як суто активний опір



$$\omega C (R^2 + \omega^2 L^2) = \omega L \qquad \frac{1}{\omega^2 LC}$$

$$\frac{\omega C R^2}{\omega^2 LC} + \frac{\omega^3 L^2 C}{\omega^2 LC} = \frac{\omega L}{\omega^2 LC}$$

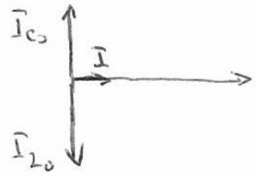
$$\frac{R^2}{\omega L} + \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\frac{1}{\omega C} - \omega L = \frac{R^2}{\omega L}$$

$$I_{C_0} = I_{L_0} \cdot \sin \varphi_L$$

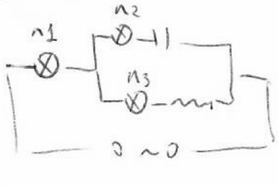
В більшості практично важливих випадків $\omega L >> R$ =>

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad I_{C_0} \approx I_{L_0} = \mathcal{E}_0 \frac{C}{\sqrt{LC}} = \mathcal{E}_0 \sqrt{\frac{C}{L}}$$

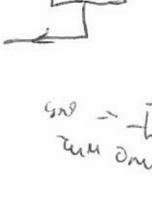


~~tg~~ $\varphi_L \approx \frac{\pi}{2}$ у самому контурі циркулюють дуже великі струми, порівняно с тими, які до контура підводяться
$I_{C_0} = I_{L_0}$ – наз. резонанс. струмів, однакові за амплітудою, протилежні за фазою.

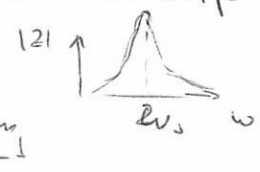
Резонансний підсилювач – використовується для виділення із складного сигналу певної частоти

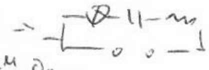


Чим ближче до резонансу, тим гірше світитиме Л1 та краще Л2



$\omega_s = \omega_0$ – резонанс => великий опір



для 
чим ближче ω до ω_0, тим яскравіше.

Робота та потужність змінного струму.

Для постійного струму $N = I \cdot U$
миттєва потужність $N(t) = I(t) \cdot U(t)$
Оскільки $\delta A = N(t) dt$, то робота змінного струму $\delta A = I(t) U(t) \cdot dt$
Знайдемо середню потужність струму за час T, який дорівнює періоду коливань

$$\langle N \rangle = \frac{A_T}{T}$$

$$A_T = \int_0^T \delta A = \int_0^T I(t) U(t) dt$$

Цю величину зручно розраховувати окремо для кожної складової

$u = U_0\cos(\omega t \pm \varphi) = U_0[\cos\omega t\cdot\cos\varphi \mp \sin\omega t\,\sin\varphi] =$
$= U_0[\cos\varphi\cdot\cos\omega t + \sin\varphi\cdot\cos(\omega t \pm \frac{\pi}{2})]$

$I(t) = I_0\cos\omega t$, $U^a(t) = U_0\cos\varphi\cos\omega t$, $U^p(t) = U_0\sin\varphi\cdot\cos(\omega t \pm \pi/2)$

$$A^a = \int_0^T I_0\cos\omega t\cdot U_0\cos\varphi\cdot\cos\omega t\,dt = I_0U_0\cos\varphi\int_0^T\cos^2\omega t\,dt =$$

$$= \left[\cos^2\alpha = \tfrac12(\cos2\alpha+1)\right] = I_0U_0\cos\varphi\int_0^T\left[\tfrac12+\tfrac12\cos(2\omega t)\right]dt = I_0U_0\cos\varphi\cdot\frac{T}{2} +$$

$$+ \frac12 I_0U_0\cos\varphi\,\frac{1}{2\omega}\sin(2\omega t)\Big|_0^T = ; \qquad T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$A^a = \frac12 I_0U_0\cdot T\cos\varphi$$

робота, зумовлена реактивною складовою напруги

$$A^p = \int_0^T I_0\cos\omega t\cdot U_0\sin\varphi\cos(\omega t\pm\pi/2)\,dt = I_0U_0\sin\varphi\int_0^T\cos\omega t\cdot(\mp\sin\omega t)\,dt$$

$\sin\alpha\cos\alpha = \frac12\sin2\alpha$

$$\cancel{= I_0U_0\sin\varphi\,\tfrac12(\mp)\int_0^T\sin2\omega t} \quad = \mp\frac12 I_0U_0\sin\varphi\int_0^T\sin(2\omega t)\,dt = \pm\frac12 I_0U_0\sin\varphi\cos2\omega t\,\frac{1}{2\omega}\Big|_0^T = 0$$

=> робота за період визначається тільки активною складовою напруги і дорівнює $A = \frac12 I_0U_0T\cos\varphi$

$$\boxed{\langle N\rangle = \frac12 I_0U_0\cdot\cos\varphi}$$

$\cos\varphi$ називається коефіцієнт потужності.

Якщо $\varphi = 0$ (активне навантаження) => $\langle N\rangle = \frac12 I_0U_0 = \frac{I_0}{\sqrt2}\cdot\frac{U_0}{\sqrt2} = I_{еф}\cdot U_{еф}$.

Ефективна сила змінного струму - це сила такого постійного струму, при протіканні якого через даний опір виділяється та ж середня кількість теплоти за одиницю часу, що і при протіканні даного змінного струму.

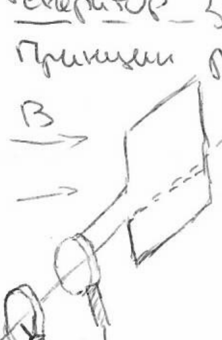
Всі амперметри та вольтметри градуйовані по діючим значенням I та U.

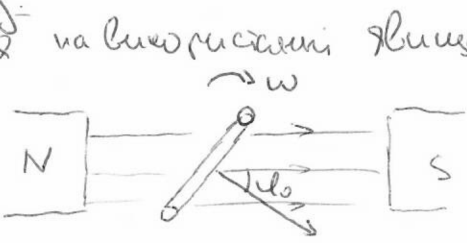
У побутовій мережі $U_0 = 311$ В, $U_{еф} = 220$ В.

$\varphi = \pi/2$, $\langle N\rangle = 0$ - вся енергія без користі коливається між генератором за зовнішньою мережею.

- Генератор змінного струму.

Принцип роботи базується на використанні явища Е-м. індукції:





$\varphi(t) = \omega t + \varphi_0$

$\Phi(t) = B\cdot S\cos\varphi(t)$

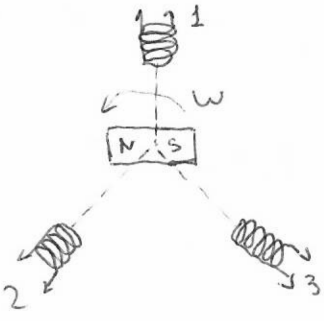
$\mathcal{E}_{інд} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BS\cos(\omega t+\varphi_0)) = BS\omega\sin(\omega t+\varphi_0)$

$\mathcal{E}_{інд} = \mathcal{E}_0\sin(\omega t+\varphi_0)$, $\mathcal{E}_0 = B\cdot S\,\omega$

Якщо витків N, то $\Phi(t) = N\cdot B\cdot S\cos\varphi(t)$

$\mathcal{E}_{інд} = \mathcal{E}_0\cdot N\sin(\omega t+\varphi_0) = \mathcal{E}_0'\sin(\omega t+\varphi_0)$

Може бути і зворотня ситуація, коли котушка нерухома, а обертається магніт



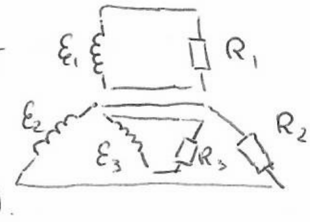
Трифазний струм — сукупність трьох однакових однофазних струмів, зміщених один відносно іншого по фазі на третю частину періода

$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 \sin \omega t$

$\varepsilon_2 = \varepsilon_0 \sin(\omega t - 120^\circ)$ 120°

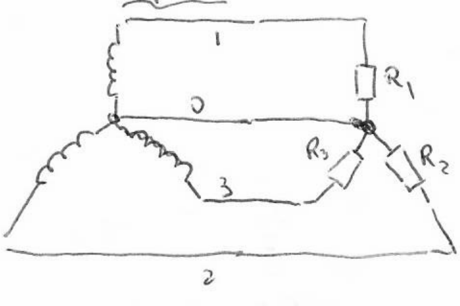
$\varepsilon_3 = \varepsilon_0 \sin(\omega t - 2\frac{2\pi}{3})$

Якщо обмотки не поєднувати, то генератор трифазного струму стає просто сукупністю трьох окремих генераторів однофазного струму (і, зокрема, для передачі енергії потрібно 3 пари провідників).



Використовують різні типи з'єднань:

Зіркою



- для передачі електроенергії достатньо лише чотири провідники

Фазна напруга — напруга між кінцями кожної обмотки

Провідник, з'єднаний з точкою спільного потенціалу наз. нульовим; ті, що з іншими кінцями обмоток — фазні

фазна напруга між 0 та i $(i = 1, 2, 3)$

$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega t - \alpha)$. Для побутового струму $\varepsilon_0 = 311$ В, $\omega = 2\pi \cdot 50$ Гц $= 314$ рад/с.

Лінійна напруга — між фазними провідниками (між i та j)

$\varepsilon_{12} = \varepsilon_0 \sin \omega t - \varepsilon_0 \sin(\omega t - 120^\circ) = \varepsilon_0 \, 2 \sin 60^\circ \cdot \cos(\omega t - 60^\circ) =$

$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$

$= 2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\omega t + 30^\circ) = \sqrt{3} \cdot \varepsilon_0 \sin(\omega t + 30^\circ)$

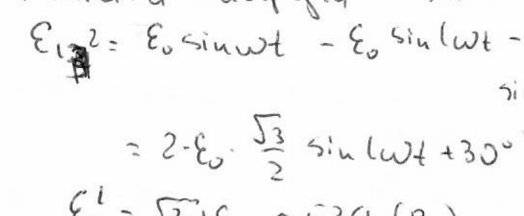
$\varepsilon_0' = \sqrt{3} \cdot \varepsilon_0 \approx 539$ (В) $\quad \varepsilon_{еф}' = \frac{\varepsilon_0'}{\sqrt{2}} = \varepsilon_0 \sqrt{\frac{3}{2}} = 380$ (В)

Тобто при з'єднанні зіркою маємо дві змінні напруги:

1) між 0 та i, амплітуда ε_0, частота ω
2) між i та j — // — $\sqrt{3}\varepsilon_0$ — // — ω

Фазний струм — через обмотки, струм лінії — в лінії. При з'єднанні зіркою $I_ф = I_л$. Якщо $R_1 = R_2 = R_3$, то сума струму через нульовий провід $= 0$

Трикутником



Фазні напруги = лінійним

Якщо система не навантажена, то

$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t + \varepsilon_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{3}) + \varepsilon_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) = 0$

струм в обмотках відсутній

$I_л = I_ф \cdot \sqrt{3}$, $I_{ф1} + I_{ф2} + I_{ф3} = I_л$

на всіх навантаженнях діє фазна напруга