

Заняття 8. Оператори, власні функції, власні значення.

Аудиторне заняття

1. Знайти комутатор операторів

$$\text{а)} \hat{A} = x \text{ та } \hat{B} = \frac{d}{dx}; \quad \text{б)} \hat{A} = 4 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \text{ та } \hat{B} = \frac{\partial}{\partial y} \quad (\text{№2.18a,g})$$

2. Відомо, що $[\hat{A}, \hat{B}] = 1$. Знайти комутатор $[\hat{A}, \hat{B}^2]$. (№2.21)

3. Знайти власне значення оператора \hat{A} , що належить власній функції ψ_A :

$$\text{а)} \hat{A} = -\frac{d^2}{dx^2}, \quad \psi_A = \sin(2x); \quad \text{б)} \hat{A} = -\frac{d^2}{dx^2} + x^2, \quad \psi_A = \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right). \quad (\text{№2.24 a})$$

4. Знайти власні функції та власні числа операторів:

$$\text{а)} \frac{d}{dx}; \quad \text{б)} \frac{d^2}{d\phi^2}. \quad (\text{№2.25a,d})$$

Домашнє завдання

1. Знайти комутатор операторів

$$\text{а)} \hat{A} = 4y^2 \text{ та } \hat{B} = \frac{d}{dx}; \quad \text{б)} \hat{A} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \text{ та } \hat{B} = x \frac{\partial}{\partial y}. \quad (\text{№2.18d})$$

2. Довести, що $\hat{A}^{-1} \hat{B}^2 \hat{A} = \begin{pmatrix} \hat{A}^{-1} & \hat{B} & \hat{A} \end{pmatrix}^2$. (№2.22)

3. Знайти власне значення оператора \hat{A} , що належить власній функції ψ_A :

$$\text{а)} \hat{A} = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{d}{dx}, \quad \psi_A = \frac{\sin \alpha x}{x}, \text{ де } \alpha \text{ - стала. (№2.24б)}$$

4. Знайти власні функції та власні числа операторів:

$$\text{а)} i \frac{d}{dx}; \quad \text{б)} \left(x + \frac{d}{dx} \right). \quad (\text{№2.25б,v})$$

Відповіді до останнього - <https://youtu.be/Q4mytAySUl4>