

**Заняття 9.** Оператори, власні функції, власні значення.

*Аудиторне заняття*

1. Знайти комутатор операторів

а)  $\hat{A} = x$  та  $\hat{B} = \frac{d}{dx}$ ;                      б)  $\hat{A} = 4 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$  та  $\hat{B} = \frac{\partial}{\partial y}$

2. Відомо, що  $[\hat{A}, \hat{B}] = 1$ . Знайти комутатор  $[\hat{A}, \hat{B}^2]$ .

3. Знайти власне значення оператора  $\hat{A}$ , що належить власній функції  $\psi_A$ :

а)  $\hat{A} = -\frac{d^2}{dx^2}$ ,  $\psi_A = \sin(2x)$ ;   б)  $\hat{A} = -\frac{d^2}{dx^2} + x^2$ ,  $\psi_A = \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$ .

4. Знайти власні функції та власні числа операторів:

а)  $\frac{d}{dx}$ ; б)  $\frac{d^2}{d\varphi^2}$ .

*Домашнє завдання*

1. Знайти комутатор операторів

а)  $\hat{A} = 4y^2$  та  $\hat{B} = \frac{d}{dx}$ ;                      б)  $\hat{A} = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$  та  $\hat{B} = x \frac{\partial}{\partial y}$ ;

2. Довести, що  $\hat{A}^{-1} \hat{B}^2 \hat{A} = \left( \hat{A}^{-1} \hat{B} \hat{A} \right)^2$ .

3. Знайти власне значення оператора  $\hat{A}$ , що належить власній функції  $\psi_A$ :

а)  $\hat{A} = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{d}{dx}$ ,  $\psi_A = \frac{\sin \alpha x}{x}$ , де  $\alpha$  - стала.

4. Знайти власні функції та власні числа операторів:

а)  $i \frac{d}{dx}$ ; б)  $\left( x + \frac{d}{dx} \right)$ .