

## **Зміст**

### **ОПТИКА**

**4**

**Теоретичні відомості**

**Приклади розв'язку задач**

Задачі для самостійного розв'язку

### **ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ, АТОМНОЇ ТА ЯДЕРНОЇ ФІЗИКИ**

**Теоретичні відомості**

**Приклади розв'язку задач**

Задачі для самостійного розв'язку

Відповіді

Додатки

Література

# ОПТИКА

## Теоретичні відомості

Оптика – це розділ фізики, який вивчає властивості та фізичну природу світла, а також його взаємодію з речовиною. Вчення про світло можна розділити на три частини:

- геометрична або променева оптика, яка базується на уявленнях про світлові промені;
- хвильова оптика, що вивчає прояви хвильових властивостей світла;
- квантова оптика, предметом дослідження якої є явища, насамперед взаємодії світла з речовиною, де спостерігається прояв корпускулярних властивостей світла.

Видиме світло – це електромагнітні хвилі з довжиною хвилі, яка приблизно знаходиться у діапазоні 400÷760 нм. При розповсюдженні такої хвилі у середовищі її швидкість  $v$  зменшується порівняно з випадком поширення у вакуумі внаслідок взаємодії із зарядженими частинками (насамперед, електронами), які це середовище утворюють. Відношення швидкості світла у вакуумі  $c$  до  $v$  визначає **абсолютний показник заломлення** середовища  $n$ :

$$n = \frac{c}{v}. \quad (1.1)$$

Величина абсолютного показника заломлення визначає так звану оптичну густину середовища.

В оптично однорідному середовищі світло поширюється прямолінійно. У зв'язку з цим використовується поняття світлового променя – геометричної лінії вздовж якої поширюється світло. Зауважимо, що закон прямолінійного світла порушується, а поняття променя втрачає зміст у випадку,

коли, наприклад, світло проходить через отвір, розмір якого співрозмірний з довжиною хвилі, біля краю екрану тощо.

При падінні променя на границю розділу двох середовищ, світло, у загальному випадку, частково відбивається, частково заломлюється. При цьому падаючий, відбитий та заломлений промені, а також перпендикуляр до границі розділу, знаходяться у одній площині, кут відбивання дорівнює куту падіння  $i$ , а для кута заломлення  $r$  виконується співвідношення

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (1.2)$$

де  $n_1$  та  $n_2$  – абсолютні показники заломлення середовищ, де поширюється падаючий та заломлений промені, відповідно;  $n_{21}$  – відносний показник заломлення. Вираз (1.2) визначає **закон заломлення світла** або **закон Снеліуса**.

Оптична сила тонкої лінзи, розташованої в однорідному середовищі

$$D = \frac{1}{F} = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \quad (1.3)$$

де  $F$  – фокусна відстань лінзи,  $n_1$  і  $n_2$  – показники заломлення середовища і матеріалу лінзи, відповідно;  $R_1$  і  $R_2$  – радіуси кривизни поверхонь, що обмежують лінзу.

Формула тонкої лінзи

$$\frac{1}{F} = -\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}, \quad (1.4)$$

де  $a_1$  та  $a_2$  – відстані предмета та його зображення від лінзи. Відстані, які відраховуються від лінзи вздовж напрямку ходу світлового променя вважаються додатними, а ті, що відраховуються проти ходу – від'ємними. Це ж правило застосовується і до визначення знаків  $R_1$  та  $R_2$  у попередній формулі.

Поперечне лінійне збільшення

$$k = \frac{y_2}{y_1} = \frac{a_2}{a_1}, \quad (1.5)$$

де  $y_1$  – висота предмету,  $y_2$  – висота зображення.

**Світловий потік**  $\Phi$  – це енергія, яка переноситься світловими хвилями через дану площу за одиницю часу:

$$\Phi = \frac{dW}{dt}. \quad (1.6)$$

**Сила світла** визначається величиною світлового потоку, що припадає на одиницю просторового кута

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}. \quad (1.7)$$

**Освітленість** характеризується світловим потоком, що припадає на одиницю площі

$$E = \frac{d\Phi}{dS}. \quad (1.8)$$

Освітленість на відстані  $r$  від точкового джерела світла силою  $I$  описується виразом

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha, \quad (1.8)$$

де  $\alpha$  – кут падіння променів.

**Світимість**  $R$  визначається світловим потоком, що випромінюється одиницею площі тіла

$$R = \frac{d\Phi}{dS}. \quad (1.9)$$

Якщо світимість тіла обумовлена лише його освітленістю, то

$$R = \rho E, \quad (1.10)$$

де  $\rho$  – коефіцієнт відбивання світла тілом.

**Яскравість** тіла, яке світиться

$$B = \frac{dI}{dS \cos \theta}, \quad (1.11)$$

де  $\theta$  – кут між напрямком спостереження і нормаллю до елемента поверхні  $dS$ .

Якщо тіло випромінює по закону Ламберта (тобто яскравість не залежить від напрямку), то

$$R = \pi B. \quad (1.12)$$

Одиниці світлових величин узагальнені у Додатку 2.

**Оптична довжина** обчислюється за допомогою наступного виразу

$$L = n l, \quad (1.13)$$

де  $l$  – геометрична довжина шляху, що проходить промінь у середовищі з показником заломлення  $n$ .

**Оптична різниця ходу** двох променів

$$\Delta = L_2 - L_1. \quad (1.14)$$

Взаємозв'язок **різниці фаз** і оптичної різниці ходу:

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}, \quad (1.15)$$

де  $\lambda$  – довжина світлової хвилі.

Інтенсивність світла називають величину, яка дорівнює середньому значенню квадрата напруженості електричного поля електромагнітної хвилі. Закон **фотометричного додавання** передбачає, що в місцях накладання декількох електромагнітних хвиль загальна інтенсивність визначається сумою інтенсивностей окремих світлових променів. Явище відхилення від закону фотометричного додавання називається **інтерференцією**. Для спостереження цього явища необхідно, щоб хвилі, які накладаються, були когерентними, а саме, мали однакову частоту та незмінну в часу різницю початкових фаз.

**Умова максимуму інтерференційної картини** при накладанні двох когерентних хвиль

$$\Delta_{\max} = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda, \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad (1.16)$$

**Умова мінімуму інтерференційної картини** при накладанні двох когерентних хвиль

$$\Delta_{\min} = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad (1.17)$$

Оптична різниця ходу світлових хвиль, яка виникає при відбиванні у вакуум (повітря) монохроматичного світла від тонкої плівки

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = 2dn \cos r + \frac{\lambda}{2}, \quad (1.18)$$

де  $d$  – товщина плівки,  $n$  – її абсолютний показник заломлення,  $i$  та  $r$  – кути падіння та заломлення, доданок  $\lambda/2$  враховує появу додаткової різниці ходу при відбитті від більш оптично густого середовища. У випадку, коли плівка знаходиться на поверхні середовища з більшим абсолютним показником заломлення, ніж у неї, цей доданок відсутній.

Інтерференційну картину у вигляді темних та світлих кілець (при монохроматичному освітленні) можна спостерігати, розташувавши плоско-опуклу лінзу на скляній пластинці. Інтерференція спостерігається як у відбитому світлі, так і в тому, що пройшло, причому для цих двох випадків світлі та темні кільця міняються місцями. Така інтерференційна картина називається **кілця Ньютонa**. Радіус  $k$ -го темного кільця Ньютонa у відбитому світлі може бути обчислений за допомогою співвідношення

$$r_{k,\odot} = \sqrt{2kR \frac{\lambda}{2}}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots); \quad (1.19a)$$

тоді як для світлого справедливим є

$$r_{k,N} = \sqrt{(2k+1)R \frac{\lambda}{2}}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (1.196)$$

де  $R$  – радіус кривизни сферичної поверхні лінзи.

**Дифракцією** називається відхилення світла від прямолінійного поширення, яке не зводиться до відбивання та заломлення.

Умова мінімуму та максимуму при **дифракції на одній щілині** при нормальному падінні світла

$$b \sin \varphi_{\min} = \pm 2k \frac{\lambda}{2}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (1.20a)$$

$$b \sin \varphi_{\max} = \pm (2k+1) \frac{\lambda}{2}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (1.20b)$$

де  $\varphi_{\min}$  та  $\varphi_{\max}$  – кути відхилення променів, які відповідають мінімуму та максимуму інтенсивності,  $b$  – ширина щілини.

**Дифракційна ґратка** – це оптичний пристрій, який складається з великої кількості непрозорих (штрихів, щілин тощо) та прозорих областей, розташованих періодично. При нормальному падінні на дифракційну ґратку світла з довжиною хвилі  $\lambda$  максимумами інтенсивності спостерігаються в напрямках, які складають з нормаллю до ґратки кут  $\varphi$

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (1.21)$$

де  $d$  – стала ґратки (сумарна ширина прозорої та непрозорої областей); ціле число  $k$  ще називають порядком спектра.

Дифракційна ґратка здатна виконувати роль дисперсійного елемента, тобто пристрою, що розділяє в просторі хвилі з різної довжиною. При цьому для роздільної здатності дифракційної ґратки є справедливим співвідношення:

$$R_{\Delta} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN, \quad (1.22)$$

де  $\Delta\lambda$  – найменша різниця хвиль двох сусідніх спектральних ліній ( $\lambda$  і  $\lambda+\Delta\lambda$ ), які ще можливо бачити окремо в  $k$ -му спектрі, отриманому за допомогою дифракційної ґратки із загальною кількістю щілин  $N$ .

Так як довжина електромагнітних хвиль рентгенівського діапазону співрозмірна з параметром ґратки кристалів, то останні можуть відігравати роль дифракційної ґратки. У цьому випадку застосовують **формулу Вульфа-Бреггів**

$$2d \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad (1.23)$$

де  $\theta$  – кут ковзання (кут між напрямом паралельного пучка рентгенівського випромінення, що падає на кристал, і атомною площиною в кристалі), який відповідає дифракційному максимуму;  $d$  – міжплощинна відстань.

Якщо напрям вектора напруженості електричного поля світлової хвилі (т.з. світлового вектора) змінюється хаотично, то таке світло називається неполяризованим або природнім. У випадку, якщо вектор напруженості весь час перебуває у одній площині, то світло називається плоско (або лінійно) поляризованим, а сама площина – площиною поляризації. Напрямок світлового вектора описує коло у випадку циркулярно поляризованого світла. Циркулярно та плоскополяризоване світло є частковими випадками еліптичнополяризованого світла. Прилади, які дозволяють отримувати плоскополяризоване світло, називаються поляризаторами. Інша назва поляризатора – ніколь; це узагальнює іменування пов'язано з тим, що одним з найбільш популярних поляризуючих пристроїв є призма Ніколя, дія якої ґрунтується на використанні явищ подвійного променезаломлення та повного внутрішнього відбивання.

При падінні на поляризатор природнього світла, на його виході отримується плоскополяризоване світло вдвічі меншої інтенсивності. Інтенсивність світла на виході поляризатора при



падінні плоскополяризованого світла описується законом Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha, \quad (1.24)$$

де  $I_0$  – інтенсивність падаючого плоскополяризованого світла,  $I$  – інтенсивність світла після поляризатора,  $\alpha$  – кут між напрямками поляризації падаючого світла і площиною пропускання поляризатора. У системі, яка складається з двох поляризаторів, вихідний нерідко називають аналізатором.

Якщо коливання вектора напруженості мають переважаючий напрямок, проте спостерігаються і в інших, то говорять про частково поляризоване світло. **Ступінь поляризації** світла описується виразом

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (1.25)$$

де  $I_{\max}$  та  $I_{\min}$  – максимальна і мінімальна, відповідно, інтенсивності світла, які пропускається поляризатором.

### **Закон Брюстера**

$$\operatorname{tg} i_A = n_{21}, \quad (1.26)$$

де  $i_B$  – кут падіння, при якому відбитий від межі поділу двох діелектриків промінь повністю поляризований. Якщо кут падіння на задовольняє умові (1.26), то і відбитий, і заломлений промені будуть частково поляризованими. Зокрема, для відбитого світла справедливі формули Френеля:

$$I'_{\perp} = I_{\perp} \left[ \frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} \right]^2, \quad I'_{\parallel} = I_{\parallel} \left[ \frac{\operatorname{tg}(i-r)}{\operatorname{tg}(i+r)} \right]^2, \quad (1.27)$$

де  $I_{\perp}$  і  $I_{\parallel}$  – інтенсивності падаючого світла, у якого коливання світлового вектора перпендикулярні та паралельні площині падіння, відповідно;  $I'_{\perp}$  і  $I'_{\parallel}$  – те саме для відбитого світла;  $i$  та  $r$  – кути падіння та заломлення.

Для природнього світла інтенсивністю  $I_0$ :  
 $I_{\perp} = I_{\parallel} = 0,5I_0, \quad P = 0.$

Якщо при проходженні плоскополяризованого світла через середовище відбувається обертання площини поляризації, то середовище називається активним. Кут повороту в твердих тілах та розчинах описується виразами (1.28а) та (1.28б):

$$\varphi = \alpha d, \quad (1.28a)$$

де  $d$  – довжина шляху, пройденого світлом в оптично активному середовищі, яке характеризується сталою обертання  $\alpha$

$$\varphi = [\alpha] C d, \quad (1.28b)$$

де  $[\alpha]$  – питома стала обертання,  $C$  – масова концентрація оптично активної речовини в розчині.

Спектральною випромінювальною здатністю тіла  $E_{rad,\lambda}$  називають енергію, яка випромінюється з одиниці поверхні тіла за одиницю часу, причому довжини електромагнітних хвиль знаходяться в інтервалі довжин хвиль  $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ . Аналогічну величину, пов'язану з випромінюванням у частотному інтервалі  $[\omega, \omega + d\omega]$  також називають спектральною випромінювальною здатністю, але позначають  $E_{rad,\omega}$ .

$$E_{rad,\lambda} d\lambda = E_{rad,\omega} d\omega. \quad (1.29)$$

Враховуючи, що  $\omega = 2\pi c/\lambda$ , то  $\lambda d\omega = \omega d\lambda$ . Інтегральна випромінювальна здатність  $E_{rad}$  визначається енергією, що випромінюється одиницею поверхні тіла за одиницю часу:

$$E_{rad} = \int_0^{\infty} E_{rad,\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} E_{rad,\omega} d\omega. \quad (1.30)$$

Поглинальна здатність визначається відношенням поглинутої енергії, до падаючої. Тіло, для якого поглинальна здатність рівна одиниці, називається **абсолютно чорним**. Для такого тіла спектральні випромінювальні здатності описуються **формулою Планка**:

$$E_{rad,\lambda} = \frac{8hc\pi}{\lambda^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1}, \quad (1.31a)$$

$$E_{rad,\omega} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1}. \quad (1.31b)$$

**Закон Стефана-Больцмана:**

$$E_{rad} = \sigma T^4, \quad (1.32a)$$

де  $E_{rad}$  – інтегральна випромінювальна здатність теплового випромінення абсолютно чорного тіла температурою  $T$ ,  $\sigma$  – стала Стефана-Больцмана.

Тіло, для якого поглинальна здатність не залежить від температури та частоти падаючого світла, а за величиною менше одиниці, називається сірим. Для такого тіла

$$E_{rad}^{\prime} = \beta \sigma T^4, \quad (1.32b)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт чорноти.

**Закон зміщення Віна:**

$$\lambda_m = \frac{b_w}{T}, \quad (1.33)$$

де  $\lambda_m$  – довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної залежності енергії теплового випромінення абсолютно чорного тіла температурою  $T$ ,  $b_w$  – стала Віна.

**Енергія фотона**

$$\varepsilon = h\nu, \quad (1.34)$$

де  $h$  – стала Планка,  $\nu$  – частота фотона.

**Імпульс фотона**

$$p = \frac{h}{\lambda}. \quad (1.35)$$

**Формула Ейнштейна для фотоефекту:**

$$h\nu = A + E_{k,\max}, \quad (1.36)$$

де  $\nu$  – частота світла, падаючого на поверхню металу;  $A$  – робота виходу електрону з металу,  $E_{k,\max}$  – максимальна кінетична енергія фотоелектронів, які вилітають з металу.

**Формула Комптона:**

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 2 \frac{h}{mc} \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (1.37)$$

де  $\Delta\lambda$  – зміна довжини хвилі фотону при його комптонівському розсіянні на частинці масою  $m$ ,  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$  – довжини хвилі до та після, відповідно, розсіяння на кут  $\theta$ .

## ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ

Приклад 1. Точкове джерело світла  $S$  знаходиться на відстані  $a = 15$  см від розсіючої лінзи з фокусною відстанню  $F = 10$  см на її головній оптичній вісі. По інший бік лінзи на відстані  $b = 5$  см від неї розташовано плоске дзеркало. Знайти відстань  $L$  між джерелом і його уявним зображенням у дзеркалі.

$$a = 0,15 \text{ м}$$

$$b = 0,05 \text{ м}$$

$$F = 0,1 \text{ м}$$

$$L - ?$$

Розв'язок:

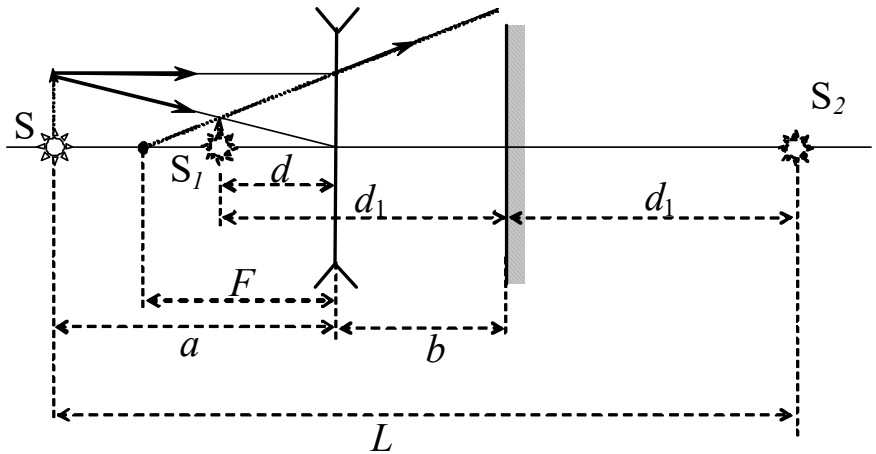


Рис.1.1

Спочатку знайдемо, де буде знаходитися зображення  $S_1$  джерела світла  $S$ , утворене розсіюючою лінзою. Для цього скористаємося формулою тонкої лінзи, яка у випадку розсіючої лінзи матиме вигляд:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{d} = -\frac{1}{F}, \quad (1)$$

де  $a$  та  $d$  – відстані від лінзи до джерела світла і його зображення,  $F$  – фокусна відстань лінзи. Виразивши з (1)  $d$ , отримуємо

$$d = -\frac{aF}{a+F}. \quad (2)$$

Те, що значення  $d$  від'ємне свідчить, що зображення  $S_1$  знаходиться з того ж боку від лінзи, що і джерело  $S$ . Побудувавши хід променів в даній оптичній системі (рис.1.1) ми можемо в цьому пересвідчитися.

Отже, уявне зображення  $S_1$ , утворене лінзою, знаходиться на відстані

$$d_1 = b + |d| = b + \frac{aF}{a+F} \quad (3)$$

від дзеркала. Відповідно, уявне зображення  $S_2$ , утворене у дзеркалі, знаходиться на відстані  $d_1$  з іншого боку дзеркала. Таким чином, відстань між  $S$  і  $S_2$  (як видно з рисунку)

$$L = a + b + d_1 = a + 2b + \frac{aF}{a+F} = 0.31 \text{ (м)}.$$

**Приклад 2.** Обчислити зміщення променя, що пройшов крізь скляну плоскопаралельну пластинку товщиною  $d = 2 \text{ см}$ , якщо кут падіння променя  $\alpha = 60^\circ$ .

$d = 0,02 \text{ м}$		Розв'язок:
$\alpha = 60^\circ$		
$x = ?$		
		При падінні світла з повітря на скляну пластинку закон заломлення матиме вигляд:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n, \quad (1)$$

де  $\alpha$  – кут падіння,  
 $\beta$  – кут заломлення,  
 $n$  – абсолютний показник заломлення скла  
 $(n = 1,5)$  – у формулі (1)  
 враховано, що абсолютний показник заломлення повітря дорівнює одиниці.

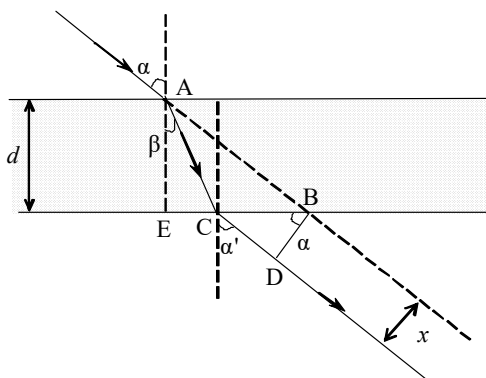


Рис.1.2

Нехай кут під яким світло виходить з пластини -  $\alpha'$ . Тоді для заломлення світла на протилежній грані пластини, при виході з неї, можна записати:

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha'} = \frac{1}{n}. \quad (2)$$

Порівнявши вирази (1) і (2) бачимо, що має бути  $\alpha = \alpha'$ , тобто кути під якими промінь світла падає на плоскопаралельну пластину і виходить з неї, однакові. Отже, після проходження пластини промінь буде йти паралельно своєму руху до зустрічі перетину з пластиною (див. рис.1.2) змістившись на відстань  $x$ . Як видно з рисунка,  $x$  може бути знайдена з прямокутного трикутника CBD:

$$x = BD = CB \cos \alpha. \quad (3)$$

В свою чергу  $CB = EB - EC$ , а для EC и CB справедливі є рівності:

$$EC = AE \operatorname{tg} \beta = d \operatorname{tg} \beta,$$

$$EB = AE \operatorname{tg} \alpha = d \operatorname{tg} \alpha,$$

де  $d$  – товщина пластини. Отже,

$$CB = d \operatorname{tg} \alpha - d \operatorname{tg} \beta,$$

$$x = d \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta). \quad (4)$$

З формули (1) випливає:

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}. \quad (5)$$

Так як  $\operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}$ , а  $\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta}$ , то з урахуванням

(5) отримуємо:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= \frac{\sin \beta}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} = \frac{\sin \alpha}{n} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}} = \\ &= \frac{\sin \alpha}{n} \frac{n}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Підставивши (6) в (4) знаходимо:

$$\begin{aligned} x &= d \cos \alpha \left( \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right) = \\ &= d \sin \alpha \left( 1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right) \approx 10^{-2} \text{ (м)}. \end{aligned}$$

Приклад 3. У центрі квадратної кімнати площею  $S = 25 \text{ м}^2$  висить лампа. На висоті  $h$  від підлоги повинна знаходитись лампа, щоб освітленість у кутах кімнати була найбільшою?

$S = 25 \text{ м}^2$	Розв'язок:
$h - ?$	



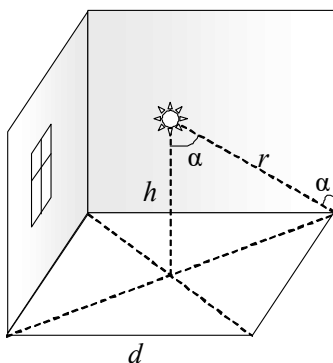


Рис.1.3

Лампу можна розглядати як точкове джерело світла. Освітленість  $E$ , що створюється точковим джерелом світла силою  $I$  на елементі площі, який розташований на відстані  $r$ , описується формулою:

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha, \quad (1)$$

де  $\alpha$  – кут падіння променів. Як видно з рис.1.3,  $r$  та  $\cos \alpha$  пов'язані зі стороною квадратної кімнати  $d$  і висотою знаходження лампи  $h$  наступними співвідношеннями:

$$r = \sqrt{h^2 + d^2 / 2},$$

$$\cos \alpha = \frac{h}{r} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + d^2 / 2}}, \quad (2)$$

де  $d / \sqrt{2}$  – половина діагоналі підлоги. Підставляючи (2) в (1), отримуємо:

$$E = \frac{I h}{(h^2 + d^2 / 2)^{3/2}}. \quad (3)$$

Для знаходження максимуму освітленості знайдемо похідну  $dE/dh$  і прирівняємо її до нуля:

$$\frac{dE}{dh} = \frac{I \left[ (h^2 + d^2 / 2)^{3/2} - h \frac{3}{2} (h^2 + d^2 / 2)^{1/2} 2h \right]}{(h^2 + d^2 / 2)^3} =$$

$$= \frac{I (h^2 + d^2 / 2)^{1/2}}{(h^2 + d^2 / 2)^3} (d^2 / 2 - 2h^2) = 0. \quad (4)$$

З рівняння (4) знаходимо висоту на якій потрібно розташувати лампу, щоб досягти максимальної освітленості в кутах кімнати:

$$h = \frac{d}{2}.$$

Так як площа  $S$  квадратної кімнати і її сторона  $d$  пов'язані співвідношенням  $d = \sqrt{S}$ , то остаточно отримуємо

$$h = \frac{\sqrt{S}}{2} = 2,5 \text{ (м)}.$$

Приклад 4. Два когерентні джерела світла віддалені від екрану на відстань  $L = 2 \text{ м}$ . Відстань між ними складає  $d = 2 \text{ мм}$ . Знайти довжину хвилі  $\lambda$ , що випромінюється джерелами, якщо відстань на екрані між третім і п'ятим мінімумами інтерференційної картини дорівнює  $\Delta x_{3,5} = 1,2 \text{ см}$ .

$$d = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$L = 2 \text{ м}$$

$$\Delta x_{3,5} = 0,012 \text{ м}$$

$$k_1 = 3$$

$$k_2 = 5$$

$$\lambda = ?$$

Розв'язок:

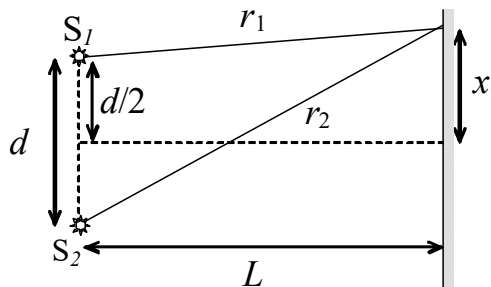


Рис.1.4

Різниця ходу  $\Delta$  світлових хвиль, що поширюються від двох когерентних джерел  $S_1$  та  $S_2$  у точці екрану з координатою  $x$ :

$$\Delta = r_2 - r_1, \quad (1)$$

де зміст  $r_1$  та  $r_2$  зрозумілий з рис.1.4. З рисунку також видно, що

$$r_1^2 = L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2, \quad r_2^2 = L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2. \text{ Таким чином}$$

$$r_2^2 - r_1^2 = L^2 + x^2 + xd + \frac{d^2}{4} - L^2 - x^2 + xd - \frac{d^2}{4} = 2xd.$$

Водночас  $r_2^2 - r_1^2 = (r_1 + r_2)(r_2 - r_1)$ . Так як  $d \ll L$ , то  $r_1 + r_2 \approx 2L$  і отже

$$r_2 - r_1 = \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_1 + r_2} = \frac{xd}{L},$$

тобто

$$\Delta = \frac{xd}{L}. \quad (2)$$

Мінімуми інтерференційної картини спостерігаються в тих областях екрану, для яких

$$\Delta = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad (3)$$

де  $k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$  визначає порядок мінімуму,  $\lambda$  – довжина хвилі, що випромінюється джерелами.

Нехай  $k_1$ -му мінімуму відповідає координата на екрані  $x_{k1}$ , а  $k_2$ -му мінімуму –  $x_{k2}$ . Тоді, враховуючи (2) і (3),

$$\begin{aligned} \frac{x_{k1}d}{L} &= (2k_1 + 1)\frac{\lambda}{2} \\ \frac{x_{k2}d}{L} &= (2k_2 + 1)\frac{\lambda}{2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Віднімаючи від другого рівняння системи (4) перше, отримаємо

$$\frac{(x_{k2} - x_{k1})d}{L} = \lambda (k_2 - k_1). \quad (5)$$

Так як  $x_{k_2} - x_{k_1} = \Delta x_{k_2, k_1}$  – відстань між  $k_1$ -м та  $k_2$ -м мінімумами, то

$$\frac{\Delta x_{k_2, k_1} d}{L} = \lambda (k_2 - k_1),$$

звідки

$$\lambda = \frac{\Delta x_{k_2, k_1} d}{(k_2 - k_1) L} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ (м)}.$$

**Приклад 5.** *Визначити найменшу товщину мильної плівки  $d_{\min}$ , якщо у відбитому світлі вона здається зеленою ( $\lambda = 500 \text{ нм}$ ). Кут  $\alpha$  між нормаллю і променем зору дорівнює  $35^\circ$ . Вважати, що показник заломлення плівки  $n = 1,4$ . Який колір буде у плівки, якщо її спостерігати під кутом  $\alpha_1 = 0^\circ$ , тобто при нормальному промені зору?*

$\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	Розв'язок:
$n = 1,4$	При падіння світла на плівку внаслідок
$\alpha = 35^\circ$	відбивання від її верхньої та нижньої
$\alpha_1 = 0^\circ$	границь утворюються дві когерентні хвилі.
$d_{\min} - ?$	Колір плівки визначається тим, для якої з
	довжин хвиль виконується умова
	максимуму інтерференції. Таким чином, використовуючи
	вирази (1.16) та (1.18), отримуємо:

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad (1)$$

де  $d$  – товщина плівки,  $k$  – ціле число. Найменша товщина плівки  $d = d_{\min}$  відповідає випадку  $k = 1$ :

$$2d_{\min} \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

звідки

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \approx 9,8 \cdot 10^{-7} \text{ (м)}.$$

Щоб відповісти на друге запитання, необхідно використовуючи вираз (2) визначити довжину хвилі, яка відповідатиме максимуму інтерференції під кутом  $\alpha_1$ :

$$\lambda = 4d_{\min} \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} = \lambda \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \approx 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ (м)}.$$

Отже, у випадку нормального спостереження око побачить плівку, забарвлену в жовто-зелений колір.

Приклад 6. Поверхні скляного клина утворюють між собою кут  $\alpha = 0,1'$ . Клин освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі  $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ , яке падає нормально до його поверхні. Знайти лінійну  $b$  відстань між сусідніми інтерференційними смугами, вважаючи що абсолютний показник заломлення скла  $n = 1,5$ .

$\alpha = 0,1'$ $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ $n = 1,5$ $b = ?$
--

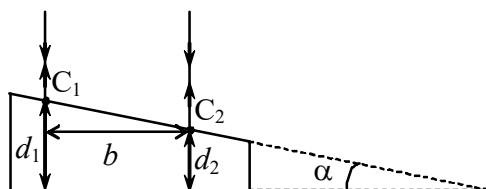


Рис.1.5

Розв'язок:

У цьому випадку когерентні хвилі з'являються внаслідок відбиття променів від обох поверхонь клину. Внаслідок мализни кута, можна вважати, що всі промені поширюються перпендикулярно до обох поверхонь клину. При обчисленні різниці ходу необхідно врахувати, що при відбитті від границі повітря-скло промінь отримує додаткову різницю ходу  $\lambda/2$ , тоді як у випадку границі скло-повітря друге середовище є менш оптично густим і додаткова різниця ходу для відбитого променя

відсутня. Крім того, промені відбиті від нижньої границі клину (див. Рис.1.5) проходять надлишковий шлях, довжина якого залежить від товщини клина, що, в свою чергу, змінюється при русі вздовж нього. Таким чином, різниця ходу для інтерферуючих променів

$$\Delta = 2dn + \lambda/2, \quad (1)$$

де  $d$  – товщина клину у даній точці.

Нехай у точках  $C_1$  і  $C_2$  знаходяться дві сусідні світлі смуги. Тоді різниці ходу  $\Delta_1$  і  $\Delta_2$  для променів, які виходять з клину у цих точках мають виконуватися умови

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 2d_1n + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \\ \Delta_2 &= 2d_2n + \frac{\lambda}{2} = (k-1)\lambda, \end{aligned} \quad (2)$$

де  $d_1$  та  $d_2$  – товщина клина в місцях розташування точок  $C_1$  та  $C_2$ , відповідно;  $k$  – ціле число. Віднімаючи почленно ці дві рівності, отримаємо

$$2n(d_1 - d_2) = \lambda,$$

звідки

$$d_1 - d_2 = \frac{\lambda}{2n}. \quad (3)$$

Як видно з рисунка, відстань між цими точками

$$b = \frac{d_1 - d_2}{\operatorname{tg} \alpha} \approx \frac{d_1 - d_2}{\alpha}, \quad (4)$$

де кут  $\alpha$  виражається в радіанах.

Беручи до уваги вирази (3) та (4) остаточно запишемо

$$b \approx \frac{\lambda}{2n\alpha} \approx 5,7 \cdot 10^{-3} \text{ (м)}.$$

Приклад 7. Знайти фокусну відстань  $F$  плоско-опуклої лінзи, яка використовується у приладі для спостереження кілець Ньютона, якщо радіус третього світлого кільця дорівнює  $r_3 = 1,1 \cdot 10^{-3}$  м. Вважати, що показник заломлення матеріалу лінзи  $n = 1,6$ , довжина хвилі освітлення  $\lambda = 5,89 \cdot 10^{-7}$  м, а спостереження проводяться у відбитому світлі.

$r_3 = 1,1 \cdot 10^{-3}$ м $n = 1,6$ $\lambda = 5,89 \cdot 10^{-7}$ м
$F - ?$

Розв'язок:

При спостереженні кілець Ньютона у відбитому світлі в точці С (рис. 1.6)

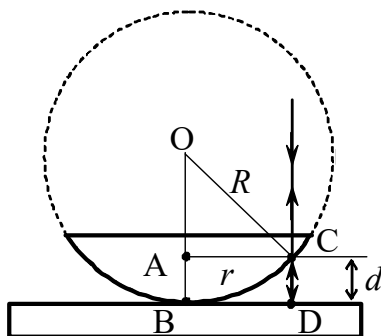


Рис.1.6

інтерферують між собою промінь, який відбився від внутрішньої поверхні лінзи, та промінь, який повернувся в т.С пройшовши відстань  $CD = d$  вниз і потім відбився від зовнішньої поверхні плоско-паралельної пластинки в точці D. Оптична різниця ходу  $\Delta$  інтерферуючих променів буде дорівнювати:

$$\Delta = 2d + \lambda/2. \quad (1)$$

Формула (1) записана у припущенні, що між лінзою та пластинкою знаходиться повітря, для якого показник середовища  $n_{\text{пов}} \approx 1$ ; другий доданок враховує додаткову різницю ходу, що виникає при відбиванні променя від пластинки. Місця розташування повітряного проміжку однакової товщини є колами з центром у точці дотику лінзи і пластинки, а отже інтерференційна картина має вигляд концентричних кілець.

Виразимо величину  $d$  через радіус інтерференційного кільця  $r$  та радіус кривизни лінзи  $R$ . Для цього розглянемо прямокутний трикутник ОАС – див.Рис.1.6. Згідно з теоремою Піфагора  $OC^2 = AC^2 + OA^2$ . З рисунка видно, що  $OC = OB = R$ ,  $AC = r$ ,  $OA = OB - AB$ ,  $AB = CD = d$ . Таким чином

$$r^2 = R^2 - (R - d)^2 = 2Rd - d^2 = d(2R - d).$$

Взявши до уваги, що  $2R \gg d$ , з останнього виразу отримаємо

$$r^2 \approx 2Rd. \quad (2)$$

Отже, для оптичної різниці ходу променів, які інтерферують на відстані  $r$  від точки дотику лінзи і пластинки, наближено виконується наступна рівність:

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}. \quad (3)$$

Для утворення світлого кільця необхідно, щоб у місці його розташування виконувалась умова

$$\Delta = k\lambda, \quad (4)$$

де  $k$  – ціле число, що нумеруватиме кільця. Прирівнюючи вирази (3) та (4) маємо

$$\frac{r_k^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad (5)$$

де  $r_k$  – радіус  $k$ -го світлого кільця. Формула (5) дозволяє оцінити радіус кривизни лінзи опуклої поверхні лінзи:

$$R = \frac{r_k^2}{(k - 1/2)\lambda}. \quad (5)$$

Як відомо, фокусна відстань лінзи з поверхнями, які мають радіуси кривизни  $R$  та  $R_0$  у випадку, коли вона знаходиться у повітрі визначається співвідношенням



$$F = \frac{1}{(n-1)\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0}\right)}. \quad (5)$$

Для плоскої поверхні  $R_0 = \infty$  і тому остаточно отримуємо

$$F = \frac{r_k^2}{(n-1)(k-1/2)\lambda} \approx 1,37 \text{ (м)}.$$

Приклад 8. Дифракційна ґратка містить  $N_1 = 800$  штрихів на 1 мм. На неї нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda = 0,585$  мкм. Визначити, як зміниться кут дифракції для спектра другого порядку, якщо взяти ґратку з  $N_2 = 500$  штрихами на одному міліметрі.

$L = 10^{-3} \text{ м}$ $N_1 = 800$ $N_2 = 500$ $\lambda = 5,85 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ $k = 2$ <hr/> $\Delta\varphi - ?$
---

Розв'язок:

Кут  $\varphi$   
відхилення  
променів, що  
відповідає  
максимуму  
при дифракції  
на ґратці

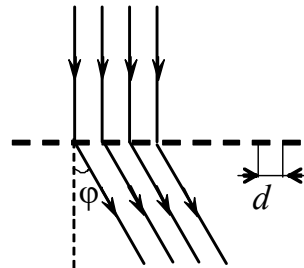


Рис.1.7

нормально падаючого світла

довжиною  $\lambda$  визначається з умови:

$$d \sin \varphi = k\lambda, \quad (1)$$

де  $d$  – період ґратки,  $k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$  - порядок спектру. Якщо на довжині  $L$  ґратки вкладається  $N$  штрихів, то період цієї ґратки:

$$d = \frac{L}{N}. \quad (2)$$

Виражаючи з (1)  $\sin \varphi$  і підставляючи у (2) отримаємо:

$$\sin \varphi = \frac{k \lambda N}{L}. \quad (3)$$

Таким чином, кут спостереження максимуму при дифракції на першій ґратці

$$\varphi_1 = \arcsin\left(\frac{k \lambda N_1}{L}\right),$$

тоді як для другої

$$\varphi_2 = \arcsin\left(\frac{k \lambda N_2}{L}\right).$$

При заміні ґратки кут зміниться на величину:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \arcsin\left(\frac{k \lambda N_2}{L}\right) - \arcsin\left(\frac{k \lambda N_1}{L}\right) \approx -33.59^\circ.$$

Отже, якщо взяти іншу ґратку, то кут дифракції для спектру другого порядку зменшиться приблизно на  $33.6^\circ$ .

*Приклад 9. Кут  $\alpha$  між площинами пропускання поляризаторів дорівнює  $50^\circ$ . Природне світло, проходить крізь таку систему послаблюється в  $k=5$  разів. Нехтуючи втратами світла при відбитті, визначити коефіцієнт поглинання  $\chi$  світла в поляризаторах.*

$\alpha = 50^\circ$ $k = 5$ $\chi = ?$		Розв'язок:
		<p>Природне світло, що падає на перший поляризатор <math>N_1</math>, розщеплюється внаслідок подвійного променезаломлення на два промені: звичайний і незвичайний. Обидва промені однакові за інтенсивністю та повністю поляризовані. Площина коливань світлового вектора незвичайного променя (е) лежить у площині малюнка (площині головного перерізу поляризатора). Площина коливань для звичайного променя (о) перпендикулярна площині малюнка. Звичайний промінь повністю поглинається</p>

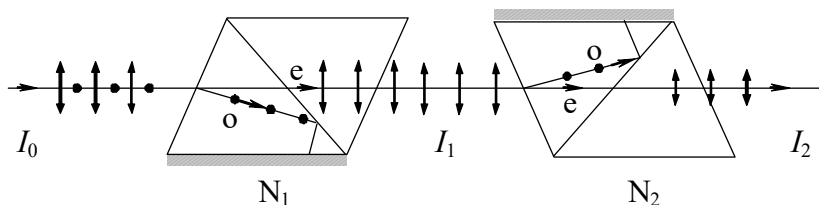


Рис.1.8

поляризатором. Незвичайний промінь проходить через поляризатор змінюючи свою інтенсивність внаслідок поглинання, таким чином:

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1 - \chi) \quad (1)$$

де  $I_0$  – інтенсивність природного світла, що падає на оптичну систему,  $I_1$  – інтенсивність світла, що пройшло перший поляризатор,  $\chi$  – коефіцієнт поглинання світла поляризатором.

Плоскополяризований промінь інтенсивністю  $I_1$ , який падає на другий поляризатор  $N_2$ , також розщеплюється на звичайний і незвичайний промені різної інтенсивності. Звичайний промінь повністю поглинається поляризатором. Врахувавши поглинання світла в поляризаторі та користуючись законом Малюса для інтенсивності  $I_2$  променя, який виходить з  $N_2$ , можемо записати:

$$I_2 = I_1 (1 - \chi) \cos^2 \alpha. \quad (2)$$

Підставляючи (1) в (2) отримуємо:

$$I_2 = \frac{1}{2} I_0 (1 - \chi)^2 \cos^2 \alpha. \quad (3)$$

Виражаючи з формули (3)  $\chi$  та враховуючи, що згідно умови задачі  $\frac{I_0}{I_2} = k$ , остаточно маємо:

$$\chi = 1 - \sqrt{\frac{2I_2}{I_0 \cos^2 \alpha}} = 1 - \sqrt{\frac{2}{k \cos^2 \alpha}} \approx 1.6 \cdot 10^{-2}.$$

Приклад 10. Частково поляризоване світло проходить крізь ніколь. При повороті ніколя на кут  $\alpha = 60^\circ$  від положення, при якому інтенсивність світла, яке пройшло є максимальним, ця інтенсивність зменшується в  $\eta = 2$  рази. Нехтуючи поглинання і відбивання світла ніколем, визначити: а) відношення інтенсивностей  $I_p$  лінійно поляризованої складової та  $I_0$  природньої складової світла на вході в ніколь; б) ступінь поляризації  $P$  вхідного пучка.

$$\eta = 2$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$I_p / I_0 = ?$$

$$P = ?$$

Розв'язок:

Частково поляризоване світло можна уявити як суміш природнього та плоско поляризованого. Після проходження такою сумішшю поляризатора найбільша

інтенсивність буде спостерігатися у випадку, коли площа пропускання ніколя збігається з площиною поляризації лінійно поляризованої складової, а отже вона проходитиме повністю. Щодо природньої складової, то при будь-якому положенні ніколя її внесок у вихідне світло буде дорівнюватиме половині  $I_0$ . Таким чином, при першому положенні ніколя, сумарна максимальна інтенсивність вихідного світла  $I_1$  може бути записана наступним чином:

$$I_1 = I_p + 0,5I_0. \quad (1)$$

При повороті ніколя на кут  $\alpha$  внесок плоскополяризованої складової у загальну вихідну інтенсивність  $I_2$  можна обчислити використовуючи закон Малюса. Тобто:

$$I_2 = I_p \cos^2 \alpha + 0,5I_0. \quad (2)$$

Оскільки згідно з умовою задачі  $I_1 / I_2 = \eta$ , то, використовуючи дві попередні рівності, отримуємо

$$\frac{I_p + 0,5I_0}{I_p \cos^2 \alpha + 0,5I_0} = \eta.$$

Перетворивши останній вираз матимемо

$$\frac{I_p}{I_0} = \frac{\eta - 1}{2(1 - \eta \cos^2 \alpha)} = 1.$$

Ступінь поляризації можна знайти за допомогою формули:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (3)$$

де  $I_{\max}$  та  $I_{\min}$  – максимальна і мінімальна, відповідно, інтенсивності світла, які пропускається поляризатором. В нашому випадку  $I_{\max} = I_1$ , а  $I_{\min}$  спостерігається, коли лінійно поляризована складова повністю затримується нікелем, тобто  $I_{\min} = 0,5 I_0$ . Таким чином

$$P = \frac{I_p + 0,5I_0 - 0,5I_0}{I_p + 0,5I_0 + 0,5I_0} = \frac{I_p}{I_p + I_0},$$

$$P = \frac{\eta - 1}{\eta(1 - 2 \cos^2 \alpha) + 1} = 0,5.$$

Приклад 11. Пластинку кварцу товщиною  $d = 2$  мм помістили між паралельними ніколями, за рахунок чого площина поляризації монохроматичного світла повернулася на кут  $\varphi = 53^\circ$ . Якої найменшої товщини  $d_{\min}$  потрібно взяти кварцову пластинку, щоб поле зору поляриметра стало повністю темним?

$$\left. \begin{array}{l} d = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ \varphi = 53^\circ \end{array} \right| \frac{d_{\min} - ?}{}$$

Розв'язок:

Кут повороту площини поляризації монохроматичного світла при проходженні через оптично активну речовину (в даному

випадку кварц) описується формулою:

$$\varphi = \alpha d, \quad (1)$$

де  $\alpha$  – стала обертання речовини,  $d$  – шлях, що пройшло світло. Тобто, якщо у світла, яке пройшло через пластину товщиною  $d$  площина поляризації повернулась на кут  $\phi$ , то стала обертання для цього матеріалу:

$$\alpha = \frac{\phi}{d}. \quad (2)$$

Щоб поле зору поляриметра було абсолютно темним необхідно, щоб напрям поляризації світла, яке падає на аналізатор і напрям площини пропускання аналізатора були перпендикулярні. Тобто, мінімальний кут, на який пластина має повернути площину поляризації світла  $\phi_{\min} = 90^\circ$ . Використовуючи вираз (1), можемо записати:

$$\phi_{\min} = \alpha \cdot d_{\min},$$

$$d_{\min} = \frac{\phi_{\min}}{\alpha},$$

або, враховуючи (2),

$$d_{\min} = \frac{\phi_{\min}}{\phi} d \approx 3.4 \cdot 10^{-3} \text{ (м)}.$$

Приклад 12. Як і в скільки разів зміниться потік випромінювання абсолютно чорного тіла, якщо максимум енергії випромінювання зміститься з червоної границі видимого спектра ( $\lambda_{m1} = 780 \text{ нм}$ ) до фіолетової ( $\lambda_{m2} = 390 \text{ нм}$ )?

$\lambda_{m1} = 7,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	Розв'язок: Згідно із законом Стефана-Больцмана потік випромінювання абсолютно чорного тіла описується виразом:
$\lambda_{m2} = 3,9 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	
$\Phi_2/\Phi_1 - ?$	

$$\Phi = SE_{\text{rad}} = \sigma T^4, \quad (1)$$

де  $\sigma$  – стала Стефана-Больцмана,  $S$  та  $T$  – площа та термодинамічна температура поверхні тіла, відповідно.

З іншого боку, довжина хвилі, на яку припадає максимум енергії випромінення визначається законом зміщення Віна:

$$\lambda_m = \frac{b_w}{T}, \quad (2)$$

де  $b_w$  – стала Віна. Якщо з формули (2) виразити  $T$  та підставити в (1), отримаємо:

$$\Phi = S \sigma \left( \frac{b_w}{\lambda_m} \right)^4. \quad (3)$$

Тобто, для потоку випромінення в першому і другому випадках можемо записати:

$$\Phi_1 = S \sigma \left( \frac{b_w}{\lambda_{m1}} \right)^4, \quad \Phi_2 = S \sigma \left( \frac{b_w}{\lambda_{m2}} \right)^4. \quad (4)$$

Поділивши друге рівняння системи (4) на перше, отримуємо:

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{S \sigma b_w^4}{\lambda_{m2}^4} \frac{\lambda_{m1}^4}{S \sigma b_w^4} = \left( \frac{\lambda_{m1}}{\lambda_{m2}} \right)^4 = 16.$$

Тобто, потік випромінення збільшиться в 16 разів.

*Приклад 13. Чорний тонкостінний куб зі стороною  $a = 10$  см заповнений водою, нагрітою до температури  $t_1 = 50^\circ\text{C}$ . За який час температура куба зменшиться до температури  $t_2 = 10^\circ\text{C}$ , якщо він знаходиться в середині замкнутої чорної площини, температура стінок якої підтримується рівною  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ .*

$a = 0,1$ м	Розв'язок: Зміна температури куба визначається а) втратами енергії внаслідок власного теплового випроміненням; б) поглинанням електромагнітних хвиль, які
$T_1 = 323,16$ К	
$T_2 = 283,16$ К	
$T_0 = 273,16$ К	
$\tau = ?$	

випромінюються оточуючою площиною. Перша величина залежить від поточної температури куба і змінюється з часом. Друга величина збігається з потоком, який би випромінював куб у випадку, коли його температура була б рівною температурі площини і залишається постійною при охолодженні. Таким чином, кількість теплоти  $dQ$ , яку втрачає куб за нескінченно малий проміжок часу  $dt$  можна записати у вигляді

$$dQ = 6a^2 \sigma (T^4 - T_0^4) dt, \quad (1)$$

де  $T$  – поточна температура куба,  $6a^2$  – площа поверхні куба.

З іншого боку,  $dQ$  пов'язана зі зміною температури куба  $dT$  наступним співвідношенням:

$$dQ = \rho_m a^3 C_I dT, \quad (2)$$

де  $\rho_m$  – густина води,  $a^3$  – об'єм куба,  $C_I$  – питома теплоємність води. Прирівнюючи праві частини (1) та (2) отримуємо рівняння теплового балансу охолодження куба протягом  $dt$ :

$$\rho_m a^3 C_I dT = 6a^2 \sigma (T^4 - T_0^4) dt. \quad (3)$$

Розділяючи змінні та переходячи до скінченних інтервалів отримуємо

$$\begin{aligned} \frac{dT}{T^4 - T_0^4} &= \frac{6\sigma}{\rho_m a C_I} dt, \\ \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T^4 - T_0^4} &= \int_0^{\tau} \frac{6\sigma}{\rho_m a C_I} dt. \end{aligned} \quad (4)$$

Враховуючи, що значення інтегралу



$$\begin{aligned}
\int \frac{dT}{T_0^4 - T^4} &= \int \frac{dT}{(T_0^2 - T^2)(T_0^2 + T^2)} = \\
&= \frac{1}{2T_0^2} \int \frac{(T_0^2 + T_0^2) dT}{(T_0^2 - T^2)(T_0^2 + T^2)} = \frac{1}{2T_0^2} \int \frac{(T_0^2 - T^2 + T_0^2 + T^2) dT}{(T_0^2 - T^2)(T_0^2 + T^2)} = \\
&= \frac{1}{2T_0^2} \left[ \int \frac{dT}{(T_0^2 + T^2)} + \int \frac{dT}{(T_0^2 - T^2)} \right] = \\
&= \frac{1}{2T_0^2} \left[ \frac{1}{T_0} \operatorname{arctg}\left(\frac{T}{T_0}\right) + \frac{1}{2T_0} \ln \left| \frac{T_0 + T}{T_0 - T} \right| \right] + C
\end{aligned}$$

отримуємо

$$\tau = \frac{\rho_m a C_I}{12 \sigma T_0^3} \left[ \operatorname{arctg}\left(\frac{T_1}{T_0}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{T_2}{T_0}\right) + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{(T_0 + T_1)(T_0 - T_2)}{(T_0 - T_1)(T_0 + T_2)} \right| \right]$$

$$\tau \approx 1.4 \cdot 10^5 \text{ с.}$$

Приклад 14. Знайти довжину хвилі фотона  $\lambda_{\text{ph}}$ , імпульс якого дорівнює імпульсу електрона з кінетичною енергією  $E_{k,e} = 0,3 \text{ MeV}$ .

$ \begin{aligned} E_{k,e} &= 0,3 \text{ MeV} = \\ &= 4,8 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} \\ p_{\text{ph}} &= p_e \\ \lambda_{\text{ph}} &= ? \end{aligned} $	<p>Розв'язок:</p> <p>Задана в умові величина кінетичної енергії електрона співрозмірна з величиною його енергії спокою (0,511 MeV). А отже, при записі його імпульсу необхідно використовувати релятивістські вирази. Зокрема, зв'язок імпульсу електрона <math>p_e</math> та його повної енергії <math>E_e</math> можна записати, використовуючи релятивістський інваріант:</p>
--	--

$$E_e^2 - p_e^2 c^2 = m_0^2 c^4, \quad (1)$$

де  $m_0$  – маса спокою електрона,  $c$  – швидкість світла у вакуумі.  
Водночас

$$E_e = m_0 c^2 + E_{k,e}. \quad (2)$$

Підставляючи вираз (2) в (1) отримуємо

$$p_e = \frac{1}{c} \sqrt{(2m_0 c^2 + E_{k,e}) E_{k,e}}. \quad (3)$$

Водночас, для фотона

$$p_{ph} = \frac{h}{\lambda_{ph}}. \quad (4)$$

Так як згідно з умовою задачі  $p_{ph} = p_e$ , остаточно отримуємо

$$\lambda_{ph} = \frac{hc}{\sqrt{(2m_0 c^2 + E_{k,e}) E_{k,e}}} \approx 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ (м)}. \quad (5)$$

Приклад 15. Червона границя фотоефекту для цинку  $\lambda_0 = 310 \text{ нм}$  Визначити максимальну кінетичну енергію  $E_{k,max}$  фотоелектронів в електрон-вольтах, якщо на цинк падає світло з довжиною хвилі  $\lambda = 200 \text{ нм}$ .

$\lambda_0 = 3,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ $\lambda = 2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/> $E_{k,max} - ?$	<p>Розв'язок:</p> <p>Згідно з формулою Ейнштейна для фотоефекту:</p> $\varepsilon = A + E_{k,max}, \quad (1)$
--	---

де  $\varepsilon$  – енергія фотона, який падає на поверхню металу;  $A$  – робота виходу електрона для цього металу;  $E_{k,max}$  - максимальна кінетична енергія фотоелектрона.

Для фотону енергія  $\varepsilon$  зв'язана з довжиною хвилі  $\lambda$  співвідношенням:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \quad (2)$$

де  $h$  – стала Планка;  $c$  – швидкість світла у вакуумі.

В свою чергу, червона границя фотоефекту  $\lambda_0$  пов'язана з роботою виходу електрона:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A}. \quad (3)$$

Підставивши у вираз (1) виражене з (3) значення роботи виходу, а також враховуючи (2), отримуємо:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + E_{k,\max},$$

звідки

$$E_{k,\max} = hc \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda \lambda_0}. \quad (5)$$

Перевіримо, чи має формула (5) розмірність енергії:

$$[E_{k,\max}] = \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{м}}{\text{м}^2} = \text{Дж}.$$

Використовуючи формулу (5), знаходимо:

$$E_{k,\max} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{(3,1 - 2) \cdot 10^{-7}}{3,1 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^{-7}} \approx 3,5 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)}.$$

Враховуючи, що  $1 \text{ еВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$  знаходимо

$$E_{k,\max} = \frac{3,5 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 2,2 \text{ (еВ)}.$$

Приклад 16. Внаслідок ефекту Комптона, фотон розсіявся на вільному електроні на кут  $\theta = \pi/2$ . Визначити імпульс  $p$ , який отримав електрон, якщо енергія фотону до розсіяння була  $\varepsilon_1 = 1,02 \text{ МеВ}$ .

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= 1,02 \cdot 10^6 \text{ eB} = \\ &= 1,632 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} \\ \theta &= \pi/2\end{aligned}$$

р – ?

Згідно з законом збереження імпульсу:

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}_e, \quad (1)$$

де  $\vec{p}_1$  та  $\vec{p}_2$  –

імпульси фотону до і після розсіяння, відповідно;  $\vec{p}_e$  – імпульс переданий електрону. З рис.1.9 видно, що, відповідно до теореми косинусів:

$$p_e^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2 \cos \theta, \quad (2)$$

де  $\theta$  – кут, на який розсіявся фотон.

Для фотону його імпульс  $p_{ph}$  і довжина хвилі  $\lambda_{ph}$  пов'язані між собою співвідношенням:

$$p_{ph} = \frac{h}{\lambda_{ph}} \quad (3)$$

де  $h$  – стала Планка. Таким чином:

$$p_1 = \frac{h}{\lambda_1}, \quad p_2 = \frac{h}{\lambda_2}, \quad (4)$$

де  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$  – довжини хвилі фотона до та після розсіяння, відповідно.

Згідно з формулою Комптона:

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta), \quad (5)$$

де  $m_0$  – маса спокою електрону,  $c$  – швидкість світла у вакуумі. Енергія фотону до розсіяння  $\varepsilon_1$  пов'язана з  $\lambda_1$  наступним чином:

Розв'язок:

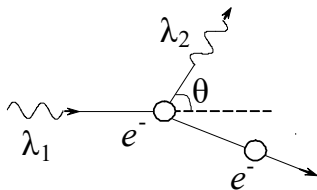


Рис.1.9

$$\varepsilon_1 = \frac{hc}{\lambda_1}. \quad (6)$$

Виражаючи із співвідношення (6)  $\lambda_1$  та підставляючи в (5), маємо:

$$\lambda_2 - \frac{hc}{\varepsilon_1} = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta);$$

звідки:

$$\lambda_2 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) + \frac{hc}{\varepsilon_1} = h \frac{\varepsilon_1 (1 - \cos \theta) + m_0 c^2}{m_0 c \varepsilon_1}. \quad (7)$$

Підставляючи (7) в (4) і враховуючи (6), отримуємо:

$$p_1 = \frac{h}{hc / \varepsilon_1} = \frac{\varepsilon_1}{c},$$

$$p_2 = \frac{h}{h \frac{\varepsilon_1 (1 - \cos \theta) + m_0 c^2}{m_0 c \varepsilon_1}} = \frac{m_0 c \varepsilon_1}{m_0 c^2 + \varepsilon_1 (1 - \cos \theta)}. \quad (8)$$

Підставляючи (8) в (2) матимемо:

$$\begin{aligned} p^2 &= \left( \frac{\varepsilon_1}{c} \right)^2 + \left( \frac{m_0 c \varepsilon_1}{m_0 c^2 + \varepsilon_1 (1 - \cos \theta)} \right)^2 - \\ &\quad - 2 \left( \frac{\varepsilon_1}{c} \right) \left[ \frac{m_0 c \varepsilon_1}{m_0 c^2 + \varepsilon_1 (1 - \cos \theta)} \right] \cos \theta = \\ &= \varepsilon_1^2 \left\{ \frac{1}{c^2} + \left[ \frac{m_0 c}{m_0 c^2 + \varepsilon_1 (1 - \cos \theta)} \right]^2 - \frac{2 m_0 \cos \theta}{m_0 c^2 + \varepsilon_1 (1 - \cos \theta)} \right\} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\varepsilon_1^2}{c^2 [m_0 c^2 + \varepsilon_1 (1 - \cos \theta)]^2} \cdot \left\{ m_0^2 c^4 + \varepsilon_1^2 (1 - \cos \theta)^2 + \right. \\
&\quad + 2\varepsilon_1 m_0 c^2 (1 - \cos \theta) + m_0^2 c^4 - 2m_0^2 c^4 \cos \theta - \\
&\quad \left. - 2m_0 c^2 \varepsilon_1 \cos \theta (1 - \cos \theta) \right\} = \frac{\varepsilon_1^2}{c^2 [m_0 c^2 + \varepsilon_1 (1 - \cos \theta)]^2} \times \\
&\quad \times \left\{ 2m_0^2 c^4 (1 - \cos \theta) + \varepsilon_1^2 (1 - \cos \theta)^2 + 2\varepsilon_1 m_0 c^2 (1 - \cos \theta)^2 \right\} = \\
&= \frac{\varepsilon_1^2 (1 - \cos \theta)}{c^2 [m_0 c^2 + \varepsilon_1 (1 - \cos \theta)]^2} \left\{ (1 - \cos \theta) \varepsilon_1 (\varepsilon_1 + 2m_0 c^2) + 2m_0^2 c^4 \right\} \\
p &= \frac{\varepsilon_1 \sqrt{1 - \cos \theta}}{c [m_0 c^2 + \varepsilon_1 (1 - \cos \theta)]} \sqrt{2m_0^2 c^4 + \varepsilon_1 (\varepsilon_1 + 2m_0 c^2) (1 - \cos \theta)}.
\end{aligned} \tag{9}$$

Перевіримо, чи має формула (9) розмірність імпульсу:

$$\begin{aligned}
[p] &= \frac{\text{Дж}}{\text{м/с} [\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2 + \text{Дж}]} \sqrt{\text{кг}^2 \text{м}^4 \text{с}^{-4} + \text{Дж} (\text{Дж} + \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2})} = \\
&= \frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Дж}} \sqrt{\text{Дж}^2} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{с}}{\text{м}} = \text{кг} \cdot \text{м/с}
\end{aligned}$$

Користуючись формулою (9) знаходимо:

$$\begin{aligned}
p &= \frac{1,632 \cdot 10^{-13} \sqrt{(1 - \cos 90^\circ)}}{3 \cdot 10^8 \left[ 9,11 \cdot 10^{-31} (3 \cdot 10^8)^2 + 1,632 \cdot 10^{-13} (1 - \cos 90^\circ) \right]} \times \\
&\quad \times \sqrt{2 \cdot (9,11 \cdot 10^{-31})^2 (3 \cdot 10^8)^4 + 1,632 \cdot 10^{-13} (1 - \cos 90^\circ) \cdot} \\
&\quad \times \sqrt{(1,632 \cdot 10^{-13} + 2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2)} \approx \\
&\quad \approx 5,74 \cdot 10^{-22} \quad (\text{кг} \cdot \text{м/с})
\end{aligned}$$

## Задачі для самостійного розв'язку

### Геометрична оптика

1.1. Побудувати хід променів – рис.1.10.

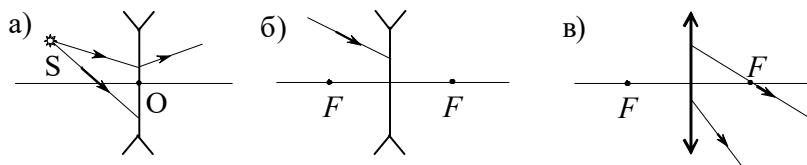


Рис.1.10

- 1.2. Вздовж головної оптичної осі збирної лінзи розташовано тонкий прямий предмет, обидва кінці якого знаходяться від лінзи на відстанях більше фокусної. Об'єкт, встановлений біля одного кінця предмету, зображується із збільшенням  $k_1$ , а об'єкт, встановлений біля другого – зі збільшенням  $k_2$ . Знайти, з яким збільшенням  $k$  зображується предмет.
- 1.3. Розсіююча та збирна лінзи з фокусними відстанями  $F_1$  і  $F_2$ , відповідно, розташовані на відстані  $b$  одна від одної. На відстані  $d$  від розсіючої лінзи на головній оптичній вісі знаходиться точкове джерело світла. Знайти відстань  $a$  між джерелом та його дійсним зображенням.
- 1.4. Предмет знаходиться на відстані  $a$  від екрану. Між ними розміщують збирну лінзу, яка дає на екрані чітке зображення предмету при двох положеннях. Знайти відношення розмірів зображень  $n$ , якщо відстань між положеннями лінз дорівнює  $b$ .
- 1.5. Два точкових джерела світла розташовані на відстані  $b$  один від одного. Між ними на відстані  $d$  від одного з них розміщена збирна лінза. При цьому зображення обох джерел виявилися в одній точці. Знайти фокусну відстань  $F$  лінзи.
- 1.6. Визначити коефіцієнт заломлення  $n$  речовини лінзи, якщо радіуси кривизни її поверхонь становлять  $R = 50$  см, а

оптична сила –  $D = 2$  дптр.

- 1.7. Яка товщина  $d$  скляної плоскопаралельної пластинки, якщо точку на задній поверхні пластинки спостерігач бачить на відстані  $l = 5$  см від передньої поверхні? Показник заломлення скла  $n = 1,6$ . Промінь зору перпендикулярний до поверхні пластинки. Для малих кутів  $\text{tg } \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$ .
- 1.8. На дні посудини, наповненою водою до висоти  $h$ , знаходиться точкове джерело світла. На поверхні води плаває круглий диск причому його центр знаходиться над джерелом світла. При якому мінімальному радіусі диска жоден промінь не вийде через поверхню води? Показник заломлення води  $n$ .
- 1.9. Промінь світла падає у воду зі скла. За якого найменшого кута падіння  $\alpha_0$  буде спостерігатися повне відбиття? Абсолютний показник заломлення скла 1,5, води – 1,33.
- 1.10. На яку відстань  $l$  зміститься промінь світла, який поширюється у склі з показником заломлення  $n$ , якщо на його шляху перебуває плоскопаралельна щілина шириною  $d$ , заповнена повітрям? Кут падіння променя на щілину дорівнює  $\alpha$ . Повного відбивання не відбувається.
- 1.11. У центрі круглого столу діаметром  $D = 1,2$  м стоїть настільна лампа з однією електричною лампочкою, розташованою на висоті  $h_1 = 40$  см над поверхнею столу. Над центром столу на висоті  $h_2 = 2$  м від його поверхні висить люстра з чотирьох таких самих лампочок. Яка з освітленостей більша  $E_1$ , коли горить лише настільна лампа, або  $E_2$ , коли увімкнена люстра?
- 1.12. Лампа, в якій джерелом світла виступає розжарена кулька діаметром  $d = 3$  мм, випромінює світло силою  $I = 85$  кд. Знайти яскравість лампи  $B$ , якщо сферична колба лампи виготовлена: а) з прозорого скла; б) з матового скла. Діаметр колби  $D = 6$  см.
- 1.13. На аркуш білого паперу площею  $S = 600 \text{ см}^2$



перпендикулярно до поверхні падає світловий потік  $\Phi = 120$  лм. Знайти освітленість  $E$ , світлимість  $R$  і яскравість  $B$  аркуша, якщо коефіцієнт відбивання  $\rho = 0,75$ .

- 1.14. При фотографуванні предмет освітлюється електричною лампою, розташованою від нього на відстані  $r_1 = 2$  м. В скільки разів потрібно збільшити час експозиції, якщо цю ж лампу відсунути на відстань  $r_2 = 3$  м від предмета?

### *Хвильова оптика*

- 1.15. Чому дорівнює амплітуда  $E$  результуючої хвилі, що утворюється при накладанні  $N$  некогерентних коливань з однаковими напрямом зміщень та амплітудою  $E_0$ ?
- 1.16. Дві світлові хвилі створюють у певній точці простору коливання однакового напрямку, що описуються функціями  $E_0 \cos(\omega t)$  та  $E_0 \cos((\omega + \Delta\omega)t)$ , де  $\Delta\omega = 0,628$  рад/с. Як буде змінюватись інтенсивність світла  $I$  в цій точці?
- 1.17. Дві електромагнітні хвилі з довжиною  $\lambda$  інтерферують у вакуумі. Чому дорівнює їхня різниця фаз  $\Delta\phi$ , якщо різниця ходу  $\Delta$  складає а) 0; б)  $0,2\lambda$ ; в)  $0,5\lambda$ ; г)  $\lambda$ ; д)  $1,2\lambda$ ?
- 1.18. Різниця фаз  $\Delta\phi$  двох інтерферуючих хвиль дорівнює а) 0; б)  $60^\circ$ ; в)  $\pi/2$ ; г)  $\pi$ ; д)  $2\pi$ ; е)  $540^\circ$ . Чому в цьому випадку дорівнює відношення різниці ходу до довжини кожної з хвиль?
- 1.19. Оптична різниця ходу інтерферуючих променів  $\Delta = 2,5$  мкм. Знайдіть всі довжини хвиль видимого діапазону, для яких у такому випадку виконується умова а) максимуму інтерференції; б) мінімуму інтерференції.
- 1.20. На шляху променя світла, який розповсюджується у воді ( $n_s = 1,33$ ), перпендикулярно до нього розташували скляну пластинку ( $n_c = 1,5$ ) товщиною  $d = 1$  мм. На скільки при цьому зміниться оптична довжина шляху?
- 1.21. Від двох когерентних джерел, що випромінюють світло з

довжиною хвилі  $\lambda$ , промені потрапляють на екран. На екрані спостерігається інтерференційна картина. Коли на шляху одного з променів перпендикулярно до нього помістили мильну плівку з показником заломлення  $n$ , інтерференційна картина змінилася на протилежну. При якій найменшій товщині плівки  $d_{\min}$  це можливо?

- 1.22. Відстань  $L$  від щілин до екрану у досліді Юнга дорівнює 1 м. Визначити відстань  $d$  між щілинами, якщо на відрізок довжиною  $l = 1$  см вкладається  $N = 10$  темних інтерференційних смуг. Довжина хвилі  $\lambda = 0,7$  мкм.

- 1.23. Два когерентні джерела світла  $S_1$  і  $S_2$ , що випромінюють світло з довжиною хвилі  $\lambda = 500$  нм розташовані на відстані  $d = 2$  мм одне від одного (рис.1.11). Паралельно лінії, яка сполучає джерела, розміщено екран на віддалі  $L = 2$  м від них. Що спостерігатиметься в точці А екрану: світло чи темрява?

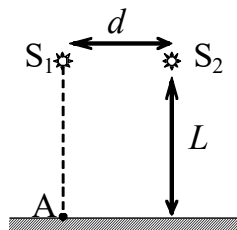


Рис.1.11

- 1.24. Відстані від скляної ( $n = 1,5$ ) біпризми Френеля з кутом заломлення  $\theta = 20'$  до вузької щілини та екрана дорівнюють  $a = 0,25$  м та  $b = 1$  м, відповідно. Знайти довжину хвилі світла, при освітленні яким на екрані з'являються інтерференційні смуги шириною  $\Delta x = 5,5 \cdot 10^{-4}$  м.
- 1.25. На поверхні калюжі знаходиться плівка гасу. На плівку під кутом  $i = 60^\circ$  падає паралельний пучок білого світла. При спостереженні у відбитому світлі плівка має зелений колір ( $\lambda = 0,52$  мкм). Визначити мінімально можливу товщину плівки  $d_{\min}$ . Вважати, що показник заломлення гасу  $n = 1,4$  і це більше, ніж показник заломлення води.
- 1.26. На скляну пластину нанесено тонкий шар прозорої речовини з показником заломлення  $n = 1,3$ . Пластина освітлюється паралельним пучком монохроматичного світла

з довжиною хвилі  $\lambda = 640$  нм, який падає на пластину нормально. Яку мінімальну товщину  $d_{\min}$  повинен мати шар, щоб відбитий пучок мав найменшу яскравість? Вважати, що показник заломлення скла  $n_c = 1,5$ .

- 1.27. Пучок білого світла нормально падає на скляну пластинку товщиною якої  $d = 4 \cdot 10^{-7}$  м. Показник заломлення скла  $n = 1,5$ . Які довжини хвиль з видимого спектра будуть підсилюватися у відбитому світлі?
- 1.28. Між скляною пластинкою і розташованою на ній плоскоопуклою лінзою, знаходиться рідина. Знайти показник заломлення рідини, якщо радіус  $r_3$  третього темного кільця Ньютона при спостереженні у відбитому світлі з довжиною хвилі  $\lambda = 0,6$  мкм дорівнює  $0,82$  мм. Радіус кривизни лінзи  $R = 0,5$  м.
- 1.29. Відстань темними кільцями Ньютона з номерами  $k_1 = 4$  та  $k_2 = 25$  дорівнює  $\Delta x = 9$  мм. Радіус кривизни лінзи  $R = 15$  м. Знайти довжину хвилі падаючого нормально на прилад світла. Спостереження проводять у відбитому світлі.
- 1.30. Прилад для спостереження кілець Ньютона освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі  $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$  м, яке падає нормально до поверхні. Знайти товщину повітряного прошарку між лінзою та пластинкою у тому місці, де у відбитому світлі спостерігається темне кільце з номером  $k = 4$ .
- 1.31. Кільця Ньютона спостерігаються у відбитому світлі з довжиною хвилі  $\lambda = 589$  нм. У певній точці товщина повітряного прошарку між опуклою поверхнею лінзи та плоскою пластинкою  $d = 1,767$  мкм. Світле чи темне кільце проходить крізь цю точку?
- 1.32. На тонкий скляний клин нормально падає паралельний пучок світла з довжиною хвилі  $\lambda$ . Відстань між сусідніми темними інтерференційними смугами у відбитому світлі

дорівнює  $b$ . Визначити кут  $\alpha$  між поверхнями клина, вважаючи, що показник заломлення скла, з якого виготовлений клин, дорівнює  $n$ .

- 1.33. Мильна плівка розташована вертикально і утворює клин через стікання рідини. Інтерференційну картину спостерігають перпендикулярно до поверхні плівки у відбитому світлі з довжиною  $\lambda = 5,46 \cdot 10^{-7}$  м. Відстань між  $k = 5$  смугами дорівнює  $d = 2 \cdot 10^{-2}$  м. Показник заломлення мильної плівки  $n = 1,33$ . Знайти кут клина в секундах.
- 1.34. Якою має бути ширина щілини  $b$ , щоб перший дифракційний максимум спостерігався під кутом  $\alpha = 90^\circ$ , якщо освітлення проводиться: а) червоним світлом ( $\lambda_1 = 760$  нм); б) синім світлом ( $\lambda_2 = 440$  нм)?
- 1.35. Монохроматичне світло ( $\lambda = 0,64$  мкм) нормально падає на щілину шириною  $b = 0,2$  мм. Визначити розмір центральної світлої смуги в кутових одиницях. Вважати, що світла смуги обмежена мінімумами дифракційної картини.
- 1.36. На ширині щілини вкладається  $\eta = 6$  довжин хвиль падаючого нормально світла. Під яким кутом буде спостерігатися третій дифракційний мінімум світла?
- 1.37. На дифракційну ґратку у напрямі нормалі до її поверхні падає монохроматичне світло. Період ґратки  $d = 2$  мкм. Визначити найбільший порядок дифракційного максимуму, який може спостерігатися на цій ґратці, для червоного ( $\lambda_1 = 0,7$  мкм) та фіолетового ( $\lambda_2 = 0,41$  мкм) світла.
- 1.38. При нормальному освітленні дифракційної ґратки максимуму другого порядку для лінії  $\lambda_1 = 0,65$  мкм відповідає кут  $\varphi_1 = 45^\circ$ . Знайти кут  $\varphi_2$ , що відповідає максимуму третього порядку для лінії  $\lambda_2 = 0,50$  мкм.
- 1.39. На дифракційну ґратку падає нормально паралельний пучок білого світла. Спектри третього і четвертого порядку частково накладаються один на одного. На яку довжину

хвилі  $\lambda_0$  в спектрі четвертого порядку накладається червона границя ( $\lambda = 780$  нм) спектра третього порядку?

- 1.40. Чи можуть перекриватися спектри першого та другого порядків дифракційної ґратки при освітленні її видимим світлом ( $\lambda_{\text{ф}} = 400$  нм та  $\lambda_{\text{чер}} = 760$  нм)?
- 1.41. Скільки рисок має дифракційна ґратка на  $D = 1$  мм довжини, якщо зелена лінія ртуті ( $\lambda = 0,5461$  мкм) у спектрі першого порядку спостерігають під кутом  $\varphi = 19^\circ 8'$ ?
- 1.42. Дифракційна ґратка, що має  $N = 500$  штрихів на  $D = 1$  мм, освітлюється фіолетовим світлом ( $\lambda = 0,4$  мкм). Визначити кутову  $\Delta\varphi$  відстань між максимумами першого порядку.
- 1.43. На якій відстані від дифракційної ґратки треба розташувати екран, щоб відстань між невідхиленим зображенням і спектром четвертого порядку ( $k = 4$ ) дорівнювала  $l = 5 \cdot 10^{-2}$  м для світла з довжиною хвилі  $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$  м? Постійна дифракційної ґратки дорівнює  $d = 2 \cdot 10^{-5}$  м.
- 1.44. На дифракційну ґратку, яка містить  $N = 600$  рисок на міліметрі, падає нормально біле світло. Отриманий спектр проектується розташованою поблизу ґратки лінзою на екран. Визначити довжину  $l$  спектру першого порядку на екрані, якщо відстань від лінзи до екрана  $L = 1,2$  м. Границі видимого спектру  $\lambda_{\text{чер}} = 780$  нм,  $\lambda_{\text{ф}} = 400$  нм.
- 1.45. Яку найменшу кількість  $N_{\text{min}}$  рисок повинна містити дифракційна ґратка, щоб у спектрі другого порядку можна було окремо побачити дві жовті лінії натрію з довжинами хвиль  $\lambda_1 = 589,0$  нм і  $\lambda_2 = 589,6$  нм? Яка довжина  $l$  такої ґратки, якщо постійна ґратки  $d = 5$  мкм?
- 1.46. Дифракційна ґратка с постійною  $d = 3$  мкм має  $N = 1000$  штрихів. Визначте найбільшу роздільну здатність ґратки для лінії натрію з довжиною  $\lambda = 589,6$  нм.

- 1.47. Пучок рентгенівських променів з довжиною хвилі  $\lambda$  падає під кутом ковзання  $\alpha_0 = 60^\circ$  на лінійно розташовані центри розсіяння. Відстань між сусідніми центрами  $a$ . Знайти кути ковзання  $\alpha$ , які відповідають всім дифракційним максимумам, якщо  $\lambda = 0,4 a$ .
- 1.48. Вузкий пучок рентгенівських променів падає під кутом ковзання  $\theta = 60^\circ$  на грань монокристала NaCl, густина якого  $\rho_m = 2,16 \text{ г/см}^3$ . При дзеркальному відбиванні від цієї грані спостерігається максимум другого порядку. Вважаючи, що кристал має гранецентровану кубічну ґратку, визначити довжину хвилі випромінювання  $\lambda$ .
- 1.49. Найменший кут зору, при якому око бачить окремо два штрихи, дорівнює  $\theta = 1'$ . Яку найменшу відстань розрізняє око на віддалі найкращого зору  $L = 0,25 \text{ м}$ ?
- 1.50. Пучок природного світла падає на поліровану поверхню скляної пластини з показником заломлення  $n_2$ , яка занурена у рідину. Відбитий від пластини пучок світла утворює кут  $\varphi$  з падаючим пучком. Визначити показник заломлення  $n_1$  рідини, якщо відбите світло максимально поляризоване.
- 1.51. Промінь світла падає з повітря на поверхню рідини під кутом  $\alpha = 60^\circ$ . Знайти кут заломлення  $\beta$  променя, якщо відбитий промінь максимально поляризований.
- 1.52. Під яким кутом до горизонту  $\beta$  повинно знаходитись Сонце, щоб його промені, відбиті від поверхні моря, були б повністю поляризовані? Вважати, що абсолютний показник заломлення морської води  $n = 1.33$ .
- 1.53. Знайти коефіцієнт відбиття  $\rho$  природного світла, яке падає на скло під кутом повної поляризації. Знайти ступень поляризації  $P$  променів, що пройшли в скло. Показник заломлення скла дорівнює  $n = 1,54$ .
- 1.54. Кут між площинами поляризації двох поляроїдів  $\alpha = 70^\circ$ . Як зміниться інтенсивність світла, що проходить через них, якщо цей кут зменшити у  $k = 5$  разів.

- 1.55. Чому дорівнює кут  $\varphi$  між головними площинами поляризатора та аналізатора, якщо інтенсивність природного світла, яке пройшло крізь систему зменшилася у  $k = 4$  рази? Поглинанням світла знехтувати.
- 1.56. Трубка довжиною  $l = 0,1$  м заповнена водним розчином цукру та розташована між поляризатором і аналізатором. Щоб досягти повного затемнення світла після аналізатора, треба повернути його відносно аналізатора на кут  $\varphi = 60^\circ$ . Вважаючи коефіцієнт питомого обертання світла рівним  $\alpha = 66,7^\circ \text{ г дм}^{-1} \text{ см}^{-3}$ , визначити концентрацію цукру  $C$  в розчині.
- 1.57. При проходженні світла крізь шар товщиною  $d_1 = 10$  см розчину цукру з концентрацією  $C_1 = 10\%$  площина поляризації світла повернулася на кут  $\varphi_1 = 16^\circ 30'$ . В іншому розчині цукру при проходженні відстані  $d_2 = 25$  см площина поляризації повернулась на кут  $\varphi_2 = 33^\circ$ . Чому дорівнює концентрація  $C_2$  другого розчину?

### ***Квантова оптика***

- 1.58. Початкова температура абсолютно чорного тіла складає  $T = 10000$  К. Знайти на скільки відсотків зросте його енергетична світність при підвищенні температури на  $\Delta T = 10$  К.
- 1.59. Абсолютно чорне тіло нагріли від кімнатної температури  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 500^\circ\text{C}$ . Як при цьому змінилася потужність випромінювання? На скільки змінилися довжина максимуму випромінювальної здатності?
- 1.60. Початкова температура теплового випромінювання  $T = 2000$  К. На скільки має змінитися ця температура, щоб найбільш ймовірна довжина хвилі у його спектрі збільшилась на  $\Delta\lambda = 260$  нм?
- 1.61. Середня енергетична світність поверхні Землі

$R = 0,54 \text{ Дж}/(\text{см}^2 \cdot \text{хв})$ . Якою має бути температура  $T$  поверхні Землі, якщо вона випромінює як сіре тіло з коефіцієнтом чорноти  $\beta = 0,25$ ?

- 1.62. Радіус Сонця дорівнює  $r_c = 6,96 \cdot 10^5 \text{ км}$ ; радіус орбіти Меркурія  $R_{\text{Мк}} = 5,79 \cdot 10^7 \text{ км}$ , Марса -  $R_{\text{Мр}} = 2,28 \cdot 10^8 \text{ км}$ . Температура поверхні Сонця складає приблизно  $T_c = 6000 \text{ К}$ . Використовуючи закони теплового випромінювання, оцінити середні температури планет.
- 1.63. Вважаючи Сонце абсолютно чорною кулею радіусом  $r_c = 6,96 \cdot 10^5 \text{ км}$ , для якої максимум випромінювальної здатності припадає на довжину хвилі  $\lambda_m = 0,48 \text{ мкм}$ , знайти масу, яка ним втрачається щосекунди внаслідок випромінювання. Оцінити час, за який маса Сонця зменшиться на  $\eta = 1\%$ , якщо маса Сонця  $m_c = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$ .
- 1.64. Потік випромінювання абсолютно чорного тіла  $\Phi = 10 \text{ кВт}$ , максимум енергії випромінювання припадає на довжину хвилі  $\lambda_m = 0,8 \text{ мкм}$ . Визначити площу  $S$  випромінюючої поверхні.
- 1.65. Частота максимальної інтенсивності теплового випромінювання абсолютно чорного кубу об'ємом  $V = 10^5 \text{ см}^3$  становить  $\nu_m = 1,5 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$ . До якої температури  $T$  нагрітий куб? Яка потужність  $N$  його теплового випромінювання.
- 1.66. Вольфрамова спіраль лампочки розжарювання має діаметр  $d = 0,3 \text{ мм}$  та довжину  $l = 5 \text{ см}$ . При ввімкненні лампочки у мережу з напругою  $U = 127 \text{ В}$  через неї протікає струм силою  $I = 0,3 \text{ А}$ . Знайти температуру спіралі, припускаючи, що вся спожита енергія йде на випромінювання. Спіраль вважати сірим тілом з коефіцієнтом чорноти  $\beta = 0,31$ .
- 1.67. В яких областях спектру розташовані довжини хвиль, які відповідають максимуму спектральної густини енергетичної



світності, якщо джерелом світла є: а) спіраль лампи розжарювання ( $T = 3000 \text{ K}$ ); б) поверхня Сонця ( $T = 6000 \text{ K}$ ); в) атомна бомба, в якій в момент вибуху розвивається температура  $T \approx 10^7 \text{ K}$ ? Вважати всі вищезначені тіла абсолютно чорними.

- 1.68. Оцініть положення максимуму випромінювальної здатності тіла людини.
- 1.69. Визначити енергію, що випромінюється крізь віконце печі впродовж часу  $t = 1 \text{ хв}$ . Температура печі  $T = 1500 \text{ K}$ , площа віконця  $S = 10 \text{ см}^2$ . Вважати, що піч випромінює як абсолютне чорне тіло.
- 1.70. За допомогою формули Планка визначити, в скільки разів зростає інтенсивність випромінювання з довжиною хвилі  $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$  при збільшенні температури від  $T_1 = 2000 \text{ K}$  до  $T_2 = 2300 \text{ K}$ .
- 1.71. Яку потужність  $N$  потрібно підводити до металевої кульки радіусом  $r = 2 \text{ см}$ , щоб підтримувати її температуру на  $\Delta T = 27 \text{ K}$  вище температури оточуючого середовища? Температура оточуючого середовища  $T = 293 \text{ K}$ . Вважати, що тепло втрачається тільки за рахунок випромінення, кульку розглядати як абсолютно чорне тіло.
- 1.72. Мідну кульку помістили у посудину зі стінками, температура яких притримується близькою до абсолютного нуля. Початкова температура кульки дорівнювала  $T$ . За проміжок часу  $\Delta t$  її температури знизилась в  $\eta$  разів. Визначте радіус кульки  $r$ .
- 1.73. При якому значенні швидкості електрону  $v$  його імпульс дорівнюватиме імпульсу фотона з довжиною хвилі  $\lambda = 1 \text{ пм}$ ?
- 1.74. Людське око здатне сприймати світловий потік потужністю  $N = 2 \cdot 10^{-17} \text{ Вт}$ . Знайти кількість фотонів  $n_{ph}$  з довжиною хвилі  $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$ , що потрапляють в око за час  $t = 1 \text{ с}$  при вказаній потужності.
- 1.75. На пластину падає монохроматичне світло з частотою  $\nu$ .

Фотострум припиняється при затримуючій різниці потенціалів  $U$ . Визначити роботу виходу  $A$  електронів з поверхні пластини.

- 1.76. Визначити максимальну швидкість  $v_{\max}$  фотоелектронів, що вибиваються з поверхні срібла: а) ультрафіолетовим випромінюванням з довжиною хвилі  $\lambda_1 = 0,155$  мкм; б)  $\gamma$ -випромінюванням з довжиною хвилі  $\lambda_2 = 1$  пм.
- 1.77. Фотони з енергією  $\varepsilon = 4$  еВ падають на метал з роботою виходу  $A = 2,5$  еВ. Визначте імпульс фотоелектрону  $p_e$ .
- 1.78. При деякому максимальному значенні затримуючої різниці потенціалів фотострум з поверхні літію, який освітлюється електромагнітним випромінюванням з довжиною хвилі  $\lambda_0$ , припиняється. Змінивши довжину хвилі випромінювання в  $\gamma = 1,5$  рази, встановили, що для припинення фотоструму необхідно збільшити затримуючу різницю потенціалів в  $\eta = 2$  рази. Визначити  $\lambda_0$ .
- 1.79. На поверхню металу падає монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda$ . Червона границя фотоефекту дорівнює  $\lambda_0$ . Яка частка енергії фотону  $\delta$  витрачається на надання електронів кінетичної енергії?
- 1.80. Знайти роботу виходу з деякого металу, якщо при почерговому освітленні його поверхні електромагнітним випромінюванням з довжинами хвиль  $\lambda_1 = 0,35$  мкм і  $\lambda_2 = 0,54$  мкм максимальні швидкості фотоелектронів відрізняються в  $\eta = 2$  рази.
- 1.81. Чи придатний барій для використання в фотоелементах, призначених для реєстрації видимого світла?
- 1.82. Мідна кулька, віддалена від інших тіл, опромінюється електромагнітними хвилями з довжиною хвилі  $\lambda = 200$  нм. До якого максимального потенціалу зарядиться кулька?
- 1.83. Рентгенівське випромінювання з довжиною хвилі  $\lambda_1 = 55,8$  пм розсіюється під кутом  $\theta = 60^\circ$ . Визначте довжину хвилі  $\lambda_2$  розсіяного світла.

- 1.84. Визначити максимальну зміну довжини хвилі  $(\Delta\lambda)_{\max}$  при комптоновському розсіянні світла на вільних електронах і вільних протонах.
- 1.85. В результаті ефекту Комптона фотон при зіткненні був розсіяний на кут  $\theta$ . Енергія розсіяного фотона  $\varepsilon_2$ . Визначити енергію фотона  $\varepsilon_1$  до розсіяння.
- 1.86. Фотон з енергією  $\varepsilon_1 = 0,51$  МеВ був розсіяний при ефекті Комптона на вільному електроні на кут  $\theta = 180^\circ$ . Визначити кінетичну енергію  $E_k$  електрона віддачі.
- 1.87. Фотон з енергією  $\varepsilon_1$ , яка дорівнює енергії спокою електрону, розсіявся на вільному електроні на кут  $\theta = 120^\circ$ . Визначити енергію  $\varepsilon_2$  розсіяного фотону та кінетичну енергію  $E_k$  електрона віддачі (в одиницях  $m_0 c^2$ ).
- 1.88. Визначити мінімальну довжину хвилі  $\lambda_{\min}$  гальмівного рентгенівського випромінювання, якщо до рентгенівської трубки прикладена напруга  $U = 30$  кВ.

# Відповіді до задач Оптика

1.1 Див.рис.1.12.

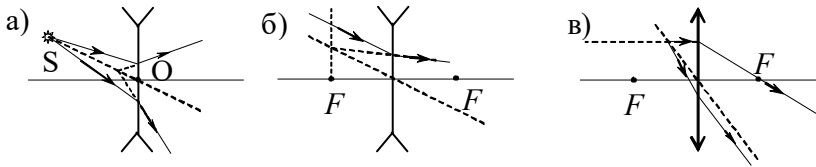


Рис.1.12

1.2  $k = -k_1 k_2$ .

1.3  $a = S + b + \frac{F_2[SF_1 + b(S + F_1)]}{SF_1 + (b - F_2)(S + F_1)}$ .

1.4  $n = \left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2$ .

1.5  $F = \frac{d(b-d)}{2b}$ .

1.6  $n = \frac{1}{2}(DR + 2) = 1,5$ .

1.7  $d = nl$ .

1.8  $R = \frac{h}{\sqrt{n^2 - 1}}$ .

1.9  $\alpha_0 \approx 62,5^\circ$ .

1.10  $l = d \sin \alpha \left( \frac{n \cos \alpha}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \alpha}} - 1 \right)$ .

1.11  $\frac{E_2}{E_1} \approx 1,2$ .

1.12 а)  $B = 1,2 \cdot 10^7$  кД/м<sup>2</sup> ; б)  $B = 3 \cdot 10^4$  кД/м<sup>2</sup> .

$$1.13 \quad E = 2 \cdot 10^3 \text{ ЛК}, R = 1,5 \cdot 10^3 \text{ ЛМ/М}^2, B = 480 \text{ КД/М}^2.$$

$$1.14 \quad \text{В } 2,25 \text{ рази.}$$

$$1.15 \quad E = E_0 \sqrt{N}.$$

$$1.16 \quad I = E_0^2 (1 + \cos(\Delta\omega t)), \text{ тобто інтенсивність буде пульсувати з періодом } T = \frac{2\pi}{\Delta\omega} \approx 10 \text{ с}.$$

$$1.17 \quad \Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}; \text{ а) } 0; \text{ б) } 72^\circ; \text{ в) } \pi; \text{ г) } 2\pi; \text{ д) } 432^\circ.$$

$$1.18 \quad \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}; \text{ а) } 0; \text{ б) } 1/6; \text{ в) } 0,25; \text{ г) } 0,5; \text{ д) } 1; \text{ е) } 1,5.$$

$$1.19 \quad \text{а) } 625, 500 \text{ та } 417 \text{ нм; б) } 714, 556 \text{ та } 455 \text{ нм.}$$

$$1.20 \quad \delta\Delta = (n_c - n_e) d = 0,17 \text{ мм}.$$

$$1.21 \quad d_{\min} = \frac{\lambda}{2(n-1)}.$$

$$1.22 \quad d = \frac{\lambda NL}{l} = 7 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

$$1.23 \quad \text{СВІТЛО.}$$

$$1.24 \quad \lambda = \frac{2a\theta(n-1)\Delta x}{(a+b)} \approx 6,4 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

$$1.25 \quad d_{\min} = \frac{\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \approx 2,4 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

$$1.26 \quad d_{\min} = \frac{\lambda}{4n} \approx 123 \text{ нм}.$$

$$1.27 \quad \lambda = 4dn/5 \approx 480 \text{ нм}.$$

$$1.28 \quad n = \frac{R k \lambda}{r_k^2} \approx 1,34.$$

- 1.29  $\lambda = \frac{(\Delta x)^2}{R(\sqrt{k_2} - \sqrt{k_1})^2} = 600 \text{ нм}.$
- 1.30  $d = k\lambda / 2 = 1,2 \text{ мкм}.$
- 1.31 Темне.
- 1.32  $\alpha = \arcsin\left(\frac{\lambda}{2nb}\right).$
- 1.33  $\alpha = \arctg\left(\frac{k\lambda}{2nd}\right) \approx 11''.$
- 1.34  $b = \frac{3\lambda}{2 \sin \alpha};$  а)  $b = 1,14 \text{ мкм};$  б)  $b = 0,66 \text{ мкм}.$
- 1.35  $\Delta\phi = 2\arcsin\left(\frac{\lambda}{b}\right) \approx 6,4 \cdot 10^{-3} \text{ рад}.$
- 1.36  $\varphi_{\min, k} = \arcsin\left(\frac{k}{\eta}\right) = 30^\circ.$
- 1.37  $k_{\max} = \left[\frac{d}{\lambda}\right], k_{\max, 1} = 2, k_{\max, 2} = 4.$
- 1.38  $\varphi_2 = \arcsin\left(\frac{k_2\lambda_2}{k_1\lambda_1} \sin \varphi_1\right) \approx 54^\circ 41'.$
- 1.39  $\lambda_0 = 0,75 \lambda = 585 \text{ нм}.$
- 1.40 Hi.
- 1.41  $N = \frac{D \sin \varphi}{\lambda} \approx 600.$
- 1.42  $\Delta\varphi = 2\arcsin\left(\frac{\lambda N}{D}\right) \approx 23^\circ 4'.$
- 1.43  $x = \frac{l}{k\lambda} \sqrt{d^2 - k^2 \lambda^2} \approx 0,5 \text{ м}.$

$$1.44 \quad l = N L \left( \frac{\lambda_{\text{чep}}}{\sqrt{1 - \lambda_{\text{чep}}^2 N^2}} - \frac{\lambda_{\Phi}}{\sqrt{1 - \lambda_{\Phi}^2 N^2}} \right) \approx 0.34 \text{ м}.$$

$$1.45 \quad N_{\min} = \frac{\lambda_1}{k(\lambda_2 - \lambda_1)} \approx 490, \quad l = d N_{\min} \approx 2.5 \text{ мм}.$$

$$1.46 \quad R_{\Delta} = N \cdot \left[ \frac{d}{\lambda} \right] = 5000.$$

$$1.47 \quad \alpha = \arccos \left( \frac{k\lambda}{a} + \cos \alpha_0 \right); \quad \alpha = 26^\circ, 60^\circ, 84^\circ, 107^\circ, 134^\circ.$$

$$1.48 \quad \lambda = \frac{2 \sin \theta}{k} \sqrt[3]{\frac{M(\text{NaCl})}{2 \rho_m N_A}} \approx 2,44 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

$$1.49 \quad \Delta x = L \cdot \theta \approx 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ м}.$$

$$1.50 \quad n_1 = \frac{n_2}{\text{tg}(\varphi/2)}.$$

$$1.51 \quad \beta = \pi/2 - \alpha = 30^\circ.$$

$$1.52 \quad \beta = \pi/2 - \arctg n \approx 37^\circ.$$

$$1.53 \quad \rho = \frac{1}{2} \cos^2(2 \arctg n) \approx 0,083, \quad P = \frac{\rho}{1 - \rho} \approx 0,091.$$

$$1.54 \quad \frac{I_2}{I_1} = \frac{\cos^2(\alpha/k)}{\cos^2 \alpha} \approx 8,05.$$

$$1.55 \quad \varphi = \arccos \left( \sqrt{\frac{2}{k}} \right) = 45^\circ.$$

$$1.56 \quad C = \frac{\pi/2 - \phi}{\alpha l} \approx 450 \text{ кг/м}^3.$$

$$1.57 \quad C_2 = C_1 \frac{\varphi_2 d_1}{\varphi_1 d_2} = 8\%.$$

$$1.58 \quad \varepsilon_R = \left(1 + \frac{\Delta T}{T}\right)^4 - 1 \approx 0.4\%$$

$$1.59 \quad \frac{N_2}{N_1} = \left(\frac{t_2 + 273,16}{t_1 + 273,16}\right)^4 \approx 48;$$

$$\lambda_{m,2} - \lambda_{m,1} = \frac{b_w(t_2 - t_1)}{(t_1 + 273,16)(t_2 + 273,16)} \approx 6 \text{ мкм}.$$

$$1.60 \quad \Delta T = \frac{T}{1 + b_w/T \Delta \lambda} \approx 300 \text{ К}.$$

$$1.61 \quad T = \sqrt[4]{\frac{R}{\beta \sigma}} \approx 282 \text{ К}.$$

$$1.62 \quad T_{\text{Пл}} = T_{\text{с}} \sqrt{\frac{r_{\text{с}}}{2R_{\text{Пл}}}}; \quad T_{\text{Мк}} \approx 465 \text{ К}, \quad T_{\text{Мп}} \approx 234 \text{ К}.$$

$$1.63 \quad \frac{dm_{\text{с}}}{dt} = \frac{4\sigma b_w^4 \pi r_{\text{с}}^2}{c^2} \approx 5,1 \cdot 10^9 \text{ кг/с};$$

$$t = \frac{\eta m_{\text{с}}}{dm_{\text{с}}/dt} \approx 1,2 \cdot 10^{11} \text{ років}.$$

$$1.64 \quad S = \frac{\Phi}{\sigma} \left(\frac{\lambda_m}{b_w}\right)^4 \approx 10 \text{ см}^2.$$

$$1.65 \quad T = \frac{b_w v_m}{c} = 1449 \text{ К}; \quad N = 6\sigma \left(\frac{b_w v_m}{c}\right)^4 V^{2/3} \approx 323 \text{ КВт}.$$

$$1.66 \quad T = \sqrt[4]{\frac{IU}{\beta \sigma I \pi d}} \approx 2500 \text{ К}.$$



$$1.67 \quad \lambda_m = \frac{b_w}{T}; \quad \text{а) } \lambda_m = 1 \text{ мкм} \quad (\text{інфрачервона область});$$

$$\text{б) } \lambda_m = 500 \text{ нм} \quad (\text{видима область}); \quad \text{в) } \lambda_m \approx 3 \cdot 10^{-10} \text{ м} \\ (\text{рентгенівські промені}).$$

$$1.68 \quad \lambda_m = \frac{b_w}{T} \approx 9 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$1.69 \quad E = \sigma T^4 S t \approx 17,2 \text{ кДж}.$$

$$1.70 \quad \frac{E_{rad, \lambda 2}}{E_{rad, \lambda 1}} = \frac{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k T_1}\right) - 1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k T_2}\right) - 1} \approx 4,8.$$

$$1.71 \quad N = 4\pi r^2 \sigma \left( (T + \Delta T)^4 - T^4 \right) \approx 0,84 \text{ Вт}.$$

$$1.72 \quad r = \frac{9 \sigma \Delta t T^3}{(\eta^3 - 1) \rho_{m, \text{Cu}} C_{I, \text{Cu}}}.$$

$$1.73 \quad v = \frac{c}{\sqrt{1 + \left( \frac{m_0 c \lambda}{2\pi \hbar} \right)^2}} \approx 2,8 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

$$1.74 \quad n_{ph} = \frac{N t \lambda}{hc} \approx 50.$$

$$1.75 \quad \dot{A} = h\nu - eU.$$

$$1.76 \quad \text{а) } v_{\max} \approx \sqrt{\frac{2}{m_0} \left( \frac{hc}{\lambda_1} - A \right)} \approx 1,1 \cdot 10^6 \text{ м/с};$$

$$\text{б) } v_{\max} = \frac{c \sqrt{(2m_0 c^2 + hc / \lambda_2) \cdot hc / \lambda_2}}{(m_0 c^2 + hc / \lambda_2)} \approx 2,85 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

$$1.77 \quad p_e = \sqrt{2m_0(\varepsilon - A)} \approx 6,6 \cdot 10^{-25} \text{ кг м/с}.$$

$$1.78 \quad \lambda_0 = \frac{hc(\gamma - \eta)}{A_{\text{Li}}(1 - \eta)} \approx 0,26 \text{ мкм}.$$

$$1.79 \quad \delta = \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0}.$$

$$1.80 \quad A = \frac{hc(\eta^2 - \lambda_2 / \lambda_1)}{\lambda_2(\eta^2 - 1)} \approx 1,9 \text{ эВ}.$$

$$1.81 \quad \text{Так.}$$

$$1.82 \quad U = \frac{1}{e} \left( \frac{hc}{\lambda} - A_{\text{Cu}} \right) \approx 1,74 \text{ В}.$$

$$1.83 \quad \lambda_2 = \lambda_1 + 2 \frac{h}{mc} \sin^2 \frac{\theta}{2} \approx 5,7 \cdot 10^{-11} \text{ м}.$$

$$1.84 \quad (\Delta\lambda)_{\text{max}} = \frac{2h}{mc}; \quad (\Delta\lambda)_{\text{max},e} \approx 4,85 \cdot 10^{-12} \text{ м},$$

$$(\Delta\lambda)_{\text{max},p} \approx 2,64 \cdot 10^{-15} \text{ м}.$$

$$1.85 \quad \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_2 m_0 c^2}{m_0 c^2 - 2\varepsilon_2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}.$$

$$1.86 \quad E_k = \frac{2\varepsilon_1^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{m_0 c^2 - 2\varepsilon_1 \sin^2 \frac{\theta}{2}} \approx 0,34 \text{ МэВ}.$$

$$1.87 \quad \varepsilon_2 = \frac{m_0 c^2}{\left(1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)} = 0.4 m_0 c^2 ,$$

$$E_k = \frac{2 m_0 c^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\left(1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)} = 0.6 m_0 c^2 .$$

$$1.88 \quad \lambda_{\min} = \frac{2\pi\hbar c}{eU} \approx 4,1 \cdot 10^{-11} \text{ м}$$

## ДОДАТКИ

### 1. ОСНОВНІ ФІЗИЧНІ КОНСТАНТИ

Швидкість світла у вакуумі	$c = 299\,792\,458 \text{ м/с}$
Елементарний заряд	$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Стала Стефана-Больцмана	$\sigma = 5,6703 \cdot 10^{-8} \text{ Вт м}^{-2}\text{К}^{-4}$
Стала Віна	$b_w = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м К.}$
Стала Планка	$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж с}$
	$\hbar = 1.054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж с}$
Маса електрона	$m_0 = \begin{cases} 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \\ 0,511 \text{ Мев} \end{cases}$
Маса протона	$m_p = \begin{cases} 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \\ 938,26 \text{ Мев} \end{cases}$

### 2. ОДИНИЦІ СВІТЛОВИХ ВЕЛИЧИН

Величина	Одиниця	
	назва	позначення
Сила світла	кандела	кД
Світловий потік	люмен	лм
Світлова енергія	люмен-секунда	лм·с
Освітленість	люкс	лк
Світимість	люмен на квадратний метр	лм/м <sup>2</sup>
Яскравість	кандела на квадратний метр	кД/м <sup>2</sup>

### 3. РОБОТА ВИХОДУ ЕЛЕКТРОНУ З МЕТАЛІВ

Метал	$A$ , еВ	Метал	$A$ , еВ
Алюміній	3,74	Мідь	4,47
Барій	2,29	Натрій	2,27
Вольфрам	4,50	Нікель	4,84
Залізо	4,36	Срібло	4,28
Калій	2,15	Цезій	1,89
Літій	2,39	Цинк	3,74

## ЛІТЕРАТУРА

1. Иродов И.Е. Задачи по общей физике: Учебное пособие. М., 1988.
2. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М., 1985.
3. Гольдфарб Н.И. Сборник вопросов и задач по физике: Учебное пособие. – М., 1983.
4. Макара В.А., Оглобля В.І. Плющай І.В., Цареградська Т.Л. Навчальний посібник „Загальна фізика для біологів. Збірник задач”, ВПЦ "Київський університет", 2011.
5. Савченко Н.Е. Решение задач по физике. Справочное пособие. – Минск, 1988.

**Навчальне видання**

*Микола Олександрович Боровий*

*Олег Ярославович Оліх*

*Ірина Володимирівна Овсієнко*

*Тетяна Леонідівна Цареградська*

*Артем Олександрович Подолян*

*Катерина Володимирівна Дубик*

**ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА ДЛЯ ХІМІКІВ.**

**ЗБІРНИК ЗАДАЧ.**

**Частина 3. Оптика, елементи квантової механіки,  
атомної та ядерної фізики.**

*Збірник задач*

*Друкується в авторській редакції*

Підписано до друку

Формат 60х84/16.Папір офсетний

Ум.-друк. арк. . Наклад 300 прим. Зам. №

Свідоцтво: