

## ДОДАТОК

### ДЕЯКІ ЧИСЛОВІ ТА АЛГЕБРАЇЧНІ ВИРАЗИ

В межах двох відсотків

$$(2\pi)^{1/2} \approx 2.5; \quad \pi^2 \approx 10; \quad e^3 \approx 20; \quad 2^{10} \approx 10^3;$$

Гама функція  $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$

$$\Gamma(1/6) = 5.5663$$

$$\Gamma(3/5) = 1.4892$$

$$\Gamma(1/5) = 4.5908$$

$$\Gamma(2/3) = 1.3541$$

$$\Gamma(1/4) = 3.6256$$

$$\Gamma(3/4) = 1.2254$$

$$\Gamma(1/3) = 2.6789$$

$$\Gamma(4/5) = 1.1642$$

$$\Gamma(2/5) = 2.2182$$

$$\Gamma(5/6) = 1.1288$$

$$\Gamma(1/2) = 1.7725 = \sqrt{\pi} \quad \Gamma(1) = 1$$

Біноміальна теорема (справджується для  $|x| < 1$  або коли  $\alpha$  – додатне число):

$$(1+x)^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} x^k \equiv 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!} x^3 + \dots$$

### ВЕКТОРНІ ТОТОЖНОСТІ

Позначення:  $f, g$  – скаляри;  $\vec{A}, \vec{B}$  – вектори;  $T$  – тензор, знак вектора над оператором набла опущено.

$$1) \vec{A} \cdot \vec{B} \times \vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} \cdot \vec{C} = \vec{B} \cdot \vec{C} \times \vec{A} = \vec{B} \times \vec{C} \cdot \vec{A} = \vec{C} \cdot \vec{A} \times \vec{B} = \vec{C} \times \vec{A} \cdot \vec{B}$$

$$2) \vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{C} \times \vec{B}) \times \vec{A} = (\vec{A} \cdot \vec{C}) \vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{C}$$

$$3) \vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) + \vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{A}) + \vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = 0$$

$$4) (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$5) (\vec{A} \times \vec{B}) \times (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \times \vec{B} \cdot \vec{D}) \vec{C} - (\vec{A} \times \vec{B} \cdot \vec{C}) \vec{D}$$

$$6) \nabla(fg) = \nabla(gf) = f\nabla g + g\nabla f$$

$$7) \nabla \cdot (f\vec{A}) = f\nabla \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \nabla f$$

$$8) \nabla \times (f\vec{A}) = f\nabla \times \vec{A} + \nabla f \times \vec{A}$$

$$9) \nabla \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot \nabla \times \vec{A} - \vec{A} \cdot \nabla \times \vec{B}$$

$$10) \nabla \times (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{A}(\nabla \cdot \vec{B}) - \vec{B}(\nabla \cdot \vec{A}) + (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{A} - (\vec{A} \cdot \nabla) \vec{B}$$

$$11) \vec{A} \times (\nabla \times \vec{B}) = (\nabla \vec{B}) \cdot \vec{A} - (\vec{A} \cdot \nabla) \vec{B}$$

$$12) \nabla (\vec{A} \cdot \vec{B}) = \vec{A} \times (\nabla \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\nabla \times \vec{A}) + (\vec{A} \cdot \nabla) \vec{B} + (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{A}$$

$$13) \nabla^2 f = \nabla \cdot \nabla f$$

$$14) \nabla^2 \vec{A} = \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla \times \nabla \times \vec{A}$$

$$15) \nabla \times \nabla f = 0$$

$$16) \nabla \cdot \nabla \times \vec{A} = 0$$

Якщо  $e_1, e_2, e_3$  – ортонормовані одиничні вектори, тензор другого порядку  $T$  може бути записаний у формі

$$17) T = \sum_{i,j} T_{ij} e_i e_j$$

У декартових координатах дивергенція тензора – вектор з компонентами

$$18) (\nabla \cdot T)_i = \sum_j \left( \partial T_{ji} / \partial x_j \right)$$

$$19) \nabla \cdot (\vec{A} \vec{B}) = (\nabla \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{A} \cdot \nabla) \vec{B}$$

$$20) \nabla \cdot (fT) = \nabla f \cdot T + f \nabla \cdot T$$

Нехай  $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  – радіус-вектор величини  $r$ , від початку координат до точки  $x, y, z$ . Тоді

$$21) \nabla \cdot \vec{r} = 3$$

$$22) \nabla \times \vec{r} = 0$$

$$23) \nabla r = \vec{r}/r$$

$$24) \nabla(1/r) = -\vec{r}/r^3$$

$$25) \nabla \cdot (\vec{r}/r^3) = 4\pi\delta(\vec{r})$$

$$26) \nabla \vec{r} = I$$

Якщо  $V$  – об'єм, обмежений поверхнею  $S$  та  $d\vec{S} = \vec{n}dS$ , де  $\vec{n}$  – одиничний вектор, спрямований назовні від  $V$ ,

$$27) \int_V dV \nabla f = \int_S d\vec{S} f$$

$$28) \int_V dV \nabla \cdot \vec{A} = \int_S d\vec{S} \cdot \vec{A}$$

$$29) \int_V dV \nabla \cdot T = \int_S d\vec{S} \cdot T$$

$$30) \int_V dV \nabla \times \vec{A} = \int_S d\vec{S} \times \vec{A}$$

$$31) \int_V dV (f \nabla^2 g - g \nabla^2 f) = \int_S d\vec{S} \cdot (f \nabla g - g \nabla f)$$

$$32) \int_V dV (\vec{A} \cdot \nabla \times \nabla \times \vec{B} - \vec{B} \cdot \nabla \times \nabla \times \vec{A}) = \int_S d\vec{S} \cdot (\vec{B} \times \nabla \times \vec{A} - \vec{A} \times \nabla \times \vec{B})$$

Якщо  $S$  – відкрита поверхня, обмежена контуром  $C$ , елемент довжини якої  $d\vec{l}$

$$33) \int_S d\vec{S} \times \nabla f = \oint_C d\vec{l} f$$

$$34) \int_S d\vec{S} \cdot \nabla \times \vec{A} = \oint_C d\vec{l} \cdot \vec{A}$$

$$35) \int_S (d\vec{S} \times \nabla) \times \vec{A} = \oint_C d\vec{l} \times \vec{A}$$

$$36) \int_S d\vec{S} \cdot (\nabla f \times \nabla g) = \oint_C f dg = - \oint_C g df$$

## ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ОПЕРАТОРИ В КРИВОЛІНІЙНИХ КООРДИНАТАХ

### Циліндричні координати

$$\text{Дивергенція} \quad \nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\text{Градiєнт} \quad (\nabla f)_r = \frac{\partial f}{\partial r}; \quad (\nabla f)_\phi = \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \phi}; \quad (\nabla f)_z = \frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\text{Ротор} \quad (\nabla \times \vec{A})_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}; \quad (\nabla \times \vec{A})_\phi = \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r};$$

$$(\nabla \times \vec{A})_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \phi}$$

$$\text{Лапласіан} \quad \nabla^2 f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

$$\text{Лапласіан вектора} \quad (\nabla^2 \vec{A})_r = \nabla^2 A_r - \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} - \frac{A_r}{r^2};$$

$$(\nabla^2 \vec{A})_\phi = \nabla^2 A_\phi + \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{A_\phi}{r^2}; \quad (\nabla^2 \vec{A})_z = \nabla^2 A_z$$

$$\text{Компоненти} \quad (\vec{A} \cdot \nabla) \vec{B}$$

$$(\vec{A} \cdot \nabla \vec{B})_r = A_r \frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{A_\phi}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \phi} + A_z \frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{A_\phi B_\phi}{r}$$

$$(\vec{A} \cdot \nabla \vec{B})_\phi = A_r \frac{\partial B_\phi}{\partial r} + \frac{A_\phi}{r} \frac{\partial B_\phi}{\partial \phi} + A_z \frac{\partial B_\phi}{\partial z} + \frac{A_\phi B_r}{r}$$

$$(\vec{A} \cdot \nabla \vec{B})_z = A_r \frac{\partial B_z}{\partial r} + \frac{A_\phi}{r} \frac{\partial B_z}{\partial \phi} + A_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

*Дивергенція тензора*

$$(\nabla \cdot T)_r = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r T_{rr}) + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{\phi r}}{\partial \phi} + \frac{\partial T_{zr}}{\partial z} - \frac{T_{\phi\phi}}{r}$$

$$(\nabla \cdot T)_\phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r T_{r\phi}) + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{\phi\phi}}{\partial \phi} + \frac{\partial T_{z\phi}}{\partial z} + \frac{T_{\phi r}}{r}$$

$$(\nabla \cdot T)_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r T_{rz}) + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{\phi z}}{\partial \phi} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial z}$$

## **Сферичні координати**

*Дивергенція*

$$\nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

*Градiєнт*

$$(\nabla f)_r = \frac{\partial f}{\partial r}; \quad (\nabla f)_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta}; \quad (\nabla f)_\phi = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi}$$

*Ротор*

$$(\nabla \times \vec{A})_r = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\phi) - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi}$$

$$(\nabla \times \vec{A})_\theta = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi)$$

$$(\nabla \times \vec{A})_\phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \theta}$$

Лапласіан

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$$

Лапласіан вектора

$$(\nabla^2 \vec{A})_r = \nabla^2 A_r - \frac{2A_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} - \frac{2 \operatorname{ctg} \theta A_\theta}{r^2} - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

$$(\nabla^2 \vec{A})_\theta = \nabla^2 A_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} - \frac{A_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

$$(\nabla^2 \vec{A})_\phi = \nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} + \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi}$$

Компоненти  $(\vec{A} \cdot \nabla) \vec{B}$

$$(\vec{A} \cdot \nabla \vec{B})_r = A_r \frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{A_\theta}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} + \frac{A_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial B_r}{\partial \phi} - \frac{A_\theta B_\theta + A_\phi B_\phi}{r}$$

$$(\vec{A} \cdot \nabla \vec{B})_\theta = A_r \frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \frac{A_\theta}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} + \frac{A_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial B_\theta}{\partial \phi} + \frac{A_\theta B_r}{r} - \frac{\operatorname{ctg} \theta A_\phi B_\phi}{r}$$

$$(\vec{A} \cdot \nabla \vec{B})_\phi = A_r \frac{\partial B_\phi}{\partial r} + \frac{A_\theta}{r} \frac{\partial B_\phi}{\partial \theta} + \frac{A_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial B_\phi}{\partial \phi} + \frac{A_\phi B_r}{r} + \frac{\operatorname{ctg} \theta A_\phi B_\theta}{r}$$

Дивергенція тензора

$$(\nabla \cdot T)_r = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 T_{rr}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta T_{\theta r}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial T_{\phi r}}{\partial \phi} - \frac{T_{\theta\theta} + T_{\phi\phi}}{r}$$

$$(\nabla \cdot T)_\theta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 T_{r\theta}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta T_{\theta\theta}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial T_{\phi\theta}}{\partial \phi} + \frac{T_{\theta r}}{r} - \frac{\operatorname{ctg} \theta T_{\phi\phi}}{r}$$

$$(\nabla \cdot T)_\phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 T_{r\phi}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta T_{\theta\phi}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial T_{\phi\phi}}{\partial \phi} + \frac{T_{\phi r}}{r} + \frac{\operatorname{ctg} \theta T_{\phi\theta}}{r}$$

## РОЗМІРНОСТІ Й ОДИНИЦІ

Щоб одержати значення величини в гаусових одиницях, необхідно помножити значення, виражене в одиницях СІ, на перевідний множник.

Фізична величина	Розмірність		Одиниці СІ	Перевідний множник	Гаусові одиниці
	СІ	Гаусова			
Ємність	$\frac{t^2 q^2}{ml^2}$	$l$	Фарад	$9 \times 10^{11}$	см
Заряд	$q$	$\frac{m^{1/2} l^{3/2}}{t}$	Кулон	$3 \times 10^9$	статкулон
Густина заряду	$\frac{q}{l^3}$	$\frac{m^{1/2}}{l^{3/2} t}$	Кулон/м <sup>3</sup>	$3 \times 10^3$	статкулон/см <sup>3</sup>
Провідність	$\frac{t q^2}{ml^2}$	$\frac{l}{t}$	Сіменс	$9 \times 10^{11}$	см/сек
Питома провідність	$\frac{t q^2}{ml^3}$	$\frac{1}{t}$	Сіменс/м	$9 \times 10^9$	сек <sup>-1</sup>
Струм	$\frac{q}{t}$	$\frac{m^{1/2} l^{3/2}}{t^2}$	Ампер	$3 \times 10^9$	статампер
Густина струму	$\frac{q}{l^2 t}$	$\frac{m^{1/2}}{l^{1/2} t^2}$	Ампер/м <sup>2</sup>	$3 \times 10^5$	статампер/см <sup>2</sup>
Густина	$\frac{m}{l^3}$	$\frac{m}{l^3}$	кг/м <sup>3</sup>	$10^{-3}$	г/см <sup>3</sup>
Зміщення електричного поля	$\frac{q}{l^2}$	$\frac{m^{1/2}}{l^{1/2} t}$	Кулон/м <sup>2</sup>	$12\pi \times 10^5$	статкулон/см <sup>2</sup>
Напруженість електричного поля	$\frac{ml}{t^2 q}$	$\frac{m^{1/2}}{l^{1/2} t}$	Вольт/м	$\frac{1}{3} \times 10^{-4}$	статовольт/см

Фізична величина	Розмірність		Одиниці СІ	Пере- відний множ- ник	Гаусові одиниці
	СІ	Гаусова			
ЕРС	$\frac{ml^2}{t^2 q}$	$\frac{m^{1/2} l^{1/2}}{t}$	Вольт	$\frac{1}{3} \times 10^{-2}$	статвольт
Енергія	$\frac{ml^2}{t^2}$	$\frac{ml^2}{t^2}$	Джоуль	$10^7$	єрг
Густина енергії	$\frac{m}{lt^2}$	$\frac{m}{lt^2}$	Джоуль/м <sup>3</sup>	10	єрг/см <sup>3</sup>
Сила	$\frac{ml}{t^2}$	$\frac{ml}{t^2}$	Ньютон	$10^5$	дин
Частота	$\frac{1}{t}$	$\frac{1}{t}$	Герц	1	Герц
Імпеданс, опір	$\frac{ml^2}{tq^2}$	$\frac{t}{l}$	Ом	$\frac{1}{9} \times 10^{-11}$	сек/см
Індукція	$\frac{ml^2}{q^2}$	$\frac{t^2}{l}$	Генрі	$\frac{1}{9} \times 10^{-11}$	сек <sup>2</sup> /см
Довжина	$l$	$l$	метр (м)	$10^2$	см
Напруженість магнітного поля	$\frac{q}{lt}$	$\frac{m^{1/2}}{l^{1/2} t}$	Ампер/м	$4\pi \times 10^{-3}$	Ерстед
Магнітний потік	$\frac{ml^2}{tq}$	$\frac{m^{1/2} l^{3/2}}{t}$	Вебер	$10^8$	Максвел
Магнітна індукція	$\frac{m}{tq}$	$\frac{m^{1/2}}{l^{1/2} t}$	Тесла	$10^4$	Гаус

Фізична величина	Розмірність		Одиниці СІ	Пере- відний множ- ник	Гаусові одиниці
	СІ	Гаусова			
Магнітний момент	$\frac{l^2 q}{t}$	$\frac{m^{1/2} l^{5/2}}{t}$	Ампер · м <sup>2</sup>	10 <sup>3</sup>	Ерстед · см <sup>3</sup>
Намагніченість	$\frac{q}{lt}$	$\frac{m^{1/2}}{l^{1/2} t}$	Ампер/м	10 <sup>-3</sup>	Ерстед
Магніторушійна сила	$\frac{q}{t}$	$\frac{m^{1/2} l^{1/2}}{t^2}$	Ампер	$\frac{4\pi}{10}$	Гільберт
Маса	$m$	$m$	кілограм (кг)	10 <sup>3</sup>	грам (г)
Імпульс	$\frac{ml}{t}$	$\frac{ml}{t}$	кг · м/с	10 <sup>5</sup>	г · см/сек
Густина імпульсу	$\frac{m}{l^2 t}$	$\frac{m}{l^2 t}$	кг/(м <sup>2</sup> · с)	10 <sup>-1</sup>	г/(см <sup>2</sup> · сек)
Магнітна проникність	$\frac{ml}{q^2}$	1	Генрі/м	$\frac{1}{4\pi} \times 10^7$	—
Діелектрична проникність	$\frac{t^2 q^2}{ml^3}$	1	Фарад/м	$36\pi \times 10^9$	—
Поляризація	$\frac{q}{l^2}$	$\frac{m^{1/2}}{l^{1/2} t}$	Кулон/м <sup>2</sup>	$3 \times 10^5$	статкулон/см <sup>2</sup>
Потенціал	$\frac{ml^2}{t^2 q}$	$\frac{m^{1/2} l^{1/2}}{t}$	Вольт	$\frac{1}{3} \times 10^{-2}$	статвольт
Потужність	$\frac{ml^2}{t^3}$	$\frac{ml^2}{t^3}$	Ват	10 <sup>7</sup>	ерг/сек



Фізична величина	Розмірність		Одиниці СІ	Перевідний множник	Гаусові одиниці
	СІ	Гаусова			
Густина енергії	$\frac{m}{lt^3}$	$\frac{m}{lt^3}$	Ват/м <sup>3</sup>	10	ерг/(см <sup>3</sup> ·сек)
Тиск	$\frac{m}{lt^2}$	$\frac{m}{lt^2}$	Паскаль	10	дин/см <sup>2</sup>
Магнітний опір	$\frac{q^2}{ml^2}$	$\frac{1}{l}$	Ампер/Вебер	$4\pi \times 10^{-9}$	см <sup>-1</sup>
Питомий опір	$\frac{ml^3}{tq^2}$	$t$	Ом·м	$\frac{1}{9} \times 10^{-9}$	сек
Питома теплопровідність	$\frac{ml}{t^3}$	$\frac{ml}{t^3}$	Ват/(м·град(К))	10 <sup>5</sup>	ерг/(см·сек·град(К))
Час	$t$	$t$	секунда (с)	1	секунда (сек)
Векторний потенціал	$\frac{ml}{tq}$	$\frac{m^{1/2}l^{1/2}}{t}$	Вебер/м	10 <sup>6</sup>	Гаус·см
Швидкість	$\frac{l}{t}$	$\frac{l}{t}$	м/с	10 <sup>2</sup>	см/сек
В'язкість	$\frac{m}{lt}$	$\frac{m}{lt}$	кг/(м·с)	10	пуаз
Завихреність (ротор)	$\frac{1}{t}$	$\frac{1}{t}$	с <sup>-1</sup>	1	сек <sup>-1</sup>
Робота	$\frac{ml^2}{t^2}$	$\frac{ml^2}{t^2}$	Джоуль	10 <sup>7</sup>	ерг

## МІЖНАРОДНА СИСТЕМА (СІ) ПОЗНАЧЕНЬ

<i>Фізична величина</i>	<i>Назва одиниці</i>	<i>Позначення одиниці</i>	<i>Фізична величина</i>	<i>Назва одиниці</i>	<i>Позначення одиниці</i>
* довжина	метр	м	Електричний потенціал	вольт	В
* маса	кілограм	кг	Електричний опір	ом	Ом
* час	секунда	с	Електрична провідність	сіменс	См
* струм	ампер	А	Електрична ємність	фарад	Ф
* температура	кельвін	К	Магнітний потік	вебер	Вб
* кількість речовини	моль	моль	Магнітна індукція	генрі	Гн
* сила світла	кандела	кд			
† плоский кут	радіан	рад	напруженість магнітного поля	тесла	Т
† тілесний кут	стерадіан	ср			
частота	герц	Гц	Світловий потік	люмен	лм
енергія	джоуль	Дж	освітленість	люкс	лк
сила	ньютон	Н	Активність (радіоактивного джерела.)	бекерель	Бк
тиск	паскаль	Па			
потужність	ват	Вт	Поглинена доза (іонізуюча радіація)	грей	Гр
ел. заряд	кулон	Кл			

\* основні одиниці СІ, † допоміжні одиниці

## МЕТРИЧНІ ПРЕФІКСИ

Множник	Префікс	Символ	Множник	Префікс	Символ
$10^{-1}$	деци	д	10	дека	да
$10^{-2}$	санти	с	$10^2$	гекто	г
$10^{-3}$	мілі	м	$10^3$	кіло	к
$10^{-6}$	мікро	мк	$10^6$	мега	М
$10^{-9}$	нано	н	$10^9$	гіга	Г
$10^{-12}$	піко	п	$10^{12}$	тера	Т
$10^{-15}$	фемто	ф	$10^{15}$	пета	П
$10^{-18}$	атто	а	$10^{18}$	екса	Е

## ФІЗИЧНІ КОНСТАНТИ (СІ)

Фізична величина	Позначення	Значення	Одиниця
Стала Больцмана	$k$	$1.3807 \times 10^{-23}$	Дж·К <sup>-1</sup>
Елементарний заряд	$e$	$1.6022 \times 10^{-19}$	Кл
Маса електрона	$m_e$	$9.1094 \times 10^{-31}$	кг
Маса протона	$m_p$	$1.6726 \times 10^{-27}$	кг
Гравітаційна стала	$G$	$6.6726 \times 10^{-11}$	м <sup>3</sup> ·с <sup>-2</sup> ·кг <sup>-1</sup>
Стала Планка	$h$ $\hbar = h/2\pi$	$6.6261 \times 10^{-34}$ $1.0546 \times 10^{-34}$	Дж·с Дж·с
Швидкість світла у вакуумі	$c$	$2.9979 \times 10^8$	м·с <sup>-1</sup>
Діелектрична проникність вакууму	$\varepsilon_0$	$8.8542 \times 10^{-12}$	Ф·м <sup>-1</sup>
Магнітна проникність вакууму	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7}$	Гн·м <sup>-1</sup>
Відношення мас протона/електрона	$m_p / m_e$	$1.8362 \times 10^3$	
Відношення заряд/маса електрона	$e / m_e$	$1.7588 \times 10^{11}$	Кл·кг <sup>-1</sup>
Стала Рідберга	$R_\infty = me^4 / 8\varepsilon_0^2 ch^3$	$1.0974 \times 10^7$	м <sup>-1</sup>
Радіус Бора	$a_0 = \varepsilon_0 h^2 / \pi m e^2$	$5.2918 \times 10^{-11}$	м

<i>Фізична величина</i>	<i>Позначення</i>	<i>Значення</i>	<i>Одиниця</i>
Атомний переріз взаємодії	$\pi a_0^2$	$8.7974 \times 10^{-21}$	м <sup>2</sup>
Класичний радіус електрона	$r_e = e^2 / 4\pi\epsilon_0 m c^2$	$2.8179 \times 10^{-15}$	м
Томпсонівський переріз взаємодії	$(8\pi/3)r_e^2$	$6.6525 \times 10^{-29}$	м <sup>2</sup>
Комптонівська довжина хвилі електрона	$h/m_e c$	$2.4263 \times 10^{-12}$	м
	$\hbar/m_e c$	$3.8616 \times 10^{-13}$	м
Стала тонкої структури	$\alpha = e^2 / 2\epsilon_0 \hbar c$	$7.2974 \times 10^{-3}$	
	$\alpha^{-1}$	137.04	
1-а радіаційна стала	$c_1 = 2\pi\hbar c^2$	$3.7418 \times 10^{-16}$	Вт·м <sup>2</sup>
2-а радіаційна стала	$c_2 = \hbar c/k$	$1.4388 \times 10^{-2}$	м·К
Стала Стефана-Больцмана	$\sigma$	$5.6705 \times 10^{-8}$	Вт·м <sup>-2</sup> ·К <sup>-4</sup>
Довжина хвилі, пов'язана з 1 еВ	$\lambda_0 = \hbar c/e$	$1.2398 \times 10^{-6}$	м
Частота, пов'язана з 1 еВ	$\nu_0 = e/\hbar$	$2.4180 \times 10^{14}$	Гц
Хвильове число, пов'язане з 1 еВ	$k_0 = e/\hbar c$	$8.0655 \times 10^5$	м <sup>-1</sup>
Енергія, пов'язана з 1 еВ	$\hbar\nu_0$	$1.6022 \times 10^{-19}$	Дж
Енергія, пов'язана з 1 Рідбергом	$m e^3 / 8\epsilon_0^2 \hbar^2$	13.606	еВ
Енергія пов'язана з 1 Кельвіном	$k/e$	$8.6174 \times 10^{-5}$	еВ
Температура пов'язана з 1 еВ	$e/k$	$1.1604 \times 10^4$	К
Число Авогадро	$N_A$	$6.0221 \times 10^{23}$	моль <sup>-1</sup>
Стала Фарадея	$F = N_A e$	$9.6485 \times 10^4$	Кл·моль <sup>-1</sup>
Газова стала	$R = N_A k$	8.3145	Дж·К <sup>-1</sup> ·моль <sup>-1</sup>
Число Лошмідта	$n_0$	$2.6868 \times 10^{25}$	м <sup>-3</sup>
Атомна одиниця маси	$m_u$	$1.6605 \times 10^{-27}$	кг

Фізична величина	Позначення	Значення	Одиниця
Стандартна температура	$T_o$	273.15	К
Атмосферний тиск	$p_0 = n_0 k T_0$	$1.0133 \times 10^5$	Па
Тиск 1мм Hg (1 torr)		$1.3332 \times 10^2$	Па
Молярний об'єм при н.у.	$V_0 = RT_0 / p_0$	$2.2414 \times 10^{-2}$	м <sup>3</sup>
Молярна маса повітря	$M_{air}$	$2.8971 \times 10^{-2}$	кг
Калорія (cal)		4.1868	Дж
Прискорення вільного падіння	$g$	9.8067	м·с <sup>-2</sup>

### ФІЗИЧНІ КОНСТАНТИ (СГС)

Фізична величина	Позначення	Значення	Одиниця
Стала Больцмана	$k$	$1.3807 \times 10^{-16}$	ерг/град (К)
Елементарний заряд	$e$	$4.8032 \times 10^{-10}$	статкулон
Маса електрона	$m_e$	$9.1094 \times 10^{-28}$	г
Маса протона	$m_p$	$1.6726 \times 10^{-24}$	г
Гравітаційна стала	$G$	$6.6726 \times 10^{-8}$	дин·см <sup>2</sup> /г <sup>2</sup>
Стала Планка	$h$ $\hbar = h/2\pi$	$6.6261 \times 10^{-27}$ $1.0546 \times 10^{-27}$	ерг·сек ерг·сек
Швидкість світла у вакуумі	$c$	$2.9979 \times 10^{10}$	см/сек
Відношення мас протона/електрона	$m_p / m_e$	$1.8362 \times 10^3$	
Відношення заряд/маса електрона	$e / m_e$	$5.2728 \times 10^{17}$	статкулон/г
Стала Рідберга	$R_\infty = \frac{2\pi^2 m e^4}{ch^3}$	$1.0974 \times 10^5$	см <sup>-1</sup>
Радіус Бора	$a_0 = \hbar^2 / m e^2$	$5.2918 \times 10^{-9}$	см
Атомний переріз	$\pi a_0^2$	$8.7974 \times 10^{-17}$	см <sup>2</sup>

<b>Фізична величина</b>	<b>Позначення</b>	<b>Значення</b>	<b>Одиниця</b>
Класичний радіус електрона	$r_e = e^2/mc^2$	$2.8179 \times 10^{-13}$	см
Томпсонівський переріз	$(8\pi/3)r_e^2$	$6.6525 \times 10^{-25}$	см <sup>2</sup>
Комптонівська довжина хвилі електрона	$h/m_e c$	$2.4263 \times 10^{-10}$	см
	$\hbar/m_e c$	$3.8616 \times 10^{-11}$	см
Стала тонкої структури	$\alpha = e^2/\hbar c$ $\alpha^{-1}$	$7.2974 \times 10^{-3}$ 137.04	
1-а радіаційна стала	$c_1 = 2\pi\hbar c^2$	$3.7418 \times 10^{-5}$	ерг·см <sup>2</sup> /сек
2-а радіаційна стала	$c_2 = \hbar c/k$	1.4388	см·град(K)
Стала Стефана-Больцмана	$\sigma$	$5.6705 \times 10^{-5}$	ерг/(см <sup>2</sup> ·сек·град <sup>4</sup> )
Довжина хвилі, пов'язана з 1 еВ	$\lambda_0$	$1.2398 \times 10^{-4}$	см
Частота, пов'язана з 1 еВ	$\nu_0$	$2.4180 \times 10^{14}$	Гц
Хвильове число, пов'язане з 1 еВ	$k_0$	$8.0655 \times 10^3$	см <sup>-1</sup>
Енергія, пов'язана з 1 еВ		$1.6022 \times 10^{-12}$	ерг
Енергія, пов'язана з 1 Рідбергом		13.606	еВ
Енергія пов'язана з 1 Кельвіном		$8.6174 \times 10^{-5}$	еВ
Температура пов'язана з 1 еВ		$1.1604 \times 10^4$	град(K)
Число Авогадро	$N_A$	$6.0221 \times 10^{23}$	моль <sup>-1</sup>
Стала Фарадея	$F = N_A e$	$2.8925 \times 10^{14}$	статкулон/моль
Газова стала	$R = N_A k$	$8.3145 \times 10^7$	ерг/(град·моль)
Число Лошмідта	$n_0$	$2.6868 \times 10^{19}$	см <sup>-3</sup>
Атомна одиниця маси	$m_u$	$1.6605 \times 10^{-24}$	г

<b>Фізична величина</b>	<b>Позначення</b>	<b>Значення</b>	<b>Одиниця</b>
Стандартна температура	$T_o$	273.15	град(К)
Атмосферний тиск	$p_0 = n_0 k T_0$	$1.0133 \times 10^6$	дин/см <sup>2</sup>
Тиск 1мм Hg (1 torr)		$1.3332 \times 10^3$	дин/см <sup>2</sup>
Молярний об'єм при н.у.	$V_0 = R T_0 / p_0$	$2.2414 \times 10^4$	см <sup>3</sup>
Молярна маса повітря	$M_{air}$	28.971	г
Калорія (cal)		$4.1868 \times 10^7$	єрг
Прискорення вільного падіння	$g$	980.67	см/сек <sup>2</sup>

### ФОРМУЛИ ПЕРЕТВОРЕННЯ

В даному пункті використано позначення  $\alpha = 10^2$  см/м,  $\beta = 10^7$  єрг/Дж,  $\varepsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12}$  Ф/м,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-12}$  Гн/м,  $c = (\varepsilon_0 \mu_0)^{-1/2} = 2.9979 \times 10^8$  м/с і  $\hbar = 1.0546 \times 10^{-34}$  Дж/сек. Щоб одержати коректну по розмірності формулу в системі одиниць СІ з виразу, записаного в гаусових одиницях, потрібно замінити кожну величину згідно з  $\bar{Q} = \bar{k}Q$ , де  $\bar{k}$  – коефіцієнт у другому стовпчику таблиці, що відповідає  $Q$ . Так, для прикладу, формула  $\bar{a}_0 = \bar{\hbar}^2 / \bar{m} \bar{e}^2$  для борівського радіуса стає  $\alpha a_0 = (\hbar \beta)^2 / \left[ (m \beta / \alpha^2) (e^2 \alpha \beta / 4\pi \varepsilon_0) \right]$  або  $a_0 = \varepsilon_0 \hbar^2 / \pi m e^2$ . Щоб перейти від СІ до природних величин, у яких  $\hbar = c = 1$ , потрібно використати формулу  $Q = \hat{k}^{-1} \hat{Q}$ , де  $\hat{k}$  – коефіцієнт, що відповідає  $Q$  у третьому стовпчику. Таким чином,  $\hat{a}_0 = 4\pi \varepsilon_0 \hbar^2 / \left[ (\hat{m} \hbar / c) (\hat{e}^2 \varepsilon_0 \hbar c) \right] = 4\pi / \hat{m} \hat{e}^2$ . (У перетворенні від одиниць СІ не замінюйте  $\varepsilon_0$ ,  $\mu_0$  або  $c$ ).

<i>Фізична величина</i>	<i>Гаусові одиниці до СІ</i>	<i>Природні одиниці до СІ</i>
Ємність	$\alpha/4\pi\epsilon_0$	$\epsilon_0^{-1}$
Заряд	$(\alpha\beta/4\pi\epsilon_0)^{1/2}$	$(\epsilon_0\hbar c)^{-1/2}$
Густина заряду	$(\beta/4\pi\alpha^5\epsilon_0)^{1/2}$	$(\epsilon_0\hbar c)^{-1/2}$
Струм	$(\alpha\beta/4\pi\epsilon_0)^{1/2}$	$(\mu_0/\hbar c)^{1/2}$
Густина струму	$(\beta/4\pi\alpha^3\epsilon_0)^{1/2}$	$(\mu_0/\hbar c)^{1/2}$
Електричне поле	$(4\pi\beta\epsilon_0/\alpha^3)^{1/2}$	$(\epsilon_0/\hbar c)^{1/2}$
Електричний потенціал	$(4\pi\beta\epsilon_0/\alpha)^{1/2}$	$(\epsilon_0/\hbar c)^{1/2}$
Електропровідність	$(4\pi\epsilon_0)^{-1}$	$\epsilon_0^{-1}$
Енергія	$\beta$	$(\hbar c)^{-1}$
Густина енергії	$\beta/\alpha^3$	$(\hbar c)^{-1}$
Сила	$\beta/\alpha$	$(\hbar c)^{-1}$
Частота	1	$c^{-1}$
Індуктивність	$4\pi\epsilon_0/\alpha$	$\mu_0^{-1}$
Довжина	$\alpha$	1
Магнітна індукція	$(4\pi\beta/\alpha^3\mu_0)^{1/2}$	$(\mu_0\hbar c)^{-1/2}$
Напруженість магн. поля	$(4\pi\mu_0\beta/\alpha^3)^{1/2}$	$(\mu_0/\hbar c)^{1/2}$
Маса	$\beta/\alpha^2$	$c/\hbar$
Імпульс	$\beta/\alpha$	$\hbar^{-1}$
Потужність	$\beta$	$(\hbar c^2)^{-1}$
Тиск	$\beta/\alpha^3$	$(\hbar c)^{-1}$
Опір	$4\pi\epsilon_0/\alpha$	$(\epsilon_0/\mu_0)^{1/2}$
Час	1	$c$
Швидкість	$\alpha$	$c^{-1}$



## РІВНЯННЯ МАКСВЕЛА

Назва або опис	CI	Гаусові
Закон Фарадея	$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
Закон Ампера	$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}$	$\nabla \times \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{J}$
Рівняння Пуассона	$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$	$\nabla \cdot \vec{D} = 4\pi\rho$
Відсутність магнітних монополів	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$
Сила Лоренца на заряд $q$	$q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$	$q\left(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B}\right)$
Матеріальні (невід'ємні) співвідношення	$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ $\vec{B} = \mu \vec{H}$	$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ $\vec{B} = \mu \vec{H}$

У плазмі  $\mu \approx \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Гн} \times \text{м}^{-1}$  (Гаусові одиниці:  $\mu \approx 1$ ). Діелектрична стала задовольняє співвідношенню  $\varepsilon \approx \varepsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{ Ф/м}$  (в Гаусових одиницях:  $\varepsilon \approx 1$ ) за умови, що весь заряд розглядається як вільний. Використовуючи дрейфову апроксимацію  $\vec{v}_\perp = \vec{E} \times \vec{B} / B^2$ , можна розрахувати густину поляризаційного заряду і знайти діелектричну сталу  $K \equiv \varepsilon / \varepsilon_0 = 1 + 36\pi \times 10^9 \rho / B^2$  (CI),  $K \equiv \varepsilon / \varepsilon_0 = 1 + 4\pi \rho c^2 / B^2$  (СГС), де  $\rho$  – масова густина.

Електромагнітна енергія в об'ємі  $V$  задається співвідношенням:

$$\hat{W} = \frac{1}{2} \int_V dV (\vec{H} \cdot \vec{B} + \vec{E} \cdot \vec{D}) \text{ (CI)}, \quad \hat{W} = \frac{1}{8\pi} \int_V dV (\vec{H} \cdot \vec{B} + \vec{E} \cdot \vec{D}) \text{ (СГС)}.$$

Теорема Пойнтінга:

$$\frac{\partial \hat{W}}{\partial t} + \int_S \vec{N} \cdot d\vec{S} = - \int_V dV \vec{J} \cdot \vec{E},$$

де  $S$  – замкнута поверхня, що обмежує об'єм  $V$ , та вектор Пойнтінга (енергетичний потік через  $S$ ) задається формулою  $\vec{N} = \vec{E} \times \vec{H}$  (CI) або  $\vec{N} = c\vec{E} \times \vec{H} / 4\pi$  (Гаусова).

## ЕЛЕКТРИКА ТА МАГНЕТИЗМ

В даному підпункті,  $\varepsilon$  – діелектрична проникність,  $\mu$  – проникність провідника,  $\mu'$  – проникність навколишнього середовища,  $\sigma$  – питома провідність,  $f = \omega/2\pi$  – частота випромінювання. Всі одиниці подано в СІ, якщо інше не зазначено.

Діелектрична постійна вакууму	$\varepsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна проникність вакууму	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Гн/м} = 1.2566 \times 10^{-6} \text{ Гн/м}$
Опір вакууму	$R_0 = (\mu_0/\varepsilon_0)^{1/2} = 376.73 \text{ Ом}$
Ємність паралельних пластин площею $A$ , розташованих на відстані $d$	$C = \varepsilon A/d$
Ємність концентричного циліндра довжиною $l$ , радіусом $a, b$	$C = 2\pi\varepsilon l/\ln(b/a)$
Ємність концентричної сфери радіусом $a, b$	$C = 4\pi\varepsilon ab/(b-a)$
Коефіцієнт самоіндукції провідника довжиною $l$ , по якому тече однорідний струм	$L = \mu l$
Взаємоіндуктивність паралельних провідників довжиною $l$ , радіуса $a$ , розташованих на відстані $d$	$L = (\mu' l/4\pi) [1 + 4 \ln(d/a)]$
Індуктивність круглого витка радіусом $b$ , зробленого із провідника радіуса $a$ , по якому тече однорідний струм	$L = b \{ \mu' [\ln(8b/a) - 2] + \mu/4 \}$
Час релаксації в середовищі із втратами	$\tau = \varepsilon/\sigma$
Глибина поверхневого шару в середовищі із втратами	$\delta = (2/\omega\mu\sigma)^{1/2} = (\pi f \mu\sigma)^{-1/2}$
Хвильовий опір у середовищі із втратами	$Z = [\mu/(\varepsilon + i\sigma/\omega)]^{1/2}$
Поле на відстані $r$ від прямого провідника, по якому тече струм $I$ (амперів)	$B_\theta = \mu I/2\pi r \text{ Т}, B_\theta = 0.2I/r \text{ Гс}$
Поле на відстані $z$ уздовж осі від круглого витка радіуса $a$ , по якому тече струм $I$	$B_z = \mu a^2 I / [2(a^2 + z^2)^{3/2}]$

# ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ЧАСТОТА / ДІАПАЗОН ДОВЖИН ХВИЛЬ

Позначення*	Частотний діапазон		Діапазон довжин хвиль	
	Нижній	Верхній	Нижній	Верхній
ULF**		30 Гц	10 Мм	
VF**	30 Гц	300 Гц	1 Мм	10 Мм
ELF	300 Гц	3 кГц	100 км	1 Мм
VLF	3 кГц	30 кГц	10 км	100 км
LF	30 кГц	300 кГц	1 км	10 км
MF	300 кГц	3 МГц	100 м	1 км
HF	3 МГц	30 МГц	10 м	100 м
VHF	30 МГц	300 МГц	1 м	10 м
UHF	300 МГц	3 ГГц	10 см	1 м
SHF	3 ГГц	30 ГГц	1 см	10 см
S	2.6	3.95	7.6	11.5
G	3.95	5.85	5.1	7.6
J	5.3	8.2	3.7	5.7
H	7.05	10.0	3.0	4.25
X	8.2	12.4	2.4	3.7
M	10.0	15.0	2.0	3.0
P	12.4	18.0	1.67	2.4
K	18.0	26.5	1.1	1.67
R	26.5	40.0	0.75	1.1
EHF	30 ГГц	300 ГГц	1 мм	1 см
Субміліметровий діапазон	300 ГГц	3 ТГц	100 мкм	1 мм
Інфрачервоний діапазон	3 ТГц	430 ТГц	700 нм	100 мкм

Позначення	Частотний діапазон		Діапазон довжин хвиль	
	Нижній	Верхній	Нижній	Верхній
Видимий діапазон	430 ТГц	750 ТГц	400 нм	700 нм
Ультрафіолетовий діапазон	750 ТГц	30 ПГц	10 нм	400 нм
Рентген	30 ПГц	3 ЕГц	100 пм	10 нм
Гамма-випромінювання	3 ЕГц			100 пм

\*ULF – ультранизькі частоти (УНЧ), VF – голосові частоти (ГЧ), ELF – крайні низькі частоти (КНЧ), VLF – дуже низькі частоти (ДНЧ), LF – низькі частоти (НЧ), MF – середні частоти (СЧ), HF – високі частоти (ВЧ), VHF – дуже високі частоти (ДВЧ), UHF – ультрависокі частоти (УВЧ), SHF – надвисокі частоти (НВЧ), EHF – крайні високі частоти (КВЧ).

\*\*Границя між УНЧ і ГЧ задається по-різному.

## ФУНДАМЕНТАЛЬНІ ПЛАЗМОВІ ПАРАМЕТРИ

Всі величини подано в гаусових (СГС) одиницях, крім температури ( $T$ ,  $T_e$ ,  $T_i$ ), вираженої в еВ, маси іона ( $m_i$ ), вираженої в одиницях маси протона,  $\mu = m_i/m_p$ ;  $Z$  – значення заряду;  $k$  – стала Больцмана;  $K$  – хвильове число;  $\gamma$  – адіабатичний показник;  $\ln \Lambda$  – Кулонівський логарифм.

### Частоти

Електронна гірочастота	$f_{ce} = \omega_{ce}/2\pi = 2.80 \times 10^6 B$ , Гц $\omega_{ce} = eB/m_e c = 1.76 \times 10^7 \cdot B$ , рад/сек
Іонна гірочастота	$f_{ci} = \omega_{ci}/2\pi = 1.52 \times 10^3 Z \mu^{-1} \cdot B$ , Гц $\omega_{ci} = ZeB/m_i c = 9.58 \times 10^3 Z \mu^{-1} \times B$ , рад/сек
Електронна плазмова частота	$f_{pe} = \omega_{pe}/2\pi = 8.98 \times 10^3 n_e^{1/2}$ , Гц $\omega_{pe} = (4\pi n_e e^2 / m_e)^{1/2} = 5.64 \times 10^4 n_e^{1/2}$ , рад/сек

Іонна плазмова частота	$f_{pi} = \omega_{pi} / 2\pi = 2.10 \times 10^2 Z \mu^{-1/2} n_i^{1/2}, \text{ Гц}$ $\omega_{pi} = (4\pi n_i Z^2 e^2 / m_i)^{1/2} = 1.32 \times 10^3 Z \mu^{-1/2} n_i^{1/2}, \text{ рад/сек}$
Частота захоплених електронів	$\nu_{Te} = (eKE/m_e)^{1/2} = 7.26 \times 10^8 K^{1/2} E^{1/2}, \text{ сек}^{-1}$
Частота захоплених іонів	$\nu_{Ti} = (ZeKE/m_i)^{1/2} = 1.69 \times 10^7 Z^{1/2} K^{1/2} E^{1/2} \mu^{-1/2}, \text{ сек}^{-1}$
Частота зіткнень електронів	$\nu_e = 2.91 \times 10^{-6} n_e \ln \Lambda T_e^{-3/2}, \text{ сек}^{-1}$
Частота зіткнень іонів	$\nu_i = 4.80 \times 10^{-8} Z^4 \mu^{-1/2} n_i \ln \Lambda T_i^{-3/2}, \text{ сек}^{-1}$

### Довжини

Електронна довжина де Бройля	$\lambda = \hbar / (m_e k T_e)^{1/2} = 2.76 \times 10^{-8} T_e^{-1/2}, \text{ см}$
Класична відстань мінімального зближення	$e^2 / kT = 1.44 \times 10^{-7} T^{-1}, \text{ см}$
Гірорадіус електрона	$r_e = v_{Te} / \omega_{ce} = 2.38 T_e^{1/2} B^{-1}, \text{ см}$
Гірорадіус іона	$r_i = v_{Ti} / \omega_{ci} = 1.02 \mu^{1/2} Z^{-1} T_i^{1/2} B^{-1}, \text{ см}$
Плазмова глибина поверхневого шару	$c / \omega_{pe} = 5.31 \times 10^5 n_e^{-1/2}, \text{ см}$
Дебаївська довжина	$\lambda_D = (kT / 4\pi n e^2)^{1/2} = 7.43 \times 10^2 T^{1/2} n^{-1/2}, \text{ см}$

## Швидкості

Електронна теплова швидкість	$v_{Te} = (kT_e/m_e)^{1/2} = 4.19 \times 10^7 T_e^{1/2}, \text{ см/сек}$
Іонна теплова швидкість	$v_{Ti} = (kT_i/m_i)^{1/2} = 9.79 \times 10^5 \mu^{-1/2} T_i^{1/2}, \text{ см/сек}$
Іонна швидкість звуку	$C_s = (\gamma Z k T_e / m_i)^{1/2} = 9.79 \times 10^5 (\gamma Z T_e / \mu)^{1/2}, \text{ см/сек}$
Альфвенівська швидкість	$v_A = B / (4\pi n_i m_i)^{1/2} = 2.18 \times 10^{11} \mu^{-1/2} n_i^{-1/2} B, \text{ см/сек}$

## Безрозмірні

(Відношення мас електрона/протона) <sup>1/2</sup>	$(m_e/m_p)^{1/2} = 2.33 \times 10^{-2} = 1/42.9$
Число частинок у сфері Дебая	$(4\pi/3)n\lambda_D^3 = 1.72 \times 10^9 T^{3/2} n^{-1/2}$
Альфвенівська швидкість/ швидкість світла	$v_A/c = 7.28 \mu^{-1/2} n_i^{-1/2} B$
Відношення електронної плазмової частоти/гірчастоти	$\omega_{pe}/\omega_{ce} = 3.21 \times 10^{-3} n_e^{1/2} B^{-1}$
Відношення іонної плазмової частоти/гірчастоти	$\omega_{pi}/\omega_{ci} = 0.137 \mu^{1/2} n_i^{1/2} B^{-1}$
Теплове/магнітне енергетичне відношення	$\beta = 8\pi n k T / B^2 = 4.03 \times 10^{-11} n T B^{-2}$
Магнітне/іонне відношення енергії спокою	$B^2 / 8\pi n_i m_i c^2 = 26.5 \mu^{-1} n_i^{-1} B^2$

## ІОНОСФЕРНІ ПАРАМЕТРИ

Наступна таблиця дає середні нічні значення. Де приведено два значення, перше стосується нижньої області шару, а друге — верхньої границі.

Величина	<i>E</i> область	<i>F</i> область
Висота (км)	90 – 160	160 – 500
Густина ( $\text{м}^{-3}$ )	$1.5 \times 10^{10} - 5 \times 10^{10}$	$5 \times 10^{10} - 2 \times 10^{11}$
Проінтегрована по висоті густина ( $\text{м}^{-2}$ )	$9 \times 10^{14}$	$4.5 \times 10^{15}$
Частота зіткнень іонів з нейтральними частинками ( $\text{с}^{-1}$ )	$2 \times 10^3 - 10^2$	0.5 – 0.05
Відношення гірчастоти іонів до частоти зіткнень	0.09 – 2.0	$4.6 \times 10^2 - 5.0 \times 10^3$
Частота зіткнень електронів з нейтральними частинками	$1.5 \times 10^4 - 9.0 \times 10^2$	80 – 10
Відношення гірчастоти електронів до частоти зіткнень	$4.1 \times 10^2 - 6.9 \times 10^3$	$7.8 \times 10^4 - 6.2 \times 10^5$
Середня молекулярна маса	28 – 26	22 – 16
Іонна гірчастота ( $\text{с}^{-1}$ )	180 – 190	230 – 300
Нейтральний дифузійний коефіцієнт ( $\text{м}^2/\text{с}$ )	$30 - 5 \times 10^3$	$10^5$

Магнітне поле Землі в нижніх шарах іоносфери в екваторіальних широтах – приблизно  $B_0 = 0.35 \times 10^{-4}$  Тл. Радіус Землі –  $R_E = 6371$  км.

## ПРИБЛИЗНІ ВЕЛИЧИНИ В ДЕЯКИХ ТИПОВИХ ПЛАЗМАХ

Тип плазми	$n$ , см <sup>-3</sup>	$T$ , еВ	$\omega_{pe}$ , с <sup>-1</sup>	$\lambda_D$ , см	$n\lambda_D^3$	$\nu_{ei}$ , с <sup>-1</sup>
Міжзоряний газ	1	1	$6 \times 10^4$	$7 \times 10^2$	$4 \times 10^8$	$7 \times 10^{-5}$
Газоподібна туманність	$10^3$	1	$2 \times 10^6$	20	$8 \times 10^6$	$6 \times 10^{-2}$
Сонячна корона	$10^9$	$10^2$	$2 \times 10^9$	$2 \times 10^{-1}$	$8 \times 10^6$	60
Дифузійна гаряча плазма	$10^{12}$	$10^2$	$6 \times 10^{10}$	$7 \times 10^{-3}$	$4 \times 10^5$	40
Сонячна атмосфера, газовий розряд	$10^{14}$	1	$6 \times 10^{11}$	$7 \times 10^{-5}$	40	$2 \times 10^9$
Тепла плазма	$10^{14}$	10	$6 \times 10^{11}$	$2 \times 10^{-4}$	$8 \times 10^2$	$10^7$
Гаряча плазма	$10^{14}$	$10^2$	$6 \times 10^{11}$	$7 \times 10^{-4}$	$4 \times 10^4$	$4 \times 10^6$
Термоядерна плазма	$10^{15}$	$10^4$	$2 \times 10^{12}$	$2 \times 10^{-3}$	$8 \times 10^6$	$5 \times 10^4$
Тета-пінч	$10^{16}$	$10^2$	$6 \times 10^{12}$	$7 \times 10^{-5}$	$4 \times 10^3$	$3 \times 10^8$
Щільна гаряча плазма	$10^{18}$	$10^2$	$6 \times 10^{13}$	$7 \times 10^{-6}$	$4 \times 10^2$	$2 \times 10^{10}$
Лазерна плазма	$10^{20}$	$10^2$	$6 \times 10^{14}$	$7 \times 10^{-7}$	40	$2 \times 10^{12}$



## ПАРАМЕТРИ СОНЯЧНОЇ ФІЗИКИ

Параметр	Символ	Значення	Одиниця
Повна маса	$M_{\odot}$	$1.99 \times 10^{33}$	г
Радіус	$R_{\odot}$	$6.96 \times 10^{10}$	см
Прискорення сили тяжіння на поверхні	$g_{\odot}$	$2.74 \times 10^4$	см·с <sup>-2</sup>
Швидкість витоку	$v_{\infty}$	$6.18 \times 10^7$	см·с <sup>-1</sup>
Спрямований вгору потік маси в спікулах	—	$1.6 \times 10^{-9}$	г·см <sup>2</sup> ·с <sup>-1</sup>
Вертикально проінтегрована атмосферна густина	—	4.28	г·см <sup>-2</sup>
Напруженість магнітного поля сонячної плями	$B_{\max}$	2500 – 3500	Гс
Ефективна температура поверхні	$T_0$	5770	К
Потужність випромінювання	$L_{\odot}$	$3.83 \times 10^{33}$	єрг·с <sup>-1</sup>
Густина променевого потоку	$F$	$6.28 \times 10^{10}$	єрг·см <sup>-2</sup> ·с <sup>-1</sup>
Оптична глибина на довжині хвилі 500 нм, що виміряна від фотосфери	$\tau_5$	0.99	—
Астрономічна одиниця (радіус земної орбіти )	AU	$1.50 \times 10^{13}$	см
Сонячна стала на орбіті Землі	$f$	$1.36 \times 10^6$	єрг·см <sup>-2</sup> ·с <sup>-1</sup>

## ХРОМОСФЕРА ТА КОРОНА

Параметр (одиниці)	Спокійне Сонце	Корональні діри	Активна область
Хромосферні променеві втрати ( $\text{erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ )			
Низька хромосфера	$2 \times 10^6$	$2 \times 10^6$	$\geq 10^7$
Середня хромосфера	$2 \times 10^6$	$2 \times 10^6$	$10^7$
Верхня хромосфера	$3 \times 10^5$	$3 \times 10^5$	$2 \times 10^6$
Всього	$4 \times 10^6$	$4 \times 10^6$	$\geq 2 \times 10^7$
Тиск перехідного шару ( $\text{дин} \cdot \text{см}^{-2}$ )	0.2	0.07	2
Температура корони (К) на відстані $1.1 R_{\odot}$	$1.1 - 1.6 \times 10^6$	$10^6$	$2,5 \times 10^6$
Втрати енергії корони ( $\text{erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ )			
Провідність	$2 \times 10^5$	$6 \times 10^4$	$10^5 - 10^7$
Випромінювання	$10^5$	$10^4$	$5 \times 10^6$
Сонячний вітер	$\leq 5 \times 10^4$	$7 \times 10^5$	$< 10^5$
Всього	$3 \times 10^5$	$8 \times 10^5$	$10^7$
Втрата маси за рахунок сонячного вітру ( $\text{г} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ )	$\leq 2 \times 10^{-11}$	$2 \times 10^{-10}$	$< 4 \times 10^{-11}$

