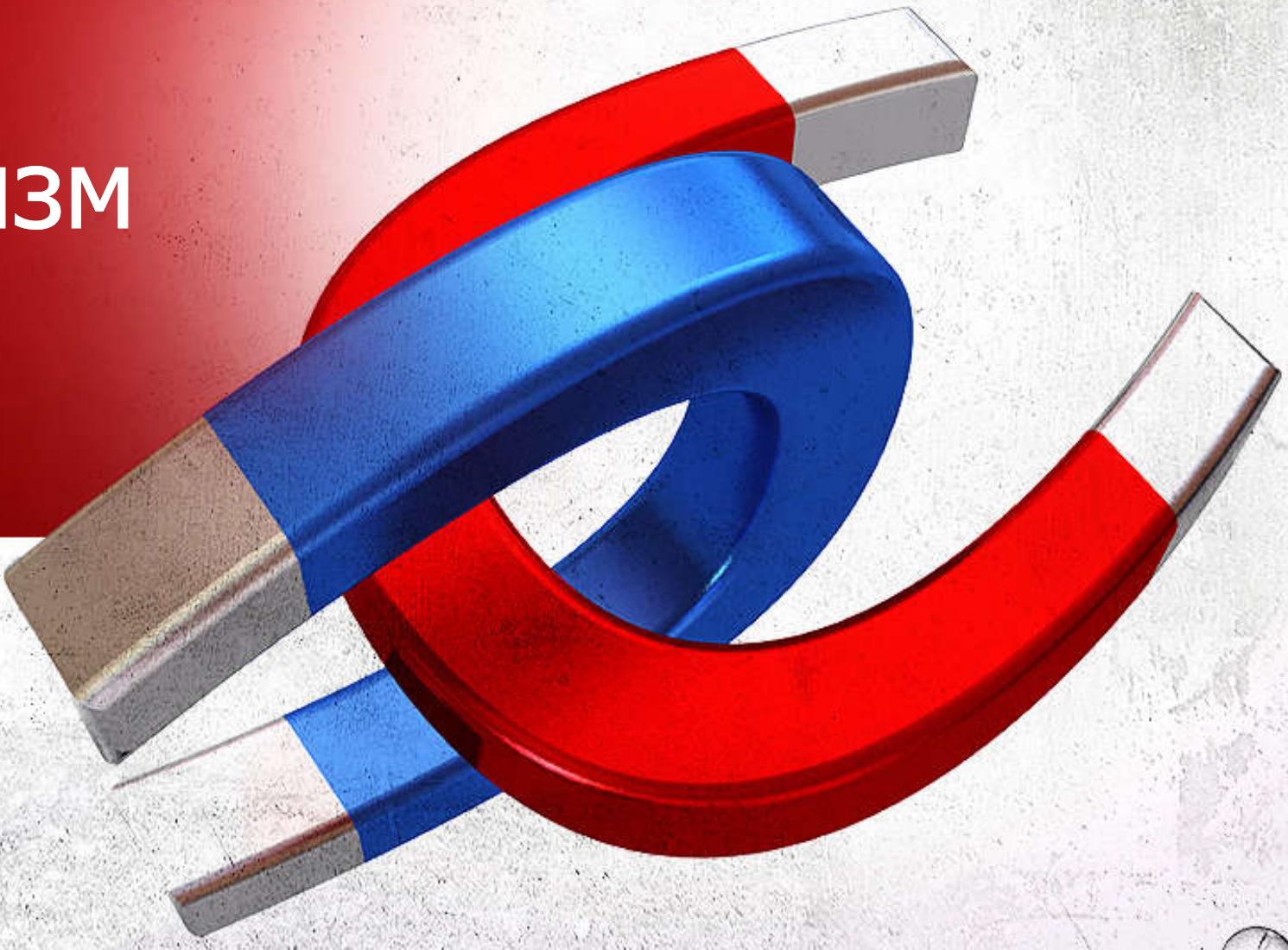


# Магнетизм



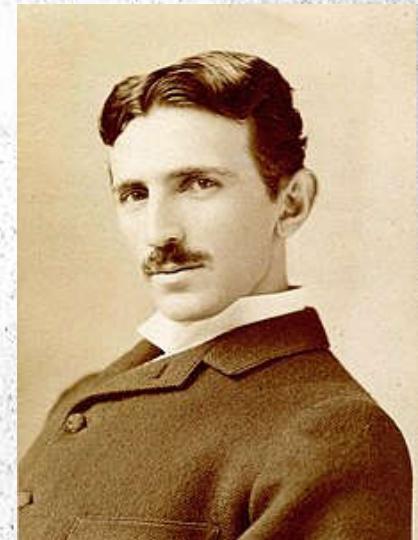
# Магнітне поле у вакуумі. Вектор магнітної індукції. Сила Лоренця. Сила Ампера.



Андре-Марі  
Ампер

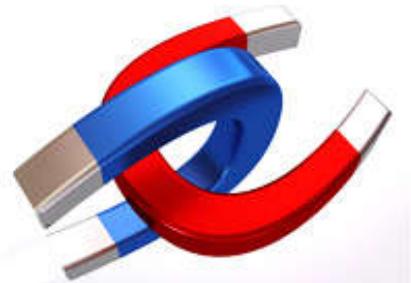


Гендрік Антон  
Лоренц



Нікола Тесла





+

-



електричка  
 $\neq f(p_{\text{уху}} q)$

магнитка  
 $= f(\vec{v})$



магнитна  
иоле

1)  $f_i$  на рухомі заряди  
(струмі)

2) рухомі заряди (струмі)  
створюють магн. иоле



## сила на рухомий заряд в магнітному полі

a) Властивості поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

v b) Величини заряду

v c) Величини швидкості заряду

2) напрямок швидкості

$$\oplus \div F_{max}$$

індукція ( $\vec{B}$ )

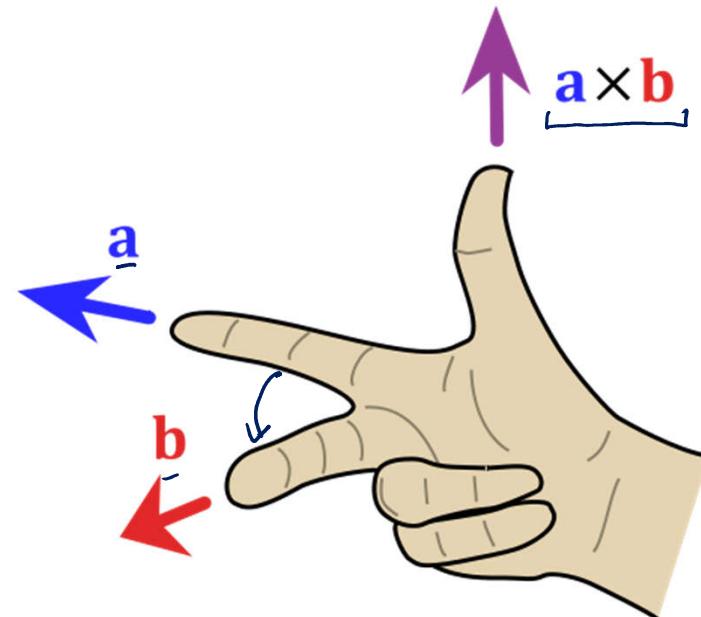
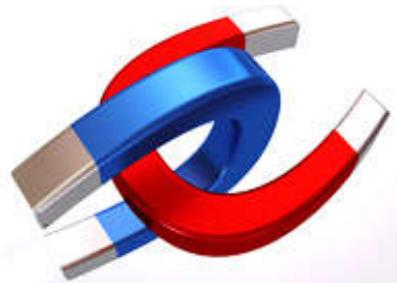
$$|\vec{B}| = \frac{F_{max}}{q v}$$

$$[B] = T_n$$

$$1 T_n = \frac{1 \text{ H} \cdot 1 \text{ C}}{1 \text{ Kn} \cdot 1 \text{ m}} = \frac{1 \text{ H}}{1 \text{ A} \cdot 1 \text{ m}}$$

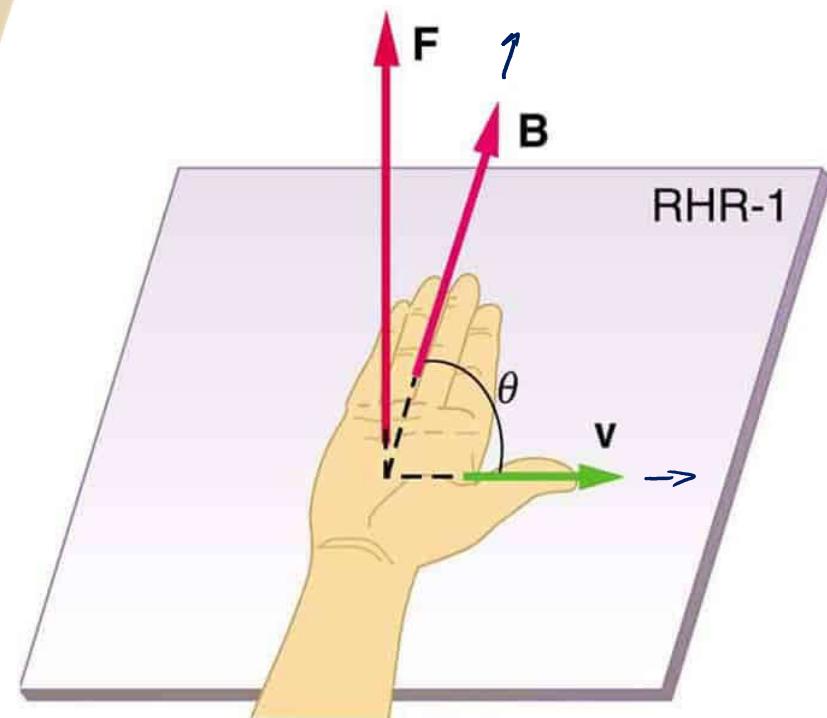
tesla

$$\vec{F}_m = q [\vec{v}, \vec{B}] \quad \left\{ \begin{array}{l} |\vec{F}_m| = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \angle \end{array} \right.$$

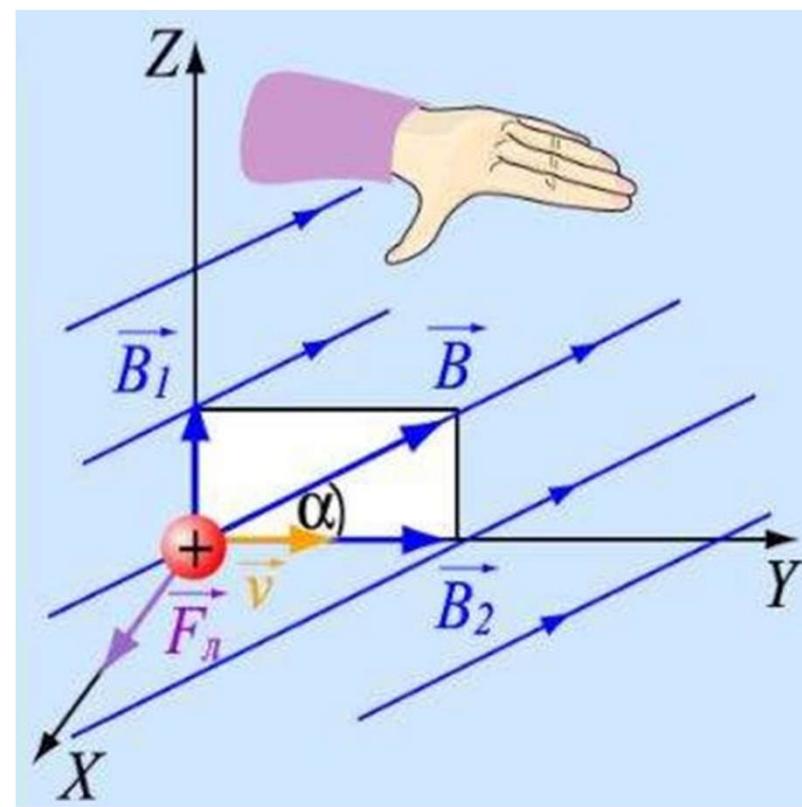
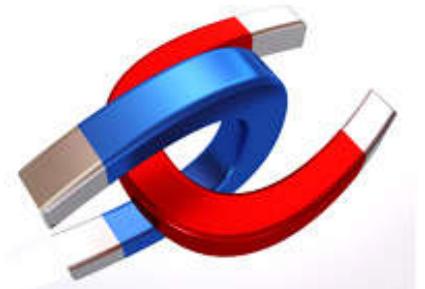


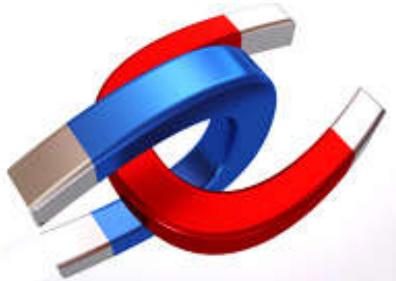
CURL AOPENYU

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$$

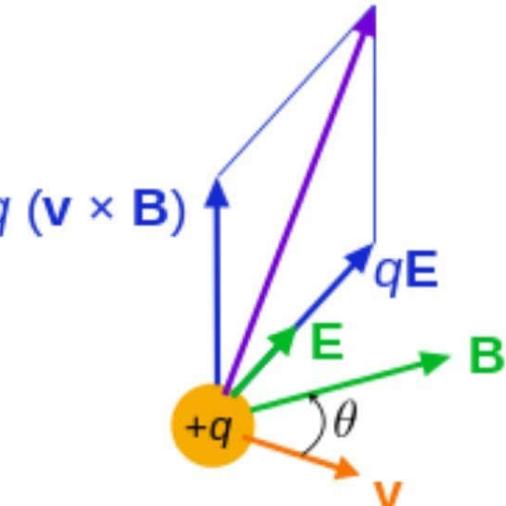


$$F = qvB \sin \theta$$





# LORENTZ KUVVETİ



$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Elektrik  
Kuweti

Manyetik  
Kuwet

Energi.  
none

Magn.  
none



$v \ll c$

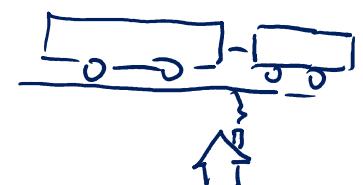
$\vec{F}$  - ke zanerçılığın iki parçası C, B

$$\vec{v}, [\vec{v}, \vec{B}]$$

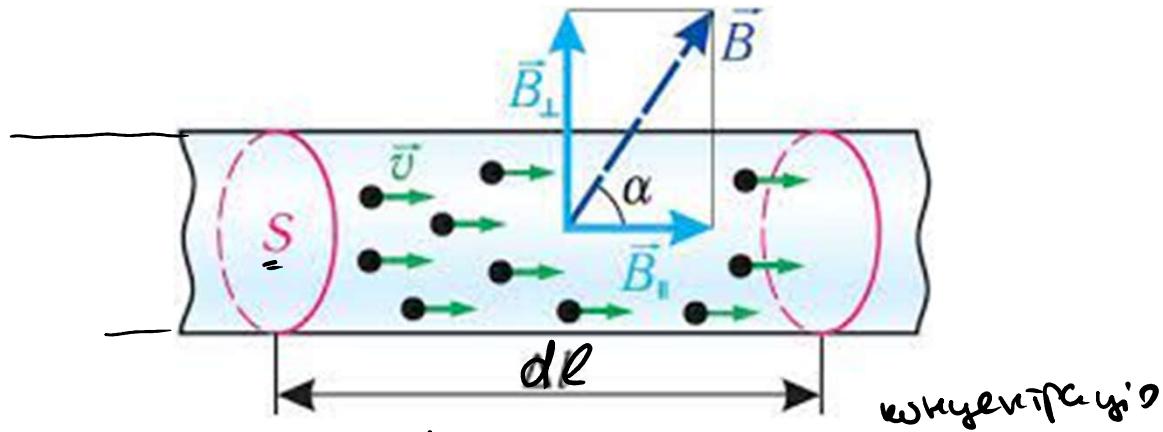
zanerçılığın iki T.C.B.

$$q\vec{E}$$

Elektro-magnitik none



# сила Ампера



$$\vec{dF} = \sum_i \vec{dF}_i = \vec{dF}_i \cdot \overset{\text{вільності}}{N_q} = q [\vec{v} \cdot \vec{B}] \cdot \overset{\text{шківні розміри}}{\vec{n}} \cdot dV =$$

$\vec{dF}_i \perp \vec{v}$

$$= q [\vec{v} \cdot \vec{B}] \cdot \underset{\text{шківні розміри}}{S} \cdot dL$$

шківні розміри  $P = \vec{dF}_i \cdot \vec{v}$

$P = 0$

$$\vec{j} = q \cdot n \cdot \vec{v}$$

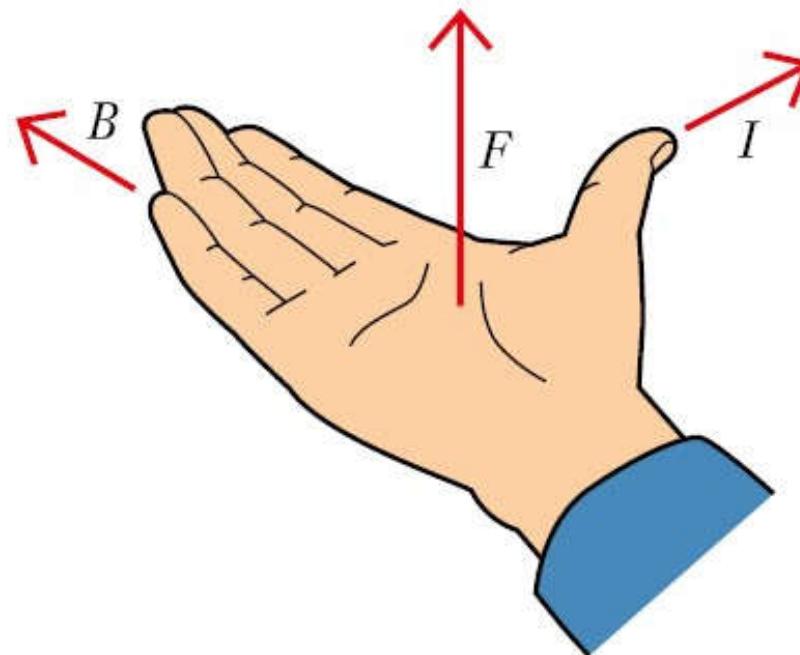
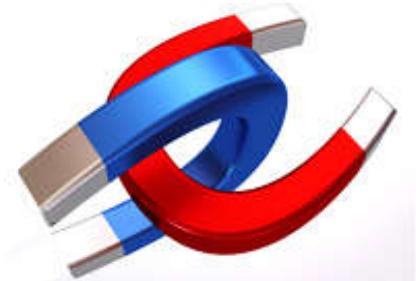
$$\vec{dF} = [\vec{j} \cdot \vec{B}] \cdot \underset{\text{ширина}}{S} \cdot dL = I [\vec{dL}, \vec{B}] -$$

сила Ампера

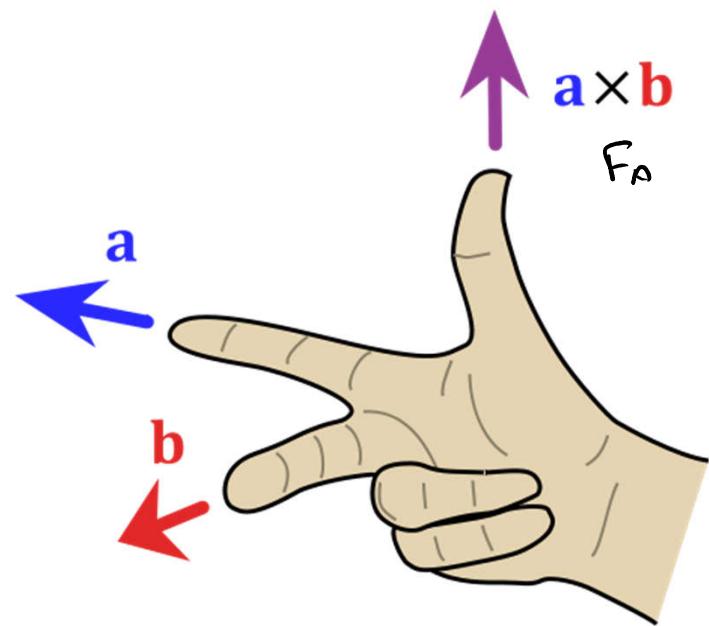
$$\vec{F}_A = I \int_L [\vec{dL}, \vec{B}]$$

| (пробігні прямі  
ніж обхоплені) ( $\vec{B} = \text{const}$ )

$$\vec{F}_A = I [ \vec{L}, \vec{B}] \quad F_A = I \cdot L \cdot B \cdot \sin\alpha$$



$$\overrightarrow{dF}_A = I \left[ \overrightarrow{dl} \overrightarrow{B} \right],$$



# Магнітне поле рухомого заряду. Принцип суперпозиції магнітних полів. Магнітне поле елементарного струму.



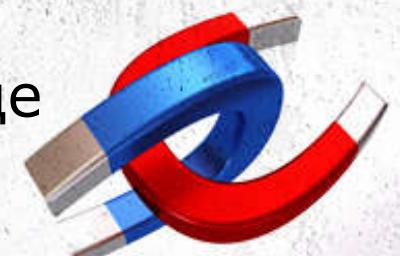
Жан-Батіст  
Біо

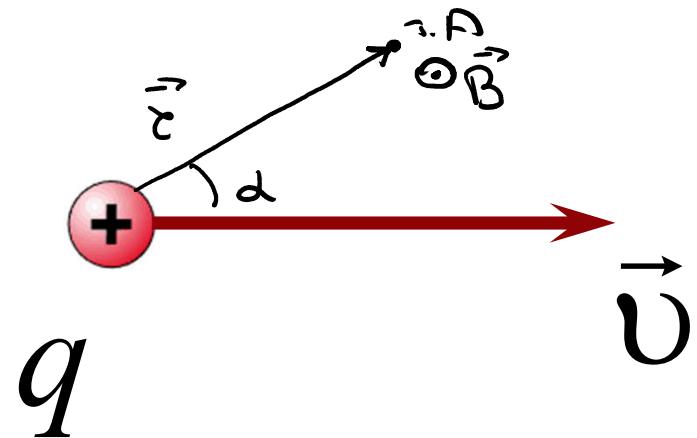
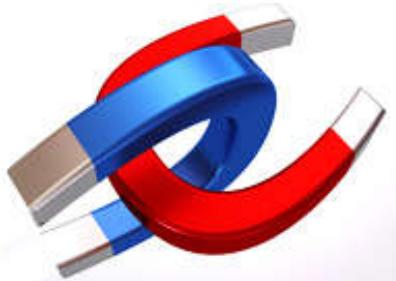


Фелікс Савар



П'єр-Сімон де  
Лаплас





$$\vec{B}_q = k \frac{q [\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}$$

$\sim 10^{-7} \text{ N/A}$

$$\vec{B}_q = \left( \frac{\mu_0}{4\pi} \right) \frac{q [\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}$$

$$|\vec{B}_q| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv}{r^2} \sin\alpha$$

$$\text{CI} \quad k = \frac{\mu_0}{4\pi}$$

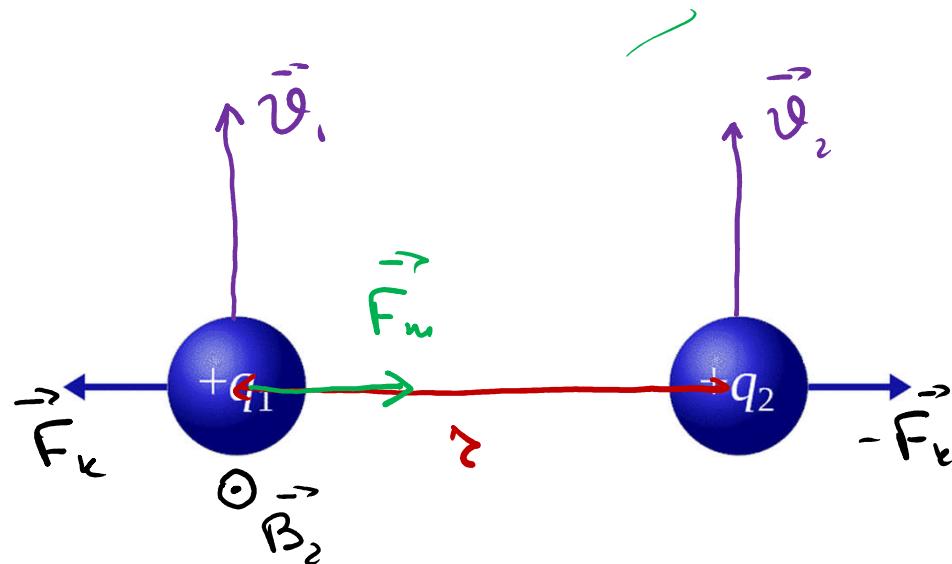
$\mu_0$  - magnetica  
costante

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}$$



$$F_e = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}$$

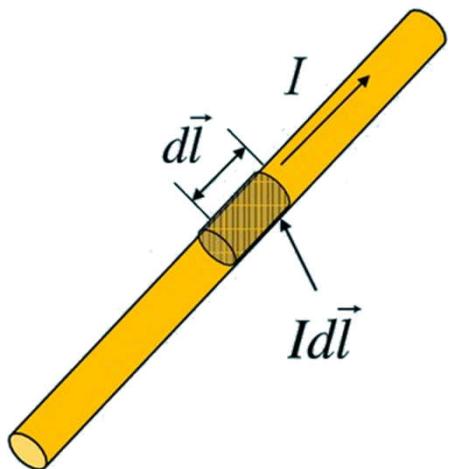


$$\vec{F}_m = q_1 [\vec{v}_1, \vec{B}_2]$$

$$F_m = q_1 \cdot v_1 \cdot B_2 = q_1 v_1 \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_2 v_2}{r^2}$$

$$\frac{F_e}{F_m} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 r^2} / \frac{q_1 q_2 v_1 v_2 \mu_0}{4\pi r^2} = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{1}{v_1 v_2} = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0 v^2} = \frac{c^2}{v^2}$$

$$\frac{F_e}{F_m} = \left( \frac{3 \cdot 10^8}{10^{-3}} \right)^2 \approx 10^{23}$$



## Біо-Савара-Лапласа

1820

$$\mathbf{B} \sim \mathbf{I}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{f}(z)$$

$$\vec{\mathbf{B}} = \sum_i \vec{\mathbf{B}}_i$$

причуди суперпозиції

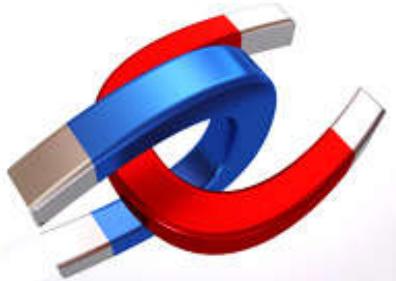
$$\begin{aligned} d\vec{\mathbf{B}} &= \sum \vec{\mathbf{B}}_q = \vec{\mathbf{B}}_q \cdot N_q = \\ &= \vec{\mathbf{B}}_q \cdot n \cdot S \cdot d\ell = \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q [\vec{\mathbf{v}}, \vec{\mathbf{z}}]}{z^3} \cdot n S d\ell \end{aligned}$$

$\vec{\mathbf{v}} = q \vec{\mathbf{v}}_n \cdot n$

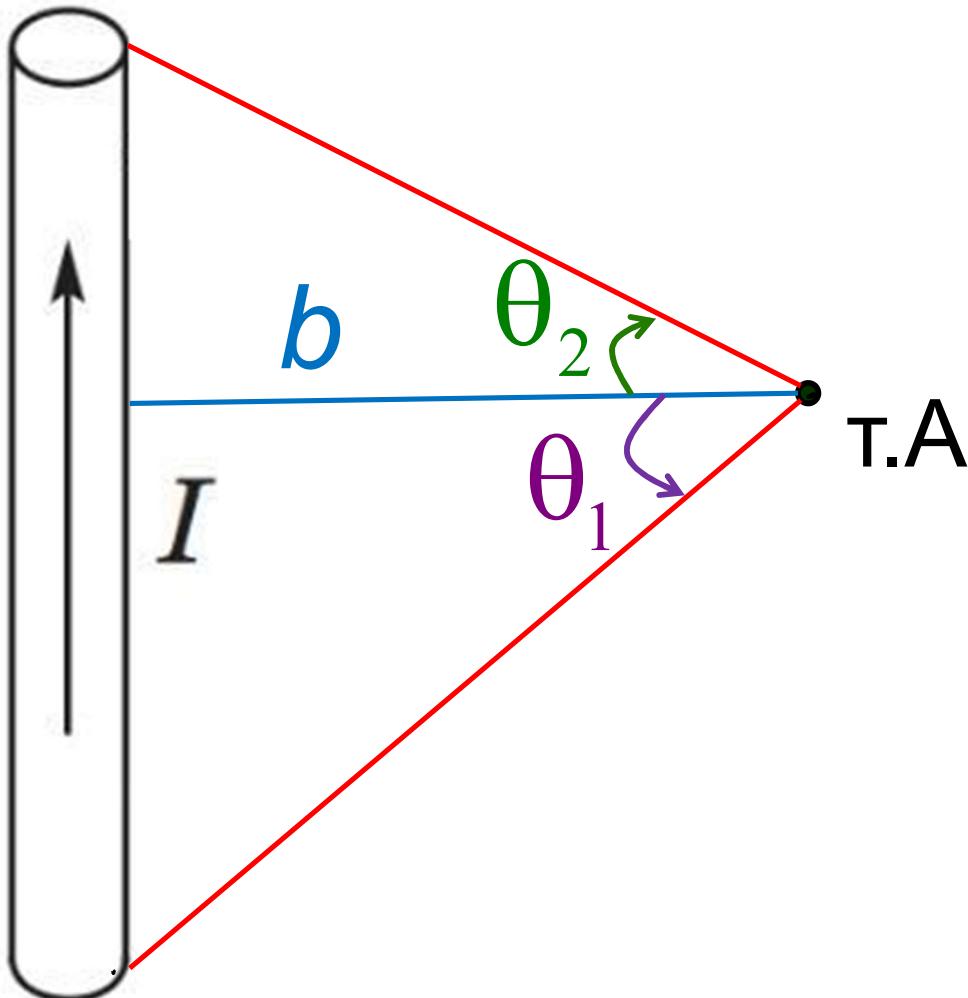
$I = |j| S$

$d\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{[d\ell, \vec{\mathbf{z}}]}{z^3}$

- з. Біо-Савара - [Лаплас]



# Магнітне поле скінченного прямолінійного провідника



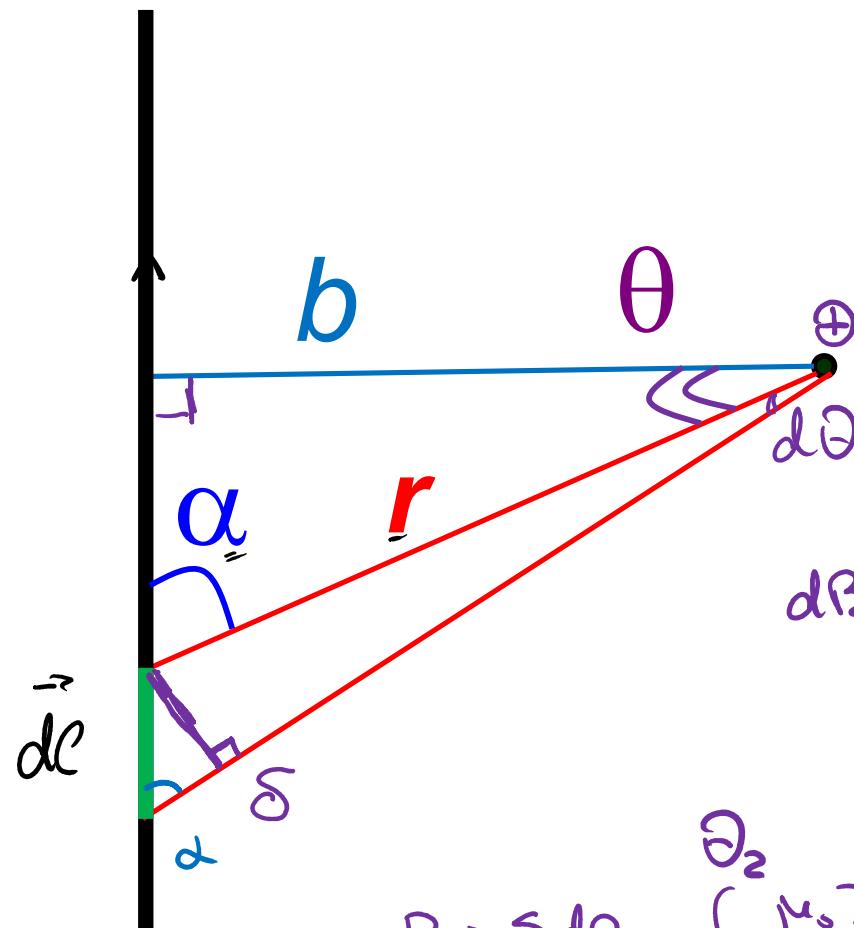


$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}$$

$$\delta = r \cdot d\theta = dl \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{B}{r} = \cos \theta$$

$$r = \frac{B}{\cos \theta}$$

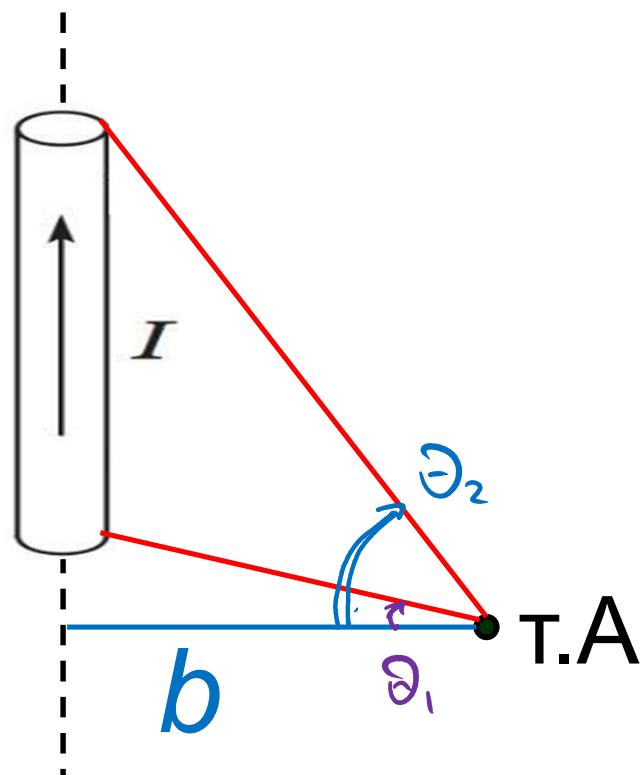


$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dl \cdot \cos \theta}{r^2} =$$

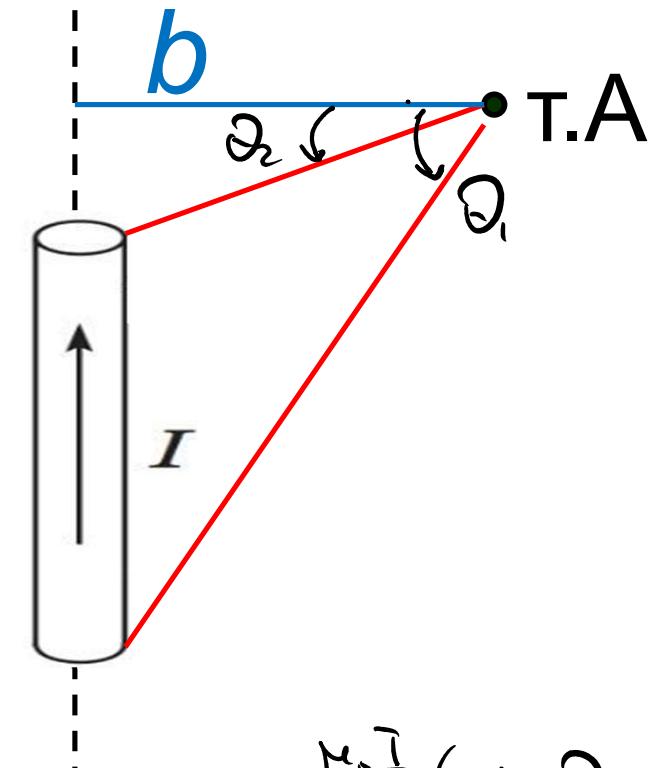
$$= \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\cos \theta d\theta}{B}$$

$$B = \sum dB = \int_{-\Theta_1}^{\Theta_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \cos \theta d\theta =$$

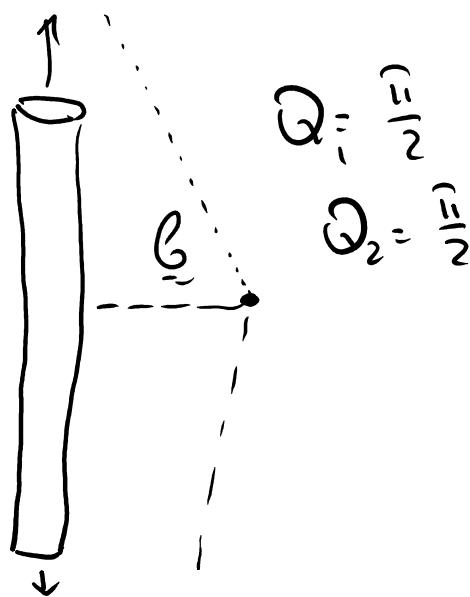
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\sin \Theta_2 + \sin \Theta_1)$$



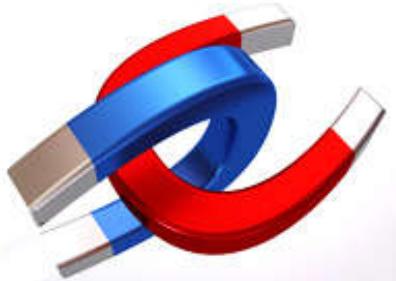
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\sin \Theta_2 - \sin \Theta_1)$$



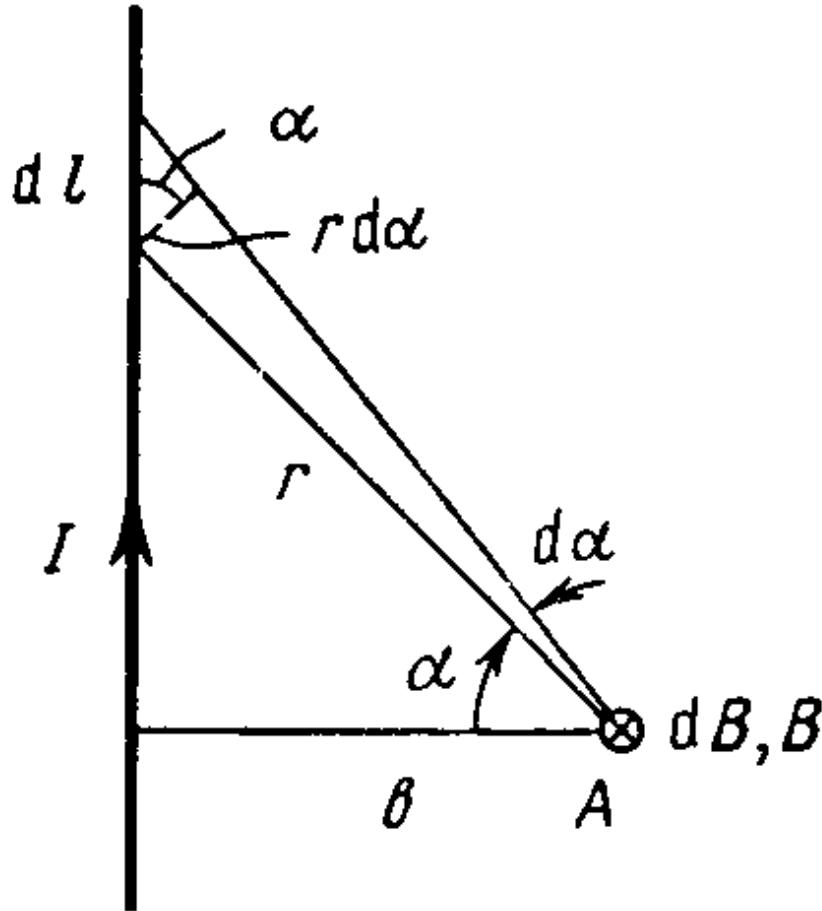
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\sin \Theta_1 - \sin \Theta_2)$$



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$



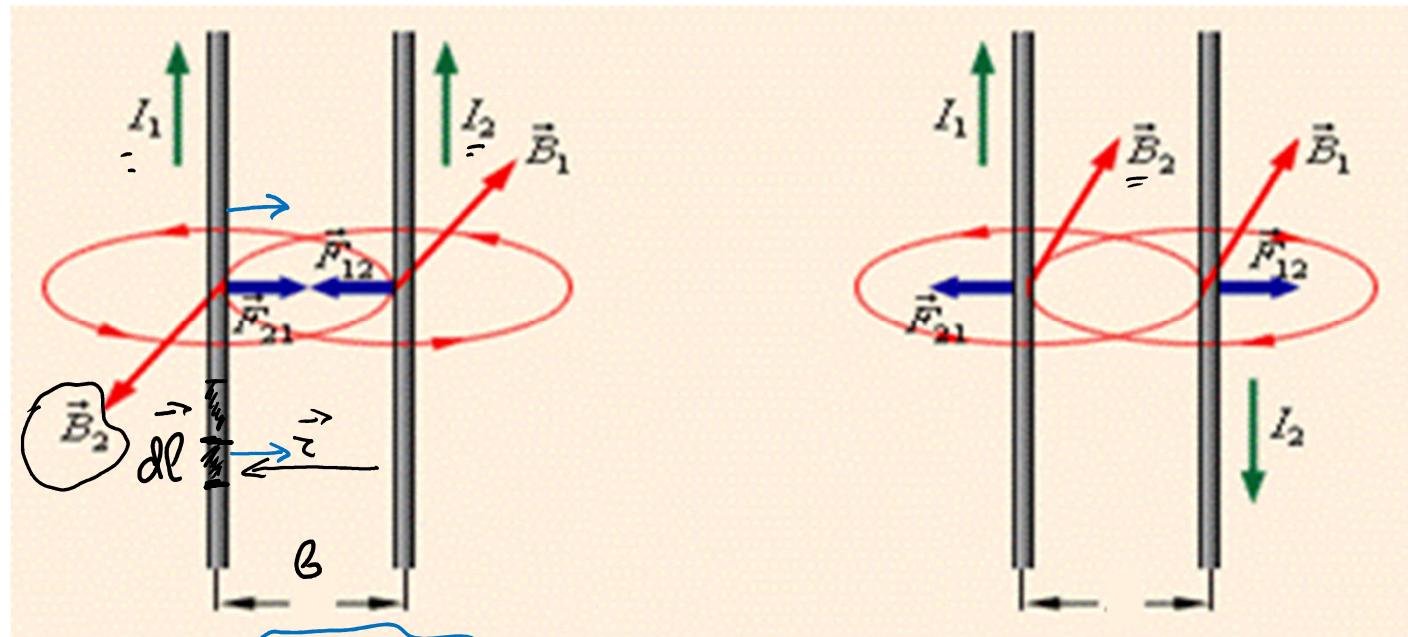
# Магнітне поле скінченного прямолінійного провідника



<https://youtu.be/qfsQbOX0tYY>



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$



$$d\vec{F}_A = I_1 [dl, \vec{B}_2] \quad dl \perp \vec{B}_2$$

$$dF_A = I_1 dl B_2 = \underbrace{dl}_{2\pi b} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b}$$

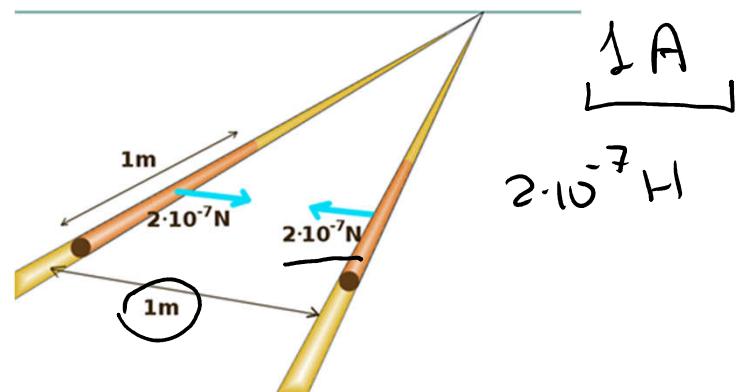
$$dl \rightarrow \infty$$

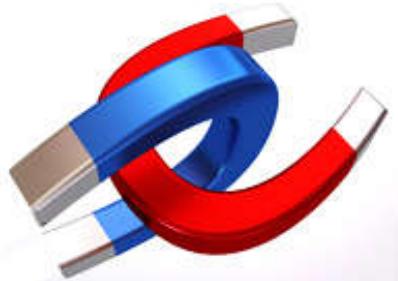
$$f_A = \frac{dF_A}{dl}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi b}$$

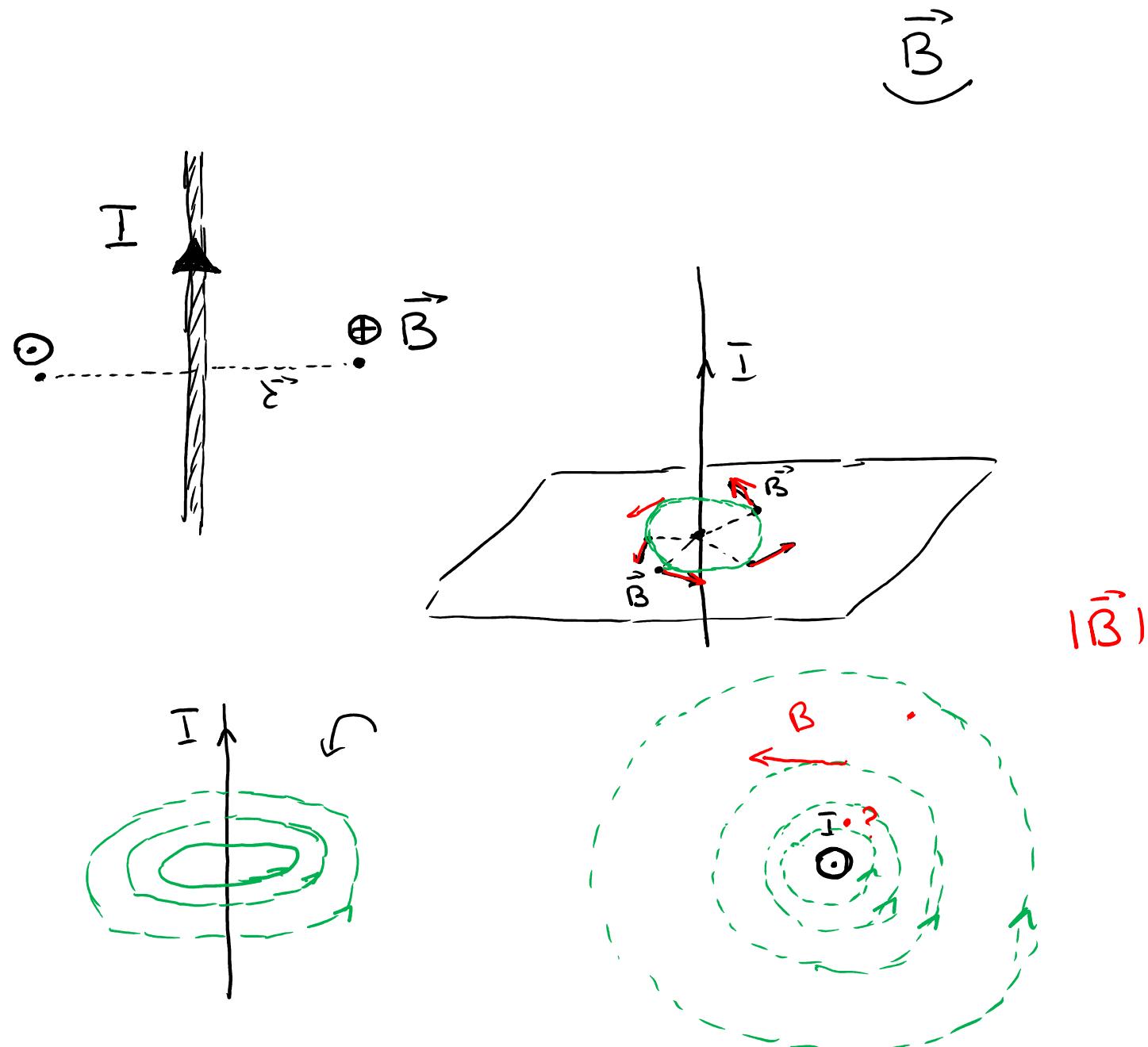
$$f_A = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b}$$

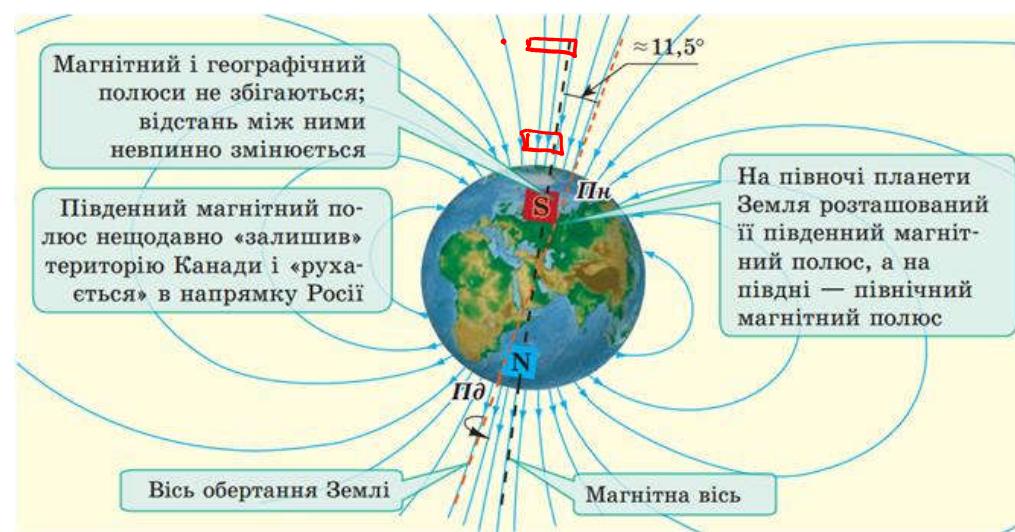
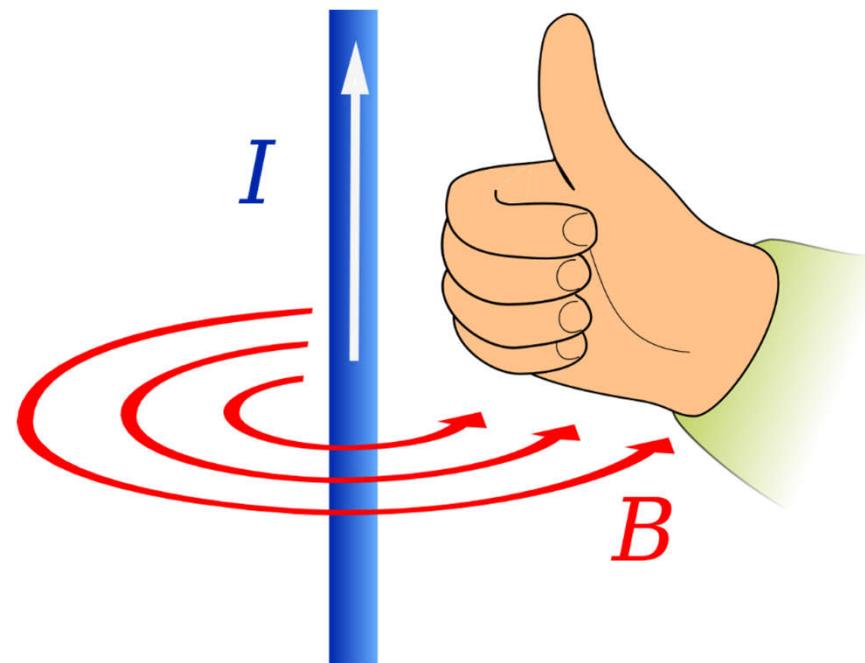
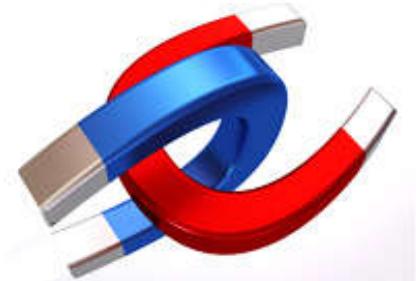
$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$$



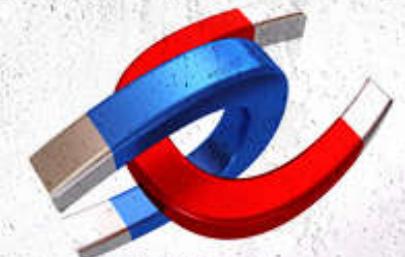
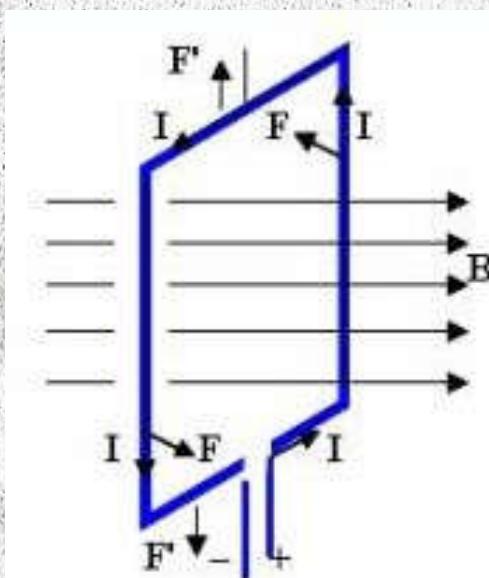


## лінії магнітної індукції

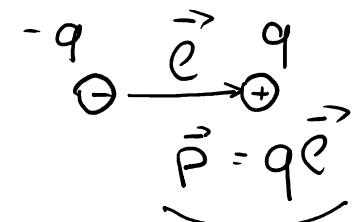
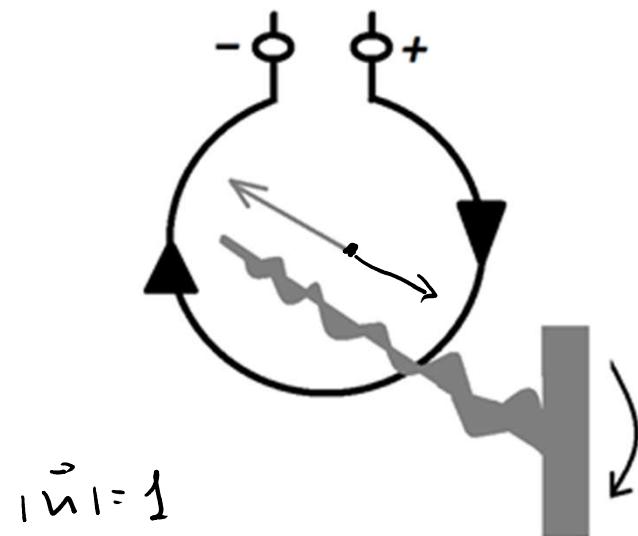




**Магнітний момент витка зі струмом. Момент сил, які діють на виток у однорідному магнітному полі. Енергія взаємодії витка з магнітним полем.**

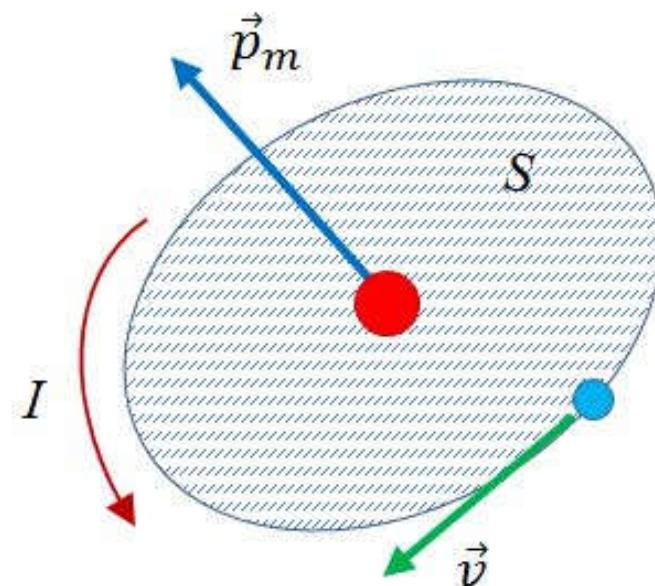


# Магнітний момент



$$\vec{P}_m = \vec{\mu} = I \cdot \underbrace{\vec{S} \cdot \vec{n}}_{\vec{S}} = I \cdot \vec{S}$$

$$[\vec{P}_m] = A \cdot \mu^2$$

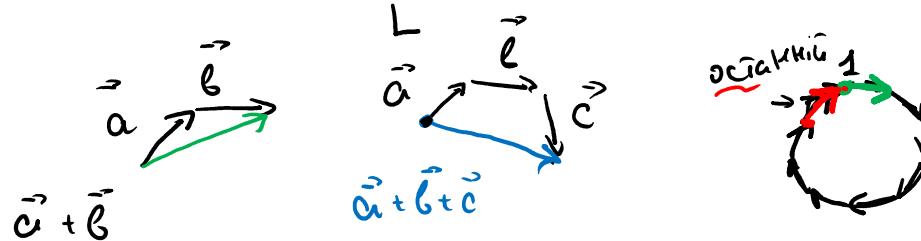




# Виток у однорідному магнітному полі

Сума?

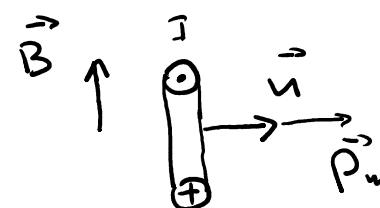
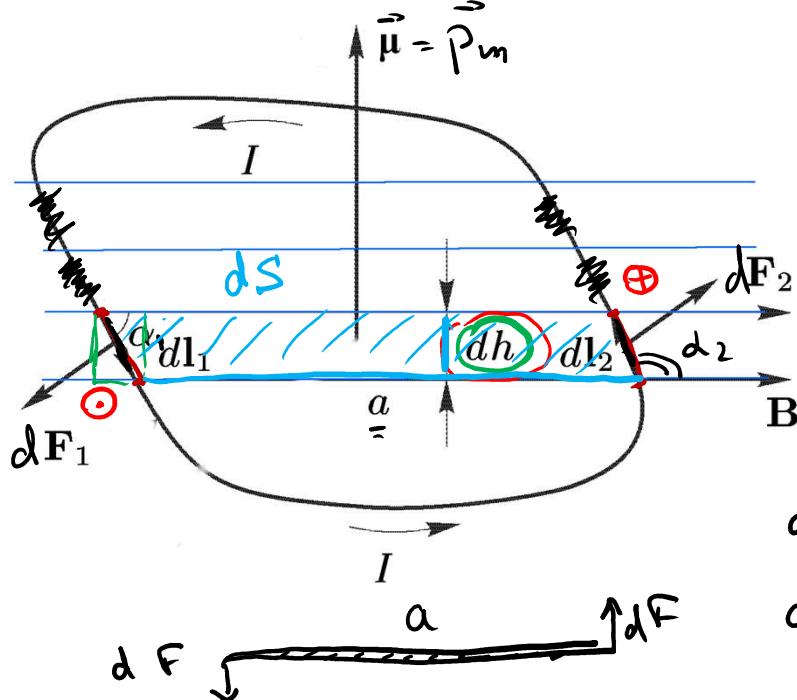
$$\vec{F}_A = I \oint [d\vec{l}, \vec{B}] = \left\{ \begin{array}{l} \vec{B} = \text{const} \\ L \end{array} \right\} = I \oint (\oint d\vec{l}), \vec{B} ] = 0$$



$$\vec{F}_A = \emptyset$$

$$M = \rho_m \cdot B$$

момент кіру



$$I \vec{dl}_1$$

$$I \vec{dl}_2$$

$$M = I \cdot B \int dS$$

$$= I \cdot B \cdot S$$

$$dF_1 = I \vec{dl}_1 \cdot \vec{B} \cdot \sin \underline{\alpha} = I B \cdot dl$$

$$dF_2 = I \vec{dl}_2 \cdot \vec{B} \cdot \sin \underline{\alpha} = I B \cdot dl$$

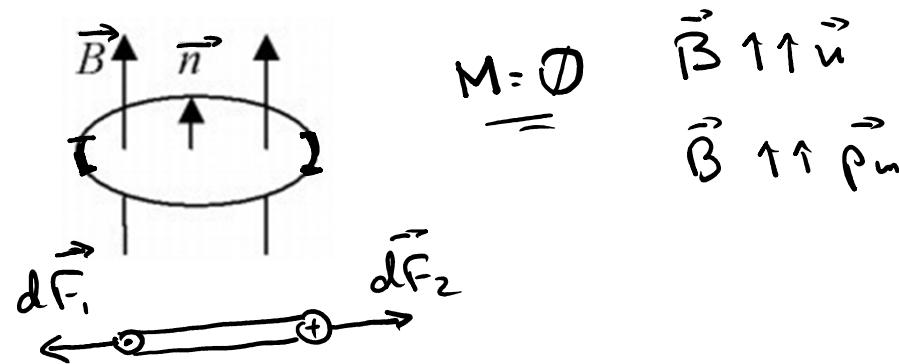
$$dF_1 = dF_2$$

$$dM = dF \cdot a = I \cdot B \cdot \underline{dl \cdot a} = I \cdot B \cdot dS$$

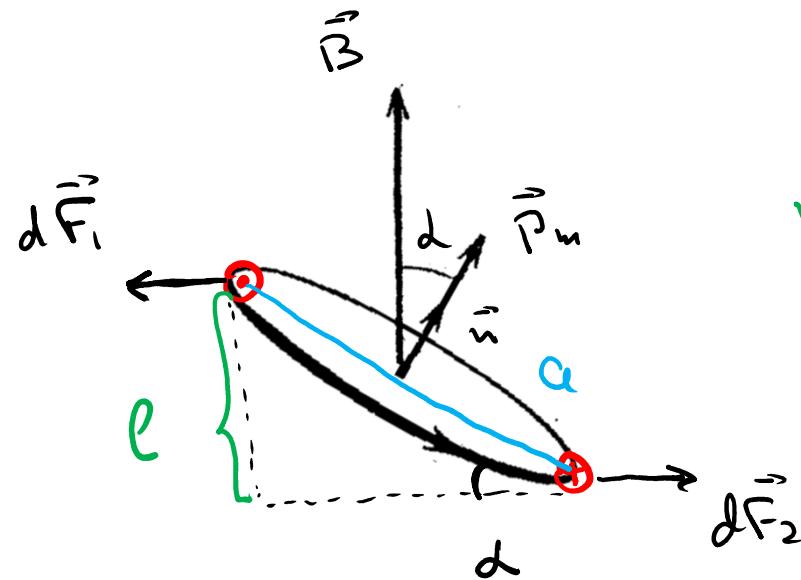
$$M = \int dM = \int I \cdot B \cdot dS$$



# Виток у однорідному магнітному полі



$$\vec{M} = [\vec{P_m}, \vec{B}]$$

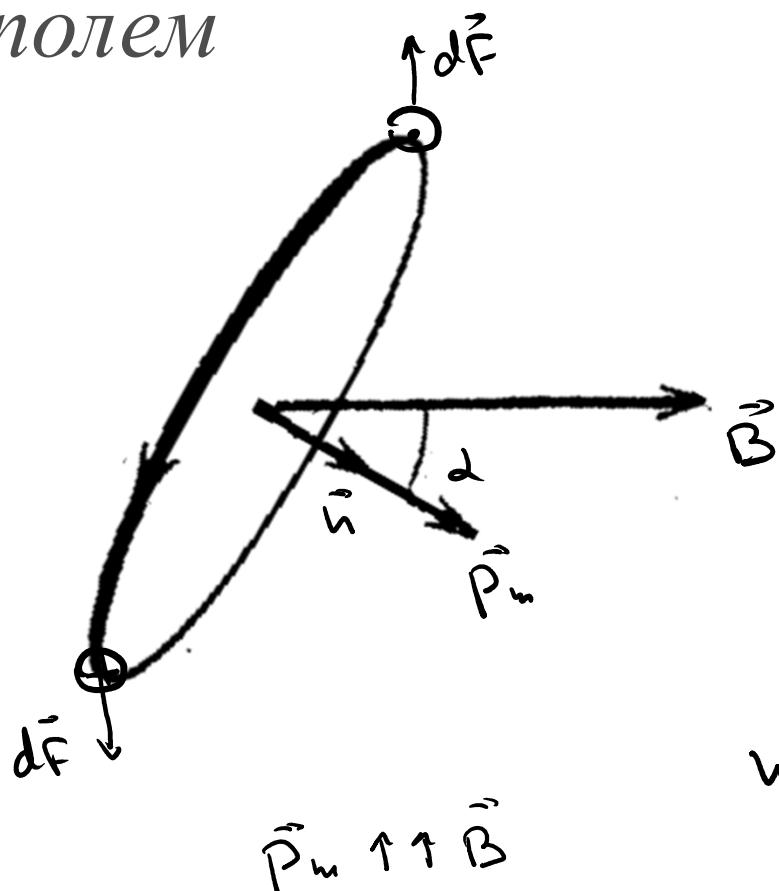


where  $l = a \cdot \sin \alpha$

$$M = P_m \cdot B \cdot \sin \alpha$$



# Енергія взаємодії витка з магнітним полем



$$\delta A = M \, d\alpha = \rho_m B \sin \alpha \, d\alpha$$

$$\delta A = -dW$$

$$dW = \rho_m B \sin \alpha \, d\alpha$$

↑ збільш. нутр. енергії

$$W = -\rho_m \cdot B \cdot \omega_s \alpha + C$$

↑  
C = 0

$$W = -\rho_m \cdot B \cdot \omega_s \alpha$$

$$W = -(\vec{\rho}_m \cdot \vec{B})$$

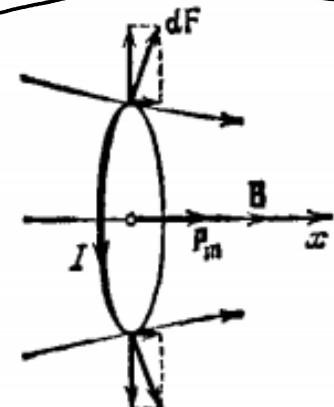
$$\vec{\rho}_m \uparrow \downarrow \vec{B}$$

неоднорідне поле

$$\vec{F} = (\vec{\rho}_m \cdot \text{grad}) \cdot \vec{B}$$

$$F_x = \rho_{m_x} \cdot \frac{\partial B}{\partial x}$$

$$F_y = \rho_{m_y} \cdot \frac{\partial B}{\partial y}$$





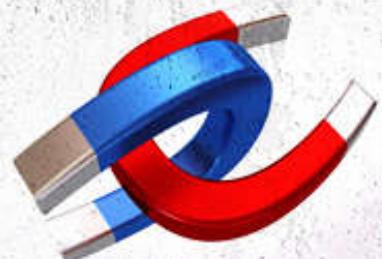
# Потік вектора магнітної індукції. Теорема Остроградського-Гаусса для магнітних полів.



Вільгельм Єдуард  
Вебер



Йоганн Карл Фрідріх  
Гаусс



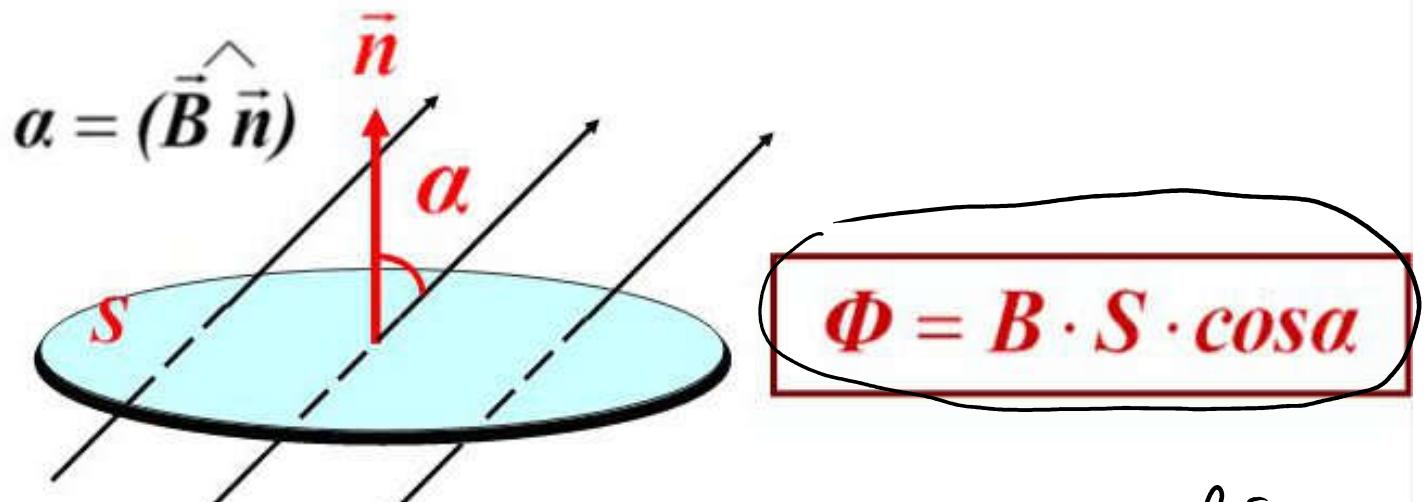


## nomik

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{n} dS = \underline{\underline{\vec{B}}} \cdot \underline{\underline{dS}} \cdot \underline{\underline{\cos \alpha}} = \\ = B_n dS = \\ = B \cdot dS_{\perp}$$

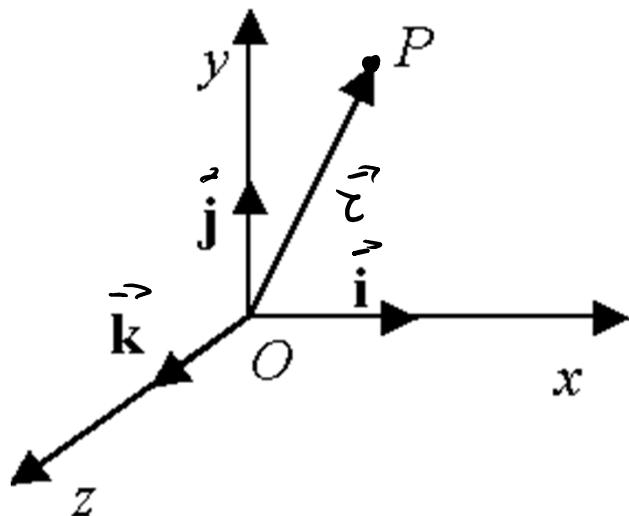
$$|\vec{n}| = 1$$

$$\Phi = \int_S d\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS$$



Бедр

$$1T\pi \cdot 1m^2 = 1T\pi \cdot 1m^2 = 1B6$$



$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

$$\begin{aligned}\vec{r} &= r_x \cdot \vec{i} + r_y \cdot \vec{j} + r_z \cdot \vec{k} = \\ &= x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}\end{aligned}$$

## Оператор набла

$$\vec{\nabla} = \vec{i} \underbrace{\left( \frac{\partial}{\partial x} \right)}_{\text{operator}} + \vec{j} \underbrace{\left( \frac{\partial}{\partial y} \right)}_{\text{operator}} + \vec{k} \underbrace{\left( \frac{\partial}{\partial z} \right)}_{\text{operator}},$$



$$\vec{\nabla} = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z},$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi$$

$$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \underline{\vec{u}} = \text{grad } u = \frac{\partial u}{\partial x} i + \frac{\partial u}{\partial y} j + \frac{\partial u}{\partial z} k.$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \text{div } A = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

**дивергенція – зміна вектора  
за модулем**

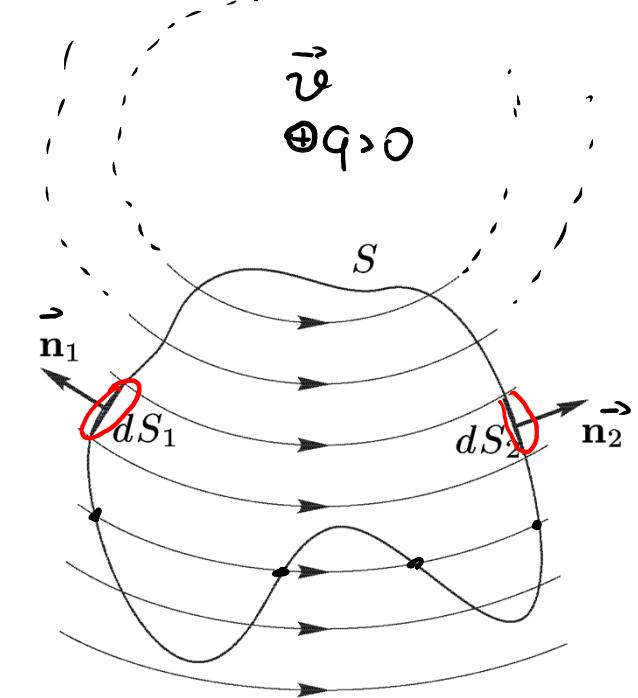


# Teorema Gayca

$$\begin{aligned} d\Phi &= d\Phi_1 + d\Phi_2 = \\ &= \vec{B} \cdot \vec{n}_1 dS_1 + \vec{B} \cdot \vec{n}_2 dS_2 = \\ &= -B dS_1 + B dS_2 = 0 \end{aligned}$$

$$\Phi = \underbrace{\int d\Phi}_{0} = \oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\oint_{S} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_{V} (\operatorname{div} \vec{B}) dV = 0$$



$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

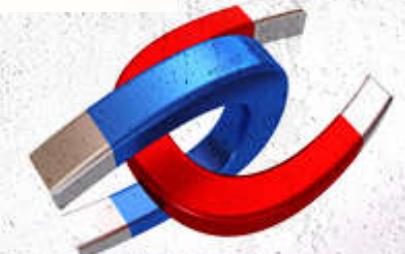
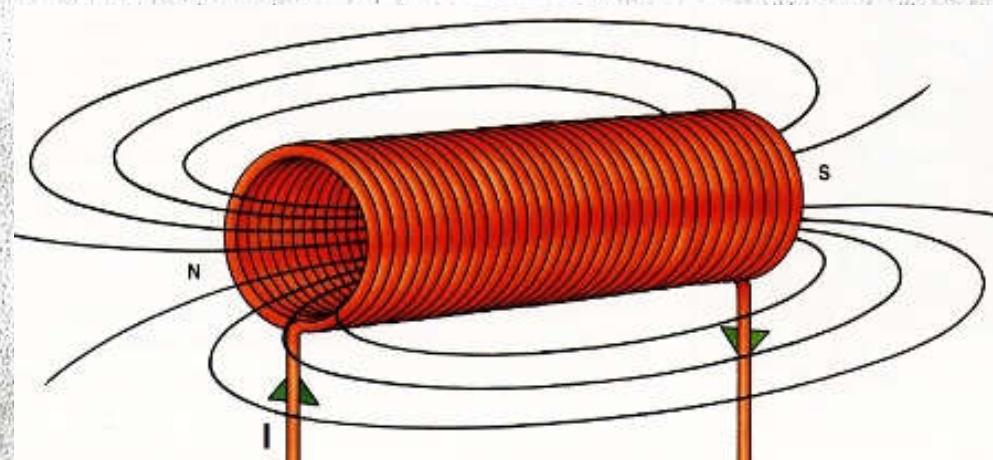
Совершенно  
также

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} S \quad \operatorname{div} \vec{D} = S_B$$

# Теорема про циркуляцію вектора магнітної індукції. Магнітне поле нескінченного прямолінійного струму та соленоїда.



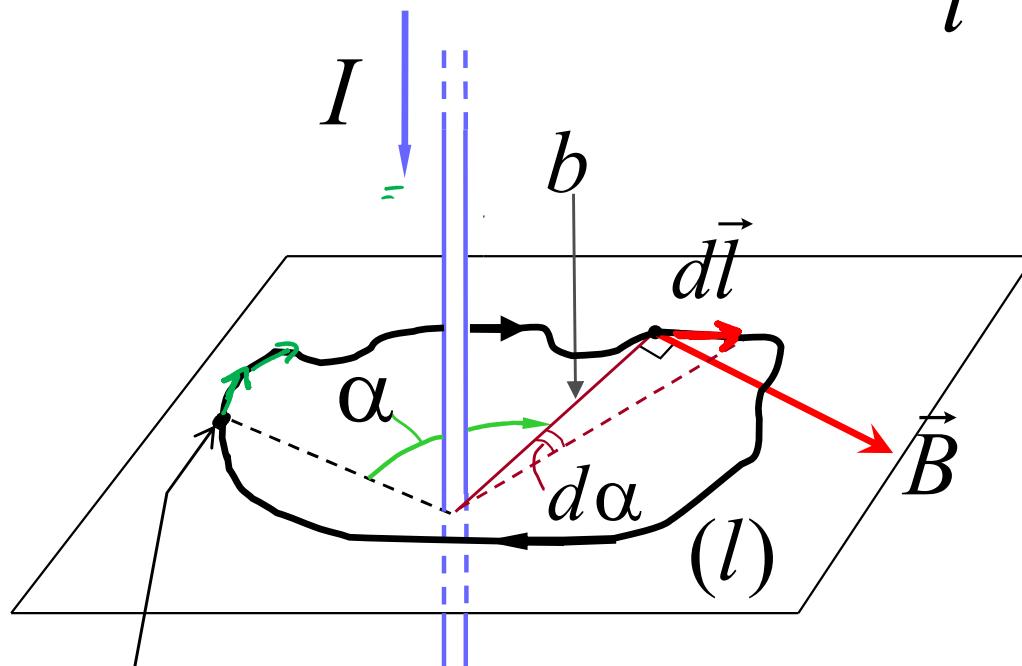
Джорж Габріель  
Стокс





# циркуляція

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

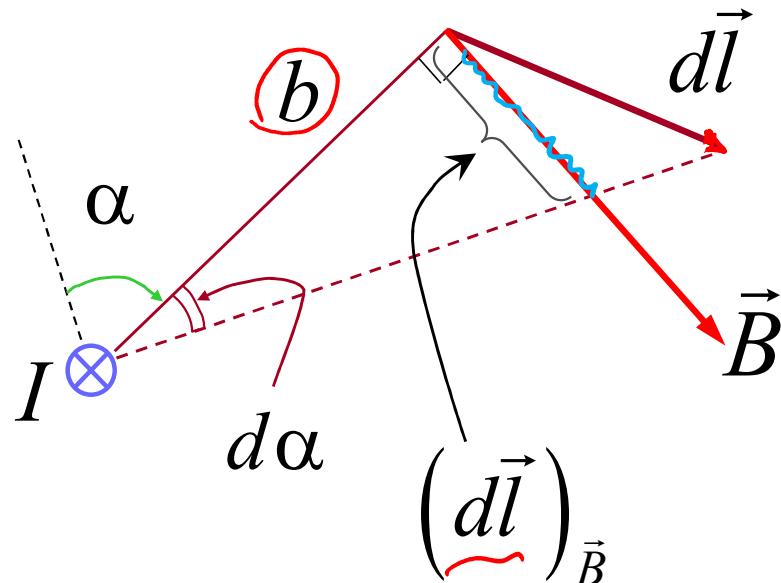


початок  
обходу

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_l B(d\vec{l})_{\vec{B}}$$



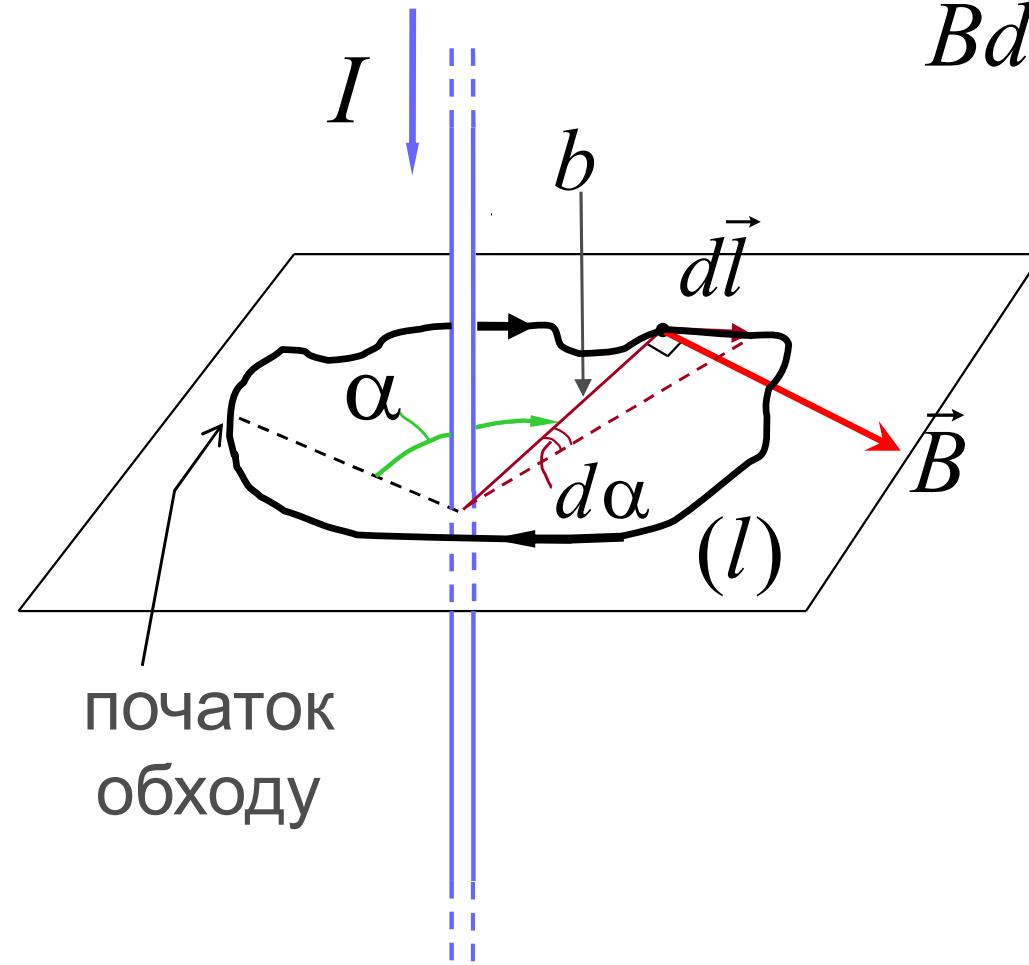
$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l B \left( d\vec{l} \right)_{\vec{B}}$$



$$\left| \left( d\vec{l} \right)_{\vec{B}} \right| = \underline{\underline{b}} \cdot \underline{\underline{d}\alpha}$$

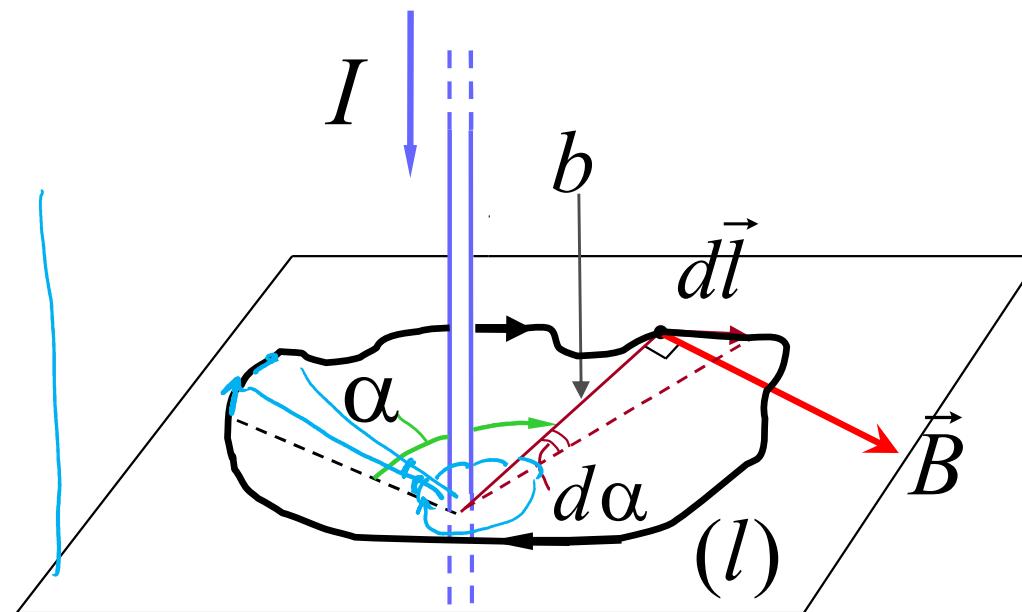
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

$$\underline{\underline{B}} \underline{\underline{d}\vec{l}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \underline{\underline{b}} \underline{\underline{d}\alpha} \quad (\text{de})_{\vec{B}}$$

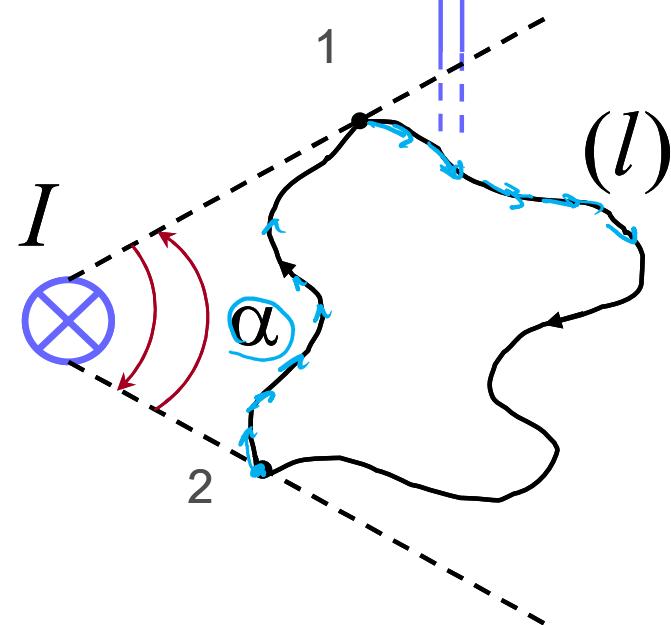


$$\vec{B}d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} b da$$

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \oint_l \frac{\mu_0 I}{2\pi b} b da = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \times \underbrace{\oint_l da}_{l}$$



$$\oint_l d\alpha = 2\pi \quad \equiv$$



$$\oint_l d\alpha = \int_1^2 d\alpha + \int_2^1 d\alpha = 0 \quad \equiv$$



$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l \frac{\mu_0 I}{2\pi b} b d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \times \underbrace{\oint_l d\alpha}_{\int_{\Sigma} \alpha}$$

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} \underset{i}{=} \mu_0 \sum_i I_i$$



$$\vec{\nabla} \sim i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z},$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{a} = \text{rot } \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix}$$

**ротор – зміна вектора за напрямом**



## теорема Стокса

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \int_S (\operatorname{rot} \vec{B}) d\vec{S}$$

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \int_S (\omega t \vec{B}) \cdot d\vec{S} = \mu_0 \int_S \vec{j} d\vec{S}$$

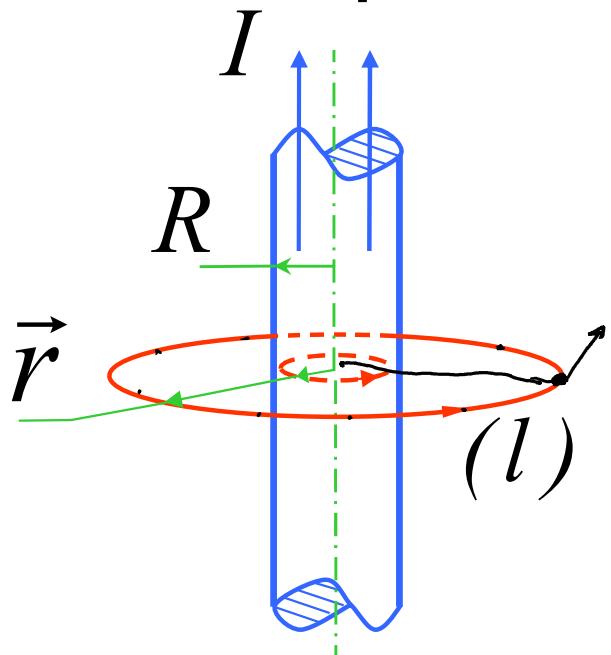
$$\boxed{\omega t \vec{B} = \mu_0 \vec{j}}$$

антициклическое

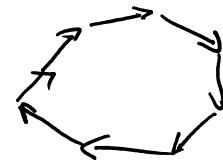
$$\omega t \vec{E} = 0$$



# прямий провідник



Симетрія: у рівновіддалених від осі точках поле однакове

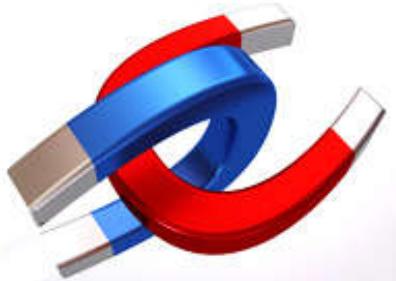


$$\oint d\vec{r} = \emptyset$$

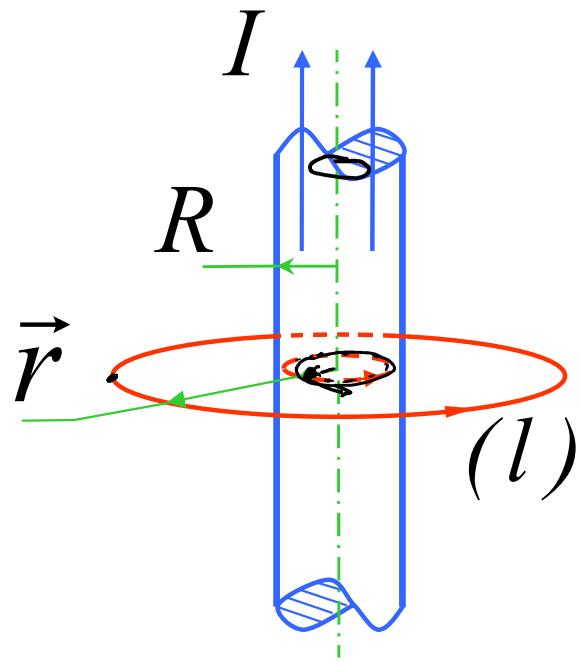
$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \underbrace{\oint_l B_l dl}_{l} = \underbrace{\oint_l B dl}_{l} = B \underbrace{\oint_l dl}_{l} = B \times \underline{2\pi r}$$

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \underbrace{\mu_0 I}_{l}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



# прямий порожністий провідник



Симетрія: у рівновіддалених  
від осі точках  
поле однакове

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \underline{\underline{B}} 2\pi r$$

$$r > R$$

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \underline{\underline{\mu_0 I}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

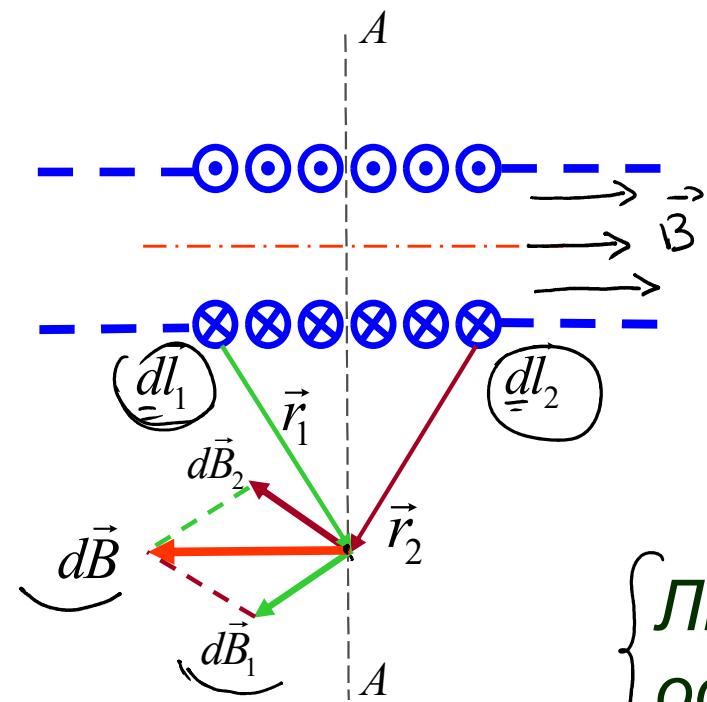
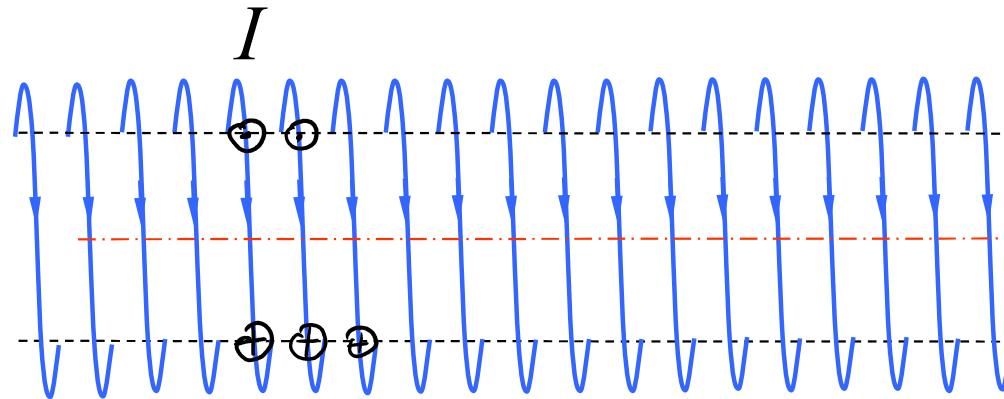
$$r < R$$

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \underline{\underline{0}}$$

$$\underline{\underline{B = 0}}$$



# соленоїд



$$Id\vec{l}_1 = Id\vec{l}_2$$

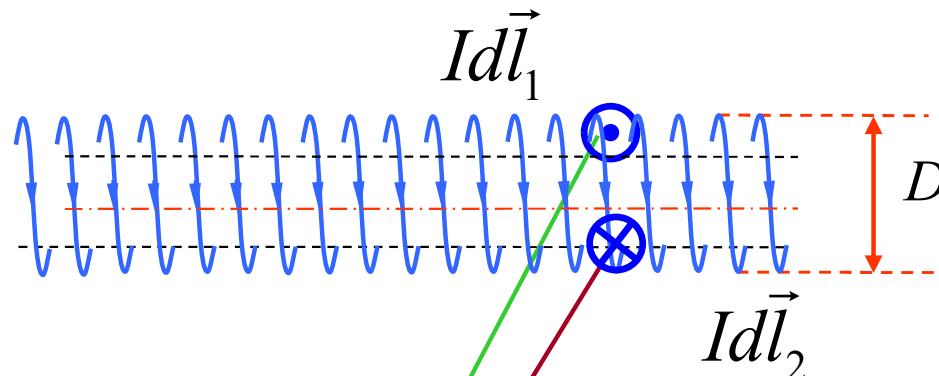
$$d\vec{B}_1 = d\vec{B}_2$$

$$d\vec{B} = \underline{d\vec{B}}_1 + \underline{d\vec{B}}_2$$

Лінії індукції паралельні  
осі соленоїда



# соленоїд



$$\vec{r}_1 \quad \vec{r}_2$$

$$d\vec{B}_2 \quad d\vec{B}_1$$

$$|I\vec{dl}_1|=|I\vec{dl}_2|$$
$$|d\vec{B}_1|\approx|d\vec{B}_2|$$

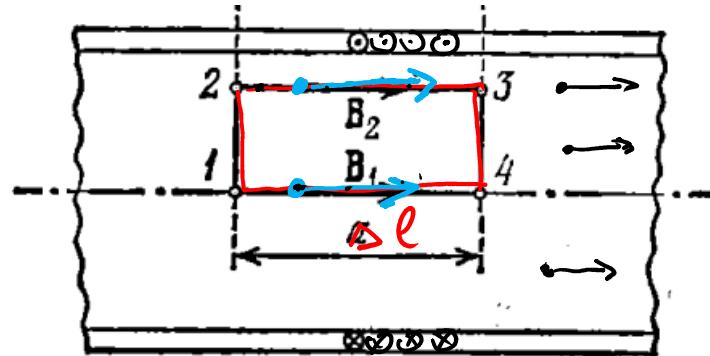
$$d\vec{B} = d\vec{B}_1 + d\vec{B}_2 = 0$$

$$r_1 \approx r_2 \gg D$$

Чим довший соленоїд, тим менша індукція магнітного поля зовні



# соленоїд



$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \int_{12} \vec{B} d\vec{l} + \int_{23} \vec{B} d\vec{l} + \int_{34} \vec{B} d\vec{l} + \int_{41} \vec{B} d\vec{l}$$

$\vec{B} \perp d\vec{l}$

$$+ \int_{41} \vec{B} d\vec{l} = \emptyset + B_2 \Delta l + \emptyset + (-B_1) \Delta l =$$

$\vec{B} \uparrow \downarrow d\vec{l}$

$$= \Delta l \cdot (B_2 - B_1) = \emptyset$$

$$B_1 = B_2$$

однорівне  $\vec{B} = \text{const}$

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = B \cdot \Delta l = \mu_0 I_s$$

$1' 2' 3' 4'$

N-відп. в

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = 0$$

$1' 2'$

L - довжина соленоїду

$$n = \frac{N}{L}$$

$$\oint = 0$$

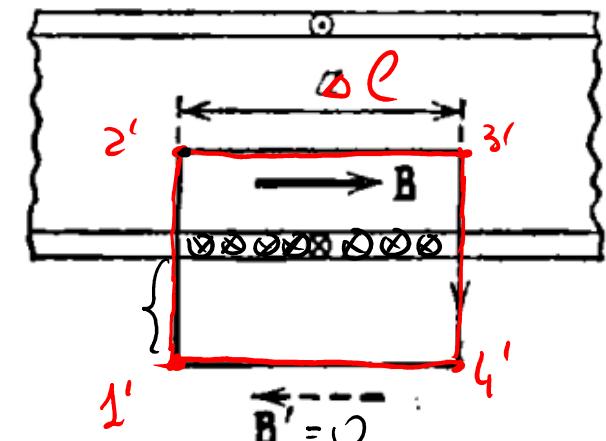
$$3' 4' \quad \oint = 0$$

$4' 1'$

$$I_s = n \cdot \Delta l \cdot I = \frac{N}{L} \cdot \Delta l \cdot I$$

$$B \Delta l = \mu_0 \frac{N}{L} \Delta l I$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} \cdot I$$

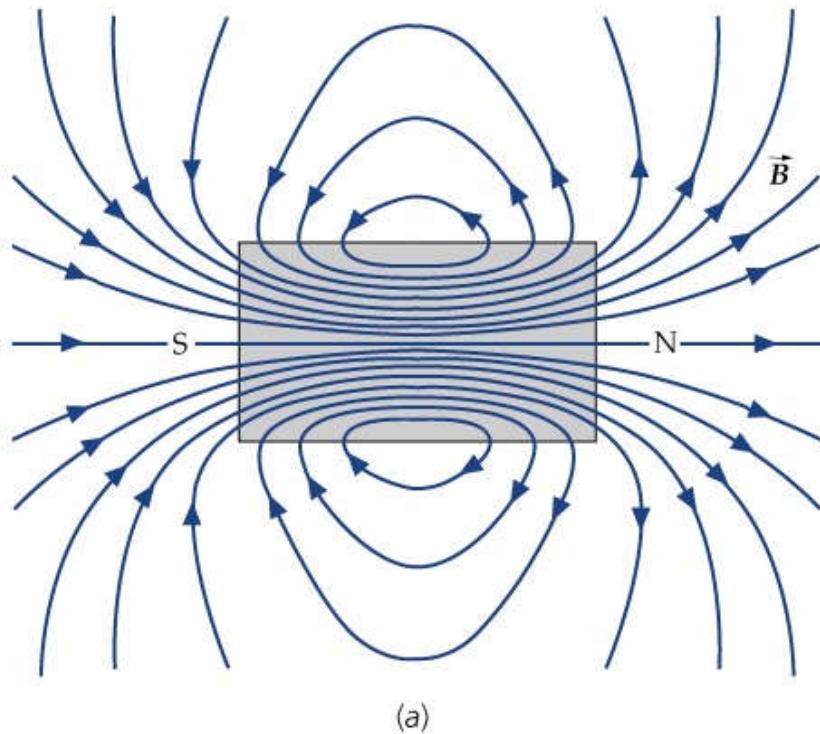


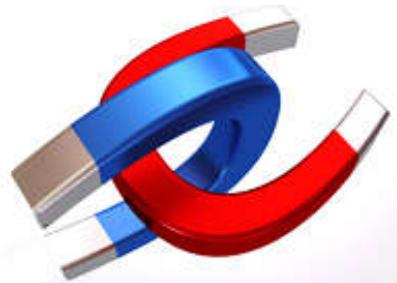


для нескінченно довгого соленоїда:

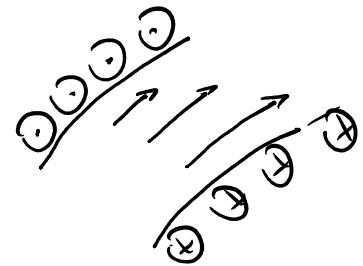
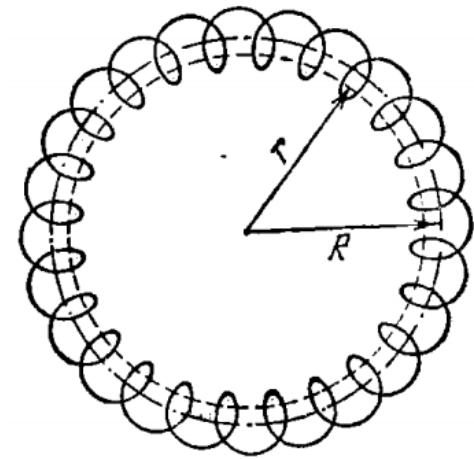
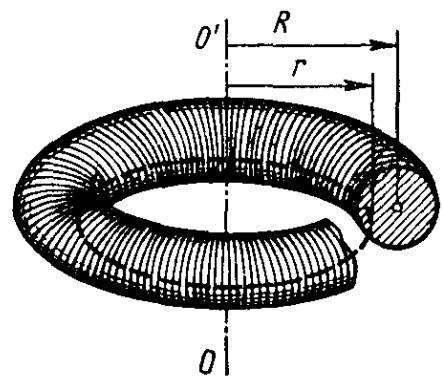
- всередині магнітне поле однорідне
- зовні магнітне поле відсутнє

для реального соленоїда:



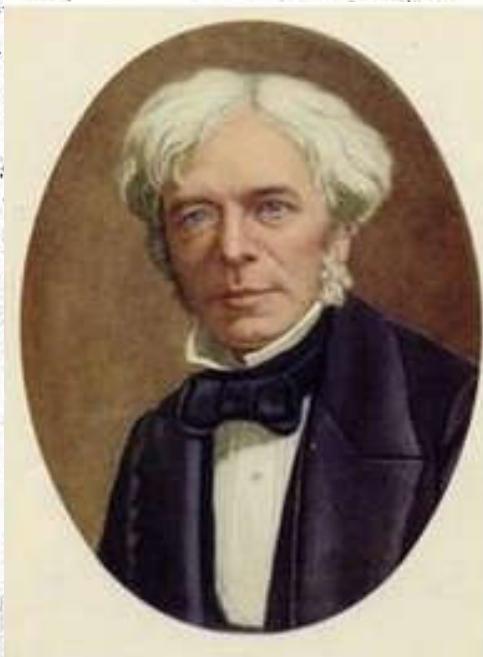


*mopoïd*



$B - ?$

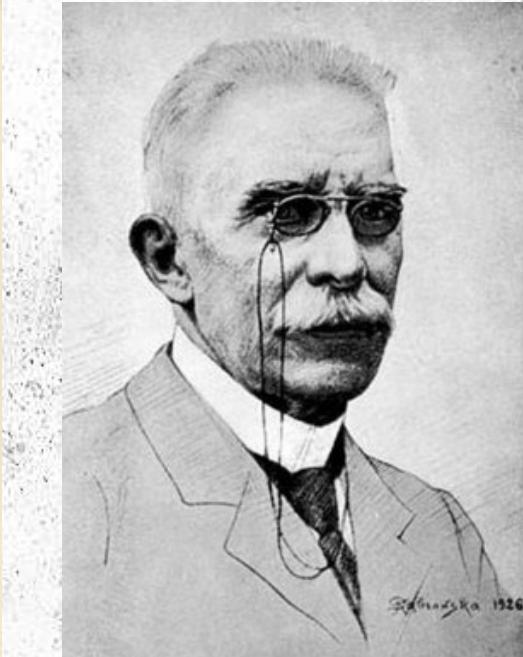
# Явище електромагнітної індукції. Закон електромагнітної індукції. Правило Ленца. Вихрове електричне поле



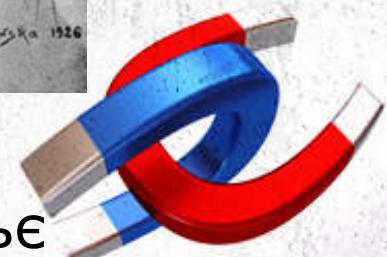
Майкл  
Фарадей

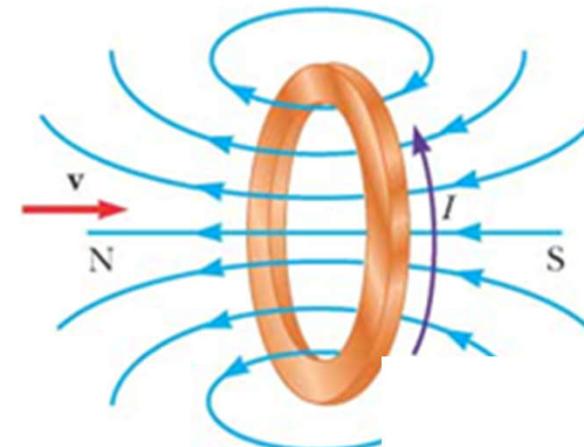
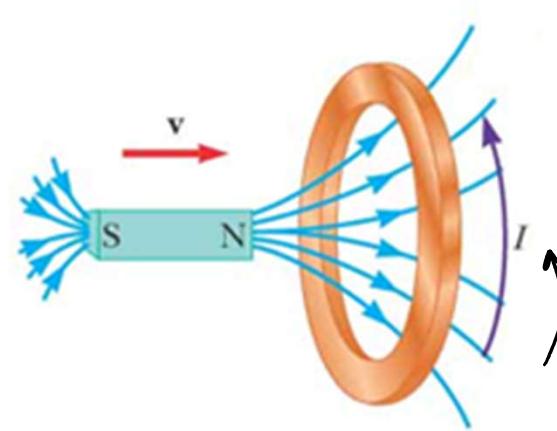


Єміль  
Ленц

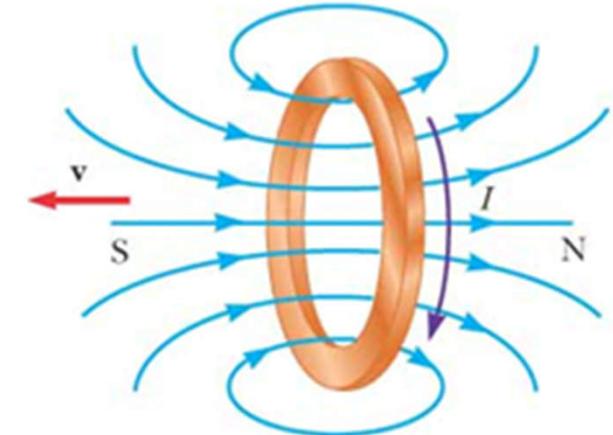
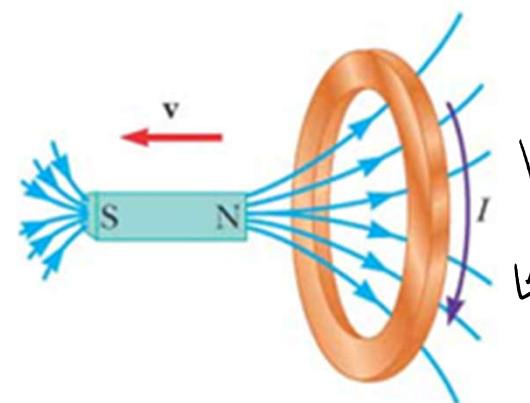
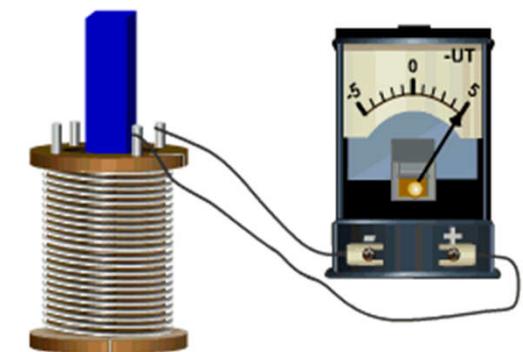


Анрі Луї  
Ле Шательє





$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$





# Закон електромагнітної індукції

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S \underbrace{\vec{B} \cdot \omega_S dS}_{\vec{B} \cdot d\vec{S}}$$

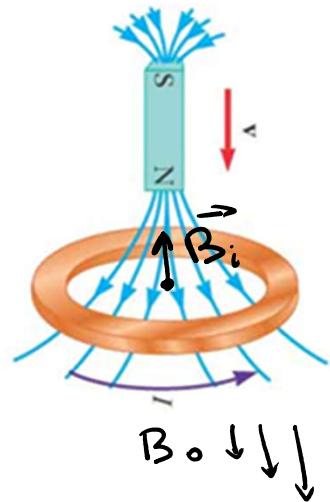
- 1)  $B \neq \text{const}$
- 2)  $S \neq \text{const}$
- 3)  $\omega \neq \text{const}$

$$O \Rightarrow \square$$

$$[\Phi] = B\delta = T\cdot m^2$$

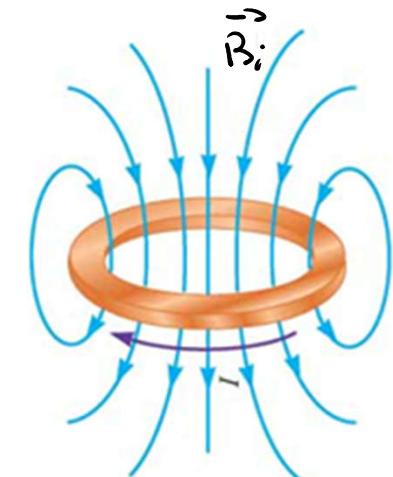
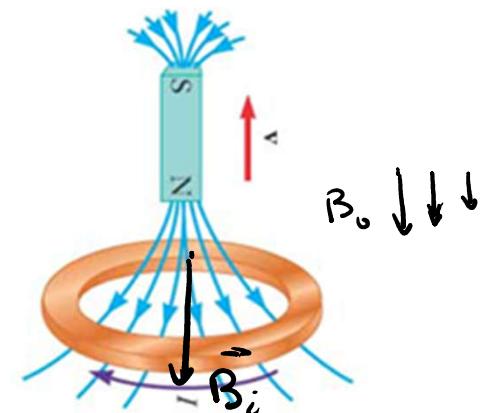
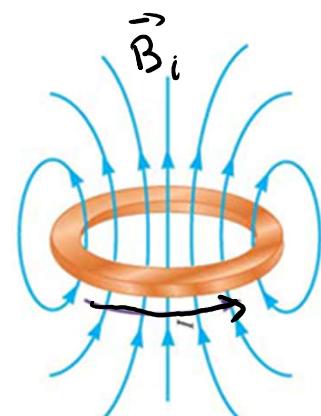
правило Ленца

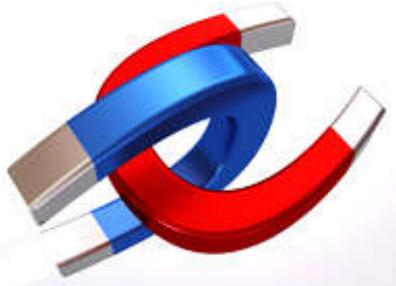
$$\epsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}$$



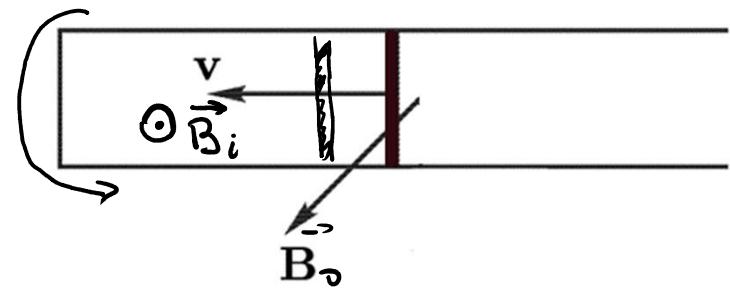
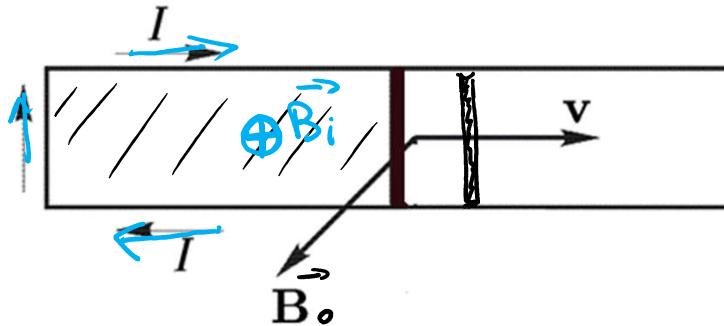
$B \neq \text{const}$        $S = \text{const}$

$$\begin{aligned}\epsilon_{\text{ind}} &= - \frac{d(B \cdot S)}{dt} = \\ &= - S \cdot \frac{dB}{dt}\end{aligned}$$

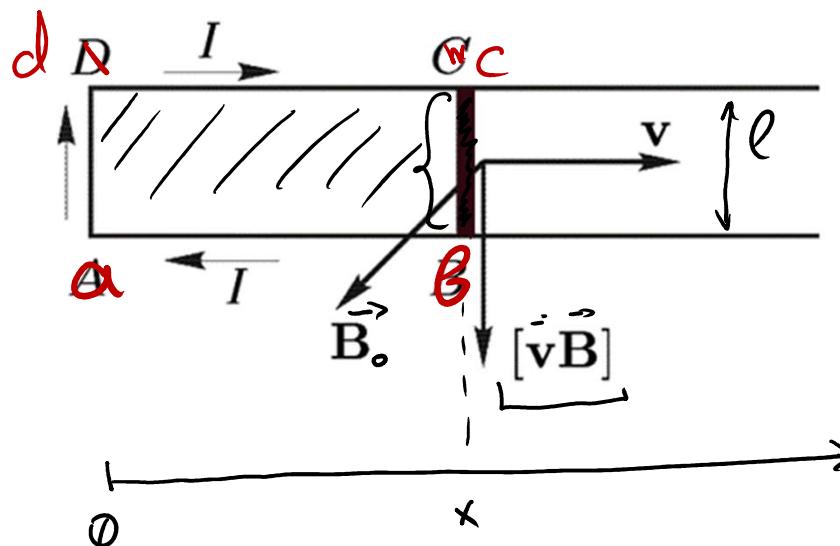




## правило Ленца, вихрове поле



$$\mathcal{E}_i = - \frac{d(\Phi \cdot S)}{dt} = - B \frac{dS}{dt}$$



$$\vec{F}_n = -e [\vec{v}, \vec{B}] = \vec{F}_{\text{Coul}}$$

$$\vec{E}_{\text{Coul}} = \frac{\vec{F}_{\text{Coul}}}{-e} = [\vec{v}, \vec{B}]$$

$$\mathcal{E}_{\text{ring}} = \oint \vec{E}_{\text{Coul}} d\vec{l} = -v \cdot B \cdot l$$

abcd

$$v = \frac{dx}{dt} \quad S = l \cdot x \quad v l = \frac{dx}{dt} \cdot l = \frac{d(l \cdot x)}{dt} = \frac{dS}{dt}$$

$$\mathcal{E}_{\text{ring}} = -B \frac{dS}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt}$$



## вихрове поле

$$q\vec{E} \quad q[\vec{v}, \vec{B}]$$

↑

змінний магн. поле  $\Rightarrow$   
нога сриві.  
ноя.

$$\mathcal{E}_{\text{ing}} = \oint_L \vec{E}_{\text{cusp}} d\vec{l} \quad \Phi_B = \iint_S \vec{B} d\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{E}_{\text{cusp}} d\vec{l} = - \underbrace{\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} d\vec{S}}_{\parallel} = \iint_S (\omega t \vec{E}_{\text{cusp}}) d\vec{S} - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

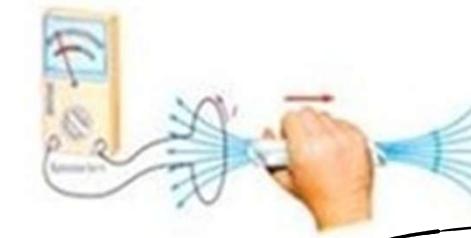
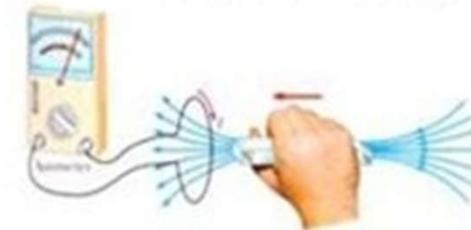
$$\boxed{\omega t \vec{E}_{\text{cusp}} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

$$\omega t \vec{E}_{\text{en}} = 0$$

$\mathcal{E}_{\text{н. поль}}$   $\rightarrow$  винуватче  
 $\downarrow$  вихрів.

$$\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_{\text{cusp.}}$$

$$\Leftrightarrow \omega t \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$



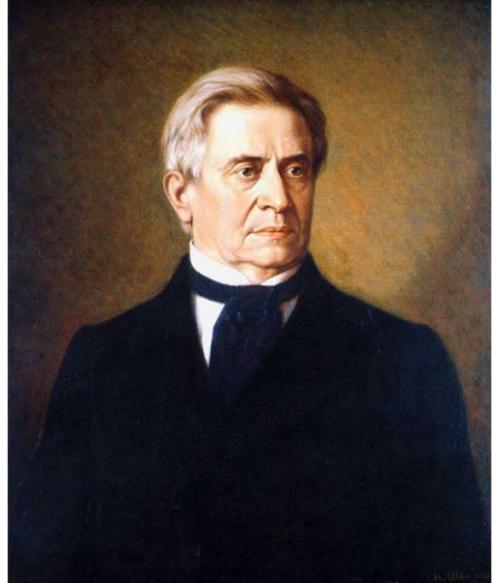


# вихрові струми (струми Фуко)

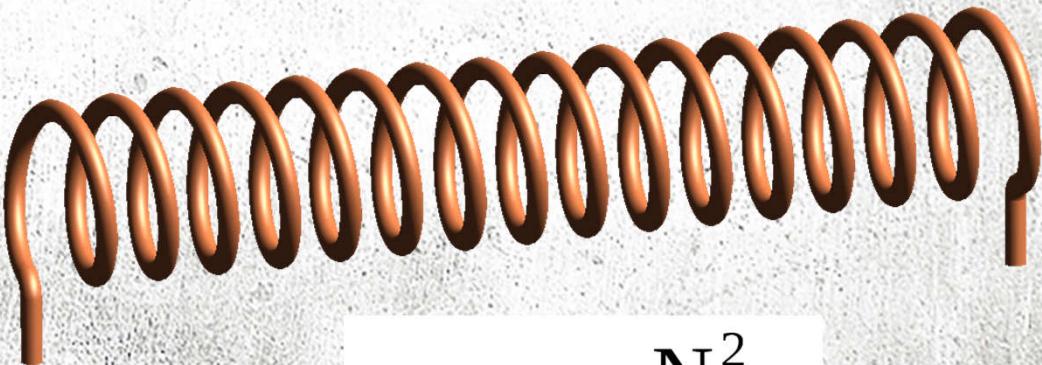
$$\vec{j}_{\text{Фуко}} = \sigma \vec{E}_{\text{Фуко}}$$



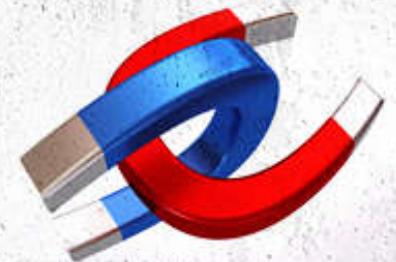
# Індуктивність контуру зі струмом. Індуктивність соленоїда. Явище самоіндукції. Е.р.с. самоіндукції.

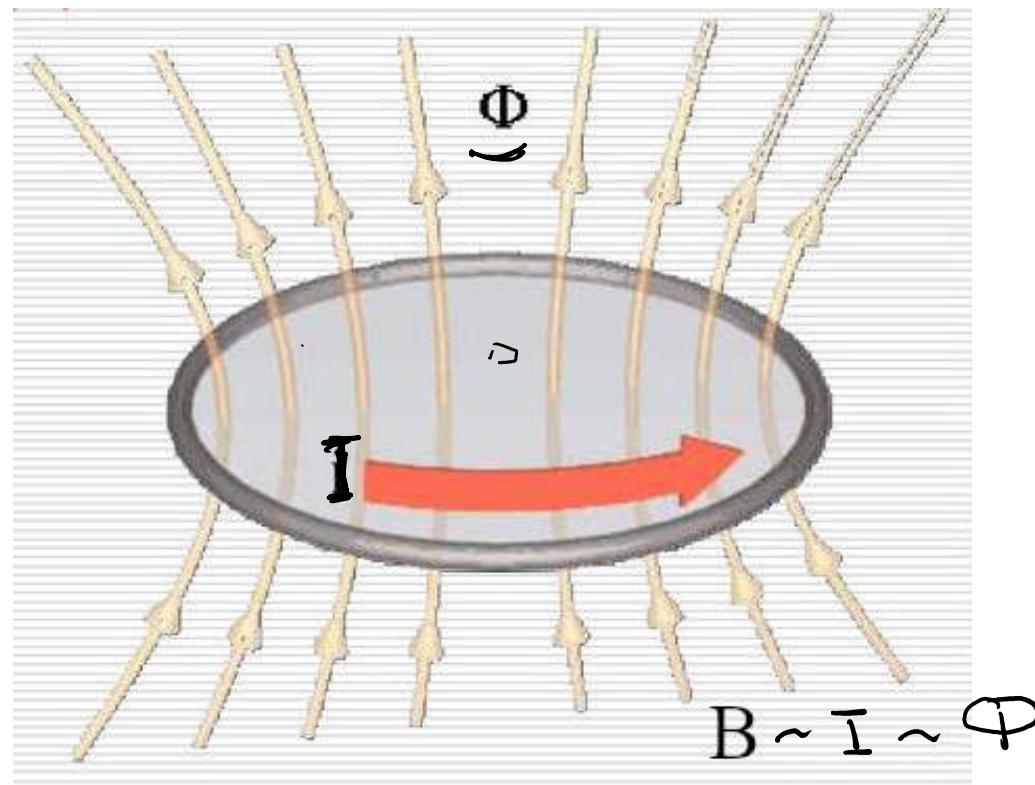
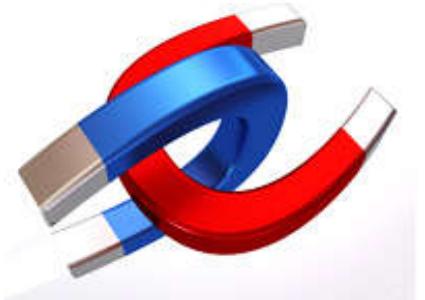


Джозеф  
Генрі



$$L = \mu \mu_0 \frac{N^2}{l} S$$



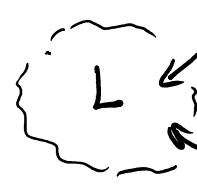


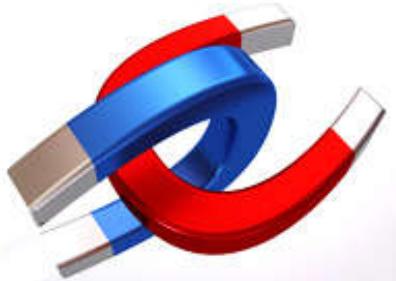
індуктивність:

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

$[L] = \text{Гн}$  (зеврі)

$$1 \text{ Гн} = \frac{1 \text{ Вб}}{1 \text{ А}}$$


 земеріємо контури  
 середовище ( $\mu$ )



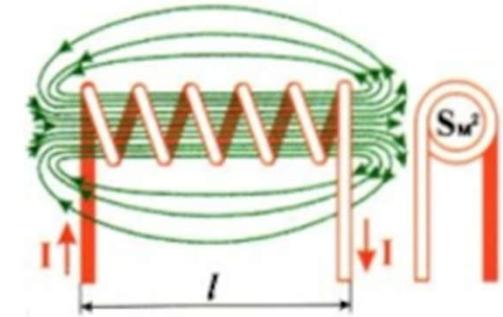
## індуктивність соленоїда

$$B = \mu \downarrow \mu_0 \frac{N}{l} I$$

$$\Phi_0 = \underline{BS} = \mu \mu_0 \frac{\cancel{N}}{l} IS$$

*нормальне*

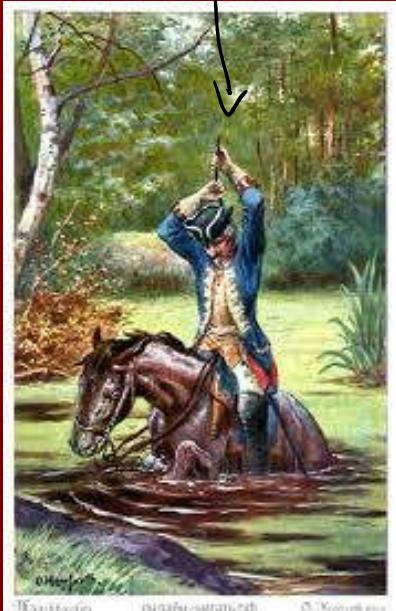
$$\underline{\Phi} = \cancel{N} \Phi_0 = \left( \mu \mu_0 \frac{\cancel{N}^2}{l} S \right) I$$



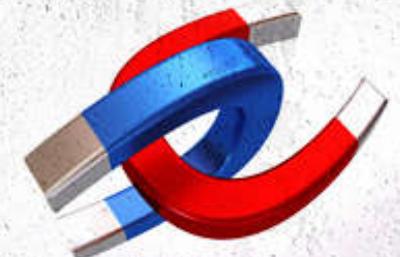
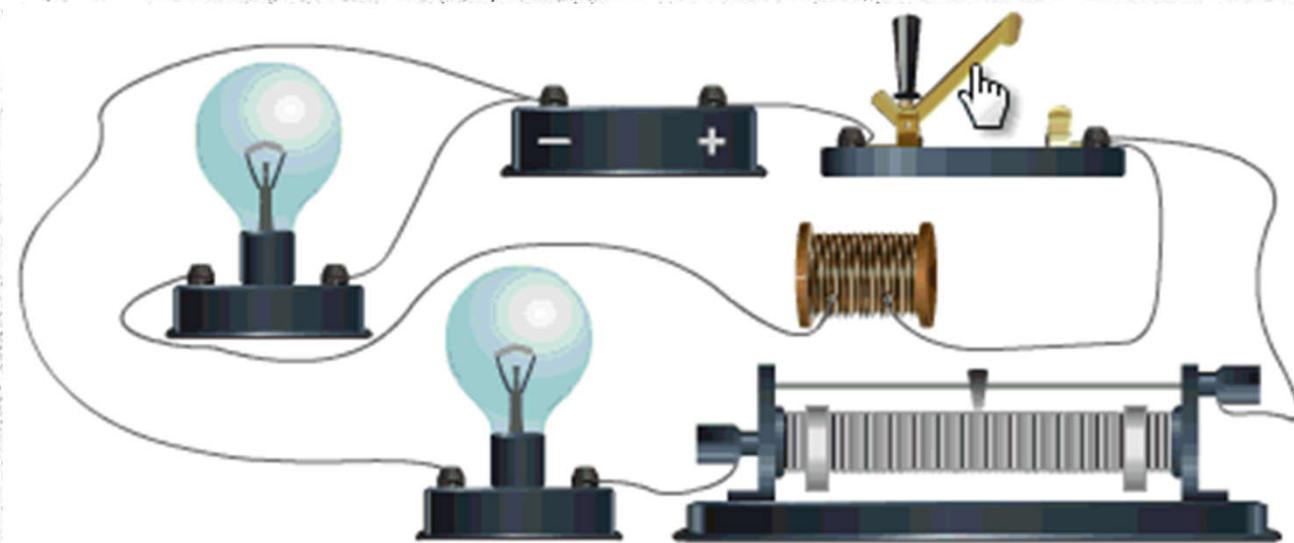
$$L = \downarrow \mu \mu_0 \frac{N^2}{l} S$$

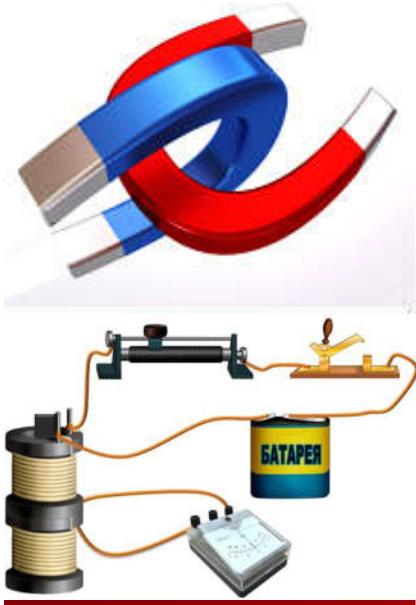
явище самоіндукції

$$\boxed{\mathcal{E}_{c.i.} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} (L \cdot I) = - L \frac{dI}{dt}}$$



# Процеси встановлення струму при розмиканні та замиканні кола з індуктивністю.





## замикання кола

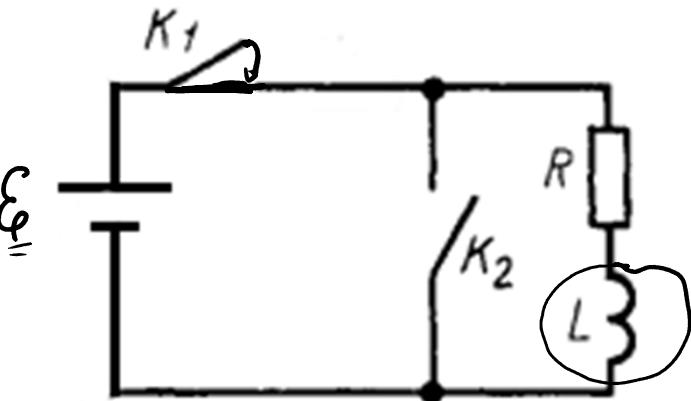
$$\underbrace{IR}_{\xi} = \xi + \xi_{c.i.}$$

$$IR = \xi - L \frac{\cancel{dI}}{dt}$$

нова змінна

$$\underline{x} = IR - \xi$$

$\xi$



$$I = \frac{x + \xi}{R}$$

$$dI = \frac{dx}{R}$$

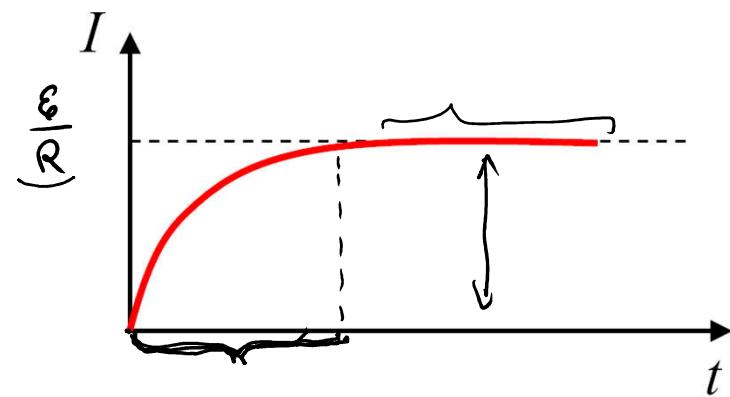
$$x = -\frac{L}{R} \frac{dx}{dt} \quad \int \frac{dx}{x} = \int -\frac{R}{L} dt$$

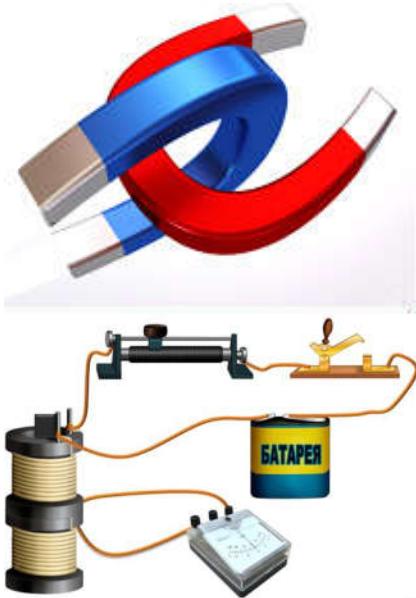
$$\ln x = -\frac{R}{L} t + C$$

$$t = 0 \quad I = 0 \quad x = -\xi \quad \ln(-\xi) = C$$

$$\ln \frac{IR - \xi}{-\xi} = -\frac{R}{L} t$$

$$I(t) = \frac{\xi}{R} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{R}{L} t \right) \right]$$





## розмикання кола

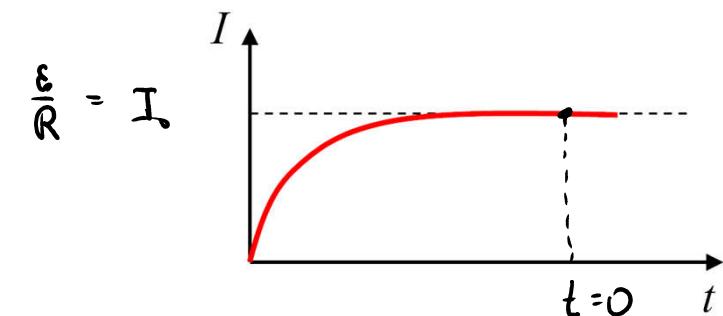
$$IR = \xi_{c.i.} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt$$

$$\ln I = -\frac{R}{L}t + C^*$$

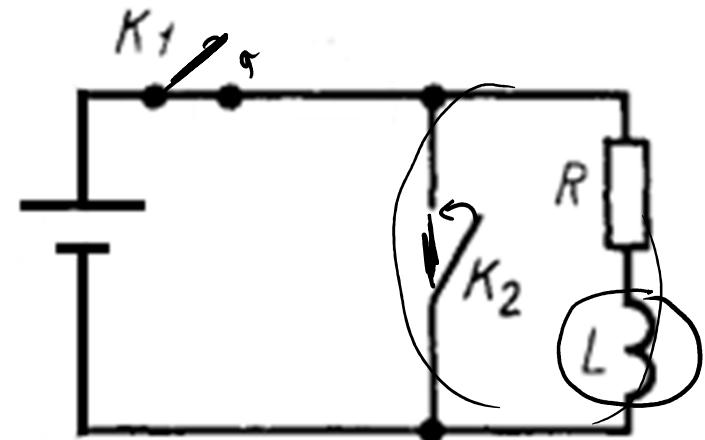
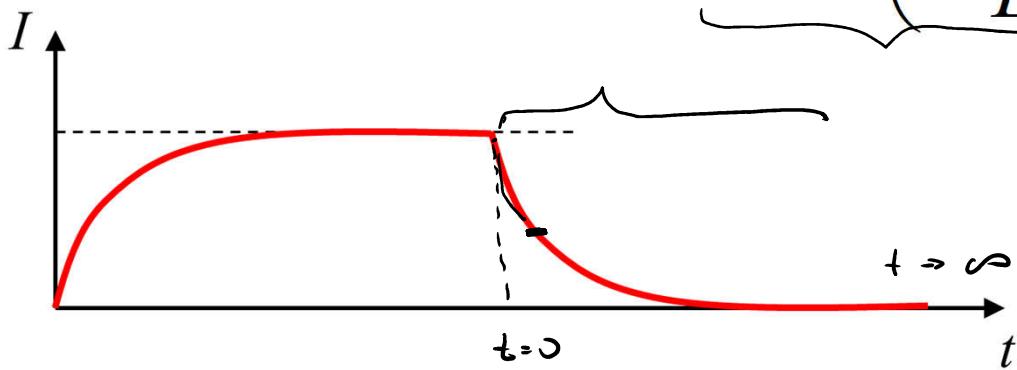
$$t = 0 \quad I = I_0 = \frac{\xi}{R}$$

$$C^* = \ln I_0$$

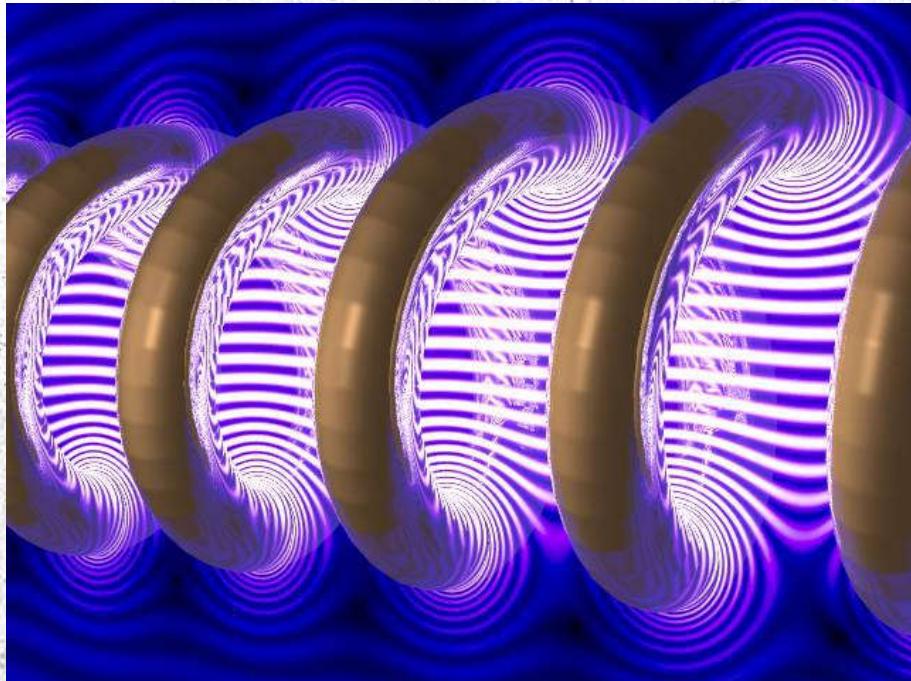


$$\ln I = -\frac{R}{L}t + \ln I_0$$

$$I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$



# Енергія магнітного поля. Густина енергії магнітного поля.



$$W = \frac{1}{2} LI^2$$

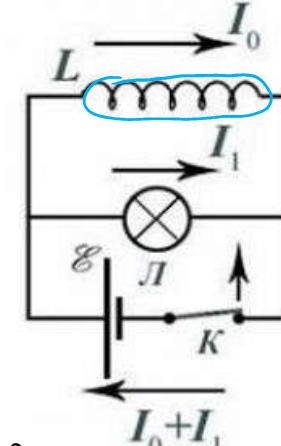




$$\xi = \frac{A_{cmop}}{q}$$

$$\frac{dI}{dt} dt = dI$$

$$\delta A_{cmop} = \underbrace{dq \cdot \xi}_{c.i.} = I \cancel{\frac{dI}{dt}} \cdot \left( -L \frac{dI}{dt} \right) = -LI \cancel{dI}$$



$$A_{cmop} = \int \delta A_{cmop} = - \int_{I_0}^0 LIdI = -\frac{1}{2} LI^2 \Big|_{I_0}^0 = \frac{1}{2} LI_0^2$$

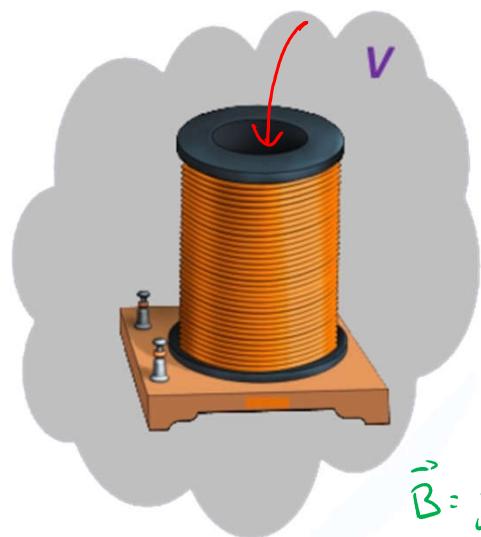
$$W_{mag} = \frac{1}{2} LI_0^2$$



$$L = \mu \mu_0 \frac{N^2}{l} S$$

$$B = \mu \mu_0 \frac{N}{l} I_0$$

$$I_0 = Bl / \mu \mu_0 N$$



$$W_{mag} = \frac{1}{2} \mu \mu_0 \frac{N^2}{l} S \cdot \left( \frac{Bl}{\mu \mu_0 N} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu \mu_0} V$$

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$$

змінна  
енергія:

$$\omega_{mag} = \frac{W_{mag}}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{\vec{B} \cdot \vec{H}}{2}$$

$$\omega_{en} = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}$$

# Метод комплексних амплітуд та його застосування до розрахунку кіл змінного струму.

$$e^{ix} = \cos \alpha + i \sin \alpha,$$

$$\underline{Z}_R = R;$$

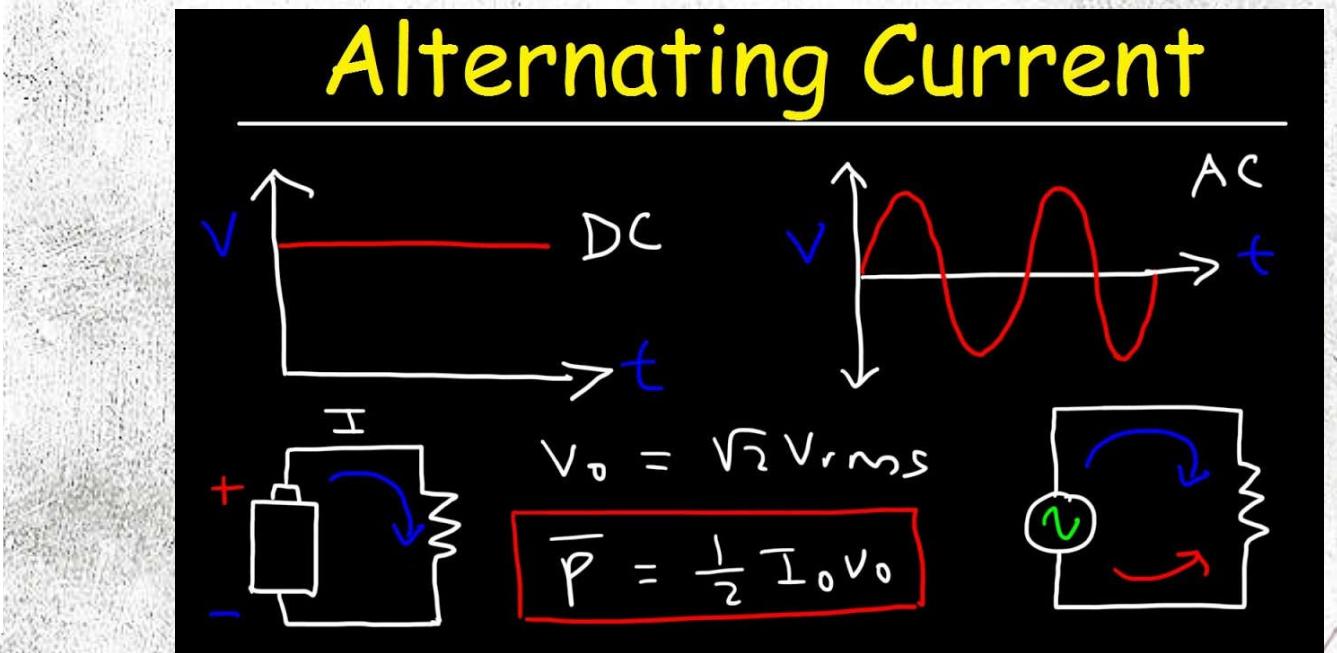
$$\underline{Z}_L = j\omega L = jX_L;$$

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C} = -jX_C$$

- Самостійна робота

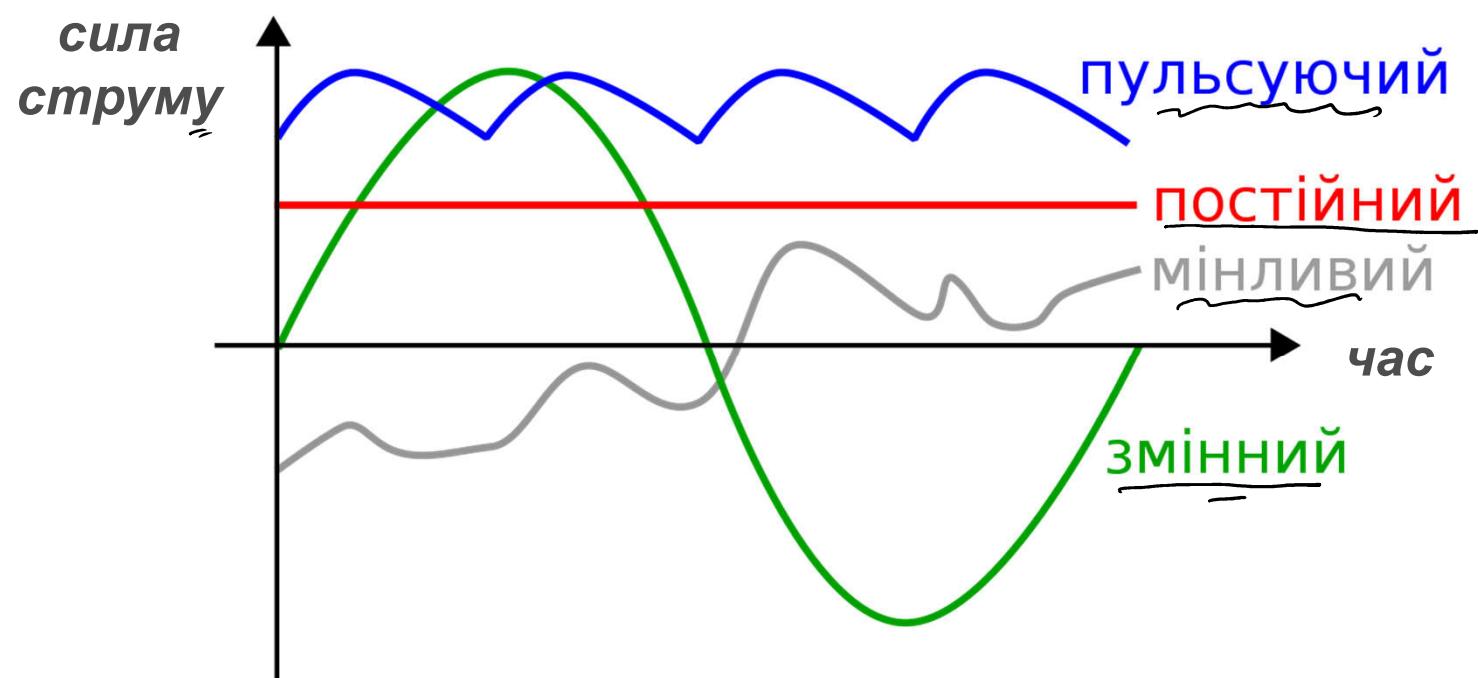
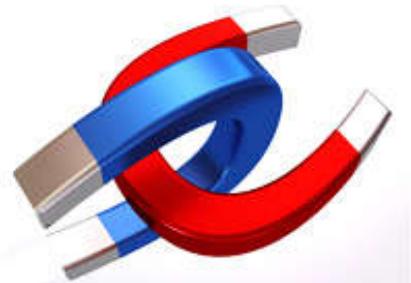


# Робота та потужність змінного струму. Ефективні значення сили та напруги змінного струму. Коефіцієнт потужності



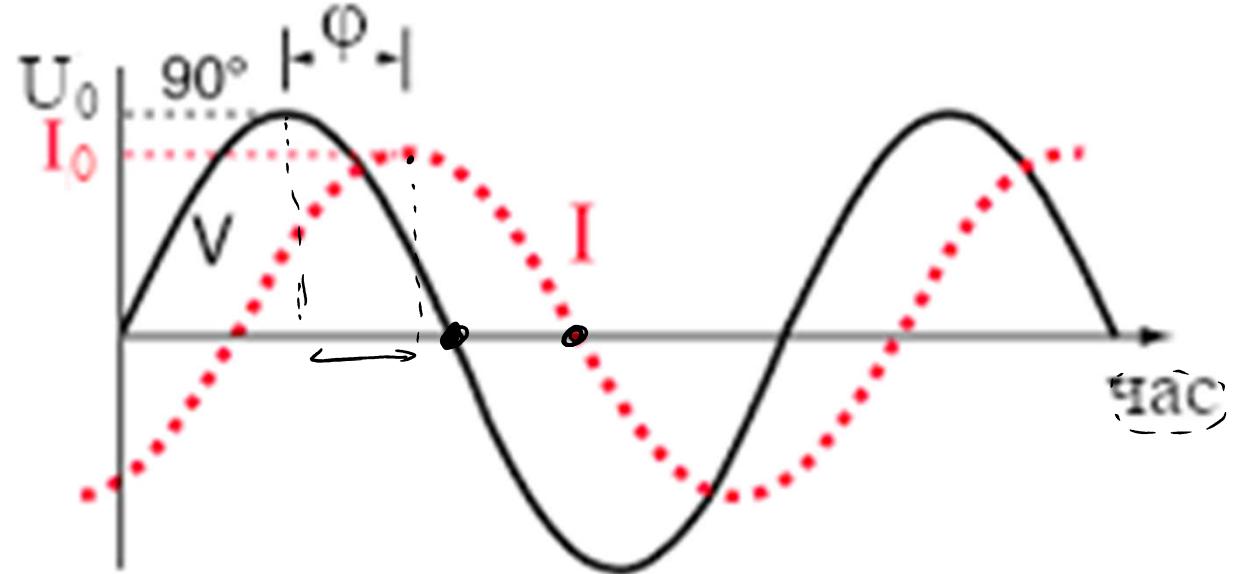
[https://youtu.be/Ut3sPLy9\\_dk](https://youtu.be/Ut3sPLy9_dk)





$$I(t) = I_0 \sin(\omega t)$$

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t)$$



$$U(t) = U_0 \cos(\omega t + \phi)$$

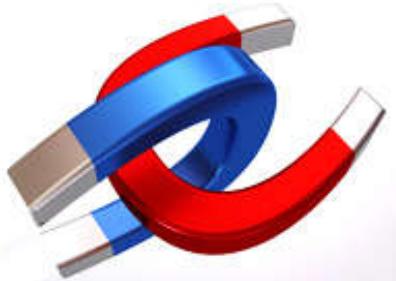
зсув фаз.

потужність постійного струму

$$P = \underline{I} \cdot \underline{U}$$

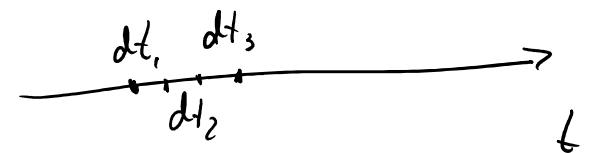
миттєва потужність

$$P(t) = I(t) \cdot U(t)$$



робота

$$\delta A = \underbrace{P(t) dt}_{\nwarrow} = I(t) \cdot \underbrace{U(t) dt}_{\uparrow}$$



середня потужність за період коливань

$$\langle P \rangle = \frac{A_T}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T \delta A = \frac{1}{T} \int_0^T I(t) \cdot U(t) dt$$

$$T = \frac{1}{\omega} ; \quad \omega = 2\pi f$$



$$I(t) \cdot U(t) = I_0 \cos(\omega t) \cdot U_0 \cos(\underbrace{\omega t + \varphi}_) =$$

$$\begin{aligned}\cos(\alpha \pm \beta) &= \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta = \\ &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \left( \alpha \pm \frac{\pi}{2} \right)\end{aligned}$$

$$U_0 \cos(\omega t + \varphi) = \underbrace{U_0 \cos(\omega t) \cos(\varphi)}_{= U^a(t)} + \underbrace{U_0 \sin(\varphi) \cos(\omega t \pm \pi / 2)}_{= U^p(t)} =$$

$$\begin{aligned}&= I_0 \cdot U_0 \cos^2(\omega t) \cos(\varphi) + \\ &+ I_0 \cdot U_0 \cos(\omega t) \cos(\omega t \pm \pi / 2) \sin(\varphi)\end{aligned}$$



$$A_T^a = \int_{0}^T I_0 \cdot U_0 \cos^2(\omega t) \cos(\varphi) dt = I_0 \cdot U_0 \cos(\varphi) \int_0^T \cos^2(\omega t) dt$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} (\cos 2\alpha + 1)$$

$$A_T^a = \underbrace{\frac{1}{2} I_0 \cdot U_0 \cos(\varphi) \int_0^T [1 + \cos(2\omega t)] dt}_{+} = \frac{1}{2} I_0 \cdot U_0 \cos(\varphi) \cdot t \Big|_0^T +$$

$$+ \frac{1}{2} I_0 \cdot U_0 \cos(\varphi) \underbrace{\frac{1}{2\omega} \sin(2\omega t)}_{\approx 0} \Big|_0^T$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$A_T^a = \frac{1}{2} I_0 \cdot U_0 \cdot T \cos(\varphi)$$



$$A_T^p = \int_0^T I_0 \cdot U_0 \cos(\omega t) \cos(\omega t \pm \pi/2) \sin(\varphi) dt =$$

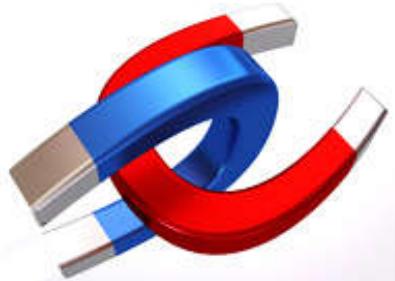
$$= \mp I_0 \cdot U_0 \sin(\varphi) \int_0^T \cos(\omega t) \sin(\omega t) dt$$

$$\cos \alpha \sin \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

$$-\frac{1}{2\omega} \omega s(2\omega t)$$

$$A_T^p = \mp \frac{1}{2} I_0 \cdot U_0 \sin(\varphi) \int_0^T \sin(2\omega t) dt =$$

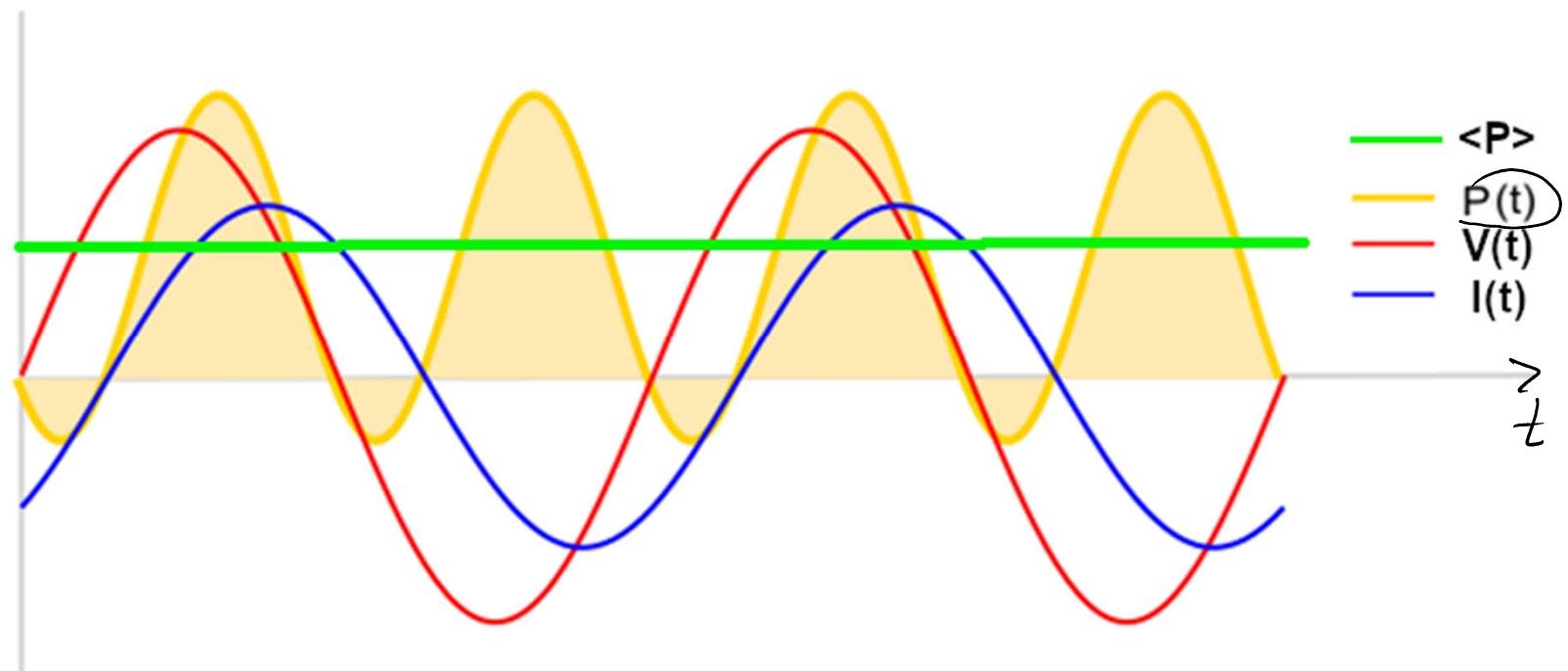
$$\pm \frac{1}{2} I_0 \cdot U_0 \cos(\varphi) \frac{1}{2\omega} \cos(2\omega t) \Big|_0^T = 0$$



$$A_T = A_T^a + A_T^p = \frac{1}{2} I_0 \cdot U_0 \cdot T \cos(\varphi)$$

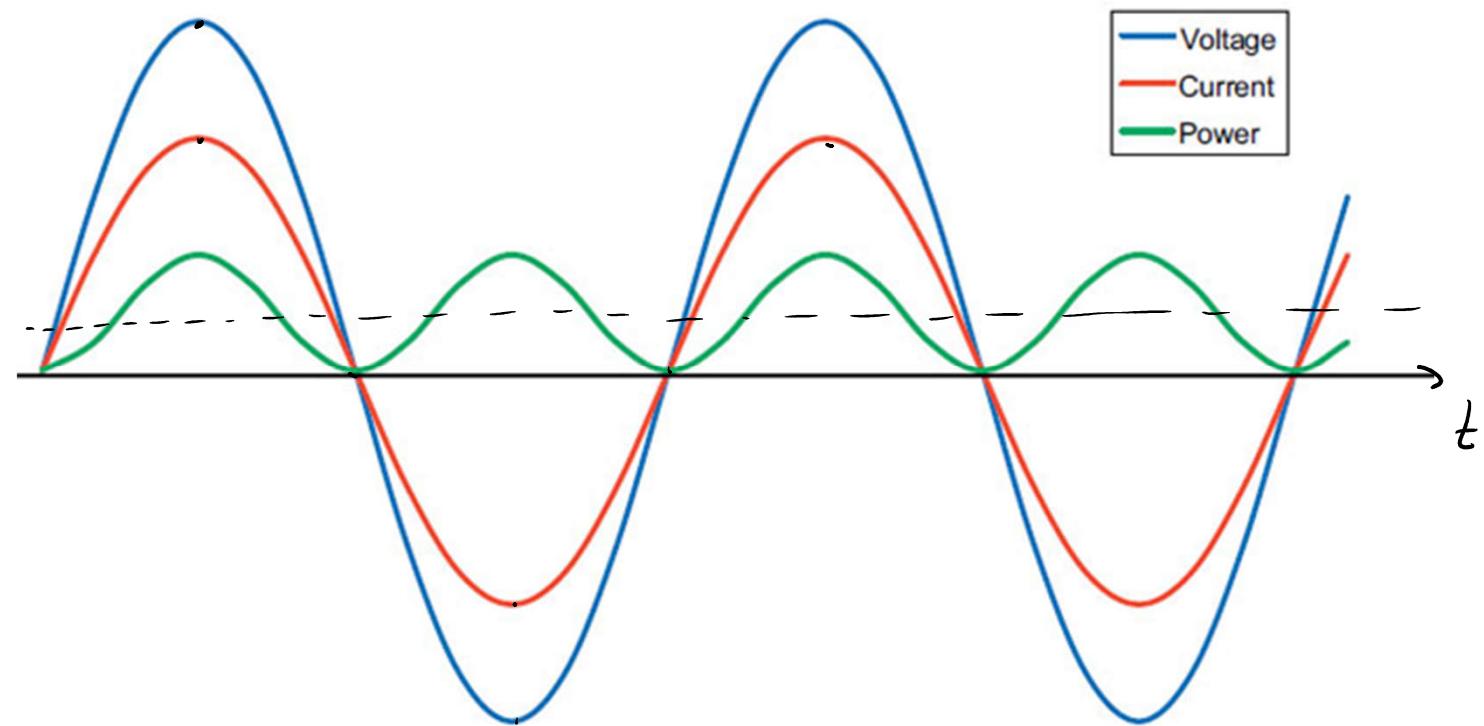
$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_0 \cdot U_0 \cdot \cos \varphi$$

$\cos \varphi$  - коефіцієнт потужності





$$\varphi = 0$$

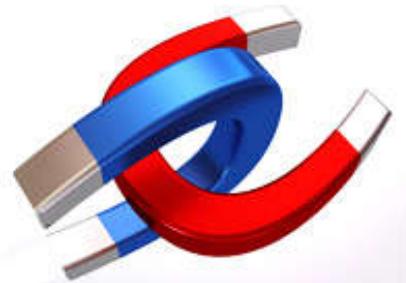


$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_0 \cdot U_0 = \underbrace{\left( \frac{I_0}{\sqrt{2}} \right)}_{\text{Current effective value}} \cdot \underbrace{\left( \frac{U_0}{\sqrt{2}} \right)}_{\text{Voltage effective value}} = I_{e\phi} \cdot U_{e\phi}$$

побутова мережа

$$U_0 = 311 \text{ B}$$

$$U_{e\phi} = \underline{220} \text{ B}$$



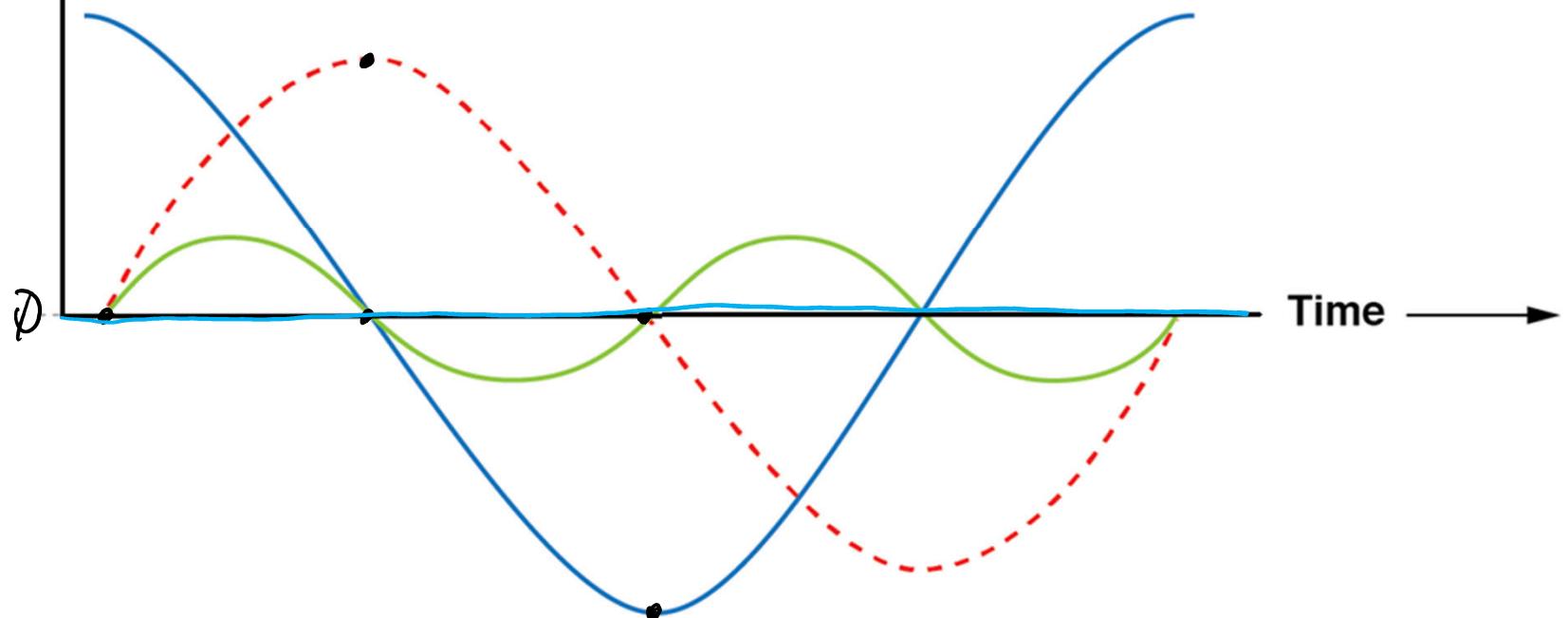
$$\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$$

$U, I, P$

$U$  —

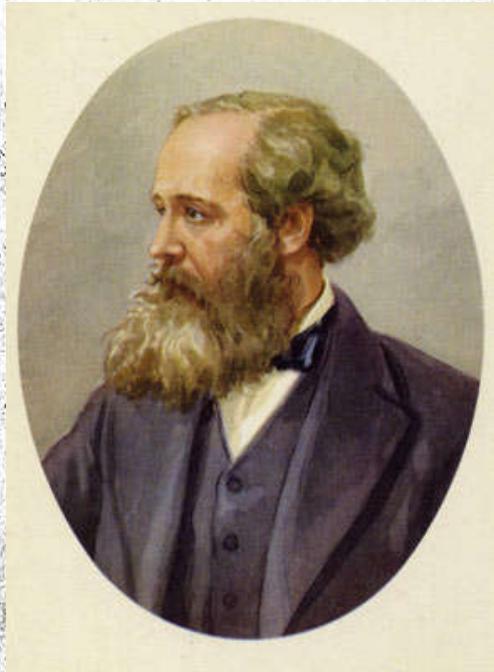
$I$  -----

$P$  —



$$\langle P \rangle = 0$$

# **Струм зміщення. Система рівнянь Максвелла та їх фізичний зміст.**

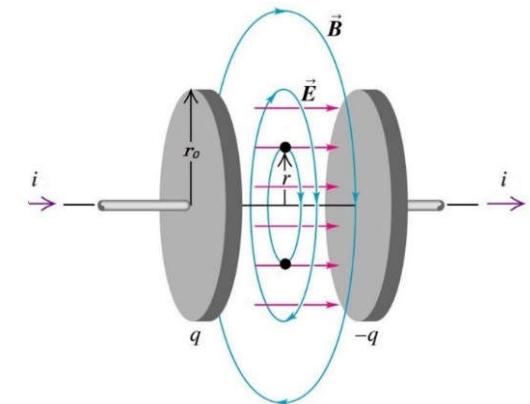
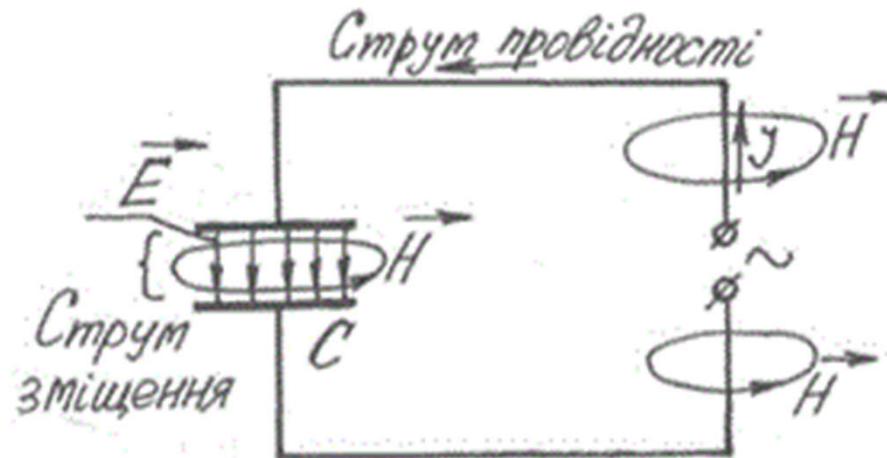


Джеймс Клерк Максвелл





# струм зміщення



$$I = \dot{q} = \frac{dq}{dt}$$

$$j_{np} = \frac{I}{S} = \frac{1}{S} \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{q}{S} \right) = \frac{d}{dt} (\sigma) = \dot{\sigma}$$

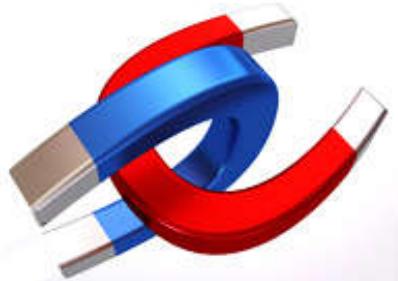
наверхува  
згора

$$j_{3M} = \dot{\sigma}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}$$

$$D = \epsilon \epsilon_0 E = \sigma$$

$$j_{3M} = \frac{\partial D}{\partial t}$$



$$\vec{j}_{\text{3M}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\underbrace{\vec{j}_{\text{новн}}}_{\sim} = \underbrace{\vec{j}_{np}}_{\sim} + \underbrace{\vec{j}_{\text{3M}}}_{\sim}$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I = \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \left( \vec{j}_{np} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

$$\int_S \text{rot} \vec{H} \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{j}_{np} \cdot d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$



# Система рівнянь Максвелла

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \oint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho(V) dV$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

полові

$$\vec{E} = (E_x, E_y, E_z) \quad x^2 + y^2 = 25$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho(V)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

матеріальні

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E},$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

індукція  
проникності  
 $\sigma$  - діелектричність



## Система рівнянь Максвелла, властивості

$$\underbrace{rot \vec{E}}_{\partial \vec{B} / \partial t} = - \quad rot \vec{H} = \vec{j} + \underbrace{\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}_{\rho} \quad div \vec{D} = \rho \quad div \vec{B} = 0$$

□ в стаціонарному випадку розбивається на дві незалежні групи

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$$

$$\begin{cases} rot \vec{H} = \vec{j} & div \vec{B} = 0 \\ rot \vec{E} = 0 & div \vec{D} = \rho \end{cases}$$

□ лінійні  $\Leftrightarrow$  принцип суперпозиції

□ релятивістсько-інваріантні

□ містять рівняння неперервності

$$rot \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad div \underbrace{rot}_{\vec{\nabla} \times (\vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})} = 0$$

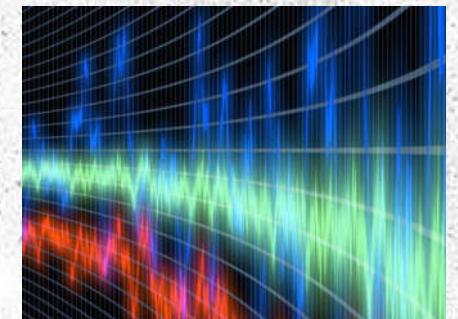
$$div \vec{j} = - \frac{\partial}{\partial t} div \vec{D} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$div \vec{j} + div \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$$

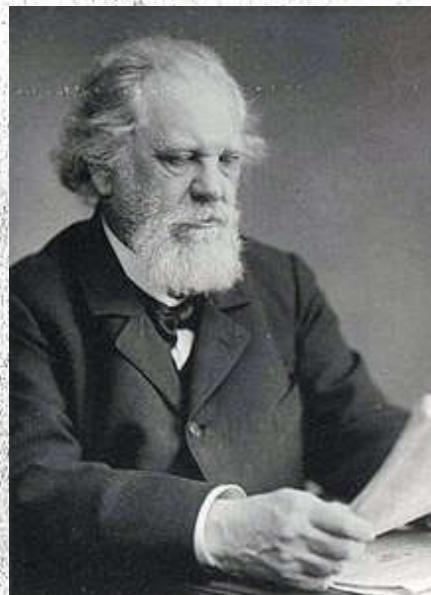
div \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0



# Електромагнітні хвилі. Властивості плоских електромагнітних хвиль. Абсолютний показник заломлення світла.



Джон Генрі  
Пойтінг



Микола Олексійович  
Умов





$$rot \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad rot \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad div \vec{D} = \rho \quad div \vec{B} = 0$$

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H} \quad \vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

(середовище однорідне, нейтральне, непровідне

$$\mu = const$$

$$\epsilon = const$$

$$\rho = 0$$

$$\vec{j} = 0$$

$$rot \vec{E} = -\mu \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (1)$$

$$rot \vec{H} = \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2)$$

$$div (\epsilon \epsilon_0 \vec{E}) = 0$$

$$div \vec{E} = 0 \quad (3)$$

$$div \vec{H} = 0 \quad (4)$$

$$rot(rot \vec{E}) = grad div \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\mu \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (rot \vec{H}) = -\mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\Delta \vec{E} = \mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

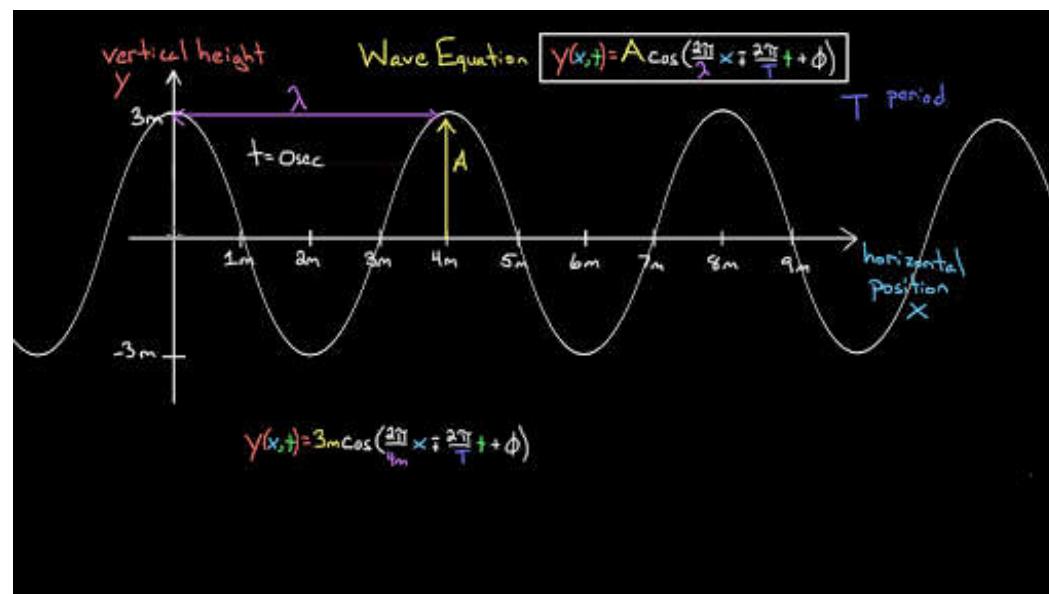
$$\Delta \vec{H} = \mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$



# Хвильове рівняння

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

Рядова інтенсітет





$$\Delta \vec{E} = \underbrace{\mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0}_{\text{хвиль}} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\Delta \vec{H} = \underbrace{\mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0}_{\text{хвиль}} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

$$v^2 = (\mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0)^{-1}$$

$\mu=1, \epsilon=1$

вакуум:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \underline{c} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

інше середовище:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{c}{\underline{n}}$$

$\nwarrow$  абсолютний  
индекс  
зарядження

$$\underline{n} = \sqrt{\mu \epsilon}$$



$$\text{rot} \vec{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

123

$$\left( \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}$$

$$\left( \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}$$

$$\left( \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}$$

$$\text{rot} \vec{H} = \epsilon\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\left( \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) = \epsilon\epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

$$\left( \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) = \epsilon\epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

$$\left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) = \epsilon\epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}$$

$$\text{div} \vec{E} = 0$$

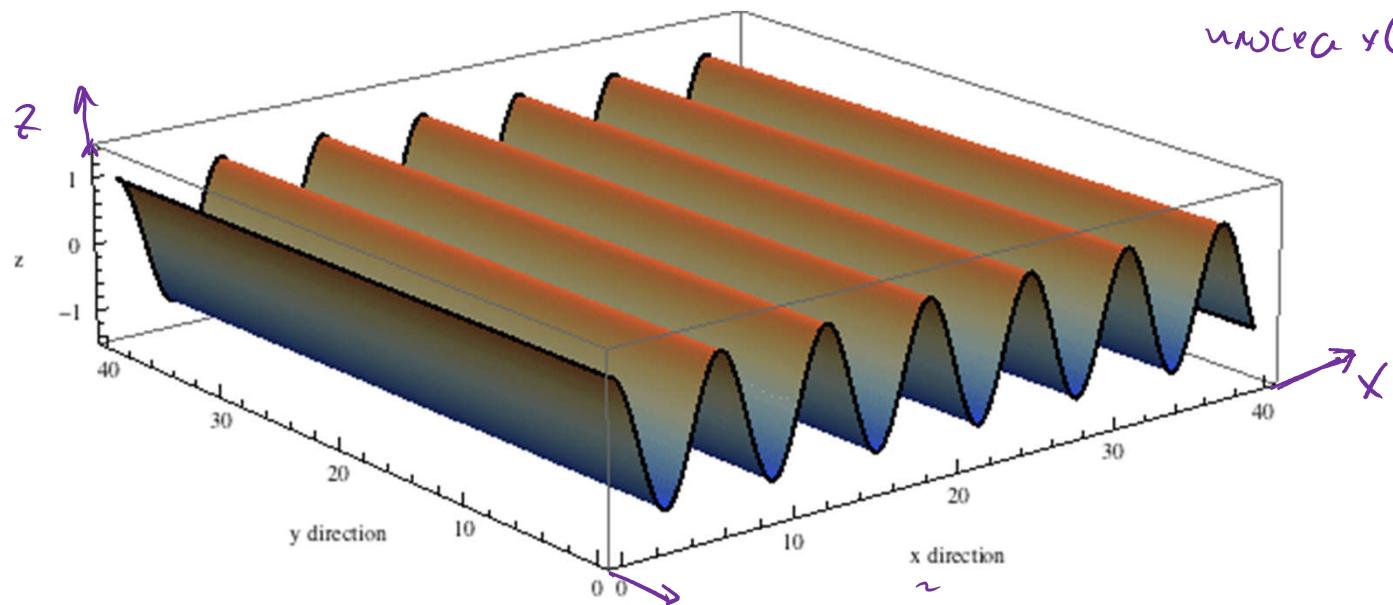
$$\text{div} \vec{H} = 0$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0$$

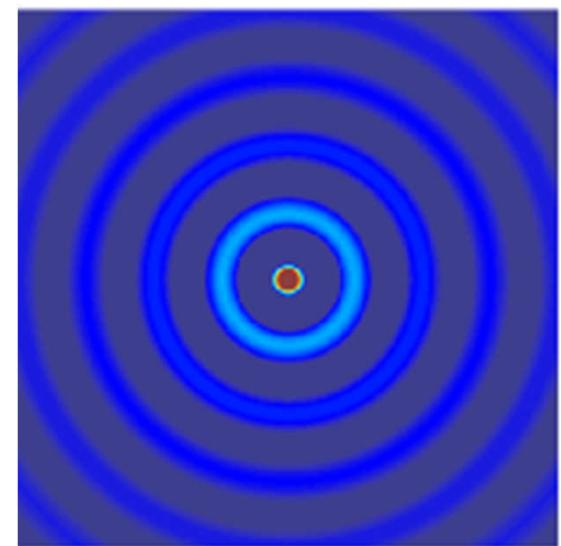
$$\text{rot} \vec{a} \underset{\approx}{=} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix}$$

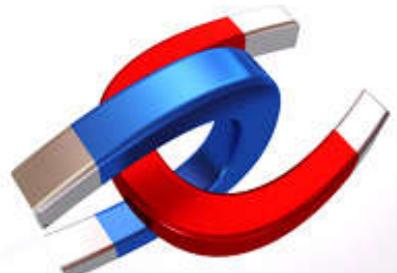
$$\text{div} \vec{A} \rightarrow \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$



$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0$$





$$0 = \frac{\partial H_x}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}$$

$$E_x = \underline{const}$$

$$H_x = \underline{const}$$

$$E_x = 0$$

$$H_x = 0$$

$$0 = \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} = 0$$

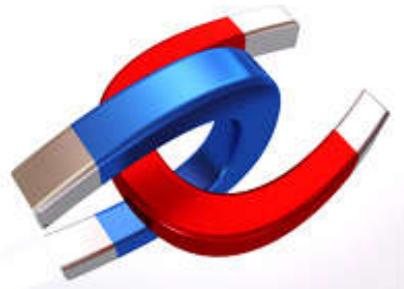
решение  
• | : : : : : :

$$\begin{aligned} E_x &= 0 \\ H_x &= 0 \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{H}, \overrightarrow{E} \perp \vec{v}$$

•  $E_x = 0$   
•  $H_x = 0$

•  $\vec{v} \perp \overrightarrow{H}, \overrightarrow{E}$



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu \mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} = \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{array} \right.$$

$$\Downarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \\ \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\epsilon \epsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \end{array} \right.$$

$$\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$$

$$E = E_y \quad \vec{H} = (H_x, H_y, H_z)$$

$$E_x = 0$$

$$H_x = 0$$

$$H_z$$

$$\underbrace{\vec{E} \perp \vec{H}}$$



$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \mu \mu_0 \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}$$

$$E_y(x,t) = E_0 \cos(\omega t - k x + \phi_{10})$$

$$H_z(x,t) = H_0 \cos(\omega t - k x + \phi_{20})$$

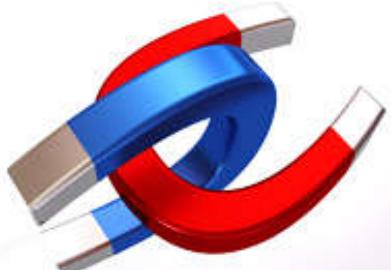
$$k = \frac{\omega}{v} \quad v^2 = \frac{\omega^2}{k^2} = (\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0)^{-1}$$

члены в знаменателе  
сократить

$$v \lambda = v \quad \omega = 2 \pi v \quad \rightarrow k = \frac{2 \pi}{\lambda}$$

$$n = 1 \quad v_0 \lambda_0 = c$$

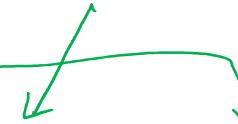
$$n \neq 1 \quad \rightarrow v \lambda = \frac{c}{n} \quad \underline{v} = v_0 \quad \lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$



$$E_y(x, t) = E_0 \cos(\omega t - kx + \phi_{10})$$



$$H_z(x, t) = H_0 \cos(\omega t - kx + \phi_{20})$$



$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

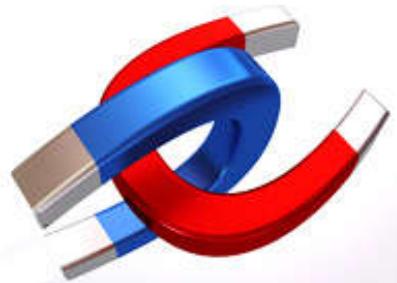
$$k E_0 \sin(\omega t - kx + \phi_{10}) = \mu \mu_0 \omega H_0 \sin(\omega t - kx + \phi_{20})$$

$$k H_0 \sin(\omega t - kx + \phi_{10}) = \varepsilon \varepsilon_0 \omega E_0 \sin(\omega t - kx + \phi_{20})$$

$$\underbrace{\phi_{10}}_{=} = \underbrace{\phi_{20}}_{=} = \phi_0 \checkmark$$

$$\frac{E_0}{H_0} = \frac{\mu \mu_0 H_0}{\varepsilon \varepsilon_0 E_0}$$

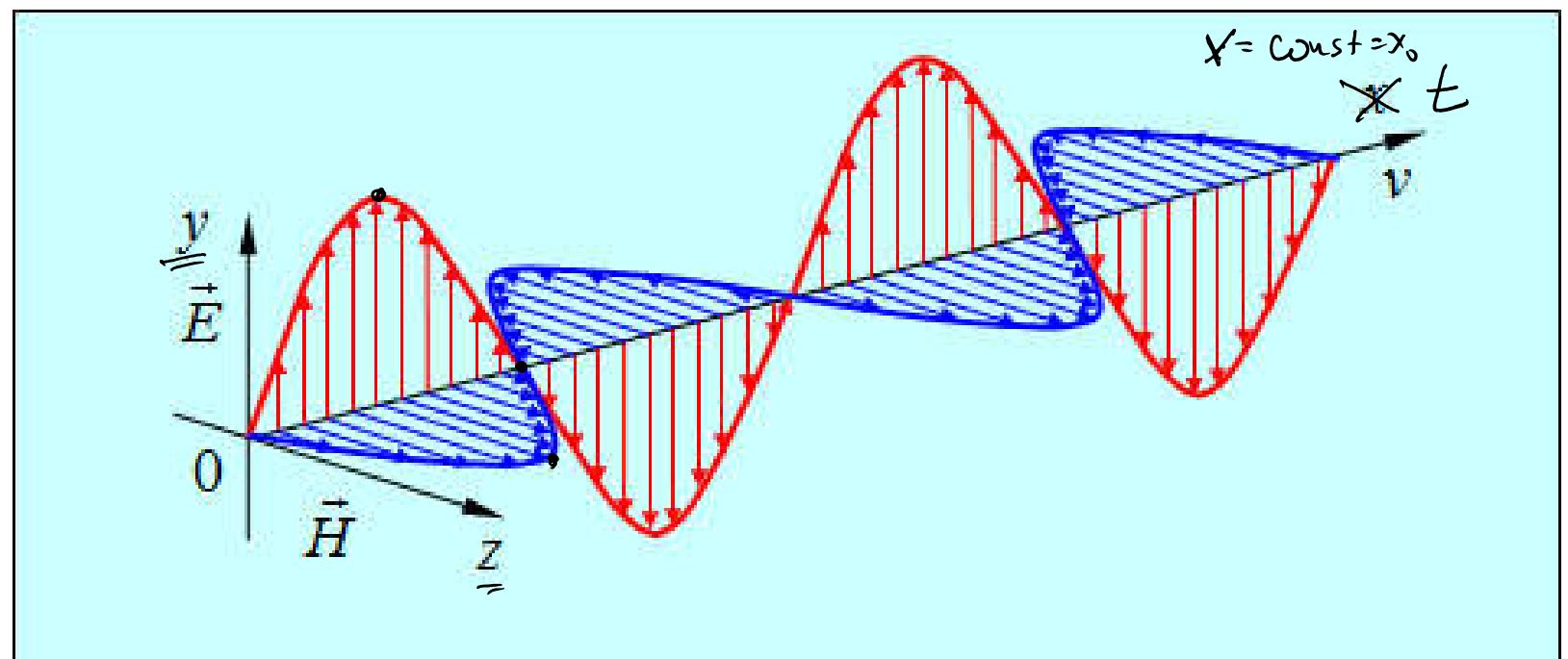
$$\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} \underbrace{E_0}_{=} = \sqrt{\mu \mu_0} \underbrace{H_0}_{=} \checkmark$$



$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \phi_0)$$

$$H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + \phi_0)$$

$(\vec{E}, \vec{H})$  - нрафа трійка векторів



$$\nabla \cdot \vec{d} = \frac{c}{n}$$

