

Варіант 1

1. Знайти власні значення оператора \hat{L}^2 , які відповідають функції $Y = A(\cos \theta + 2 \sin \theta \cos \varphi)$, де A – константа.

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \left\{ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right\}$$

2. Чи може стан електрону в одновимірній нескінченно-глибокій потенціальній ямі шириною $2a$ описуватись хвильовою функцією $\psi = Ax^2$ (де A – константа)? Відповідь обґрунтувати.
3. Яким може бути максимальний спіновий механічний момент атому, в якого 5 електронів знаходяться у другій енергетичній оболонці? Яким при цьому буде максимальне значення орбітального механічного моменту?

Варіант 2

1. Знайти результати дії операторів $\frac{d^2}{dx^2}x^2$ та $\left(\frac{d}{dx}x\right)^2$ на функцію $\cos x$.
2. Для електрону в атомі водню, стан якого описується хвильовою функцією $\psi = A \frac{r}{r_0} \exp\left(-\frac{r}{2r_0}\right)$ (A та r_0 – константи) розрахувати середнє значення його відстані від ядра.
3. Визначити можливі мультиплетності атомів літію ${}^3\text{Li}^6$ та вуглецю ${}^6\text{C}^{12}$, якщо вважати, що збуджуватися можуть лише електрони зовнішніх, незамкнених підоболонки.

Варіант 3

1. Знайти комутатор операторів \hat{L}_x та \hat{p}^2 .
2. Визначити найбільш імовірне значення кута θ для електрону в атомі водню з хвильовою функцією $\psi = A r \exp(-r/2r_0) \sin \theta \exp(i\varphi)$, де A – константа.
3. Обчислити множник Ланде для атому в стані 3P .

Варіант 4

1. Знайти комутатор $[f(x), \hat{p}_x]$, де $f(x)$ – довільна функція координати.
2. Знайти середнє значення потенціальної енергії електрону в атомі водню, стан якого описується хвильовою функцією $\psi = 1/\sqrt{\pi r_0^3} \exp(-r/r_0)$.
3. Зобразити схему можливих переходів у слабкому магнітному полі для спектральної лінії, яка відповідає переходу $^2D_{3/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$.

Варіант 5

1. Знайти комутатор операторів \hat{L}_x та \hat{x} .
2. Стан електрону, що знаходиться в одновимірній нескінченно-глибокій потенціальній ямі шириною $2a$ описується хвильовою функцією $\psi = \frac{1}{\sqrt{a}} \cos\left(\frac{\pi}{2a} x\right)$.
Знайти середнє значення імпульсу цієї частинки.
3. Записати можливі терми атому з електронною конфігурацією $2p^1 3f^1$.

Варіант 6

1. Знайти комутатор операторів \hat{L}_x та \hat{y} .
2. Стан електрону в атомі описується хвильовою функцією $\psi = A \frac{r}{r_0} \exp\left(-\frac{r}{2r_0}\right)$, де A та r_0 – сталі величини. Знайти його найбільш імовірну відстань від ядра.
3. Скориставшись правилами Хунда знайти основний терм атомів ${}_4\text{Be}^9$, ${}_6\text{C}^{12}$ та ${}_7\text{N}^{14}$.

Варіант 7

1. Знайти комутатор операторів \hat{L}_x та \hat{z} .
2. Частинка знаходиться в одновимірній прямокутній потенційній ямі з нескінченно високими стінками. Знайти масу частинки, якщо ширина ями дорівнює $2a$, а різниця енергій між 3-ім та 2-им енергетичними рівнями дорівнює ΔE .
3. Зобразити схему можливих переходів у слабкому магнітному полі для спектральної лінії, яка відповідає переходу ${}^2D_{5/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$.

Варіант 8

1. Обчислити середнє значення квадрату моменту імпульсу в стані $\psi(\theta, \varphi) = A \sin \theta \cos \varphi$.

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \left\{ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right\}$$

2. Для електрону в атомі водню, стан якого описується хвильовою функцією $\psi = 1/\sqrt{\pi r_0^3} \exp(-r/r_0)$ знайти середнє значення проекції моменту імпульсу L_z .

3. Визначити максимально можливий орбітальний механічний момент атому, що знаходиться в стані, мультиплетність якого п'ять, а число можливих значень проекції повного механічного моменту 7. Записати спектральне позначення цього терму.

Варіант 9

1. Знайти результати дії операторів $\frac{d^2}{dx^2} x^2$ та $\left(\frac{d}{dx} x\right)^2$ на функцію $\exp(x)$.
2. Знайти середнє значення сили взаємодії з ядром електрону в атомі водню, стан якого описується хвильовою функцією $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi r_0^3}} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right)$.
3. Записати можливі терми для системи з двох d електронів, що знаходяться в різних електронних оболонках.

Варіант 10

1. Відомо, що $[\hat{A}, \hat{B}] = 1$. Знайти комутатор $[\hat{A}^2, \hat{B}^2]$.
2. Знайти найбільш ймовірне значення координати частинки, стан якої описується хвильовою функцією $\psi(x) = Bx \exp(-\alpha^2 x^2)$, де B та α – відомі сталі.
3. Записати можливі терми атому з електронною конфігурацією p^5 .

Варіант 11

1. Знайти комутатор операторів $\hat{A} = 6y + 5x$ та $\hat{B} = \frac{\partial^2}{\partial y \partial x}$
2. Частинка масою m перебуває у потенціальному полі $U = kx^2/2$, а її хвильова функція має вигляд: $\psi(x) = Bx \exp(-\alpha^2 x^2)$, де B та α - додатні сталі. За допомогою рівняння Шрьодінгера знайти величину α та енергію частинки у цьому стані.
3. Атом знаходиться у стані, мультиплетність якого дорівнює 3, а повний механічний момент – $\hbar\sqrt{20}$. Яким може бути відповідне квантове число L ?

Варіант 12

1. Відомо, що $[\hat{A}, \hat{B}] = 1$. Знайти комутатор $[\hat{A}, \hat{B}^3]$.
2. Частинка масою m знаходиться в основному стані в одновимірній прямокутній потенційній ямі з нескінченно високими стінками. Максимальне значення густини ймовірності місцеперебування частинки дорівнює P_m . Знайти ширину ями та енергію частинки у цьому стані.
3. Записати можливі терми атому з електронною оболонкою $1s^2 2s^2 p^6 3s^1 p^1$.

Варіант 13

1. Знайти комутатор операторів \hat{x} та \hat{p}_x^2 .
2. Частинка масою m перебуває у деякому одномірному потенціальному полі $U(x)$ в стаціонарному стані, для якого хвильова функція має вигляд $\psi(x) = A \exp(-\alpha x^2)$, де A та α – відомі сталі ($\alpha > 0$). Маючи на увазі, що $U(0) = 0$, знайти вигляд $U(x)$ та енергію частинки у цьому стані.
3. Знайти максимально можливий спіновий механічний момент атому з електронною конфігурацією $3p^4 d^1$.