

**Київський національний університет
імені Тараса Шевченка
фізичний факультет**

**Боровий М.О., Оліх О.Я., Овсієнко І.В.,
Цареградська Т.Л., Козаченко В.В.,
Подольян А.О., Ісаєв М.В., Дубик К.В.**

**ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА ДЛЯ ХІМІКІВ.
ЗБІРНИК ЗАДАЧ.**

Частина 2. Електрика та магнетизм

Київ

2019

УДК
ББК
К

*Рекомендовано до друку вченою радою фізичного факультету
Київського національного університету імені Тараса Шевченка
(протокол № від 2019 р.)*

Рецензенти:

д-р фіз.-мат. наук, проф. Гололобов Ю.П.
д-р фіз.-мат. наук, проф. Семенко М.П.

Боровий М.О., Оліх О.Я., Овсієнко І.В., Цареградська Т.Л.,
Козаченко В.В., Подолян А.О., Ісаєв М.В., Дубик К.В.

ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА ДЛЯ ХІМІКІВ. ЗБІРНИК ЗАДАЧ.

Частина 2. Електрика та магнетизм.

Збірник задач . – К.: 2019. – с.

За структурою та змістом збірник задач відповідає програмі курсу фізики хімічних факультетів закладів вищої освіти України. В посібнику викладено теоретичні відомості, основні методи розв'язання задач з курсу фізики та завдання для самостійної роботи.

Для студентів закладів вищої освіти України.

ББК
ISBN

Зміст

ЕЛЕКТРОСТАТИКА ТА ЗАКОНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ	4
Теоретичні відомості	4
Приклади розв'язку задач	19
Задачі для самостійного розв'язку	55
 ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ	 83
Теоретичні відомості	83
Приклади розв'язку задач	92
Задачі для самостійного розв'язку	114
Відповіді	137
Додатки	159
Література	162

ЕЛЕКТРОСТАТИКА ТА ЗАКОНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Теоретичні відомості

Експериментально встановлено, що в основі всього різноманіття явищ природи знаходяться чотири фундаментальні взаємодії: гравітаційна, електромагнітна, сильна та слабка. Кожен тип взаємодії пов'язується з певною характеристикою частинки, зокрема електромагнітна залежить від електричних зарядів.

Електричний заряд є однією з основних скалярних властивостей будь-якої частинки та характеризується наступними властивостями: а) існують два типи електричних зарядів, названі позитивними (додатними) та негативними (від'ємними); б) заряд всіх елементарних частинок однаковий за абсолютним значенням ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл) або рівний нулеві; заряд будь-яких інших тіл кратний елементарному: $q = N e$, де N – ціле число; в) для електричного заряду характерна адитивність, тобто заряд складної системи визначається сумою зарядів її складових $Q = \sum_i q_i$; г) у будь-якій електрично ізольованій системі алгебраїчна сума електричних зарядів не змінюється – закон збереження заряду; д) електричний заряд є релятивістсько інваріантним, тобто його величина не залежить від системи відліку, а отже і від того рухається частинка, чи ні.

Взаємодія між зарядженими частинками (надалі – зарядами) здійснюється через поле. Будь-який заряд змінює певним чином властивості навколишнього простору, створюючи **електричне поле**. Проявом наявності електричного поля у будь-якій точці простору є те, що розміщений у цій точці заряд відчуває дію сили.

ЕЛЕКТРОСТАТИКА

Електростатика – це розділ фізики, який вивчає взаємодію нерухомих зарядів.

Одним з основних законів електростатики є експериментально встановлений **закон Кулона**, згідно з яким сила взаємодії між двома точковими нерухомими зарядами прямо пропорційна добутку величин цих зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані між ними:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}, \quad (1.1)$$

де \vec{F}_{12} – сила, з якою точковий заряд q_1 діє на точковий заряд q_2 (див. Рис. 3.1.¹); \vec{r}_{12} – вектор, спрямовано від заряду q_1 до заряду q_2 ; ϵ – діелектрична проникність середовища, у якому знаходяться заряди; ϵ_0 – діелектрична стала, $8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м. Модуль сили Кулона дорівнює:

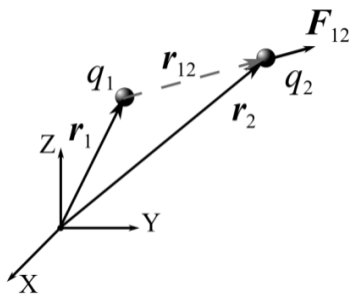


Рис. 3.1. Схематичне зображення сили взаємодії між двома одноіменними зарядами

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}, \quad (1.2)$$

де $r = |\vec{r}_{12}|$.

Для локальної характеристики електричного поля використовують векторну величину, яка називається

¹Тут та далі у цьому розділі вектори на рисунках будуть вказані напівжирним шрифтом.

напруженість електричного поля і дорівнює відношенню сили, що діє на точковий заряд q' , поміщений в певну точку поля, до величини даного заряду:

$$\vec{E} = \vec{F} / q'. \quad (1.3)$$

З очевидних міркувань **напруженість електричного поля** називають *силовою характеристикою* електричного поля

Напруженість електричного поля, що створюється точковим зарядом q

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r}. \quad (1.4)$$

де \vec{r} спрямовано від заряду до тієї точки поля, де визначається величина напруженості.

Для наочної характеристики електричного поля використовують **силові лінії**, які проводяться таким чином, що у кожній точці дотична до них співпадає з напрямом вектора напруженості електричного поля, а їх густина пропорційна модулю \vec{E} . На Рис.3.2 наведено картини силових ліній точкових зарядів.

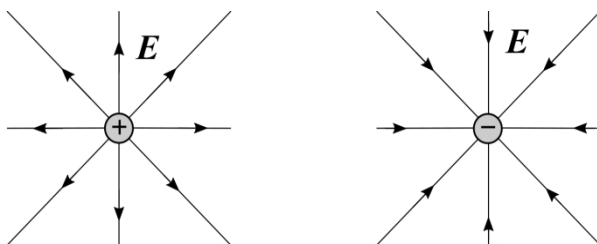


Рис. 3.2. Силові лінії електричного поля, яке створюється відокремленим позитивним (зліва) та негативним (справа) зарядами

Принцип суперпозиції електричних полів: напруженість електричного поля, яке створюється системою зарядів у даній

точці простору, визначається векторною сумою напруженостей електричних полів окремих зарядів у цій точці

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i \quad (1.5)$$

Для визначення напруженості електричного поля симетричних заряджених тіл та систем зручно використовувати **теорему Остроградського-Гауса**: потік вектора напруженості електричного поля через замкнуту поверхню визначається лише сумарним зарядом Q , який знаходиться у об'ємі, обмеженому цією поверхнею:

$$\oint_S \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = Q / \epsilon_0 \quad (1.6)$$

У випадку, якщо заряди обмежені поверхнею є точковими, то

$$Q = \sum_i q_i .$$

Якщо заряд розподілений неперервним чином по об'єму (V), поверхні (S) або вздовж лінії (L) зручно користуватися поняттями об'ємної ($\rho = dq / dV$), поверхневої ($\sigma = dq / dS$) або лінійної ($\lambda = dq / dl$) густини зарядів відповідно. У цих випадках сумарний заряд можна представити наступним чином:

$$Q = \int_V \rho dV; Q = \int_S \sigma dS; Q = \int_L \lambda dl.$$

Статичне електричне поле є потенціальним, тобто робота по переміщенню заряду з однієї точки в іншу не залежить від траєкторії (див рис. 3.3):

$$A'_{12} = A''_{12} = A'''_{12}.$$

Для опису електричного поля також використовують скалярну величину – **потенціал електричного поля**. Різниця потенціалів між двома точками у електричному полі дорівнює відношенню роботи електричного поля по переміщенню між ними точкового заряду до величини цього заряду:

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \frac{A_{12}}{q'} . \quad (1.7)$$

При використанні терміну **потенціал електричного поля** здебільшого мають на увазі різницю потенціалів між даною точкою та нескінченністю²:

$$\Phi = \Phi_1 - \Phi_\infty = \frac{A_{1\infty}}{q'} ,$$

де $A_{1\infty}$ – робота, яку виконують сили електричного поля при перенесенні одиничного позитивного заряду q' із даної точки поля на нескінченність.

Потенціал електричного поля, який створює точковий заряд q на відстані r від місця свого розташування:

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r} . \quad (1.8)$$

Оскільки потенціал визначається через роботу (1.7), то цю величину називають *енергетичною характеристикою* електричного поля.

Принцип суперпозиції також виконується і для потенціалу електричного поля:

$$\Phi = \sum_i \Phi_i , \quad (1.9)$$

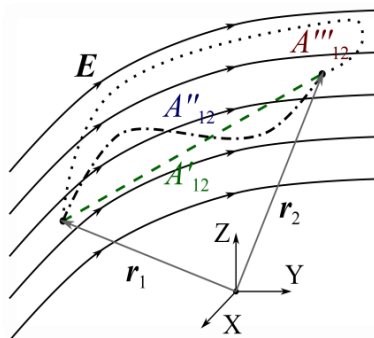


Рис. 3.3. Робота по переміщенню заряду в електричному полі

² Інколи також мають на увазі різницю потенціалу в точці спостереження та певним постійним рівнем, наприклад, потенціалом Землі.

де φ – потенціал поля, що створюється системою зарядів у деякій точці простору, φ_i – потенціал поля у даній точці, що створюється i -тим зарядом окремо.

Зв'язок між потенціалом та напруженості електростатичного поля:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi \quad (1.10)$$

де $\vec{\nabla}$ - оператор градієнту. Зокрема, у *прямокутній декартовій системі координат* вираз (1.10) набуває вигляд:

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right).$$

У випадку однорідного поля:

$$E = (\varphi_1 - \varphi_2)/d \quad (1.11)$$

де d – відстань вздовж силової лінії поля між точками, потенціали яких дорівнюють φ_1 та φ_2 .

Для знаходження різниці потенціалів між двома точками \vec{r}_1 та \vec{r}_2 в електростатичному полі з напруженістю \vec{E} використовується вираз обернений до (1.10):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}(\vec{r})d\vec{l}, \quad (1.12)$$

де $d\vec{l}$ - елемент довільно вибраної траєкторії, яка з'єднує ці дві точки.

Для опису електричного поля, яке створюється електронейтральною системою з просторовим розподілом зарядів, або взаємодію такої системи з зовнішнім полем зручно використовувати модель диполя. **Електричний диполь** – це система двох точкових зарядів, однакових за величиною та протилежних за знаком, які знаходяться на відстані l один від

одного. Для опису такої системи зручно використовувати дипольний момент:

$$\vec{p} = q \vec{l}, \quad (1.13)$$

де вектор \vec{l} спрямований від негативного заряду до позитивного.

Величини напруженості E_d та потенціалу φ_d електричного поля, яке створюється диполем у точці, положення якої характеризується вектором \vec{r} :

$$E_d = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{\vec{p} \vec{r}}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{pr \cos \theta}{r^3}, \quad (1.14)$$

$$\varphi_d = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{p}{r^2} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta} \quad (1.15)$$

де θ – кут між векторами \vec{r} та \vec{l} . Вирази (1.14) та (1.15) справедливі при $r \gg l$.

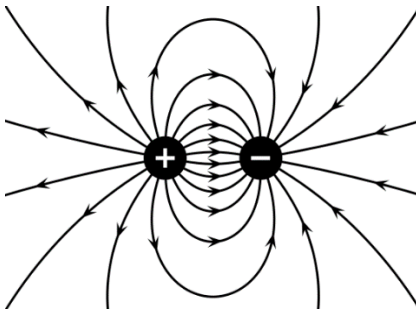


Рис. 1.4. Силві лінії електричного поля, яке створюється диполем

Провідниками називаються речовини, які містять в достатній кількості вільні носії заряду, тобто заряджені частинки, здатні переміщуватися всередині речовини на відстані, що суттєво перевищують міжатомні. При внесенні

провідника в зовнішнє електричне поле вільні носії перерозподіляються таким чином, що всередині речовини електричне поле стає рівним нулеві. Це відбувається внаслідок появи поверхневого заряду, сумарна величина якого рівна нулеві, проте викликане ним електричне поле всередині провідника повністю компенсує зовнішнє. Це явище називається електростатична індукція.

У випадку знаходження в електричному полі діелектрика, спостерігається явище поляризації, тобто виникнення дипольного моменту в об'ємі речовини. Як наслідок, електричне поле в речовині частково компенсується, кількісною мірою цього процесу є діелектрична проникність. Для характеристики процесу поляризації використовують вектор поляризації, тобто електричний момент одиниці об'єму діелектрика:

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{p}_i}{V} \quad (1.16)$$

де N – число молекул в об'ємі V , \vec{p}_i – дипольний момент однієї молекули.

У випадку ізотропного діелектрика можна вважати, що його поляризація пропорційна значенню електричного зміщення $\epsilon_0 \vec{E}$ в даній точці простору за відсутності речовини:

$$\vec{P} = \alpha \epsilon_0 \vec{E} \quad (1.17)$$

де α – діелектрична сприйнятливість, $\alpha = \epsilon - 1$.

Діелектрики можуть складатися як з полярних, так і з неполярних молекул. У першому випадку молекула характеризується ненульовим дипольним моментом навіть за відсутності зовнішнього електричного поля. Наприклад, полярною є молекула води, що містить негативний іон кисню та два позитивні іони водню. У неполярних молекулах «центри ваги» позитивного і негативного зарядів збігаються, як це

спостерігається, наприклад, у молекулі водню. Проте під дією зовнішнього електричного поля заряди в неполярній молекулі можуть зміщуватися один щодо одного і молекула поляризується, при цьому

$$\vec{p} = \beta \epsilon_0 \vec{E} \quad (1.18)$$

де β – поляризованість молекули.

В однорідному полі на диполь діє пара сил, яка прагне повернути диполь таким чином, щоб \vec{p} і \vec{E} були паралельні; рівнодійна цих сил дорівнює нулеві. Тому у зовнішньому полі полярна молекула намагатиметься розташуватися таким чином, щоб її електричний момент встановився у напрямку поля.

В неоднорідному електричному полі сили, що діють на заряди диполя неоднакові, і їх результуюча описується виразом

$$\vec{F} = p \frac{\partial \vec{E}}{\partial l} \quad (1.19)$$

де $\frac{\partial \vec{E}}{\partial l}$ – похідна вектора \vec{E} по напрямку вектора \vec{l} або \vec{p} .

Отже, якщо диполь знаходиться в неоднорідному полі, то під дією моменту сил він прагнучиме встановитися по полю, а під дією результуючої сили - переміститися в напрямку збільшення поля.

Енергія взаємодії системи точкових зарядів:

$$W = \frac{1}{2} \sum_i q_i \varphi_i, \quad (1.20)$$

де q_i – величина заряду i -го заряду, φ_i – потенціал який створюється всіма іншими зарядами, крім i -го, у точці простору, де знаходиться i -тий заряд.

У випадку неперервного розподілу заряду в певній області об'ємом V :

$$W = \frac{1}{2} \int_V \varphi(\vec{r}) \rho(\vec{r}) dV, \quad (1.21)$$

де $\varphi(\vec{r})$ та $\rho(\vec{r})$ потенціал та об'ємна густина заряду в точці з радіус-вектором \vec{r} відповідно.

Об'ємна густина енергії електричного поля:

$$w = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} \quad (1.22)$$

Здатність провідників накопичувати заряд називається **ємністю**. Чисельно ця властивість характеризується відношенням величини заряду провідника та його потенціалу:

$$C = q/\varphi. \quad (1.23)$$

Ємність залежить від геометричної форми та розмірів провідника. Зокрема, ємкість відокремленої кулі радіусом R , поміщеної у середовище з діелектричною проникливістю ε , дорівнює

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R.$$

Система з двох провідників, які мають однакові за модулем і протилежним за знаком заряди, називається конденсатором. Ємність конденсатора

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{U}, \quad (1.24)$$

де $\Delta\varphi = U$ – різниця потенціалів провідників, q – модуль заряду кожного з них.

Плоский конденсатор представляє собою дві паралельні металеві пластини площею S , розділенні шаром діелектрика товщиною d та діелектричною ε проникливістю. Його ємність дорівнює:

$$C = \varepsilon \varepsilon_0 d/S.$$

Сферичний конденсатор – це дві концентричні сфери радіусами a та b ($b > a$). Для такої системи:

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 ab / (b - a).$$

Циліндричний конденсатор складається з двох коаксіальних циліндрів довжиною l кожний і радіусами a та b ($b > a$), для нього

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 l}{\ln(b/a)}.$$

Загальна ємність системи конденсаторів при послідовному $C_{\text{посл}}$ та паралельного $C_{\text{пар}}$ з'єднаннях:

$$\begin{aligned} 1/C_{\text{посл}} &= \sum_i 1/C_i \\ C_{\text{пар}} &= \sum_i C_i \end{aligned}, \quad (1.25)$$

де C_i – ємність i -того конденсатора у з'єднанні.

Енергія зарядженого конденсатора:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} \quad (1.26)$$

ЗАКОНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Електричний струм – це напрямлений рух заряджених частинок. Напрямок електричного струму співпадає з напрямком руху позитивно заряджених частинок. Чисельною характеристикою електричного струму є **сила струму** (I), тобто кількість заряду, яка проходить через переріз провідника за одиницю часу:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (1.27)$$

Густина електричного струму – це кількість заряду, яка проходять через *одиницю площі* провідника за одиницю часу:

$$j = \frac{dq}{dSdt}. \quad (1.28)$$

Зв'язок густини струму з середньою швидкістю напрямленого руху \vec{v} задається наступним виразом

$$\vec{j} = qn\vec{v}, \quad (1.29)$$

де n – концентрація носіїв струму.

Електричний опір – це властивість провідника чинити супротив проходженню електричного струму. Опір залежить від геометричних розмірів та властивостей провідника. Зокрема, опір однорідного провідника довжиною l з площею поперечного перерізу S :

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (1.30)$$

де ρ – питомий опір провідника, величина якого залежить від матеріалу провідника та зовнішніх чинників, таких як температура. У лінійному наближенні залежність питомого опору металів від температури (T) описується виразом:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha(T - T_0)), \quad (1.31)$$

де ρ_0 питомий опір при температурі T_0 , α – температурний коефіцієнт опору.

Електричний опір системи провідників при послідовному $R_{\text{посл}}$ та паралельному $R_{\text{пар}}$ з'єднанні:

$$\begin{aligned} R_{\text{посл}} &= \sum_i R_i \\ 1/R_{\text{пар}} &= \sum_i 1/R_i \end{aligned} \quad (1.32)$$

де R_i – опір i -того елементу у з'єднанні.

Закон Ома:

а) для однорідної ділянки кола:

$$I = U/R, \quad (1.33)$$

де U – різниця потенціалів на кінцях ділянки, R – електричний опір ділянки;

б) для ділянки кола, що містить джерело струму:

$$I = (U \pm \xi) / R, \quad (1.34)$$

де ξ – електрорушійна сила (ЕРС) джерела струму, R – повний електричний опір ділянки;

в) для замкнутого кола:

$$I = \xi / (R + r) \quad (1.35)$$

де R – електричний опір зовнішньої частини кола (зовнішній опір), r – електричний опір джерела струму (внутрішній опір);

г) у диференційній формі:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E}, \quad (1.36)$$

де \vec{E} – напруженість електричного поля у даній точці провідника, $\sigma = \rho^{-1}$ – питома провідність матеріалу, з якого виготовлено провідник.

Робота електричного струму визначається роботою сил електричного поля по перенесенню вільних електричних зарядів у провіднику

$$dA = IUdt = I^2 R dt, \quad (1.37)$$

де dt – час проходження електричного струму з силою I через провідник з опором R .

Відповідно до **закона Джоуля-Ленца** кількість теплоти dW , що виділяється у провіднику при проходженні електричного струму, дорівнює роботі електричного струму

$$dW = dA. \quad (1.38)$$

Потужність електричного струму визначається наступними виразами:

$$P = \frac{dA}{dt} = I^2 R = IU = \frac{U^2}{R}. \quad (1.39)$$

Для вирішення практичних задач, пов'язаних з проходженням струму через систему опорів, доцільно використовувати **правила Кірхгофа**:

а) **перше правило**: алгебраїчна сила струмів у вузлі дорівнює нулю:

$$\sum_i (\pm I_i) = 0, \quad (1.40)$$

де знак «+» зазвичай використовується для струмів, які втікають у вузол, знак «-» для струмів, які витікають з вузла; закон є наслідком закону збереження заряду.

б) **друге правило** – у будь-якому замкнутому контурі алгебраїчна сума падінь напруг на окремих ділянках контуру дорівнює алгебраїчній сумі діючих у цьому контурі ЕРС:

$$\sum_i (\pm I_i R_i) = \sum_j (\pm \xi_j). \quad (1.41)$$

де знак «+» використовується у випадку, коли напрям струму та ЕРС збігається з напрямком обходу контура; закон є наслідком потенціальності електричного поля.

При розрахунках за допомогою правил Кірхгофа зручно діяти у наступній послідовності.

1) Вказати сили струмів у кожній ділянці кола, враховуючи, що при розгалуженні величина сили струму змінюється. Напрями струмів можна вибирати довільно; якщо наприкінці розв'язку буде отримане від'ємне значення сили струму, то це свідчитиме лише про те, що дійсний напрямок струму на такій ділянці є протилежним до вказаного на початку розв'язку.

2) Для вузлів схеми (точок, де сходяться більше двох провідників) записати рівняння згідно з першим правилом Кірхгофа (1.40). При цьому струми, які входять у вузол, вважати додатними, а ті, що виходять з вузла – від'ємними. Кількість лінійно-незалежних рівнянь, які можуть бути отримані за допомогою першого правила, на одиницю менша, ніж загальна кількість вузлів.

3) Вибрати у колі різні замкнені контури і для них записати рівняння, що відповідають другому правилу Кірхгофа(1.41). У підсумку кількість рівнянь утвореної системи (разом з рівняннями (1.40) повинна дорівнювати кількості невідомих величин. При записі для замкненого контуру рівняння (1.41) необхідно спочатку вибрати (довільним чином) напрямок обходу контуру, після чого а) додатніми вважати сили струмів на тих ділянках контуру, для яких напрямки струмів збігаються з напрямом обходу контуру; б) додатними вважати ЕРС тих джерел, які б створювали струми, спрямовані у напрямку обходу контуру;

4) розв'язати отриману систему рівнянь.

Перший закон електролізу (І закон Фарадея) визначає масу речовини (m), яка виділяється на електроді при електролізі:

$$m = Kq = KIt, \quad (1.42)$$

де t – час електролізу, K – електрохімічний еквівалент речовини, q – заряд, що пройшов через електроліт, I – сила струму в електроліті.

Другий закон електролізу (ІІ закон Фарадея) визначає електрохімічний еквівалент речовини:

$$K = \frac{1}{F} \frac{M}{Z}, \quad (1.43)$$

де M – молярна маса речовини, Z – валентність речовини, F – стала Фарадея.

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ

Приклад 1. У вершинах правильного трикутника зі стороною $a = 10$ см, знаходяться заряди $q_1=10$ мкКл, $q_2=20$ мкКл і $q_3=30$ мкКл. Визначити силу F , що діє на заряд q_1 , з боку двох інших зарядів.

$a = 0,1$ м $q_1 = 10^{-5}$ Кл $q_2 = 2 \cdot 10^{-5}$ Кл $q_3 = 3 \cdot 10^{-5}$ Кл
$F - ?$

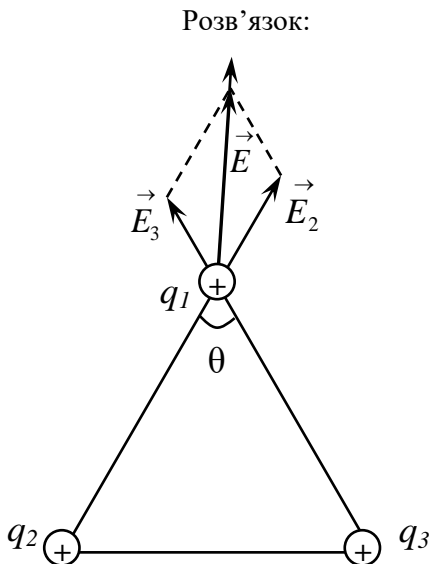


Рис.1.5

Знайдемо напруженість електричного поля, що створюється зарядами q_2 і q_3 у місці розташування заряду q_1 . Згідно з (1.4) напруженість E_2 поля, яке створюється зарядом q_2 у вершині трикутника, де знаходиться q_1 :

$$E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 a^2}, \quad (1)$$

а величина напруженості E_3 поля заряду q_3 в цій же точці:

$$E_3 = \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 a^2}. \quad (2)$$

Так як заряди q_2 і q_3 додатні, то вектор \vec{E}_2 спрямований вздовж сторони q_2q_1 трикутника $q_1q_2q_3$ від заряду q_2 , а вектор \vec{E}_3 – вздовж сторони q_3q_1 від заряду q_3 – див. рис.1.5.

Згідно з принципом суперпозиції електричних полів загальна напруженість \vec{E} у місці розташування заряду q_1 може бути знайдена як векторна сума \vec{E}_2 та \vec{E}_3 :

$$\vec{E} = \vec{E}_2 + \vec{E}_3. \quad (3)$$

Згідно з теоремою косинусів для модуля вектора \vec{E} отримуємо:

$$E^2 = E_2^2 + E_3^2 + 2E_2E_3 \cos\theta, \quad (4)$$

де θ – кут між сторонами q_2q_1 та q_3q_1 ; трикутник правильний, тому $\theta = 60^\circ$, $\cos 60^\circ = 1/2$.

Підставляючи (1) і (2) до (4) отримуємо:

$$E^2 = \left(\frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 a^2}\right)^2 + \left(\frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 a^2}\right)^2 + 2\frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 a^2} \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \cos\theta, \\ E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a^2} \sqrt{q_3^2 + q_2^2 + 2q_2q_3 \cos\theta}, \quad (5)$$

Тоді сила, що діє на заряд q_1 :

$$F = q_1 E, \\ F = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 a^2} \sqrt{q_2^2 + q_3^2 + 2q_2q_3 \cos\theta}. \quad (6)$$

Так як заряд q_1 додатний, то ця сила спрямована у той же бік, що і \vec{E} (див. рисунок).

Перевіримо розмірність сили:

$$[F] = \frac{\text{Кл}}{\text{Ф/м} \cdot \text{м}^2} \sqrt{\text{Кл}^2} = \frac{\text{Кл}^2}{\text{м}} \frac{\text{В}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{В}}{\text{м}} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}} = \text{Н}$$

Отримаємо:

$$F = \frac{10^{-5}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} (0,1)^2} \times \\ \times \sqrt{(2 \cdot 10^{-5})^2 + (3 \cdot 10^{-5})^2 + 2 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^{-5} \frac{1}{2}} \approx 392 \text{ (Н)}$$

Приклад 2. Два точкові заряди $q=10$ мкКл знаходяться в точках A та B на відстані $a = 10$ см один від одного. Знайти напруженість електричного поля у точці C , яка знаходиться на відстані $l = 4$ см від точки B , причому відрізок AB перпендикулярний до відрізка BC (див рис.).

$$a = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$l = 4 \text{ см} = 0,04 \text{ м}$$

$$q = 10 \text{ мкКл} = 10^{-5} \text{ Кл}$$

$E - ?$

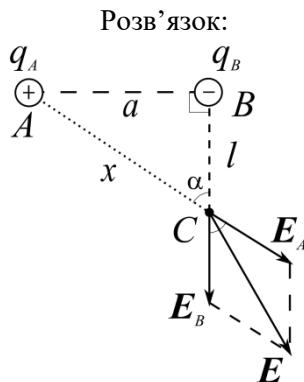


Рис.1.6

Позначимо заряди, які знаходяться в точках A та B , q_A та q_B , відповідно – див. рис. 1.6.

Для визначення напруженості використаємо принцип суперпозиції електричного поля:

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B,$$

де \vec{E}_A та \vec{E}_B - це напруженості електричних полів, які створюються зарядами q_A та q_B .

Квадрат модуля напруженості електричного поля може бути розрахований з використанням теореми косинусів:

$$E^2 = E_A^2 + E_B^2 + 2E_A E_B \cos(\alpha),$$

де α - кут між векторами \vec{E}_A та \vec{E}_B . Косинус цього кута можна знайти з трикутника ABC :

$$\cos(\alpha) = \frac{l}{x} = \frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}},$$

де $x = AC$. Для обчислення E_A та E_B використаємо вирази для напруженості, які створюються точковими зарядами:

$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2 + l^2}$$

$$E_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{l^2}.$$

Після підстановки даних виразів та виразу для косинуса у рівняння квадрату модуля напруженості, отримаємо:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\left(\frac{1}{a^2 + l^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{l^2}\right)^2} + 2 \frac{1}{a^2 + l^2} \frac{1}{l^2} \frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}}.$$

Перевіримо розмірності

$$[E] = \frac{\text{Кл}}{\text{Ф/м}} \sqrt{\frac{1}{\text{м}^4}} = \frac{\text{Кл}}{\text{м}} \frac{\text{В}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}} = \frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{Кл}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м} \cdot \text{Кл}} = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}.$$

Отже, остаточно для напруженості електричного поля маємо:

$$E = \frac{3 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \times$$

$$\times \sqrt{\left(\frac{1}{0,1^2 + 0,04^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{0,04^2}\right)^2} + 2 \frac{1}{0,04} \frac{1}{\sqrt{(0,1^2 + 0,04^2)^3}} =$$

$$= 1,7 \cdot 10^8 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$$

Відповідь: $E = 1,7 \cdot 10^8 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$

Приклад 3. Як зміниться сила взаємодії точкового заряду з металевою нейтральною кулькою, якщо відстань між ними зменшиться вдвічі. Відстань між тілами значно більша їхніх розмірів.

Розв'язок:

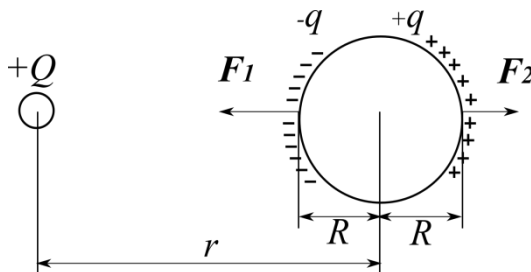


Рис.1.7

Припустимо, що величина точкового заряду $Q > 0$. Тіла взаємодіють внаслідок електростатичної індукції: в електричному полі, створеному зарядом, вільні носії в металевій кульці перерозподіляються таким чином, що поверхня, ближче розташована до заряду (ліва на Рис.1.7), буде заряджена різнойменно з ним, а протилежна поверхня – одноіменно. Індуковані поверхневі додатній та від'ємний заряди однакові за модулем – позначимо їх $\pm q$. Проте вони знаходяться на різних

відстанях від точкового заряду і тому електричні сили \vec{F}_1 та \vec{F}_2 , що діють на поверхні металевої кульки з боку точкового заряду різні за абсолютною величиною. Загальна сила взаємодії тіл спрямована вздовж прямої, що з'єднує їхні центри і за модулем дорівнює:

$$F = F_1 - F_2 = q(E_1 - E_2)$$

де E_1 та E_2 – напруженість електричного поля, що створюється зарядом Q в місці розташування $-q$ та $+q$, відповідно. Використовуючи вираз (1.4) наближено можна записати:

$$E_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(r-R)^2}; \quad E_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(r+R)^2}.$$

Остаточно запишемо:

$$\begin{aligned} F &= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{(r-R)^2} - \frac{1}{(r+R)^2} \right] = \\ &= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{r^2 + 2rR + R^2 - r^2 + 2rR - R^2}{(r^2 - R^2)^2} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{4rR}{(r^2 - R^2)^2} \end{aligned}$$

Так як $r \gg R$, то знехтувавши у знаменнику величиною R^2 отримаємо

$$F \approx \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{4R}{r^3}$$

Причиною виникнення індуковані зарядів є електричне поле точкового заряду і тому можна вважати, що їх величини пропорційна напруженості цього поля, тобто $q \sim E \sim \frac{1}{r^2}$. Таким чином, сила взаємодії тіл

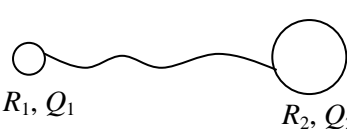
$$F \sim 1/r^5$$

Якщо кінцева відстань r' вдвічі менша ніж початкова $r' = r/2$, то відношення сил

$$\frac{F'}{F} = \frac{r^5}{(r')^5} = \frac{r^5}{(r'/2)^5} = 2^5 = 32.$$

Тобто сила збільшиться в 32 рази.

Приклад 4. Дві металеві кулі радіусами $R_1 = 5$ см і $R_2 = 10$ см мають заряди $Q_1 = 40$ нКл і $Q_2 = -20$ нКл, відповідно. Знайти енергію W , яка виділиться при розряді, якщо кулі з'єднати провідником. Відстань між кульками настільки велика, що їх взаємодію можна не враховувати.

$R_1 = 0,05$ м		Розв'язок:	
$R_2 = 0,1$ м			
$Q_1 = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл			
$Q_2 = -2 \cdot 10^{-8}$ Кл			
$W - ?$		Рис.1.8	
Потенціал	Φ	на	

поверхні кульки радіусом R , заряд якої дорівнює Q , дорівнює:

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}. \quad (1)$$

Тому потенціали Φ_1 та Φ_2 поверхонь першої та другої кульок до з'єднання

$$\Phi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{R_1}, \quad (2)$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{R_2}. \quad (3)$$

Згідно з умовою задач кульки не взаємодіють одна з одною, тому енергія системи до їх з'єднання може бути записана у вигляді:

$$W_1 = \frac{1}{2}(Q_1\Phi_1 + Q_2\Phi_2),$$

або, враховуючи (2) і (3):

$$W_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1^2}{R_1} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2^2}{R_2} \right) = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1^2}{R_1} + \frac{Q_2^2}{R_2} \right). \quad (4)$$

Після з'єднання металевих кульок провідником їх потенціали стають однаковими, отже мають змінитися заряди кульок. Якщо позначити ці нові заряди q_1 і q_2 , то їх потенціали φ_1 і φ_2 , будуть, згідно з (1), дорівнювати:

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1}, \quad \varphi_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}. \quad (5)$$

Одночасно

$$\varphi_1 = \varphi_2, \quad (6)$$

таким чином

$$\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2},$$

Отже, нові заряди кульок зв'язані між собою співвідношенням

$$q_1 = q_2 \frac{R_1}{R_2}. \quad (7)$$

Крім того, згідно з законом збереження електричного заряду має виконуватись рівність

$$Q_1 + Q_2 = q_1 + q_2. \quad (8)$$

Підставивши (7) у (8), отримаємо:

$$Q_1 + Q_2 = q_2 \frac{R_1}{R_2} + q_2 = q_2 \frac{R_1 + R_2}{R_2},$$

$$q_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} (Q_1 + Q_2), \quad (9)$$

$$q_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} (Q_1 + Q_2) \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} (Q_1 + Q_2). \quad (10)$$

Енергія системи, яка складається з двох кульок, після їх

з'єднання дорівнює:

$$W_2 = \frac{1}{2} (q_1 \Phi_1 + q_2 \Phi_2). \quad (11)$$

З урахуванням формул (5), (9) і (10) вираз для W_2 набуде вигляду:

$$\begin{aligned} W_2 &= \frac{1}{2} \left(q_1 \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + q_2 \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} \right) = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1^2}{R_1} + \frac{q_2^2}{R_2} \right) = \\ &= \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \times \left(\frac{R_1^2}{R_1(R_1 + R_2)^2} (Q_1 + Q_2)^2 + \frac{R_2^2}{R_2(R_1 + R_2)^2} (Q_1 + Q_2)^2 \right) = \\ &= \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{8\pi\epsilon_0} \times \left(\frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} + \frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2} \right) = \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{8\pi\epsilon_0 (R_1 + R_2)}. \quad (12) \end{aligned}$$

Енергія ΔW , яка виділиться при розряді, дорівнює зменшенню енергії системи кульок:

$$\begin{aligned} W &= W_1 - W_2 = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1^2}{R_1} + \frac{Q_2^2}{R_2} \right) - \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{8\pi\epsilon_0 (R_1 + R_2)} = \\ &= \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \left[\frac{Q_1^2}{R_1} + \frac{Q_2^2}{R_2} - \frac{(Q_1 + Q_2)^2}{R_1 + R_2} \right] = \\ &= \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{R_2(R_1 + R_2)Q_1^2 + R_1(R_1 + R_2)Q_2^2 - (Q_1 + Q_2)^2 R_1 R_2}{R_1 R_2 (R_1 + R_2)} \right) = \\ &= \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{R_2^2 Q_1^2 + R_1^2 Q_2^2 - 2R_1 R_2 Q_1 Q_2}{R_1 R_2 (R_1 + R_2)} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{(R_2 Q_1 - R_1 Q_2)^2}{R_1 R_2 (R_1 + R_2)} \\ W &= \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{(R_2 Q_1 - R_1 Q_2)^2}{R_1 R_2 (R_1 + R_2)} \quad (13) \end{aligned}$$

Перевіримо розмірність величини, яка описується виразом (13):

$$[W] = \frac{1}{\Phi \cdot \text{м}^{-1}} \frac{(\text{м} \cdot \text{Кл})^2}{\text{м}^3} = \frac{\text{Кл}^2}{\Phi} = \text{Кл}^2 \frac{\text{В}}{\text{Кл}} = \text{Кл} \cdot \text{В} = \text{Дж}.$$

Використовуючи формулу (13), знаходимо:

$$W = \frac{[0,1 \cdot 4 \cdot 10^{-2} - 0,05 \cdot (-2 \cdot 10^{-8})]^2}{8 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,05 \cdot 0,1 \cdot (0,05 + 0,1)} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ (Дж)}$$

Приклад 5. Точкові заряди $Q_1=2 \text{ мкКл}$, $Q_2=-10 \text{ мкКл}$ та $Q_3=5 \text{ мкКл}$ розташовані вздовж однієї прямої на однакових відстанях $a=10 \text{ см}$ один від одного. Яку роботу A потрібно виконати, щоб перенести заряд Q_1 у точку, розташовану в центрі відрізка, який з'єднує заряди Q_2 та Q_3 ?

$$\begin{aligned} Q_1 &= 2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} \\ Q_2 &= -10^{-5} \text{ Кл} \\ Q_3 &= 5 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} \\ a &= 0,1 \text{ м} \end{aligned}$$

$A - ?$

Розв'язок:

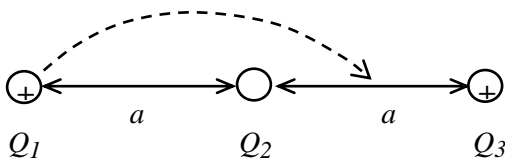


Рис.1.9

Для відшукування роботи знайдемо енергію системи у початковому (W_1) та кінцевому (W_2) станах. Зокрема

$$W_1 = \frac{1}{2} (W_{12} + W_{13} + W_{21} + W_{23} + W_{31} + W_{32}) \quad (1)$$

де W_{ij} – енергія взаємодії i -го та j -го зарядів. Множник « $1/2$ » враховує, що енергія взаємодії i -го та j -го зарядів у сумі (1) враховується двічі. Оскільки

$$W_{ij} = Q_i \varphi_j,$$

де φ_i – потенціал електричного поля, яке створюється зарядом Q_i у точці, де знаходиться заряд Q_i , маємо:

$$W_1 = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1 Q_2}{a} + \frac{Q_1 Q_3}{2a} + \frac{Q_2 Q_1}{a} + \frac{Q_2 Q_3}{a} + \frac{Q_3 Q_1}{2a} + \frac{Q_3 Q_2}{a} \right),$$

або

$$W_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1 Q_2}{a} + \frac{Q_1 Q_3}{2a} + \frac{Q_2 Q_3}{a} \right).$$

Після перенесення заряду Q_1 використовуючи аналогічні міркування отримуємо

$$W_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1 Q_2}{a/2} + \frac{Q_1 Q_3}{a} + \frac{Q_2 Q_3}{a/2} \right).$$

Тоді робота може бути визначена як різниця цих енергій:

$$A = W_1 - W_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{Q_1 Q_2}{a} - \frac{Q_1 Q_3}{2a} - \frac{Q_2 Q_3}{a} \right).$$

Остаточно маємо

$$A = W_1 - W_2 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 a} (Q_1 Q_2 + Q_2 Q_3 + Q_1 Q_3 / 2)$$

Використовуючи остаточну формулу, знаходимо:

$$A = -\frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1} \times \\ \times \left(2 \cdot 10^{-6} \cdot (-10^{-5}) + (-10^{-5}) \cdot 5 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6} / 2 \right) \approx 5,9 \text{ (Дж)}$$

Приклад 6. На відстані $a = 10$ см від нескінченної провідної площини знаходиться точковий заряд $+q = 10$ нКл. Визначити напруженість і потенціал електричного поля в точці A , що знаходиться на відстані a від площини і на відстані $2a$ від заряду q .

$$a = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$q = 10 \text{ нКл} = 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$E(2a) - ?$$

Дія заряду $+q$, індукованого на нескінченній провідній площині, еквівалентна дії точкового заряду $-q$, який є дзеркальним відображенням заряду $+q$ - див. Рис.1.10. Такий підхід

називається методом відображень і ґрунтується на тому, що для системи двох зарядів $+q$ та $-q$ потенціал в місці розташування площини буде постійним, що співпадає з випадком системи заряд-провідна площина

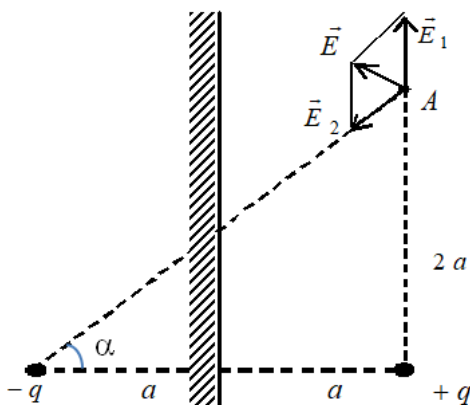


Рис. 1.10

Тоді, згідно з принципом суперпозиції, напруженість поля в точці А дорівнює

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2,$$

де $E_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 4a^2}$, $E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 8a^2}$ – напруженості електричних

полів, що створюються в т.А зарядами $+q$ та $-q$, відповідно.

Згідно з теоремою косинусів: $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \alpha}$. В нашому випадку кут $\alpha = 45^\circ$.

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{64} - \frac{\sqrt{2}}{32}} = \frac{q}{32\pi\epsilon_0 a^2} \sqrt{5 - 2\sqrt{2}}$$

$$E = \frac{10^{-8}}{16 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} (0,1)^2} \sqrt{5 - 2\sqrt{2}} \approx 3,3 \cdot 10^3 \text{ (В/м)}$$

Аналогічно, згідно з принципом суперпозиції потенціал в т. А дорівнює

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2,$$

де

$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 2a}, \quad \varphi_2 = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 2\sqrt{2}a}$$

Тоді

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 2a} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\varphi = \frac{10^{-8}}{8 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx 132 \text{ (В)}.$$

Приклад 7. Дві довгі прямі паралельні нитки знаходяться на відстані $d=5$ см одна від одної. На нитках рівномірно розподілені заряди з лінійними густинами $\lambda_1=-5$ нКл/см и $\lambda_2=10$ нКл/см. Визначити напруженість E електричного поля в точці, віддаленій від першої нитки на відстань $r_1 = 3$ см і від другої на відстань $r_2 = 4$ см.

$d = 0,05 \text{ м}$ $\lambda_1 = -5 \cdot 10^{-10} \text{ Кл/м}$ $\lambda_2 = 1 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}$ $r_1 = 0,03 \text{ м}$ $r_2 = 0,04 \text{ м}$
--

$E - ?$

Розв'язок:

Спочатку знайдемо напруженість електричного поля \vec{E}_0 , яке створює одна довга пряма нитка, по якій рівномірно розподілено заряд з лінійною густиною λ ,

в точці А, віддаленій від нитки на відстань r (див рис.1.11).

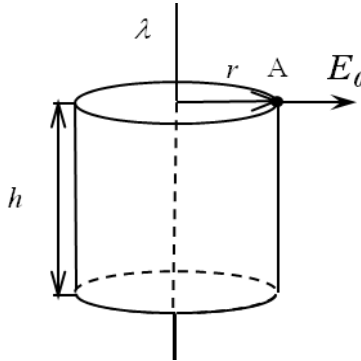


Рис. 1.11

Спочатку знайдемо напруженість електричного поля \vec{E}_0 , яке створює одна довга пряма нитка, по якій рівномірно розподілено заряд з лінійною густиною λ , в точці А, віддаленій від нитки на відстань r (див рис.1.11). Для цього скористаємося теоремою Остроградського-Гаусса і побудуємо поверхню, що проходить через т. А у вигляді циліндру висотою h і радіусом r , вісь якого співпадає з ниткою. Враховуючи симетрію задачі можна сказати, що вектор напруженості буде спрямований вздовж радіуса циліндру (при додатному заряду нитки від неї, при від'ємному – до неї), причому в усіх точках бокової поверхні циліндра він буде однаковий за модулем. Тоді вираз (1.6) перетворюється на наступний:

$$\oint_s \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = E_0 \cdot 2\pi r h = \frac{1}{\epsilon_0} \lambda h, \quad (1)$$

де $(2\pi r h)$ – площа бокової поверхні циліндра, λh – заряд тієї частини нитки, що знаходиться всередині циліндру; у формулі враховано, що потік вектора напруженості через основи циліндра дорівнює нулеві, так як там вектори \vec{E}_0 та $d\vec{S}$ взаємоперпендикулярні. Звідси випливає, що

$$E_0 = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}. \quad (2)$$

Перевіримо розмірність отриманого виразу:

$$[E] = \frac{\text{Кл/м}}{\text{м} \cdot \Phi/\text{м}} = \frac{\text{Кл}}{\Phi \cdot \text{м}} = \text{В/м}.$$

Згідно з принципом суперпозиції електричних полів, напруженість E у вказаній точці:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \quad (3)$$

де \vec{E}_1 та \vec{E}_2 – вектори напруженості електричних полів, що створюються першою та другою нитками у цій точці відповідно.

$$E_1 = \frac{|\lambda_1|}{2\pi\epsilon_0 r_1}; \quad E_2 = \frac{\lambda_2}{2\pi\epsilon_0 r_2} \quad (4)$$

На рис. 1.12 при

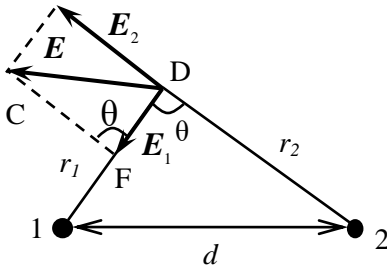


Рис.1.12

проведенні векторів \vec{E}_1 та \vec{E}_2 враховано знаки зарядів ниток, а саме те, що нитка 1 заряджена негативно, а нитка 2 – позитивно.

Запишемо теорему косинусів:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2 E_1 E_2 \cos \theta, \quad (5)$$

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2 r_1 r_2 \cos \theta. \quad (6)$$

Остаточно отримуємо

$$\cos \theta = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2 r_1 r_2},$$

$$E^2 = \left(\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \right)^2 \left[\left(\frac{\lambda_1}{r_1} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_2}{r_2} \right)^2 + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{r_1 r_2} \left(\frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{r_1 r_2} \right) \right]$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sqrt{\left(\frac{\lambda_1}{r_1} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_2}{r_2} \right)^2 + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{r_1 r_2} \left(\frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{r_1 r_2} \right)} \quad (7)$$

Використовуючи формулу (7), знаходимо:

$$E \approx 5,4 \cdot 10^2 \text{ (В/м)}$$

Приклад 8. Двом концентричним тонким металевим сферам радіусами $R_1=10$ см та $R_2=20$ см надано електричні заряди $Q_1=3$ мкКл та $Q_2=-12$ мкКл відповідно. Якими виразами описуються напруженість та потенціал електричного поля в областях простору 1) $r < R_1$; 2) $R_1 \leq r \leq R_2$; 3) $r > R_2$ (де r – відстань від центра сфер)? Визначити заряд q_1 внутрішньої сфери після її заземлення.

Розв'язок:

$R_1 = 0,1$ м	Розглянемо тонку металеву сферу радіусом R , якій надано заряд Q – див. рис. 1.13. Проведемо всередині цієї сфери додаткову концентричну сферу радіусом $r < R$. Оскільки заряд всередині додаткової сфери відсутній, то, за
$R_2 = 0,2$ м	
$Q_1 = 3 \cdot 10^{-6}$ Кл	
$Q_2 = -12 \cdot 10^{-6}$ Кл	
$q_1 - ?$	

теоремою Остроградського-Гауса, потік вектора \vec{E} через її поверхню дорівнює нулю. Очевидно, що це можливо, якщо у кожній точці поверхні додаткової сфери $\vec{E} = 0$. Враховуючи, що радіус r був вибраний довільно ($r < R$), можна стверджувати: напруженість електричного поля у будь-якій точці всередині зарядженої порожньої сфери дорівнює нулю.

Якщо провести додаткову концентричну сферу радіусом $r' \geq R$, то враховуючи симетрію задачі можна сказати, що у всіх точках поверхні цієї сфери вектор напруженості буде спрямований вздовж її радіуса і буде однаковим за модулем. Тоді вираз (1.6) має бути записаний у вигляді:

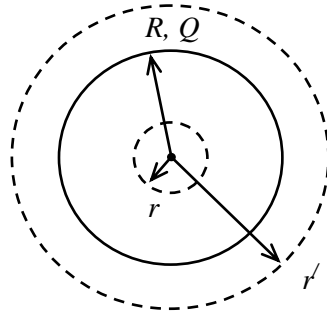


Рис.1.13

$$\oint \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = E \cdot 4\pi r'^2 = Q/\epsilon_0 \quad (1)$$

Таким чином, узагальнюючи можемо сказати, що напруженість електричного поля, яке створюється тонкою металевою однорідно зарядженою сферою на відстані r від її центру описується виразом

$$E(r) = \begin{cases} 0, & 0 \leq r < R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, & r \geq R \end{cases} \quad (2)$$

Як видно з формули (2), в даному випадку напруженість електричного поля залежить лише від відстані до центра сфери. Тому в цьому випадку вираз для напруженості можна записати у вигляді $E = d\phi/dr$. Припустивши, що на нескінченності потенціал рівний нулю, після інтегрування отримаємо:

$$\phi(r) = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}, & 0 \leq r < R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}, & r \geq R \end{cases} \quad (3)$$

Скористаємось отриманими результатами для розв'язку задачі. Згідно з принципом суперпозиції електричних полів (1.5):

$$\vec{E}(r) = \vec{E}_1(r) + \vec{E}_2(r), \quad (4)$$

$$\varphi(r) = \varphi_1(r) + \varphi_2(r), \quad (5)$$

де $\vec{E}_1(r)$ та $\varphi_1(r)$ і $\vec{E}_2(r)$ та $\varphi_2(r)$ - напруженість та потенціал електричного поля, яке створюється кожною зі сфер. Врахувавши знаки зарядів сфер отримаємо:

$$E(r) = \begin{cases} 0, & 0 \leq r < R_1 \\ \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}, & R_1 \leq r < R_2, \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_1 - Q_2|}{r^2}, & r \geq R_2 \end{cases} \quad (6)$$

$$\varphi(r) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1}{R_1} - \frac{|Q_2|}{R_2} \right), & 0 \leq r < R_1 \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1}{r} - \frac{|Q_2|}{R_2} \right), & R_1 \leq r < R_2, \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1 - |Q_2|}{r} \right), & r \geq R_2 \end{cases} \quad (7)$$

Якщо внутрішню сферу заземлити, то її потенціал має бути рівним нулеві. Для цього необхідно, щоб змінився її заряд таким чином, щоб $\varphi(r = R_1) = 0$ при незмінності заряду

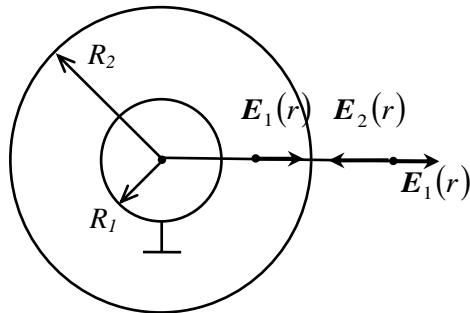


Рис.1.14

зовнішньої сфери. Величину q_1 нового заряду внутрішньої сфери знайдемо використовуючи вираз (7):

$$0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{R_1} - \frac{|Q_2|}{R_2} \right),$$

тобто

$$q_1 = |Q_2| R_1 / R_2. \quad (8)$$

Використовуючи формулу (8), знаходимо:

$$q_1 = 0,1 \cdot 12 \cdot 10^{-6} / 0,2 = 6 \cdot 10^{-6} \quad (\text{Кл})$$

Приклад 9. Однорідно заряджена з об'ємною густиною заряду (+ ρ) куля радіусом R_1 містить сферичну порожнину радіусом R_2 ($R_1 > R_2$). Відстань між центрами сфери та порожнини дорівнює a . Чому дорівнює напруженість електричного поля E у порожнині?

Розв'язок:

Для розв'язку подібного типу задач порожнину зручно розглядати як результат накладання двох рівномірно заряджених сфер з однаковими за величиною, але протилежними за знаком густинами зарядів (відповідно (+ ρ) та (- ρ)). Тобто, сферу з порожниною можна вважати системою, яка складається зі сфери радіусом R_1 , яка однорідно заряджена позитивним зарядом з

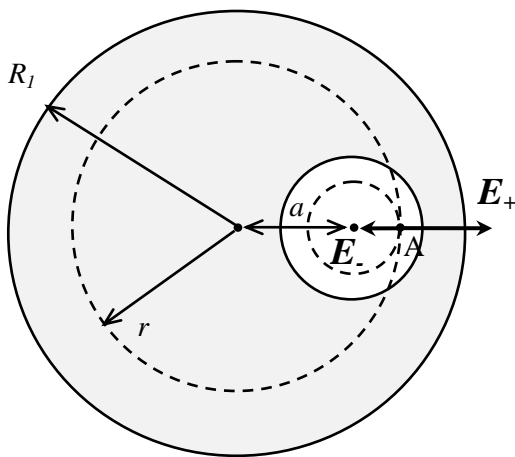


Рис.1.15

густиною $(+\rho)$ та сфери радіусом R_2 , що також рівномірно заряджена, але негативним зарядом з густиною $(-\rho)$.

Виберемо на прямій, яка з'єднує центри сфери та порожнини довільну точку А всередині порожнини. Нехай вона знаходиться на відстані r від центра сфери. Виконаємо додаткову побудову: проведемо сферу радіусом r , концентричну сфері радіусом R_1 та сферу радіусом $(r-a)$, центр якої співпадає з центром порожнини. За теоремою Остроградського-Гауса потік вектора \vec{E} через замкнену поверхню визначається тільки тим зарядом, який цією поверхнею охоплюється. Отже, напруженість E_A у т. А буде визначатися, з одного боку, напруженістю електричного поля E_+ на поверхні сфери радіусом r і об'ємною густиною заряду всередині сфери $(+\rho)$, а з іншого – напруженістю електричного поля E_- на поверхні сфери радіусом $(r-a)$ і об'ємною густиною заряду $(-\rho)$. Як видно з рис. 1.15, напруженості полів цих сфер у т. А спрямовані у різні боки, тому

$$E_A = E_+ - E_-.$$

Використавши міркування, подібні тим, що наведені у Прикладі 8, можемо записати:

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_+}{r^2}$$

$$E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_-|}{(r-a)^2},$$

де Q_+ та Q_- заряди всередині сфер, так як вони заряджені рівномірно, то

$$Q_+ = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

$$|Q_-| = \frac{4}{3}\pi (r-a)^3 \rho.$$

Таким чином,

$$E_A = \frac{\rho}{3\epsilon_0} [r - (r - a)] = \frac{\rho a}{3\epsilon_0}$$

Виявляється, що напруженість E_A не залежить від положення т. А всередині порожнини і визначається лише відстанню між центрами сфери та порожнини. Таким чином, електричне поле у порожнині є однорідним і визначається останньою формулою.

Приклад 10. Тонка прямолінійна дротина довжиною $2a$ рівномірно заряджена зарядом з лінійною густиною λ . До середини дротини проведено перпендикуляр. Знайти напруженість E_A та потенціал φ_A електричного поля у точці А, розташованій на відстані b від дротини (вздовж перпендикуляра).

Розв'язок:

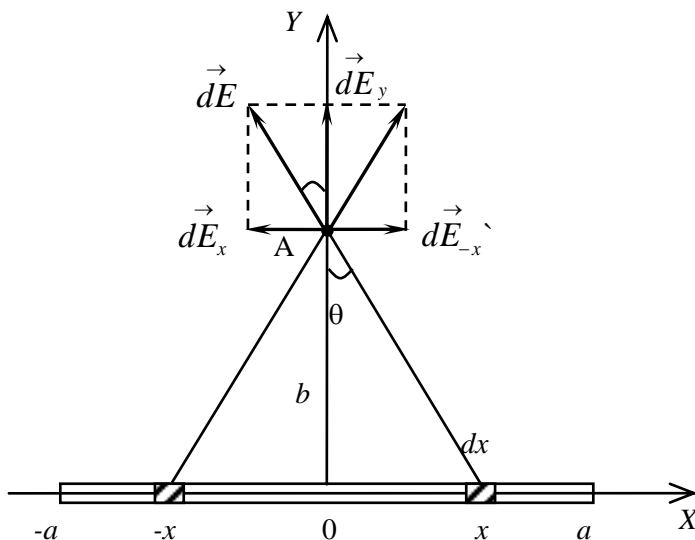


Рис.1.16

Виберемо систему координат таким чином, щоб її початок знаходився в основі перпендикуляру, вісь X була спрямована вздовж дротини, а вісь Y вздовж перпендикуляру - див. рис. 1.16.

Розділимо дротину на елементарні відрізки довжиною dx . Заряд такого елементарного відрізка $dq = \lambda dx$, у т. А він створює електричне поле, потенціал якого, згідно з виразом (1.8), визначається виразом

$$d\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{\sqrt{x^2 + b^2}},$$

де $\sqrt{x^2 + b^2}$ - відстань від т. А до елементарного відрізка, положення якого характеризується координатою x . Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів (1.9), потенціал результуючого поля, яке створюється всіма елементарними відрізками в т. А можна визначити шляхом інтегрування:

$$\varphi_A = \int d\varphi = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-a}^a \frac{dx}{\sqrt{x^2 + b^2}}.$$

З математичного аналізу значення такого інтегралу відомо:

$$\varphi_A = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln\left(x + \sqrt{x^2 + b^2}\right) \Big|_{-a}^a = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left| \frac{\sqrt{a^2 + b^2} + a}{\sqrt{a^2 + b^2} - a} \right|$$

При обчисленні напруженості електричного поля також будемо використовувати принцип суперпозиції (1.5). Але при цьому варто врахувати, що завдяки симетрії задачі для кожного елементарного відрізка, розташованого при додатніх значеннях x можна знайти відрізок з іншого боку від початку координат на такій же відстані від нього; цей відрізок буде створювати в т. А електричне поле, складова напруженості паралельна дротині якого буде компенсувати цю складову поля, утвореного першим елементарним відрізком. Тобто, достатньо враховувати лише складову dE_y напруженості електричного поля заряду dq :

$$dE_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{x^2 + b^2} \cos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{x^2 + b^2} \frac{b}{\sqrt{x^2 + b^2}},$$

$$E_A = \frac{\lambda b}{4\pi\epsilon_0} \int_{-a}^a \frac{dx}{(x^2 + b^2)^{3/2}} = \frac{\lambda b}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{b^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + b^2}} \Big|_{-a}^a = \frac{\lambda a}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{b\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$E_A = \frac{\lambda a}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{b\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Приклад 11. У простір між обкладками плоского незарядженого конденсатора введено тонку металеву пластину такої ж площі, яка має заряд $+Q$. Пластина розташована паралельно до обкладок на відстанях a та b від них ($b > a$). Обкладки з'єднують провідником. Які електричні заряди q_1 та q_2 встановляться на обкладках?

Розв'язок:

Напруженість електричного поля E , яке створюється пластиною по обидва боки від неї:

$$E = \frac{Q}{2\epsilon_0 S}, \quad (1)$$

де S – площа пластини. Нехай потенціал електричного поля біля поверхні пластини дорівнює ϕ_0 , а в точках, де розташовані обкладки А та В – відповідно ϕ_A та ϕ_B . При перенесенні силами електричного поля одиничного позитивного заряду з поверхні зарядженої пластини до обкладки В

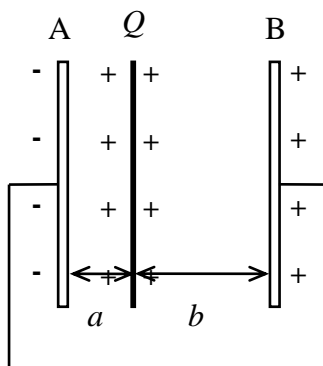


Рис.1.10

буде виконано роботу $(\varphi_0 - \varphi_B) = Eb$, а при перенесенні такого ж заряду до пластини А – відповідно $(\varphi_0 - \varphi_A) = Ea$. Тому між обкладинками А та В існує різниця потенціалів

$$\varphi_A - \varphi_B = E(b - a) = Q(b - a)/2\varepsilon_0 S, \quad (2)$$

причому якщо $b > a$, то $\varphi_A > \varphi_B$. При з'єднанні обкладинок виникне рух вільних носіїв заряду, на обкладинці А буде накопичуватись негативний, а на обкладинці В – позитивний заряди. Зрозуміло, що за абсолютною величиною ці заряди будуть однаковими, тобто $|q_1| = |q_2| = q$. Рух вільних зарядів припиниться у той момент, коли потенціали поверхонь А та В зрівняються.

З іншого боку, якщо на обкладинках А та В з'явилися індуковані заряди величиною $(-q)$ та $(+q)$, то всередині такого конденсатора завдяки цим зарядам виникне електричне поле напруженістю

$$E' = \frac{q}{\varepsilon_0 S}, \quad (3)$$

а напруга на конденсаторі U буде дорівнювати

$$U = E(a + b) = q(a + b)/\varepsilon_0 S. \quad (4)$$

Оскільки результуюча різниця потенціалів між обкладинками має бути рівною нулеві, то

$$\varphi_A - \varphi_B = U. \quad (5)$$

Підставляючи (2) та (4) в (5) отримаємо

$$Q(b - a)/2\varepsilon_0 S = q(a + b)/\varepsilon_0 S,$$

$$q = \frac{Q(b - a)}{2(a + b)}.$$

Приклад 12. Між пластинами зарядженого конденсатора розташована слюдяна пластинка з діелектричною проникністю

$\varepsilon = 6$. Визначити, який тиск діє на неї, якщо напруженість електричного поля всередині конденсатора $E = 1000 \text{ кВ/м}$.

$$\begin{array}{|l} \varepsilon = 6 \\ E = 10^6 \text{ В/м} \\ p - ? \end{array}$$

Розв'язок:

Напруженість E_0 електричного поля, що створюється зарядженою площиною поблизу її поверхні, описується формулою:

$$E_0 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}, \quad (1)$$

де σ – поверхнева густина заряду на площині. Формула для E_0 записана за умови, що пластина знаходиться в середовищі, для якого діелектрична проникність дорівнює одиниці (вакуум, повітря).

Конденсатор складається з двох різнойменно заряджених пластин (обкладинок), напруженість електричного поля E всередині нього згідно з принципом суперпозиції електричних полів буде дорівнювати сумі напруженостей полів, що створюються кожною обкладинкою окремо, тобто:

$$E = 2E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \quad (2)$$

При внесенні діелектричної пластинки в електричне поле вона поляризується – на її поверхні з'являються зв'язані заряди. Знайдемо поверхневу густина заряду σ' , який з'явиться на слюдяній пластинки при внесенні її в конденсатор. Для цього використаємо той факт, що, з одного боку, напруженість поля E' всередині пластинки має бути в ε разів менша ніж у порожньому конденсаторі, а з іншого E' дорівнює різниці напруженостей, що

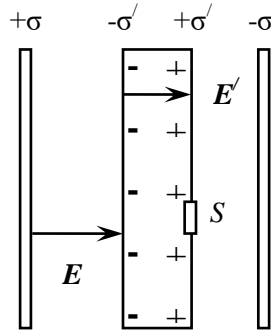


Рис.1.18

створюються обкладинками конденсатора і зарядами на поверхнях діелектрика, тобто:

$$E' = \frac{E}{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}. \quad (3)$$

З врахуванням (2) з формули (3) отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{E}{\varepsilon} &= E - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}, \\ \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} &= E - \frac{E}{\varepsilon} = \frac{E}{\varepsilon}(\varepsilon - 1), \\ \sigma' &= \frac{\varepsilon_0 E(\varepsilon - 1)}{\varepsilon}. \end{aligned} \quad (4)$$

Розглянемо невеликий елемент на поверхні пластинки площею S . Його заряд

$$q' = \sigma' S. \quad (5)$$

На заряд q' діють сили з боку обкладинок конденсатора і з боку протилежної грані пластинки. З врахуванням напрямків сил, вираз для загальної сили F , що діє на заряд q' має вигляд:

$$F = q' \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + q' \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - q' \frac{\sigma'}{2\varepsilon_0}. \quad (6)$$

Підставляючи (2), (4) та (5) до (6), маємо:

$$\begin{aligned} F &= \sigma' S \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \sigma' S \frac{\sigma'}{2\varepsilon_0} = \\ &= \frac{\varepsilon_0 E(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} SE - \left(\frac{\varepsilon_0 E(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} \right)^2 S \frac{1}{2\varepsilon_0} = \\ &= S\varepsilon_0 E^2 \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} - \frac{(\varepsilon - 1)^2}{2\varepsilon^2} \right) = S\varepsilon_0 E^2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \left(1 - \frac{\varepsilon - 1}{2\varepsilon} \right) = \end{aligned}$$

$$= S \varepsilon_0 E^2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \frac{(2\varepsilon - \varepsilon + 1)}{2\varepsilon} = \frac{S \varepsilon_0 E^2 (\varepsilon - 1)(\varepsilon + 1)}{2\varepsilon^2} = \frac{S \varepsilon_0 E^2 (\varepsilon^2 - 1)}{2\varepsilon^2} \quad (7)$$

Тоді тиск на пластину:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{\varepsilon_0 E^2 (\varepsilon^2 - 1)}{2\varepsilon^2}.$$

Перевіримо розмірність:

$$[p] = \Phi \cdot \text{м}^{-1} \cdot (\text{В} \cdot \text{м}^{-1})^2 = \Phi \cdot \text{В}^2 \cdot \text{м}^{-3} = \text{м}^2 \text{кг}^{-1} \text{с}^4 \text{А}^2 (\text{м}^2 \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \text{А}^{-1})^2 \cdot \text{м}^{-3} = \\ = \text{кг} \cdot \text{м}^{-1} \text{с}^{-2} = \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{м}^{-2} = \text{Н} \cdot \text{м}^{-2} = \text{Па}$$

Використовуючи остаточну формулу для тиску, знаходимо:

$$p = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (10^6)^2 (6^2 - 1)}{2 \cdot 6^2} \approx 4,3 \text{ (Па)}.$$

Приклад 13. Відстань між пластинами плоского конденсатора $d = 2 \text{ мм}$, різниця потенціалів $U = 600 \text{ В}$. Заряд кожної пластини $q = 40 \text{ нКл}$. Визначити енергію W поля конденсатора і силу F взаємного притягання пластин.

$d = 0,002 \text{ м}$
$U = 600 \text{ В}$
$q = 4 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$
$W - ?$
$F - ?$

Розв'язок:
Енергія зарядженого конденсатора описується виразом

$$W = \frac{qU}{2},$$

тобто

$$W = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ (Дж)}.$$

Одна з обкладинок конденсатора перебуває в електричному полі іншої, тому для сили взаємного притягання справедливо

$$F = qE_0,$$

де E_0 – напруженість електричного

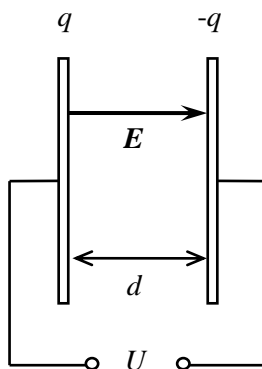


Рис.1.19

поля, яке створюється однією з пластин, вона пов'язана з повною напруженістю електричного поля в конденсаторі співвідношенням

$$E_0 = E/2.$$

Електричне поле у плоскому конденсаторі однорідне, тому

$$E = U/d.$$

Таким чином

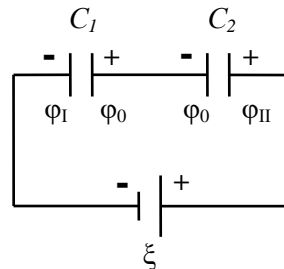
$$F = \frac{qU}{2d} = 0,006 \text{ (Н)}.$$

Приклад 14. Два конденсатори ємністю $C_1 = 5 \text{ мкФ}$ та $C_2 = 8 \text{ мкФ}$ з'єднані послідовно і приєднані до батареї з ЕРС $\varepsilon = 80 \text{ В}$. Знайти заряди Q_1 і Q_2 кожного з конденсаторів і різниці потенціалів U_1 і U_2 між їх обкладинками.

Розв'язок:

$$\begin{array}{l} C_1 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} \\ C_2 = 8 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} \\ \xi = 80 \text{ В} \\ \hline Q_1 - ?, Q_2 - ? \\ U_1 - ?, U_2 - ? \end{array}$$

Позначимо
потенціал
обкладинки
конденсатора C_1 ,
з'єднаної з мінусом
джерела живлення
(ліва обкладинка),



як φ_I , потенціал обкладинки
конденсатора C_2 , з'єднаної з плюсом

Рис.1.20

джерела живлення (права обкладинка), як φ_{II} , а потенціали інших обкладинок конденсатора (внутрішні обкладинки) – φ_0 (потенціали однакові, так як обкладинки з'єднані між собою) – див. рис. 1.20.

Нехай ліва обкладинка отримала від батареї заряд $(-Q)$, а права $(+Q)$. Тоді внутрішні обкладинки, з'єднані між собою провідником, будуть знаходитися у зовнішньому електричному полі, створеному різнойменними зарядами лівої та правої

обкладинок. У такій системі буде відбуватися електростатична індукція, в наслідок якої на лівій та правій внутрішніх обкладинках виникатимуть різнойменні, але рівні за модулем індуковані заряди. Перерозподіл зарядів у системі завершиться тоді, коли величина внутрішніх зарядів за модулем зрівняється з величиною зовнішніх зарядів лівої та правої обкладинок. Таким чином, при послідовному з'єднанні конденсаторів зовнішні заряди подаються тільки на крайні праву та ліву обкладинки, заряд решти обкладинок індукований, тобто у сумі дорівнює нулю. Тому заряди конденсаторів однакові і дорівнюють заряду усієї системи: $Q_I = Q_2 = Q$.

За визначенням:

$$\varphi_0 - \varphi_I = U_1 = \frac{Q}{C_1}, \quad (1)$$

$$\varphi_{II} - \varphi_0 = U_2 = \frac{Q}{C_2}, \quad (2)$$

де U_1 і U_2 – напруги на конденсаторах C_1 і C_2 , відповідно.

Додавши рівності (1) і (2), отримаємо:

$$\begin{aligned} (\varphi_0 - \varphi_I) + (\varphi_{II} - \varphi_0) &= \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}, \\ \varphi_{II} - \varphi_I &= Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Враховуючи, що $\varphi_{II} - \varphi_I = \varepsilon$, остаточно маємо:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = Q \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}, \\ Q &= \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \xi \end{aligned} \quad (4)$$

Перевіримо розмірність:

$$[Q] = \frac{\Phi \cdot \Phi}{\Phi + \Phi} \cdot V = \Phi \cdot V = \text{Кл}$$

Підставивши (4) в (1) та (2) знаходимо різницю потенціалів між обкладинками конденсаторів:

$$U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \xi, \quad (5)$$

$$U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \xi. \quad (6)$$

Використовуючи формули (4), (5), (6) знаходимо:

$$Q_1 = Q_2 = \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-6} + 8 \cdot 10^{-6}} \cdot 80 \approx 2,46 \cdot 10^{-4} \quad (\text{Кл})$$

$$U_1 = \frac{8 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-6} + 8 \cdot 10^{-6}} \cdot 80 \approx 49,2 \quad (\text{В})$$

$$U_2 = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-6} + 8 \cdot 10^{-6}} \cdot 80 \approx 30,8 \quad (\text{В})$$

Приклад 15. Сила струму у провіднику змінюється з часом за законом $I = I_0 \sin \omega t$. Знайти заряд q , що перетинає переріз провідника за час t , який дорівнює половині періоду T , якщо амплітуда сили струму $I_0 = 10 \text{ А}$, циклічна частота $\omega = 50 \pi \text{ с}^{-1}$.

$$\left. \begin{array}{l} I = I_0 \sin \omega t \\ t = T/2 \\ I_0 = 10 \text{ А} \\ \omega = 50 \pi \text{ с}^{-1} \\ q - ? \end{array} \right|$$

Розв'язок:

Сила струму I та заряд dq , що пройшов за час dt через переріз провідника, зв'язані між собою співвідношенням:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Отже, заряд q , що пройшов за час t , можна визначити за формулою:

$$q = \int_0^t I dt$$

За умовою задачі сила струму у провіднику змінюється за законом $I = I_0 \sin \omega t$. Підставивши цей вираз у формулу для q , знаходимо:

$$q = \int_0^t I_0 \sin \omega t \, dt = -\frac{I_0}{\omega} \cos \omega t \Big|_0^t = \frac{I_0}{\omega} (1 - \cos \omega t)$$

Період T і циклічна частота ω зв'язані між собою співвідношенням $T = 2\pi/\omega$; за умовою $t = T/2$, тому:

$$Q = \frac{I_0}{\omega} \left[1 - \cos \left(\omega \frac{T}{2} \right) \right] = \frac{I_0}{\omega} \left[1 - \cos \left(\omega \frac{\pi}{\omega} \right) \right] = \frac{I_0}{\omega} (1 - \cos \pi) = \frac{2I_0}{\omega}$$

Користуючись останньою формулою знаходимо:

$$Q = \frac{2 \cdot 10}{50 \cdot 3,14} \approx 0,13 \quad (\text{Кл}).$$

Приклад 16. За час $\Delta t = 5$ с сила струму через резистор опором $R = 20$ Ом лінійно збільшилась від нуля до величини $I_m = 15$ А. Яка кількість теплоти W виділилась у резисторі за цей час?

Розв'язок:

$R = 20 \text{ Ом}$ $\Delta t = 5 \text{ с}$ $I_m = 15 \text{ А}$ <hr/> $W - ?$	$\left \begin{array}{l} \text{Згідно з законом Джоуля-Ленца (1.33,} \\ \text{1.34):} \end{array} \right.$	$dW = I^2 R \, dt,$	(1)
--	--	---------------------	-----

де dW – кількість теплоти, що виділилась у провіднику з опором R за час dt ; I – сила струму в провіднику – величина, яка у загальному випадку залежить від часу. Якщо сила струму зростає лінійно, то:

$$I(t) = a t + b, \quad (2)$$

де a та b – сталі коефіцієнти. Згідно з умовою задачі

$$\begin{aligned} I(t=0) &= 0 = b \\ I(t=\Delta t) &= I_m = a\Delta t + b, \end{aligned} \quad (3)$$

тому

$$\begin{aligned} b &= 0 \\ a &= I_m / \Delta t. \end{aligned} \quad (4)$$

Таким чином, з врахуванням виразів (2) та (4) формула (1) набуде вигляду:

$$dW = \left(\frac{I_m}{\Delta t} t \right)^2 R dt. \quad (5)$$

Тоді кількість теплоти W , що виділась у провіднику за час Δt :

$$W = \int_0^{\Delta t} \frac{I_m^2}{\Delta t^2} R t^2 dt = \frac{I_m^2}{\Delta t^2} R \int_0^{\Delta t} t^2 dt = \frac{I_m^2}{\Delta t^2} R \frac{1}{3} \Delta t^3 = \frac{1}{3} I_m^2 R \Delta t \quad (6)$$

Користуючись формулою (4), знаходимо:

$$W = \frac{1}{3} (15)^2 \cdot 20 \cdot 5 = 7500 \text{ (Дж)}.$$

Приклад 17. Акумулятор з ЕРС $\xi = 12 \text{ В}$ заряджається від мережі постійного струму з напругою $U = 15 \text{ В}$. Визначити напругу U_i на клеммах акумулятора. Розглянути випадки, коли опір з'єднання між акумулятором і мережею дорівнює нулеві і коли цей опір дорівнює внутрішньому опору акумулятора $r = 10 \text{ Ом}$.

Розв'язок:

$$\begin{array}{l} \xi = 12 \text{ В} \\ U = 15 \text{ В} \\ r = 10 \text{ Ом} \\ \hline U_i = ? \end{array}$$

Запишемо закон Ома для ділянки кола, що містить ЕРС:

$$I(R + r) = U - \xi,$$

де I – сила струму

у колі, U – напруга на кінцях ділянки кола, що містить ЕРС; значення ЕРС ξ взято зі знаком "-" тому, що акумулятор ввімкнений у режимі зарядки, тобто напрямки струмів, які створюються зовнішнім джерелом та акумулятором,

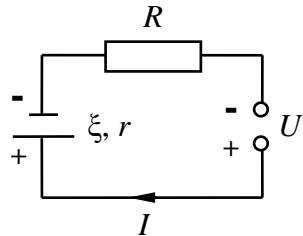


Рис.1.21

протилежні; r – внутрішній опір акумулятора, R – опір зовнішньої ділянки кола (опір з’єднання).

Напругу на клеммах акумулятора U_i можна знайти як різницю між напругою в мережі та падінням напруги на зовнішній ділянці кола:

$$U_i = U - IR.$$

Після підстановки, знаходимо:

$$U_i = U - \frac{U - \xi}{R + r} R = \frac{UR + Ur - UR + \xi R}{R + r} = \frac{Ur + \xi R}{R + r}.$$

У випадку, коли $R = 0$

$$U_i = U = 15 \text{ (В)};$$

коли ж $R = r$:

$$U_i = \frac{U + \xi}{2} = 13,5 \text{ (В)}$$

Приклад 18. *Внутрішній опір елемента живлення r в n разів менше зовнішнього опору R , яким замкнено елемент живлення з ЕРС ξ . Знайти, у скільки разів напруга на затискачах елемента відрізняється від ξ .*

Розв’язок:

За законом Ома для замкненого кола

$$I = \frac{\xi}{R - r}.$$

Оскільки напруга на затискачах елемента менша ЕРС на величину падіння напруги на внутрішній ділянці кола, то $U = \xi - Ir$, або, з урахуванням закону Ома для замкненого кола,

$$U = \xi - \frac{\xi r}{R + r} = \xi \frac{R}{R + r} = \frac{\xi}{1 + r/R}.$$

З умови задачі $R/r = n$ або $r/R = 1/n$. Тоді останнє рівняння можна звести до вигляду

$$U = \frac{\xi}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{n}{n+1} \xi,$$

Звідки

$$\frac{U}{\xi} = \frac{n}{n+1}$$

Видно, що якщо зовнішній опір R набагато більший внутрішнього r , то відношення r/R буде малим порівняно з одиницею, і величина напруги наблизиться до значення ЕРС.

Приклад 19. Три однакових батареї із внутрішнім опором $r = 6$ Ом двічі замкнули на деякий опір, один раз з'єднавши паралельно, а другий – послідовно. Сила струму в обох випадках однакова. Знайти величину зовнішнього опору.

Розв'язок:

При паралельному з'єднанні N однакових елементів живлення сила струму у зовнішній частині кола описується виразом

$$I_1 = \frac{\xi}{\frac{r}{n} + R},$$

де ξ – ЕРС кожного елементу, r – його внутрішній опір, R – опір зовнішньої частини кола. При послідовному з'єднанні

$$I_2 = \frac{N\xi}{Nr + R}.$$

За умовою задачі $I_1 = I_2$, $N = 3$, тому використовуючи попередні рівності матимемо

$$\frac{3\xi}{r + 3R} = \frac{3\xi}{3r + R}.$$

Очевидно, що $R = r = 6$ (Ом).

Приклад 20. Три резистори з опорами $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$ і $R_3 = 2 \text{ Ом}$, а також джерело живлення $\xi_1 = 2,2 \text{ В}$ з'єднані, як показано на рис.1.15. Знайти ЕРС ξ джерела, яке необхідно увімкнути у коло між точками А та В так, щоб через провідник опором R_3 проходив струм силою $I_3 = 1 \text{ А}$ у напрямку, що вказаний стрілкою. Внутрішнім опором джерел струму знехтувати.

Розв'язок:

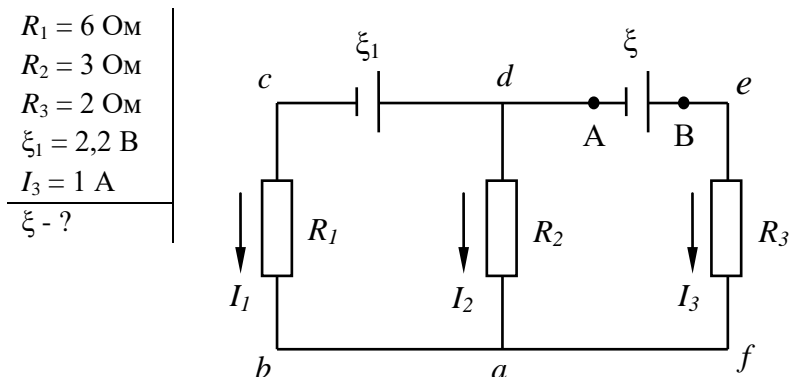


Рис.1.22

Розташуємо джерело з ЕРС ξ між точками А та В і використаємо правила Кірхгофа. Позначимо струми, що проходять через R_1 та R_2 , як I_1 та I_2 відповідно, спрямувавши їх так, як показано на рис. 1.22.

Згідно з першим правилом Кірхгофа для вузла a :

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0. \quad (1)$$

Запишемо друге правило Кірхгофа для замкнених контурів $ade f$ та $bcda$, вибираючи напрямок обходу за годинниковою стрілкою:

$$efad: I_3 R_3 - I_2 R_2 = \xi, \quad (2)$$

$$dabc: I_2 R_2 - I_1 R_1 = \xi_1. \quad (3)$$

Перед доданками $I_2 R_2$ у рівнянні (2) та $I_1 R_1$ у рівнянні (3) стоїть знак мінус тому, що вибрані напрями обходу контурів не співпадають з напрямками струмів I_2 та I_1 відповідно.

Із системи рівнянь (1)-(3) знайдемо ξ . Для цього виразимо I_1 з (1) та підставимо до (3):

$$\begin{aligned} I_1 &= -I_2 - I_3, \\ I_2 R_2 + (I_2 + I_3) R_1 &= \xi_1, \\ I_2 (R_2 + R_1) + I_3 R_1 &= \xi_1 \end{aligned}$$

звідси:

$$I_2 = \frac{\xi_1 - I_3 R_1}{R_1 + R_2}. \quad (4)$$

Підставимо (4) до (2):

$$\begin{aligned} \xi &= I_3 R_3 - R_2 \frac{(\xi_1 - I_3 R_1)}{(R_1 + R_2)} = \frac{I_3 R_1 R_3 + I_3 R_3 R_2 - R_2 \xi_1 + I_3 R_1 R_2}{R_1 + R_2} \\ \xi &= \frac{I_3 (R_1 R_3 + R_3 R_2 + R_1 R_2) - R_2 \xi_1}{R_1 + R_2} \end{aligned} \quad (5)$$

Користуючись формулою (5) знаходимо:

$$\xi = \{1 \cdot (6 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 6 \cdot 3) - 3 \cdot 2, 2\} / (6 + 3) \approx 3,3 \quad (\text{В}).$$

Задачі для самостійного розв'язку

Електростатика

- 1.1. У вершинах трикутника з сторонами довжиною $a = 2$ см знаходяться однакові заряди $Q = 2$ нКл. Знайти силу F_q , що діятиме на заряд $q = 1$ нКл, який розміщено на середині однієї з сторін трикутника.
- 1.2. В центр квадрату, у кожній вершині якого знаходяться однакові заряди $q = 2$ мкКл, вносять ще один заряд q' . Якою повинна бути величина цього заряду, щоб система знаходилась у стані рівноваги? Чи буде ця рівновага стійкою?
- 1.3. Два заряди $q_1 = +2 \cdot 10^{-9}$ Кл і $q_2 = -2 \cdot 10^{-9}$ Кл розміщені на відстані $l = 10^{-9}$ м один від одного. Визначити напруженість поля E у точці, що лежить в площині симетрії на відстані $r = 10^{-4}$ м від площини, в якій розміщено заряди.
- 1.4. Заряди $q_1 = q$ та $q_2 = -2q$ знаходяться на відстані l . З якою силою F діють ці заряди на третій заряд $q_3 = 3q$, якщо він розташований на відстані l від середини лінії, що з'єднує ці заряди?
- 1.5. В одній з вершин рівностороннього трикутника, сторона якого $a = 5$ см, розміщено заряд $q_1 = 2,5 \cdot 10^{-10}$ Кл, в іншій – заряд $q_2 = -3,5 \cdot 10^{-10}$ Кл. Визначити напруженість поля E у третій вершині.
- 1.6. Три однакові додатні заряди $q_1 = 1$ нКл, розміщені у вершинах рівностороннього трикутника. Який від'ємний заряд q треба розмістити в центрі трикутника, щоб система знаходилася в рівновазі?
- 1.7. Дві маленькі однаково заряджені кульки, що знаходяться на відстані r одна від одної, притягуються з силою F_1 . Кульки доторкнули одна до одної, а потім розвели на таку ж саму відстань. Після цього кульки почали відштовхуватись з

- силою F_2 . Визначити початкові заряди кульок q_1 та q_2 .
- 1.8. Два точкових заряди q_1 та $(-q_2)$ знаходяться на відстані d один від одного. Визначити напруженість E та потенціал ϕ електричного поля, що створюється цими зарядами у точці, розташованій на відстані r_1 від заряду q_1 та на відстані r_2 від заряду $(-q_2)$.
 - 1.9. Точковий заряд q знаходиться на відстані l від провідної площини. Визначити силу F , що діє на заряд, та поверхневу густину σ зарядів, індукованих на площині, як функцію відстані r від основи перпендикуляра, опущеного від заряду на площину.
 - 1.10. У кожній вершині квадрата із стороною a , знаходяться однакові точкові заряди q . Знайти напруженість E і потенціал електростатичного поля ϕ в центрі квадрата.
 - 1.11. Знайти силу F взаємодії точкового заряду Q , з металевою нейтральною кулькою радіусом R , якщо відстань між їх центрами дорівнює r ($r > R$), а на металевій кулі з'являються індуковані заряди $\pm q$.
 - 1.12. Визначити напруженість електричного поля E , яке створюється рівномірно зарядженою сферою радіусом R , на відстані r від її центра. Загальний заряд кулі дорівнює Q .
 - 1.13. Визначити напруженість електричного поля E , яке створюється суцільною, рівномірно зарядженою з густиною заряду ρ кулею радіусом R на відстані r від її центра. Розглянути випадки $r < R$ та $r \geq R$.
 - 1.14. Знайти напруженість E електричного поля, що створюється нескінченно довгим циліндром радіусом R на відстані r від його осі, якщо циліндр заряджено: а) лише на поверхні з лінійною густиною заряду λ ; б) по всьому об'єму з об'ємною густиною заряду ρ . Розглянути випадки $r < R$ та $r \geq R$.
 - 1.15. Відстань d між двома довгими зарядженими нитками,

розміщеними паралельно один одному, дорівнює 10 см. Лінійна густина заряду ниток однакова та дорівнює $\lambda = 10^{-5}$ Кл/м. Знайти значення та напрямок вектору напруженості результуючого електричного поля в точці, що віддалена на відстань $r = 10$ см від кожної нитки.

- 1.16. Відстань між центрами двох однаконо заряджених металічних кульок $l = 1$ м. Радіус кожної з кульок дорівнює $r = 3$ см. Кульки відштовхуються з силою $F = 1100$ Н. Чому дорівнює поверхнева густина заряду кульок σ , якщо вони перебувають у середовищі з $\epsilon = 2$?
- 1.17. Знайти силу F , що діє на заряд $q = 0,67$ нКл, що розташований на відстані $l = 2$ см від зарядженої нитки з лінійною густиною заряду $\lambda = 2$ нКл/см в середовищі з $\epsilon = 6$.
- 1.18. На відстані $r = 4 \cdot 10^{-3}$ м від прямолінійної дротини довжиною $l = 1,5$ м, на якій рівномірно розподілено заряд $q_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл, знаходиться частинка із зарядом $q_2 = -1,7 \cdot 10^{-16}$ Кл. Визначити силу F , що діє на частинку.
- 1.19. Знайти значення і напрямок напруженості E електричного поля, створеного точковим зарядом $q = 90$ нКл та нескінченною зарядженою ниткою з лінійною густиною заряду $\lambda = 10$ мкКл/м в точці, віддаленій від заряду та нитки на відстані $r_1 = 0,09$ м та $r_2 = 0,06$ м, відповідно. Відстань між зарядом і ниткою $l = 0,1$ м.

- 1.20. В середині порожньої металеві сфери радіусом R знаходиться порожня металева сфера радіусом r (рис. 1.23). Заряд внутрішньої сфери дорівнює $(-q)$, зовнішньої $+Q$. Знайти напруженість E і потенціал поля ϕ в точках 1, 2, 3, 4 та

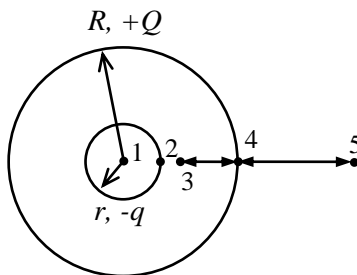


Рис.1.23

5. Відстань 3-4 – $R/2$, 4-5 – R .

- 1.21. По дріт'яному кільцю радіусом R рівномірно розподілений додатний заряд q . Знайти напруженість E електричного поля на осі кільця на відстані L від площини кільця. Розглянути випадки $L \gg R$ та $L = 0$.
- 1.22. Тонке непровідне кільце радіуса r заряджено з лінійною густиною $\lambda = \lambda_0 \cos \varphi$, де λ_0 – стала величина, φ – азимутальний кут. Знайдіть модуль напруженості E електричного поля: 1) в центрі кільця; 2) на осі кільця в залежності від відстані x до його центру.
- 1.23. Вважаючи протон і електрон, з яких складається атом водню, точковими зарядами, що знаходяться на відстані $d = 5 \cdot 10^{-11}$ м, знайти напруженість E поля в точках B та C . Відстані цих точок від протона дорівнює відстані між протоном та електроном (рис. 1.24).

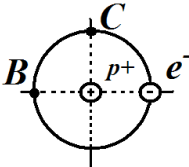


Рис.1.24

- 1.24. Напруженість \vec{E} електричного поля залежить тільки від координат x та y за законом $\vec{E} = a(x\vec{i} + y\vec{j}) / (x^2 + y^2)$, де a – стала, \vec{i} , \vec{j} – орти осей x та y . Знайти потік вектора \vec{E} через сферу радіусом r з центром у початку координат.
- 1.25. Потенціал електричного поля в деякій області простору залежить від координати x як $\varphi = ax^3 + b$, де a та b – константи. Знайти розподіл об'ємного заряду $\rho(x)$ в цій області.
- 1.26. Потенціал поля, що створюється деякою системою зарядів, має вигляд $\varphi = a(x^2 + y^2) + bz^2$, де $a > 0$, $b > 0$. Знайти вектор напруженості поля \vec{E} та його модуль.
- 1.27. Дві паралельні заряджені площини з густинами заряду $+\sigma_1$ і $-\sigma_2$ знаходяться на відстані d одна від одної. Вважаючи,

що відстані L_1 і L_2 відомі (рис. 1.25), знайти напруженість E поля в точках А і В, а також різницю потенціалів $\Delta\varphi$ між ними.

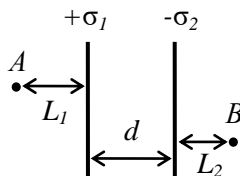


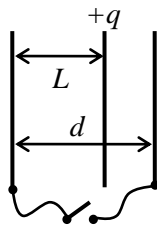
Рис.1.25

- 1.28. Дві паралельні незаряджені пластини площею S кожна розташовані на відстані d одна від

одної. Між пластинами вносять заряджену площину такої ж площі, так що вона знаходиться на відстані L від лівої пластини (рис. 1.26). Заряд площини $+q$. Незаряджені пластини замикають між собою. Знайти силу F , що діє на заряджену пластину.

- 1.29. До нескінченної рівномірно зарядженої вертикальної площини підвішено на нитці однойменно заряджену кульку масою $m = 50$ мг і зарядом $Q = 0,6$ нКл. Сила натягу нитки, на якій висить кулька, $F = 0,7$ мН. Знайти поверхневу густину заряду σ на площині.

- 1.30. Дві однакові кульки, кожна масою m , підвішено в одній точці на нитках довжиною l . Кульки мають однакові заряди. Кут між нитками 2α . Визначити заряди q кульок.



- 1.31. Дві однакові заряджені кульки підвішені в одній точці на нитках однакової довжини, які при цьому розійшлися на деякий кут.

Рис.1.26

Кульки занурюють у масло. Яка густина масла ρ_0 , якщо кут розходження ниток після занурення залишається незмінним? Густина матеріалу кульок $\rho = 1,5 \cdot 10^3$ кг/м³, діелектрична проникність масла $\epsilon = 2,2$.

- 1.32. Мідна кулька радіусом $R = 2$ мм знаходиться у машинному маслі. Знайти заряд q кульки, якщо в однорідному електричному полі кулька «застрягла» в маслі. Напруженість електричного поля, спрямованого вертикально вгору, $E = 2$ МВ/м.

- 1.33. Краплинка води діаметром d знаходиться в рівновазі у машинному маслі при напруженості вертикального електричного поля E . Знайти кількість N елементарних зарядів, що знаходяться на краплині.
- 1.34. Знайти силу F , що діє на точковий заряд q , розміщений на відстані l від поверхні кулі радіусом R , яка рівномірно заряджена з поверхневою густиною заряду σ .
- 1.35. Яку масу m'_p повинен мати протон, щоб сила електростатичного відштовхування двох протонів врівноважувалася силою їх гравітаційного притягання?
- 1.36. Знайти прискорення a , яке надає один електрон іншому, що знаходиться на відстані $r = 1$ мм.
- 1.37. У середині нескінченно довгого циліндру, зарядженого рівномірно з об'ємною густиною ρ , є циліндрична нескінченно довга порожнина. Відстань між осями циліндру і порожнини дорівнює a . Знайти напруженість електричного поля E в порожнині.
- 1.38. Молекулу води можна розглядати як електричний диполь, електричний момент якого дорівнює $p = 6,2 \cdot 10^{-30}$ Кл·м. Знайти напруженість поля E , що створює диполь на відстані $r = 3$ нм від середини диполя в точці, що лежить на продовженні вісі диполя. Вважати, що r суттєво перевищує розміри диполя.
- 1.39. Визначити силу F взаємодії двох молекул водяної пари, диполі яких розміщені вздовж однієї прямої. Вважати, що електричний момент диполя води дорівнює $p = 6,2 \cdot 10^{-30}$ Кл·м, відстань між молекулами $l = 10^{-9}$ м.
- 1.40. Два точкові заряди $+Q$ та $(-q)$ знаходяться у повітрі на відстані d один від одного. Побудувати графіки залежності значень напруженості і потенціалу електричного поля, що створюється цими зарядами, від відстані вздовж прямої, яка їх з'єднує.

1.41. Два точкові заряди, q та $-q$, розміщені на відстані a один від одного та на однаковій відстані $a/2$ від провідної площини з одного боку від неї. Знайти модуль сили F , що діє на кожен із зарядів.

1.42. Точковий заряд q знаходиться між двома провідними взаємоперпендикулярними напівплощинами. Відстань від заряду до кожної з напівплощин дорівнює a . Знайти модуль сили F , що діє на заряд.

1.43. Три різноіменних точкових заряди розміщені у вершинах квадрата з діагоналлю $l = 50$ см – див. рис.1.27. Точка O – центр квадрата, прямий кут AOB утворюється двома провідними напівплощинами. Знайти силу F , яка діє на заряд $-q$, якщо $|q| = 11$ мкКл.

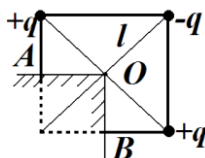


Рис.1.27

1.44. У двох вершинах (рис.1.28) квадрата знаходяться заряди величиною $+Q$, а в двох інших – величиною $(-q)$. Чому дорівнює потенціальна енергія W системи зарядів, якщо сторона квадрата a .

1.45. На відстані $r_1 = 2$ см від провідної нескінченної площини знаходиться заряд $q = 10^{-9}$ Кл. Визначити потенціал поля ϕ в точці A (див. рис. 1.29), що знаходиться на відстані $r_1 = 2$ см від площини і на відстані $r_2 = 3$ см від заряду (див. рис. 1.29).

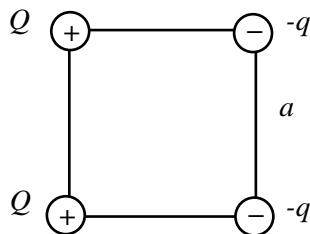


Рис.1.28

1.46. Який буде потенціал ϕ краплі, що утворилась в результаті злиття $N = 10$ однакових кулеподібних крапель, кожна з яких заряджена до потенціалу $\phi_0 = 2$ В?

1.47. Ртутна кулька, потенціал якої $\phi = 1200$ В, розбивається

на $N = 1000$ однакових краплин. Знайти потенціал ϕ_0 кожної краплини.

- 1.48. Електричне поле створюється диполем $p = 200$ пКл·м. Визначити різницю потенціалів $\Delta\phi$ між двома точками, розташованими на осі диполя на відстані $r = 40$ см від його центра симетрично відносно нього.

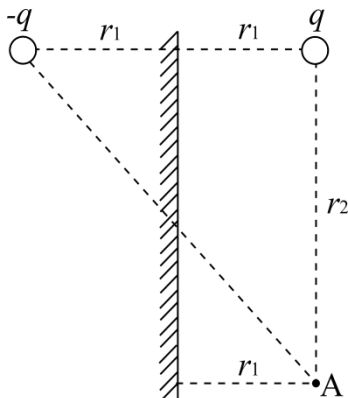


Рис.1.29

- 1.49. Визначити потенціал ϕ у точці на осі диполя на відстані $r = 0,5$ м від його центра. Електричний момент диполя $p = 5 \cdot 10^{-8}$ Кл·м (вважати, що відстань r значно більша розміру диполя l).
- 1.50. У вершинах рівностороннього трикутника зі стороною $a = 2$ см знаходяться заряди $q_1 = 1$ нКл, $q_2 = 2$ нКл та $q_3 = 3$ нКл. Визначити роботу A по переміщенню заряду q_3 до середини протилежної сторони трикутника (рис.1.30).

- 1.51. Два точкові додатні заряди Q та q масами M та m , відповідно, знаходяться на відстані R . Заряди починають рухатись назустріч один одному зі швидкостями V та U . До якої мінімальної відстані вони наблизяться?

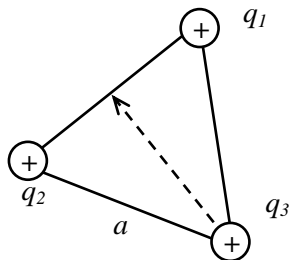


Рис.1.30

- 1.52. Сфера радіусом r знаходиться всередині сфери радіусом R таким чином, що їх центри співпадають. Заряд внутрішньої сфери q , зовнішньої – Q . На яку величину $\Delta\phi$ зміняться потенціали кожної зі сфер, якщо внутрішню заземлити?

- 1.53. Два заряди $q_1 = 10^{-7}$ Кл та $q_2 = 10^{-8}$ Кл знаходяться у вакуумі на відстані $l_1 = 40$ см один від одного. Яку роботу A потрібно виконати, щоб зблизити їх до відстані $l_2 = 10$ см?
- 1.54. У полі заряду $q_1 = 10^{-6}$ Кл переміщується заряд $q_2 = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл. Визначити роботу A , яку виконує електричне поле, якщо переміщення відбувається між точками з напруженістю $E_1 = 400$ В/м та $E_2 = 2 \cdot 10^{-4}$ В/м.
- 1.55. Кулька масою $m = 10^{-3}$ кг, що має заряд $q = 10^{-8}$ Кл, переміщується з точки А, потенціал якої $\varphi_A = 600$ В, в точку В з потенціалом $\varphi_B = 0$. Визначити швидкість v_A кульки в точці А, якщо $v_B = 0,2$ м/с.
- 1.56. Електрон пройшов в плоскому конденсаторі шлях від однієї пластини до іншої і при цьому набрав швидкість $v = 10^5$ м/с. Відстань між пластинами $d = 8$ мм. Знайти різницю потенціалів $\Delta\varphi$ між пластинами та поверхневу густину заряду σ на пластинах.
- 1.57. Електрон, який має швидкість v , влітає в однорідне електричне поле з напруженістю E , причому вектори \vec{v} та \vec{E} паралельні. Через який час t швидкість електрона стане рівною нулеві? Чому дорівнює різниця потенціалів $\Delta\varphi$ між точками, де електрон влітає у поле і де його швидкість стане нульовою?
- 1.58. Електрон з початковою швидкістю v_0 влетів в однорідне електричне поле напруженістю E . Вектор початкової швидкості перпендикулярний лініям напруженості електричного поля. Визначити швидкість v електрона через час t після початку руху в електричному полі.
- 1.59. Електрон, що має кінетичну енергію $E_k = 10$ еВ, влетів в однорідне електричне поле в напрямку силових ліній поля. Яку швидкість v буде мати електрон, якщо він пройшов в цьому полі різницю потенціалів $\Delta\varphi = 8$ В?

- 1.60. Електрон з енергією $E_k = 400$ еВ рухається вздовж силової лінії в напрямку до поверхні металічної зарядженої сфери радіусом $R = 10$ см. Визначити мінімальну відстань r , на яку наблизиться електрон до поверхні сфери, якщо її заряд $q = -10$ нКл.
- 1.61. Протон, рухаючись в електричному полі, набув швидкості $v = 400$ м/с. Яку прискорюючу різницю потенціалів $\Delta\phi$ він пролетів.
- 1.62. У плоский конденсатор паралельно пластинам влітає електрон і вилітає з нього через $t = 10^{-9}$ с. На яку відстань x від початкового напрямку руху відхилиться електрон за цей час, якщо відстань між пластинами $d = 4$ см, а різниця потенціалів між ними $U = 8$ кВ?
- 1.63. Процес поляризації речовини, яка складається з полярних молекул, можна ефективно описати, вважаючи, що кожна N -та молекула орієнтована вздовж поля, тоді як дипольні моменти інших розташовані хаотично. Знайти значення N при напруженості зовнішнього електричного поля E для води, вважаючи, що концентрація молекул n_0 , діелектрична проникність ϵ , а дипольний момент однієї молекули p .
- 1.64. Неполарна молекула з поляризовністю β знаходиться на великій відстані l від полярної молекули з електричним моментом p . Знайти силу F взаємодії цих молекул, якщо вектор \vec{p} орієнтований вздовж прямої, яка проходить через дві молекули.

Електроємність. Енергія електричного поля

- 1.65. На заряд $q = 4,5$ нКл, розміщений між пластинами повітряного конденсатора ємністю $C = 17,8$ пФ, діє сила $F = 98,1$ мкН. Площа пластин конденсатора $S = 10^{-2}$ м².

Визначити різницю потенціалів між пластинами конденсатора.

- 1.66. Куля з поверхневою густиною заряду $\sigma = 1,13 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2$, занурена в масло ($\epsilon = 4$). Потенціал кулі $\phi = 4500 \text{ В}$. Знайти радіус r кулі, її заряд q , ємність C і енергію W .
- 1.67. Довгий прямий провідник розміщений паралельно нескінченній провідній площині. Радіус перерізу провідника дорівнює a , відстань між віссю провідника та провідною площиною – b . Знайти ємність C_l такої системи на одиницю довжини провідника за умови, що $a \ll b$.
- 1.68. Визначити ємність C системи, яка складається із двох металевих сферичних поверхонь зі спільним центром та радіусами a та b ($a < b$). Простір між поверхнями заповнений діелектриком з проникністю ϵ . Розглянути випадки, коли $a \ll b$ та $b - a \ll a, b$.
- 1.69. Визначити ємність C системи, яка складається з металеві кульки радіуса a та нескінченної провідної площини. Площина знаходиться на відстані l від центра кульки. Розглянути випадок, коли $l \gg a$.
- 1.70. Знайти ємність на одиницю довжини циліндричного конденсатора C_l . Вважати, що радіуси обкладинок дорівнюють a та b ($a < b$), проміжок між ними заповнений діелектриком з діелектричною проникністю ϵ . Розглянути випадок, коли $b - a = d \ll a, b$.
- 1.71. Знайти ємність C_3 земної кулі, $R_3 = 6400 \text{ Км}$.
- 1.72. Простір між обкладинками плоского конденсатора заповнений діелектриком, проникність ϵ якого змінюється в перпендикулярному до обкладинок напрямку за лінійним законом від ϵ_1 до ϵ_2 , причому $\epsilon_2 > \epsilon_1$. Площа кожної обкладинки S , відстань між ними d . Знайти ємність C конденсатора.
- 1.73. Знайти ємність C сферичного конденсатора з радіусами

обкладинок R_1 , R_2 , причому $R_2 > R_1$, який заповнений однорідним діелектриком з проникністю ϵ , що змінюється за законом $\epsilon = \alpha/r$, де α – стала, r – відстань від центра конденсатора.

- 1.74. Площа кожної з обкладинок плоского конденсатора дорівнює S , відстань між ними D . У конденсатор паралельно обкладкам вводять пластину з діелектрика товщиною d та діелектричною проникністю ϵ . Знайти ємність C створеної системи, коли: а) пластина введена повністю; б) на половину висоти конденсатора.
- 1.75. До джерела з ЕРС ξ підключили послідовно два плоскі повітряні конденсатори, ємність кожного дорівнює C . Потім один з конденсаторів заповнили однорідним діелектриком з проникністю ϵ . У скільки разів зменшилась напруженість електричного поля в цьому конденсаторі? Який заряд Δq пройде через джерело?
- 1.76. Простір між обкладками плоского конденсатора заповнено двома шарами діелектрика: скла товщиною $d_1 = 0,2$ см і парафіну товщиною $d_2 = 0,3$ см. Різниця потенціалів між обкладками $U = 300$ В. Визначити напруженості поля E_1 та E_2 і падіння напруги U_1 та U_2 у кожному з шарів. Діелектричні проникності скла і парафіну $\epsilon_1 = 7$ і $\epsilon_2 = 2$, відповідно.

- 1.77. У випадку, коли простір між обкладками плоского конденсатора заповнений повітрям, напруженість електричного поля між обкладками дорівнює E_0 . Знайти напруженість електричного поля E у кожній точці простору між обкладками, якщо

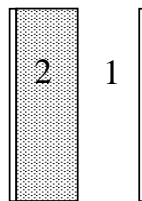


Рис.1.31

половину простору заповнили однорідним діелектриком з відносною діелектричною проникністю ϵ , як показано на рис. 1.31, за умови, що при введенні діелектрика а) напруга

між обкладинками не змінювалась; б) заряди на обкладинках залишалися постійними.

- 1.78. Простір між обкладинками плоского конденсатора, розташованими на відстані $d = 2$ мм, заповнений діелектриком. Різниця потенціалів між обкладинками $U_1 = 0,6$ кВ. Якщо, відключивши джерело струму, витягнути діелектрик, то різниця потенціалів на пластинах конденсатора зросте до $U_2 = 1,8$ кВ. Знайти поверхневу густину зв'язаних зарядів σ на діелектрику і відносну діелектричну проникність ϵ діелектрика.

- 1.79. Конденсатор ємністю C заряджено до напруги U . До нього підключають незаряджений конденсатор ємністю C_1 (рис. 1.32). Визначити заряд q , який пройшов по провідникам після замикання ключа. Яка кількість тепла W при цьому виділилась?

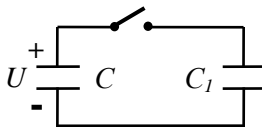


Рис.1.32

- 1.80. Три однакові конденсатори ємністю C кожен з'єднані так, як показано на схемі (рис. 1.33). Знайти ємність системи між точками А і В.
- 1.81. Дана система конденсаторів (див. рис.1.34). Ємності всіх конденсаторів однакові і дорівнюють C . Знайти ємність C_{AB} системи конденсаторів.
- 1.82. Однакові пластини площею S кожна розташовані на відстані d одна від одної і з'єднано так, як показано на схемах (рис. 1.35). Знайти ємність C створених систем (між точками А та В).
- 1.83. Є система конденсаторів (див. рис. 1.36). Ємності C всіх конденсаторів однакові. $C = 11$ мкФ. Чому дорівнює ємність C_{AB} такої системи конденсаторів?
- 1.84. Є плоский повітряний конденсатор, площа обкладинок якого дорівнює S . Яку роботу ΔA проти електричних сил треба виконати, щоб повільно збільшити відстань між

обкладинками від d_1 до d_2 , якщо при цьому підтримувати незмінним а) заряд конденсатора q , б) напругу на конденсаторі U .

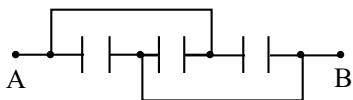


Рис.1.33

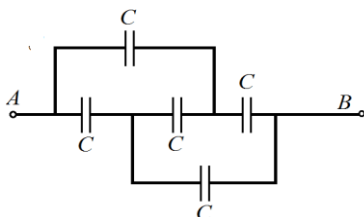


Рис.1.34

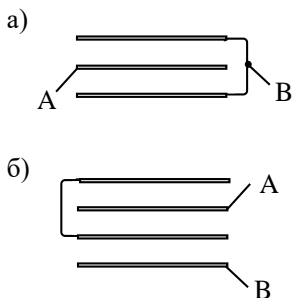


Рис.1.35

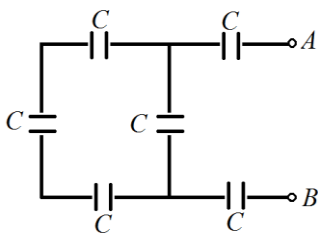


Рис.1.36

1.85. Сферична оболонка заряджена рівномірно з поверхневою густиною σ . Скориставшись законом збереження енергії, знайти модуль електричних сил F_s , що діють на одиницю поверхні оболонки.

1.86. Обкладки конденсатора з невідомою ємністю, зарядженого до напруги U_1 , з'єднують з обкладинками конденсатора ємністю C_2 , зарядженого до напруги U_2 . Визначити невідому ємність C_1 , якщо напруга на конденсаторах після з'єднання дорівнює U . Розглянути наступні випадки: а) конденсатори з'єднують однойменними обкладинками; б) різнойменними.

1.87. Радіус внутрішньої обкладки повітряного циліндричного конденсатора $r = 1,5$ см, радіус зовнішньої – $R = 3,5$ см. До конденсатора прикладена напруга

$U = 2300$ В. Визначити, яку швидкість v отримує електрон під дією електричного поля в цьому конденсаторі, якщо він

переміститься з точки, розташованої на відстані $x_1 = 2,5$ см від осі циліндра, у точку, віддалену від осі на відстань $x_2 = 2$ см.

- 1.88. На рис. 1.37 наведена схема, яка складається з двох конденсаторів ємностями C_1 і C_2 та двох джерел струму з ЕРС ξ_1 і ξ_2 . Знайти різницю потенціалів $\Delta\phi_{AB}$ між точками А і В.

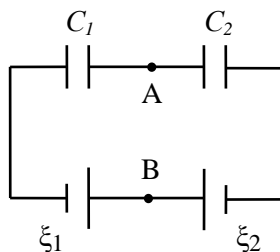


Рис.1.37

- 1.89. Знайти напруги U на кожному з конденсаторів (рис.1.38), якщо різниця потенціалів $\phi_A - \phi_B$, ємності конденсаторів та ЕРС джерела відомі.

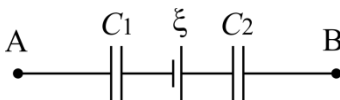


Рис.1.38

- 1.90. В простір між обкладинками плоского конденсатора внесли парафінову пластину товщиною $d = 4$ см, яка щільно прилягає до його пластин.

На скільки треба збільшити відстань між пластинами, щоб отримати початкову ємність? Діелектрична проникність парафіну $\epsilon = 2$.

- 1.91. Конденсатор ємністю $C_1 = 0,6$ мкФ, заряджений до різниці потенціалів $U_1 = 300$ В, з'єднали з іншим конденсатором ємністю $C_2 = 0,4$ мкФ, зарядженим до різниці потенціалів $U_2 = 150$ В. Знайти заряд Δq , який перейшов з першого конденсатора на другий.
- 1.92. До повітряного конденсатора, зарядженого до різниці потенціалів $U = 600$ В і відключеного від джерела напруги, приєднали паралельно два незаряджені конденсатори таких же розмірів і форми, простір між обкладинками яких заповнений порцеляною. Визначити діелектричну проникність порцеляни ϵ , якщо після приєднання двох

конденсаторів різниця потенціалів зменшилася до $U_I = 100 \text{ В}$.

1.93. Два конденсатори ємністю $C_1 = 3 \text{ мкФ}$ та $C_2 = 6 \text{ мкФ}$ з'єднані між собою і приєднані до батареї з ЕРС $\xi = 120 \text{ В}$. Визначити заряди q_1 та q_2 конденсаторів і різниці потенціалів U_1 та U_2 між їх обкладинками, якщо конденсатори з'єднані 1) паралельно; 2) послідовно.

1.94. Конденсатори ємностями $C_1 = 0,2 \text{ мкФ}$, $C_2 = 0,6 \text{ мкФ}$, $C_3 = 0,3 \text{ мкФ}$, $C_4 = 0,5 \text{ мкФ}$ з'єднані, як показано на рис.1.39. Різниця потенціалів U між точками А і В дорівнює 320 В . Визначити різницю потенціалів U_i та заряд q_i на пластинах кожного конденсатора.

1.95. В схемі, наведений на рис.1.40, знайти різницю потенціалів U_i між обкладинками кожного конденсатора при відомих значеннях C_1 , C_2 , ξ_1 , ξ_2 .

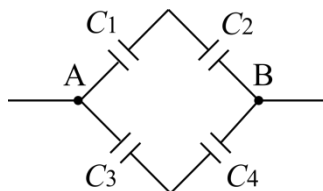


Рис.1.39

1.96. В схемі, наведений на рис.1.41, знайти різницю потенціалів $\Delta\varphi_{AB}$ між точками А і В при відомих значеннях C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , ξ .

1.97. Знайти різницю потенціалів $\Delta\varphi_{AB}$ між точками А та В в схемі, зображений на рис.1.42.

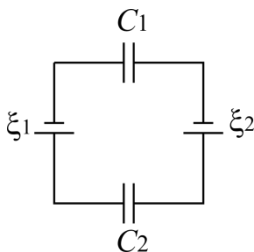


Рис.1.40

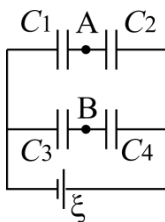


Рис.1.41

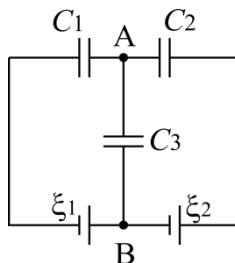


Рис.1.42

Постійний струм

- 1.98. Густина струму j в алюмінієвому провіднику дорівнює 1 А/мм^2 . Знайти середню швидкість упорядкованого руху електронів $\langle v \rangle$, вважаючи, що на кожний атом алюмінію припадає один вільний електрон.
- 1.99. По срібному провіднику, діаметр якого D , проходить струм силою I . Вважаючи, що кожний атом срібла віддає один вільний електрон, обчислити середню швидкість $\langle v \rangle$ впорядкованого руху електронів у срібному провіднику під дією електричного поля.
- 1.100. Визначити густину струму j в залізному провіднику довжиною $l = 10 \text{ м}$, якщо падіння напруги складає $U = 6 \text{ В}$.
- 1.101. По мідному провіднику з площею поперечного перерізу $S = 0,17 \text{ мм}^2$ протікає струм силою $I = 0,15 \text{ А}$. Визначити, яка сила F діє на вільний електрон з боку електричного поля.
- 1.102. Яку максимальну напругу U можна прикласти до котушки, що містить $N = 1000$ витків мідного дроту із середнім діаметром витків $d = 6 \text{ см}$, якщо допустима густина струму $j = 2 \text{ А/мм}^2$?
- 1.103. Довгий рівномірно заряджений по поверхні циліндр радіуса $R = 10^{-2} \text{ м}$ рухається зі швидкістю $v = 10 \text{ м/с}$ вздовж своєї осі. Напруженість електричного поля біля поверхні циліндра $E = 0,9 \cdot 10^5 \text{ В/м}$. Знайти струм I , обумовлений механічним перенесенням заряду.
- 1.104. Сила струму в провіднику рівномірно зростає від 0 до $I_0 = 3 \text{ А}$ протягом часу $\Delta t = 10 \text{ с}$. Визначити заряд q , що пройшов в провіднику за цей час.
- 1.105. Струм з якою максимальною густиною j може проходити по мідному провіднику, якщо падіння напруги не повинно перевищувати $U = 0,01 \text{ В}$ на кожний метр довжини провідника? Яка втрата потужності P струму на довжині $L = 1 \text{ км}$ такого провідника? Площа поперечного перерізу

провідника $S = 25 \text{ мм}^2$.

- 1.106. Котушка з мідного дроту має опір $R = 10,8 \text{ Ом}$. Маса дроту $m = 3,41 \text{ кг}$. Якою є довжина l та діаметр D дроту, намотаного на котушку?
- 1.107. Два циліндричні провідники, один з міді, інший з алюмінію, мають однакову довжину та однаковий опір. В скільки разів мідний провід важче, ніж алюмінієвий?
- 1.108. Моток мідного дроту з площею поперечного перерізу $S = 0,1 \text{ мм}^2$ має масу $m = 0,3 \text{ кг}$. Визначити опір R дроту.
- 1.109. Скільки витків N ніхромового дроту діаметром $D = 1 \text{ мм}$ необхідно навити на циліндр радіусом $r = 2,5 \text{ см}$, щоб отримати пічку з опором $R = 40 \text{ Ом}$?
- 1.110. При температурі $T_1 = 293 \text{ К}$ опір електролампи з вольфрамовою ниткою $R_1 = 300 \text{ Ом}$, а в розжареному стані - $R_2 = 2400 \text{ Ом}$. Визначити температуру T_2 розжарювання лампи.
- 1.111. Визначити опір R залізного стержня, температура одного кінця якого $T_1 = 273 \text{ К}$, другого - $T_2 = 1073 \text{ К}$. Довжина стержня $L = 5 \text{ м}$, площа поперечного перерізу $S = 10^{-4} \text{ м}^2$. Вважати, що з бічної поверхні стержня тепло не відводиться.
- 1.112. Опір R_0 вольфрамової нитки електричної лампочки при $t_0 = 20^\circ\text{C}$ дорівнює $35,8 \text{ Ом}$. Якою буде температура T нитки при вмиканні лампи в мережу з напругою $U = 120 \text{ В}$, якщо при цьому по ній тече струм силою $I = 0,33 \text{ А}$?
- 1.113. Через лампу розжарювання протікає струм силою $I = 0,5 \text{ А}$. Температура розжарення вольфрамової нитки діаметром $d = 0,1 \text{ мм}$ дорівнює $T = 2200^\circ\text{C}$, струм до лампи підводиться по мідним дротам з площею поперечного перерізу $S = 5 \text{ мм}^2$. Визначити напруженості електричного поля E_{Cu} в міді і E_{W} у вольфрамі.
- 1.114. Дугова лампа горить під напругою $U = 80 \text{ В}$ і споживає потужність $P = 800 \text{ Вт}$. Струм до лампи підводиться за допомогою мідних дротів з площею поперечного перерізу

$S = 4 \text{ мм}^2$. Як зміниться температура цих дротів за час $t = 1$ хвилину після вмикання лампи? Вважати, що половина всієї теплоти, що виділяється, віддається оточуючому середовищу, а питома теплоємність міді $C = 395 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$.

1.115. Металева куля радіусом a оточена концентричною металевою оболонкою радіусом b . Простір між цими електродами заповнений однорідним слабо провідним середовищем з питомим опором ρ . Знайти опір R між електродного простору. Розглянути випадок, коли $b \rightarrow \infty$.

1.116. Однорідне слабопровідне середовище з питомим опором ρ заповнює простір між двома коаксіальними ідеально провідними тонкими циліндрами радіусу a та b , відповідно, $a < b$. Довжина кожного циліндру l . Нехтуючи крайовими ефектами, знайти опір R середовища між циліндрами.

1.117. Вольтметр, який підключено до акумулятора із внутрішнім опором $r = 1 \text{ Ом}$, показує напругу $U_1 = 1,2 \text{ В}$. Якщо послідовно з ним ввімкнено опір $R = 20 \text{ Ом}$, то покази вольтметра складають $U_2 = 1 \text{ В}$. Визначити опір R_V вольтметра.

1.118. Дротину розрізали на $n = 10$ рівних частин і з'єднали паралельно. Отримане коло мало опір $r = 4 \text{ Ом}$. Яким був початковий опір дротину R ?

1.119. Опір дротину $R = 125 \text{ Ом}$. Після того, як її розрізали на декілька однакових частин і з'єднали ці частини паралельно, отримане коло мало опір $r = 5 \text{ Ом}$. На скільки частин розрізали дротину?

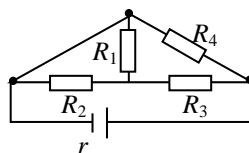


Рис.1.43

1.120. Визначити повний опір R кола (рис. 1.43), якщо величини R_1, R_2, R_3, R_4 та r відомі.

1.121. Знайти опір R_{12} між точками 1 та 2 кіл, схеми яких наведено на рис.1.44. Всі опори однакові і дорівнюють R .

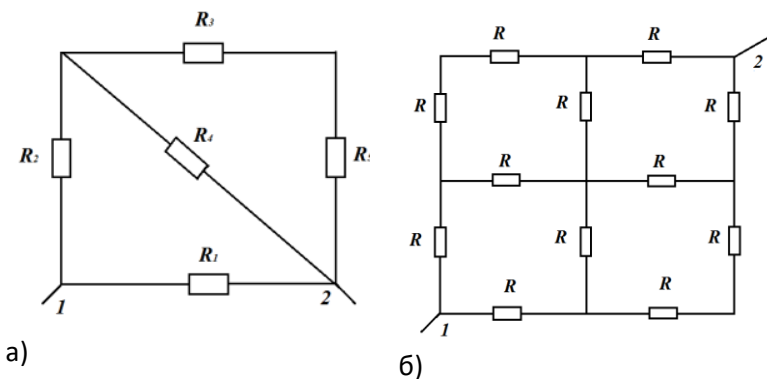


Рис. 1.44

1.122. З шматка дроту загальним опором R зроблено кільце. Де треба приєднати провідники, які підводять струм (рис. 1.45), щоб опір кільця дорівнював $r = 0,1 R$.

1.123. ЕРС елемента дорівнює $\xi = 6$ В.

При зовнішньому опорі $R = 1,1$ Ом сила струму в колі $I = 3$ А. Знайти падіння напруги U_r в середині елемента та його внутрішній опір r .

1.124. Паралельно амперметру, який має опір $R_A = 0,02$ Ом, підключено мідний провідник довжиною

$l = 20$ см та перерізом $S = 3,4$ мм². Визначити силу струму I в колі, якщо амперметр показує $I_A = 0,30$ А.

1.125. Вольтметр, розрахований на вимірювання напруг до $U_v = 10$ В, має опір $R_v = 400$ Ом. Який додатковий опір R_d необхідно підключити до вольтметра, щоб виміряти напругу до $U = 100$ В?

1.126. Амперметр, опір якого $R_a = 2$ Ом, розрахований на струм силою до $I_a = 0,1$ А. Якої довжини мідну дrottину з площею поперечного перерізу $S = 1,7 \cdot 10^{-6}$ м² необхідно його

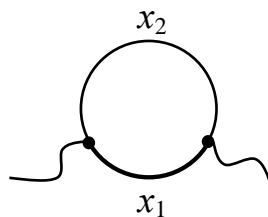


Рис.1.45

необхідно під'єднати до амперметра, щоб його можна було використати для вимірювання струмів силою до $I = 10 \text{ A}$.

1.127. При зовнішньому опорі $R_1 = 8 \text{ Ом}$ сила струму в колі, що складається з опора та джерела ЕРС, дорівнює $I_1 = 0,8 \text{ A}$, а при зовнішньому опорі $R_2 = 15 \text{ Ом}$, відповідно, $I_2 = 0,5 \text{ A}$. Визначити силу струму короткого замикання $I_{\text{кз}}$ джерела ЕРС.

1.128. Амперметр і вольтметр підключили послідовно до батареї з ЕРС $\xi = 6 \text{ В}$. Якщо паралельно вольтметру підключили деякий опір, то показання вольтметра зменшаться в $n = 2$ рази, а показання амперметра в стільки ж разів збільшаться. Знайти показання вольтметра U після підключення опору.

1.129. Коло з трьох послідовних джерел з ЕРС ξ_1 , ξ_2 та ξ_3 та внутрішніми опорами r_1 , r_2 та r_3 , відповідно, закорочене – див. рис. 1.46. Яку напругу U покаже вольтметр, підключений до джерела ξ_2 ?

1.130. Два джерела з ЕРС ξ_1 та ξ_2 з'єднані паралельно – рис. 1.47. Внутрішні опори джерел однакові. Визначити різницю потенціалів U між затискачами елементів.

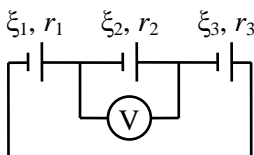


Рис.1.46

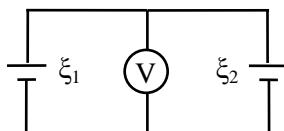


Рис.1.47

1.131. ЕРС акумулятора автомобіля $\xi = 12 \text{ В}$. При силі струму $I = 3 \text{ A}$ його ККД $\eta = 0,8$. Визначити внутрішній опір r акумулятора.

1.132. Джерело з електрорушійною силою ξ та внутрішнім опором r підключено до реостата. Побудувати графіки залежності потужності P , яка виділяється у зовнішньому

колі, повної потужності P_0 та ККД η від опору реостата R . При якому відношенні внутрішнього та зовнішнього опорів R буде максимальною? Яким при цьому буде ККД?

- 1.133. 25-ватна та 100-ватна лампочки, розраховані на однакову напругу, з'єднують послідовно і вмикають у мережу. В якій з них виділиться більше тепла?
- 1.134. Визначити ЕРС ξ елемента, якщо відомо, що при збільшенні зовнішнього опору, який замикає елемент, в $k = 3$ рази, початкова напруга на його затискачах $U = 3$ В збільшується на $\eta = 20\%$.
- 1.135. Дві електричні лампочки з опорами $R_1 = 360$ Ом та $R_2 = 240$ Ом ввімкнені в мережу паралельно. Яка з лампочок споживає більшу потужність і в скільки разів?
- 1.136. До мережі постійного струму підключені два споживача з опорами R_1 та R_2 . Перший раз підключення паралельне, другий раз – послідовне. В якому випадку від мережі споживається більша потужність? Розглянути випадок, коли $R_1 = R_2$.
- 1.137. До елемента живлення з ЕРС ξ приєднано зовнішній опір, величина якого в n разів більша, ніж внутрішній опір джерела. Знайти, в скільки разів напруга U_R на затискачах зовнішнього опору елемента відрізняється від ξ .
- 1.138. Електрична плитка має опір $R = 50$ Ом і живиться від мережі постійного струму з напругою $U = 220$ В. ККД плитки $\eta = 0,8$. Скільки часу t необхідно, щоб за допомогою цієї плитки перетворити лід масою $m = 2$ кг, взятий при температурі $T_1 = 263$ К, перетворити на водяну пару? Питомі теплоємності льоду та води $C_1 = 2,1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К) та $C_2 = 4,19 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), відповідно; питомі теплоти плавлення льоду та пароутворення $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг та $r = 22,6 \cdot 10^5$ Дж/кг, відповідно.

- 1.139. Електричний апарат для перегонки води споживає потужність $N = 2,5$ кВт. Яку масу m дистильованої води температурою $T = 373$ К можна отримати за $t = 2$ год роботи апарата, якщо його ККД $\eta = 40\%$, а вода з водогону надходить при $T_0 = 283$ К? Вважати, що питома теплоємність води $C = 4,19 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К).
- 1.140. Електроплитка потужністю $N_1 = 1$ кВт, яка розрахована на напругу $U_1 = 120$ В, підключена до мережі з напругою $U_2 = 127$ В. Опір з'єднувальних дротів $R = 4$ Ом. Знайти потужність N_2 плитки при такому підключенні. Якою буде загальна потужність N нагрівальної системи, якщо паралельно до плитки приєднати аналогічну?
- 1.141. Електричний нагрівач, що працює від мережі з напругою $U = 120$ В при силі струму $I = 5$ А, за час $\tau = 20$ хв. нагріває $m = 1,5$ кг води від $t_1 = 16^\circ\text{C}$ до $t_2 = 400^\circ\text{C}$. Визначити втрати енергії ΔQ в процесі нагрівання та ККД η нагрівача. Питома теплоємність води $C = 4,19 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К).
- 1.142. Лампочка розжарення потужністю $N = 180$ Вт використовується для обігріву акваріума, який містить $V = 1$ л води. За час $\tau = 2$ хв вода нагрівається на $\Delta T = 3$ К. Яка частка енергії γ втрачається у вигляді випромінювання? Питома теплоємність води $C = 4,19 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К).
- 1.143. Електричний чайник містить у нагрівачі дві секції. При вмиканні першої чайник закипає за час t_1 , при вмиканні другої – за час t_2 . Через який час закіпить вода, якщо увімкнути секції: а) паралельно; б) послідовно?
- 1.144. Знайти потужність N , яка виділяється у зовнішньому колі, що складається з двох однакових резисторів. Відомо, що ця потужність однакова, як при послідовному, так і при паралельному з'єднанні резисторів. ЕРС джерела струму дорівнює ξ , внутрішній опір r .
- 1.145. Електровоз рухається зі швидкістю v і тягне потяг

масою m . При цьому він споживає струм силою I з кола з вихідною напругою U . Визначити ККД електровозу, якщо коефіцієнт тертя під час руху потягу дорівнює μ .

1.146. Електродвигун з опором обмотки R споживає від мережі з напругою U струм силою I . Знайти потужність N , яка споживається двигуном, та його ККД, якщо опір обмотки двигуна R .

1.147. За час $t = 8$ с при рівномірно зростаючій силі струму в провіднику з опором $R = 8$ Ом виділилася кількість теплоти $W = 500$ Дж. Визначити заряд q , який пройшов через провідник за цей час, якщо сила струму у початковий момент часу дорівнювала нулеві.

1.148. Сила струму в провіднику опором $R = 2$ Ом зростає за час $\Delta t = 2$ с за лінійним законом від $I_0 = 0$ до $I = 6$ А. Визначити кількість теплоти W_1 , що виділяється в провіднику за першу секунду, та W_2 за другу секунду.

1.149. Дана схема – рис. 1.48. Величини опорів R_1 , R_2 , R_3 , ЕРС одного з джерел ξ_1 та сила струму I_3 , що проходить через опір R_3 ,

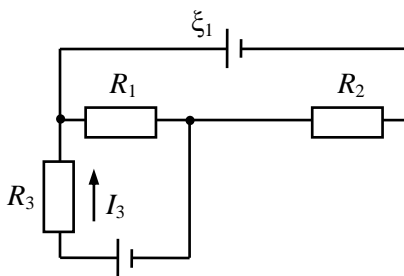


Рис.1.48

відомі. Знайти величину ЕРС другого джерела ξ_2 . Внутрішніми опорами джерел знехтувати.

1.150. Два джерела з ЕРС ξ_1 та ξ_2 , внутрішніми опорами r_1 і

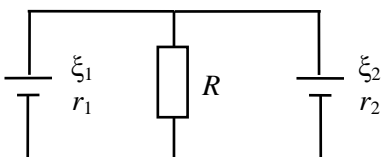


Рис.1.49

r_2 з'єднані за схемою, що зображена на рис. 1.49. Знайти

струм, що проходить через резистор з опором R .

- 1.151. Визначити падіння напруги на резисторах з опорами $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 4 \text{ Ом}$, $R_4 = 2 \text{ Ом}$, які увімкнені, як показано на рис.1.50. ЕРС джерел $\xi_1 = 10 \text{ В}$ та $\xi_2 = 4 \text{ В}$. Опорами джерел струму знехтувати.

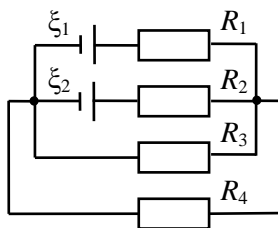


Рис.1.50

- 1.152. Два елементи з ЕРС ξ_1 і ξ_2 та внутрішніми опорами r_1 та r_2 увімкнено до схеми, яка зображена на рис. 1.51. Опір резисторів R , R_1 та R_2 і ємність конденсатора C відомі. Знайти заряд на конденсаторі.
- 1.153. Джерело струму з ЕРС ξ , два опори R_1 та R_2 і два конденсатори C_1 та C_2 з'єднані так, як показано на рис. 1.52. Визначити різницю потенціалів між точками А та В. Внутрішнім опором джерела знехтувати.

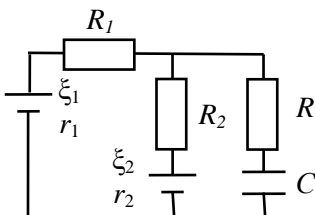


Рис.1.51

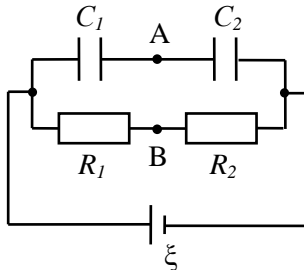


Рис.1.52

- 1.154. Визначити силу струму, який проходить через кожен з елементів схеми, зображеної на рис. 1.53, та напругу на затискачах реостату R , якщо $\xi_1 = 12 \text{ В}$, $r_1 = 1 \text{ Ом}$, $\xi_2 = 6 \text{ В}$, $r_2 = 1,5 \text{ Ом}$, $R = 20 \text{ Ом}$.

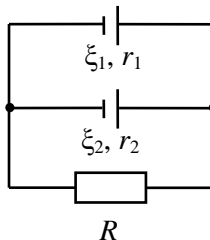


Рис.1.53

1.155. В електричне коло (рис. 1.54) увімкнено чотири опори ($R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10^3 \text{ Ом}$) і два джерела ЕРС ($\xi_1 = 1,5 \text{ В}$ та $\xi_2 = 1,8 \text{ В}$). Визначити силу струму, що проходить через кожен з опорів. Внутрішніми опорами джерел знехтувати.

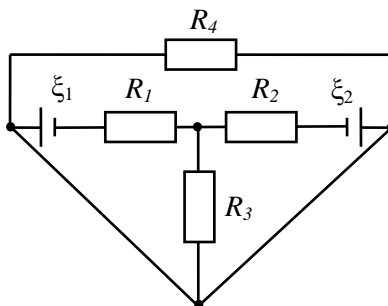


Рис.1.54

1.156. В схемі, зображеній на рис.1.55, ЕРС джерела дорівнює $\xi = 5 \text{ В}$, опори $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, внутрішній опір джерела $r = 0,1 \text{ Ом}$. Знайти струми, які проходять через опори R_1 та R_2 .

1.157. В схемі, зображеній на рис.1.56, ЕРС джерел $\xi_1 = 1 \text{ В}$ та $\xi_2 = 2,5 \text{ В}$, опори $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$. Внутрішнім опором джерела знехтувати. Знайти різницю потенціалів $\phi_A - \phi_B$ між обкладинками конденсатора C .

1.158. Знайти значення і напрям струму через опір R в схемі, наведеній на рис.1.57, якщо ЕРС джерел $\xi_1 = 1,5 \text{ В}$, $\xi_2 = 3,7 \text{ В}$, опори $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R = 5 \text{ Ом}$. Внутрішнім опором джерел знехтувати.

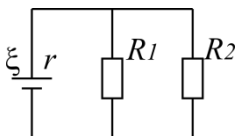


Рис.1.55

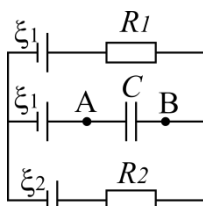


Рис.1.56

1.159. Три елементи з ЕРС ξ_1 , ξ_2 , ξ_3 з'єднані, як зображено на рис. 1.58. Опір резисторів R_1 , R_2 та R_3 відомий. Знехтувавши внутрішніми опорами джерел, знайти струм, що проходить через резистор R_1 та різницю потенціалів $\phi_A - \phi_B$ між точками А та В.

1.160. Знайти струм через перший резистор (див. рис.1.59), якщо $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$,

$R_3 = 30 \text{ Ом}$, а потенціали в точках 1, 2 та 3 дорівнюють $\varphi_1 = 10 \text{ В}$, $\varphi_2 = 6 \text{ В}$ та $\varphi_3 = 5 \text{ В}$.

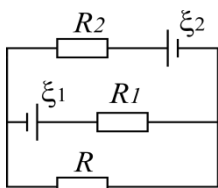


Рис.1.57

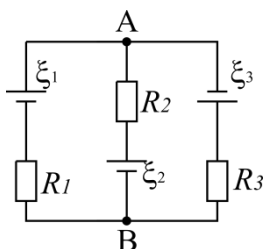


Рис.1.58

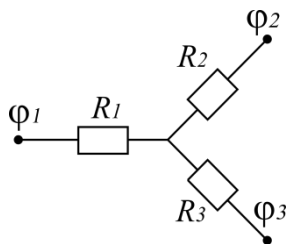


Рис.1.59

- 1.161. Що покаже амперметр на схемі, зображеній на рис. 1.60?
 $\xi_1 = 10 \text{ В}$, $r = 0,4 \text{ Ом}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$.
- 1.162. Для схеми, зображеної на рис. 1.61, знайти силу струму через батарею та через кожен лампочку. $\xi = 120 \text{ В}$, $r = 10 \text{ Ом}$, $R_1 = 200 \text{ Ом}$, $R = 10 \text{ Ом}$.
- 1.163. Знайти силу струму, що проходить через кожен з елементів кола, зображеного на рис. 1.62. $\xi_1 = \xi_2 = 2 \text{ В}$, $r_1 = 1 \text{ Ом}$, $r_2 = 1,5 \text{ Ом}$, $R = 1,4 \text{ Ом}$.

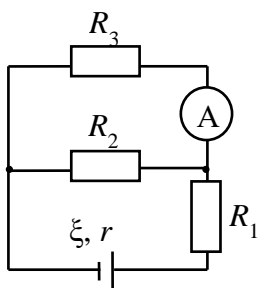


Рис. 1.60

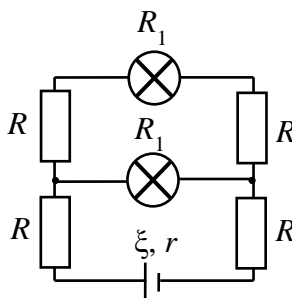


Рис. 1.61

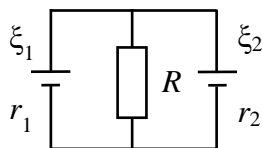


Рис. 1.62

- 1.164. В плоский конденсатор з пластинами шириною b та відстанню між ними d вводять з постійною швидкістю v металеву пластину такої ж площі товщиною a . Конденсатор підключено до джерела послідовно з опором R . ЕРС джерела

ξ. Яка потужність N буде виділятися на опорі при русі пластини? Довжина пластин конденсатора дорівнює l . Падінням напруги на опорі знехтувати.

- 1.165. Необхідно передати потужність $N = 100$ кВт на відстань $l = 7,5$ км, причому втрати на нагрів мідних провідників складають $\eta = 3\%$ від переданої енергії. Якою є маса m провідників у випадку, коли струм передається під напругою $U = 2000$ В?
- 1.166. За який час τ при електролізі мідного купоросу маса мідної пластинки (катода) збільшиться на $\Delta m = 99$ мг? Площа пластинки $S = 25$ см², густина струму $j = 200$ А/м². Знайти товщину d шару міді, що утворився на пластинці.
- 1.167. Дві електролітичні ванни з розчинами AgNO_3 і CuSO_4 з'єднані послідовно. Яка маса m_2 міді виділиться за час, протягом якого виділилася маса срібла $m_1 = 180$ мг?
- 1.168. Яку енергію W потрібно затратити, щоб при електролізі розчину AgNO_3 виділилася маса срібла $m = 500$ мг? Різниця потенціалів на електродах $U = 4$ В.

МАГНЕТИЗМ. ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ. ЗАКОНИ ЗМІННОГО СТРУМУ.

Теоретичні відомості

МАГНЕТИЗМ

Просторово орієнтований рух зарядів (електричний струм) спричиняє створення в просторі специфічного силового поля, яке має назву *магнітного поля*. Кількісною характеристикою магнітного поля є *вектор магнітної індукції \vec{B}* .

Магнітне поле діє тільки на заряди, які рухаються. Нерухомі заряди не приймають участь у магнітній взаємодії: вони не створюють магнітного поля і не реагують на присутність магнітного поля в просторі (виключенням є заряджені елементарні частинки, яким притаманні власні магнітні властивості, а саме частинки з ненульовим *спіном*). Втім, розгляд ефектів, пов'язаних з наявністю у зарядженої частинки спіну лежить в царині квантової фізики; тому ми відкладемо його до кращих часів.

Як і у електростатиці, беззаперечно цінним було б відшукування *фундаментального закону формування магнітного поля елементарного струму* (подібного до закону Кулона, записаного для напруженості електростатичного поля точкового заряду). Однак вже на стадії визначення (і фізичного “відокремлення”) елементарного струму виникають суттєві концептуальні труднощі. Як зазначалося раніше, умовою існування постійних струмів є замкненість електричних кіл. Природно вважати елементарним струм, який протікає в лінійному провіднику, довжина якого є набагато меншою за відстань до точки спостереження. Але таку елементарну ділянку провідника фізично неможливо відокремити з контуру, не порушивши умови протікання струму.

Проте фундаментальний закон формування магнітного поля елементарним струмом таки був знайдений Біо, Саваром і Лапласом та має наступний вигляд

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [\vec{dl}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (2.1)$$

де \vec{dB} – вектор індукції магнітної поля, яке створюється елементом провідника довжиною dl у точці, положення якої відносно такого елемента задається вектором \vec{r} ; напрямок вектора \vec{dl} визначається напрямом струму, I – сила струму у провіднику, μ_0 – магнітна стала.

Для індукції магнітного поля, яке утворюється системою струмів, справедливим є принцип суперпозиції: вона дорівнює векторній сумі індукцій магнітних полів, що створюються у даній точці простору окремими струмами:

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i. \quad (2.2)$$

Індукція магнітного поля, що створюється зарядом q , який рухається зі швидкістю \vec{v}

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q [\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}. \quad (2.3)$$

де вектор \vec{r} задає положення точки поля відносно заряду.

Індукція магнітного поля у центрі кругового витка радіусом R , по якому проходить струм силою I :

$$B = \mu_0 I / 2R. \quad (2.4)$$

Індукція магнітного поля, яке створюється нескінченним прямолінійним провідником:

$$B = \mu_0 I / 2 \pi r_0 , \quad (2.5)$$

де r_0 – довжина перпендикуляра з точки, де визначається магнітна індукція, до провідника.

Магнітне поле всередині соленоїда

$$B = \mu \mu_0 n_l I , \quad (2.6)$$

де n_l – кількість витків соленоїда на одиницю довжини, μ – відносна магнітна проникність речовини, що заповнює соленоїд.

Сила Ампера (сила з боку магнітного поля на провідник зі струмом):

$$\vec{F}_A = I \int_L [\vec{dl}, \vec{B}] , \quad (2.7a)$$

I – сила струму у провіднику, L – довжина провідника; інтегрування відбувається вздовж провідника. У випадку, коли магнітне поле однорідне, а провідник прямолінійний, вираз (2.7a) спрощується:

$$\vec{F}_A = I [\vec{L}, \vec{B}] , \quad (2.7b)$$

Сила Лоренца (сила, що діє з боку магнітного поля на рухомий заряд):

$$\vec{F}_L = q [\vec{v}, \vec{B}] , \quad (2.8)$$

\vec{v} – швидкість заряду.

Циркуляція вектора індукції магнітного поля (у вакуумі):

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I , \quad (2.9a)$$

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} . \quad (2.9b)$$

Терема Гауса:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0, \quad (2.10a)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0. \quad (2.10b)$$

Різниця потенціалів при ефекті Хола:

$$U_H = R_H B j a, \quad (2.11)$$

де R_H – стала Хола, B – індукція вертикального магнітного поля, j – густина струму, який проходить в горизонтальному напрямі; a – ширина зразка; U_H – напруга, що виникає між гранями прямокутного зразка, нормаль до яких спрямована перпендикулярно як напрямку струму, так і напрямку індукції магнітного поля.

Стала Хола для напівпровідників:

$$R_H = \frac{3\pi}{8en_q}, \quad (2.12)$$

де n_q – концентрація вільних носіїв заряду, e – елементарний заряд.

Магнітний момент плоского контуру зі струмом

$$\vec{p}_m = I S \vec{n}, \quad (2.13)$$

де I – сила струму у контурі, S – площа контуру, \vec{n} – одиничний вектор нормалі до площини контуру, напрямок якого визначається правилом правого гвинта.

Момент сил, що діють на контур зі струмом в однорідному магнітному полі:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}] \quad (2.14)$$

Енергія взаємодії магнітного моменту з магнітним полем

$$W_m = - \vec{p}_m \cdot \vec{B}. \quad (2.15)$$

Зв'язок між індукцією \vec{B} та напруженістю \vec{H} магнітного поля в ізотропному магнетикі:

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H} . \quad (2.16)$$

Умови на межі розділу двох магнетиків

$$B_{1n} = B_{2n}, \quad H_{1\tau} = H_{2\tau}, \quad (2.17)$$

де індекси «n» та «τ» стосуються нормальної та тангенційної складових поля щодо границі розділу, відповідно.

Вектор намагніченості однорідного ізотропного магнетика:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{p}_{m,i}, \quad (2.18)$$

де $\vec{p}_{m,i}$ – магнітний момент i -ого молекулярного струму, який знаходиться в елементі об'єму ΔV .

Зв'язок між намагніченістю магнетика та напруженістю магнітного поля у ньому

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (2.19)$$

де χ – магнітна сприйнятливість.

Магнітна сприйнятливість однорідного парамагнетика за умов не надто низької температури та не надто сильного магнітного поля ($p_m B / kT \ll 1$):

$$\chi = \frac{\mu_0 n_m p_m^2}{3 kT}, \quad (2.20)$$

де n_m – концентрація молекул, кожна з яких має магнітний момент p_m , T – абсолютна температура, k – стала Больцмана.

Зв'язок між відносною магнітною проникністю та магнітною сприйнятливістю χ

$$\mu = 1 + \chi . \quad (2.21)$$

Магнітний потік через елементарну поверхню dS :

$$\Phi = \vec{B} \vec{dS} = B dS \cos \alpha, \quad (2.22)$$

де α – кут між нормаллю до поверхні та напрямком вектора індукції магнітного поля.

ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ

Явище електромагнітної індукції відкрив у 1831 році Майкл Фарадей. До того часу було відомо, що електричний струм у провіднику створює магнітне поле. Однак обернене явище не спостерігалось; постійне магнітне поле не викликає появу електричного струму. Фарадей встановив, що струм виникає при зміні магнітного поля. Так, якщо наближати або віддаляти до контуру з провідного матеріалу постійний магніт, то стрілка підключеного до рамки вольтметра відхилятиметься, детектуючи електричний струм. Фарадей встановив кількісний **закон електромагнітної індукції**, описавши його рівнянням:

$$\xi_i = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2.23)$$

де ξ_i – ЕРС індукції у контурі, $d\Phi$ - зміна магнітного потоку через поверхню, обмежену контуром, за час dt .

Робота переміщення провідника у магнітному полі:

$$\Delta A = I \Delta \Phi. \quad (2.24)$$

де I – сила струму у провіднику; $\Delta \Phi$ – величина магнітного потоку через поверхню, яку описує провідник при механічному русі.

Повний магнітний потік (потокосцеплення) у випадку N витків, які щільно прилягають один до одного

$$\Psi = N \Phi, \quad (2.25)$$

де Φ – магнітний потік через один виток.

Індуктивність контуру:

$$L = \Psi / I, \quad (2.26)$$

де Ψ – повний магнітний потік через поверхню, обмежену контуром; потік створюється магнітним полем струму силою I , що проходить у контурі.

Індуктивність соленоїду:

$$L = \mu \mu_0 n_l^2 \Delta V, \quad (2.27)$$

де ΔV – об'єм соленоїду.

ЕРС самоіндукції:

$$\xi_s = -L \frac{dI}{dt}, \quad (2.28)$$

де $\frac{dI}{dt}$ - швидкість зміни струму у контурі з індуктивністю L .

Енергія магнітного поля, яке при проходженні струму силою I у контурі з індуктивністю L

$$W_B = \frac{LI^2}{2} \quad (2.29)$$

Об'ємна густина енергії магнітного поля

$$w_B = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2}. \quad (2.309)$$

Формула Томсона

$$\nu_0 = \left(2\pi\sqrt{LC}\right)^{-1}, \quad (2.31)$$

де ν_0 – частота власних електромагнітних коливань у контурі, який складається з ідеальних соленоїда індуктивністю L та конденсатора ємністю C .

ЗАКОНИ ЗМІННОГО СТРУМУ

Особливістю змінного струму є те, що деякі елементи електричного кола впливають не лише на амплітуду струму, а й на його фазу. Так, під час проходження **змінного струму**, сила якого змінюється за законом $I = I_0 \sin \omega t$ (де ω – циклічна частота струму):

– коливання напруги на **активному опорі** R відбувається за законом $U = I_0 R \sin \omega t$, тобто зсув фаз між коливаннями сили струму та напруги $\varphi = 0$;

– закон зміни напруги на **конденсаторі** ємністю C

$$U = \frac{I_0}{\omega C} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \text{ тобто } \varphi = -\pi/2, \text{ а } \text{ємнісний опір}$$

$$X_C = 1/\omega C;$$

– закон зміни напруги на котушці з **індуктивністю** L

$$U = I_0 \omega L \sin(\omega t + \pi/2), \text{ тобто } \varphi = \pi/2; \text{ а } \text{індуктивний}$$

$$\text{опір } X_L = \omega L.$$

При **послідовному з'єднанні** опору R , катушки з індуктивністю L , та конденсатора ємністю C зсув фаз між коливаннями напруги та сили струму на кінцях ділянки:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}, \quad (2.32)$$

тоді як співвідношення між їхніми амплітудними значеннями

$$U_0 = I_0 \cdot \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}. \quad (2.33)$$

Ефективні (діючі) значення сили струму I_d та напруги U_d :

$$I_d = I_0 / \sqrt{2}, \quad U_d = U_0 / \sqrt{2}. \quad (2.34)$$

Середня потужність змінного струму:

$$P = I_d U_d \cos \varphi = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos \varphi. \quad (2.35)$$

Величину $\cos \varphi$ називають **коефіцієнтом потужності**.

Для аналізу кіл змінного струму зручним є **метод комплексних амплітуд**. У рамках цього методу струм та напруга у колі представляються у вигляді комплексних чисел:

$$\dot{I} = I_0 e^{i\omega t}, \quad \dot{U} = U_0 e^{i(\omega t + \varphi)}, \quad (2.36)$$

де I_0 та U_0 – амплітудні значення сили струму та напруги відповідно, $i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця. Крім того, у вигляді комплексних чисел записуються опори елементів кола. Зокрема, **комплексний опір** резистора R

$$\dot{Z}_R = R, \quad (2.37a)$$

комплексний опір конденсатора ємністю C

$$\dot{Z}_C = (i\omega C)^{-1}, \quad (2.37б)$$

комплексний опір котушки з індуктивністю L

$$\dot{Z}_L = i\omega L. \quad (2.37в)$$

Тобто комплексний опір резистора є дійсною величиною, а комплексні опори конденсатора та соленоїда – величини уявні. Повний комплексний опір \dot{Z} кола змінного струму можна знайти, використовуючи правила відшукання опорів при паралельному та послідовному опорів у колах постійного струму (1.40), (1.41) та правилами (2.37а-в). Уявна частина $\text{Im}(\dot{Z})$ повного комплексного опору кола дорівнює реактивному опору кола, а дійсна частина $\text{Re}(\dot{Z})$ – активному опору. Крім того

$$I_0 = \frac{U_0}{|\dot{Z}|}, \quad (2.38)$$

де $|\dot{Z}|$ – модуль повного комплексного опору,

$$|\dot{Z}| = \sqrt{\text{Re}(\dot{Z})^2 + \text{Im}(\dot{Z})^2}, \quad \text{tg } \varphi = \text{Im}(\dot{Z}) / \text{Re}(\dot{Z}). \quad (2.39)$$

Вирази (2.37-38) справедливі і для окремих ділянок кола, якщо вважати, що \dot{Z} - повний комплексний опір саме цих ділянок.

Резонанс в колі змінного струму спостерігається у випадку

$$\text{Im}(\dot{Z}) = 0. \quad (2.40)$$

Приклади розв'язку задач

Приклад 1. Прямий провідник довжиною $L = 90$ см зігнуто у вигляді рівностороннього трикутника і розташовано у вакуумі. Якою повинна бути сила струму у провіднику, щоб індукція магнітного поля у точці, де перетинаються висоти утвореного трикутника, становила $B = 1,24 \cdot 10^{-6}$ Тл?

Розв'язок:

$L = 0,9 \text{ м}$ $B = 1,24 \cdot 10^{-6} \text{ Тл}$ $I - ?$

Для розв'язку задачі спочатку знайдемо індукцію магнітного поля B_0 , що створюється прямолінійним провідником довжиною L_0 , у довільній точці А (I - сила струму у провіднику, d - відстань від провідника до точки А) – див. рис. 2.1. Для цього розіб'ємо провідник на нескінченно малі елементи довжиною dl . Згідно з

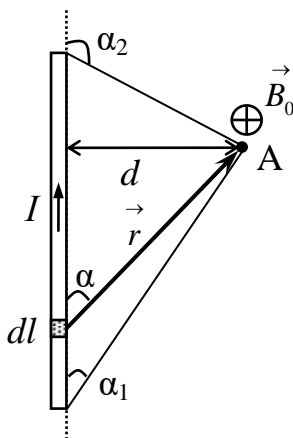


Рис.2.1

(2.1) індукція магнітного поля \vec{dB}_l , яке створюється елементом струму $I dl$ у точці А, визначається виразом:

$$\vec{dB}_l = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [\vec{dl}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (1)$$

де \vec{r} – радіус-вектор, проведений від dl до точки А; напрямок вектора \vec{dl} визначається напрямом струму у провіднику. Згідно з принципом суперпозиції магнітних полів:

$$\vec{B}_0 = \int_{L_0} \vec{dB}_l, \quad (2)$$

де інтегрування відбувається по всій довжині провідника. Так як вектори індукції магнітних полів, які створюються у т. А усіма елементами dl , які складають провідник, спрямовані паралельно між собою (перпендикулярно до площини рисунку), то у виразі (2) векторну суму можна замінити скалярною:

$$B_0 = \int_{L_0} dB_l. \quad (3)$$

З іншого боку, виходячи з формули (1), для модуля вектора \vec{dB}_l можна записати:

$$dB_l = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dl \sin \alpha, \quad (4)$$

де α – кут між векторами \vec{dl} та \vec{r} . З рис. 2.1 видно, що:

$$r = \frac{d}{\sin \alpha} \quad (5)$$

Одночасно, зв'язок між довжиною елемента провідника dl та кутом α має вигляд:

$$dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}. \quad (6)$$

Підставляючи (5) та (6) до (4), отримуємо:

$$dB_l = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{r^2} \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} \sin \alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\alpha}{r} = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \sin \alpha d\alpha. \quad (7)$$

Підставивши (7) у (3) та провівши інтегрування по всім кутам α , які відповідають різним елементам провідника, отримаємо:

$$B_0 = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \sin \alpha \, d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \, d\alpha =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (-\cos \alpha) \Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$
(8)

де значення кутів α_1 та α_2 зрозумілі з рис. 2.1.

Повертаючись безпосередньо до задачі та знову використовуючи принцип суперпозиції, можемо сказати, що індукція магнітного поля \vec{B} у точці, де перетинаються висоти трикутника:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3,$$
(9)

де \vec{B}_1 , \vec{B}_2 та \vec{B}_3 – індукції магнітних полів, які утворюються струмами, що проходять по сторонам трикутника. У точці перетину висот усі ці вектори спрямовані вздовж однієї прямої, перпендикулярної до площини трикутника (на рис. 2.2

трикутник розташований у площині рисунка і якщо струм тече за годинниковою стрілкою, то

\vec{B}_1 , \vec{B}_2 та \vec{B}_3 спрямовані від спостерігача). Крім того, з міркувань симетрії випливає, що модулі цих векторів однакові $B_1 = B_2 = B_3$. Усе це дозволяє векторну суму (9) переписати у скалярному вигляді:

$$B = B_1 + B_2 + B_3 = 3B_1.$$
(10)

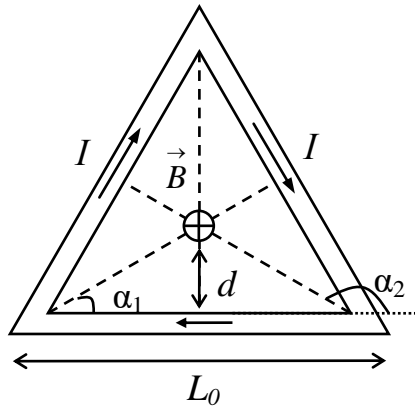


Рис.2.2

Для знаходження величини B_1 використаємо формулу (8). Якщо довжина усього провідника дорівнює L , то довжина однієї сторони дорівнює $L_0 = L/3$. Точка, де розглядається величина індукція, знаходиться симетрично по відношенню до кінців провідника (до сторін трикутника), тобто $\alpha_2 = \pi - \alpha_1$, отже $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$. Так як трикутник рівносторонній, то кути у ньому дорівнюють 60° а висоти є бісектрисами і тому $\alpha_1 = 30^\circ$. З рис.2.2 видно, що відстань від сторони трикутника до точки перетину висот $d = \frac{L_0}{2} \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{L}{6} \operatorname{tg} \alpha_1$. Врахувавши все це, для B_1 отримуємо:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{6}{L \operatorname{tg} \alpha_1} (\cos \alpha_1 - (-\cos \alpha_1)) = \frac{3\mu_0 I \cos \alpha_1}{L\pi \operatorname{tg} \alpha_1}, \quad (11)$$

Таким чином

$$B = \frac{9\mu_0 I \cos \alpha_1}{L\pi \operatorname{tg} \alpha_1}. \quad (12)$$

З (12) можна знайти силу струму I :

$$I = \frac{BL\pi \operatorname{tg} \alpha_1}{9\mu_0 \cos \alpha_1}. \quad (13)$$

Перевіримо розмірність:

$$[I] = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}}{\text{Гн} \cdot \text{м}^{-1}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}}{\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}} \text{м}^2 = \text{А}$$

Використовуючи формулу (13), знаходимо:

$$I = \frac{1,24 \cdot 10^{-6} \cdot 0,9 \cdot 3,14 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ}{9 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \cos 30^\circ} \approx 0,21 \text{ (А)}$$

Приклад 2. Як треба розташувати прямолінійний мідний провідник радіусом $r = 1$ мм в однорідному горизонтальному

магнітному полі ($B = 0,04$ Тл) і якої сили струм пропустити через нього, щоб провідник перебував у стані рівноваги?

Розв'язок:

$r = 10^{-3}$ м $B = 0,04$ Тл $I - ?$

На прямолінійний провідник довжиною L , по якому тече струм силою I , в однорідному магнітному полі діє сила Ампера:

$$\vec{F}_A = I [\vec{L}, \vec{B}], \quad (1)$$

напрямок вектора \vec{L} визначається напрямом струму, \vec{B} – вектор індукції магнітного поля. Як видно з формули (1), сила F_A спрямована перпендикулярно як до напрямку струму, так і до

вектора \vec{B} . Так як за умовою поле горизонтальне, то для того, щоб провідник знаходився у рівновазі, необхідно його також розташувати горизонтально – інакше, якщо кут між провідником і вертикальною лінією відрізняється від прямого, буде існувати горизонтальна складова сили Ампера, що призведе до руху провідника. Крім того, провідник повинен бути розташований відносно напрямку магнітного поля таким чином, щоб сила Ампера зрівноважувала дію сили тяжіння, тобто F_A має спрямовуватися вертикально вгору і за модулем дорівнювати:

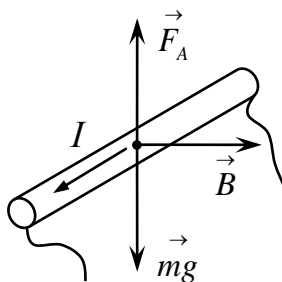


Рис.2.3

$$F_A = mg, \quad (2)$$

де m – маса провідника, g – прискорення вільного падіння. У випадку, коли напрямок струму у провіднику та вектор індукції магнітного поля взаємно перпендикулярні, формула (1) набуде вигляд:

$$F_A = I L B. \quad (3)$$

З іншого боку, маса провідника:

$$m = \Delta V \rho, \quad (4)$$

де ρ – густина речовини, з якої виготовлений провідник (для міді $\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$); ΔV – об'єм провідника, $\Delta V = L S$, де

$S = \pi r^2$ – площа поперечного перерізу провідника радіусом r).

Таким чином:

$$m = \pi r^2 L \rho. \quad (6)$$

Підставляючи (3) та (6) у (2), отримуємо:

$I L B = \pi r^2 L \rho g$, звідки:

$$I = \frac{\pi r^2 \rho g}{B}. \quad (7)$$

Використовуючи формулу (7), знаходимо:

$$I = \frac{3,14 \cdot 10^{-6} \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot 9,81}{0,04} \approx 6,86 \text{ (A)}.$$

Отже, провідник потрібно розмістити горизонтально, перпендикулярно вектору індукції магнітного поля і пропустити через нього струм силою $I \approx 6,86 \text{ A}$.

Приклад 3. Протон пройшов прискорюючу різницю потенціалів $U = 300 \text{ В}$ і влетів у однорідне магнітне поле ($B = 20 \text{ мТл}$) під кутом $\alpha = 30^\circ$ до ліній магнітної індукції. Визначити крок h і радіус R гвинтової лінії, яку буде описувати протон, рухаючись у магнітному полі.

$U = 300 \text{ В}$	Розв'язок: Якщо заряджена частинка проходить різницю потенціалів U , то при цьому сили електричного поля виконують роботу A : $A = qU$, (1)
$B = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}$	
$\alpha = 30^\circ$	
$h - ?$ $R - ?$	

де q – заряд частинки. Ця робота витрачається на зміну кінетичної енергії частинки і тому:

$$A = qU = \frac{mv^2}{2}, \quad (2)$$

де m – маса частинки, v – її кінцева швидкість (вважаємо, що початкова швидкість $v_0 = 0$). Для протона $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $m = 1,675 \cdot 10^{-27}$ кг. З формули (2) випливає, що швидкість протона у момент часу, коли він влетів в магнітне поле:

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}. \quad (3)$$

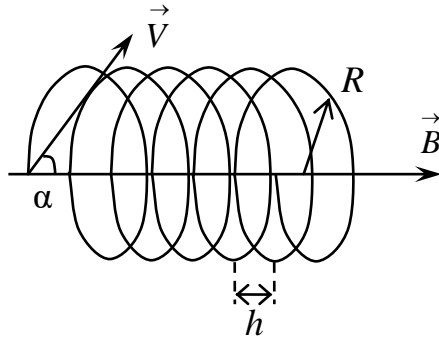


Рис.2.4

На заряджену частинку, що рухається зі швидкістю v у магнітному полі з індукцією B , діє сила Лоренца:

$$F_L = qvB \sin \alpha, \quad (4)$$

де α – кут між векторами швидкості та індукції магнітного поля. Сила Лоренца спрямована перпендикулярно до швидкості частинки, отже, така сила надає частинці нормального прискорення. В результаті цього частинка буде рухатися по колу у площині, перпендикулярній до вектора магнітної індукції. Згідно з другим законом Ньютона:

$$F_L = ma_n, \quad (5)$$

де a_n – нормальне прискорення. Величина a_n залежить від складової швидкості, яка перпендикулярна до \vec{B} , а саме, $v_{\perp} = (v \sin \alpha)$, та від радіуса кола R :

$$a_n = \frac{(\nu \sin \alpha)^2}{R}. \quad (6)$$

Підставляючи (6) та (4) у (5), отримуємо:

$$q\nu B \sin \alpha = m \frac{\nu^2 \sin^2 \alpha}{R}$$

$$R = \frac{m\nu \sin \alpha}{qB}. \quad (7)$$

З врахуванням (3), остаточно маємо:

$$R = \frac{m \sin \alpha}{qB} \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2mU}{q}} \frac{\sin \alpha}{B}. \quad (8)$$

Крок гвинтової лінії можна знайти як відстань, яку проходить протон вздовж напрямку індукції магнітного поля протягом часу, за який він здійснює один оберт у площині, перпендикулярній до \vec{B} :

$$h = T \nu \cos \alpha, \quad (9)$$

де $(\nu \cos \alpha)$ – складова швидкості, що паралельна до \vec{B} ; T – період обертання:

$$T = \frac{2\pi R}{\nu \sin \alpha},$$

або, використовуючи (7):

$$T = \frac{2\pi m}{qB}. \quad (10)$$

З урахуванням останнього виразу для h можемо записати:

$$h = \frac{2\pi m}{qB} \sqrt{\frac{2qU}{m}} \cos \alpha = \frac{2\pi \cos \alpha}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}}. \quad (11)$$

Користуючись формулами (8) та (11), знаходимо:

$$R = \frac{1}{2 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{2 \cdot 1,675 \cdot 10^{-27} \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}}} \sin 30^\circ \approx 6,3 \cdot 10^{-2} \text{ (м)}$$

$$h = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot \cos 30^\circ}{2 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{2 \cdot 1,675 \cdot 10^{-27} \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}}} \approx 0,68 \text{ (м)}$$

Приклад 4. Плоский контур, в якому протікає струм силою $I = 5 \text{ А}$, вільно встановився в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,4 \text{ Тл}$. Площина контуру $S = 200 \text{ см}^2$. Підтримуючи струм у контурі сталим, його повернули відносно осі, що лежить у площині контуру, на кут $\alpha = 40^\circ$. Визначити роботу A , яку було при цьому виконано.

$I = 5 \text{ А}$ $B = 0,4 \text{ Тл}$ $S = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$ $\alpha = 40^\circ$ $A - ?$
--

енергія контуру зі струмом у магнітному полі з індукцією B :

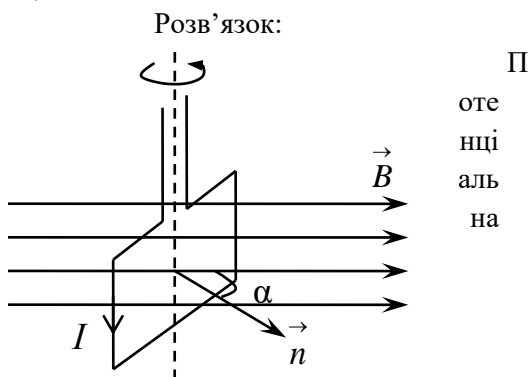


Рис.2.5

$$W_p = -p_m B \cos \alpha \quad (1)$$

де p_m – магнітний момент контуру, $p_m = IS$; α – кут між нормаллю до площини контуру і вектором магнітної індукції. Так як контур вільно встановився у магнітному полі, то такому стану повинен відповідати мінімум енергії системи. Як видно з формули (1), енергія є мінімальною у випадку, коли $\cos \alpha = 1$, тобто, якщо $\alpha = 0$. Таким чином, можна зробити висновок, що у початковому положенні потенціальна енергія системи "контур зі струмом – магнітне поле":

$$W_{p1} = -I S B. \quad n(2)$$

Так як контур було повернуто на кут α відносно осі, що лежить в площині контуру, то у кінцевому положенні

$$W_{p2} = -I S B \cos \alpha. \quad (3)$$

Робота, яку виконали зовнішні сили, призвела до збільшення потенціальної енергії системи:

$$\begin{aligned} A &= W_{p2} - W_{p1} \\ A &= I S B (1 - \cos \alpha). \end{aligned} \quad (4)$$

Перевіримо розмірність:

$$\begin{aligned} [A] &= A \cdot \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = A \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot A^{-1} \cdot \text{м}^2 = \\ &= \text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2} = \text{м} \cdot \text{Н} = \text{Дж} \end{aligned}$$

Використовуючи формулу (6), знаходимо:

$$A = 5 \cdot 0,4 \cdot 2 \cdot 10^{-2} (1 - \cos 40^\circ) \approx 9,4 \cdot 10^{-3} \text{ (Дж)}$$

Приклад 5. Плоску рамку, яку виготовлено з одного витка металевго дроту з опором $R = 10^{-3} \text{ Ом}$ та площею поперечного перерізу $S = 1 \text{ см}^2$, розміщено в однорідному магнітному полі. Напрямок силових ліній поля перпендикулярний до площини рамки. Індукція магнітного поля змінюється рівномірно на $\Delta B = 0,01 \text{ Тл}$ за час $\Delta t = 1 \text{ с}$. Яка кількість теплоти W_Q виділяється у рамці за цей час. Залежністю опору рамки від температури можна знехтувати.

$R = 10^{-3} \text{ Ом}$ $S = 10^{-4} \text{ м}^2$ $\Delta B = 10^{-2} \text{ Тл}$ $\Delta t = 1 \text{ с}$	$W_Q - ?$
--	-----------

Розв'язок:

Тепло у рамці виділяється в результаті протікання електричного струму; поява останнього викликана, у свою чергу, зміною магнітного потоку, що пронизує рамку, при зміні індукції магнітного поля.

Згідно з законом електромагнітної індукції Фарадея:

$$\xi_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (1)$$

де ξ_i – ЕРС індукції. У випадку однорідного магнітного поля через виток площею S проходить магнітний потік:

$$\Phi = BS \cos \alpha, \quad (2)$$

де B – індукція магнітного поля, α – кут між нормаллю до площини витка та силовими лініями магнітного поля. Згідно з умовою задачі $\alpha = 0$, тобто $\cos \alpha = 1$. Оскільки площа рамки не змінюється, то:

$$\xi_i = -\frac{\partial(BS)}{\partial t} = -S \frac{\partial B}{\partial t}. \quad (3)$$

У випадку рівномірної зміни величини індукції останню формулу можна переписати у вигляді

$$\xi_i = -S \frac{\Delta B}{\Delta t}. \quad (4)$$

З іншого боку, згідно з законом Ома:

$$I = \frac{\xi_i}{R}, \quad (5)$$

де I – сила струму у рамці, R – її опір. За умовою задачі індукція змінюється рівномірно, тобто сила струму залишається постійною. У цьому випадку кількість теплоти, що виділилася у рамці за проміжок часу Δt , описується законом Джоуля-Ленца:

$$W = I^2 R \Delta t. \quad (6)$$

Підставляючи (4) у (5), а (5) у (6), отримуємо:

$$W = \left(\frac{S \Delta B}{R \Delta t} \right)^2 R \Delta t = \frac{S^2 \Delta B^2}{R \Delta t}. \quad (7)$$

Користуючись формулою (7), знаходимо:

$$W = \frac{(10^{-4})^2 \cdot (10^{-2})^2}{10^{-3} \cdot 1} = 10^{-9} \text{ (Дж)}.$$

Приклад 6. По двом паралельним нескінченно довгим металевим рейкам може ковзати без тертя провідна перемичка масою $m = 50 \text{ г}$ і довжиною $L = 20 \text{ см}$. Система знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 1 \text{ Тл}$. Лінії індукції перпендикулярні до площини, в якій розташовані рейки. Перпендикулярно до перемички прикладають силу $F = 3 \text{ Н}$. Знайти закони зміни швидкості $v(t)$ та прискорення $a(t)$ перемички, якщо рейки з'єднати через: а) резистор з опором $R = 10 \text{ Ом}$; б) конденсатор ємністю $C = 5 \text{ мкФ}$. Вважати, що електричний опір перемички відсутній.

$m = 0,05 \text{ кг}$
$L = 0,2 \text{ м}$
$B = 1 \text{ Тл}$
$F = 3 \text{ Н}$
$R = 10 \text{ Ом}$
$C = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$
$v(t) - ?$
$a(t) - ?$

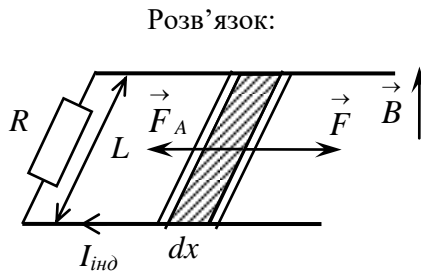


Рис.2.6

Випадок а). За нескінченно малий проміжок часу dt перемичка пройде шлях $dx = vdt$, за рахунок чого площа замкнутого контуру (див. рис. 2.6) збільшиться на величину

$$dS = Ldx = Lvdt. \quad (1)$$

Зміна площі контуру буде супроводжуватися зміною магнітного потоку через поверхню, обмежену утвореним контуром:

$$d\Phi = BdS = BLvdt. \quad (2)$$

Тоді, згідно з (2.23), у контурі буде виникати ЕРС індукції:

$$\xi_i = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = BLv. \quad (3)$$

В результаті явища електромагнітної індукції у контурі виникає індукційний струм I_{ind} , спрямований таким чином, щоб магнітний потік, який створюється цим струмом через поверхню контуру, протидієв зміні зовнішнього магнітного потоку (правило Ленца). Легко переконатися, що в даному випадку індукційний струм спрямований за годинниковою стрілкою. Згідно з законом Ома

$$I_{ind} = \xi_i / R = BLv / R. \quad (4)$$

Але в цьому випадку на перемичку діятиме сила Ампера \vec{F}_A , яка спрямована проти сили \vec{F} і чисельно дорівнює

$$F_A = I_{ind} BL. \quad (5)$$

У виразі (4) враховано, що напрями індукції магнітного поля та індукційного струму взаємоперпендикулярні.

При зростанні сили струму F_A також буде збільшуватись доти, токи не зрівноважить зовнішню силу F . З цього моменту часу рух перемички стане рівномірним (з $a = 0$), а його швидкість можна знайти з умови

$$F_A = I_{ind} BL = F. \quad (5^*)$$

Використовуючи рівняння (4) та (5*) остаточно отримуємо:

$$(BLv/R)BL = F$$

$$v = FR / B^2 L^2. \quad (6)$$

Перевіримо розмірність:

$$[v] = \frac{\text{Н} \cdot \text{Ом}}{\text{Тл}^2 \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н} \cdot \text{Ом} \cdot \text{А}^2 \cdot \text{м}^2}{\text{Н}^2 \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{Н}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}} = \text{м/с}.$$

Використовуючи формулу (6), знаходимо:

$$v = \frac{3 \cdot 10}{1^2 \cdot (0,2)^2} = 750 \text{ (м/с)}.$$

Випадок б). Як і у попередньому випадку ЕРС індукції буде описуватись виразом (3). Рівняння руху перемички матиме вигляд

$$ma = F - F_A = F - I_{ind}LB. \quad (7)$$

Відмінність цієї задачі від попередньої полягає у тому, що необхідно врахувати процес зарядки конденсатора під час руху перемички. Зокрема, у кожний момент часу напруга U_C на

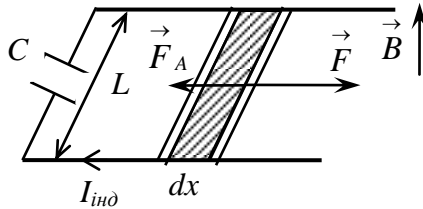


Рис.2.7

конденсаторі дорівнює ЕРС індукції $U_C = \xi_i$, тобто

$$\frac{q(t)}{C} = BvL, \quad (8)$$

де q – заряд на конденсаторі. Продиференціюємо рівняння (8) по часу:

$$\frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = BL \frac{dv}{dt}. \quad (9)$$

Враховуючи, що сила струму $I = \frac{dq}{dt}$, а прискорення $a = \frac{dv}{dt}$, матимемо:

$$\frac{I}{C} = BL a. \quad (10)$$

Підставляючи вираз (10) в (7) та виражаючи a остаточно отримаємо

$$ma = F - B^2 L^2 C a$$

$$a = \frac{F}{m + B^2 L^2 C} . \quad (11)$$

Тобто, в цьому випадку рух перемички буде рівноприскореним, прискорення описуватиметься виразом (11), а залежність швидкості від часу виражається лінійною залежністю $v(t) = at$ (за умови, що в початковий момент часу перемичка нерухома). У формулі (11) достатньо тільки з'ясувати якою є розмірність величини $B^2 L^2 C$:

$$\begin{aligned} [B^2 L^2 C] &= \text{Тл}^2 \cdot \text{м}^2 \cdot \Phi = \frac{\text{Н}^2}{\text{А}^2 \cdot \text{м}^2} \cdot \text{м}^2 \cdot \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = \\ &= \frac{\text{Н}^2}{\text{А}^2} \cdot \frac{\text{Кл}^2}{\text{Дж}} = \frac{\text{Н}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{Дж}} = \text{Н} \cdot \frac{\text{с}^2}{\text{м}} = \text{кг} . \end{aligned}$$

Використовуючи формулу (11), знаходимо:

$$a = \frac{3}{0,05 + 1^2 \cdot (0,2)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} \approx 60 \left(\text{м/с}^2 \right) .$$

Приклад 7. *Соленоїд має довжину $l = 0,6$ м і поперечний переріз площею $S = 10$ см². При деякій силі струму, що протікає в обмотці, у соленоїді створюється магнітний потік $\Phi = 0,1$ мВб. Чому дорівнює енергія W магнітного поля соленоїда? Осердя виготовлене з немагнітного матеріалу, а магнітне поле в усьому об'ємі соленоїду однорідне.*

$\begin{array}{l} l = 0,6 \text{ м} \\ S = 10^{-3} \text{ м}^2 \\ \Phi = 10^{-4} \text{ Вб} \\ W - ? \end{array}$	Розв'язок: Енергія магнітного поля соленоїда може бути розрахована за формулою:	$W = \frac{1}{2} L I^2 , \quad (1)$
---	--	-------------------------------------

де I – сила струму у соленоїді, L – індуктивність соленоїда:

$$L = \mu \mu_0 N^2 \frac{S}{l} , \quad (2)$$

де μ – магнітна проникність осердя; для немагнітного матеріалу $\mu = 1$; N – кількість витків, S та l – площа поперечного перерізу та довжина соленоїда відповідно. Водночас:

$$L = \frac{N\Phi}{I}, \quad (3)$$

де Φ – магнітний потік у соленоїді.

Значення сили струму I з рівняння (3) підставимо у (1) та, враховуючи співвідношення (2), отримуємо:

$$I = \frac{N\hat{\Phi}}{L}$$

$$W = \frac{1}{2} L \frac{N^2 \Phi^2}{L^2} = \frac{N^2 \Phi^2}{2L} = \frac{N^2 \Phi^2}{2\mu\mu_0} \frac{l}{N^2 S} = \frac{\Phi^2 l}{2\mu\mu_0 S}. \quad (4)$$

Перевіримо розмірність:

$$[W] = \frac{\text{Вб}^2 \cdot \text{м}}{\text{Гн} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Вб}^2}{\text{Гн}} = \frac{(\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1})^2}{\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}} = \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} = \text{Дж}$$

Користуючись формулою (4), знаходимо:

$$W = \frac{(10^{-4})^2 \cdot 0,6}{2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-3}} \approx 2,4 \text{ (Дж)}$$

Приклад 8. Джерело струму замкнули на котушку опором $R = 10 \text{ Ом}$ та індуктивністю $L = 0,2 \text{ Гн}$. Через який час сила струму у колі досягне 50% від максимального значення?

$R = 10 \text{ Ом}$ $L = 0,2 \text{ Гн}$ $K = 0,5$ <hr style="width: 100%;"/> $t_0 - ?$	<p>Розв'язок:</p> <p>Згідно з другим правилом Кірхгофа для кола, яке складається з котушки з індуктивністю L і опором R та джерела струму з ЕРС ξ можна записати:</p>
--	--

$$IR = \xi - L \frac{dI}{dt}, \quad (1)$$

де I – сила струму в колі, $\left(-L \frac{dI}{dt}\right)$ – ЕРС самоіндукції, яка виникає у котушці. Тобто, для знаходження закону зміни сили струму у колі нам необхідно розв'язати неоднорідне диференціальне рівняння:

$$L \frac{dI}{dt} + IR = \xi.$$

Його загальний розв'язок має вигляд:

$$I = I_0 \exp(-Rt/L) + \xi/R.$$

де I_0 – стала, яку можна визначити з початкових умов. Так як при $t = 0, I = 0$, то $I_0 + \frac{\xi}{R} = 0$, отже $I_0 = -\frac{\xi}{R}$. Таким чином:

$$I = \frac{\xi}{R} (1 - \exp(-Rt/L)). \quad (2)$$

Як видно з формули (2), максимальне значення, якого може досягти сила струму, $I_{\max} = \xi/R$. Тоді для моменту часу t_0 , у який сила струму досягне значення $I = KI_{\max} = K \xi/R$, з рівняння (2) отримуємо:

$$\begin{aligned} K \frac{\xi}{R} &= \frac{\xi}{R} (1 - \exp(-Rt_0/L)), \\ K &= 1 - \exp(-Rt_0/L), \\ t_0 &= \frac{L}{R} \ln \left(\frac{1}{1-K} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Користуючись формулою (3), знаходимо

$$t_0 = \frac{0,2}{10} \ln \left(\frac{1}{1-0,5} \right) \approx 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ (с)}.$$

Приклад 9. Коливальний контур, який складається з котушки індуктивності і конденсатора ємністю $C = 1 \text{ нФ}$, має

власну частоту коливань $\nu = 5 \text{ МГц}$. Визначити максимальну силу струму I_{\max} у котушці, якщо енергія контуру $W = 0,5 \text{ мкДж}$.

$C = 10^{-9} \text{ Ф}$ $\nu = 5 \cdot 10^6 \text{ Гц}$ $W = 5 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}$
$I_{\max} - ?$

Розв'язок:

Частота власних електромагнітних коливань ν у контурі, який складається з конденсатора ємністю C і котушки з індуктивністю L , визначається за формулою Томсона:

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (1)$$

Тобто, знаючи ємність конденсатора і частоту власних коливань у контурі, ми можемо знайти індуктивність котушки

$$L = \frac{1}{4\pi^2\nu^2 C}. \quad (2)$$

Енергія магнітного поля котушки зі струмом силою I :

$$W_B = \frac{L I^2}{2}. \quad (3)$$

Енергія контуру W складається з енергії електричного поля конденсатора W_E та енергії магнітного поля котушки W_B :

$$W = W_E + W_B. \quad (4)$$

При електромагнітних коливаннях відбуваються взаємні перетворення енергії електричного та магнітного полів. Якщо сила струму у котушці максимальна, то максимального значення $W_{B,\max}$ набуває і енергія котушки. Оскільки ж енергія всього контуру залишається сталою, то в цей момент енергія конденсатора є мінімальною, тобто конденсатор розряджений і $W_E = 0$. Тоді

$$W = W_{B,\max},$$

або, враховуючи (3),

$$W = \frac{1}{2} L I_{\max}^2, \quad (5)$$

де I_{\max} – максимальне значення сили струму в котушці.

З рівнянь (6) та (3) отримуємо:

$$I_{\max} = \sqrt{\frac{2W}{L}} = \sqrt{2W \cdot 4\pi^2 \nu^2 C} = 2\pi \nu \sqrt{2WC}. \quad (6)$$

Перевіримо розмірність:

$$\begin{aligned} [I_{\max}] &= \text{Гц} \sqrt{\text{Дж} \cdot \Phi} = \text{с}^{-1} (\text{м}^2 \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2)^{1/2} = \\ &= \text{с}^{-1} \cdot (\text{с}^2 \cdot \text{А}^2)^{1/2} = \text{с}^{-1} \cdot \text{с} \cdot \text{А} = \text{А} \end{aligned}$$

Використовуючи формулу (7), знаходимо:

$$I_{\max} = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 10^6 \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-9}} \approx 1 \text{ (А)}.$$

Приклад 10. Котушка з індуктивністю $L = 10 \text{ мкГн}$ та резистор з'єднані паралельно та увімкнені у коло змінного струму з частотою $\nu = 60 \text{ Гц}$. Знайти величину опору резистора R , якщо відомо, що зсув фаз між напругою і струмом у колі $\varphi = 30^\circ$.

$L = 10^{-5} \text{ Гн}$ $\nu = 60 \text{ Гц}$ $\varphi = 30^\circ$ $R - ?$
--

Розв'язок:

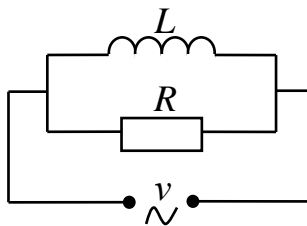


Рис.2.8

Для комплексного паралельно з'єднаних резистора справедливе співвідношення

опору \dot{Z} котушки і

$$\dot{Z}^{-1} = \dot{Z}_R^{-1} + \dot{Z}_L^{-1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{i\omega L} = \frac{i\omega L + R}{iR\omega L} = \frac{\omega L - iR}{R\omega L}, \quad (1)$$

де \dot{Z}_R та \dot{Z}_L – комплексні опори резистора і котушки, ω – циклічна частота струму, $\omega = 2\pi \nu$. Тобто

$$\dot{Z} = \frac{R\omega L}{\omega L - iR} = \frac{R\omega L(\omega L + iR)}{\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}}. \quad (2)$$

Тангенс кута зсуву фаз між напругою і силою струму у колі дорівнює відношенню уявної та дійсної частин \dot{Z} :

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{Im}(\dot{Z}) / \operatorname{Re}(\dot{Z}). \quad (3)$$

В нашому випадку:

$$\operatorname{Im}(\dot{Z}) = \frac{R^2 \omega L}{\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}}, \quad \operatorname{Re}(\dot{Z}) = \frac{R \omega^2 L^2}{\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}}. \quad (4)$$

З рівнянь (3) та (4) остаточно маємо:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= R / \omega L \\ R &= \omega L \operatorname{tg} \varphi = 2\pi \nu L \operatorname{tg} \varphi. \end{aligned} \quad (5)$$

Користуючись формулою (5), отримуємо

$$R = 2 \cdot 3,14 \cdot 60 \cdot 10^{-5} \operatorname{tg} 30^\circ \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ (Ом)}.$$

Приклад 11. Знайти зсув фаз φ між напругою і силою струму у колі, що складається з послідовно з'єднаних резистора з опором $R = 10 \text{ Ом}$, котушки з індуктивністю $L = 15 \text{ мГн}$ та конденсатора ємністю $C = 2,5 \text{ мФ}$. Знайти потужність N , яка виділяється у колі, якщо амплітуда напруги $U_0 = 100 \text{ В}$, а частота струму $\nu = 50 \text{ Гц}$.

Розв'язок:

$R = 10 \text{ Ом}$
$L = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}$
$C = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Ф}$
$U_0 = 100 \text{ В}$
$\nu = 50 \text{ Гц}$
$\varphi - ? P - ?$

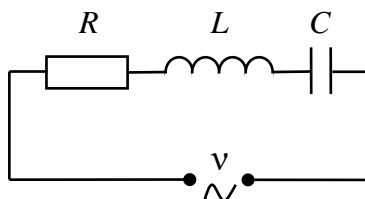


Рис.2.9

Для розв'язку цієї задачі скористаємося методом комплексних амплітуд. Так як всі елементи кола з'єднані послідовно, то загальний комплексний опір кола \dot{Z} дорівнює:

$$\dot{Z} = \dot{Z}_R + \dot{Z}_L + \dot{Z}_C = R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C} = R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right), \quad (1)$$

де \dot{Z}_R , \dot{Z}_L та \dot{Z}_C – комплексні опори резистора, котушки і конденсатора відповідно; ω – циклічна частота струму, $\omega = 2\pi \nu$.

Зсув фаз між напругою і струмом визначається відношенням уявної частини комплексного опору до дійсної частини:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\operatorname{Im}(\dot{Z})}{\operatorname{Re}(\dot{Z})} = \frac{(\omega L - \omega^{-1}C^{-1})}{R} = \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega RC} = \frac{4\pi^2 \nu^2 LC - 1}{2\pi \nu RC}. \quad (2)$$

Потужність, яка виділяється в колі:

$$P = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos \varphi, \quad (3)$$

де I_0 і U_0 – амплітудні значенні сили струму і напруги у колі. У свою чергу, I_0 дорівнює відношенню U_0 до модуля комплексного опору:

$$I_0 = \frac{U_0}{|\dot{Z}|} = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U_0 \omega C}{\sqrt{R^2 \omega^2 C^2 + (\omega^2 LC - 1)^2}}. \quad (4)$$

Підставляючи вираз (4) у формулу (3) і враховуючи, що $\cos \varphi = (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi)^{-1/2}$, отримуємо:

$$\begin{aligned}
P &= \frac{1}{2} \frac{U_0 \omega C}{\sqrt{R^2 \omega^2 C^2 + (\omega^2 LC - 1)^2}} U_0 \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega RC} \right)^2}} = \\
&= \frac{1}{2} U_0^2 \frac{\omega C}{\sqrt{R^2 \omega^2 C^2 + (\omega^2 LC - 1)^2}} \frac{R \omega C}{\sqrt{R^2 \omega^2 C^2 + (\omega^2 LC - 1)^2}} = \\
&= \frac{U_0^2 R \omega^2 C^2}{2 \left((R \omega C)^2 + (\omega^2 LC - 1)^2 \right)} \\
P &= \frac{2 \pi^2 U_0^2 R v^2 C^2}{\left((2 \pi v R C)^2 + (4 \pi^2 v^2 LC - 1)^2 \right)}. \quad (5)
\end{aligned}$$

Використовуючи формули (2) і (5) знаходимо $\varphi \approx 19^\circ$,
 $P \approx 447$ Вт.

Задачі для самостійного розв'язку

Закон Біо-Савара-Лапласа. Сила Ампера

- 2.1. По однорідному прямому провіднику з перерізом радіусом R тече постійний струм з густиною j . Знайти індукцію B магнітного поля у точці, розміщеній на відстані r від осі провідника.
- 2.2. По відрітку прямолінійного провідника довжиною $l = 0,1$ м тече струм силою $I = 2$ А. Визначити напруженість H магнітного поля, створеного струмом у точці, яка розташована на перпендикулярі до середини відрітку на відстані $R = 0,06$ м від нього.
- 2.3. По двом нескінченним прямолінійним провідникам, розміщеним вертикально на відстані $d = 15$ см один від одного, протікають в одному напрямку струми силами $I_1 = 4$ А та $I_2 = 6$ А. Визначити положення точок, в яких індукція B магнітного поля дорівнює нулеві.
- 2.4. Два нескінченні прямі провідники схрещені під прямим кутом. По провідникам протікають струми силою I_1 та I_2 . Відстань між провідниками дорівнює d . Визначити індукцію B магнітного поля, яке створюється цими струмами, у точці, розташованій на середині спільного перпендикуляра до провідників.
- 2.5. Два паралельні нескінченно довгі провідники, по яким протікають струми силою I , розміщені у вакуумі на відстані d один від одного. Визначити індукцію B магнітного поля, яке створюється цими провідниками в точці, розташованій на відстані r_1 від одного провідника і на відстані r_2 від іншого. Розглянути випадки, коли струми течуть а) в одному напрямі; б) протилежно один одному.
- 2.6. По контуру у вигляді рівнобічного трикутника тече струм силою $I = 50$ А. Сторона трикутника $a = 20$ см. Визначити

магнітну індукцію B в точці перерізу бісектрис трикутника.

- 2.7. По провіднику, зігнутому у вигляді прямокутника зі сторонами $a = 8$ см та $b = 12$ см тече струм силою $I = 50$ А. Визначити напруженість H та індукцію B магнітного поля в точці перерізу діагоналей прямокутника.
- 2.8. Струм силою $I = 50$ А тече по нескінченно довгому провіднику, зігнутому під прямим кутом. Знайти напруженість B магнітного поля у точці, розташованій а) на бісектрисі цього кута на відстані b від його вершини; б) на перпендикулярі до площини провідника, проведеного через вершину кута, на відстані h від вершини.
- 2.9. В однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,2$ мкТл перпендикулярно до ліній індукції розміщений прямолінійний провідник, по якому тече струм силою $I = 50$ А. Знайти сукупність точок, в яких результуюча магнітна індукція дорівнює нулю. Визначити силу F_l , що діє з боку магнітного поля на відрізок провідника довжиною $l = 50$ см.
- 2.10. По трьом паралельним прямим провідникам, які знаходяться на однаковій відстані $d = 20$ см один від одного, протікають струми однакової сили $I = 40$ А. В двох провідниках напрямки струмів співпадають. Визначити силу F , що діє на одиницю довжини кожного провідника.
- 2.11. Визначити відстань d між двома паралельними провідниками, якщо при силі струму $I = 60$ А в кожному з них сила взаємодії дорівнює $F_l = 0,5$ Н на кожний метр провідника.
- 2.12. Прямий провідник довжиною $l = 10$ см, по якому тече струм силою $I = 20$ А, знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,01$ Тл. Чому дорівнює кут α між вектором B і напрямком струму, якщо на провідник з боку магнітного поля діє сила $F = 0,01$ Н?

- 2.13. По провіднику, вигнутому у вигляді кола, тече струм. Напруженість магнітного поля в центрі кола $H_1 = 50$ А/м. Не змінюючи сили струму в провіднику, йому надали форму квадрата. Визначити напруженість H_2 магнітного поля в точці перетину діагоналей цього квадрата.
- 2.14. По прямому нескінченному провіднику тече струм силою $I_1 = 3,14$ А. Коловий виток зі струмом $I_2 = 3$ А розміщено таким чином, що нормаль до його площини перпендикулярна до прямолінійного провідника. Відстань від центра витка до прямого провідника $d = 20$ см, радіус витка $r = 30$ см. Знайти магнітну індукцію B в центрі витка.
- 2.15. По коловому контуру з радіусом R протікає струм силою I . Знайти магнітну індукцію а) B_c в центрі контуру; б) B_x на осі контуру на відстані X від його центру.
- 2.16. Непровідний тонкий диск радіусом R , верхня поверхня якого рівномірно заряджена з поверхневою густиною заряду σ , обертається навколо своєї осі з кутовою швидкістю ω . Знайти: а) індукцію B магнітного поля в центрі диску; б) магнітний момент p_m диску.
- 2.17. Непровідна сфера радіуса R , заряджена рівномірно з поверхневою густиною σ , обертається з кутовою швидкістю ω навколо осі, яка проходить через її центр. Знайти магнітну індукцію B в центрі сфери.
- 2.18. Струм силою I тече вздовж довгої трубки радіусом R з тонкими стінками, що має по всій довжині бічної поверхні трубки отвір шириною $h \ll R$. Знайти індукцію B магнітного поля всередині трубки на відстані r від отвору.
- 2.19. Знайти густину j струму як функцію відстані r від центру аксіально симетричного паралельного потоку електронів, якщо індукція магнітного поля всередині потоку змінюється за законом $B(r) = br^\alpha$.

- 2.20. Визначити індукцію B магнітного поля в точці O , якщо провідник зі струмом силою I має вигляд, зображений на рис.2.10. Радіус вигнутої частини провідника дорівнює R , прямолінійні ділянки вважаються дуже довгими.

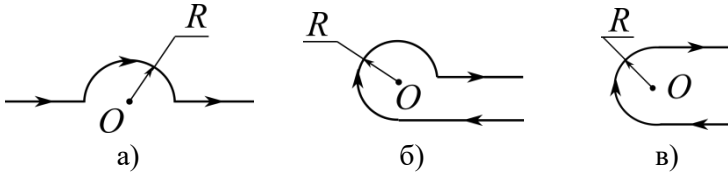


Рис.2.10

- 2.21. Струм силою I тече по довгому прямому провіднику, переріз якого має форму тонкого напівкільця радіусом R . Знайти індукцію B магнітного поля в центрі кривизни провідника.
- 2.22. Тонкий дрід утворює плоску спіраль з N витків, по яким тече струм силою I . Радіуси внутрішнього та зовнішнього витків дорівнюють a та b , відповідно. Знайти індукцію B магнітного поля в центрі спіралі та її магнітний момент p_m .
- 2.23. Металевий дрід зігнуто довільним чином у площині, що перпендикулярна вектору індукції магнітного поля. По провіднику тече струм. Довести, що сила, яка діє на провідник, не залежить від його форми.
- 2.24. Визначити індукцію B магнітного поля між полюсами електромагніта, якщо стержень масою $m_l = 50$ г на 1 м довжини при приходженні в ньому струму силою $I = 10$ А знаходиться в полі електромагніта у підвішеному стані.
- 2.25. Тонкий стержень масою $m = 20$ г та довжиною $l = 20$ см підвішено на двох тонких дротах. Стержень знаходиться в однорідному магнітному полі, вектор індукції якого спрямований вертикально вгору, а модуль цього вектора $B = 0,5$ Тл. На який кут α від вертикалі відхиляться дроти, що підтримують провідник, якщо по ньому пропустити струм силою $I = 1$ А?

- 2.26. Горизонтальні рейки знаходяться на відстані l одна від одної. На рейках лежить стержень перпендикулярно до рейок. Якою має бути індукція B вертикального магнітного поля, щоб стержень почав рухатися? По стержню проходить струм силою I , коефіцієнт тертя між стержнем і рейками k , маса стержня m .
- 2.27. З тонкого металевого дроту виготовлено кільце діаметром d , по якому проходить струм силою I . Площина кільця перпендикулярна до силових ліній магнітного поля, індукція якого дорівнює B . Визначити силу F , яка діє на кільце. Як вона спрямована?
- 2.28. У вакуумі знаходяться квадратна дротяна рамка і довгий прямий провідник. Вони розташовані в одній площині, дві сторони рамки паралельні провіднику. По рамці і провіднику протікають струми з однаковою силою I . Визначити силу F , що діє на рамку, якщо найближча до провідника сторона рамки знаходиться від нього на відстані, що дорівнює довжині цієї сторони. Визначити, в яких випадках рамка буде притягуватися до провідника, а в яких відштовхуватися.
- 2.29. Два провідника у формі кіл з майже однаковими діаметрами розташовані у взаємно перпендикулярних площинах (рис. 2.11). Як будуть поводити себе провідники, якщо через них пропустити струми силами I_1 та I_2 ?

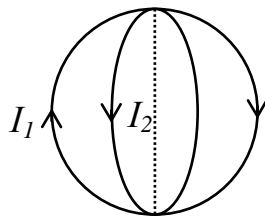


Рис.2.11

- 2.30. Вздовж довгого тонкостінного колового циліндру радіусом R тече струм силою I . Який тиск p діє на стінки циліндру?
- 2.31. Вздовж довгого провідника з круглим перерізом радіусом R протікає струм силою I . Концентрація носіїв струму в провіднику дорівнює n . Знайти різницю

потенціалів U між віссю провідника і його поверхнею.

Магнітний момент

- 2.32. Знайти магнітний момент p_m контура радіусом R , по якому протікає струм, що створює в центрі контура магнітне поле з індукцією B .
- 2.33. Виток з радіусом $R = 10$ см розміщено в площині магнітного меридіану. Який обертальний момент M відносно вертикальної осі діє на виток, якщо по ньому тече струм силою $I = 3,6$ А? Вважати, що горизонтальна складова напруженості магнітного поля Землі $H = 16$ А/м.
- 2.34. Дротяний виток радіусом $R = 25$ см розміщено в площині магнітного меридіану. В центрі витка ротаційно невелика магнітна стрілка, яка може обертатися навколо вертикальної вісі. На який кут α відхилиться стрілка, якщо по витку пропустити струм силою $I = 15$ А? Вважати, що горизонтальна складова індукції магнітного поля Землі $B = 20$ мкТл.
- 2.35. Напруженість H магнітного поля в центрі колового витка дорівнює 500 А/м. Магнітний момент витка $p_m = 6$ А·м². Визначити радіус R витка та силу струму I , що тече у ньому.
- 2.36. Квадратна рамка зі стороною $a = 10$ см виготовлена з дроту, площа перерізу якого $S = 1$ мм², а питомий опір $\rho = 2 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. Рамка приєднана до джерела постійної напруги $U = 4$ В та розміщена в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,1$ Тл. Визначити максимальний момент сил M , що діє на рамку з боку поля.
- 2.37. Рамка довжиною $a = 4$ см та шириною $b = 1,5$ см, яка складається з $N = 200$ витків тонкого дроту, знаходиться в магнітному полі напруженістю $H = 10^5$ А/м. Нормаль до рамки паралельна напрямку поля. Який обертальний момент M діє на рамку, якщо по ній тече струм силою $I = 1$ мА? Який при цьому магнітний момент p_m рамки?

- 2.38. У витку радіусом $R = 3$ см тече струм силою $I = 20$ А. Виток розміщений у магнітному полі напруженістю $H = 4000$ А/м. Під яким кутом α виток розміщений відносно ліній напруженості магнітного поля, якщо на нього діє обертальний момент $M = 1,43 \cdot 10^{-4}$ Н·м?
- 2.39. З дроту довжиною $l = 20$ см виготовлено квадратний контур. Знайти обертальний момент M , що діє на контур, розміщений в однорідному магнітному полі, індукція якого $B = 0,1$ Тл. По контуру тече струм силою $I = 2$ А, площа контура складає кут $\alpha = 45^\circ$ з напрямком магнітного поля.
- 2.40. Який максимальний обертальний момент M діє на рамку в однорідному магнітному полі, індукція якого $B = 5 \cdot 10^{-4}$ Тл, якщо в рамці тече струм силою $I = 15$ А, а площа рамки $S = 100$ см²?
- 2.41. Заряд q рівномірно розподілений по об'єму однорідної кулі радіусом R , яка обертається з кутовою швидкістю ω . Знайти відповідний магнітний момент p_m кулі.

Рух заряджених частинок в магнітному полі. Сила Лоренца

- 2.42. Електрон, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів $U = 600$ В, потрапляє в однорідне магнітне поле з індукцією $B = 1,2$ Тл. Напрямок швидкості електрона складає з напрямком вектора магнітної індукції кут $\alpha = 30^\circ$. Знайти прискорення a електрона в магнітному полі.
- 2.43. Заряджена частинка влітає в однорідне магнітне поле під кутом $\alpha = 45^\circ$ до вектору магнітної індукції і рухається по гвинтовій траєкторії з кроком $h = 2$ см. Індукція магнітного поля $B = 0,01$ Тл, заряд частинки дорівнює елементарному. Визначити імпульс p частинки.
- 2.44. Електрон рухається по колу радіусом $R = 1$ см в магнітному полі з індукцією $B = 0,02$ Тл. Яка кінетична енергія E_k електрона?

- 2.45. Електрон влітає в плоский конденсатор паралельно його обкладинкам зі швидкістю $v = 2 \cdot 10^7$ м/с. Довжина конденсатора $l = 10$ см, напруженість електричного поля в ньому $E = 200$ В/см. При вильоті з конденсатора електрон потрапляє в магнітне поле з індукцією $B = 0,02$ Тл, лінії якого перпендикулярні силовим лініям електричного поля. Знайти радіус R гвинтової траєкторії електрона в магнітному полі.
- 2.46. Протон влетів в однорідне магнітне поле під кутом $\alpha = 60^\circ$ до напрямку силових ліній і рухається по спіралі, радіус якої $R = 2,5$ см. Індукція магнітного поля $B = 0,05$ Тл. Знайти кінетичну енергію E_k протона.
- 2.47. Однорідне магнітне поле з індукцією B створено в смугі шириною d . Пучок паралельних електронів спрямовується перпендикулярно до смуги та до ліній магнітної індукції. При яких швидкостях v електрони не пролетять за смугу („відіб’ються від магнітної стінки”)?
- 2.48. Електрон влітає в однорідне магнітне поле з швидкістю $v = 400$ м/с під кутом $\alpha = 60^\circ$ до вектора магнітної індукції B , модуль якого 1 мТл. Скільки витків N міститиме траєкторія електрону на відстані $r = 2$ м вздовж магнітного поля?
- 2.49. Електрон проходить прискорюючи різницю потенціалів $U = 3520$ В, після чого влітає в однорідне магнітне поле з індукцією $B = 0,01$ Тл перпендикулярно до ліній магнітної індукції і рухається по колу радіуса $R = 2$ см. Визначити відношення заряду електрона до його маси.
- 2.50. Частинка, заряд якої рівний елементарному, влетіла в однорідне магнітне поле з індукцією $B = 0,01$ Тл. Визначити момент імпульсу L частинки при русі в магнітному полі по коловій траєкторії з радіусом $R = 0,5$ мм.
- 2.51. Циклотрон повинен прискорювати протони до енергії E . Яким повинен бути радіус R циклотрону, якщо індукція магнітного поля в ньому дорівнює B . Релятивістські ефекти

не враховувати.

- 2.52. Протон, який пройшов прискорюючу різницю потенціалів U , влетів у магнітне поле перпендикулярно лініям індукції і описав дугу радіусом R . Визначити частоту ν обертання протона в магнітному полі та індукцію B магнітного поля.

- 2.53. Електрон влітає в однорідне магнітне поле. У точці А (рис. 2.12) він має швидкість v , яка утворює з вектором індукції магнітного B поля кут α . При якому значенні індукції

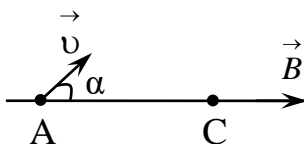


Рис.2.12

- електрон потрапить у точку С, якщо відстань $AC = L$?
- 2.54. Протон і α -частинка, прискорені однаковою різницею потенціалів, влітають в однорідне магнітне поле. У скільки разів радіус кривизни R_1 траєкторії протона більше радіуса кривизни R_2 траєкторії α -частинки?
- 2.55. Електрон рухається в магнітному полі з індукцією $B = 2 \cdot 10^{-3}$ Тл за гвинтовою траєкторією з радіусом $R = 0,02$ м і кроком $h = 0,05$ м. Визначити швидкість v електрона.
- 2.56. Електрон потрапляє в однорідне магнітне поле з індукцією $B = 200$ мТл перпендикулярно до силових ліній. Визначити силу I еквівалентного колового струму, що створюється рухом електрона в магнітному полі.
- 2.57. Електрон зі швидкістю v влітає в область однорідного магнітного поля з індукцією B та з прямолінійної межею. Початкова швидкість частинки спрямована перпендикулярно до ліній магнітної індукції та під кутом α до межа області. Визначити максимальну глибину h проникнення електрона в область магнітного поля.
- 2.58. Рухливості електронів і дірок у кремнії дорівнюють $\mu_n = 1,5 \cdot 10^3 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, $\mu_p = 5 \cdot 10^2 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, відповідно.

Обчислити постійну Хола R_H , якщо питомий опір кремнію $\rho = 6,2 \cdot 10^2 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

- 2.59. Тонку пластину з кремнію завширшки $b = 2 \text{ см}$ помістили перпендикулярно лініям індукції однорідного магнітного поля ($B = 0,5 \text{ Тл}$). При густині струму $j = 2 \text{ мкА/мм}^2$, спрямованого вздовж пластини, холівська різниця потенціалів виявилась рівною $U_H = 2,8 \text{ В}$. Визначити концентрацію носіїв струму n_q в кремнії.

Магнітне поле в речовині

- 2.60. Індукція магнітного поля у вакуумі поблизу плоскої поверхні однорідного ізотропного магнетика дорівнює B_0 , причому вектор B_0 утворює кут α з нормаллю до поверхні. Магнітна проникність магнетика дорівнює μ . Знайти індукцію магнітного поля в магнетика поблизу поверхні B .
- 2.61. Постійний магніт має вигляд кільця з вузьким проміжком шириною b між полюсами. Середній діаметр кільця дорівнює d , індукція магнітного поля у проміжку – B . Нехтуючи розсіянням магнітного поля, знайти модуль напруженості магнітного поля всередині магніту.

- 2.62. На рис. 2.13 наведено криву намагнічення заліза. Побудувати за допомогою цього графіку залежність магнітної проникності μ від напруженості магнітного поля H . Визначити координати максимуму цієї залежності.

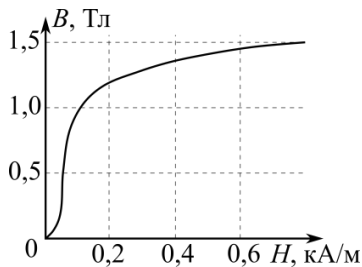


Рис.2.13

- 2.63. Довгий тонкий стержень з парамагнетика зі сприйнятливістю χ та площею поперечного перерізу S розташовано вздовж осі котушки зі струмом. Один кінець стержня знаходиться в центрі котушки, де напруженість

магнітного поля дорівнює B , а інший – в області, де магнітне поле майже відсутнє. З якою силою котушка діє на стержень?

2.64. В установці, наведеній на рис.

2.14, вимірюють силу, з якою парамагнітна кулька об'ємом V притягується до полюса електромагніту M . Індукція магнітного поля на осі полюса залежить від відстані до нього за законом $B = B_0 \exp(-a x^2)$, де константи B_0 та a відомі.



Рис.2.14

Знайти: а) на якій висоті потрібно помістити кульку, щоб сила притягання була максимальною; б) магнітну сприйнятливість парамагнетика, якщо максимальна сила притягання дорівнює F_{\max} .

2.65. Магнітний момент молекули кисню $p_m = 2,8 \mu_B$ (μ_B – магнетон Бора). Визначити молярну парамагнітну сприйнятливість χ_m газоподібного кисню.

2.66. Довгий соленоїд заповнений неоднорідним парамагнетиком, сприйнятливість якого залежить від відстані r до осі соленоїда за законом $\chi = \alpha r^2$, де α – стала. На осі соленоїда індукція магнітного поля дорівнює B_0 . Знайти залежність намагніченості J від r .

Електро-магнітна індукція

2.67. Котушка, що має $N = 100$ витків площею $S = 10 \text{ см}^2$ кожен, розміщена в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,01 \text{ Тл}$. Площини витків котушки перпендикулярні до ліній магнітної індукції. Котушка приєднана до гальванометру і опір всього кола $R = 10 \text{ Ом}$. При повороті котушки на кут α через гальванометр проходить заряд $q = 10^{-5} \text{ Кл}$. Визначити кут α .

- 2.68. Дротяне кільце радіусом $r = 0,1$ м лежить на столі. Який заряд q пройде по кільцю, якщо перевернути його з одного боку на інший? Вважати, що вертикальна складова індукції магнітного поля Землі $B = 0,5 \cdot 10^{-4}$ Тл, опір кільця $R = 1$ Ом.
- 2.69. Плоска дротяна рамка, яка має опір R і площу S , обертається зі сталою швидкістю в однорідному магнітному полі з індукцією B . Вісь обертання лежить в площині рамки і перпендикулярна до ліній індукції. Який заряд q пройде по рамці за час, поки кут між нормаллю до рамки і лініями індукції зміниться від α_1 до α_2 ?
- 2.70. З якою кутовою швидкістю ω треба обертати прямий провідник навколо одного з його кінців в однорідному магнітному полі в площині, перпендикулярній до силових ліній, щоб у провіднику виникла ЕРС $\xi = 0,3$ В? Довжина провідника $l = 20$ см, магнітна індукція поля $B = 0,2$ Тл.
- 2.71. Плоский замкнений провідний контур площею $S_1 = 10 \text{ см}^2$ деформується в однорідному магнітному полі, індукція якого $B = 0,01$ Тл. Площа контуру за час $t = 2$ с рівномірно зменшується до величини $S_2 = 2 \text{ см}^2$. Визначити силу I струму, що проходить по контуру протягом часу t , якщо опір контуру $R = 1$ Ом.
- 2.72. Металеve кільце з діаметром d та опірм R розміщене в однорідному магнітному полі з індукцією B . Площина кільця перпендикулярна силовим лініям поля. Кільце витягують в складений навпіл відрізок прямої, при цьому площа, що обмежується контуром провідника, зменшується рівномірно. Визначити заряд q , який пройде по провіднику.
- 2.73. У кільце, яке з'єднане з балістичним гальванометром, ввели магніт. При цьому по кільцю пройшов заряд $q = 50$ мкКл. Визначити зміну магнітного потоку $\Delta\Phi$ крізь кільце, якщо опір гальванометра $R = 10$ Ом.
- 2.74. Магнітний потік через нерухомий контур з опором R змінюється протягом інтервалу часу τ за законом

$\Phi(t) = at(t - \tau)$. Знайти кількість теплоти Q , яка при цьому виділиться в контурі.

2.75. Дротяна рамка розміщена перпендикулярно до вектора індукції магнітного поля. Модуль вектора індукції змінюється з часом за законом $B = B_0(1 - e^{kt})$, де $B_0 = 0,5$ Тл, $k = 1$ с⁻¹. Визначити ЕРС ξ , що виникає у контурі в момент часу $t = 2,3$ с. Площа рамки $S = 4 \cdot 10^{-2}$ м².

2.76. Квадратна рамка зі стороною $a = 20$ см розміщена в магнітному полі так, що нормаль до рамки утворює кут $\alpha = 60^\circ$ з напрямком поля. Магнітне поле змінюється з часом за законом $B = B_0 \cos \omega t$, де $B_0 = 0,2$ Тл та $\omega = 100\pi$ хв⁻¹. Визначити ЕРС ξ в рамці в момент часу $t = 4$ с.

2.77. Яку силу струму покаже амперметр (рис. 2.15), якщо індукція перпендикулярного до площини малюнка однорідного магнітного поля за час Δt рівномірно зміниться на ΔB . Точки С та D діаметральні. Контур

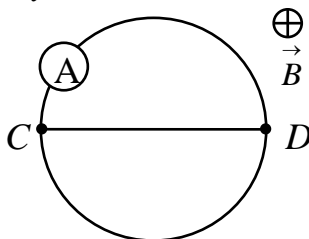


Рис.2.15

виготовлено з дроту, опір одиниці довжини якого ρ_l , діаметр кільця дорівнює d .

2.78. Квадратна рамка зі стороною $a = 10$ см обертається в однорідному магнітному полі з кутовою швидкістю $\omega = 300$ рад/с. Визначити максимальне значення сили струму I_{\max} в рамці, якщо її опір $R = 10$ Ом, магнітна індукція поля $B = 0,02$ Тл. Вісь обертання рамки перпендикулярна до ліній магнітної індукції.

2.79. Дротяне кільце радіусом $R = 5$ см розміщено в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 1$ Тл так, що вектор магнітної індукції перпендикулярний до площини

кільця. Визначити середню ЕРС індукції $\langle \xi \rangle$, що виникає в кільці, якщо його повернути на кут $\alpha = 90^\circ$ за час $t = 0,1$ с.

2.80. Дротяна рамка площею $S = 400 \text{ см}^2$ рівномірно обертається в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,02$ Тл навколо вісі, перпендикулярної до напрямку поля. Період обертання рамки $T = 0,05$ с. Рамка складається з $N = 300$ витків. Визначити максимальне значення ЕРС ξ_{\max} , що виникає в рамці.

2.81. Рамка площею $S = 1 \text{ дм}^2$, яка виготовлене з дроту опором $r = 0,45$ Ом, обертається з кутовою швидкістю $\omega = 100$ рад/с в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,1$ Тл. Вісь обертання рамки перпендикулярна до вектора магнітної індукції. Визначити кількість теплоти Q , яка виділиться в рамці за $n = 10^3$ обертів.

2.82. Літак з розмахом крил $l = 40$ м летить горизонтально зі швидкістю $v = 1200$ км/год. Знайти різницю потенціалів U , що виникає на кінцях крил. Яка максимальна різниця потенціалів U_{\max} може виникнути при польоті літака? Важати, що вертикальна та горизонтальна складові індукції магнітного поля Землі $B_y = 5 \cdot 10^{-5}$ Тл та $B_x = 2 \cdot 10^{-5}$ Тл, відповідно.

2.83. По двом мідним шинам, які розміщені під кутом α до горизонту, ковзає під дією сили тяжіння мідна перемичка масою m . Шини замкнені на опір R . Відстань між шинами l . Система знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією B , яка спрямована перпендикулярно до площини переміщення перемички. Знайти швидкість v перемички, знехтувавши опором шин, перемички, контактів, а також самоіндукцією контуру.

2.84. По двох гладких паралельних провідних рейках, встановлених під кутом α до горизонту, ковзає під дією сила тяжіння металева перемичка масою m . У верхній частині рейки під'єднані до конденсатора ємністю C . Відстань між

рейками дорівнює l . Система знаходиться в однорідному магнітному полі з індуктивністю B , що перпендикулярна до площини рейок. Знайти прискорення перемички a .

- 2.85. Довжина рухомого стержня l , його опір R . Опір нерухомих провідників, по яким ковзає без тертя стержень, дуже малий. Перпендикулярно до площини провідників прикладається магнітне поле з індукцією B . Яку силу F треба прикласти до стержня, щоб він рухався з постійною швидкістю v ?
- 2.86. По горизонтальних рейках, розміщених в вертикальному магнітному полі з індукцією $B = 0,01$ Тл, ковзає стержень довжиною $l = 1$ м зі сталою швидкістю $v = 10$ м/с. Кінці рейок замкнені на резистор з опором $R = 2$ Ом. Визначити кількість теплоти Q , яка виділяється в резисторі за час $t = 4$ с. Опором рейок та провідника нехтувати.
- 2.87. Прямолінійний провідник масою $m = 3$ кг, по якому проходить струм силою $I = 5$ А, піднімається вертикально вгору в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 3$ Тл. Напрямок провідника складає кут $\alpha = 30^\circ$ з напрямком вектора магнітної індукції. Через час $t = 2$ с після початку руху провідник набув швидкості $v = 10$ м/с. Визначити довжину l провідника.
- 2.88. Горизонтально розміщений провідний стержень масою m і опором R може ковзати без порушення контакту по двом вертикальним мідним шинам. Відстань між шинами l . Знизу кінці шин з'єднані з джерелом струму з ЕРС ξ . Перпендикулярно до площини, в якій знаходяться шини, прикладене однорідне магнітне поле з індукцією B . Знайти сталу швидкість v , з якою буде підніматися стержень. Опором шин і джерела струму, а також тертям нехтувати.
- 2.89. На горизонтальних провідних стержнях лежить металева перемичка масою $m = 50$ г. Коефіцієнт тертя між перемичкою та стержнем $\mu = 0,15$. Стержні замкнені на

резистор з опором $R = 5 \text{ Ом}$. Система знаходиться в магнітному полі, вектор індукції якого спрямований вертикально вгору і змінюється з часом за законом $B = At$, де $A = 5 \text{ Тл/с}$. Визначити момент часу τ , в який перемичка почне рухатися по стержнях. Довжина перемички $l = 1 \text{ м}$, довжина стержней $h = 0,3 \text{ м}$. Опором перемички та стержней знехтувати.

- 2.90. Провідник, який має форму параболи $y = kx^2$, знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією B , яка спрямована перпендикулярно до площини XU . У момент часу $t = 0$ з вершини параболи починають переміщувати з постійним прискоренням a провідну перемичку. Знайти ЕРС індукції ξ в утвореному контурі як функцію координати y .
- 2.91. Металевий диск радіусом R обертається з постійною кутовою швидкістю ω навколо своєї вісі. Знайти різницю потенціалів ΔU між центром і ободом диску, якщо
- а) зовнішнє магнітне поле відсутнє;
 - б) існує перпендикулярне до диску зовнішнє однорідне магнітне поле B .
- 2.92. Надпровідне кільце радіусом R та індуктивністю L знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією B . У початковому стані вектор індукції перпендикулярний вектору нормалі до площини кільця. Кільце обертають так, що напрямки цих векторів співпадають починають збігатися. Знайти силу струму I в кільці після обертання.
- 2.93. Соленоїд містить N витків дроту, які щільно прилягають один до одного. При проходженні в обмотці струму силою I в соленоїді виникає магнітний потік Φ . Визначити індуктивність L соленоїда.

2.94. В однорідне магнітне поле з індукцією B рівномірно зі швидкістю v вносять квадратний контур, в який увімкнено джерело струму з ЕРС ξ та внутрішнім опором r (рис. 2.16). Сторона квадрата дорівнює L . Знайти зміну корисної потужності в контурі при внесенні його в магнітне поле, якщо опір контуру дорівнює R .

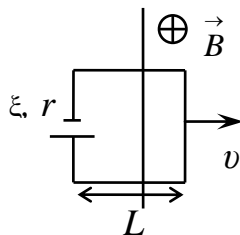


Рис.2.16

- 2.95. По провіднику у формі кільця радіусом $R = 20$ см, що містить $N = 500$ витків, тече струм силою $I = 1$ А. Визначити об'ємну густину w_B енергії магнітного полі в центрі кільця, якщо вважати, що кільце розташоване у вакуумі.
- 2.96. Котушка, яка намотана на немагнітний циліндричний каркас, складається з N_1 витків і має індуктивність L_1 . Щоб збільшити індуктивність котушки до L_2 , обмотку зняли і замінили іншою з більш тонкого дроту. Скільки витків виявилось у другій обмотці, якщо довжина котушки не змінилася?
- 2.97. В електричному колі, яке містить резистор опором $R = 20$ Ом і котушку з індуктивністю $L = 0,06$ Гн, тече струм силою $I_0 = 20$ А. Визначити силу струму I в колі через час $\Delta t = 0,2$ мс після його розімкнення.
- 2.98. Котушку з дуже малим активним опором та індуктивністю $L = 3$ Гн вмикають у коло, яке містить джерело струму з ЕРС $\xi = 1,5$ В. Через який час t струм у котушці буде дорівнювати $I = 50$ А, якщо внутрішнім опором джерела можна знехтувати?

Електро-магнітні коливання

- 2.99. У коливальний контур входять котушка з індуктивністю $L = 3 \cdot 10^{-5}$ Гн і плоский конденсатор. Відстань між обкладинками конденсатора $d = 0,1$ мм, площа кожної з

пластин $S = 100 \text{ см}^2$. Чому дорівнює діелектрична проникність ϵ середовища між обкладинками конденсатора, якщо контур резонує на хвилю довжиною $\lambda = 750 \text{ м}$?

- 2.100. На який діапазон хвиль $[\lambda_1, \lambda_2]$ можна налаштувати коливальний контур, якщо його індуктивність $L = 4 \text{ мГн}$, а ємність може змінюватися від $C_1 = 50 \text{ пФ}$ до $C_2 = 633 \text{ пФ}$? Опором контуру можна знехтувати.
- 2.101. Є два коливальні контури з однаковими котушками та конденсаторами. В котушку одного з контурів вставили залізне осереддя, що призвело до збільшення індуктивності котушки в $n = 4$ рази. Знайти відношення резонансних частот контурів ν_2/ν_1 .
- 2.102. Контур радіоприймача налаштований на частоту $\nu = 9 \text{ МГц}$. Як треба змінити ємність C змінного конденсатора цього контуру, щоб приймач був налаштований на довжину хвилі $\lambda = 50 \text{ м}$?
- 2.103. Коливальний контур містить котушку і конденсатор. У скільки разів зросте період власних коливань у контурі, якщо паралельно конденсатору підключити ще три таких самих?
- 2.104. Коливальний контур складається з котушки індуктивністю $L = 1 \text{ мГн}$ та конденсатора, обкладинками якого є дві круглі пластини діаметром $D = 20 \text{ см}$ кожна. Відстань між пластинами $d = 1 \text{ см}$. Визначити період коливань контуру T , якщо простір між пластинами заповнений плексигласом, діелектрична проникність якого $\epsilon = 3$.
- 2.105. Коливальний контур складається з котушки індуктивності та двох однакових конденсаторів, які з'єднано паралельно. Період власних коливань контуру $T_1 = 20 \text{ мкс}$. Чому буде дорівнювати період коливань контуру, якщо підключити конденсатори послідовно?

- 2.106. Резонанс у коливальному контурі, що містить конденсатор електроємністю $C_1 = 1 \text{ мкФ}$, настає при частоті $\nu_1 = 400 \text{ Гц}$. Коли паралельно конденсатору C_1 підключили конденсатор електроємністю C_2 , резонансна частота стала $\nu_2 = 100 \text{ Гц}$. Знайти електроємність конденсатора C_2 .
- 2.107. Коли в коливальний контур був включений конденсатор електроємністю C_1 , то власні коливання в контурі відбувалися з частотою $\nu_1 = 30 \text{ кГц}$. Коли цей конденсатор замінили на конденсатор електроємністю C_2 , то частота власних коливань стала дорівнювати $\nu_2 = 40 \text{ кГц}$. Якою буде частота коливань, якщо підключити в контур два цих конденсатора а) послідовно; б) паралельно?
- 2.108. Повітряний конденсатор, що входить до складу коливального контуру, заповнили діелектриком з діелектричною проникністю $\epsilon = 4$. В скільки разів зміниться власна частота коливань контуру?
- 2.109. Коливальний контур складається з котушки індуктивності та двох паралельно з'єднаних конденсаторів ємністю C кожний. Після того, як ці конденсатори з'єднали послідовно, резонансна частота змінилась на $\Delta\nu$. Знайти індуктивність контуру.
- 2.110. Різниця потенціалів на обкладинках конденсатора в коливальному контурі змінюється за законом $U(t) = 50 \cos(10^4 \pi t) \text{ В}$. Ємність конденсатора $C = 10^{-7} \text{ Ф}$. Визначити період коливань контура T , індуктивність контура L , закон зміни сили струму $I(t)$ в контурі, резонансну довжину хвилі λ .
- 2.111. Закон зміни сили струму $I(t)$ в коливальному контурі має вигляд $I(t) = -0.02 \sin(400\pi t) \text{ А}$. Індуктивність контура $L = 2 \text{ Гн}$. Знайти період коливань контура T , ємність контура C , максимальну енергію магнітного поля E_{mag} , максимальну енергію електричного поля E_{el} , максимальну різницю

потенціалів U_m на обкладинках конденсатора.

- 2.112. Заряд q на пластинах конденсатора, який входить до складу коливального контура, змінюється з часом за законом $q(t) = 10^{-6} \cos(10^4 \pi t)$ Кл. Записати залежність сили струму від часу; знайти період T і частоту коливань ν у контурі, амплітуду коливань заряду q_m та амплітуду коливань сили струму I_m .
- 2.113. В коло змінного струму з діючим значенням напруги $U_d = 220$ В та частотою $\nu = 50$ Гц послідовно ввімкнені резистор з опором $R = 200$ Ом, котушка з індуктивністю $L = 40$ мГн та конденсатор ємністю $C = 80$ мкФ. Знайти індуктивний X_L , ємнісний X_C та повний опір Z кола, а також діюче I_d та амплітудне I_m значення сили струму.
- 2.114. Резистор опором $R = 30$ Ом ввімкнений послідовно з конденсатором в коло змінного струму з діючим значенням напруги $U_d = 220$ В та частотою $\nu = 50$ Гц. Амплітуда сили струму в колі $I_m = 2$ А. Знайти ємність C конденсатора.
- 2.115. Лампочку для ліхтарика, яка розрахована на напругу $U_1 = 3,5$ В і силу струму $I = 0,28$ А, та конденсатор з'єднали послідовно та ввімкнули в коло змінного струму з діючим значенням напруги $U_2 = 220$ В і частотою $\nu = 50$ Гц. Якою повинна бути ємність конденсатора C , щоб лампочка працювала у режимі, максимально наближеному до номінального?
- 2.116. Визначити різницю фаз ϕ коливань напруги та сили струму для електричного кола, що складається з послідовно ввімкнених провідника з активним опором $R_a = 1$ кОм, котушки з індуктивністю $L = 0,5$ Гн і конденсатора з ємністю $C = 1$ мкФ. Визначити середню потужність P , яка виділяється в колі, якщо амплітудне значення напруги $U_0 = 100$ В, частота коливань в колі $\nu = 50$ Гц.

- 2.117. У схемі (рис.2.17) відомі ерс ξ джерела, опір R та індуктивності котушок L_1 та L_2 . Внутрішнім опором джерела і опорами котушок можна знехтувати. Знайти струми I_1 та I_2 , що встановляться в котушках після замикання ключа K .

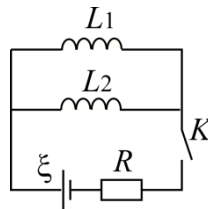


Рис. 2.17

- 2.118. Конденсатор ємністю C і резистор з опором R увімкнені послідовно у коло змінного струму з частотою ν . Яку частину напруги U , прикладеної до кола, складають падіння напруги на конденсаторі U_C і на резисторі U_R ?
- 2.119. У коло змінного струму з частотою ν і амплітудою напруги U_0 послідовно з опором R вмикають по черзі котушку та конденсатор. У першому випадку на опорі виділяється теплова потужність P_1 , а в другому – P_2 . Визначити циклічну частоту коливань ω_0 у контурі, який можна скласти з цих котушки та конденсатора.
- 2.120. Неонova лампа увімкнена в мережу змінного струму з ефективною напругою U_d і періодом коливань T . Знайти проміжок часу Δt , в межах якого триває спалах лампи, та частоту спалахів ν . Напруга запалювання лампи дорівнює U_L і збігається з напругою гасіння.
- 2.121. Первинна обмотка знижувального трансформатора з коефіцієнтом трансформації K увімкнена в мережу змінного струму з напругою U_1 . Опір вторинної обмотки дорівнює r , струм в ній – I . Знайти напругу U_2 на затискачах вторинної обмотки.
- 2.122. В кінці лінії змінного струму загальним опором R встановлено знижуючий трансформатор з коефіцієнтом трансформації K . Користувач споживає від трансформатора потужність P при силі струму рівній I . Визначити ККД трансформатора η , якщо напруга на початку лінії U_1 , а втрати потужності мають місце тільки в первинній обмотці.

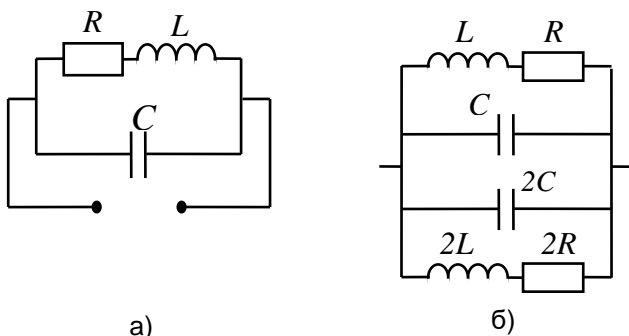


Рис.2.18

- 2.123. Знайти резонансну частоту для паралельних контурів, зображених на рис. 2.18. Величини L , R та C вважати відомими.
- 2.124. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнений діелектриком з відносною діелектричною проникністю ε . Коли цей конденсатор розмістити у колі змінного струму з частотою ν , зсув фаз між напругою і силою струму в конденсаторі дорівнюватиме ϕ . Визначити питомий опір діелектрика.
- 2.125. Соленоїд, що має індуктивність $L = 0,3$ Гн і опір $R = 10$ Ом, вмикається в коло змінного струму ($\nu = 50$ Гц) з ефективною напругою $U_d = 120$ В. Визначити амплітудне значення сили струму I_0 , зсув фаз ϕ між струмом і напругою в колі та потужність теплових втрат P .
- 2.126. Якщо через котушку проходить постійний струм силою I , то падіння напруги на ній складає U . При ввімкненні котушки у коло змінного струму з частотою ν амплітудні значення напруги та сили струму дорівнюють, відповідно, U_0 та I_0 . Визначити індуктивність котушки.
- 2.127. Амплітудне значення сумарної напруги на послідовно ввімкнених котушці та конденсаторі дорівнює U_{01} (рис. 2.19). Визначити зсув фаз між струмом і напругою у

колі, якщо амплітудне значення напруги на опорі дорівнює U_{0R} .

- 2.128. Як і які саме індуктивність L та ємність C потрібно приєднати до резистора опором $R = 20 \text{ кОм}$, щоб струм через індуктивність L та ємність C був у 10 разів більше загального струму I_0 ? Частота змінного струму $\nu = 50 \text{ Гц}$.

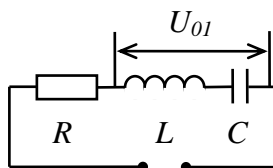


Рис.2.19

- 2.129. Котушка, повний опір якої $Z = 10 \text{ Ом}$, а коефіцієнт потужності $\cos\varphi_1 = 0,6$, увімкнена в коло змінного струму з частотою $\nu = 50 \text{ Гц}$. Визначити ємність C конденсатора, який потрібно приєднати паралельно котушці для підвищення коефіцієнту потужності в колі до величини $\cos\varphi_2 = 0,8$.
- 2.130. Коефіцієнт потужності в колі з послідовно з'єднаними конденсатором і активним опором дорівнює $\cos\varphi_1 = 0,6$. Визначити коефіцієнт потужності $\cos\varphi_2 = 0,6$, якщо опір і конденсатор з'єднати паралельно.
- 2.131. Два конденсатори ємностями C_1 та C_2 увімкнені послідовно у коло змінного струму з амплітудним значенням напруги U_0 та частотою ν . Знайти амплітуди сили струму I_0 у колі та падіння напруги U_1 та U_2 на першому та другому конденсаторах.
- 2.132. Котушка з індуктивністю L та резистор увімкнені паралельно у коло змінного струму з частотою ν . Знайти опір резистора R , якщо зсув фаз між напругою та струмом у колі дорівнює φ .

Відповіді до задач

Електростатика та закони постійного струму

$$1.1 \quad F_q = \frac{Qq}{3\pi\epsilon_0 a^2} \approx 60 \text{ мкН.}$$

$$1.2 \quad q' = -q(2\sqrt{2} + 1)/4 \approx -1,91 \cdot 10^{-6} \text{ Кл.}$$

$$1.3 \quad E = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 r^3} \approx 1,8 \cdot 10^4 \text{ В/м.}$$

$$1.4 \quad F = \frac{3\sqrt{2,6}q^2}{5\pi\epsilon_0 l^2}.$$

$$1.5 \quad E = \frac{\sqrt{q_1^2 + q_2^2 - q_1 q_2}}{4\pi\epsilon_0 a^2} = 1,124 \cdot 10^3 \text{ В/м.}$$

$$1.6 \quad q = \frac{q_1}{\sqrt{3}} \approx 0,58 \text{ нКл.}$$

$$1.7 \quad q_{1,2} = r(\sqrt{F_2} \pm \sqrt{F_2 + F_1})/(4\pi\epsilon_0)^{1/2}$$

$$1.8 \quad E = \sqrt{q_1^2 r_2^4 + q_2^2 r_1^4 + q_1 q_2 r_1 r_2 (d^2 - r_1^2 - r_2^2)} / 4\pi\epsilon_0 r_1^2 r_2^2, \\ \varphi = (q_1 r_2 - q_2 r_1) / 4\pi\epsilon_0 r_1 r_2.$$

$$1.9 \quad F = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 l^2}, \varphi = -\frac{ql}{2\pi(r^2 + l^2)^{3/2}}.$$

$$1.10 \quad E = 0, \varphi = \frac{q\sqrt{2}}{\pi\epsilon\epsilon_0 a}.$$

$$1.11 \quad F = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{4rR}{(r^2 - R^2)^2}.$$

$$1.12 \quad E(r < R) = 0, E(r \geq R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

$$1.13 \quad E(r < R) = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}, E(r \geq R) = \frac{rR^3}{3\epsilon_0 r^2}.$$

$$1.14 \quad \text{a) } E(r < R) = 0, E(r \geq R) = \frac{\lambda r}{4\pi\epsilon_0} ;$$

$$\text{б) } E(r < R) = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}, E(r \geq R) = \frac{R^2 \rho}{2\epsilon_0 r} .$$

$$1.15 \quad E = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0 r} = 3,12 \cdot 10^6 \text{ В/м} .$$

$$1.16 \quad \sigma = \frac{l}{2r^2} \sqrt{\frac{F\epsilon_0\epsilon}{\pi}} = 3,2 \cdot 10^{-11} \text{ Кл/м}^2 .$$

$$1.17 \quad F = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} q \approx 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ Н} .$$

$$1.18 \quad F = \frac{q_1 q_2}{2\pi\epsilon_0 l r} \approx 5,1 \cdot 10^{-11} \text{ Н} .$$

$$1.19 \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{q^2}{r_1^4} + \frac{4\lambda^2}{r_2^2} - \frac{2q\lambda(l^2 - r_1^2 - r_2^2)}{r_1^3 r_2^2}} \approx 1,8 \cdot 10^6 \text{ В/м} .$$

$$1.20 \quad E_1 = 0, E_2 = -q/4\pi\epsilon_0 r^2, E_3 = -q/\pi\epsilon_0 R^2, \\ E_4 = (Q - q)/4\pi\epsilon_0 R^2, E_5 = (Q - q)/16\pi\epsilon_0 R^2 ; \\ \varphi_1 = \varphi_2 = (Qr - qR)/4\pi\epsilon_0 rR, \varphi_3 = (Q - 2q)/4\pi\epsilon_0 R, \\ \varphi_4 = (Q - q)/4\pi\epsilon_0 R, \varphi_5 = (Q - q)/8\pi\epsilon_0 R .$$

$$1.21 \quad E = \frac{qL}{4\pi\epsilon_0 (L^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} ; L \gg R, E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 L^2}, L = 0, E = 0 .$$

$$1.22 \quad 1) E = \frac{\lambda_0}{4\epsilon_0 r} ; 2) E = \frac{\lambda_0 r^2}{4\epsilon_0 (x^2 + r^2)^{3/2}} .$$

- 1.23 $E_B = \frac{3q}{16\pi\varepsilon_0 d^2} \approx 4,3 \cdot 10^{11} \text{ В/м},$
 $E_C = \frac{3q}{8\pi\varepsilon_0 d^2} \sqrt{5+2\sqrt{2}} \approx 8,2 \cdot 10^{11} \text{ В/м}.$
- 1.24 $\Phi = 4\pi r a.$
- 1.25 $\rho(x) = 6\varepsilon_0 a x.$
- 1.26 $\vec{E} = -2(a(\vec{i}x + \vec{j}y) + \vec{k}bz), |\vec{E}| = 2\sqrt{a^2(x^2 + y^2) + b^2z^2}.$
- 1.27 $\Delta\varphi = [\sigma_1(d - L_1 + L_2) + \sigma_2(d + L_1 - L_2)]/2\varepsilon_0,$
 $E_A = (\sigma_2 - \sigma_1)/2\varepsilon_0, E_B = (\sigma_1 - \sigma_2)/2\varepsilon_0.$
- 1.28 $F = q^2(d - 2L)/\varepsilon_0 S d.$
- 1.29 $\sigma = 2\varepsilon\varepsilon_0 \sqrt{F^2 - m^2 g^2}/Q \approx 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2.$
- 1.30 $q = 4l \sin \alpha \sqrt{\pi\varepsilon\varepsilon_0 m g t g \alpha}.$
- 1.31 $\rho_0 = \rho(\varepsilon - 1)/\varepsilon \approx 8,2 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3.$
- 1.32 $q = \frac{4\pi R^3 g(\rho_{Cu} - \rho_M)}{3E} \approx 1,3 \text{ нКл}.$
- 1.33 $N = \frac{\pi d^3}{6} \cdot \frac{q(\rho_B - \rho_M)}{eE} = 6 \cdot 10^6.$
- 1.34 $F = \frac{\sigma \cdot R^2 q}{\varepsilon_0 (R + l)^2}.$
- 1.35 $m'_p = 1,86 \cdot 10^{-9} \text{ кг} \approx 10^{18} m_p.$
- 1.36 $a = \frac{e^2 q}{4\pi\varepsilon_0 r^2 m_e} = 2,5 \cdot 10^8 \text{ м/с}^2.$
- 1.37 $E = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} a.$

$$1.38 \quad E_C = \frac{rp}{2\pi\epsilon_0 \left(r^2 - \frac{l^2}{4} \right)} \approx \frac{p}{2\pi\epsilon_0 r^3} \approx 4,13 \text{ MB/м}.$$

$$1.39 \quad F = -\frac{3p^2}{2\pi\epsilon_0 \epsilon l^4} \approx -2,15 \cdot 10^{-12} \text{ Н}.$$

$$1.41 \quad F = (2\sqrt{2} - 1) \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 a^2}.$$

$$1.42 \quad F = (2\sqrt{2} - 1) \frac{q^2}{32\pi\epsilon_0 a^2}.$$

$$1.43 \quad F = (2\sqrt{2} - 1) \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2} \approx 7,96 \text{ Н}.$$

$$1.44 \quad W = (Q^2 + q^2 - Qq(2 + \sqrt{2})) / 4\pi\epsilon_0 a.$$

$$1.45 \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (2r_1 / r_2)^2}} \right) \approx 120 \text{ В}.$$

$$1.46 \quad \varphi = N^{2/3} \varphi_0 \approx 9,3 \text{ В}.$$

$$1.47 \quad \varphi_0 = N^{2/3} \varphi_0 \approx 12 \text{ В}.$$

$$1.48 \quad \Delta\varphi = p / 2\pi\epsilon_0 r^2 = 22,5 \text{ В}.$$

$$1.49 \quad \varphi = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 2 \cdot 10^3 \text{ В}.$$

$$1.50 \quad A = q_3 (q_1 + q_2) / (4\pi\epsilon_0 a) \approx 4 \text{ мкДж}.$$

$$1.51 \quad X_{min} = (Qq(M + m)) / (Qq(M + m) + 2\pi\epsilon_0 Mm(V + U)^2).$$

$$1.52 \quad \Delta\varphi_r = Q(R - r) / 4\pi\epsilon_0 R^2, \quad \Delta\varphi_R = -(Qr + qR) / 4\pi\epsilon_0 R^2.$$

$$1.53 \quad A = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{l_1} - \frac{1}{l_2} \right) \approx -3,75 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}.$$

$$1.54 \quad A = \frac{q_2}{2} \sqrt{\frac{q_1}{2\pi\epsilon_0}} (\sqrt{E_1} - \sqrt{E_2}) = 5,7 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}.$$

$$1.55 \quad v_A = \sqrt{v_B^2 - \frac{2q}{m}(\varphi_A - \varphi_B)} = 0,167 \text{ М/с}.$$

$$1.56 \quad \Delta\varphi = \frac{mv^2}{2e} = 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ В}, \quad \sigma = \frac{\epsilon_0 mv^2}{2ed} = 3,2 \cdot 10^{-11} \text{ Кл/м}^2.$$

$$1.57 \quad t = \nu m / Ee, \Delta\varphi = \frac{mv^2}{2e}.$$

$$1.58 \quad v = \sqrt{v_0^2 + (eEt/m)^2}.$$

$$1.59 \quad v = \sqrt{\frac{2}{m}(eU + E_{\kappa 0})} = 8,4 \cdot 10^5 \text{ М/с}.$$

$$1.60 \quad r = \frac{eq}{4\pi\epsilon_0 E_k} - R \approx 0,13 \text{ м}.$$

$$1.61 \quad \Delta\varphi = \frac{mv^2}{2q_p} \approx 8,35 \cdot 10^{-4} \text{ В}.$$

$$1.62 \quad x = eUt^2/2md \approx 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

$$1.63 \quad N = \frac{n_0 p}{(\epsilon - 1)\epsilon_0 E}.$$

$$1.64 \quad F = \frac{3\beta p^2}{4\epsilon_0 \pi^2 l^7}.$$

$$1.65 \quad U = \frac{\epsilon\epsilon_0 SF}{C} = 108 \text{ В}.$$

$$1.66 \quad r = \frac{\epsilon\epsilon_0 \varphi}{\sigma} \approx 1,4 \text{ см}, \quad q = \frac{4\pi\epsilon^2\epsilon_0^2\varphi^2}{\sigma} \approx 28 \text{ нКл},$$

$$C = \frac{4\pi\epsilon^2\epsilon_0^2\varphi}{\sigma} \approx 6,2 \text{ пКФ}, \quad W = \frac{2\pi\epsilon^2\epsilon_0^2\varphi^3}{\sigma} \approx 63 \text{ мкДж}.$$

- 1.67 $C_l = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln 2b/a}$.
- 1.68 $C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 ab}{b-a}$, $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 a$, $a \ll b$,
 $C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 ab}{b-a} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$, $b-a = d \ll a, b$.
- 1.69 $C = 4\pi\varepsilon_0 a$
- 1.70 $C_l = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 a}{\ln b/a}$, при $b-a = d \ll (a, b) C_l = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 a}{d}$.
- 1.71 $C_3 = 710_{\text{МКФ}}$.
- 1.72 $C = \frac{\varepsilon_0 S(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{d \ln \varepsilon_2 / \varepsilon_1}$.
- 1.73 $C = \frac{4\pi\alpha\varepsilon_0}{\ln R_2 / R_1}$.
- 1.74 а) $C = \varepsilon\varepsilon_0 S / [\varepsilon D + (1-\varepsilon)d]$;
б) $C = \varepsilon_0 S [d + \varepsilon(2D-d)] / \{2D[d + \varepsilon(D-d)]\}$.
- 1.75 $\frac{E_0}{E} = (\varepsilon + 1) / 2$; $\Delta q = C\xi \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}$.
- 1.76 $E_1 = \varepsilon_2 U / (\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2) \approx 2,4 \cdot 10^4 \text{ В/м}$,
 $U_1 = d_1 \varepsilon_2 U / (\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2) = 48 \text{ В}$,
 $E_2 = \varepsilon_1 U / (\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2) \approx 8,4 \cdot 10^4 \text{ В/м}$,
 $U_2 = d_2 \varepsilon_1 U / (\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2) = 252 \text{ В}$.
- 1.77 а) $E_1 = 2\varepsilon E_0 / (\varepsilon + 1)$, $E_2 = 2E_0 / (\varepsilon + 1)$;
б) $E_1 = E_0$, $E_2 = E_0 / \varepsilon$.
- 1.78 $\sigma = \varepsilon_0 (U_2 - U_1) / d \approx 5,3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2$, $\varepsilon = U_2 / U_1 = 3$.
- 1.79 $q = CC_1 U / (C_1 + C)$, $W = U^2 C_1 C / 2(C_1 + C)$.

- 1.80 $C_{AB} = 3 C.$
- 1.81 $C_{AB} = C.$
- 1.82 а) $C = 2\varepsilon_0 S/d ; \bar{6}) \quad C = 3\varepsilon_0 S/2d .$
- 1.83 $C_{AB} = 4C/11 = 4\text{мкФ}.$
- 1.84 а) $\Delta A = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 S} (d_2 - d_1) \quad \Delta A = \frac{U^2 \varepsilon_0 S}{d_1 d_2} (d_2 - d_1)$
 $\bar{6})$.
- 1.85 $F_s = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} .$
- 1.86 а) $C_1 = C_2 (U - U_2)/(U_1 - U);$
 $\bar{6}) \quad C_1 = C_2 (U + U_2)/(U_1 - U).$
- 1.87 $v = \sqrt{2eU \ln(x_1/x_2)/m \ln(R/r)} \approx 1,5 \cdot 10^7 \text{ м/с} .$
- 1.88 $\varphi_B - \varphi_A = (\xi_2 C_2 + \xi_1 C_1)/(C_1 + C_2) .$
- 1.89 $U_1 = C_2 \frac{\varphi_A - \varphi_B + \xi}{C_1 + C_2}, U_2 = C_1 \frac{\varphi_A - \varphi_B + \xi}{C_1 + C_2} .$
- 1.90 $\Delta d = d \left(1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) = 2\text{см} .$
- 1.91 $\Delta q = \frac{C_1 C_2 (U_1 - U_2)}{C_1 + C_2} = 36\text{мкКл} .$
- 1.92 $\varepsilon = \frac{U}{U_1} - 1 = 5 .$
- 1.93 $U_1 = U_2 = \xi = 120\text{В},$
 $q_1 = C_1 U_1 = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}, q_2 = C_2 U_2 = 7,2 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}.$

$$1.94 \quad U_1 = \frac{UC_2}{C_1 + C_2} = 240\text{В}, U_2 = \frac{UC_1}{C_1 + C_2} = 80\text{В},$$

$$U_3 = \frac{UC_4}{C_3 + C_4} = 200\text{В}, U_4 = \frac{UC_3}{C_3 + C_4} = 120\text{В},$$

$$q_1 = C_1 U_1 = 48\text{мкКл}, q_2 = C_2 U_2 = 48\text{мкКл},$$

$$q_3 = C_3 U_3 = 60\text{мкКл}, q_4 = C_4 U_4 = 60\text{мкКл}.$$

$$1.95 \quad U_1 = \frac{(\xi_2 - \xi_1)C_2}{C_1 + C_2}, U_2 = \frac{(\xi_2 - \xi_1)C_1}{C_1 + C_2}.$$

$$1.96 \quad \Delta\varphi_{AB} = \frac{(C_2 C_3 - C_1 C_4)\xi}{(C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}.$$

$$1.97 \quad \Delta\varphi_{AB} = \frac{C_2 \xi_2 - C_1 \xi_1}{C_1 + C_2 + C_3}.$$

$$1.98 \quad \langle \nu \rangle = \frac{jM_{Al}}{e\rho m_{Al} N_A} = 10^{-4} \text{м/с}.$$

$$1.99 \quad \langle \nu \rangle = \frac{4IM_{Cu}}{e\pi D^2 \rho m_{Cu} N_A}.$$

$$1.100 \quad j = \frac{U}{\rho l} = 6,9 \cdot 10^6 \text{А/м}^2.$$

$$1.101 \quad F = \frac{\rho I e}{S} = 2,4 \cdot 10^{-21} \text{Н}.$$

$$1.102 \quad U = \rho \pi d N j \approx 6,6 \text{В}.$$

$$1.103 \quad I = 2\pi \varepsilon_0 R E \nu = 5 \cdot 10^{-6} \text{А}.$$

$$1.104 \quad q = I_0 \Delta t / 2 = 15 \text{ Кл}.$$

$$1.105 \quad j = U / \rho_{Cu} l \approx 5,8 \cdot 10^5 \text{А/м}^2, \quad P = U^2 S L / \rho_{Cu} l^2 \approx 146 \text{ Вт}.$$

$$1.106 \quad l = \sqrt{Rm / \rho_{Cu} \rho_{m,Cu}} \approx 502 \text{ м}$$

$$D = 2 \left(\rho_{Cu} m / R \rho_{m,Cu} \pi^2 \right)^{1/4} \approx 1 \text{ мм}.$$

$$1.107 \quad m_{\text{Cu}}/m_{\text{Al}} = \rho_{\text{Cu}} \rho_{\text{m,Cu}} / \rho_{\text{Al}} \rho_{\text{m,Al}} \approx 2,2.$$

$$1.108 \quad R = \frac{m\rho}{S^2\rho_m} \approx 57,3 \text{ Ом}.$$

$$1.109 \quad N = \frac{RD^2}{8r\rho} = 182 \text{ витка}.$$

$$1.110 \quad T_2 = (R_2 - R_1 + R_2 \alpha T_1) / \alpha R_1 \approx 2100 \text{ К}.$$

$$1.111 \quad R = \frac{\rho L}{S} \left(1 + \alpha \frac{T_1 + T_2}{2} \right) = 0,02 \text{ Ом}.$$

$$1.112 \quad T = \frac{1}{\alpha} \cdot \left(\frac{U}{IR_0} - 1 \right) + t_0 \approx 2011 \text{ К}.$$

$$1.113 \quad E_{\text{Cu}} = \frac{\rho_{\text{Cu}} I}{S} = 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ В/м},$$

$$E_W = \frac{4\rho_W(1 + \alpha_W(T - T_0))I}{\pi\rho_{m,W}^2} = 38,2 \text{ В/м}.$$

$$1.114 \quad \Delta T = \frac{P^2 \rho t}{2U^2 S^2 C \rho_m} \approx 0,8 \text{ К}.$$

$$1.115 \quad R = \frac{\rho(b-a)}{4\pi ab}, R = \frac{\rho}{4\pi a}.$$

$$1.116 \quad R = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{b}{a}.$$

$$1.117 \quad R_V = \left(\frac{U_2}{U_1 - U_2} \right) R - r = 99 \text{ Ом}.$$

$$1.118 \quad R = 400 \text{ Ом}.$$

$$1.119 \quad n = \sqrt{\frac{R}{r}} = 5.$$

- 1.120 $R = r + R_4 \frac{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_4 + R_2 R_4)}$
- 1.121 а) $R_{I2} = 5R/8$; б) $R_{I-2} = 3R/2$.
- 1.122 $x_1/x_2 = 0,11$.
- 1.123 $U_r = \xi - R I = 2,7 \text{ В}$, $r = \xi / I - R = 0,90 \text{ Ом}$.
- 1.124 $I = I_A \left(1 + \frac{R_A S}{\rho l} \right) = 6,3 \text{ А}$.
- 1.125 $R_d = R_V \left(\frac{U}{U_V} - 1 \right) = 3600 \text{ Ом}$.
- 1.126 $I = \frac{R_A I_A S}{\rho (I - I_A)} = 2 \text{ М}$.
- 1.127 $I_{\kappa 3} = I_1 + \frac{R_1 (I_1 - I_2)}{I_2 R_2 - I_1 R_1} = 2,83 \text{ А}$.
- 1.128 $U = \frac{\xi}{n+1} = 2 \text{ В}$.
- 1.129 $U = [r_2 (\xi_1 - \xi_3) + \xi_2 (r_1 + r_3)] / (r_1 + r_2 + r_3)$.
- 1.130 $U = (\xi_1 + \xi_2) / 2$.
- 1.131 $r = \xi (1 - \eta) / I = 0,8 \text{ Ом}$.
- 1.132 $\eta (R = r) = 0,5$.
- 1.133 $\frac{W_1}{W_2} = \frac{P_2}{P_1} = 4$.
- 1.134 $\xi = U \frac{(k-1)(1+\eta)}{k-1-\eta} = 4 \text{ В}$.
- 1.135 $P_2 / P_1 = R_1 / R_2 = 3,4$ рази.
- 1.136 $P_2 / P_1 = (R_1 + R_2) / (R_1 R_2) > 1$; при $R_1 = R_2$: $P_2 / P_1 = 4$.
- 1.137 $U_R / \xi = n / (n + 1)$.

$$1.138 \quad t = \frac{Rm(C_1(T_{nl} - T_1) + \lambda + C_2(T_{\kappa} - T_{nl}) + r)}{\eta U^2} \approx$$

$$\approx 7,8 \cdot 10^3 \text{ с} = 2,2 \text{ год.}$$

$$1.139 \quad m = \frac{Nt\eta}{C(T - T_0)} \approx 19 \text{ кг}.$$

$$1.140 \quad P_2 = \frac{N_1 U_1^2 U_2^2}{(RN_1 + U_1^2)^2} \approx 0,69 \text{ кВт},$$

$$P_2 = \frac{2N_1 U_1^2 U_2^2}{(2RN_1 + U_1^2)^2} \approx 0,93 \text{ кВт}.$$

$$1.141 \quad \Delta Q = IU\tau - Cm(t_2 - t_1) = 192 \text{ кДж}, \eta = \frac{Cm(t_2 - t_1)}{IU\tau} = 0,73.$$

$$1.142 \quad \gamma = \frac{\rho_m V C \Delta T}{N\tau} \approx 0,4.$$

$$1.143 \quad \text{a) } t_{\text{nap}} = t_1 t_2 / (t_1 + t_2); \text{ б) } t_{\text{носл}} = t_1 + t_2.$$

$$1.144 \quad N = 2\xi/9r.$$

$$1.145 \quad \eta = \mu mg / UI.$$

$$1.146 \quad N = UI, \quad \eta = 1 - IR/U.$$

$$1.147 \quad q = \sqrt{3Wt/4R} \approx 19,4 \text{ Кл}.$$

$$1.148 \quad W_1 = R \left(I_0^2 + \frac{I_0(I - I_0)}{\Delta t} + \frac{(I - I_0)^2}{3\Delta t^2} \right) = 6 \text{ Дж},$$

$$W_2 = R \left(I_0^2 + \frac{3I_0(I - I_0)}{\Delta t} + \frac{7(I - I_0)^2}{3\Delta t^2} \right) = 42 \text{ Дж}.$$

$$1.149 \quad \xi_2 = I_3 R_3 + (\xi_1 + I_3 R_2) R_1 / (R_1 + R_2).$$

$$1.150 \quad I = (\xi_1 r_2 + \xi_2 r_1) / (r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)).$$

$$1.151 \quad U_1 = 6 \text{ В}, U_2 = 0 \text{ В}, U_3 = U_4 = 4 \text{ В}.$$

$$1.152 \quad q = C \left(\xi_1 (R_2 + r_2) + \xi_2 (R_1 + r_1) \right) / (R_1 + R_2 + r_1 + r_2).$$

$$1.153 \quad \Delta\varphi = \xi \left[R_1 / (R_1 + R_2) - C_2 / (C_1 + C_2) \right].$$

$$1.154 \quad I = (r_1 \xi_2 + r_2 \xi_1) / (r_1 r_2 + r_1 R + r_2 R) \approx 0,47 \text{ A},$$

$$I_1 = (R(\xi_1 - \xi_2) + r_2 \xi_1) / (r_1 r_2 + r_1 R + r_2 R) \approx 2,68 \text{ A},$$

$$I_2 = (R(\xi_1 - \xi_2) - r_1 \xi_2) / (r_1 r_2 + r_1 R + r_2 R) \approx 2,2 \text{ A},$$

$$U = RI \approx 9,4 \text{ B}.$$

$$1.155 \quad I_1 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ A}, I_2 = 7 \cdot 10^{-4} \text{ A}, I_3 = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ A}, I_4 = 0.$$

$$1.156 \quad I_1 = \frac{\xi R_2}{R_1 R_2 + r R_2 + r R_1} = 1,2 \text{ A},$$

$$I_2 = \frac{\xi R_1}{R_1 R_2 + r R_2 + r R_1} = 0,8 \text{ A}.$$

$$1.157 \quad \varphi_A - \varphi_B = \frac{(\xi_1 - \xi_2) R_1}{R_1 + R_2} = -0,5 \text{ B}.$$

$$1.158 \quad I = \frac{\xi_2 R_1 - \xi_1 R_2}{R_1 R_2 + R R_2 + R R_1} = 0,02 \text{ A}.$$

$$1.159 \quad I_1 = \frac{(\xi_1 + \xi_2) R_2 + (\xi_1 - \xi_2) R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}, \varphi_A - \varphi_B = \xi_1 - I_1 R_1.$$

$$1.160 \quad I_1 = \frac{(\varphi_1 - \varphi_3) R_2 + (\varphi_1 - \varphi_2) R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = 0,2 \text{ A}.$$

$$1.161 \quad I_A = \frac{\xi R_2}{R_2 R_3 + (R_1 + r)(R_2 + R_3)} \approx 0,83 \text{ A}.$$

$$1.162 \quad I_1 = \frac{\xi R_1}{R_1(R_1 + 2R) + 2(2R + r)(R_1 + R)} \approx 0,42 \text{ A},$$

$$I_1 = \frac{\xi(R_1 + 2R)}{R_1(R_1 + 2R) + 2(2R + r)(R_1 + R)} \approx 0,47 \text{ A},$$

$$I = I_1 + I_2 \approx 0,89 \text{ A}.$$

$$1.163 \quad I_R = \frac{\xi_1 r_2 + \xi_2 r_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} \approx 1 \text{ A}, \quad I_{r_1} = \frac{\xi_1 r_2 + (\xi_1 - \xi_2)R}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} \approx 0,6 \text{ A},$$

$$I_{r_2} = \frac{\xi_2 r_1 + (\xi_2 - \xi_1)R}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)} \approx 0,4 \text{ A}.$$

$$1.164 \quad N = \left(\frac{\xi \varepsilon_0 b v a}{d(d-a)} \right)^2 R.$$

$$1.165 \quad m = \frac{4 \rho_m \rho l^2 N}{\eta U^2} \approx 28 \text{ T}.$$

$$1.166 \quad \tau = \Delta m F Z / M j S \approx 10 \text{ хв}, \quad d = \Delta m / \rho S \approx 4,6 \text{ мм}.$$

$$1.167 \quad m_2 = m_1 M_2 Z_1 / M_1 Z_2 \approx 5,3 \cdot 10^{-5} \text{ кг}.$$

$$1.168 \quad W = U m F Z / M \approx 1,8 \cdot 10^3 \text{ Вт}.$$

Електромагнетизм

$$2.1. \quad B(r < R) = \frac{1}{2} \mu_0 r j; \quad B(r \geq R) = \frac{\mu_0 R^2}{2r} j.$$

$$2.2. \quad H = \frac{Il}{2\pi R \sqrt{l^2 + 4R^2}} \approx 3 \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

2.3. Вертикальна площа, розміщена на відстані 0,6 см від провідника з струмом I_l .

$$2.4. \quad B = \mu_0 \sqrt{I_1^2 + I_2^2} / \pi d.$$

$$2.5. \text{ а) } B = \mu_0 I \sqrt{2r_1^2 + 2r_2^2 - d^2} / 2\pi r_1 r_2 ; \text{ б) } B = \frac{\mu_0 I d}{2\pi r_1 r_2}.$$

$$2.6. B = \frac{9}{2} \cdot \frac{\mu_0 I}{\pi a} = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ Тл.}$$

$$2.7. B = \frac{2\mu_0 I \sqrt{a^2 + b^2}}{\pi ab} = 6,0 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}, H = \frac{2I \sqrt{a^2 + b^2}}{\pi ab} = 479 \text{ А/м.}$$

$$2.8. \text{ а) } B = \frac{\mu_o}{2\pi} \cdot \frac{I(\sqrt{2} + 1)}{b}; \text{ б) } B = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{I\sqrt{2}}{h}.$$

$$2.9. r = \frac{\mu_0 I}{2\pi B} = 5 \text{ см}; F_l = \mu B = 0,005 \text{ Н}.$$

$$2.10. F_{12} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\mu_0 I^2}{\pi d} = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м},$$

$$F_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0 I^2}{\pi d} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м.}$$

$$2.11. d = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi F_l} = 1,44 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

$$2.12. \alpha = \arcsin\left(\frac{F}{\mu B}\right) = 30^\circ.$$

$$2.13. H_2 = 8\sqrt{2}H_1/\pi^2 = 57,37 \text{ А/м}.$$

$$2.14. B = \frac{\mu_o}{2} \cdot \sqrt{\frac{I_1^2}{\pi^2 d^2} + \frac{I_2^2}{r^2}} = 7,0 \cdot 10^{-6} \text{ Тл.}$$

$$2.15. B_c = \frac{\mu_o I}{2R}; B_x = \frac{\mu_o I R^2}{2(R^2 + X^2)^{3/2}}$$

$$2.16. B = \frac{\mu_o \sigma \omega R}{2}, p_m = \frac{\pi \sigma \omega R^4}{4}$$

$$2.17. B = \frac{2\mu_0\sigma\omega R}{3}.$$

$$2.18. B \approx \frac{\mu_o h I}{4\pi^2 R r}.$$

$$2.19. j(r) = \frac{b}{\mu_o} (1 + \alpha) r^{\alpha-1}.$$

$$2.20. a) B = \frac{\mu_0 I}{4R}; \quad \delta) B = (1 + \frac{3\pi}{2}) \frac{\mu_0 I}{4\pi R}; \quad \epsilon) B = (2 + \pi) \frac{\mu_0 I}{4\pi R}.$$

$$2.21. B = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}.$$

$$2.22. B = \frac{N\mu_0 I}{2(b-a)} \ln \frac{b}{a}; \quad p_m = \frac{\pi I N}{3} (a^2 + ab + b^2).$$

$$2.24. B = m_l g / I l = 0,05 \text{ Тл}.$$

$$2.25. \alpha = \arctg\left(\frac{B l}{m g}\right) = 26,5^\circ.$$

$$2.26. B = k m g / I l.$$

$$2.27. F = I B d.$$

$$2.28. F = \mu_0 I^2 / 4\pi.$$

$$2.30. p = \frac{\mu_o I^2}{8\pi^2 R^2}.$$

$$2.31. U = \frac{\mu_o I^2}{\pi^2 R^2 n e}.$$

$$2.32. p_m = \frac{2\pi R^3 B}{\mu_o}.$$

$$2.33. M = I \pi R^2 \mu_0 H = 2,27 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$2.34. \alpha = \arctg\left(\frac{\mu_0 I}{2 R B}\right) = 60^\circ.$$

$$2.35. R = \sqrt[3]{\frac{p_m}{2\pi H}} \approx 12,4 \text{ см}, I = \sqrt[3]{\frac{4p_m H^2}{\pi}} \approx 124 \text{ А}.$$

$$2.36. M = \frac{USBa}{4\rho} = 0,5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$2.37. M = IabN\mu_0 H = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$p_m = IabN = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

$$2.38. \alpha = \arcsin\left(\frac{M}{I\pi R^2 \mu_0 H}\right) = 30^\circ.$$

$$2.39. M = \frac{I l^2 B \sqrt{2}}{32} \approx 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$2.40. M_{\max} = ISB = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$2.41. p_m = \frac{q\omega R^2}{5}.$$

$$2.42. a = \sqrt{2\left(\frac{e}{m_e}\right)^3 U \cdot B \sin \alpha} \approx 1,53 \cdot 10^{18} \text{ м / с}^2.$$

$$2.43. p = \frac{hqB}{2\pi \cos \alpha} = 7,3 \cdot 10^{-24} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

$$2.44. E_k = \frac{B^2 R^2 e^2}{2m_e} \approx 5,6 \cdot 10^{-16} \text{ Дж}.$$

$$2.45. R = \frac{El}{\nu B} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

$$2.46. E_k = \frac{e^2 B^2 R^2}{2m_p \sin^2 \alpha} = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}.$$

$$2.47. v \leq \frac{eBd}{m_e}.$$

$$2.48. N = \frac{eBr}{2\pi \nu m_e \cos \alpha} = 280.$$

$$2.49. \frac{e}{m} = \frac{2U}{B^2 R^2} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}.$$

$$2.50. L = eBR^2 = 4 \cdot 10^{-28} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}.$$

$$2.51. R = \sqrt{2m_p E} / eB.$$

$$2.52. B = \sqrt{2m_p U / eR^2}, \nu = \sqrt{eU / 2\pi^2 R^2 m_p}.$$

$$2.53. B = 2\pi m_e \nu n \cos \alpha / Le, n = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

$$2.54. R_1 / R_2 \approx 0,71$$

$$2.55. \nu = \frac{eB}{2\pi m_e} \sqrt{4\pi^2 R^2 + h^2} \approx 7,6 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

$$2.56. I = e^2 B / 2\pi m_e \approx 8,9 \cdot 10^{-10} \text{ А}.$$

$$2.57. h = m_e \nu (1 - \sin \alpha) / eB.$$

$$2.58. R_H = 3\pi \rho (\mu_n + \mu_p) / 8 \approx 146 \text{ м}^3/\text{Кл}.$$

$$2.59. n_q = 3\pi B j b / 4U_H e \approx 5,3 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}.$$

$$2.60. B = B_0 \sqrt{\mu^2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}.$$

$$2.61. H \approx \frac{bB}{\mu_0 \pi d}.$$

$$2.62. H \approx 60 \text{ А/м}, \mu_{\max} \approx 10^4.$$

$$2.63. F \approx \frac{\chi S B^2}{2\mu_0}.$$

$$2.64. x_m = \frac{1}{\sqrt{4a}}, \chi = \frac{\mu_0 F_{\max} \sqrt{e/a}}{V B_0^2}.$$

$$2.65. \chi_m = 4,1 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3/\text{моль}.$$

- 2.66. $J(r) = \alpha B_0 r^2 / \mu_0$.
- 2.67. $\alpha = \arccos\left(1 - \frac{qR}{BSN}\right) = 60^\circ$.
- 2.68. $q = \frac{2\pi B r^2}{R} = 3,14 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$.
- 2.69. $q = BS(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)/R$.
- 2.70. $\omega = \frac{2\xi}{Bl^2} = 75 \text{ рад/с}$.
- 2.71. $I = \frac{B(S_1 - S_2)}{Rt} = 4 \text{ мкА}$.
- 2.72. $q = \frac{B\pi d^2}{4R}$.
- 2.73. $\Delta\Phi = qR = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$.
- 2.74. $Q = \frac{a^2 \tau^3}{3R}$.
- 2.75. $\xi = B_0 k S e^{kt} \approx 0,2 \text{ В}$.
- 2.76. $\xi = a^2 B_0 \omega \cos\alpha \sin\omega t \approx 0,018 \text{ В}$.
- 2.77. $I = \Delta B d / 4\rho_l \Delta t$.
- 2.78. $I_{\max} = \frac{Ba^2 \omega}{R} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ А}$.
- 2.79. $\langle \xi \rangle = \frac{\pi R^2 B}{\Delta t} \approx 78,5 \cdot 10^{-3} \text{ В}$.
- 2.80. $\xi_{\max} = \frac{2\pi NBS}{T} \approx 30,1 \text{ В}$.
- 2.81. $Q = \frac{\pi n B^2 S^2 \omega}{r} \approx 0,7 \text{ Дж}$.

$$2.82. U = B_y l v = 0,66 \text{ В}; U_m = l v \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = 0,72 \text{ В}.$$

$$2.83. v = \frac{mgR \sin \alpha}{B^2 l^2}.$$

$$2.84. a = \frac{g \cdot \sin \alpha}{1 + l^2 B^2 C / m}.$$

$$2.85. F = \frac{B^2 l^2 v}{R}.$$

$$2.86. Q = \frac{B^2 l^2 v^2 t}{R} = 0,02 \text{ Дж}.$$

$$2.87. l = \frac{m(g + v/t)}{IB \sin \alpha} = 6 \text{ м}.$$

$$2.88. v = \frac{\xi B l - mgR}{B^2 l^2}.$$

$$2.89. \tau = \frac{\mu mgR}{A^2 l^2 h} = 0,05 \text{ с}.$$

$$2.90. \xi(y) = \frac{B\sqrt{8a}}{\sqrt{k}} y.$$

$$2.91. a) \Delta U = \frac{\omega^2 R^2 m}{2e}; \quad б) \Delta U \approx \frac{\omega B R^2}{2}.$$

$$2.92. I = \pi R^2 B / L.$$

$$2.93. L = N\Phi / I$$

$$2.94. \Delta P = R v L B (v L B + 2\xi) / (r + R)^2$$

$$2.95. w_B = \mu_0 I^2 N^2 / 8R^2 \approx 0,98 \text{ Дж/м}^3$$

$$2.96. N_2 = N_1 \sqrt{L_2 / L_1}.$$

$$2.97. I = I_0 \exp(-R\Delta t / L) \approx 18,7 \text{ А}.$$

$$2.98. t = I L / \xi = 100 \text{ с}.$$

$$2.99. \varepsilon = \frac{\lambda^2 d}{4\pi^2 L \varepsilon_0 S c^2} = 6.$$

$$2.100. \lambda = 2\pi c \sqrt{LC}, \lambda_1 = 842,55 \text{ м}, \lambda_2 = 2998 \text{ м}.$$

$$2.101. \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{1}{n}} = 0,5.$$

$$2.102. C_2 / C_1 = \lambda v / c^2 = 2,25.$$

$$2.103. T_2 / T_1 = \sqrt{C_2 / C_1} = 2.$$

$$2.104. T = \pi D \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \pi L / d} \approx 1,9 \text{ нс}.$$

$$2.105. T_2 = \frac{T_1}{2} = 10 \text{ мкс}.$$

$$2.106. C_2 = C_1 \left(\frac{v_1^2}{v_2^2} - 1 \right) = 15 \text{ мкФ}.$$

$$2.107. v_{\text{носл}} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 50 \text{ км/с}, v_{\text{нап}} = \frac{v_1 v_2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} = 24 \text{ км/с}.$$

$$2.108. \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{1}{2}.$$

$$2.109. L = \left(8\pi^2 \Delta v^2 C \right)^{-1}.$$

$$2.110. T = 2 \cdot 10^{-4} \text{ с}, L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} = 10 \text{ мГн},$$

$$I(t) = -0,157 \sin 10^4 \pi t, \lambda = cT = 6 \cdot 10^4 \text{ м}.$$

$$2.111. T = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}, C = \frac{T^2}{4\pi^2 L} = 0,63 \text{ мкФ},$$

$$E_{\text{mag}} = \frac{LI_m^2}{2} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}, E_{\text{el}} = E_{\text{mag}}, U_m = 25,12 \text{ В}.$$

$$2.112. I(t) = -3,14 \cdot 10^{-2} \sin 10^4 \pi t, T = 2 \cdot 10^{-4} \text{ с}, \nu = 5 \text{ кГц},$$

$$q_m = 10^{-6} \text{ Кл}, I_m = 0,0314 \text{ А}.$$

$$2.113. X_L = 2\pi\nu L \approx 12,6 \hat{\Omega}, X_{\tilde{N}} = 1/2\pi\nu\tilde{N} \approx 39,8 \hat{\Omega},$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (2\pi\nu L - 1/2\pi\nu\tilde{N})^2} \approx 201,8 \hat{\Omega},$$

$$I_d = U_d / \sqrt{R^2 + (2\pi\nu L - 1/2\pi\nu\tilde{N})^2} \approx 1,1 \text{ А},$$

$$I_m = \sqrt{2} I_d \approx 1,5 \text{ А}.$$

$$2.114. C = \frac{I_m}{2\pi\nu\sqrt{2U_d^2 - (I_m R)^2}} = 42 \text{ мкФ}.$$

$$2.115. C = \frac{I}{2\pi\nu\sqrt{U_2^2 - U_1^2}} \approx 4 \text{ мкФ}.$$

$$2.116. \cos \varphi = \frac{R_a}{\sqrt{R_a^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}} \approx 0,313,$$

$$P = \frac{U_0^2}{2\left(R_a^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2\right)} \approx 0,49 \text{ мВт}.$$

$$2.117. I_1 = \frac{\xi L_2}{R(L_1 + L_2)}, I_1 = \frac{\xi L_1}{R(L_1 + L_2)}.$$

$$2.118. U_C/U = (4\pi^2\nu^2 C^2 R^2 + 1)^{-1/2},$$

$$U_R/U = 2\pi\nu C R / \sqrt{4\pi^2\nu^2 C^2 R^2 + 1}.$$

$$2.119. \omega_0 = \sqrt[4]{P_1(U_0^2 - 2RP_2) / P_2(U_0^2 - 2RP_1)}.$$

$$2.120. \Delta t = T \left[1 - \pi^{-1} \arcsin(U_L / \sqrt{2} U_d) \right] / 2.$$

$$2.121. U_2 = KU_1 - Ir.$$

$$2.122. \eta = PK^2/I(KU_1 - IR).$$

$$2.123. \text{a) } \omega = \sqrt{(L - R^2C)/L^2C}; \text{б) } \omega = \sqrt{(L - 2R^2C)/2L^2C}.$$

$$2.124. \rho = tg\varphi/2\pi\nu\varepsilon\varepsilon_0.$$

$$2.125. I_0 = \sqrt{2}U_d/\sqrt{R^2 + 4\pi^2\nu^2L^2} \approx 1,8 \text{ A},$$

$$tg\varphi = 2\pi\nu L/R \approx 84^\circ,$$

$$N = U_d^2 \cos\varphi/\sqrt{R^2 + 4\pi^2\nu^2L^2} \approx 16 \text{ Вт}.$$

$$2.126. L = (2\pi\nu)^{-1} \sqrt{(U_0/I_0)^2 - (U/I)^2}.$$

$$2.127. tg\varphi = U_{01}/U_{0R}.$$

$$2.128. \text{Паралельно. } L = R/20\pi\nu \approx 6,4 \text{ Гн},$$

$$C = 5/\pi R\nu \approx 6 \text{ мкФ}.$$

$$2.129. C = 400 \text{ мкФ а} \text{б} \text{о} 111 \text{ мкФ}.$$

$$2.130. \cos\varphi_2 = \sqrt{1 - \cos^2\varphi_1} = 0,8.$$

$$2.131. I_0 = 2\pi\nu C_1 C_2 U_0/(C_1 + C_2), U_1 = C_2 U_0/(C_1 + C_2),$$

$$U_2 = C_1 U_0/(C_1 + C_2).$$

$$2.132. R = 2\pi\nu L tg\varphi.$$

ДОДАТКИ

1. ОСНОВНІ ФІЗИЧНІ КОНСТАНТИ

Постійна Фарадея	$F = 0,965 \cdot 10^5$ Кл/моль
Елементарний заряд	$e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл
Маса електрона	$m_e = \begin{cases} 0,911 \cdot 10^{-30} \text{ кг} \\ 0,511 \text{ MeV} \end{cases}$
Маса протона	$m_p = \begin{cases} 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \\ 938,26 \text{ MeV} \end{cases}$
Магнетон Бора	$\mu_B = 0,9274 \cdot 10^{-23}$ Дж/Тл
Атомна одиниця маси	$1 \text{ а.о.м.} = \begin{cases} 1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \\ 931,4 \text{ MeV} \end{cases}$
Електрична стала	$\varepsilon_0 = 0,885 \cdot 10^{-11}$ Ф/м
Магнітна стала	$\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6}$ Гн/м

2. ДІЕЛЕКТРИЧНА ПРОНИКНІСТЬ

Діелектрик	ε	Діелектрик	ε
Вода	81	Поліетилен	2,3
Повітря	1,00058	Слюда	7,5
Віск	7,8	Спирт	26
Гас	2,0	Скло	6,0
Парафін	2,0	Фарфор	6,0
Плексиглас	3,5	Ебоніт	2,7

3. ПИТОМИЙ ЕЛЕКТРООПІР ПРОВІДНИКІВ ТА ІЗОЛЯТОРІВ

Провідник	Питомий електроопір (при 20°C) ρ , нОм·м	Температур- ний коефіцієнт α , 10^{-3}K^{-1}
Алюміній	25	4,5
Вольфрам	55	4,2
Залізо	120	6,0
Золото	20	4,0
Мідь	17,1	4,3
Свинець	190	4,2
Срібло	15	4,1

4. МАГНІТНА СПРИЙНЯТЛИВІСТЬ ПАРА- ТА ДІАМАГНЕТИКІВ

Парамагнетик	χ^{-1} , 10^{-6}	Діамагнетик	χ^{-1} , 10^{-6}
Азот	0,013	Водень	-0,063
Повітря	0,38	Бензол	-7,5
Кисень	1,9	Вода	-9,0
Ебоніт	14	Мідь	-10,3
Алюміній	23	Скло	-12,6
Вольфрам	176	Кам'яна сіль	-12,6
Платина	360	Кварц	-15,1
Рідкий кисень	3400	Вісмут	-176

5.ГУСТИНИ ДЕЯКИХ РЕЧОВИН

Речовина	Густина $\rho_m, \text{кг/м}^3$	Речовина	Густина $\rho_m, \text{кг/м}^3$
тверді тіла			
Алюміній	2700	Мідь	8900
Залізо	7800	Олово	7300
Золото	19300	Парафін	900
Корок	240	Свинець	11300
Латунь	8500	Скло	2500
Лід	900	Срібло	10500
рідини			
Ацетон	790	Гліцерин	1260
Бензин	710	Масло машинне	900
Вода прісна	1000	Нафта	800
Вода морська	1030	Ртуть	13600
Гас	800	Спирт	800
гази (за нормальних умов)			
Азот	1,25	Кисень	1,43
Водень	0,09	Повітря	1,29
Гелій	0,18	Природний газ	0,8

ЛІТЕРАТУРА

1. Иродов И.Е. Задачи по общей физике: Учебное пособие. М., 1988.
2. Боровий М.О., Оліх О.Я. Збірник задач з електрики та магнетизму для студентів природничих факультетів, Київ: ВПЦ “Київський університет”, 2009.
3. Корочкіна Л.М., Оглобля В.І., Горідько М.Я., Лозовий В.І. Збірник задач з курсу фізики для студентів біологічного факультету. – К:, 1998.
4. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М., 1985.
5. Гольдфарб Н.И. Сборник вопросов и задач по физике: Учебное пособие. – М., 1983.
6. Макара В.А., Оглобля В.І. Плющай І.В., Цареградська Т.Л. Навчальний посібник „Загальна фізика для біологів. Збірник задач”, ВПЦ "Київський університет", 2011.
7. Савченко Н.Е. Решение задач по физике. Справочное пособие. – Минск, 1988.

Навчальне видання

Микола Олександрович Боровий

Олег Ярославович Оліх

Ірина Володимирівна Овсієнко

Тетяна Леонідівна Цареградська

Віктор Васильович Козаченко

Артем Олександрович Подолян

Микола Вікторович Ісаєв

Катерина Володимирівна Дубик

ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА ДЛЯ ХІМІКІВ.

ЗБІРНИК ЗАДАЧ.

Частина 2. Електрика та магнетизм.

*Збірник задач
(українською мовою)*

Друкується в авторській редакції

Підписано до друку

Формат 60х84/16.Папір офсетний

Ум.-друк. арк. . Наклад 300 прим. Зам. №

Свідоцтво: