

Київський національний університет  
імені Тараса Шевченка

Копишинський О.В.

## МАГНІТООПТИЧНІ ЯВИЩА

Частина 1

Методична розробка  
для студентів фізичного факультету

Київ

2018

О.В. Копишинський „Магнітооптичні явища. Частина 1”. –  
К.: \_\_\_\_\_. - 2016.- 69 с.

Методична розробка адресована магістрам фізичного факультету спеціальності „Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка”, які навчаються за освітньою програмою „Лазерна та оптоелектронна техніка”. Методична розробка відповідає окремим розділам обов’язкової дисципліни „Електромагнітоакустооптика”

Рецензенти:

професор кафедри експериментальної фізики фізичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка, доктор фіз.-мат.наук Дмитрук Ігор Миколайович;

завідувач кафедри загальної фізики фізичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка, доктор фіз.-мат.наук Боровий Микола Олександрович.

Рекомендовано до друку Вченою радою фізичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка, протокол № \_\_\_\_ від “ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2018 року.

## ПЕРЕДМОВА

Методична розробка адресована магістрам фізичного факультету спеціальності „Метрологія та інформаційно-вимірвальна техніка”, які навчаються за освітньою програмою „Лазерна та оптоелектронна техніка”. Методична розробка відповідає окремим розділам обов’язкової дисципліни „Електромагнітоакустооптика”, яка на цей час читається магістрам кафедри оптики першого року навчання. Ця методична розробка також може бути корисною всім студентам, які самостійно поглиблено вивчають оптику.

В методчній розробці приділено увагу лише двом магнітооптичним явищам в різних середовищах – ефектам Фарадея та Фогта. Викладений матеріал базується на підручниках та монографіях [1-10]. При необхідності робляться посилання на окремі наукові статті.

## РОЗДІЛ 1.

ФЕНОМЕНОЛОГІЧНИЙ РОЗГЛЯД ЕФЕКТІВ ФАРАДЕЯ І  
ФОГТА (КОТТОНА-МУТОНА)

Спершу наведемо деякі факти, які стосуються хронології дослідження ефектів взаємодії світла з постійним магнітним полем.

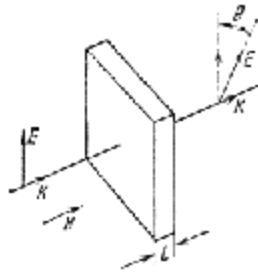
Ефект обертання площини поляризації лінійно поляризованого світла у постійному магнітному полі при розповсюдженні світла вздовж магнітного поля був виявлений Фарадеем в 1845 р. [11]. Це був перший експеримент, в якому було встановлено зв'язок між оптичними і магнітними явищами.

Ефект подвійного променезаломлення в постійному магнітному полі (ефект Фогта або ефект Коттона-Мутона) Фогт теоретично передбачив в 1899 р. і пізніше спостерігав його експериментально спільно з Віхертом в парах натрію для D-линии [12]. В подальшому ефект подвійного променезаломлення в постійному магнітному полі був детально досліджений Коттоном і Мутонем.

Нижче детально розглянемо прояви цих ефектів.

## 1.1 ЕФЕКТ ФАРАДЕЯ

Ефект Фарадея полягає в обертанні площини поляризації лінійно поляризованого світла на кут  $\theta$  при його розповсюдженні через оптично неактивну речовину, яка знаходиться в постійному магнітному полі. Випромінювання розповсюджується вздовж напрямку магнітного поля. Схему, яка ілюструє фарадеевское обертання площини поляризації світла, представлено на мал. 1.



Мал. 1. Обертання площини поляризації лінійно поляризованого випромінювання на кут  $\theta$  в шарі речовини завтовшки  $l$  ( $E$ ,  $k$  - вектори напруженості електричного поля і хвильовий вектор електромагнітної хвилі відповідно,  $H$  - вектор напруженості постійного магнітного поля).

В залежності від напрямку обертання площини

поляризації кут  $\theta$  має додатній або від'ємний знак. Знак ефекту Фарадея визначається тільки напрямком магнітного поля. Обертання відбувається в один бік по відношенню до спостерігача, незалежно від того, як розповсюджується випромінювання - вздовж магнітного поля або проти нього. Напрямок обертання вважається додатнім  $\theta > 0$ , якщо площина поляризації повертається праворуч по відношенню до спостерігача (за годинниковою стрілкою), якщо дивиться вздовж напрямку магнітного поля (правообертаючі середовища). На мал. 1 поворот площини поляризації в ефекті Фарадея відповідає додатньому куту обертання  $\theta$ . Величина кута  $\theta$  пропорційна першій степені величини магнітного поля ( $\theta$  лінійно залежить від величини магнітного поля).

Незалежність знака магнітного обертання площини поляризації від напрямку розповсюдження світла зумовлена симетрією магнітного поля, яка описується граничною групою  $\infty/m$ . Застосування операції симетрії цієї групи - віддзеркалення в площині, перпендикулярній до напрямку магнітного поля - не призводить до зміни знака  $\theta$ . Це відрізняє магнітне обертання площини поляризації від обертання площини поляризації оптично активними середовищами. Оптично активні середовища є підгрупами

симетрії граничної групи  $\infty/2$ . В цьому випадку поворот навколо осі другого порядку, яка є перпендикулярною до осі більш високого порядку, призводить до зміни напрямку обертання площині поляризації в оптично активних середовищах на зворотне.

Феноменологічний розгляд механізму магнітного обертання площини поляризації світла ґрунтується на уявленні про те, що в магнітному полі оптичні характеристики середовища для двох циркулярнополяризованих у протилежних напрямках компонент випромінювання є різними. Детально розглянемо це твердження.

Нехай лінійно поляризована електромагнітна хвиля нормально падає на шар речовини. Лінійне коливання вектора  $\mathbf{E}$  хвилі можна представити як суперпозицію право- та ліво- циркулярно поляризованих компонент, кутові швидкості обертання яких однакові і дорівнюють  $\omega$ . При наявності магнітного поля для право- і ліво- циркулярно поляризованих компонент виникають неоднакові умови для їх розповсюдження. Частоти обертання електричних векторів цих двох компонент в системі координат, пов'язаній з електроном, що обертається, відрізняються від частоти хвилі  $\omega$  на ларморовську частоту  $\pm\omega_L$ , де

$$\omega_L = \frac{eH}{2mc} \quad (1)$$

Внаслідок цього показник заломлення буде різним для право- і ліво- циркулярно поляризованих компонентів, отже, право- і ліво- циркулярно поляризовані компоненти будуть розповсюджуватися в середовищі з різною швидкістю.

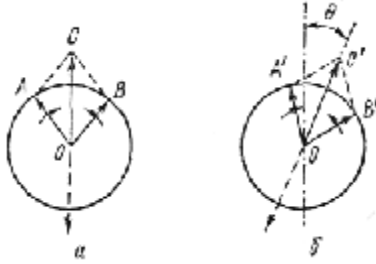
Різницю у швидкостях розповсюдження для право- і ліво- циркулярно поляризованих променів світла в речовини, яка знаходиться в постійному магнітному полі, експериментально було підтверджено Беккерелем по зсуву інтерференційних смуг. Зсув виникав лише при наявності магнітного поля, що свідчить про зумовлену магнітним полем різницю у показниках заломлення для право- і ліво-циркулярно поляризованих компонент.

Прямий експериментальний доказ того, що лінійно поляризоване випромінювання розкладається на дві циркулярно поляризовані в різних напрямках компоненти, було здійснено Брейсом, який в якості диспергуючого елемента використовував призму спеціальної конструкції. Оскільки право- і ліво- циркулярно поляризовані компоненти мають різні швидкості розповсюдження, то на виході з призми, поміщеної в магнітне поле, вони повинні відхилитися на різні кути.



Кут розходження цих променів надзвичайно малий, оскільки показники заломлення для двох циркулярно поляризованих в різних напрямках компонент в звичайних полях з напруженістю порядку  $10^4$  Ерстед відрізняються на величину порядку  $10^{-5}$ . Для збільшення кута розходження компонент Брейс використовував спеціальну конструкцію з двох призм, розділених півхвильовою пластинкою. Після двадцятикратного проходження через таку конструкцію вдалося геометрично розділити лінійно поляризоване випромінювання на право- і ліво- циркулярно поляризовані компоненти.

Розглянемо детальніше процес розповсюдження лінійно поляризованого випромінювання через магнітооптичноактивне середовище. Позначимо через **OA** і **OB** електричні вектори двох циркулярно поляризованих в різних напрямках компонент випромінювання перед входженням в середовище (мал. 2, а). Ці вектори обертаються в різні боки з однаковою кутовою швидкістю  $\omega$ .



Мал. 2, а, б. Обертання площини поляризації лінійно поляризованого випромінювання.

Результуючим вектором двох циркулярно поляризованих компонент є вектор **OC**, який зберігає свій напрям в просторі. Вектор **OC** відповідає лінійній поляризації випромінювання.

При розповсюдженні випромінювання через магніто-оптичноактивне середовище показники заломлення для право- і ліво- циркулярно поляризованих компонент будуть різними, внаслідок чого ці компоненти розповсюджуються з різними швидкостями. Отже, якщо перед входженням в середовище право- і ліво- циркулярно поляризовані компоненти мали однакову фазу, то при виході з середовища між ними виникне різниця фаз. Схема, що ілюструє положення циркулярно поляризованих компонент на виході з середовища, показана на мал. 2, б. Вектори **OA'** і **OB'** також

обертаються в різні боки з постійною кутовою швидкістю ( $\omega + \omega_L$  і  $\omega - \omega_L$  відповідно), але тепер результуючий електричний вектор **ОС'** коливається в площині, яка складає кут  $\theta$  з його початковим положенням до входження в середовище. Якщо напрямок **ОА'** збігається початковим положенням результуючого вектора **ОС** видно, то різниця фаз між компонентами **ОА'** і **ОВ'** буде дорівнювати  $2\theta$ . Отже кут повороту площини поляризації в ефекті Фарадея дорівнює половині різниці фаз між двома циркулярно поляризованими компонентами випромінювання.

Кут повороту площини поляризації можна виразити через значення показників заломлення  $n_{\pm}$  для двох циркулярно поляризованих компонент:

$$\begin{aligned} n_- &= n(\omega + \omega_L) \\ n_+ &= n(\omega - \omega_L) \end{aligned} \quad (2)$$

Число обертів вектора індукції для правополяризованої компоненти на одиницю довжини буде  $1/\lambda_+$ , а для лівополяризованої -  $1/\lambda_-$ , де

$$\lambda_{\pm} = \frac{2\pi}{\omega} \frac{c}{n_{\pm}} \quad (3)$$

$\omega$  - частота випромінювання,  $c$  - швидкість світла у вакуумі. Різниця кількості обертів цих компонент визначить різницю

фаз на довжині  $l$ . Таким чином, для кута обертання площини поляризації отримаємо вираз

$$\theta = \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi}{\lambda_-} - \frac{2\pi}{\lambda_+} \right) l = \frac{\omega l}{2c} (n_- - n_+) \quad (4)$$

Площина поляризації повертається у бік обертання циркулярно поляризованої компоненти, швидкість розповсюдження якої є більшою (зазвичай  $(n_- - n_+) \approx 10^{-4} - 10^{-6}$ ).

Отриманий для  $\theta$  вираз (4) зумовлений різницею фаз, що виникає при проходженні право- та ліво- циркулярно поляризованих компонент через об'єм кристала. Проте окрім об'ємного обертання площини поляризації ( $\theta_{об}$ ) в деяких випадках стає істотним обертання на межі розділу середовищ ( $\theta_{нов}$ ), а також обертання, пов'язане з інтерференцією хвиль всередині тонких шарів досліджуваного матеріалу ( $\theta_{инт}$ ). В загальному випадку величина  $\theta$  визначається трьома доданками:

$$\theta = \theta_{об} + \theta_{нов} + \theta_{инт} \quad (5)$$

Внесок в (5) останнього доданку буде розглянуто при обговоренні похибок експериментальних методик вимірювання. Що ж до величини  $\theta_{нов}$ , зумовленою зміною фаз право- і ліво- циркулярно поляризованих хвиль при

проходженні їх через межу розділу середовищ, то в більшості середовищ  $\theta_{нов} \ll \theta_{об}$  в зв'язку з виконанням умови  $k \ll n$ .

В оптичному діапазоні і при слабких магнітних полях ларморову частоту можна вважати малою  $\omega_L \ll \omega$ . Звідси отримуємо вираз:

$$\theta = \frac{\omega l}{c} \omega_L \frac{dn}{d\omega} = \frac{e\omega l H}{2mc^2} \frac{dn}{d\omega} \quad (6)$$

Співвідношення (6) було отримано Беккерелем в 1897 р.

З виразу (6) випливає подібність спектральної залежності  $\theta(\omega)$  спектрам відбиття або пропускання, отриманих методами модуляційної спектроскопії. У методах модуляційної спектроскопії величина вимірюваного сигналу також зв'язана з похідною діелектричної проникності по частоті випромінювання або іншому параметру.

Поворот площини поляризації в магнітному полі можна виразити через так звану сталу Верде  $V$ , яка входить в емпіричний закон:

$$\theta = V H l \quad (7)$$

Значення сталої Верде для різних матеріалів коливається в широких межах  $V \approx 10^{-3} - 10^{-7}$  рад/(Ерстед см). Проте в сильних імпульсних магнітних полях з напруженістю

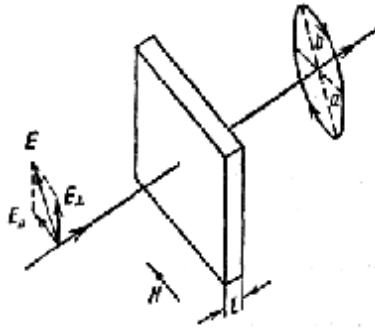
близько  $10^7$  Ерстед виникає питання про справедливість співвідношення (7). В рамках класичної електронної теорії в діамагнетиках співвідношення (7) виконується при напруженості магнітного поля  $10^7$ - $10^8$  Ерстед. При квантово-механічному розгляді цієї задачі виявилось, що в діамагнетиках при частотах оптичних переходів  $\omega \approx 10^{15} \text{ с}^{-1}$  внесок в сталу Верде  $V$  члена, пропорційного  $H^2$ , в полях порядку  $10^7$  Ерстед досягає 1 % . У магнітних полях порядку  $10^8$  Ерстед не можна нехтувати залежністю  $V(H)$ . У прозорих парамагнетиках залежність  $V(H)$  може стати помітною вже при  $H \approx 10^4 - 10^5$  Ерстед.

## 1.2 ЕФЕКТ ФОГТА

Ефект Фогта (магнітне двопроненезаломлення) полягає в тому, що лінійно поляризоване випромінювання, направлене під прямим кутом до напрямку магнітного поля, після проходження шару ізотропної речовини, поміщеної в магнітне поле, стає еліптично поляризованим. Цей ефект зумовлений оптичною анізотропією речовини, яка виникає в магнітному полі.

Явище магнітного двопроненезаломлення подібно до

природного двопронезаломлення в оптично анізотропних (одноосних) кристалах і його можна пояснити наступним чином. Нехай електричний вектор  $\mathbf{E}$  лінійно поляризованого випромінювання з частотою  $\omega$  складає з напрямком зовнішнього магнітного поля деякий кут (мал. 3).



Мал. 3. Двопронезаломлення в магнітному полі (ефект Фогта), що виникає при проходженні лінійно поляризованим випромінюванням через шар ізотропної речовини, при розповсюдженні випромінювання в напрямку, перпендикулярному до напрямку магнітного поля  $\mathbf{H}$ .  $a$ ,  $b$  - мала і велика напіввісі еліпса відповідно; стрілка на контурі еліпса показує напрям обертання результуючого електричного вектора електромагнітної хвилі для  $0 < \delta < \pi/2$ ,  $n_{\perp} > n_{\parallel}$  при рівних амплітудах компонент  $\mathbf{E}_{\perp}$  і  $\mathbf{E}_{\parallel}$ .

Вектор  $\mathbf{E}$  можна розкласти на дві складові, що мають

однакову частоту  $\omega$ , паралельну  $\mathbf{E}_p$  і перпендикулярну  $\mathbf{E}_\perp$  відносно напрямку магнітного поля. За відсутності магнітного поля швидкості розповсюдження компонент  $\mathbf{E}_p$  і  $\mathbf{E}_\perp$  однакові внаслідок ізотропності кристала. При включенні магнітного поля виникає виділений вздовж магнітного поля напрямок. Умови розповсюдження для компонент  $\mathbf{E}_p$  і  $\mathbf{E}_\perp$  стають неоднаковими. Швидкість розповсюдження цих компонент є різними:

$$\begin{aligned} v_p &= c/n_p \\ v_\perp &= c/n_\perp \end{aligned} \quad (8)$$

де  $n_p$  і  $n_\perp$  - показники заломлення для хвиль, поляризованих паралельно і перпендикулярно до напрямку магнітного поля.

Таким чином, після проходження шару речовини між компонентами  $\mathbf{E}_p$  і  $\mathbf{E}_\perp$  з'являється різниця фаз і випромінювання, яке пройшло через кристал, стає еліптично поляризованим (оскільки складання двох взаємно перпендикулярних синусоїдальних коливань рівної частоти з різними фазами в загальному випадку дає еліптичну траєкторію). Величина фазового зсуву між компонентами  $\mathbf{E}_p$  і  $\mathbf{E}_\perp$  на довжині зразка  $l$  (величина ефекту Фогта)



визначатиметься виразом:

$$\delta = 2\pi l \left( \frac{1}{\lambda_{\perp}} - \frac{1}{\lambda_{\mathbf{p}}} \right) = \frac{\omega l}{c} (n_{\perp} - n_{\mathbf{p}}) \quad (9)$$

Параметри еліпса, напрям його головних осей а також напрям обертання кінця результуючого електричного вектора, позначені на мал. 3. Ці величини визначаються різницею фаз  $\delta$  і співвідношенням між амплітудами  $\mathbf{E}_{\mathbf{p}}$  і  $\mathbf{E}_{\perp}$ . Вказаний на мал. 3 напрям обертання результуючого електричного вектора при виконанні умови  $\mathbf{E}_{\mathbf{p}} = \mathbf{E}_{\perp}$  (тобто коли площина поляризації направлена під кутом  $45^{\circ}$  до напрямку магнітного поля) відповідає різниці фаз  $0 < \delta < \pi/2$  між двома компонентами  $\mathbf{E}_{\mathbf{p}}$  і  $\mathbf{E}_{\perp}$  на виході з кристала. Причому напрямок великої осі еліпса в цьому випадку співпадає з напрямком вектора  $\mathbf{E}$  лінійно поляризованого випромінювання. При  $\delta = 0$  випромінювання на виході з кристала залишається лінійно поляризованим. При  $\delta = \pi/2$  первинне лінійно поляризоване випромінювання стає поляризованим по колу. При  $\pi/2 < \delta < \pi$  велика вісь еліпса буде орієнтована під кутом  $90^{\circ}$  по відношенню до площини поляризації падаючого лінійно поляризованого випромінювання.

Величина  $\delta$  в ефекті Фогта пропорційна квадрату напруженості магнітного поля і при  $H \leq 10^5$  Ерстед зазвичай менше  $\pi/2$ .

### 1.3 ЕФЕКТ ФАРАДЕЯ І МАГНІТНИЙ ЦИРКУЛЯРНИЙ ДИХРОЇЗМ

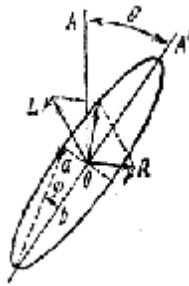
Явище дихроїзма полягає в різниці у поглинанні речовиною світла в залежності від його поляризації. Якщо при постійному магнітному полі у речовині право- і лівоциркулярно поляризоване світло, що розповсюджується вздовж магнітного поля, поглинається речовиною по різному, то таке явище носить назву магнітного циркуляційного дихроїзма.

При розповсюдженні світла через речовину, що характеризується магнітним циркулярним дихроїзмом, інтенсивність лівополяризованого і правополяризованого світла, яке пройшло через речовину, визначається виразами:

$$\begin{aligned} I_- &= I_{0-} \exp(-\alpha_- l) = I_{0-} \exp\left(-2 \frac{\omega}{c} \kappa_- l\right) \\ I_+ &= I_{0+} \exp(-\alpha_+ l) = I_{0+} \exp\left(-2 \frac{\omega}{c} \kappa_+ l\right) \end{aligned} \quad (10)$$

Якщо на речовину, яка характеризується магнітним

циркулярним дихроїзмом, падає лінійно поляризоване світло, направлене уздовж магнітного поля, то на виході з речовини, внаслідок неоднакового ослаблення право- і ліво- циркулярно поляризованих компонент, лінійно поляризоване світло стане еліптично поляризованим. Стан поляризації світла на виході з речовини, що характеризується магнітним циркулярним дихроїзмом, показано на мал. 4. На малюнку напрямок **OA** відповідає первинному напрямку електричного вектора лінійно поляризованого світла, **OL**  $\neq$  **OR** - електричні вектори ліво- і право циркулярно поляризованих компонент на виході з речовини, **OAc** - напрям головній осі результуючого еліпса поляризації, стрілка на контурі еліпса показує напрям обертання результуючого електричного вектора.



Мал. 4. Обертання площини поляризації світла в середовищі, що характеризується магнітним циркулярним дихроїзмом.

Параметри еліптично поляризованого світла визначаються амплітудами ліво- і право- циркулярно поляризованих компонент:

$$\begin{aligned} a_- &= \sqrt{I_-} = a_0 \exp\left(-\frac{\alpha_- l}{2}\right) \\ a_+ &= \sqrt{I_+} = a_0 \exp\left(-\frac{\alpha_+ l}{2}\right) \end{aligned} \quad (11)$$

Відношення різниці і суми амплітуд цих компонент визначає величину магнітного циркулярного дихроїзма або ступінь еліптичності;  $\Delta$  - кут, тангенс якого дорівнює відношенню малої осі еліпса до великої (див. мал. 4):

$$\Delta = \frac{a}{b} = \operatorname{tg}(\Psi) = \frac{a_- - a_+}{a_- + a_+} \quad (12)$$

Враховуючи (11) з виразу (12) отримаємо:

$$\Delta = \operatorname{th}\left(\frac{1}{4}(\alpha_- - \alpha_+)l\right) \quad (13)$$

При малих величинах  $\Psi$  з (13) справедливо наближення:

$$\Delta \cong \frac{1}{4}(\alpha_- - \alpha_+)l = \frac{\omega}{2c}(\kappa_- - \kappa_+)l \quad (14)$$

Як видно з виразу (14), величина магнітного циркулярного дихроїзма  $\Delta$  визначається різницею уявних частин показника заломлення (різницею показників

поглинання ( $\kappa_- - \kappa_+$ )), а кут фарадеевського обертання - різницею дійсних частин показника заломлення ( $n_- - n_+$ ) (формула (4)). Величини  $\Delta$  і  $\theta$  є кількісною мірою взаємодії лінійно поляризованого випромінювання з речовиною. Ці величини можуть бути виражені одна через одну за допомогою інтегральних дисперсійних співвідношень типу співвідношень Крамерса - Кроніга.

Наявність магнітного циркулярного дихроїзма впливає на точність вимірювання кута фарадеевського обертання, який в цьому випадку вимірюється як кут між первинним напрямом електричного вектора лінійно поляризованого світла і напрямом великої осі результуючого еліпса поляризації. Дослідження спектрів магнітного циркулярного дихроїзма (еліптичності світла в ефекті Фарадея), спрощує розшифровку спектрів фарадеевського обертання. Знак  $\Delta$  залежить від того, інтенсивність якої з компонент  $I_+$  або  $I_-$  послаблюється в більшій мірі. Як видно з мал. 4, знак  $\Delta$  визначається напрямком обертання результуючого вектора, який співпадає з напрямком циркулярно поляризованої компоненти, яка послаблюється в меншій мірі.

## РОЗДІЛ 2.

МАКРОСКОПІЧНА ТЕОРІЯ ЕФЕКТІВ ФАРАДЕЯ І ФОГТА.  
ТЕНЗОР ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОНИКНОСТІ

Характер розповсюдження електромагнітних хвиль через анізотропні речовини (швидкість їх розповсюдження, ослаблення інтенсивності, поляризація та ін.) визначається величинами компонент тензора діелектричної проникності  $[\epsilon]$  і його симетрією. Симетрія тензора  $[\epsilon]$  кристала визначається його точковою групою симетрії.

В магнітному полі властивості речовини змінюються і залежать від орієнтації вектора  $\mathbf{H}$  (аксіального вектора) відносно напрямку розповсюдження електромагнітної хвилі. Виникає магнітне обертання площини поляризації (ефект Фарадея) і магнітне двопроменезаломлення (ефект Фогта). Таким чином, розповсюдження електромагнітних хвиль через кристал, який знаходиться в магнітному полі, відрізняється від розповсюдження електромагнітних хвиль у відсутності магнітного поля. Поява магнітного поля призводить до зміни величин компонент тензора  $[\epsilon]$  і його симетрії.

Для того, щоб визначити симетрію кристала, який знаходиться в магнітному полі, можна скористатися

принципом Кюрі, у відповідності до якого у кристалі, що знаходиться під зовнішнім впливом, залишаються тільки такі елементами симетрії, які є спільними для кристала і зовнішнього впливу.

## 2.1 СИМЕТРИЯ ТЕНЗОРА ДИЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОНИКНОСТІ В МАГНІТНОМУ ПОЛІ

При відсутності постійного магнітного поля тензор діелектричної проникності  $[\epsilon]$  є симетричним тензором другого рангу, тобто для його компонент виконується співвідношення:

$$\epsilon_{ik} = \epsilon_{ki} \quad (15)$$

За наявності постійного однорідного магнітного поля тензор  $[\epsilon]$  перестає бути симетричним і для його компонент виконується співвідношення:

$$\epsilon_{ik}(\mathbf{H}) = -\epsilon_{ki}(-\mathbf{H}) \quad (16)$$

Для прозорих кристалів тензор  $[\epsilon]$  повинен бути ермітовим:

$$\epsilon_{ik} = \epsilon_{ki}^* \quad (17)$$

З (15) і (17) випливає, що дійсна частина тензора діелектричної проникності є симетричною, а уявна частина - антисиметричною, тобто:

$$\begin{aligned}\operatorname{Re} \varepsilon_{ik} &= \operatorname{Re} \varepsilon_{ki} \\ \operatorname{Im} \varepsilon_{ik} &= -\operatorname{Im} \varepsilon_{ki}\end{aligned}\tag{18}$$

Враховуючи (16), отримуємо:

$$\begin{aligned}\operatorname{Re} \varepsilon_{ik}(\mathbf{H}) &= \operatorname{Re} \varepsilon_{ki}(\mathbf{H}) = \operatorname{Re} \varepsilon_{ik}(-\mathbf{H}) \\ \operatorname{Im} \varepsilon_{ik}(\mathbf{H}) &= -\operatorname{Im} \varepsilon_{ki}(\mathbf{H}) = -\operatorname{Im} \varepsilon_{ik}(-\mathbf{H})\end{aligned}\tag{19}$$

Таким чином, в прозорих середовищах дійсні компоненти тензора  $[\varepsilon]$  є парними функціями магнітного поля, а уявні – непарними. Ефект Фарадея пропорційний першій степені напруженості магнітного поля і визначається антисиметричною уявною частиною тензора  $[\varepsilon]$ . Ефект Фогта пропорційний другій степені напруженості магнітного поля і визначається симетричною дійсною частиною тензора  $[\varepsilon]$ .

Для того, щоб визначити симетрію тензора  $[\varepsilon]$  для кристала, який знаходиться в магнітному полі, і знайти число його незалежних компонент, необхідно розглянути перетворення компонент тензора під дією загальних для поля і кристала елементів симетрії (оскільки незалежні компоненти



тензора інваріантні відносно всіх перетворень кристала).

Багато практично важливих кристалів мають кубічну ґратку. Тому розглянемо для прикладу симетрію тензора діелектричної проникності для кристалу кубічної сингонії, який знаходяться в магнітному полі.

Симетрія постійного однорідного магнітного поля описується граничною точковою групою симетрії  $\infty/m$ , яка включає вісь нескінченного порядку, площину симетрії, перпендикулярну до цієї осі, і центр симетрії.

Нехай магнітне поле направлене уздовж осі  $x_3$  прямокутної системи координат і вісь  $x_3$  співпадає з напрямом осі третього порядку кристалів класу  $m3m$ . У відповідності до принципу Кюрі спільними елементами симетрії кристала і магнітного поля в цьому випадку будуть вісь третього порядку, поперечна площина симетрії і центр симетрії. Застосовуючи ці елементи симетрії до компонентів тензора  $[\epsilon]$ , за процедурою, описаною в [3], отримаємо наступний вигляд тензора діелектричної проникності:

$$[\epsilon(\mathbf{H})] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & 0 \\ -\epsilon_{12} & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (20)$$

де  $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} \neq \epsilon_{33} = \epsilon_{33}(0)$

У відсутності магнітного поля тензор діелектричної проникності кубічного кристала, приведений до головних осей, має вигляд:

$$[\epsilon(0)] = \epsilon \delta_{ij} \quad (21)$$

де  $\delta_{ij}$  - символ Кронекера.

У тензорі (20) компонента  $\epsilon_{12}$ , яка з'являється при наявності постійного магнітного поля, згідно (19) є непарною функцією магнітного поля і визначає ефект Фарадея. Додатки до компонентів  $\epsilon_{11}$  і  $\epsilon_{22}$ , які також виникають при наявності постійного магнітного поля, є парними функціями по полю і визначають ефект Фогта.

Розглядаючи перетворення компонент тензора  $[\epsilon]$  в системі координат з віссю  $x_3$ , паралельною магнітному полю і осями четвертого і другого порядків кубічних кристалів, можна показати, що і в цьому випадку тензор  $[\epsilon(\mathbf{H})]$  має вигляд (20). Проте, для випадку магнітного поля, паралельного осі другого порядку кубічного кристала,  $\epsilon_{22} \neq \epsilon_{11}$ . Порівнюючи елементи симетрії магнітного поля і кристалічного класу  $\bar{4}3m$ , можна показати, що вид тензора (20) не змінюється і в цьому випадку.

При дослідженні ефекту Фарадея відмінність

компоненти тензора  $\epsilon_{12}$  (яка визначає величину кута обертання площини поляризації світла) для різних кристалографічних напрямків може бути помітною лише в області характеристичних частот. В інфрачервоній області спектру при частотах  $\omega$ , далеких від характеристичних, відмінність компоненти  $\epsilon_{12}$  для різних кристалографічних напрямків є незначною. Таким чином, в кубічних кристалах ефект Фарадея можна вважати ізотропним.

З аналізу симетрії тензора  $[\epsilon]$  кристалів гексагональної сингонії в магнітному полі (кристали цієї сингонії у відсутності магнітного поля є одноосними) витікає, що якщо магнітне поле направлено вздовж осей третього або шостого порядку, вид тензора (20) зберігається (причому  $\epsilon_{11} = \epsilon_{22}$ ). Отже, в цьому випадку відсутні як природне двоприменезаломлення, так і двоприменезаломлення, що викликається магнітним полем (ефект Фохта).

Якщо ж магнітне поле направлене під кутом до тригональної або гексагональної осі кристала гексагональної сингонії, то наявність в цьому випадку природнього двоприменезаломлення ( $\epsilon_{11}(0) \neq \epsilon_{33}(0)$ ) суттєво утруднює спостереження ефекту Фарадея, оскільки природне двоприменезаломлення зменшує кут обертання площини

поляризації світла в ефекті Фарадея на декілька порядків.

Ефект Фарадея при розповсюдженні світла вздовж оптичних осей кристалів гексагональної сингонії підкоряється тим же закономірностям, що і для оптично ізотропних кристалів.

## 2.2 ЕФЕКТ ФАРАДЕЯ В ОПТИЧНО ІЗОТРОПНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Хвильове рівняння для плоскої монохроматичної хвилі у випадку, коли діелектрична проникність середовища є тензором, має вигляд:

$$\mathbf{k}^2 \mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2} [\epsilon] \mathbf{E} \quad (22)$$

Діелектрична проникність і електропровідність зв'язані між собою рівнянням:

$$\overline{n^2}(\omega) = [n(\omega) - i\kappa(\omega)]^2 = \epsilon(\omega) - i \frac{4\pi}{\omega} \sigma(\omega) \quad (23)$$

Для ефекту Фарадея **к РН**. Спрямуємо вісь  $x_3$  прямокутної системи координат уздовж напрямку розповсюдження світла. Враховуючи вигляд тензора  $[\epsilon]$  (20), для оптично ізотропних середовищ з (22) отримуємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{aligned} k^2 E_1 &= \frac{\omega^2}{c^2} (\epsilon_{11} E_1 + \epsilon_{12} E_2) \\ k^2 E_2 &= \frac{\omega^2}{c^2} (-\epsilon_{12} E_1 + \epsilon_{11} E_2) \end{aligned} \quad (24)$$

де  $\mathbf{k} = \{0, 0, k_3\}$

Домножимо друге рівняння системи (24) на  $\pm i$  і складемо з першим. Отримаємо наступний вираз:

$$k^2 (E_1 \pm iE_2) = \frac{\omega^2}{c^2} (\epsilon_{11} \mathbf{m} i \epsilon_{12}) (E_1 \pm iE_2) \quad (25)$$

Позначимо через  $\epsilon_{\pm}$  діелектричну проникність середовища:

$$\epsilon_{\pm} = \epsilon_{11} \mathbf{m} i \epsilon_{12} \quad (26)$$

З (25) видно, що в середовищі з діелектричною проникністю  $\epsilon_{\pm}$  розповсюджуються дві циркулярно поляризовані в різних напрямках хвилі  $E_{\pm} = E_1 \pm iE_2$ . Верхній знак у виразі (26) визначає діелектричну проникність кристала для електромагнітних хвиль з правою циркулярною поляризацією, а нижній - для хвиль з лівою циркулярною поляризацією.

Виразимо кут фарадеевського обертання (рівняння (4)) через тензор діелектричної проникності (26) для право- і лівоциркулярно поляризованих хвиль. Кут  $\theta$  визначається різницею дійсних частин показника заломлення  $\bar{n}$ . Розглянувши випадок слабкого поглинання  $\kappa^2 = n^2$ , отримуємо:

$$\theta = \frac{\omega l}{2c} \operatorname{Re}(n_- - n_+) = \frac{\omega l}{2cn} \operatorname{Im} \epsilon_{12} \quad (27)$$

де  $\text{Re}\epsilon_{\pm} = \text{Re}\epsilon_{11} \mp \text{Im}\epsilon_{12}$  і  $\frac{1}{2}(n_- - n_+) = n$

Якщо врахувати співвідношення (23) між діелектричною проникністю  $\epsilon$  і провідністю  $\sigma$ , то для випадку малого поглинання отримаємо:

$$\theta = \frac{2\pi l}{nc} \text{Re}\sigma_{12} \quad (28)$$

Ефект Фарадея можна зареєструвати з достатньою точністю за умови  $\alpha l \leq 2$ . Умова  $\kappa^2 = n^2$  практично завжди справедлива. Якщо все ж таки показником поглинання нехтувати не можна, то для кута фарадеевського обертання в цьому випадку виконується вираз:

$$\theta = \frac{\omega l}{2c} \frac{n \text{Im}\epsilon_{12} - \kappa \text{Re}\epsilon_{12}}{n^2 + \kappa^2} \quad (29)$$

який при  $\kappa^2 = n^2$  переходить у вираз (27).

Поглинання право- і ліво- циркулярно поляризованих компонент випромінювання не є однаковим, внаслідок чого первинне лінійно поляризоване випромінювання не тільки повертає свою площину поляризації в магнітному полі, але і набуває еліптичності. Величину цієї еліптичності (14) можна виразити через тензор діелектричної проникності:

$$\Delta = \frac{\omega l}{2c} \text{Im}(n_- - n_+) = \frac{\omega l}{2c} \frac{n \text{Re}\epsilon_{12} - \kappa \text{Im}\epsilon_{12}}{n^2 + \kappa^2} \quad (30)$$

Для випадку слабого поглинання  $\kappa^2 = n^2$  (коефіцієнт поглинання може бути великим  $\alpha : 10^3 \div 10^4 \text{ см}^{-1}$ , але умова слабого поглинання все ще буде виконуватися):

$$\Delta = \frac{\omega l}{2cn} \text{Re} \epsilon_{12} = \frac{2\pi l}{cn} \text{Im} \sigma_{12} \quad (31)$$

З (31) випливає, що величина еліптичності випромінювання в ефекті Фарадея у випадку слабого поглинання визначається дійсною частиною недіагональної компоненти тензора діелектричної проникності

### 2.3 ЕФЕКТ ФОГТА В ОПТИЧНО АНІЗОТРОПНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Ефект Фогта виникає при  $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}$ . Спрямуємо вісь  $x_3$  уздовж напрямку постійного магнітного поля, а вісь  $x_2$  вздовж напрямку розповсюдження світла. Із хвильового рівняння (22) з урахуванням тензора (20) отримуємо систему рівнянь:

$$\begin{aligned} -k^2 E_1 &= \frac{\omega^2}{c^2} (\epsilon_{11} E_1 + \epsilon_{12} E_2) \\ -k^2 E_2 + k^2 E_2 &= 0 = \frac{\omega^2}{c^2} (-\epsilon_{12} E_1 + \epsilon_{11} E_2) \\ k^2 E_3 &= \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{33} E_3 \end{aligned} \quad (32)$$



де  $\mathbf{k} = \{0, k_2, 0\}$ ,  $\mathbf{E} = \{E_1, E_2, E_3\}$

Із другого рівняння системи (32) отримуємо:

$$E_2 = \frac{\epsilon_{12}}{\epsilon_{22}} E_1 \quad (33)$$

тобто в цьому випадку виникає проекція електричного вектора хвилі на напрям її розповсюдження.

Якщо електромагнітна хвиля поляризована у напрямі  $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$  ( $E_1, E_2 \neq 0, E_3 = 0$ ), де  $\mathbf{E}$  - електричний вектор хвилі,  $\mathbf{H}$  - вектор напруженості постійного магнітного поля, хвильове рівняння (32) з урахуванням (33) прийме вигляд:

$$-k^2 E_1 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{\perp} E_1 \quad (34)$$

де діелектрична проникність  $\epsilon_{\perp}$  для поляризації  $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$  визначається виразом:

$$\epsilon_{\perp} = \epsilon_{11} + \frac{\epsilon_{12}^2}{\epsilon_{22}} \quad (35)$$

Для направлення поляризації електромагнітної хвилі  $\mathbf{E} \parallel \mathbf{H}$  з третього рівняння системи (32) отримаємо:

$$\epsilon_{\parallel} = \epsilon_{33} \quad (36)$$

Величина фазового зсуву для ефекта Фогта, визначена у виразі (9) через різницю дійсних частин показника

заломлення  $(n_{\perp} - n_{\mathbf{p}})$ . Цю величину можна виразити через компоненти тензора  $\epsilon$  для хвиль, поляризованих паралельно і перпендикулярно до напрямку постійного магнітного поля:

$$\delta = \frac{\omega l}{2c} \operatorname{Re}(n_{\perp} - n_{\mathbf{p}}) = \frac{\omega l}{2c} \operatorname{Re} \frac{\epsilon_{33} - \epsilon_{11} - \epsilon_{12}^2 / \epsilon_{22}}{(n - i\kappa)} \quad (37)$$

де  $(n - i\kappa)^2 = \epsilon$  и  $n = \frac{1}{2}(n_{\perp} - n_{\mathbf{p}})$ . Для магнітних полів  $H \leq 10^5$  Ерстед виконується умова  $|n_{\perp} - n_{\mathbf{p}}| \leq 10^{-5}$

Вираз (37) можна спростити. Доданок  $\epsilon_{12}^2 / \epsilon_{22}$  можна опустити, оскільки для великої кількості кристалів  $\epsilon_{22} \geq 10$ , а величина компоненти тензора  $\epsilon_{12}$  в полях порядку  $10^4$  дорівнює приблизно  $10^{-4}$  (остання оцінена за значенням кута фарадеевського обертання). В той же час різниця доданків  $(\epsilon_{33} - \epsilon_{11})$  порядку  $10^{-5}$ . Таким чином

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{\omega l}{2c} \operatorname{Re} \left( \frac{\epsilon_{33} - \epsilon_{11}}{n - i\kappa} \right) \\ \delta &= \frac{\omega l}{2c} \operatorname{Re} \frac{n(\operatorname{Re} \epsilon_{33} - \operatorname{Re} \epsilon_{11}) - \kappa(\operatorname{Im} \epsilon_{33} - \operatorname{Im} \epsilon_{11})}{n^2 + \kappa^2} \end{aligned} \quad (38)$$

З (38) для випадку слабкого поглинання  $\kappa^2 = n^2$  отримаємо вираз

$$\delta = \frac{\omega l}{2cn} \operatorname{Re}(\epsilon_{33} - \epsilon_{11}) \quad (39)$$

На відміну від ефекту Фарадея, який в оптично ізотропних кристалах в інфрачервоній області спектру є ізотропним, ефект Фогта в цьому спектральному діапазоні може бути анізотропним. Це зумовлено залежністю величини компоненти тензора  $\epsilon_{11}$  від напрямку магнітного поля відносно кристалографічних осей кристалів. Наприклад, в кубічних кристалах з анізотропними поверхнями рівної енергії  $\delta$  є анізотропною величиною внаслідок залежності  $\epsilon_{11}$  від напрямку магнітного поля відносно напрямків кристалографічних осей.

## 2.4 ЕФЕКТ ФАРАДЕЯ В ОПТИЧНО АНІЗОТРОПНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Практично важливим є питання про можливість дослідження ефекту Фарадея в оптично анізотропних кристалах.

Різниця показників заломлення для двох циркулярно поляризованих хвиль в магнітному полі  $H : 10^4$  Ерстед складає величину  $10^{-4} \div 10^{-5}$ . Різниця показників заломлення для напрямів розповсюдження світла вздовж і перпендикулярно відносно оптичної осі двоприменезаломлю-

ючих кристалів порядку  $10^{-2}$ . Таким чином в цьому випадку фарадеївське обертання можна розглядати як мале збурення по відношенню до природнього двопроменезаломлення.

Наявність двопроменезаломлення призводить до того, що в кристалі при розповсюдженні світла в напрямках, які не співпадають з оптичними осями, лінійно поляризоване випромінювання розкладається вже не на дві циркулярно поляризовані в різних напрямках компоненти, а на дві еліптично поляризовані компоненти. Суперпозиція цих еліптичних компонент на виході кристала дає еліптично поляризоване випромінювання. В ролі кута фарадеївського обертання в цьому випадку виступає кут повороту великої осі еліпса по відношенню до напрямку поляризації лінійно поляризованого випромінювання на вході кристала. При розповсюдженні світла вздовж оптичних осей одновісних кристалів залишаються справедливими вирази, отримані для кристалів кубічної сингонії.

При довільному напрямі розповсюдження світла відносно кристалографічних осей двопроменезаломлюючих кристалів розгляд фарадеївського обертання стає громіздким [13]. Тому в більшості випадків ефект Фарадея в оптично анізотропних середовищах розглядається лише для напрямків розповсюдження світла, перпендикулярних до оптичних осей

кристалів. Вивчення фарадеевського обертання в цьому випадку дозволяє наочно представити особливості ефекта Фарадея в двопроменезаломлюючих кристалах, оскільки основні риси впливу двопроменезаломлення зберігаються.

Розглянувши дві компоненти плоскої електромагнітної хвилі частотою  $\omega$ , яка розповсюджується в одновісному кристалі в напрямку, перпендикулярному до оптичної осі, отримаємо наступний вираз (аналогічно викладкам для ефекту Фарадея в ізотропних середовищах:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{2c^2} \left[ (\epsilon_{11} + \epsilon_{22}) \mathbf{m} \sqrt{(\epsilon_{11} - \epsilon_{22})^2 + 4\epsilon_{12}^2} \right] \quad (40)$$

який подібний розглянутому раніше випадку ефекта Фарадея в ізотропних середовищах.

Для оптично ізотропних середовищ  $\epsilon_{11} = \epsilon_{22}$  і вираз (40) перетворюється на вираз (25). В виразі (40), на відміну від виразу (25), знаки « $\mathbf{m}$ » визначають напрямок еліптичної поляризації, а не циркулярної.

Розглянемо два граничних випадки:

1) різниця компонент тензора  $(\epsilon_{11} - \epsilon_{22})$ , яка визначає двопроменезаломлення, є малою величиною по відношенню до величини компоненти  $\epsilon_{12}$ , яка визначає величину кута фарадеївського обертання:  $(\epsilon_{11} - \epsilon_{22}) = \epsilon_{12}$ ;

2) виконується співвідношення, зворотнє до попереднього співвідношення:  $(\epsilon_{11} - \epsilon_{22}) \neq \epsilon_{12}$ .

При виконанні умови  $(\epsilon_{11} - \epsilon_{22}) = \epsilon_{12}$  вираз (40) переходить в (25). Таким чином, для кута фарадеевського обертання і величини магнітного циркулярного дихроїзма справедливі вирази (30) і (31). Умова  $(\epsilon_{11} - \epsilon_{22}) = \epsilon_{12}$  виконується в одновісних кристалах при напрямках розповсюдження світла, які складають малий кут з оптичною віссю кристала.

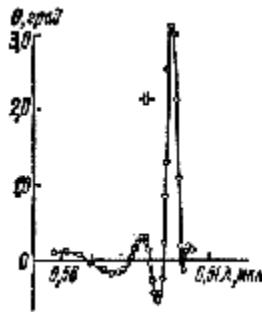
У випадку  $(\epsilon_{11} - \epsilon_{22}) \neq \epsilon_{12}$  для величин ефекту Фарадея і магнітного циркулярного дихроїзма мають місце наступні вирази [3]:

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\epsilon_{12}}{\epsilon_{11} - \epsilon_{22}} \sin \left( \frac{\omega l}{c} (n_- - n_+) \right) \\ \Delta &= \frac{2\epsilon_{12}}{\epsilon_{11} - \epsilon_{22}} \sin^2 \left( \frac{\omega l}{c} (n_- - n_+) \right) \end{aligned} \quad (41)$$

Тут величини  $n_-$  і  $n_+$  визначаються також величиною двоприменезаломлення.

З виразу (41) видно, що величини повороту великої осі еліпса і магнітний циркулярний дихроїзм є осцилюючими функціями в залежності від товщини зразка і довжини хвилі

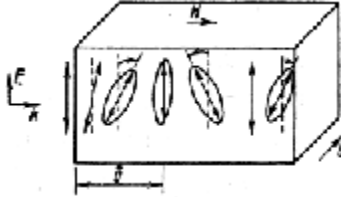
випромінювання. На мал. 5 показана осциляція фарадеївського обертання від довжини хвилі в кристалі CdS [14]. Значне зменшення амплітуди осциляції на мал. 5 зумовлено збільшенням різниці  $\epsilon_{11} - \epsilon_{22}$  із зростанням довжини хвилі. Обертання відсутнє за умови  $\omega l(n_- - n_+)/c = m\pi$ , де  $m$  - ціле число. Осциляції  $\theta$  на мал. 5 не пов'язані з інтерференцією світла в тонких плоскопаралельних шарах, оскільки умова інтерференції - довжина когерентності більше оптичної довжини шляху - в цьому випадку не виконується.



Мал. 5. Ефект Фарадея в монокристалі CdS при розповсюдженні світла перпендикулярно до оптичної осі [14].

На мал. 6 показано стан поляризації світла в ефекті Фарадея в залежності від довжини шляху. Якби фарадеївське

обертання було відсутнє, то поляризація на виході з двоприменезаломлюючого кристала не відрізнялася б від поляризації на його вході.



Мал. 6. Стан поляризації лінійно поляризованого випромінювання при фарадеевском обертанні в двоприменезаломлюючих кристалах при розповсюдженні світла в напрямі, перпендикулярному до оптичної осі кристалів [14].

Обертання і еліптичність відсутні в точках  $\omega l(n_- - n_+)/c = m\pi$ . Причому при парних значеннях  $m$  стан поляризації співпадає з первинним. З періоду осциляції можна визначити величину природнього двоприменезаломлення, а з амплітуди осциляції - власне величину ефекту Фарадея. Проте з (41) витікає, що величини  $\theta$  і  $\Delta$  в двоприменезаломлюючих кристалах є малими внаслідок  $\epsilon_{12} = (\epsilon_{11} - \epsilon_{22})$ .



Що стосується фазового зсуву Фогта, то його спостереження в оптично анізотропних кристалах нічим не відрізняється від дослідження природнього двопроменезаломлення. Проте, як правило, величина магнітного двопроменезаломлення значно менша за природню.

### РОЗДІЛ 3.

#### МЕТОДИ ВИМІРЮВАНЬ ЕФЕКТІВ ФАРАДЕЯ І ФОГТА. ПОМИЛКИ ВИМІРЮВАНЬ

Вимірювання ефектів Фарадея і Фогта зводиться до визначення трьох величин: кута обертання площини поляризації світла  $\theta$  (у ефекті Фарадея) або еліптичності  $\delta$  (у ефекті Фогта), напруженості магнітного поля і товщини кристала.

Схеми пристроїв для визначення величини  $\theta$  і  $\delta$  можна розділити на наступні три групи:

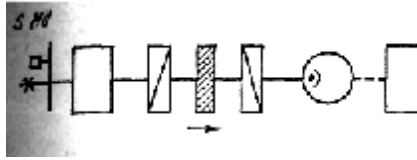
- схеми безпосереднього відліку;
- схеми вимірювання відношень фотострумів, пропорційних світловим потокам;
- схеми, засновані на системі оптичного нуля.

Конкретне застосування кожної з цих схем залежить від спектральної області досліджень, оптичної густини кристалів, питомої величини ефектів та ін.

### 3.1 СХЕМИ БЕЗПОСЕРЕДНЬОГО ВІДЛІКУ

Оптичні схеми пристроїв для вимірювання величин  $\theta$  і  $\delta$ , в яких використовується методика безпосереднього відліку, як правило, однопроменеві. Сам метод полягає у вимірюванні змін інтенсивності випромінювання  $I(\alpha)$ , яке проходить через зразок, при включенні магнітного поля. Тут  $\alpha$  - кут між площинами поляризатора і аналізатора. Вимірювання змін  $I(\alpha)$ , які виникають при включенні магнітного поля, можуть або компенсуватися поворотом поляризатора (аналізатора) на кут  $\theta$ , або ж фіксуватися приладом.

Принципова оптична схема однопроменевого пристрою для вимірювання кута  $\theta$  приведені на мал. 7. Світло від джерела  $S$  модулюється по інтенсивності модулятором  $Md$ , проходить монохроматор  $M$ , поляризатор  $\Pi$ , зразок  $Sm$ , аналізатор  $A$  і реєструється приймально-підсилювальним пристроєм, що складається з фотоприймача  $\Phi$ , підсилювача  $У$  і системи відліку.



Мал. 7. Принципова схема однопроменевої методики для вимірювання кута обертання площини поляризації світла в ефекті Фарадея.

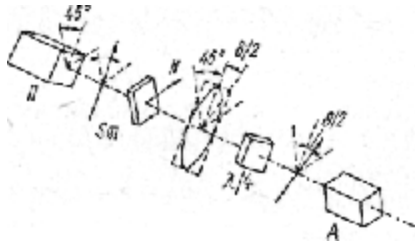
Якщо кут повороту площини поляризації  $\theta$  визначається безпосередньо за кутом повороту лімба поляризатора (аналізатора), то в інфрачервоній області спектру  $\theta$  може бути виміряний з точністю порядку  $1^\circ$ .

Вимірювання еліптичності. Для вимірювання величини еліптичності світла у видимій області спектру зазвичай користуються різного роду компенсаторами (Бабіне, Солейля, Берека та ін.) або ж слюдяними або кварцевими чвертьхвильовими пластинками, які є прозорими в ближній інфрачервоній області спектру.

В інфрачервоному діапазоні для визначення величини еліптичності випромінювання  $\delta$  можна застосувати призми повного внутрішнього відбиття або ж чвертьхвильові пластинками, виготовленими з одновісних кристалів,

прозорих в інфрачервоній області спектру.

При дослідженні спектральної залежності зазвичай поляризатор  $\Pi$  встановлюється таким чином, що його площина поляризації складає кут  $45^\circ$  з напрямом магнітного поля (мал. 8). Після проходження випромінювання через зразок лінійно-поляризоване випромінювання стає еліптично поляризованим. Якщо зсув фаз менше  $\pi/2$  і можна нехтувати ослабленням будь-якої з компонент, то велика вісь еліпса співпадає з первинним напрямом поляризації лінійно-поляризованого світла.



Мал. 8. Схема, що ілюструє вимірювання еліптичності в ефекті Фогта

Для того, щоб визначити величину еліптичності, оптична вісь чвертьхвильової пластинки орієнтується вздовж великої осі еліпса поляризації. Тоді випромінювання після чвертьхвильової пластинки буде лінійно-поляризованим і

площина поляризації буде повернена під кутом  $\operatorname{tg}(\delta/2) = b/a$  по відношенню до первинного напрямку поляризації. Тут  $b$  і  $a$  - мала і велика осі еліпса відповідно.

### 3.2 СХЕМИ ВИМІРЮВАННЯ ВІДНОШЕНЬ ФОТОСТРУМІВ, ПРОПОРЦІЙНИХ СВІТЛОВИМ ПОТОКАМ

Подібні схеми є одними з найпоширеніших при вимірюванні  $\theta$  і  $\delta$  в кристалах і можуть бути як однопроміневими, так і двопріміневими.

Однопроміневі схеми. У схемі визначення кута  $\theta$  по вимірюванню відношень фотострумів, пропорційних світловим потокам, площини поляризації  $\Pi$  і  $A$  зазвичай встановлюються під кутом  $\alpha = 45^\circ$  по відношенню один до одного. Якщо кут між поляризатором і аналізатором дорівнює  $\alpha$ , то інтенсивність світла, що проходить через систему визначається законом Малюса:

$$I(\alpha) = I_p \cos^2 \alpha \quad (42)$$

де  $I_p$  - величина світлового потоку при паралельно встановлених поляризатора і аналізатора.

Зміна інтенсивності в залежності від кута  $\alpha$  визначається похідною:

$$\frac{dI}{d\alpha} = I_p \sin(2\alpha) \quad (43)$$

З (43) випливає, що максимальна зміна інтенсивності (максимальна чутливість вимірювань) буде при куті  $\alpha = 45^\circ$  між поляризатором і аналізатором.

Відносна зміна інтенсивності визначається виразом:

$$\frac{\Delta I}{I} = 2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \Delta \alpha \quad (44)$$

Визначення кута обертання площини поляризації здійснюється за наступною методикою. У відсутності магнітного поля площина поляризації аналізатора  $A$  встановлюється під кутом  $\alpha$  до площини поляризації поляризатора  $P$ . На фотоприймач потрапляє світловий сигнал  $I_0$ , який визначається виразом (42). Потім включається магнітне поле в прямому (+) і зворотному (-) напрямках. При цьому відбувається зміна інтенсивності випромінювання на величину  $\delta I = \Delta I_+ - \Delta I_-$ . Кут  $\theta$  визначається з виразу для зміни інтенсивності випромінювання при двох напрямках магнітного поля:

$$\Delta I_{\pm} = I_p \cos^2(\alpha \pm \theta) - I_p \cos^2(\alpha) \quad (45)$$

Відносна зміна сигналу при двох напрямках магнітного поля визначається виразом:

$$\frac{\delta I}{I_0} = \frac{(\cos^2(\alpha + \theta) - \cos^2(\alpha)) - (\cos^2(-\alpha + \theta) - \cos^2(\alpha))}{\cos^2(\alpha)} \quad (46)$$

$$\frac{\delta I}{I_0} = 2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin 2\alpha$$

При малих кутах  $\theta \leq 10^\circ$  і при  $\alpha = 45^\circ$  з (46) отримаємо:

$$\theta = \frac{\delta I}{4I_0} \quad (47)$$

Для того, щоб вимірювати величину кута обертання площини поляризації  $\theta = 1^\circ$ , необхідно фіксувати відносну зміну інтенсивності в 1/14,33 рази, а для вимірювання величини кута обертання  $\theta = 1'$  необхідно фіксувати відносну зміну інтенсивності в 1/859 рази.

В наведеній схемі можна проводити вимірювання кута обертання  $\theta$  і по іншій методиці, в якій для обчислення  $\theta$  використовуються лише інтенсивності при двох напрямках магнітного поля  $I_{\pm} = I_p \cos^2(\alpha \pm \theta)$ .

Тоді кут  $\theta$  визначається таким чином:

$$\begin{aligned} \frac{I_+ - I_-}{I_+ + I_-} &= \frac{(\cos^2(\alpha + \theta) - \cos^2(\alpha - \theta))}{(\cos^2(\alpha + \theta) + \cos^2(\alpha - \theta))} \\ \frac{I_+ - I_-}{I_+ + I_-} &= \frac{\sin 2\alpha \cdot \sin 2\theta}{1 + \cos 2\alpha \cdot \cos 2\theta} \end{aligned} \quad (48)$$



Вирази (46) і (48) співпадають при  $\alpha = 45^\circ$  і умові  $I_+ + I_- = 2I_0$ . Вирази (46) і (48) справедливі лише для ідеальних поляризатора і аналізатора.

Мінімальний кут, який може бути виміряний за цією методикою, визначається найменшою величиною  $\delta I$ , яку можна зареєструвати. Ця величина визначається співвідношенням сигнал/шум  $(S/N)$  і порогом чутливості фотоприймача  $\Delta I_{\text{nop}}$ . З (47) випливає:

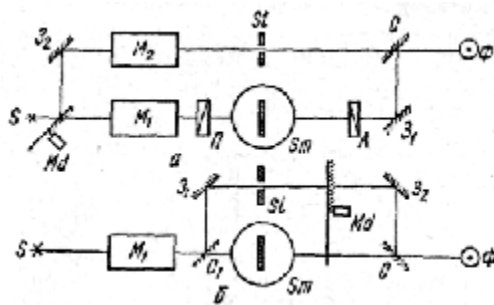
$$\theta_{\min} = \frac{\delta I}{4I_0} \cong \frac{N}{4S} \frac{\Delta I_{\text{nop}}}{I_0} \quad (49)$$

Для однопроміневих схем відношення сигнал/шум не можна зробити великим внаслідок високої чутливості таких схем до флуктуації яскравості джерела випромінювання, нестабільності апаратури та інше.

При вимірюваннях  $\theta$  по однопроменевій схемі в інфрачервоній області спектра точність вимірів становить  $\Delta\theta = 0,05^\circ$ .

Двопроменеві схеми. На мал. 9 наведена типова двопроменева схема, в якій величини  $\theta$  і  $\delta$  визначаються з відношень величин фотострумів, пропорційних світловим потокам.

У схемі, наведеній на мал. 9, дзеркальний модулятор  $P$  по черзі направляє світловий потік від джерела  $S$  в робочий канал (монохроматор  $M_1$ , поляризатор  $\Pi$ , зразок  $Sm$ , аналізатор  $A$ , дзеркало  $З_1$ , напівпрозора пластина  $C$ , фотоприймач  $\Phi$ ) і канал порівняння (дзеркало  $З_2$ , монохроматор  $M_2$ , регульована діафрагма  $Sl$ , напівпрозора пластина  $C$ , фотоприймач  $\Phi$ ). Промодульовані потоки випромінювання зсунуті по фазі на  $180^\circ$ . Змінюючи діафрагмою  $Sl$  інтенсивність випромінювання в каналі порівняння, можна збалансувати сигнали, які поступають на фотоприймачі з опорного і робочого каналів. Тоді на виході диференційного підсилювача сигнал буде відсутній.



Мал. 9. Двопромінева схема вимірювання кута фарадеевського обертання по вимірюванню величин фотострумів, пропорційних світловим потокам.

Включення магнітного поля викличе появу сигналу  $\Delta I$  на виході підсилювача, величина якого визначається кутом  $\theta$ . При зміні коефіцієнта підсилення в процесі реєстрації сигналу  $\delta I$  вираз (47) перетворюється на наступний:

$$\theta = \frac{\delta I}{4I_0} \frac{a}{b} \quad (50)$$

де  $a$ ,  $b$  - коефіцієнти підсилення при виключеному і включеному магнітному полі відповідно.

У двопріменевих схемах відношення сигнал/шум (S/N) буде суттєво більшим, ніж в однопріменевих, внаслідок того, що шум у двопріменевих схемах визначається, в основному, лише шумами фотоприймача і підсилювача.

При вимірюваннях  $\theta$  по двопріменевій методиці в інфрачервоній області спектра точність вимірів становить  $\Delta\theta = 0,005^\circ$ .

Визначення величини еліптичності в ефектах Фарадея і Фогта можуть проводитися за допомогою чвертьхвильових пластинок за методикою, описаною вище. У разі неідеальних поляризаторів еліптичність може бути розрахована з наступного виразу:

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\delta}{2} = \frac{M - X}{MX - 1} \quad (51)$$

де  $M = I_{\perp}/I_{\mathbf{p}}$  - відношення інтенсивностей компонент випромінювання при виключеному магнітному полі, коли аналізатор і поляризатор знаходяться в схрещеному і паралельному положеннях, а  $X = (I_{\perp} + \Delta I_{\perp}) / (I_{\mathbf{p}} + \Delta I_{\mathbf{p}})$  - те ж саме, але при включеному магнітному полі.

Вимірювання величин інтенсивностей  $\Delta I_{\perp}$  і  $\Delta I_{\mathbf{p}}$  при включенні магнітного поля здійснюються у спосіб, описаний вище. Тільки у разі вимірювання  $\delta$  знак  $\Delta I$  залишається тим же при включенні поля у різних напрямках внаслідок квадратичної залежності від магнітного поля.

Описаний метод визначення величини еліптичності дає можливість визначати  $\delta$  з точністю до  $\pm 0,4^{\circ}$ .

### 3.3 СХЕМИ, ЗАСНОВАНІ НА СИСТЕМІ ОПТИЧНОГО НУЛЯ

У схемах, заснованих на системі оптичного нуля, порівнюються два світлові потоки. Принцип дії цих схем фактично запозичений з методу фазового контрасту (напівтіньовий метод), який застосовується для визначення обертання площини поляризації у видимій області спектру.

На відміну від нульових методів, які застосовуються,

наприклад, для дослідження показників заломлення або поглинання речовин, при дослідженнях  $\theta$  і  $\delta$  використовуються як просторове, так і часове розділення поляризованого світлового потоку на два. Причому, як правило, в обох випадках розділення проводиться так, щоб напрями поляризацій в каналах були різними. Тоді поворот площини поляризації призводить до зменшення інтенсивності в одному з каналів і до збільшення в іншому, що викликає збільшення розбалансування схеми.

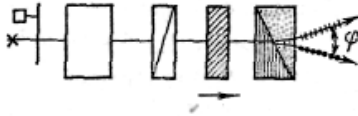
Балансування схеми може бути досягнута різними способами: оптичною, електричною або механічною компенсацією.

Схеми, засновані на системі оптичного нуля, широко поширені при дослідженні ефектів Фарадея і Фогта в кристалах внаслідок добре відомих переваг таких схем, які полягають у відсутності впливу на роботу схеми: 1) флуктуації яскравості джерела, оскільки вони взаємно компенсуються в двох каналах (у схемах з чергуванням сигналів час флуктуації повинен бути в цьому випадку більше періода модуляції); 2) коефіцієнта посилення підсилювача та ін.

Пристрої, в яких застосовуються нульові методи вимірювань, можна розділити на схеми з одночасним і

розділеним у часі порівнянням потоків. Перші вимагають використання двох фотоприймачів, а для других наявність двох фотоприймачів не є обов'язковим.

Для схем з одночасним порівнянням світлових потоків необхідно розділити світловий потоку від джерела на два. Просторове розділення світлового потоку може здійснюватися за допомогою двопроменезаломлюючих призм (Воластона Рошона та ін., мал. 10) або ж прямокутної призми, навпроти граней якої розташовані поляризатори з взаємно перпендикулярними площинами поляризації (мал. 11).



Мал. 10. Принципова оптична схема установки для вимірювання кута фарадеевского обертання, в якій використана двопроменезаломлююча призма Воластона W.

На мал. 10 показана оптична схема для вимірювання кута  $\theta$ , в якій для просторового розділення світлового потоку використана двозаломлююча призма Воластона W, яка

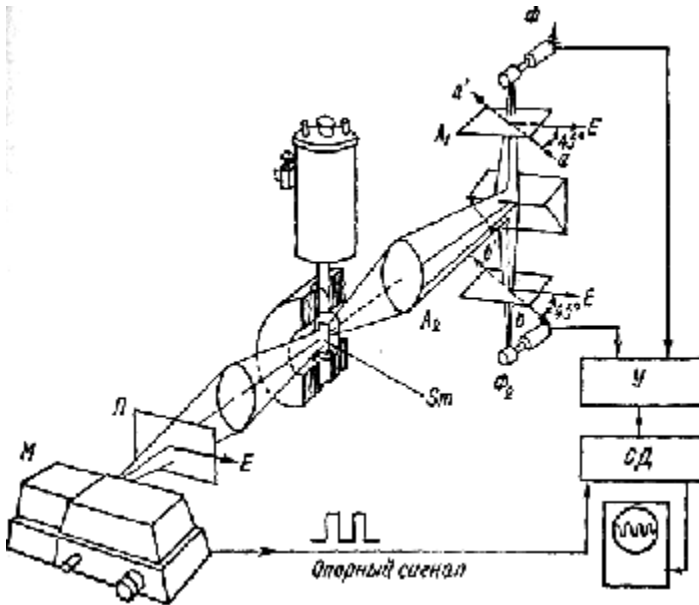
одночасно виконує функцію поляризатора.

У відсутності магнітного поля площина поляризації світлового потоку направлена під кутом  $45^\circ$  до осей двопротинезаломлюючої призми. При цьому інтенсивності потоків в першому і в другому каналах будуть рівні і схема буде збалансована.

При обертанні площини поляризації світла зразком кут між площиною поляризації і осями призми зміниться, що призведе до збільшення інтенсивності світлового потоку в одному з каналів і такого ж зменшення його в іншому. Схема розбалансується. Поворотом поляризатора  $\Pi$  на кут, який дорівнює куту обертання площини поляризації, добиваються балансу схеми. За допомогою такого пристрою можна проводити вимірювання кутів обертання площини поляризації в максимумі прозорості кристалів і випромінювання джерела з точністю до  $3'' \div 7''$ .

Схема, в якій для ділення світлового потоку використовується прямокутна призма, показана на мал. 11. Площини поляризації аналізаторів  $A_1$  і  $A_2$  розташовані під кутом  $90^\circ$  по відношенню один до одного, а площина поляризації  $\Pi$  - під кутом  $45^\circ$  до площин поляризації аналізаторів. Балансування схеми досягається або одночасним поворотом механічно зв'язаних аналізаторів  $A_1$  і

$A_2$  на кут, рівний куту  $\theta$ , або обертанням поляризатора  $\Pi$ .



Мал. 11. Оптична схема установки для вимірювання кута фарадеевского обертання, в якій для розділення світлового пучка на два використана прямокутна призма.

При вимірюванні величини еліптичності в схемах з одночасним порівнянням світлових потоків можна скористатися чвертьхвильовими пластинками, які встановлюються перед двопронезаломлюючою призмою.

У відсутності магнітного поля проводиться балансування схеми. Для цього площина поляризації спрямовується під кутом  $45^\circ$  до осі двозаломлюючої призми і



напрямку магнітного поля (ефект Фогта). При включенні магнітного поля лінійно поляризоване випромінювання стає еліптично поляризованим, причому головна вісь еліпса співпадає з первинним напрямом лінійної поляризації (при  $\Psi \leq \pi/2$ ). Таким чином, схема залишиться збалансованою. Якщо помістити чвертьхвильову пластинку між зразком і двопротенезаломлюючою призмою  $W$  і направити її осі вздовж осей еліпса, то після пластинки вийде лінійно поляризоване випромінювання, кут повороту якого визначатиметься виразом  $\text{tg}(\delta/2) = b/a$ .

При визначенні величини еліптичності випромінювання в ефекті Фарадея в магнітному полі проводиться балансування схеми (поляризатор повертається на кут  $\theta$ ), а потім в потік перед двопротенезаломлюючою призмою вноситься чвертьхвильова пластинка і процедура визначення  $\delta$  стає аналогічною до описаної вище.

Для схем з розділенням у часі порівнянням світлових потоків зазвичай проводиться розділення світлового потоку на два зсунутих по фазі на  $180^\circ$  один відносно одного, причому компоненти мають різні напрями поляризації. При рівності інтенсивностей випромінювання цих компонент на виході вузькосмугового підсилювача, налаштованого на

основну частоту модуляції, сигнал буде відсутній, тобто схема буде збалансована. При обертанні площини поляризації виникає сигнал розбалансування, який усувається поворотом поляризатора  $\Pi$ . В таких схемах можуть використовуватися як один фотоприймач, так і два.

### 3.4 ПОХИБКИ ВИМІРЮВАНЬ

При дослідженні ефектів Фарадея і Фогта окрім випадкових похибок вимірювань і систематичних похибок, що виникають при визначенні товщини кристалів, напруженості магнітного поля, довжини хвилі випромінювання та ін., у визначенні  $\theta$  і  $\delta$  виникають систематичні похибки, зумовлені:

1. неідеальністю поляризаційних пристроїв;
2. неоднорідністю зразків;
3. багатократним відбиттям світла в тонких кристалах та ін.

Розглянемо детальніше кожний з наведених вище факторів.

Фактор 1 (неідеальність поляризаційних пристроїв).

Помилка у визначенні кута обертання  $\theta$  при неідеальних  $\Pi$  і  $A$  зумовлена тим, що фотоприймач реєструє

інтенсивність як поляризованої частини світлового потоку, так і неполяризованої, тоді як кут обертання площини поляризації визначається зміною в магнітному полі лише поляризованої компоненти випромінювання.

Врахувати ступінь поляризації  $P$  і  $A$  необхідно в схемах вимірювань співвідношень фотострумів, пропорційних світловим потокам, а також в схемах, заснованих на системі оптичного нуля.

У схемі вимірювань співвідношень фотострумів, пропорційних світловим потокам, при неідеальних  $P$  і  $A$  інтенсивність випромінювання, яке пройшло аналізатор, визначається виразом:

$$I = I_P \cos^2 \alpha + I_{\perp} \sin^2 \alpha \quad (52)$$

Зміна інтенсивності при двох напрямках магнітного поля:

$$\Delta I_{\pm} = \pm \left( I_{\perp} \cos^2 (\alpha \mathbf{m} \theta) + I_{\perp} \sin^2 (\alpha \mathbf{m} \theta) \right) \mathbf{m} \quad (53)$$

$$\mathbf{m} \left( I_P \cos^2 \alpha + I_{\perp} \sin^2 \alpha \right)$$

З урахуванням цих виразів для кута  $\theta$  отримуємо:

$$\frac{\delta I}{I_0} = \frac{\Delta I_+ - \Delta I_-}{I_0} = \sin 2\alpha \cdot \sin 2\theta \cdot \frac{I_P - I_{\perp}}{I_P \cos^2 \alpha + I_{\perp} \sin^2 \alpha} \quad (54)$$

При  $\alpha = 45^\circ$ , коли досягається найбільша чутливість методу:

$$\frac{\delta I}{I_0} = 2P \sin 2\theta \quad (55)$$

де  $P = \frac{I_{\text{p}} - I_{\perp}}{I_{\text{p}} + I_{\perp}}$  - ступень поляризації.

Для кутів  $\theta \leq 10^\circ$  з (54) отримуємо:

$$\theta = \frac{\delta I}{4PI_0} \quad (56)$$

на відміну від (47).

Якщо в схемі вимірювань співвідношень фотострумів для визначення кута фарадеевського обертання у разі ідеальних  $\Pi$  і  $A$  використовувався вираз (48), то при неідеальних поляризаторах цей вираз перетворюється на наступний:

$$\frac{I_+ - I_-}{I_+ + I_-} = \frac{P \sin 2\alpha \cdot \sin 2\theta}{1 + P \cos 2\alpha \cdot \cos 2\theta} \quad (57)$$

Як видно з порівняння виразів (54) і (57), порядок виконання вимірювань визначає вираз, з якого знаходиться кут  $\theta$ . Вирази (54) і (57) співпадають для  $\alpha = 45^\circ$  (у цьому випадку  $I_+ - I_- = 2I_0$ ).

Фактор 2 (неоднорідність зразків). У сильнолегованих кристалах, як правило, виникають неоднорідності в розподілі домішок. При вивченні розподілу домішок в об'ємі зразків ефективним виявився метод, в якому було використано

вимірювання кута фарадеевського обертання при скануванні по поверхні зразка пучком світла з малим перерізом.

Якщо є неоднорідність у розподілі концентрації носіїв в кристалі, то вираз для кута обертання площини поляризації в схемі визначення  $\theta$  по відношенню фотострумів, пропорційних світловим потокам, матиме вигляд [15]

$$\theta_{cp} = \frac{1}{4} \frac{\int \delta I(x) dx}{\int I(x) dx} = \frac{\int \theta(x) I(x) dx}{\int I(x) dx} \quad (58)$$

де інтенсивність випромінювання, яке пройшло через зразок, визначається виразом:

$$I(x) = I_0 \frac{(1 - R^2) \exp[-\alpha(x)l]}{1 - R^2 \exp[-2\alpha(x)l]} \quad (59)$$

При виконанні умов слабкого поглинання:

$$\theta_{cp} = \frac{1}{S} \int \theta(x) dx \quad (60)$$

де  $S$  - площа кристала. В цьому випадку кут  $\theta$  визначається як середнє по перерізу світлового потоку.

Фактор 3 (багатократне відбиття світла в тонких кристалах). Напрямок кута обертання площини поляризації світла в ефекті Фарадея не залежить від напрямку магнітного поля. Отже, у відбитого  $n$  разів від граней кристала проміння, площина поляризації повернеться на кут  $(n+1)\theta$ , де  $\theta$  - кут

фарадеевського обертання при однократному проходженні світла через зразок. І хоча інтенсивність відбитих компонент, як правило, є малою, вони можуть вносити помітний внесок навіть у відсутності інтерференції, особливо в кристалах з великими показниками заломлення. Таким чином, отримані раніше вирази для визначення кута обертання  $\theta$  обмежені випадками, в яких можна нехтувати ефектом багатократного відбиття.

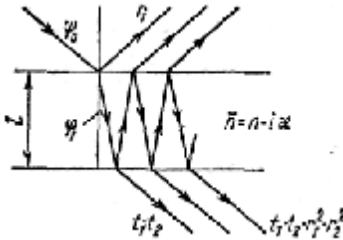
Фогт перший вказав на необхідність врахування інтерференційних ефектів при вимірах кута  $\theta$ . Проте багатократне відбиття світла від граней всередині кристала не завжди приводить до інтерференції. Для того, щоб відбувалась інтерференція в середині зразка, необхідно виконати умови просторової  $\alpha \frac{\operatorname{tg} \alpha}{n} \leq \frac{\lambda}{2}$  і часової  $d \leq \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda}$  когерентностей, де  $\alpha$  - розмір джерела випромінювання,  $\lambda$  - середня довжина хвилі,  $\Delta\lambda$  - спектральна ширина джерела випромінювання,  $d = nl$  - оптична довжина шляху. Множник  $1/2$  в умові для часової когерентності враховує двократне відбиття світла у зразку. Вказані умови можуть бути виконані, як правило, лише для тонких кристалів.

На мал. 12 показано, як світло проходить через плоско-паралельний шар речовини. Розглянемо систему поляризатор-

зразок-аналізатор. Якщо кут падіння близький до нормального, амплітуда променя, який відбився  $n$  разів і пройшов через аналізатор, визначається виразом:

$$A_n = t_1 t_2 \exp(-i\delta) [-r_1 r_2 \exp(-i2\delta)]^n \cos[\alpha + (2n+1)\theta] \quad (61)$$

де  $\delta$  - різниця фази, яка виникає при проходженні зразка.



Мал. 12 (53). Внутрішнє відбиття світла і коефіцієнти Френеля для амплітуд в плоскопаралельном кристалі

Сумарну амплітуду отримаємо, просумувавши всі промені, які пройшли зразок. Інтенсивність світла, яке пройшло через аналізатор, визначається виразом:

$$I = \frac{KMP}{1 + 2KN + K^2(N^2 + Q^2)} \quad (62)$$

де  $M = x^2 + K^2 y^2 (A^2 + B^2) + 2xyK (A \cos \varphi + B \sin \varphi)$ ,

$x = \cos(\alpha + \theta)$ ,  $y = \cos(\alpha - \theta)$

$K = \exp(-\alpha l)$ ,  $\alpha = 4\pi k/\lambda$ ,  $\varphi = 4\pi n l/\lambda$ ,  $R^2 = A^2 + B^2$ ,

$$A = - \left[ \left( n^2 - 1 + \kappa^2 (2n^2 + \kappa^2 + 6) \right) \right] / \left[ (n+1)^2 + \kappa^2 \right]^2,$$

$$B = 4\kappa (n^2 + \kappa^2 + 1) / \left[ (n+1)^2 + \kappa^2 \right]$$

Інші параметри в (62) не наведено, тому що вони скорочуються при виводі співвідношення для кута обертання площини поляризації.

Подібно до процедури, використаної для отримання виразу (46), можна отримати загальний вираз для кута обертання площини поляризації світла, в якому буде врахована інтерференція випромінювання. Проте в загальному вигляді цей вираз виходить громіздким. Тому розглянемо простіший вираз, який справедливий для кута між полязатором і аналізатором  $\alpha = 45^\circ$ :

$$\left| \frac{\delta I}{I_0} \right| = 2 \sin 2\theta \frac{1 - K^2 R^2}{1 + K^2 R^2 + 2K (A \cos \varphi + B \sin \varphi)} \quad (63)$$

Видно, що через фазові множники  $\cos \varphi$ ,  $\sin \varphi$  виникають осциляції кута обертання площини поляризації світла в залежності від товщини кристала і довжини хвилі випромінювання.

У разі виконання умови слабкого поглинання  $\kappa^2 = n^2$  формула (63) матиме вигляд:



$$\left| \frac{\delta I}{I_0} \right| = 2 \sin 2\gamma = 2 \sin 2\theta \frac{1 - R^2}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi} \quad (64)$$

Наведемо вираз для осциляції коефіцієнта пропускання тонких кристалів:

$$T = \frac{(1 - R)^2}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi} \quad (65)$$

Порівнюючи (64) з (65) приходимо до висновку, що інтерференційні екстремуми пропускання і кута обертання співпадають.

При великих показниках заломлення амплітуда осциляцій кута обертання площини поляризації може значно перевищити кут  $\theta$  при однократному проходженні світла через зразок.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. М.П.Шаскольская. Кристаллография. М., Высшая школа, 1984.
2. У.Харрисон. Электронная структура и свойства твердых тел. Т.1 и Т.2, М., "Мир", 1983.
3. Най Дж. Физические свойства кристаллов. М., Мир, 1976
4. А.В.Соколов Оптические свойства металлов. М., ГИФМЛ, 1981
5. М.М.Носков.Оптические и магнитооптические свойства металлов. Свердловск, Изд.АН СССР, 1983.
6. А.К.Звездин, В.А.Котов. Магнитооптика тонких пленок. М. "Наука", 1988.
7. Г.С.Кринчик. Физика магнитных явлений. Изд. МГУ, 2005.
8. С.В.Вонсовский. Магнетизм. М., "Наука", 1981.
9. В.В.Рандошкин, А.Я.Червоненкис. Прикладная магнитооптика. М., "Энергоиздат", 1990.
10. Туров Е.А., Колчанов А.В., Меньшенин В.В. и др. Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков. М., Физматлит, 2001

11. Faradey M. Magnetization of Light and Illumination of the Lines of Magnetic Force.- Phil.Mag., 1846, T.29, P.153-167
12. Voigt W. Magneto- and Electro-Optics.- Leipzig : Tubingen, 1907.
13. Гуревич Л.Э, Тарханян Р.Г. Электромагнитные волны в одноосных проводящих кристаллах в магнитном поле.-ФТП, 1972, Т.6, №4, С.703-709.
14. Кармазин В.В., Милославский В.К. Эффект Фарадея в гексагональных кристаллах CdS.- Опт. и спектр., 1969, Т.27, №1, С.78-83.
15. Кравченко А.Ф., Машуков Ю.П. Влияние неоднородности образца на спектральный ход инфракрасного эффекта Фарадея.- Изв. вузов, Сер. физ, 1971, №4, С.100-103.

ПЕРЕДМОВА .....	3
РОЗДІЛ 1. ФЕНОМЕНОЛОГІЧНИЙ РОЗГЛЯД ЕФЕКТІВ ФАРАДЕЯ І ФОГТА (КОТТОНА-МУТОНА) .....	4
1.1 ЕФЕКТ ФАРАДЕЯ .....	5
1.2 ЕФЕКТ ФОГТА .....	14
1.3 ЕФЕКТ ФАРАДЕЯ І МАГНІТНИЙ ЦИРКУЛЯРНИЙ ДИХРОЇЗМ .....	18
РОЗДІЛ 2. МАКРОСКОПІЧНА ТЕОРІЯ ЕФЕКТІВ ФАРАДЕЯ І ФОГТА. ТЕНЗОР ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОНИКНОСТІ .....	22
2.1 СИМЕТРІЯ ТЕНЗОРА ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОНИКНОСТІ В МАГНІТНОМУ ПОЛІ .....	23
2.2 ЕФЕКТ ФАРАДЕЯ В ОПТИЧНО ІЗОТРОПНИХ СЕРЕДОВИЩАХ .....	29
2.3 ЕФЕКТ ФОГТА В ОПТИЧНО АНІЗОТРОПНИХ СЕРЕДОВИЩАХ .....	32
2.4 ЕФЕКТ ФАРАДЕЯ В ОПТИЧНО АНІЗОТРОПНИХ СЕРЕДОВИЩАХ .....	35
РОЗДІЛ 3. МЕТОДИ ВИМІРЮВАНЬ ЕФЕКТІВ ФАРАДЕЯ І ФОГТА. ПОМИЛКИ ВИМІРЮВАНЬ .....	42
3.1 СХЕМИ БЕЗПОСЕРЕДНЬОГО ВІДЛІКУ .....	43

3.2 СХЕМИ ВИМІРЮВАННЯ ВІДНОШЕНЬ ФОТОСТРУМІВ, ПРОПОРЦІЙНИХ СВІТЛОВИМ ПОТОКАМ.....	46
3.3 СХЕМИ, ЗАСНОВАНІ НА СИСТЕМІ ОПТИЧНОГО НУЛЯ .....	52
3.4 ПОХИБКИ ВИМІРЮВАНЬ .....	58