Заняття 3. Метод комплексних амплітуд

1. N 1 (ст.122) [Пр. 11, ст.111]

N 2 (ст.123) [Пр. 10]

N 3 (ст.123) [2.118, ст.134]

N 5 (ст.125) [2.119]

N 2 (ст.126) [2.109] резонанс

Д/З [2.183, а]

[2.125]

[2.126]

Заняття 4 Геометрична оптика, З-н Снеліуса

N 1 (ст.62) [1.1 з невідомої книжки]

N 2 (ст.63) [1.2]

[1.10]

N5 (ст.66) [1.8]

Д/З

N3 (ст.64) [1.3]

N 3 (ст.62) [1.7]

N 2 (ст.67) [1.4]

Заняття 1. Індукція М.П. Сила Ампера, Лоренца

Ф-ла Б-С-Л

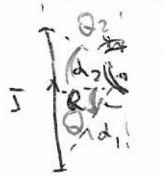
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,[d\vec{l}, \vec{r}\,]}{r^3}$$

N2 (ст.106) [кн. 2.5(а), ст.114]

N1 (ст.110) [кн. 2.15(а), ст.116]

2.15(б) - задача із зірочкою

; для Відрізка



$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R} (\sin\theta_1 + \sin\theta_2)$$

нескінченний

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

як в лекції

II. 6 (листок) [кн. 2.8 (а) - по часу

N3 (ст.106) [кн. 2.26]

Рух заряд. частинки в одн. магн полі

N 1а (ст.111) [кн. 2.57]

Д/З. 3.229 (Ирод., листок) [2.20]

38 (ст.113) [2.4]

4 (ст.107) [2.23]

N 6 (ст.108) [2.53] ← підказка Пр.3

Заняття 2 Електромагнітна індукція. Самоіндукція

N1 (ст.115) [2.67, ст.124] – тільки треба в зошиті S-площі

N2 (ст.115) [~ пр.6]

– [2.84]

N4 (ст.117) [2.77]

~~N5 (ст.117)~~ [2.81]

Д/З 6 (ст.118) [2.93]

1 (ст.118) [2.70]

2 (ст.118) [2.94

Заняття 5. Хвильова оптика.

різниця ходу (оптична геометрична)

$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$

N4 (листок) [1.17]
N1 (ст.68) [1.21]
N2 (ст.69) [1.26]
N3 (ст.70) [1.37]
N4 (ст.70) [1.50]
[1.54]

Д/З

[1.18]
N3 (листок) [1.25]
N 2 (листок [1.39]
N ~~5 (листок) [5]~~
N 1 (листок [1.52]
[1.55]

Заняття 6. Теплове випромінювання. Фотоефект

1) [1.59]
2) N1 (ст.78) [1.71]
3) N4 (ст.80) [1.62] ?
4) N2 (ст.6) [1.76]
5) N3 (ст.7) [Пр.15]
6) 1.52 (ст.83) [1.73]

Д/З N1.6 (ст.81) [1.60]
N3 (ст.80) [1.64]
N2 (ст.9) [1.79]
N 1.50 (ст.82) [1.80]

Заняття 7. Теорія Бора, Еф. Комптона, хвилі де Бройля

N3 (ст.2) ([11]
N1 (ст.5) [12]
N3 (ст.5) [10]
N5 (ст.3) [2]
N4 (ст.7) [1.85] – попередня методичка
N1.35 (ст.82) [5]

Д/З
N 2 (ст.29) [15]
N [14]
N4 (ст.2) [1]
[3] – розв'язки
N ~~1.35 (ст.82) [5]~~
N1.34 (ст.84) [4]
N 1. (ст.8) [1.87]

Заняття 9 Оператори; власні ф-ї, власні значення

- N1a (ст.32)
- $[4\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}; \frac{\partial}{\partial y}]$, $[\frac{\partial^2}{\partial x^2}; x\frac{\partial}{\partial y}]$
- N3 (ст.33)
- N a, б (ст.39) – власні знач.

N5, а, g (ст.34,36)

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(x\frac{\partial}{\partial y}\varphi\right) - x\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} + x\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}\right) - x\frac{\partial^3\varphi}{\partial y\partial x^2} = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y} + x\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^2\partial y} - x\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^2\partial y} = 2\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}$$

Д/З

$[4y^2, \frac{d}{dx}]$,

$[\frac{\partial^2}{\partial x^2}; x\frac{\partial}{\partial y}]$

N4 (ст.34)
N в (ст.39)
N5 (б, в) (ст.34,35

Заняття 12. Атом водню

1. 3.84 (ст.84)
2. 3.86 (ст.84)
3. 87 (ст.84).
   $\langle z \rangle$

Д/З 3.87 (ст.84)
$\langle z^2 \rangle$, $\langle (z-\langle z \rangle)^2 \rangle$

3.90(а)

N1 (ст.41)

Заняття 13 Терми. ~~правила~~ Гунда

1. Терми: p^1d^1 (ст.50), s^1d^1 (ст.51),
2. N4 (ст.52)
3. Терми p^2
4. N5 (а) ст.53
5. N7 (ст.53)

Д/З. d^1s^1 (ст.51), d^2 (ст.55), $ns^1n'p^2$ (ст.61)
5(б) (ст.53)
N6 (ст.53)

Заняття 14. Правила Гунда. Расщепление в магн. поле

1. Осн. терм d^2, d^3, f^{10}, f^4 (ст. 61,60
2. найпростіша задача ст.61
3. а,б (ст.54
4. ст.56 !.
5. N1 (ст.56)
6. N2 (ст.57

Д/З - в (ст.54)
- самостійна задача
- N3 (ст.57)

Заняття 10

1. Знайти комутатор операторів компонент $\hat{p}$ та $\hat{r}$
2. N7 (ст.37)
   N3 (ст.42)
   N4 (ст.43
   N9 A, ν (ст.38)

Д/З $[L_x, L_z]$, $[L_z, L_z]$
$[L^2, L_z]$
N5 (ст.44)
N9 (б (ст.32
N3.41 (ст.83)

Заняття 11. Найпростіші задачі кв. мех

1. ст.15 (а)
2. Вільна частинка (ст 13)
3. Частинка в $\sqcup$ (ст.15)
4. N1 (ст.22)
5. N1 (ст.27 (N26 у підручнику)

Д/З
1. ст.15(б)
2. (ст.24) (N35 у підручнику)
3. 1 (ст.24) (N36)
4. N2 (ст.27) N27)

~~[illegible]~~

1 п. - Фотоефект, ефект Комптона ст 6-11 (неповна пара)

2 п - Теорія Бора, гіпотеза де-Бройля ст 1-5 (можливо 1 з к/р в класі) + в класі ст 28-29 (N1,2)

мл. N 3(ст.2) 1(ст.5), 3(ст.5)
1(ст.28) N5(ст.3)
Д/з N2(ст.29), N4(ст.2) N1(ст.8)
N4(ст.2)?

3 п - Оператори, власні ф-ї, власні значення ст 30-39 (що в кл, що Д/З розписано на ст 39)

4 п - Стац. стани, вільна частинка, частинка в пот. ямі (ст.12-17)

5 п - задачі ст 22-25 + тунельний ефект ст 20-22

6 п - задачі: співвідношення невизначеностей (ст 27, 40) + + ст 41-44

7 п - $\hat{L}_z, \hat{L}^2$ коротко ст 45-47, + терми ст 48-53 (правила Хунда ~~[illegible]~~ не вивчаються скоріше за все.

8 п - розщеплення рівнів в магнітному полі ст 56-58 + ядерна фізика ст 58-60.

Атомна, квантова фізика

7 пар

I пара. Теорія Бора, гіпотеза де-Бройля

1. Електрон в атомі водню перейшов з четвертого енергетичного рівня на другий. Визначити ~~енергію~~ довжину хвилі фотону, що при цьому випромінився.

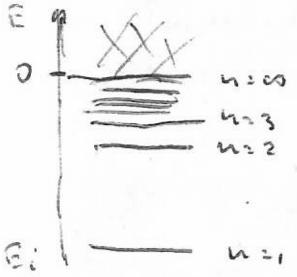
$$\varepsilon = E_i\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \quad E_i = 13.6\,eV, \quad n_1 = 2,\ n_2 = 4$$

$$\varepsilon = E_i\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) = \frac{4-1}{16}E_i = \frac{3}{16}E_i$$

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{hc}{\varepsilon} = \frac{16hc}{3E_i}$$

2. Визначити перший потенціал збудження φ_1 та енергію іонізації атому водню, що знаходиться в основному стані.



$$\varepsilon = E_i\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

потенціал $\varphi = \dfrac{\varepsilon}{e}$

Основний стан $n_1 = 1$

перший потенціал $\Rightarrow n_2 = 2$

$$\varphi_1 = \frac{E_i}{e}\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \approx 10{,}2\,В$$

іонізація $n_2 = \infty$

$$\varepsilon_i = E_i = 13{,}6\,eV \approx 2{,}2\cdot 10^{-18}\,Дж.$$

3. Визначити за теорією Бора період T обертання електрону в атомі водню, що знаходиться у збудженому стані, який визначається головним квантовим числом $n=?$.

$r = a_0 n^2$, $a_0 = 0{,}53\,\text{Å}$ $\quad \hbar n = m v_n r_n \Rightarrow v_n = \frac{\hbar n}{m r_n}$

← радіус Бора

$$m\omega^2 r = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$ ← кулонівська сила $\quad \frac{mv^2}{r} = \frac{m\hbar^2 n^2}{m^2 r_n^3} = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2}$

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{mZe^2}n^2, \quad a_0$$

$$\omega = \frac{e}{r}\sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 m r}}, \quad Z=1, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{v_n}r_n$$

$r_n = a_0 n^2$

$$T = \frac{4\pi a_0 n^3}{e}\sqrt{\pi\varepsilon_0 m a_0} \quad (\approx 1{,}22\cdot 10^{-15}\,\text{c}\cdot n^3) \quad \frac{2\pi m\, 16\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^4 n^3}{2\pi\hbar\, m^2 e^4} = T = \frac{2\pi}{\hbar n} m r_n^2;$$

$$L_n = \hbar n = m v_n r_n \Rightarrow v_n = \frac{\hbar n}{m r_n}; \quad \omega = \frac{v}{r_n} = \frac{\hbar n}{m r_n^2}, \quad T = \frac{2\pi m a_0^2 n^3}{\hbar}$$

4. Електрон, початковою швидкістю якого можна знехтувати, пройшов прискорюючу різницю потенціалів U. Знайти довжину хвилі де Бройля для двох випадків 1) $U_1 = 51$ В 2) $U_2 = 510$ кВ

$E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$

$(m_0c^2 + T)^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$

$m_0^2c^4 + 2m_0c^2T + T^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$

$$\lambda = h/p$$

$$p = \sqrt{2m_0T} \quad \text{або} \quad p = \frac{1}{c}\sqrt{(2E_0+T)T}, \quad E_0 = m_0c^2$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0T}}; \quad \lambda = \frac{hc}{\sqrt{(2E_0+T)T}}$$

$$T = eU$$

$$T_1 = 0{,}51\cdot 10^{-4}\,\text{MeV} \ll E_0 = 0{,}51\,\text{MeV}$$

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2m_0eU}} = 1{,}71\cdot 10^{-10}\,\text{м}$$

2)

$T_2 = 0{,}51\,MeV = E_0 \Rightarrow \lambda_2 = \dfrac{hc}{\sqrt{(2m_0c^2 + m_0c^2)m_0c^2}} = \dfrac{h}{\sqrt{3}\,m_0c}$

$\lambda_2 \approx 1{,}4 \cdot 10^{-12}$ м.

5. ~~Про~~ Кінетична енергія протону $T = 1$ кеV. Визначити додаткову енергію ΔT, яку необхідно йому надати, щоб довжина хвилі λ де Бройля зменшилась в три рази.

$\lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{h}{\sqrt{2m_0T}}$

$\lambda_2 = \dfrac{\lambda_1}{n}$, $T_2 = T_1 + \Delta T$

$\dfrac{\lambda_1}{n} = \dfrac{h}{\sqrt{2m_0(T_1 + \Delta T)}} = \dfrac{h}{\sqrt{2m_0T} \cdot \sqrt{1 + \frac{\Delta T}{T}}} = \dfrac{\lambda_1}{\sqrt{1 + \frac{\Delta T}{T}}}$

$\dfrac{1}{n} = \dfrac{1}{\sqrt{1 + \frac{\Delta T}{T}}} \Rightarrow \sqrt{1 + \frac{\Delta T}{T}} = n \quad \Delta T = (n^2 - 1)T$

Д/З

1. Підрахувати за теорією Бора радіус r_2 другої стаціонарної орбіти та швидкість V_2 електрону на цій орбіті

$r = a_0 n^2$, $n = 2$

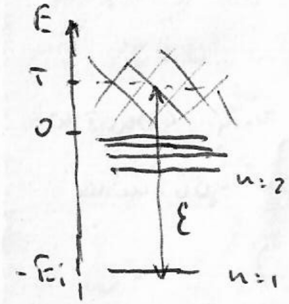
$\omega = \dfrac{e}{r}\sqrt{\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 m r}}$; $V = \omega r$; $V = \dfrac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m r}} = \dfrac{\hbar}{m n a}$

$= \dfrac{e}{n\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m a_0}}$

$L_n = \hbar n = m V_n r_n \Rightarrow V_n = \dfrac{\hbar n}{m r_n} =$

підстанови цю і те саме і приблизно

2. Фотон вибиває з атому водню, що знаходиться в основному (збудженому) стані (першому), електрон з кінетичною енергією $T = 10\,eV$. Визначити енергію ε фотону. Намалювати рисунок



$$\varepsilon = E + T$$

$$E = E_i\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \quad n_1 = 1, \quad n_2 = \infty$$

$$\varepsilon = E_i + T = 23{,}6\,eV, = 3{,}78 \cdot 10^{-18}\text{ Дж.}$$

3. При аналізі розсіяння α-частинок на ядрах (досліди Резерфорда) прицільні відстані приймалися порядку $0{,}1$ нм. Хвильові властивості α-частинок ($E = 7{,}7$ MeV) при цьому не враховувались. Припустимо чи це?

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_0E}}; \quad m_0 = 6{,}644 \cdot 10^{-27}\text{ кг}, \quad \lambda = 5{,}2 \cdot 10^{-15}\text{ м}$$

Відстань між ядрами > прицільної відстані => допустимо геометрична оптика

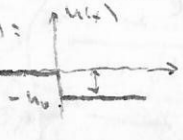
$r_n = a_0 n^2$; $L_n = \hbar n = m v_n r_n$ — момент імпульсу електрону (другий постулат Бора)

енергія електрону $E_n = -\dfrac{E_i}{n^2}$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{h}{p}$$

Частинка масою m рухається в потенціальному полі: $U(x) = \begin{cases} 0, & x<0 \\ -U_0, & x>0 \end{cases}$ швидкість частинки в області $x<0$ дорівнює v_1. Знайти показник заломлення пот. бар'єру навпе

НРА:



Част. рух в пот. полі => енергія зберігається $E_1 = \dfrac{mv_1^2}{2} = E_2 = \dfrac{mv_2^2}{2} - U_0$

$$v_2^2 = \frac{2}{m}\left(\frac{m}{2}v_1^2 + U_0\right)$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2U_0}{m}}$$

$$\lambda_1 = \frac{2\pi\hbar}{mv_1}; \quad \lambda_2 = \frac{2\pi\hbar}{mv_2} = \frac{2\pi\hbar}{m\sqrt{v_1^2 + \frac{2U_0}{m}}}$$

4 Показник заломлення $n = \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{1 + \dfrac{2U_0}{mv_1^2}}$

На к/р крім: Знайти відношення $\frac{E_{кін}}{E_{пот}}$ для ел-ну в атомі водню на n-рівні $= -\frac{1}{2}$

1. Електрон в атомі водню знаходиться на третьому енергетичному рівні. Визначити кінетичну T, потенціальну П і повну ~~енергію~~ E енергії електрону — 3б

$E = T + П$; $T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m r^2 \omega^2$; $П = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

р-ня руху $m\omega^2 r = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ $\Rightarrow m\omega^2 r^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

$E = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 2r}$, $\Rightarrow$ $П = 2E$, $T = -E$

$E = -\frac{E_i}{n^2}$, $П = -\frac{2E_i}{n^2}$; $T = \frac{E_i}{n^2}$

$E_i = 13{,}6 eV$ $n = 3$, $П = -3 eV$, $T = 1{,}5 eV$, $E = -1{,}5 eV$

2. Кінетична енергія T електрону дорівнює подвоєному значенню його енергії спокою ($2m_0c^2$). Визначити довжину хвилі λ де Бройля для такого електрону — 1,5б

$\lambda = \frac{h}{p}$; $p = \frac{1}{c}\sqrt{(2E_0 + T)T}$; $\lambda = \frac{h}{2\sqrt{2}\, m_0 c} \approx 8{,}59 \cdot 10^{-13}$ м

3. Знайти найбільшу λ_{max} і найменшу λ_{min} довжини хвиль в ультрафіолетовій серії водню (серія Лаймана — 1,5б

$\varepsilon = E_i\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$

серія Лаймана $n_1 = 1$

ε_{max} (λ_{min}) $n_2 = \infty$ $\varepsilon_{max} = E_i = \frac{hc}{\lambda_{min}}$ $\lambda_{min} = \frac{hc}{E_i}$

ε_{min} (λ_{max}) $n_2 = 2 \,|\, (n_1 + 1)$ $\varepsilon = \frac{3}{4}E_i = \frac{hc}{\lambda_{max}}$ $\lambda_{max} = \frac{4hc}{3E_i}$

Фотоефект. Ефект Комптона. I част

2 Визначити максимальну шв-ть V_{max} фотоелектронів, що вибиваються з поверхні срібла 1) ультрафіолетовим випромінюванням з довжиною хвилі $\lambda_1 = 0{,}155$ мкм 2) γ-випромінюванням з довжиною хвилі $\lambda_2 = 1$ п.м. $= 10^{-12}$ м

$\varepsilon = A + T_{max}$; $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$

$T = \frac{m_0 V^2}{2}$, $T = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)$ $\quad E_0 = m_0 c^2$

if $\varepsilon \ll E_0$ то

$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{T}{E_0} + 1 = \frac{T+E_0}{E_0}$; $\beta^2 = 1 - \frac{E_0^2}{(T+E_0)^2} = \frac{T^2+2TE_0}{(T+E_0)^2}$

$\varepsilon_1 = \frac{6{,}63\cdot10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{1{,}55\cdot10^{-7}} \approx 1{,}28\cdot10^{-18}$ Дж $= 8\ eV$

$E_0 = 0{,}51\cdot10^{6}\ eV$

$V_{max\,1} = \sqrt{\frac{2(\varepsilon_1 - A)}{m_0}} \approx \underline{1{,}08\cdot10^{6}\ м/с}$ $\quad (A_{Ag} = 7{,}5\cdot10^{-19}$ Дж $= 4{,}7\ eV$

$\varepsilon_2 = 1{,}99\cdot10^{-13}$ Дж $= 1{,}24\cdot10^{6}\ eV$

$\beta = \frac{\sqrt{(2E_0+T)T}}{E_0+T}$; $\cancel{V_{max}}$; $T_{max} \approx \varepsilon_2$

$V_{max} = c\sqrt{(2E_0+\varepsilon_2)\varepsilon_2}\,/\,(E_0+\varepsilon_2)$; $\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda_2}$

$V_{max} \approx 2{,}85\cdot10^{8}\ м/с$

з частотою ν

1. На пластинку падає монохроматичне світло (~~λ = 0,42 мкм~~). Фотострум припиняється при затримуючій різниці потенціалів $U =$ ~~[illegible]~~ В. Визначити ~~максимальну кінетичну енергію~~ роботу виходу електронів з поверхні пластини.

$$\varepsilon = A + T_{max}; \quad A = \varepsilon - T_{max}, \quad T_{max} = eU$$

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = h\nu \qquad A = h\nu - eU = \frac{hc}{\lambda} - eU$$

$$\boxed{A = h\nu - eU}$$

~~[illegible]~~

3. Червона границя фотоефекту для цинку λ_0. Визначити максимальну кінетичну енергію T_{max} фотоелектронів, якщо на цинк падає світло з довжиною хвилі λ.

$$\varepsilon = A + T_{max}, \quad \varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A}$$

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + T_{max}, \quad T_{max} = hc\,\frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0 \lambda}.$$

4. В результаті ефекту Комптона фотон при зіткненні був розсіяний на кут θ. Енергія розсіяного фотону ε_2. Визначити енергію фотону ε_1 до розсіяння.

$$\Delta\lambda = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{hc}{\varepsilon_2} - \frac{hc}{\varepsilon_1}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_2 m_0 c^2}{m_0 c^2 - 2\varepsilon_2 \sin^2\frac{\theta}{2}}$$

5. Визначити максимальну зміну довжини хвилі $(\Delta\lambda)_{max}$ при комптонівському розсіянні світла на вільних електронах і вільних протонах

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta) = \frac{2h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2}$$

$$(\Delta\lambda)_{max} \quad \text{при} \quad \theta = 180^\circ = \frac{2h}{m_0 c}$$

$$(\Delta\lambda)_{max\,e} = 4,85\cdot 10^{-12}\ \text{м} \quad (m_0 = 9,11\cdot 10^{-31}\ \text{кг})$$

$$(\Delta\lambda)_{max\,p} = 2,64\cdot 10^{-15}\ \text{м} \quad (m_0 = 1,672\cdot 10^{-27}\ \text{кг})$$

Д/З

1. Фотон з енергією ε_1, що дорівнює енергії спокою електрону $(m_0 c^2)$, розсіявся на вільному електроні на кут $\theta = 120^\circ$. Визначити енергію ε_2 розсіяного фотону та кінетичну енергію T електрону віддачі (в одиницях $m_0 c^2$)

$$\Delta\lambda = \frac{hc}{\varepsilon_2} - \frac{hc}{\varepsilon_1} = \frac{2h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_2} = \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{2}{m_0 c^2}\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{m_0 c^2 + 2\varepsilon_1 \sin^2\frac{\theta}{2}}{\varepsilon_1 m_0 c^2}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_1 m_0 c^2}{m_0 c^2 + 2\varepsilon_1 \sin^2\frac{\theta}{2}} = \frac{m_0 c^2}{\left(1 + 2\sin^2\frac{\theta}{2}\right)} \approx 0,4\cdot m_0 c^2$$

$$T = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{2\varepsilon_1^2 \sin^2\frac{\theta}{2}}{m_0 c^2 + 2\varepsilon_1 \sin^2\frac{\theta}{2}} = \frac{2 m_0 c^2 \sin^2\frac{\theta}{2}}{\left(1 + 2\sin^2\frac{\theta}{2}\right)} \approx 0,6 m_0 c^2$$

~~2. На поверхність метала падає~~

2. На поверхню металу падає монохроматичне світло з довжиною хвилі λ. Червона границя фотоефекту λ_0. Яка ~~доля~~ частина енергії фотону витрачається на надання електронові кінетичної енергії.

$$\varepsilon = A + T \quad , \varepsilon = \frac{hc}{\lambda} \quad ; \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A}$$

$$\cancel{\frac{\varepsilon}{T} = \frac{A}{T} + 1 = \frac{A}{\varepsilon - A} + 1 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - A}} \qquad \frac{\varepsilon}{T} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - A} = \frac{\frac{1}{\lambda}}{\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}} =$$

$$= \frac{1}{\lambda\left(\frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda \lambda_0}\right)} = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 - \lambda} = \frac{\varepsilon}{T}$$

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad ; \quad \varepsilon = A + T_{MAX} \quad , \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A} \quad ; \nu_0 = \frac{A}{h}$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta)$$

на к/р

1. Визначити кут θ розсіяння фотону, що зіткнувся з вільним електроном, якщо зміна ~~довжини~~ ~~частоти~~ довжини хвилі при розсіянні $\Delta\lambda$ ~~1,30 (25)~~ 1,55.

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2} \qquad \theta = 2\arcsin\sqrt{\frac{m_0 c \Delta\lambda}{2h}}$$

2. На фотоелемент з катодом з літію падає світло з довжиною хвилі λ. Знайти найменше значення затримуючої різниці потенціалів U_{min}, яку необхідно прикласти до фотоелементу, щоб припинити фотострум. – 1,5 Б

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = A + T = A + eU \quad , U = \left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)\frac{1}{e} = \frac{hc - \lambda A}{\lambda e}$$

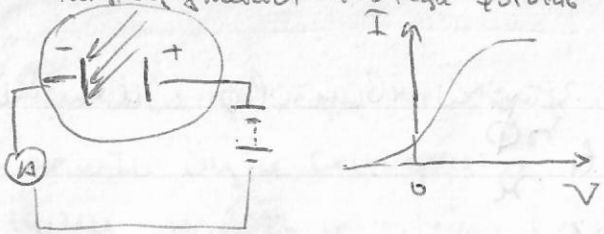
3. Яка доля енергії фотону приходиться при ефекті Комптона на електрон віддачі, якщо розсіяння фотону відбувається на кут $\theta = \pi/2$. Енергія фотону до розсіяння $\varepsilon_1 = m_0c^2$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{hc}{\varepsilon_2} - \frac{hc}{\varepsilon_1} = \frac{2hc}{m_0c^2}\sin^2\frac{\theta}{2} ,$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_1 m_0c^2}{m_0c^2 + 2\varepsilon_1 \sin^2\frac{\theta}{2}} ; \quad \delta = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{2\varepsilon_1\sin^2\frac{\theta}{2}}{m_0c^2 + 2\varepsilon_1\sin^2\frac{\theta}{2}} =$$

$$= \frac{2\sin^2\frac{\theta}{2}}{1 + 2\sin^2\frac{\theta}{2}} = \frac{2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}{1 + 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0,5$$

підтверджений гіпотези фотонів

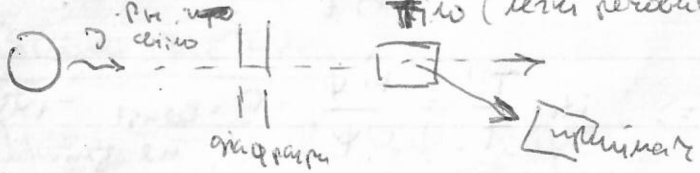


інтенсивність світла ~ I

вільні електрони → фотоелектрони

v_{max} і ф кінетична енергія витрачається лише на "подолання" сил в поверхневому шарі

"червона границя"



Тіло (легкі речовини ⇒ електрони вільні)

$\lambda \to \lambda'$

(на приймачі і λ - розсіяні ~~на атомах і я~~ на ядрах, тяжких)

Найпростіші задачі квантової механіки

Р-ня Шредінгера $\hat{H}\Phi = i\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial t}$,

$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U$, $H = \frac{p^2}{2m} + U$, $\vec{p} \to \hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla}$

Рівняння для стаціонарних станів : $\frac{\partial H}{\partial t} = 0$, $E = const$

$\Phi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r})\,T(t)$

$T\hat{H}\psi = i\hbar\psi\frac{\partial T}{\partial t} \Rightarrow i\hbar\frac{T'}{T} = \frac{\hat{H}\psi}{\psi} = E = const$ – розділення змінних

$\frac{dT}{dt} = \frac{E}{i\hbar}T$, $T = e^{\lambda t} \Rightarrow \lambda = -\frac{iE}{\hbar}$, $T = e^{-i\frac{E}{\hbar}t}$

$\hat{H}\psi = E\psi$ – р-ня для стац. станів

В загальному випадку $\Phi = \psi(\vec{r})\,e^{-i\frac{E}{\hbar}t}$

Так як стани, що описуються розв'язками $\hat{H}\psi = E\psi$ описуються власними функціями, то енергія в таких станах має певне значення – означення стаціонарного стану.

Нехай система знаходиться в стаціонарному стані $\Phi(x,t)$. Чи буде залежати від часу густина ймовірності знайти систему з координатами x

$|\Phi(x,t)| = |\psi(x)|^2 |\exp(-\frac{i}{\hbar}Et)|^2 = |\psi(x)|$ – не

Вільна частинка

$\hat{H}\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + U\psi = E\psi$

Частинка вільна $U = 0$

Хвильова функція $\psi(r)$ та її перші просторові похідні мають бути скінченними, однозначними і неперервними навіть у точках (а також лініях і поверхнях) розриву потенціальної функції $U(\vec{r})$.

Вільна частинка

$$\hat{H}\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + U\psi = E\psi$$

Частинка вільна $U=0$ $\Rightarrow$ $-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi - E\psi = 0$

Розглянемо одномірний випадок

$$\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + E\psi = 0 \qquad \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0$$

$$\psi = e^{\lambda x} \qquad \lambda^2 + \frac{2m}{\hbar^2}E = 0, \quad \lambda = \pm ik, \text{ де } k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}E$$

$\psi_1 = Ce^{ikx}$

$\psi_2 = Ce^{-ikx}$ — лінійно незалежні ф-ції (крім $k=0$)

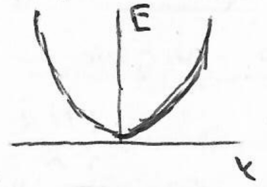
$$\psi = C_1 e^{ikx} + C_2 e^{-ikx} = A\cos kx + B\sin kx$$

Віднормувати неможливо, бо відповідний інтеграл розходиться, ймовірність виявлення частинки однакова у всіх точках простору — ідеалізація реальної ситуації.

Умови однозначності і НП власних функцій виконуються обмеженість при дійсному k, тобто

$k^2 \geq 0$, $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \Rightarrow E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \geq 0$

неперервний енергетичний спектр, єдина умова $E \geq 0$



закон дисперсії

Для кожного значення енергії два стани ψ_k і ψ_{-k}

При $x = \pm\infty$ ψ залишається скінченною $\Rightarrow$ частинка з відмінною від нуля ймовірністю може піти на ∞ $\Rightarrow$ рух інфінітний. – хвиля де-Бройля $(k = \frac{2\pi}{\lambda};\ \lambda = \frac{2\pi\hbar}{p})$

$\times\ C_2 = 0$ $\psi = C_1 \exp(ik_x)$ – співпадає з власною ф-єю $\hat{p}_x$ (при $p_x = \sqrt{2mE}$) Але саме таке співвідношення між імпульсом і енергією для вільної точки, що рухається вздовж ox відомо в клас. механіці. Два часткових розв'язки р.Шр. для вільної частинки $\psi_1 = C_1 \exp(i\frac{p_x}{\hbar}x)$ і $\psi_2 = C_2 \exp(-\frac{i}{\hbar}p_x \cdot x)$ описують рух частинки в додатньому і від'ємному напрямах ox відповідно.

Розглянемо випадок фінітного руху вільної частинки

$0 < x < L$

Р-ня те саме, розв'язки ті ж $\psi = Ce^{ikx}$

Для неперервності ψ-ї застосуємо циклічні граничні умови: $\psi(x+L) = \psi(x)$

$Ce^{ikx} = C e^{ikx} e^{ikL}$, $e^{ikL} = 1$, $kL = 2\pi n$, $n = 0;$

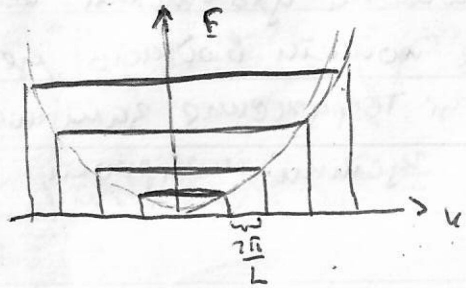
$k = \frac{2\pi}{L} n$ – спектр значень k дискретний (в принципі

(14) умова означає, що на довжині системи вкладається ціле

число хвилі $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow n\lambda = L$).

Відповідно дискретний і енергетичний спектр

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 n^2$$



Рух фінітний $\Rightarrow$ ф-ю можна віднормувати

$$\int_0^L |\psi|^2 dx = 1 \Rightarrow \int_0^L |C|^2 dx = 1 = |C|^2 L$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\sqrt{L}} \qquad \psi_k = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ikx} \qquad \left(\cdot e^{i\varphi} - \text{комплексна фаза}\right)$$

Для трьохмірного випадку – розділення змінних $\psi(\vec{r}) = \psi(x)\psi(y)\psi(z) = e^{i\vec{k}\vec{r}}$

N32

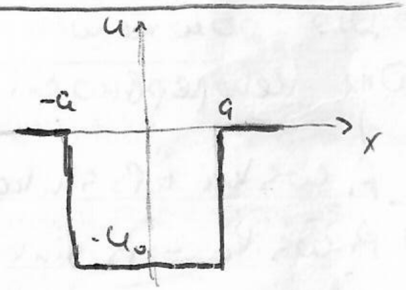
Визначіть густину ймовірності знайти частинку в точці з координатою x, якщо її хвильова ф-я

а) $\psi_1(x) = const\, \exp(ikx)$; б) $\psi(x) = C[\exp(ikx) + \exp(-ikx)]$

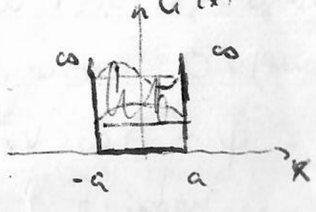
а) const б) $\exp(ikx) + \exp(-ikx) = \cos kx + i\sin kx + \cos kx - i\sin kx \Rightarrow |\psi(x)|^2 = 4C^2\cos^2 kx$

Одномірні прямокутні потенціальні ями.

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -a \\ -U_0, & -a < x < a \\ 0, & x \geq a \end{cases}$$



Нескінченно глибока потенціальна яма – нуль потенціальної енергії на дні, тоді на стінках розрив від 0 до ∞



$$\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + (E-U)\psi = 0$$

За межами інтервалу $-a<x<a$, де $U(x)=+\infty$ функція ψ має обертатися в нуль. За класичними уявленнями ча[стинка] з кінцевою енергією E не може попасти в область, д[е] $U(x)=+\infty$, в квантовій механіці це твердження замін[юєт]ся вимогою перетворення у нуль густини імовірності $\psi^*\psi$ а отже і ψ.

Для $-a<x<a$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\psi = 0, \quad k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\begin{cases} \psi_1 = A\cos kx + B\sin kx = C_1 e^{ikx} + C_2 e^{-ikx}, & -a<x<a \\ \text{~~Для обмеженості~~ } \cancel{\psi \quad k^2 \geq 0} & \\ \psi_2 = 0, & x \leq -a,\ x \geq a \end{cases}$$

Для обмеженості ψ $k^2 \geq 0$

Для неперервності $\psi_1(\pm a) = \psi_2 = 0$

$$\begin{cases} A\cos ka + B\sin ka = 0 \\ A\cos ka - B\sin ka = 0 \end{cases}$$

Розв'язки цієї системи розпадаються на два класи

1) $A \neq 0$, $A\cos ka = 0$, $B = 0$

$$\psi = A\cos kx, \quad k = \frac{\pi}{2a}, \frac{3\pi}{2a}, \frac{5\pi}{2a}, \frac{\pi}{2a}n, \text{ де } n = 2k+1 \text{ (n-непарне)}, \; k = 0, 1, 2$$

(16) парні ψ-і