

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Е.В. Горбар

Електрослабкі взаємодії

(Навчальний посібник для студентів фізичного факультету)

Київ-2022

УДК 539.120.71
Г67

*Рекомендовано до друку вченою радою фізичного факультету
(протокол №... від ... року)*

Рецензенти: **А.І. Момот** - д-р фіз.-мат. наук
 Ю.В. Штанов - д-р фіз.-мат. наук

Горбар, Е.В.

Г67 Електрослабкі взаємодії/ Е.В. Горбар. - К. 2022 - 60 с.

Посібник призначено для студентів фізичних спеціальностей, в якості допоміжного матеріала до курсу лекцій з дисципліни «Електрослабкі взаємодії», а також для викладачів даної дисципліни для допомоги при підготовці занять.

УДК 539.120.71

© **2022**

ЗМІСТ

1. Вступ	4
2. Стандартна модель сильних і електрослабких взаємодій.	6
2.1. Квантова хромодинаміка.	7
2.2. Теорія Фермі.	9
3. Електрослабкі взаємодії.	13
3.1. Маса калібрувальних бозонів.	15
3.2. Масові доданки ферміонів.	21
3.3. Квантові числа всіх полів в Стандартній моделі.	23
3.4. Хіггсівський бозон.	25
3.5. “Змішування поколінь”. Матриця Кабіббо – Кобаясі – Маскави.	27
1. Симетрії P , C , T .	27
2. Змішування поколінь.	29
3. Матриця Кабіббо-Кобаясі-Маскави.	30
3.6. Нейтральні реакції із зміною ароматів.	34
3.7. Правила Фейнмана для калібрувальної теорії електрослабких взаємодій.	37
3.8. Слабкий розпад t -кварка.	39
4. Майоранівські ферміони.	43
5. Осциляції нейтрино.	48
А. Правила Фейнмана в теорії електрослабких взаємодій.	54
1. Потрійні вершини взаємодії калібрувальних бозонів.	54
2. Четверні вершини взаємодії калібрувальних бозонів.	55
Б. Розширення Стандартної моделі у нейтринному секторі.	56
В. Моделі Великого Об’єднання.	58
Література	60

1. ВСТУП

Навчальний посібник є доповненням до лекційного курсу з дисципліни «Електрослабкі взаємодії» для студентів фізичних факультетів. Книга призначена для аудиторних занять і самостійної роботи, а також може використовуватися викладачами даної дисципліни при підготовці занять.

Згідно з сучасними уявленнями усі відомі елементарні частинки є збудженнями відповідних квантових полів, а взаємодія цих полів описує розсіювання і розпад частинок. З теоретичної точки зору релятивістська квантова теорія поля є синтезом квантової теорії та спеціальної теорії відносності. Історично квантова електродинаміка була сформульована після створення квантової механіки як теорія взаємодії електронів з квантами електромагнітного поля – фотонами в роботі Поля Дірака у 1927 р. В подальшому квантова теорія поля була застосована для опису слабких і сильних взаємодій. Кульмінацією розвитку квантової теорії поля та експериментальних досліджень є Стандартна модель фізики елементарних частинок, яка описує електрослабкі і сильні взаємодії частинок. Цей навчальний посібник має на меті викладення основних понять і положень калібрувальної теорії сильних і електрослабких взаємодій.

Посібник включає теоретичні положення сучасної теорії електрослабких взаємодій. Розділ 2 присвячений загальному опису Стандартної моделі. Електрослабкі взаємодії розглядаються у Розділі 3. Майоранівські ферміони та їх можливе застосування до фізики нейтрино вивчаються у Розділі 4, а осциляції нейтрино розглядаються у Розділі 5. Правила Фейнмана теорії електрослабких взаємодій наводяться у Додатку А, осциляції нейтрино вивчаються у Додатку Б, а теорії Великого Об'єднання формулюються у Додатку В. Теоретичний матеріал використовує однакову термінологію та символічні позначення.

На завершення частини лекцій, охопленої даним посібником, студент повинен:

знати

- основні принципи побудови сучасної теорії електрослабких взаємодій;
- структуру лагранжіана Стандартної моделі, склад і квантові числа полів;
- правила Фейнмана, пропагатори полів та вершини взаємодій теорії електрослабких взаємодій;
- механізм Хіггса генерації мас векторних і спінових частинок в Стан-

дартній моделі;

- основні фізичні процеси в рамках Стандартної моделі;
- визначення матриці Кабіббо-Кобаясі-Маскави, кути змішування, заряджені і нейтральні струми;

вміти

- знаходити матричні елементи розсіювання частинок внаслідок електрослабких взаємодій;
- рахувати елементарні процеси взаємодій частинок в теорії електро-слабких взаємодій;
- проводити розрахунок радіаційних (однопетльових) поправок до цих процесів;
- обчислювати квантову ефективну дію в однопетльовому наближенні.

2. СТАНДАРТНА МОДЕЛЬ СИЛЬНИХ І ЕЛЕКТРОСЛАБКИХ ВЗАЄМОДІЙ.

Стандартна модель (СМ) описує всі відомі явища у фізиці частинок. Вона є результатом досягнень декількох поколінь експериментаторів і теоретиків. Якщо до неї додати загальну теорію відносності, яка описує гравітаційну взаємодію, то Стандартна модель це все, що ми знаємо на теперішній час про найбільш фундаментальні закони природи. В моделі присутні 6 лептонів (електрон, мюон, тау-лептон, і три відповідні сорти нейтрино), а також 6 кварків (u, d, s, c, b, t), які об'єднуються в три покоління ферміонів. Частинки з однаковими квантовими числами відрізняються значеннями маси в різних поколіннях. Наприклад, мюон має ті ж самі значення електромагнітного та слабких зарядів, що і електрон, але визначається більшою масою ніж електрон. Калібрувальні бозони, а саме фотон, глюони, W^{\pm} і Z бозони відповідальні за електромагнітну, сильну і слабку взаємодії. Крім того дублет хіггсівських полів забезпечує спонтанне порушення електрослабкої симетрії і генерацію мас ферміонів.

Сильні взаємодії є відповідальними за утримання протонів і нейтронів в ядрах. Сильні взаємодії описуються квантовою хромодинамікою, де обмін глюонами забезпечує взаємодію між кварками з яких утворюються баріони і мезони. Баріони складаються з трьох кварків різних кольорів утворюючи безкольоровий стан, мезони складаються з кварків і антикварків, які мають протилежні кольори утворюючи знов безкольоровий стан.

Електромагнітні взаємодії відповідальні за зв'язок електронів з ядрами в атомах, або атомів в молекулах. Електромагнітні явища та електромагнітна взаємодія є базовими для наших найважливіших технологій та процесів, що оточують нас у повсякденному житті. Квантова електродинаміка є першим прикладом квантової теорії поля та джерелом багатьох понять, які згодом були використані при формулюванні інших квантово-польових теорій.

Слабкі взаємодії відповідають за ядерні процеси та реакції в зорях. Так найвідомішим проявом слабкої взаємодії є бета-розпад і пов'язана з ним радіоактивність. Процеси обумовлені випроміненням, поглинанням або розсіянням нейтрино завдячують слабкій взаємодії. В Стандартній моделі слабкі взаємодії об'єднуються із електромагнітними і тому разом їх часто називають електрослабкі взаємодії.

Стандартна модель — це узагальнення квантової електродинаміки, тоб-

то є перенормованою теорією поля, яка базується на локальній калібрувальній симетрії

$$SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1).$$

Відносна сила взаємодій при низьких енергіях дуже сильно відрізняється одна від одної і наведена у таблиці нижче

Взаємодія	Відносна сила	Область дії
Гравітація	10^{-41}	∞
Слабка	10^{-15}	$\ll 1 \text{ fm} = 10^{-13} \text{ см}$
Електромагнітна	10^{-2}	∞
Сильна	1	$\approx 1 \text{ fm}$

За силу взаємодії відповідають біжучі константи зв'язку, які залежать від енергії. Тому відносна сила взаємодій змінюється з енергією. Наприклад, при енергіях порядку електрослабкого фазового переходу $E \sim 246 \text{ GeV}$ електромагнітні та слабкі взаємодії, чия відносна сила значно відрізняється при низьких енергіях, мають приблизно однакову силу, а при планківських енергіях $E \sim 10^{19} \text{ GeV}$ відносна сила гравітаційної взаємодії стає порядку одиниця.

На відміну від сильних і електромагнітних взаємодій, слабкі взаємодії не утворюють зв'язані стани (принаймі не відомі). Фактично слабкі взаємодії були відкриті в 1896 році Анрі Беккерелем. Радіоактивність урана — це бета розпад, а точніше це розпад ізотопу протактинія



($^{231}\text{Pa} \rightarrow ^{227}\text{Ac}$, при α -розпаді виникає актиній ^{227}Ac , звідси назва протактиній).

Дослідження випромінення **β -розпаду показало, що енергетичний спектр неперервний**, і так як енергії початкового і кінцевого ядер визначені, це складало загадку, для розв'язання якої Паулі запропонував існування нейтрино.

2.1. Квантова хромодинаміка.

Нагадаємо основні особливості теорії сильних взаємодій — квантової хромодинаміки (КХД). Лагранжіан теорії описує взаємодію кварків q_i (з

$n_f = 3$ різних ароматів) з глюонами A_μ^a

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \sum_{j=1}^{n_f} \bar{q}_j (i\gamma^\mu D_\mu - m_j) q_j, \quad (2.1)$$

де тензор напруженості

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g_s f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c,$$

і коваріантна похідна

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s \sum_a t^a A_\mu^a.$$

Повністю асиметричні коефіцієнти f_{abc} є структурними константами групи $SU(3)$, генератори t^a нормовані $\text{tr}[t^a t^b] = \delta^{ab}/2$. Кварки належать до фундаментального (триплетного) представлення групи $SU_C(3)$, глюони — до приєднаного представлення. Маємо вершини взаємодії (фізичні): кварк-антикварк-глюон, 3х-глюонна, 4х-глюонна. Принциповою відмінністю КХД від квантової електродинаміки є те, що глюони взаємодіють між собою внаслідок того, що $SU(3)$ є неабелевою групою і тому структурні константи групи відмінні від нуля. В квантовій електродинаміці фотон взаємодіє з усіма зарядженими частинками, але сам є нейтральним. В КХД глюони мають кольоровий заряд і взаємодіють з усіма частинками, що мають кольоровий заряд, а також між собою.

Як динамічна теорія квантова хромодинаміка характеризується явищами конфайнмента (всі асимптотичні стани є синглетами відносно кольорового заряду, тобто безкольоровими), динамічного порушення кіральної симетрії та асимптотичною свободою.

В теорії поля константа взаємодії модифікується за рахунок взаємодії і стає залежною від переданого квадрата імпульсу Q^2 ,

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\pi}{b \ln(Q^2/\Lambda^2)}, \quad \alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}, \quad b = \frac{11N_c - 2n_f}{6}. \quad (2.2)$$

В КХД число кольорів $N_c = 3$ і число ароматів (флейворів) $n_f = 6$, Λ — параметр КХД, приблизно ~ 250 МеВ.

Ефективна константа взаємодії (2.2) в КХД прямує до нуля при великих імпульсах (малих відстаннях) коли $Q^2 \rightarrow \infty$ внаслідок того, що поляризація вакууму віртуальними кварками і глюонами стає менш ефективною. Це

так зване явище асимптотичної свободи: кварки слабо взаємодіють на малих відстанях. На малих відстанях потенціал між двома кольоровими зарядами подібний до кулонівського потенціалу, тобто пропорційний $\alpha_s(r)/r$, з ефективним кольоровим зарядом, що зменшується при $r \rightarrow 0$. В той же час формула (2.2) показує, що взаємодія між кварками починає зростати коли Q^2 зменшується, тобто коли відстань між ними зростає. Спостережувані адрони є сильно зв'язаними станами кварків. Явище відсутності кварків у вільному стані отримало назву конфайнмента, яке підтверджується експериментально, але точного доведення в КХД досі не існує. Одним із експериментальних свідчень конфайнмента вважається утворення так званих струменів в процесі

$$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}.$$

Дійсно енергія взаємодії між кварком і антикварком зростає із збільшенням відстані між ними, аж поки стає енергетично вигідним утворення нової кварк-антикваркової пари. Утворені кварки рухаються переважно в тих же напрямках, що і початкові. В результаті процес народження кварк-антикваркової пари може повторитись. Таким чином виникають адронні струмені, які складаються з адронів, що летять у двох протилежних напрямках з маленьким кутом розходження. При випромінненні гальмівного глюона може виникнути іще третій струмень і так далі, але ймовірність таких процесів зменшується із збільшенням кількості струменів.

2.2. Теорія Фермі.

Перша теорія слабких взаємодій була побудована Фермі в 1934 році з гамільтоніаном який містить локальну чотирьохферміонну взаємодію

$$H_F = H_n^0 + H_p^0 + H_e^0 + H_\nu^0 + \sum_i C_i G_F \int d^3x (\bar{\psi}_p O_i \psi_n)(\bar{\psi}_e O_i \psi_\nu),$$

де набір 16 діраківських матриць наведений в таблиці. У доданку взаємодії присутні відомі в той час поля протонів, нейтронів, електронів, а також гіпотетичного на той час нейтрино. Звернемо увагу, що константа взаємодії Фермі G_F має масову розмірність m^{-2} , тобто теорія Фермі є неперенормованою. З сучасної точки зору теорія Фермі описує процес обміну віртуальними W^\pm бозонами і є застосовною для реакцій з енергіями меншими приблизно 100 ГеВ.

O_i	Властивості перетворення $\bar{\psi}O_i\psi$	Число матриць
1	Скаляр	1
γ^μ	Вектор	4
$\sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$	Тензор	6
$\gamma^\mu\gamma_5$	Аксіальний вектор	4
$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$	Псевдоскаляр	1

Константа зв'язку знаходиться з експериментальних даних

$$G_F \approx 10^{-4} \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3,$$

або в природних одиницях

$$G_F \approx 10^{-11} (\text{MeV}) \approx 10^{-5} m_p^{-2}. \quad (2.3)$$

В Стандартній моделі константа Фермі виражається через вакуумне середнє хіггсівського поля $G_F = 1/(\sqrt{2}v^2)$. Згодом після відкриття мюонів і дивних частинок теорія Фермі була узагальнена на випадок реакцій з цими частинками. Приклади слабких розпадів мюонів, піонів та каонів є наступними

$$\mu^\pm \rightarrow e^\pm + \bar{\nu}_\mu/\nu_\mu + \nu_e/\bar{\nu}_e,$$

$$\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu/\bar{\nu}_\mu,$$

$$K^\pm \rightarrow \pi^0 + \mu_\pm + \nu_\mu/\bar{\nu}_\mu,$$

$$K^0 \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e.$$

Важливою характеристикою слабкої взаємодії є те, що вона порушує парність (Лі, Янг – 1956 р., Ву – 1957 р.) оскільки через заряджені струми взаємодіють тільки ферміони з лівою кіральністю і античастинки ферміонів із правою кіральністю. Математично це описується встановленою на початку 60-их років формою універсальної взаємодії Фермі як V–A теорії, тобто взаємодія має вигляд струм \times струм, а самі струми є суперпозицією векторного $\bar{\psi}\gamma_\mu\psi$ і аксіального $\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi$ струмів:

$$(\bar{\psi}_p\gamma_\mu(1 - \gamma_5)\psi_n)(\bar{\psi}_e\gamma^\mu(1 - \gamma_5)\psi_\nu)$$

(Фейнман, Гелл-Манн – 1958 р.). Присутність матриці γ_5 відповідальне за порушення парності.

Більш точно, повна взаємодія (β -розпад) описується

$$H_{int} = \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^3x [\bar{\psi}_p \gamma_\mu (C_V + C_A \gamma_5) \psi_n] [\bar{\psi}_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_\nu],$$

так як тільки ліві нейтрино взаємодіють ($P_L = (1 - \gamma_5)/2$ є проєктором на стан з лівою кіральністю), і експериментально $C_A/C_V \simeq -1.255 \pm 0.006$, тобто слабкий струм для адронів є близьким до чисто лівого.

В 1962 р. експериментально було показано що існує два типи нейтрино, ν_e і ν_μ (Ледерманн, Штайнбергер), і підтверджено збереження окремо електронного, l_e , і мюонного, l_μ , квантового числа (передбаченого Швінгером і Нішиджима, 1957 р.), тому що експериментально спостерігались розпади $\mu^- \rightarrow e + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$, в яких зберігаються лептонні квантові числа, але немає розпадів $\mu^- \rightarrow e + \gamma$, де ці квантові числа не зберігаються. Також, коли мюонні нейтрино взаємодіють з матерією вони народжують мюони, але ніколи електрони:

$$\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p, \quad \nu_\mu + n \not\rightarrow e^- + p. \quad (2.4)$$

Електронне l_e і мюонне l_μ квантові числа лептонів представлені в таблиці нижче. З відкриттям τ - лептона і τ - нейтрино додався ще закон збереження відповідного квантового числа. Лептонні заряди кожного покоління лептонів зберігалися б незалежно, якби маса нейтрино дорівнювала нулю. Однак експериментально спостережувані осциляції нейтрино свідчать про те, що маси нейтрино відмінні від нуля хоча їх природа поки що невідома.

	e^-	e^+	ν_e	$\bar{\nu}_e$	μ^-	μ^+	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$
l_e	+1	-1	+1	-1	0	0	0	0
l_μ	0	0	0	0	+1	-1	+1	-1

Слабкі взаємодії лептонів описуються гамільтоніаном взаємодії

$$H_{int}^{(L)} = \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^3x J_\mu^{(L)\dagger}(x) J_\mu^{(L)}(x), \quad (2.5)$$

де лептонний струм має вигляд

$$J_\mu^{(L)}(x) = \bar{\psi}_e(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_e}(x) + \bar{\psi}_\mu(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_\mu}(x) + \bar{\psi}_\tau(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_\tau}(x). \quad (2.6)$$

Знову звернемо увагу на те, що слабкий струм для лептонів є чисто лівим. Приклади можливих взаємодій

1) Розсіяння нейтрино на електроні

$$[\bar{\psi}_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_\nu] [\bar{\psi}_\nu \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_e] \quad \begin{array}{c} \nu_e \rightarrow \quad \rightarrow e^- \\ e^- \rightarrow \quad \rightarrow \nu_e \end{array} \quad (2.7)$$

2) Розпад мюона

$$[\bar{\psi}_{\nu_\mu} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_\mu] [\bar{\psi}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_e}] \quad \begin{array}{c} \mu^- \rightarrow \quad \rightarrow \nu_\mu \\ \quad \quad \rightarrow \bar{\nu}_e \\ \quad \quad \rightarrow e^- \end{array} \quad (2.8)$$

3) Народження мюона

$$[\bar{\psi}_{\nu_e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_e] [\bar{\psi}_\mu \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_\mu}] \quad \begin{array}{c} \nu_\mu \rightarrow \quad \rightarrow \mu^- \\ e^- \rightarrow \quad \rightarrow \nu_e \end{array} \quad (2.9)$$

В цій теорії немає процесів типу

$$[\bar{\psi}_{\nu_\mu} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_\mu}] [\bar{\psi}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_e] \quad \begin{array}{c} \nu_\mu \rightarrow \quad \rightarrow \nu_\mu \\ e^- \rightarrow \quad \rightarrow e^- \end{array} \quad , \quad (2.10)$$

де приймають участь нейтральні струми. Але вони з'являються в Стандартній моделі де відповідні процеси обумовлені обміном Z бозоном. Перерізи таких процесів зовсім малі при невеликих енергіях: $\sigma \sim 10^{-41} - 10^{-44} \text{ см}^2$ ($10^{-17} - 10^{-20}$ барн)

$$\frac{1}{E_{\nu_\mu}} \sigma(\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-) = (1.45 \pm 0.26) \cdot 10^{-42} \text{ см}^2/\text{GeV}.$$

3. ЕЛЕКТРОСЛАБКІ ВЗАЄМОДІЇ.

В кінці 1960-их років Вайнбергом, Глешоу і Саламом була побудована єдина теорія електромагнітної і слабкої взаємодії. Відповідна лагранжева густина електрослабких взаємодій інваріантна відносно калібрувальної групи $SU_L(2) \times U_Y(1)$ і містить три доданки

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{kin} + \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{Yukawa}. \quad (3.1)$$

Кінетична частина

$$\mathcal{L}_{kin} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} + \bar{\psi}_L i\gamma^\mu D_\mu \psi_L + \bar{\psi}_R i\gamma^\mu D_\mu \psi_R \quad (3.2)$$

описує взаємодію калібрувальних полів A_μ^a і B_μ з ферміонами. Тензори напруженості мають вигляд

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g\varepsilon_{abc}A_\mu^b A_\nu^c, \quad a = 1, 2, 3, \quad (3.3)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (3.4)$$

В кіральному представленні, де матриця γ_5 діагональна

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

визначимо ліві і праві (двокомпонентні) ферміони

$$\psi_{L,R} = P_\mp \psi, \quad \bar{\psi}_{L,R} = \bar{\psi} P_\pm, \quad \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi_L = \psi_L, \quad (3.5)$$

де проектори мають властивості

$$P_\pm = \frac{1 \pm \gamma_5}{2}, \quad P_\pm^2 = P_\pm, \quad P_\pm P_\mp = 0, \quad P_+ + P_- = I. \quad (3.6)$$

Чотирьохкомпонентний ферміон складається з лівих і правих двокомпонентних ферміонів

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_R \\ \psi_L \end{pmatrix}.$$

Стандартна модель є кіральною теорією в тому сенсі, що ψ_L і ψ_R поводять себе по-різному по відношенню до калібрувальної групи $SU(2)$: всі ψ_L — дублети, в той час як ψ_R — синглети. Стандартний масовий доданок для

діраківського поля в термінах лівих і правих полів записується як

$$m\bar{\psi}\psi = m\bar{\psi}(P_+ + P_-)\psi = m\bar{\psi}(P_+^2 + P_-^2)\psi = m(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L). \quad (3.7)$$

Масовий доданок зв'язує ліві і праві поля, які по-різному перетворюються при перетвореннях із калібрувальної групи. Вони заборонені, тому що порушують $SU_L(2)$ симетрію, яка діє тільки на ліві ферміони. Також і масові доданки для A_μ^a і B_μ полів заборонені локальною $SU_L(2) \times U_Y(1)$ симетрією. Це означає, що всі ферміони були б безмасовими якби не спонтанне порушення калібрувальної $SU_L(2) \times U_Y(1)$ симетрії, яке реалізується в Стандартній моделі внаслідок того, що основний стан моделі характеризується ненульовим значенням середнього хіггсівського поля. Таке середнє є параметром порядку для $SU_L(2) \times U_Y(1)$ симетрії.

Коваріантна похідна діє на ліві і праві ферміони за правилом

$$D_\mu\psi_{L,R} = [\partial_\mu - ig t_{L,R}^a A_\mu^a - ig' Y_{L,R} B_\mu]\psi_{L,R}, \quad (3.8)$$

де генератори $SU(2)$ алгебри задовольняють

$$[t_{L,R}^a, t_{L,R}^b] = i\varepsilon_{abc}t_{L,R}^c,$$

а 2×2 матриці $Y_{L,R} \sim I$, тобто пропорційні одиничній матриці. Зауважимо, що для правих ферміонів завжди $t_R\psi_R = 0$, тобто вони взаємодіють лише з калібрувальним полем B_μ

$$D_\mu\psi_R = [\partial_\mu - ig' Y_R B_\mu]\psi_R. \quad (3.9)$$

Наступні два доданки описують взаємодію поля Хіггса з калібрувальними полями і ферміонами

$$\mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{Yukawa} = (D_\mu\Phi)^*(D^\mu\Phi) + \mu^2\Phi^*\Phi - \frac{\lambda}{2}(\Phi^*\Phi)^2 - g_Y(\bar{\psi}_L\Phi\psi_R + \bar{\psi}_R\Phi^\dagger\psi_L), \quad (3.10)$$

де потенціальна функція поля Хіггса $U(\Phi) = -\mu^2\Phi^*\Phi + \frac{\lambda}{2}(\Phi^*\Phi)^2$ вибрана у формі, яка призводить до спонтанного порушення симетрії $SU_L(2) \times U_Y(1)$ внаслідок від'ємного значення доданку $-\mu^2\Phi^*\Phi$. Звернемо увагу іще раз, що лагранжіан електрослабких взаємодій не містить масових доданків для векторних і ферміонних полів, вони заборонені $SU_L(2) \times U_Y(1)$ симетрією, і маси цих полів будуть виникати у подальшому за рахунок механізму спонтанного порушення симетрії.

3.1. Маси калібрувальних бозонів.

Розглянемо спочатку хіггсівський сектор моделі, якій призводить до мас калібрувальних бозонів і ферміонів. Скалярне поле належить до фундаментального представлення групи $SU(2)$,

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \Phi^\dagger \\ \Phi_0 \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

тобто є дублетом відносно $SU(2)$. Дія коваріантної похідної визначається наступним рівнянням

$$D_\mu \Phi = \left(\partial_\mu - igA_\mu^a \tau^a - \frac{i}{2} g' B_\mu \right) \Phi,$$

де коефіцієнт (надалі гіперзаряд) перед полем B_μ є рівним $1/2$ для хіггсівського поля, $\tau^a = \sigma^a/2$ — генератори групи $SU(2)$. Значення хіггсівського поля Φ , яке відповідає мінімуму потенціальної енергії поля, зручно вибрати без втрати загальності у формі де ненульовою і дійсною є нижня компонента хіггсівського дублета

$$\Phi_0 = \langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad v = \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}. \quad (3.12)$$

Маси векторних полів виникають з кінетичного доданку поля Φ , який для вакуумного значення Φ_0 приймає вигляд

$$\Delta \mathcal{L}_{mass} = \frac{1}{2} (0, v) \left(gA_\mu^a \tau^a + \frac{1}{2} g' B_\mu \right) \left(gA^{b\mu} \tau^b + \frac{1}{2} g' B^\mu \right) \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

Записуючи

$$gA_\mu^a \tau^a + \frac{g'}{2} B_\mu = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} gA_\mu^3 + g' B_\mu & g' A_\mu - igA_\mu^2 \\ g' A_\mu + igA_\mu^2 & -gA_\mu^3 + g' B_\mu \end{pmatrix}, \quad (3.14)$$

знаходимо квадратичну форму для полів A_μ^a і B_μ , яка містить три наступних доданка

$$\Delta \mathcal{L}_{mass} = \frac{v^2}{8} [g^2 (A_\mu^1)^2 + g^2 (A_\mu^2)^2 + (-gA_\mu^3 + g' B_\mu)^2]. \quad (3.15)$$

В матричному вигляді

$$\Delta\mathcal{L}_{mass} = \frac{v^2}{8} (A_\mu^1, A_\mu^2, A_\mu^3, B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g^2 & -gg' \\ 0 & 0 & -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu^1 \\ A_\mu^2 \\ A_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Масова матриця має власні значення $g^2, g^2, g^2 + g'^2, 0$, тобто три поля набувають маси, а одне залишається безмасовим. Визначимо поля

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 \mp iA_\mu^2).$$

Квадратична по A_μ^3 і B_μ форма діагоналізується за допомогою підстановок

$$Z_\mu^0 = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(gA_\mu^3 - g'B_\mu), \quad (3.17)$$

$$A_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(g'A_\mu^3 + gB_\mu). \quad (3.18)$$

Корисними є також обернені співвідношення

$$A_\mu^3 = \frac{gZ_\mu^0 + g'A_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (3.19)$$

$$B_\mu = \frac{gA_\mu - g'Z_\mu^0}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (3.20)$$

В термінах нових полів W_μ^\pm, Z_μ^0 і A_μ квадратична форма (3.15) запишеться

$$\Delta\mathcal{L}_{mass} = m_W^2 W_\mu^+ W_\mu^- + \frac{1}{2} m_Z^2 (Z_\mu^0)^2, \quad (3.21)$$

де маси W і Z -бозонів визначаються вакуумним середнім скалярного поля:

$$m_W = \frac{gv}{2}, \quad m_Z = \sqrt{g^2 + g'^2} \cdot \frac{v}{2}, \quad (3.22)$$

де $m_Z > m_W$. Поле A_μ залишається безмасовим і ототожнюється з електромагнітним полем. Таким чином, в Стандартній моделі має місце спонтанне порушення симетрії $SU_L(2) \times U_Y(1) \rightarrow U_{em}(1)$.

Зручно використовувати далі саме поля $W_\mu^\pm, Z_\mu^0, A_\mu$, які є власними станами масової матриці. Коваріантна похідна, що діє на ферміони, в термінах

цих полів запишеться як

$$D_\mu = \partial_\mu - i\frac{g}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ t^+ + W_\mu^- t^-) - i\frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}Z_\mu^0(g^2 t_3 - g'^2 Y) - i\frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}A_\mu(t_3 + Y), \quad (3.23)$$

де $t^\pm = t_1 \pm it_2$. В спіновому представленні групи $SU(2)$

$$t^\pm = \frac{1}{2}(\sigma_1 \pm i\sigma_2) = \sigma^\pm, \quad t^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad t^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ми також використали зв'язок початкових полів A_μ^a і B_μ з фізичними полями W_μ^\pm, Z_μ^0 і A_μ :

$$A_\mu^1 = \frac{W_\mu^+ + W_\mu^-}{\sqrt{2}}, \quad A_\mu^2 = i\frac{W_\mu^+ - W_\mu^-}{\sqrt{2}}, \quad A_\mu^3 = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(gZ_\mu^0 + g'A_\mu), \quad B_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(gA_\mu - g'Z_\mu^0). \quad (3.24)$$

Доданок, пропорційний $A_\mu(t_3 + Y)$ явно вказує на те, що безмасовий калібрувальний бозон A_μ відповідає саме генератору $t_3 + Y$, який породжує калібрувальне перетворення скалярного поля

$$\Phi \rightarrow e^{i\alpha t_3} e^{i\alpha/2} \Phi, \quad (3.25)$$

де гіперзаряд скалярного поля вибраний $Y = 1/2$, гіперзаряди інших полів будуть визначені нижче. Ототожним електричний заряд як

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (3.26)$$

а генератор електричного заряду

$$Q = t_3 + Y, \quad t_3 = \frac{\tau_3}{2}. \quad (3.27)$$

Ліві поля лептонів і кварків вибираються належними до фундаментального

(дублетного) представлення $SU(2)_L$:

$$L_e = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad L_\mu = \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \quad L_\tau = \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \quad (3.28)$$

$$Q_L^1 = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad Q_L^2 = \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \quad Q_L^3 = \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L. \quad (3.29)$$

Як ми відзначали раніше, для правих полів $t_3\psi_R = 0$, тобто праві поля

$$e_R, \mu_R, \tau_R, u_R, d_R, c_R, s_R, t_R, b_R$$

є синглетами відносно $SU(2)_L$.

Правильне значення електричного заряду для лівих лептонів e_L, μ_L, τ_L випливає, якщо покласти $Y = -1/2$:

$$Qe_L = (\tau_3/2 - 1/2)e_L = -e_L.$$

В той же час для лівих кварків необхідно взяти $Y = \frac{1}{6}$, щоб отримати правильні заряди:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{2} + \frac{1}{6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 \\ -1/3 \end{pmatrix}. \quad (3.30)$$

Для правих полів необхідно покласти

$$Ye_R^- = -1 \cdot e_R^-, \quad (3.31)$$

тобто $Y = -1$, так як заряд в цьому випадку співпадає з гіперзарядом. Аналогічно, $Y = \frac{2}{3}$ для правих u_R, c_R, t_R і $Y = -\frac{1}{3}$ для d_R, s_R, b_R . Легко бачити, що нейтрино є нейтральними ($Q = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$). До недавнього часу вважалося, що поля правих нейтрино відсутні, тому в Стандартній моделі їх немає.

Відзначимо також важливий факт, що сума зарядів для кожної сім'ї (кварки + лептони) дорівнює нулю:

$$\sum_{\text{дублети}} Q = 0, \quad \sum_{\text{синглети}} Q = 0. \quad (3.32)$$

Цей факт грає важливу роль для скорочення калібрувальних аномалій, присутність яких зробило б теорію неперенормовною.

Зручно ввести кут слабого змішування θ_W , відомий як кут Вайнберга,

записавши (3.17) і (3.18) у вигляді

$$\begin{pmatrix} Z^0 \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^3 \\ B \end{pmatrix}, \quad (3.33)$$

де

$$\cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (3.34)$$

тоді електричний заряд

$$e = g \sin \theta_W. \quad (3.35)$$

Записуючи,

$$g^2 t_3 - g'^2 Y = (g^2 + g'^2) t_3 - g'^2 Q, \quad Q = t_3 + Y, \quad (3.36)$$

для коваріантної похідної маємо

$$D_\mu = \partial_\mu - i \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ t^+ + W_\mu^- t^-) - i \frac{g}{\cos \theta_W} Z_\mu^0 (t_3 - \sin^2 \theta_W Q) - ie A_\mu Q. \quad (3.37)$$

Таким чином, константи взаємодії g і g' виражаються через вимірювані величини: заряд електрона і кут змішування. Маса масивних бозонів зв'язані співвідношенням

$$m_W = m_Z \cos \theta_W, \quad (3.38)$$

тобто Z -бозон важче W -бозона. Експериментально кут Вайнберга дорівнює

$$\sin^2 \theta_W = 0.22306 \pm 0.00031, \quad (3.39)$$

і маси векторних бозонів

$$M_Z = 91.1876 \pm 0.0021 \text{ GeV}, \quad M_W = 80.398 \pm 0.025 \text{ GeV}, \quad (3.40)$$

звідки знаходимо вакуумне середнє

$$v \simeq 246 \text{ GeV}. \quad (3.41)$$

Важливою характеристикою є так званий ρ -параметр

$$\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} = 1 + \mathcal{O}(\alpha). \quad (3.42)$$

Його значення перевірено на експерименті з точністю краще 1%, тобто до рівня однопетльових радіаційних поправок.

Маси заряджених лептонів і кварків станом на 2020 рік (Particle Data — <http://pdg.lbl.gov>) наведені в наступній таблиці

Частинка	Маса (MeV)
e	$0.5109989461 \pm 0.0000000031$
μ	$105.6583745 \pm 0.0000024$
τ	1776.86 ± 0.12
u	$2.16^{+0.49}_{-0.26}$
d	$4.67^{+0.48}_{-0.17}$
s	93^{+11}_{-5}
c	1270 ± 20
b	4180^{+30}_{-20}
t	172760 ± 300

Всі кварки і лептони групуються в три сім'ї:

$$\begin{aligned}
 Q_L &= \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_{+1/6}^L \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_{+1/6}^L \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_{+1/6}^L \\
 E_L &= \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_{-1/2}^L \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_{-1/2}^L \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_{-1/2}^L \\
 &\quad u_{2/3}^R \quad c_{2/3}^R \quad t_{2/3}^R \\
 &\quad d_{-1/3}^R \quad s_{-1/3}^R \quad b_{-1/3}^R \\
 &\quad e_{-1}^R \quad \mu_{-1}^R \quad \tau_{-1}^R,
 \end{aligned}$$

де нижній індекс позначає гіперзаряд частинок. В цьому списку немає правих нейтрино ν_e^R , ν_μ^R , ν_τ^R . Вони поки що експериментально не спостерігались, хоча вони ймовірно необхідні для опису мас у нейтрино. Інша можливість забезпечити ненульові маси нейтрино це присутність так званої майоранівської маси для чисто лівих нейтрино.

Для однієї сім'ї кінетична частина в лагранжіані для ферміонів запишеться

$$\mathcal{L}_f = \bar{E}_L i \gamma^\mu D_\mu E_L + \bar{e}_R i \hat{D} e_R + \bar{Q}_L i \hat{D} Q_L + \bar{u}_R i \hat{D} u_R + \bar{d}_R i \hat{D} d_R. \quad (3.43)$$

При цьому в коваріантній похідній підставляються відповідні значення гі-

перзаряда Y , наприклад

$$\bar{E}_L i \hat{D} E_L = \bar{E}_L i \gamma^\mu (\partial_\mu - ig A_\mu^a t^a + i \frac{1}{2} g' B_\mu) E_L, \quad (3.44)$$

$$\bar{Q}_L i \hat{D} Q_L = \bar{Q}_L i \gamma^\mu (\partial_\mu - ig A_\mu^a t^a - i \frac{1}{6} g' B_\mu) Q_L. \quad (3.45)$$

Перепишемо \mathcal{L}_f , використовувачи власні стани векторних бозонів, тобто поля W_μ^\pm , Z_μ^0 , A_μ . Маємо

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_f = & \bar{E}_L i \hat{\partial} E_L + \bar{e}_R i \hat{\partial} e_R + \bar{Q}_L i \hat{\partial} Q_L + \bar{u}_R i \hat{\partial} u_R + \bar{d}_R i \hat{\partial} d_R \\ & + g(W_\mu^+ J_W^{\mu+} + W_\mu^- J_W^{\mu-} + Z_\mu^0 J_Z^\mu) + e A_\mu J_{em}^\mu, \end{aligned} \quad (3.46)$$

де струми задаються виразами:

$$J_W^{\mu+} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L + \bar{u}_L \gamma^\mu d_L) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\bar{\nu} \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} e + \bar{u} \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} d \right], \quad (3.47)$$

$$J_W^{\mu-} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L + \bar{d}_L \gamma^\mu u_L), \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned} J_Z^\mu = & \frac{1}{\cos \theta_W} \left[\bar{\nu}_L \gamma^\mu \left(\frac{1}{2} \right) \nu_L + \bar{e}_L \gamma^\mu \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) e_L + \bar{e}_R \gamma^\mu (\sin^2 \theta_W) e_R \right. \\ & + \bar{u}_L \gamma^\mu \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) u_L + \bar{u}_R \gamma^\mu \left(-\frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) u_R \\ & \left. + \bar{d}_L \gamma^\mu \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) d_L + \bar{d}_R \gamma^\mu \left(\frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) d_R \right], \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$J_{em}^\mu = \bar{e} \gamma^\mu (-1) e + \bar{u} \gamma^\mu \left(\frac{2}{3} \right) u + \bar{d} \gamma^\mu \left(-\frac{1}{3} \right) d. \quad (3.50)$$

Струм J_{em}^μ , який описує взаємодію заряджених частинок з фотоном, дійсно співпадає зі звичайним електромагнітним струмом.

3.2. Масові доданки ферміонів.

Розглянемо тепер взаємодію скалярного поля з ферміонами, яка задається в лагранжіані доданком

$$\Delta \mathcal{L}_e = -g_e (\bar{E}_L \Phi e_R + \bar{e}_R \Phi^\dagger E_L), \quad (3.51)$$

де g_e – константа взаємодії. Це взаємодія того ж типу, що була запропонована Юкавою для опису взаємодії нуклонів з піонами. Вираз (3.51) очевидно є інваріантним відносно групи $SU_L(2)$ оскільки маємо скалярний добуток комплексних дублетів: відбувається сумування по індексам $SU(2)$ групи ($\bar{E}_L \Phi \equiv \bar{E}_{Li} \Phi_i$). Гіперзаряд хіггсівського дублета $Y = 1/2$. Видно, що гіперзаряд $\Delta \mathcal{L}_e$ дорівнює нулю.

При спонтанному порушенні симетрії ферміони набувають масу діраківського типу

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \Rightarrow \Delta \mathcal{L}_e = -\frac{g_e v}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) = -\frac{g_e v}{\sqrt{2}} \bar{e} e. \quad (3.52)$$

Обидва поля e_L і e_R приймають участь у формуванні маси. Маса електрона визначається вакуумним середнім v ,

$$m_e = \frac{g_e v}{\sqrt{2}}. \quad (3.53)$$

З експериментально визначеного відношення мас $\frac{m_e}{m_W} \sim 6 \cdot 10^{-6}$ випливає, що константа g_e повинна бути малою.

Аналогічно, для кварків взаємодія з хіггівським полем також є юкавівського типу

$$\Delta \mathcal{L}_q = -g_d \bar{Q}_L \Phi d_R - g_u \varepsilon^{ab} \bar{Q}_{La} \Phi_b^\dagger u_R + \text{h.c.} \quad (3.54)$$

Підставляючи вакуумне середнє поля Φ отримуємо масовий доданок для d - і u -кварків

$$\Delta \mathcal{L}_q = -\frac{g_d v}{\sqrt{2}} \bar{d}_L d_R - \frac{g_u v}{\sqrt{2}} \bar{u}_L u_R + \text{h.c.}, \quad (3.55)$$

тобто кварки набувають мас

$$m_d = \frac{g_d v}{\sqrt{2}}, \quad m_u = \frac{g_u v}{\sqrt{2}}. \quad (3.56)$$

Аналогічно здобувають масу c , s , t і b кварки другого і третього поколінь. Експериментально спостерігаються осциляції ароматів нейтрино, що свідчить про те, що нейтрино мають ненульову масу. Якщо ми хочемо, щоб у нейтрино була маса, то можна було б ввести праве нейтрино ν_R , у якого нульові заряди відносно $SU_L(2) \times U_Y(1)$. Взаємодію із хіггівським полем можна записати як

$$\Delta \mathcal{L}_\nu = -\lambda_\nu \varepsilon^{ab} \bar{E}_{La} \Phi_b^\dagger \nu_R + \text{h.c.} \quad (3.57)$$

Для ненульового вакуумного середнього у поля Φ це приводить до діраківської маси у нейтрино. Мізерно мала маса у нейтрино можливо свідчить про відсутність ν_R в природі, і механізм генерації маси у нейтрино повинен бути відмінний від (2.3).

З одних лівих нейтрино також можна побудувати масовий доданок

$$\Delta\mathcal{L}_\nu = -m_\nu \left(\epsilon_{\alpha\beta} \nu_L^\alpha \nu_L^\beta + h.c \right). \quad (3.58)$$

Це так звана майоранівська маса, вона порушує збереження лептонного квантового числа. Питання якої природи діраківської, майоранівської або можливо навіть змішаної є маса нейтрино дуже активно досліджується.

Огляд механізмів генерації мас нейтрино можна знайти у роботі [23].

3.3. Квантові числа всіх полів в Стандартній моделі.

Поля, які приймають участь в сильних і електрослабких взаємодіях, їх заряди відносно калібрувальних груп $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ та баріонне і лептонне числа показані в таблиці.

частинка	$SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$	Баріонне число	Лептонне число
G_μ^a (глюони)	$(8, 1, 0)$	0	0
A_μ^a	$(1, 3, 0)$	0	0
B_μ	$(1, 1, 0)$	0	0
$q_L^i = \begin{pmatrix} u_L^i \\ d_L^i \end{pmatrix}$	$(3, 2, 1/6)$	1/3	0
$q_R^i = \begin{pmatrix} u_R^i \\ d_R^i \end{pmatrix}$	$(3, 1, \begin{smallmatrix} 2/3 \\ -1/3 \end{smallmatrix})$	1/3	0
$e_L^i = \begin{pmatrix} \nu_L^i \\ e_L^i \end{pmatrix}$	$(1, 2, -1/2)$	0	1
$e_R^i = \begin{pmatrix} \nu_R^i \\ e_R^i \end{pmatrix}$	$(1, 1, \begin{smallmatrix} 0 \\ -1 \end{smallmatrix})$	0	1
Φ	$(1, 2, 1/2)$	0	0

При енергіях малих в порівнянні з масами W - і Z -бозонів і для діаграм типу зображених на Рис.1 теорія електрослабких взаємодій фактично еквівалентна теорії Фермі. При малих енергіях ми можемо знехтувати p^2 в порівнянні з M_W^2 і M_Z^2 в знаменниках пропагаторів векторних бозонів, і

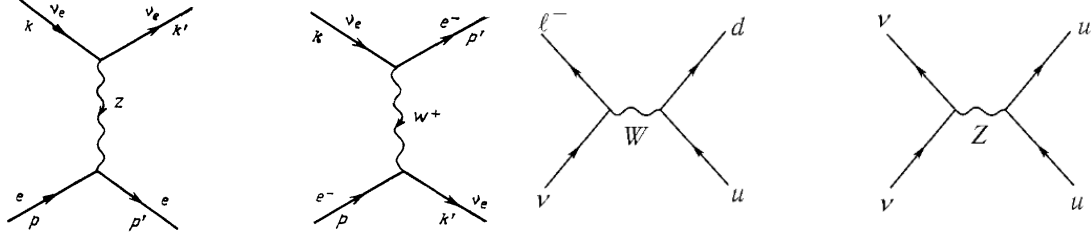


Рис. 1. Приклади процесів за рахунок обміну W - і Z -бозонами.

пропагатори стають незалежними від імпульсів

$$\langle W_\mu^+(p) W_\nu^(-p) \rangle = \frac{g_{\mu\nu}}{i(p^2 - m_W^2)} \approx \frac{ig_{\mu\nu}}{m_W^2}, \quad (3.59)$$

$$\langle Z_\mu(p) Z_\nu(-p) \rangle = \frac{g_{\mu\nu}}{i(p^2 - m_Z^2)} \approx \frac{ig_{\mu\nu}}{m_Z^2}. \quad (3.60)$$

Процеси з обміном векторних бозонів на Рис.1 стають локальними, які описуються взаємодією струм-струм в теорії Фермі:

$$\Delta\mathcal{L}_W = \frac{g^2}{m_W^2} J_W^{\mu-} J_{\mu W}^+ = \frac{g^2}{2m_W^2} (\bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L + \bar{d}_L \gamma^\mu u_L) (\bar{\nu}_L \gamma_\mu e_L + \bar{u}_L \gamma_\mu d_L).$$

Коефіцієнт при взаємодії струмів можна ототожнити з постійною Фермі

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_W^2}, \quad G_F = 1.166 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}. \quad (3.61)$$

Аналогічно для процесів з обміном Z -бозонами

$$\Delta\mathcal{L}_Z = \frac{g^2}{2m_Z^2} J_{\mu Z} J_Z^\mu = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \left(\sum_f \bar{f} \gamma^\mu (t_3 - \sin^2 \theta_W Q) f \right)^2, \quad (3.62)$$

де підсумовування відбувається по всім лівим і правим ароматам. Цей лагранжіан описує процеси з нейтральними струмами. Як бачимо, маємо модифікацію теорії Фермі у тому, що дублет протона і нейтрона замінюється на дублет кварків

$$\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}.$$

Процес розпаду нейтрона

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

в сучасній теорії електрослабких взаємодій описується розпадом

$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$$

d кварка в u кварк, електрон і електронне антинейтрино.

3.4. Хіггсівський бозон.

Розглянемо тепер взаємодію хіггсівського бозона з іншими полями в лагранжіані електрослабких взаємодій. Параметризуємо комплексний хіггсівський дублет наступним чином

$$\Phi(x) = u(x) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}. \quad (3.63)$$

Так як на спіно́р діє довільна матриця $u(x)$ із $SU(2)$, то отримуємо найбільш загальний комплекснозначний двохкомпонентний спіно́р. Справді, маємо три дійсних поля як параметри в матриці $u(x)$ і дійсне поле $h(x)$. В унітарній калібровці можна позбавитися від $u(x)$, зробивши калібрувальне перетворення, і лагранжіан приймає вигляд

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu \Phi)^* D^\mu \Phi + \mu^2 \Phi^* \Phi - \frac{\lambda}{2} (\Phi^* \Phi)^2, \quad (3.64)$$

де тепер

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}. \quad (3.65)$$

Мінімум потенційної енергії буде при $\Phi^* \Phi = \mu^2/\lambda$, $h(x) = 0$. Виберемо

$$v = \sqrt{\frac{2\mu^2}{\lambda}}.$$

Потенційна енергія залежить тільки від поля $h(x)$:

$$V_{Higgs} = \frac{\lambda v^2 h^2}{2} + \frac{\lambda v h^3}{2} + \frac{\lambda h^4}{8} = \frac{1}{2} m_h^2 h^2 + \frac{\sqrt{\lambda}}{2} m_h h^3 + \frac{1}{8} \lambda h^4, \quad (3.66)$$

де

$$m_h = \sqrt{2\mu^2} = \sqrt{\lambda} v. \quad (3.67)$$

Поле $h(x)$ — хіггсівський бозон, його маса визначається перенормованою константою взаємодії λ .

З врахуванням кінетичного доданку в унітарній калібровці маємо

$$\mathcal{L}_{Higgs} = \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 + \left[m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu \right] \left(1 + \frac{h}{v} \right)^2. \quad (3.68)$$

Для ферміонів (кварків і лептонів) взаємодія Юкави запишеться

$$\mathcal{L}_f = -m_f \bar{f} f \left(1 + \frac{h}{v} \right). \quad (3.69)$$

Маємо наступні правила Фейнмана для вершин взаємодії хіггсівського бозона

$$\begin{aligned} \begin{array}{c} W^+ \\ \sim \\ \mu \\ \bullet \\ \sim \\ W^- \end{array} \text{---} &= 2i \frac{m_W^2}{v} g^{\mu\nu}, & \begin{array}{c} Z^0 \\ \sim \\ \bullet \\ \sim \\ Z^0 \end{array} \text{---} &= 2i \frac{m_Z^2}{v} g^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (3.70)$$

$$\begin{aligned} \begin{array}{c} \uparrow \\ \bullet \\ \downarrow \end{array} \text{---} &= -i \frac{m_f}{v}, & \begin{array}{c} \vdots \\ \bullet \\ \vdots \end{array} \text{---} &= -3i \sqrt{\lambda} m_h = -3i \frac{m_h^2}{v}, \end{aligned} \quad (3.71)$$

$$\begin{aligned} \begin{array}{c} h \quad h \\ \diagdown \quad \diagup \\ \bullet \\ \diagup \quad \diagdown \\ h \quad h \end{array} &= -3i \frac{m_h^2}{v^2}, & \begin{array}{c} h \quad W_\mu^+ \\ \diagdown \quad \diagup \\ \bullet \\ \diagup \quad \diagdown \\ h \quad W_\nu^- \end{array} &= 2i \frac{m_W^2}{v^2} g^{\mu\nu}, & \begin{array}{c} h \quad h \\ \diagdown \quad \diagup \\ \bullet \\ \diagup \quad \diagdown \\ h \quad h \end{array} &= 2i \frac{m_Z^2}{v^2} g^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (3.72)$$

Відзначимо, що константа взаємодії хіггсівського бозона з іншими частинками пропорційна масам цих частинок. Це означає, що частинки з найменшою масою, які легше всього створити, взаємодіють слабо з хіггсівським бозоном, тому хіггсівський бозон було важко детектувати. Він був відкритий у 2012 р., його маса $m_h = 125.10 \pm 0.14$ GeV.

До речі бозон Хігса є єдиною відомою фундаментальною скалярною елементарною частинкою. Наявність такої частинки призводить до появи квадратичних розбіжностей пов'язаних із масою хіггсівського бозона. Технічно це породжує проблему ієрархій в Стандартній моделі де відсутній природний механізм, який контролює радіаційні поправки і забезпечує невелику масу хіггсівського бозона, яка спостерігається експериментально.

3.5. “Змішування поколінь”. Матриця Кабіббо – Кобаясі – Маскави.

В Стандартній моделі існує таке цікаве явище як змішування поколінь. Безпосереднім наслідком цього є те, що баріонне B_i та лептонне L_i числа кожного i -го покоління не зберігаються. В Стандартній моделі зберігаються тільки повне баріонне $B = \sum_i B_i$ і лептонне $L = \sum_i L_i$ число (точніше навіть вони порушуються внаслідок квантових аномалій і тільки їх різниця $B - L$ зберігається). Маємо три покоління кварків

$$Q_L^i = \begin{pmatrix} u^i \\ d^i \end{pmatrix}_L = \left[\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \right], \quad Y = \frac{1}{6}, \quad (3.73)$$

$$u_R^i = (u_R, c_R, t_R), \quad Y = \frac{2}{3}; \quad d_R^i = (d_R, s_R, b_R), \quad Y = -\frac{1}{3}. \quad (3.74)$$

Сильна взаємодія всіх ароматів кварків є абсолютно однаковою. З точки зору слабких взаємодій обмін W калібрувальними бозонами переводить $u \leftrightarrow d$ та $\nu \leftrightarrow e$ у межах одного покоління. Але немає переходів між поколіннями. Хіггсівська взаємодія в загальному випадку перемішує покоління і призводить до реакцій із переходами кварків між поколіннями, інакше баріонне число у кожному поколінні зберігалось би.

Найбільш загальна хіггсівська взаємодія з кварками може бути записана у вигляді

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_q = & -\lambda_d^{ij} \bar{Q}_L^i \Phi d_R^j - \lambda_u^{ij} \varepsilon^{ab} \bar{Q}_{La}^i \Phi_b^\dagger u_R^j \\ & - \lambda_d^{*ij} \bar{d}_R^j \Phi^\dagger Q_L^i - \lambda_u^{*ij} \varepsilon^{ab} \bar{u}_R^j \Phi_b Q_L^i, \end{aligned} \quad (3.75)$$

де λ_d , λ_u — довільні комплекснозначні матриці. Дискретні симетрії P , C , T накладають на ці матриці деякі обмеження.

1. Симетрії P , C , T .

Розглянемо дискретні симетрії P , C , T та їх збереження в Стандартній моделі. Квантова хромодинаміка інваріантна відносно цих симетрій (якщо доданок $\theta F_{\mu\nu}^* F^{\mu\nu}$ відсутній в лагранжіані КХД). Як ми побачимо, слабкі взаємодії порушують P і C симетрії.

При перетвореннях парності і зарядового спряження ліві і праві ферміони перетворюються наступним чином

$$\psi_L \xrightarrow{P} \psi_R, \quad \psi_L \xrightarrow{C} \psi_L^C = C \bar{\psi}_R^T, \quad (3.76)$$

де ψ_L^C — зарядово спряжений спіно́р і $C = \gamma^2 \gamma^0$ — матриця зарядового спряження, яка має властивості

$$C^\dagger = C, \quad C^* = -C, \quad C^T = -C, \quad C^\dagger = C^{-1}, \quad C \gamma_\mu^T C^{-1} = -\gamma_\mu. \quad (3.77)$$

Зауважимо, що обидва поля ψ_L і ψ_L^C є лівими

$$\gamma_5 \psi_L = -\psi_L, \quad \gamma_5 \psi_L^C = \gamma_5 C \frac{1 - \gamma_5}{2} \bar{\psi} = -\psi_L^C.$$

Таким чином, операції P і C переводять частинки, які взаємодіють з $SU(2)$, в частинки, які не взаємодіють з $SU(2)$, тому ці симетрії порушені в теорії електрослабких взаємодій, яка є кіральною теорією. Відзначимо, що комбіноване перетворення CP ,

$$\psi_L \rightarrow P \psi_L^C \rightarrow \psi_R^C = C \bar{\psi}_L^T, \quad (3.78)$$

переводить $L \rightarrow L$, $R \rightarrow R$, тобто калібрувальна взаємодія зберігає CP інваріантність.

Розглянемо дію CP на доданки $\bar{Q}_L^i \Phi d_R^j$, які описують взаємодію хіггсівського бозона з кварками. Спочатку

$$CP : \quad \psi_L \rightarrow C \bar{\psi}_L^T, \quad \psi_R \rightarrow C \bar{\psi}_R^T, \quad (3.79)$$

$$\psi_L^\dagger \rightarrow (\bar{\psi}_L^\dagger)^T C^\dagger = (\gamma_0 \psi_L)^T C^\dagger = \psi_L^T \gamma_0^T C, \quad \bar{\psi}_L \rightarrow \psi_L^T \gamma_0^T C \gamma_0. \quad (3.80)$$

Тоді

$$\bar{Q}_L d_R \rightarrow Q_L^T \gamma_0^T C \gamma_0 C \bar{d}_R^T = -\bar{d}_R (\gamma_0^T C \gamma_0 C)^T Q_L = -\bar{d}_R C \gamma_0^T C \gamma_0 Q_L = \bar{d}_R Q_L.$$

Таким чином, CP перетворення діє наступним чином

$$\bar{Q}_L^i \Phi d_R^j \rightarrow \bar{d}_R^j \Phi^\dagger Q_L^i. \quad (3.81)$$

В той же час ермітове спряження того ж доданку дає

$$(\bar{Q}_L^i \Phi d_R^j)^\dagger = \bar{d}_R^j \Phi^\dagger Q_L^i, \quad (3.82)$$

тобто, операція CP еквівалентна заміні операторів на ермітово спряжені, але без зміни коефіцієнтів. Лагранжіан інваріантний відносно CP , якщо коефіцієнти задовольняють умові

$$\lambda_{ij} = \lambda_{ij}^*, \quad (3.83)$$

тобто дійсні. Але однак не має ніяких підстав це вимагати. Тому у загальному випадку, як ми побачимо нижче, а також як підтверджується експериментальними даними, взаємодія хіггсівського бозона з кварками призводить до порушення CP інваріантності, а також змішування поколінь у струмах пов'язаних із слабкою взаємодією.

2. Змішування поколінь.

Кожну з матриць λ можна діагоналізувати біунітарним перетворенням

$$V^{-1}\lambda W = \tilde{\lambda},$$

де матриці V, W — унітарні, а матриця $\tilde{\lambda}$ — діагональна (дійсна). Дійсно, застосуємо теорему про полярний розклад довільної матриці K

$$K = HU, \quad H^\dagger = H, \quad UU^\dagger = 1. \quad (3.84)$$

Ермітова матриця H може бути діагоналізована за допомогою унітарної матриці V ,

$$V^{-1}HV = \tilde{H}.$$

Тоді

$$K = V\tilde{H}V^{-1}U \Rightarrow V^{-1}KU^{-1}V = V^{-1}KW = \tilde{H}, \quad W = U^{-1}V = U^\dagger V. \quad (3.85)$$

Маємо

$$\lambda = V\tilde{\lambda}W^\dagger = V\tilde{\lambda}W^{-1}. \quad (3.86)$$

Зробимо заміну змінних

$$u_R^i \rightarrow W_u^{ij}u_R^j, \quad d_R^i \rightarrow W_d^{ij}d_R^j. \quad (3.87)$$

Так як u_R і d_R взаємодіють однаково із всіма калібрувальними полями, W_u і W_d взагалі випадають з теорії. Тобто

$$\sum_i (\bar{u}_R^i i \hat{D} u_R^i + \bar{d}_R^i i \hat{D} d_R^i) \rightarrow \sum_i (\bar{u}_R^i i \hat{D} u_R^i + \bar{d}_R^i i \hat{D} d_R^i). \quad (3.88)$$

Зробимо аналогічне перетворення для лівих полів

$$u_L^i \rightarrow V_u^{ij}u_L^j, \quad d_L^i \rightarrow V_d^{ij}d_L^j. \quad (3.89)$$

В унітарній калібровці, де в хіггсівській взаємодії виживають тільки доданки, які містять нижню компоненту хіггсівського поля, матриці V_u , V_d випадають, і лагранжіан \mathcal{L}_q стає:

$$\mathcal{L}_q = -m_d^i \bar{d}_L^i d_R^i \left(1 + \frac{h}{v}\right) - m_u^i \bar{u}_L^i u_R^i \left(1 + \frac{h}{v}\right) + \text{h.c.}, \quad (3.90)$$

де маси

$$m_u^i = \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{\lambda}_u^{ii} v, \quad m_d^i = \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{\lambda}_d^{ii} v. \quad (3.91)$$

Таким чином, ми перейшли до базису таких кваркових полів, які є власними масовими станами. Відзначимо, що \mathcal{L}_q зберігає P , C , T .

У сильних взаємодіях, які описуються квантовою хромодинамікою, матриці V_u , V_d також випадають. Але так як u_L і d_L перемішуються слабкими взаємодіями, необхідно окремо розглянути цей сектор. В чисто кінетичних доданках вони також випадають. Також вони випадають із електромагнітного струму, наприклад,

$$\bar{u}_L^i \gamma^\mu u_L^i \rightarrow \bar{u}_L^i V_u^{\dagger ij} \gamma^\mu V_u^{jk} u_L^k = \bar{u}_L^i \gamma^\mu u_L^i. \quad (3.92)$$

Аналогічно, вони відсутні у нейтральних струмах.

3. Матриця Кабіббо-Кобаясі-Маскави.

Розглянемо, однак, заряджений струм

$$J_\mu^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_L^i \gamma^\mu d_L^i \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_L^i \gamma^\mu (V_u^\dagger V_d)^{ij} d_L^j, \quad (3.93)$$

який зв'язує три кварка u_L^i з унітарно перетвореним кварковим триплетом d_L^j . Відповідна унітарна матриця відома як матриця Кабіббо – Кобаясі – Маскави (ККМ):

$$V = V_u^\dagger V_d. \quad (3.94)$$

Для кращого розуміння фізичного змісту матриці ККМ розглянемо спочатку випадок 2×2 унітарної матриці. Її можна записати в загальному вигляді наступним чином

$$V = \begin{pmatrix} \cos \theta_c e^{i\alpha} & \sin \theta_c e^{i\beta} \\ -\sin \theta_c e^{i(\alpha+\gamma)} & \cos \theta_c e^{i(\beta+\gamma)} \end{pmatrix}. \quad (3.95)$$

Матриця має 4 параметра: 1 кут обертання і 3 фази. Можна ліквідувати ці фази, виконуючи заміни змінних кваркових полів

$$q_L^j \rightarrow e^{i\alpha_j} q_L^j. \quad (3.96)$$

Фазове перетворення, загальне для всіх полів, випадає із виразу для струму

$$J^{\mu+} = \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_L^i \gamma^\mu V^{ij} d_L^j, \quad (3.97)$$

і 3 перетворення, що залишаються, дозволяють усунути фази α , β , γ .

$$V = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix}. \quad (3.98)$$

Таким чином, заряджений струм приймає вигляд

$$J^{\mu+} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\cos \theta_c \bar{u}_L \gamma^\mu d_L + \sin \theta_c \bar{u}_L \gamma^\mu s_L - \sin \theta_c \bar{c}_L \gamma^\mu d_L + \cos \theta_c \bar{c}_L \gamma^\mu s_L]. \quad (3.99)$$

Кут θ_c був введений Кабіббо в 1963 р. для пояснення експериментальних результатів, його експериментальне значення $\sin \theta_c \simeq 0.22$. Оскільки матриця V дійсна, то в теорії з двома поколіннями кварків немає порушення CP симетрії.

Розглянемо тепер загальний випадок n поколінь. Тоді V є $n \times n$ унітарною матрицею, яка визначається n^2 дійсними параметрами. З них $2n - 1$ фаз можна усунути фазовими перетвореннями кваркових полів. Тоді залишається $n^2 - (2n - 1) = (n - 1)^2$ параметрів. Далі число незалежних кутів обертань в n -вимірному просторі дорівнює $n(n - 1)/2 = n_\theta$. В результаті в загальному випадку n поколінь матриця V має $n_\theta = n(n - 1)/2$ кутів обертань і $n_\delta = (n - 1)^2 - n(n - 1)/2 = \frac{1}{2}(n - 1)(n - 2)$ фаз. У випадку трьох поколінь, який реалізується в Стандартній моделі, маємо наступні значення

$$n = 3, \quad n_\theta = 3, \quad n_\delta = 1,$$

тобто матриця Кабіббо-Кобаясі-Маскави (ККМ) має одну фазу. Таким чином, для 3-х і більше поколінь можливе CP -порушення або еквівалентне порушення інваріантності відносно обернення часу T внаслідок CPT інваріантності. Експериментально порушення T симетрії спостерігалось в розпадах нейтральних каонів.

Параметризація матриці Кабіббо-Кобаясі-Маскави, яка широко застосо-

ується, є наступною

$$V = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & -s_1 s_3 \\ s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix} \quad (3.100)$$

де

$$c_i = \cos \theta_i, \quad s_i = \sin \theta_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

На сьогоднішній день для модулів елементів матриці M експериментально визначено наступні чисельні значення

$$|V| = \begin{pmatrix} 0.97401 \pm 0.00011 & 0.22650 \pm 0.00048 & 0.00361^{+0.00011}_{-0.00009} \\ 0.22636 \pm 0.00048 & 0.97320 \pm 0.00011 & 0.04053^{+0.00083}_{-0.00061} \\ 0.00854^{+0.00023}_{-0.00016} & 0.03978^{+0.00082}_{-0.00060} & 0.998182^{+0.000024}_{-0.000035} \end{pmatrix} \quad (3.101)$$

Ще одна широко вживана форма ККМ матриці отримується наступним чином. Використаємо наступні три матриці обертань і фазову матрицю

$$\begin{aligned} U_{12} &= \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad U_{13} = \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13} & 0 & c_{13} \end{pmatrix}, \\ U_{23} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix}, \quad U_\delta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\delta} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.102)$$

де $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$, $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$. Тоді матриця Кабіббо-Кобаясі-Маскави параметризується наступним чином

$$V = U_{13} U_\delta^\dagger U_{12} U_{23} U_{13} = \begin{pmatrix} c_{12} c_{13} & c_{13} s_{12} & e^{-i\delta} s_{13} \\ -c_{23} s_{12} - c_{12} s_{13} s_{23} e^{i\delta} & c_{12} c_{23} - s_{12} s_{13} s_{23} e^{i\delta} & c_{13} s_{23} \\ -c_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta} + s_{12} s_{23} & -c_{23} s_{12} s_{13} e^{i\delta} - c_{12} s_{23} & c_{13} c_{23} \end{pmatrix}. \quad (3.103)$$

Фаза δ знаходиться із вимірювання величини

$$\text{Im}[V_{ud} V_{td}^* V_{tb} V_{ub}^*] = c_{12} s_{12} c_{13}^2 s_{13} s_{23} c_{23} \sin \delta. \quad (3.104)$$

Експериментальне значення фази δ є наступним $\delta_{exp} = 0.0001$ і свідчить про малість порушення CP симетрії. Унітарність матриці V призводить до

рівняння $VV^\dagger = 1$. В результаті маємо

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1, \quad (3.105)$$

$$|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1, \quad (3.106)$$

$$|V_{ud}|^2 + |V_{cd}|^2 + |V_{td}|^2 = 1. \quad (3.107)$$

Використовуючи експериментально знайдені значення для матричних елементів, маємо тест на унітарність:

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 0.9985 \pm 0.0005, \quad (3.108)$$

$$|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1.025 \pm 0.022, \quad (3.109)$$

$$|V_{ud}|^2 + |V_{cd}|^2 + |V_{td}|^2 = 0.9970 \pm 0.0018, \quad (3.110)$$

який, як ми бачимо, виконується в межах експериментальних похибок. Ймовірність переходу кварк в кварк, $q \rightarrow q'$, пропорційна $|V_{qq'}|^2$. Матричні елементи $V_{ub}, V_{cb}, V_{tb}, V_{ts}$, які пов'язують третю сім'ю з першими двома, дуже малі. Якщо позначити $\lambda = |V_{us}| = 0.2265$, то зв'язок між другою і третьою сім'ями пропорційний $\sim \lambda^2$, а між першою і третьою сім'ями пропорційний $\sim \lambda^3$. Це легко бачити в ще одній параметризації (параметризація Волфенштейна), яка також використовується в літературі і має наступний вигляд

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0.3\lambda^3 \\ -\lambda & 1 & 0.8\lambda^2 \\ 0.6\lambda^3 & -0.8\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.111)$$

де маємо наступні значення $\lambda = 0.22$, $A = 0.82$, $\rho = 0.13$, $\eta = 0.345$. Ця ієрархія параметрів в матриці Кабіббо-Кобаясі-Маскави поки що немає теоретичного пояснення.

Схожа ситуація із змішуванням кварків різних поколінь для заряджених слабких струмів має місце для нейтрино. Експериментально про наявність такого змішування і ненульової маси нейтрино свідчать дані нейтринних осциляцій. Дійсно якщо три типи нейтрино мають маси, то аналогічно матриці Кабіббо-Кобаясі-Маскави для кварків, може існувати унітарна матриця, яка зв'язує базис нейтрино слабких взаємодій з масовим базисом нейтрино. Така матриця відома в літературі як матриця Понтекорво-Макі-Нагакави-Сакати (ПМНС матриця). Для трьох поколінь лептонів матриця

записується в наступному вигляді:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}, \quad (3.112)$$

де зліва наведені поля нейтрино, які беруть участь в слабкій взаємодії, а праворуч поля нейтрино, які отримують масу після діагоналізації масової матриці нейтрино (механізм появи маси у нейтрино поки не відомий). ПМНС-матриця містить амплітуди ймовірності переходів нейтрино з власним масовим станом в нейтрино з даним ароматом, які пропорційні $|U_{\alpha i}|^2$. Очевидно, що нейтрино з різною масою розповсюджуються з різними швидкостями. Тому хоча потік нейтрино, який складався напочатку з одного типу нейтрино відносно слабкої взаємодії, внаслідок інтерференції доданків з нейтрино різних мас може змінитися і експериментально може бути задетектоване нейтрино іншого покоління. Нейтринні осциляції спостерігались в астрофізичних спостереженнях сонячних і атмосферних нейтрино, а також в експериментах з реакторними нейтрино і нейтринними пучками згенерованими на прискорювачах.

3.6. Нейтральні реакції із зміною ароматів.

Поки що ми сконцентрувались на розгляді процесів пов'язаних із зарядженими слабкими взаємодіями в загальному випадку, а у цьому параграфі зосередимо нашу увагу на нейтральних процесах, в яких має місце зміна аромата. Експериментально добре відомо, що такі процеси є сильно подавленими. Наприклад, відношення ширини розпаду $K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ до ширини розпаду $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ експериментально є наступним,

$$K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^- / K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu = 10^{-8}, \quad (3.113)$$

де кварковий склад K – мезонів характеризується присутністю дивного s або анти- s кварків

$$K^0 = |d\bar{s}\rangle, \bar{K}^0 = |\bar{d}s\rangle, K^+ = |u\bar{s}\rangle, K^- = |\bar{u}s\rangle, m_{K^0} = 497.611 \pm 0.013 \text{ MeV}.$$

Сильне подавлення процесів зі зміною аромата знаходить природне пояснення в Стандартній моделі: на рівні лагранжіана тільки заряджені струми змінюють аромат, а нейтральні ні. Відзначимо, що нейтральні частинки K^0

і \bar{K}^0 є різними частинками внаслідок різного кваркового складу. Перетворення CP переводить частинку K^0 в \bar{K}^0 і навпаки, тобто ці частинки не є власними станами CP симетрії. Розпад $K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ може мати місце на рівні однопетльового процесу, але не на деревинному рівні (ліва панель на Рис.2), що обумовлює його малість в порівнянні з деревинними процесами. Розпад $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ описується деревинною діаграмою в порядку e^2 через обмін віртуальними проміжними W^- бозонами.

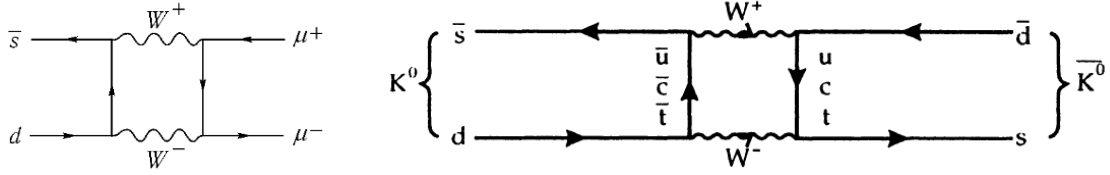


Рис. 2. Розпад K^0 мезона і осциляції $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$.

Аналогічно, осциляції $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ можливі на рівні однопетльової діаграми і з урахуванням змішування поколінь (права панель на Рис.2). Таким чином, на рівні петльових діаграм виникають процеси, які змінюють аромати кварків. Фаза ККМ також входить тільки через петльові поправки, тому порушення CP -інваріантності в електрослабких процесах очікується вкрай малим.

В КХД стани K^0 , \bar{K}^0 вироджені по масі. Однак, слабкі взаємодії (дивись праву панель на Рис.2), завдяки процесу взаємного перетворення $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$, тобто осциляцій частинка-античастинка, призводять в масовій матриці до доданку, який змішує K^0 і \bar{K}^0

$$\mu_{K_0 \bar{K}_0}^2 K_0 \bar{K}^0. \quad (3.114)$$

Цей доданок призводить до розщеплення масових станів. Дійсно, якщо CP симетрія не порушена, тоді стани

$$K_S^0 = \frac{K^0 + \bar{K}^0}{\sqrt{2}}, \quad K_L^0 = \frac{K^0 - \bar{K}^0}{\sqrt{2}} \quad (3.115)$$

є власними станами операторів CP -перетворення,

$$CP K_S^0 = +K_S^0, \quad CP K_L^0 = -K_L^0, \quad (3.116)$$

оскільки при такому перетворенні $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$. Завдяки наявності в масовій матриці K^0 , \bar{K}^0 – мезонів доданку (3.114) стани K_S^0 , K_L^0 мають різні

маси. Короткоживучий (short-lived) K_S^0 -мезон за рахунок тільки сильних взаємодій розпадається на два π мезони: $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, або $K_S^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$, а довгоживучий (long-lived) K_L^0 -мезон на три π мезони: $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$, або $K_L^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$.

В слабких взаємодіях з'являється тим не менш розпад K_S^0 -мезона на три π мезони, $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$, чия ширина становить $\sim 3 \cdot 10^{-7}$ відсотки від повної ширини розпаду, звідси порушуючи CP інваріантність. Експериментально цей факт був встановлений Кронінім та Фітчем у 1964 році. Внаслідок CPT теореми це означає, що порушується T інваріантність відносно обернення часу. В Стандартній моделі за порушення T симетрії відповідальна ненульова фаза в матриці Кабіббо-Кобаясі-Маскави. Часи життя мезонів: $K_S^0 \sim 0.9 \cdot 10^{-10}$ сек., $K_L^0 \sim 5 \cdot 10^{-8}$ сек.

Процеси з порушенням CP інваріантності мають місце і для B^- мезонів, які мають наступний кварковий склад

$$B^0 = |d\bar{b}\rangle, \bar{B}^0 = |\bar{d}b\rangle, B^+ = |u\bar{b}\rangle, B^- = |\bar{u}b\rangle, m_{B_0} = 5279.63 \pm 0.20 \text{ MeV}.$$

Для B^- мезонів також має місце процес змішування $B^0 \leftrightarrow \bar{B}^0$ аналогічний змішуванню K^0 і \bar{K}^0 мезонів. Порушення CP симетрії спостерігалось в системі $B^0 - \bar{B}^0$ експериментами BaBar і Belle у 2001 році.

При енергіях і імпульсах менших за масу W -мезона, пропагатор W -мезона редукується до константи $\sim 1/M_W^2$, і діаграму на правій панелі Рис.2 можна фактично рахувати як в теорії Фермі із взаємодією

$$\mathcal{L} = G_2 \bar{s} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) d \bar{d} \gamma^\mu (1 + \gamma_5) s, \quad (3.117)$$

де обчислення петльової діаграми дає (внеском дуже масивного t -кварка нехтуємо)

$$G_2 = \frac{G_F^2}{16\pi^2} (m_c - m_u)^2 \sin^2 \theta_c \cos^2 \theta_c \rightarrow \mu_{K^0 \bar{K}^0}^2.$$

G_2 фактично визначає елемент $\mu_{K^0 \bar{K}^0}^2$ в масовій матриці K^0 і \bar{K}^0 мезонів,

$$M_K^2 = \begin{pmatrix} \mu_{K^0}^2 & \mu_{K^0 \bar{K}^0}^2 \\ \mu_{K^0 \bar{K}^0}^2 & \mu_{\bar{K}^0}^2 \end{pmatrix}, \quad (3.118)$$

що дозволяє визначити (після діагоналізації) розщеплення мас K_L^0 і K_S^0 мезонів

$$\Delta M = M_L - M_S \simeq \frac{4m_c^2 \cos^2 \theta_c}{3\pi m_\mu^2} \Gamma(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu), \quad (3.119)$$

де $\Gamma(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)$ – ширина розпаду. В останній формулі ми знехтували масою u -кварка у порівнянні з масою c -кварка. Фактично, з цієї формули, знаючи маси K_L^0 і K_S^0 мезонів, масу мюона і кут Кабіббо з експерименту, знаходять масу чарівного кварка, яка дорівнює $m_c \simeq 1 \text{ GeV}$. Таке передбачення маси чарівного кварка було зроблено в роботі Гайллард та Лі. Відзначимо, що чарівний кварк був експериментально відкритий у тому ж році коли з'явилась робота Гайлларда і Лі.

Перехід $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$, відомий також в літературі як осциляції нейтральних каонів, підтверджується експериментальними даними і можливий тільки при умові, що маси однаково заряджених кварків різні. Це справедливо і для більш загального твердження: *Ефекти нейтральних процесів із зміною ароматів можливі тільки при умові відсутності масового виродження кварків одного заряду.*

3.7. Правила Фейнмана для калібрувальної теорії електрослабких взаємодій.

Практичні обчислення діаграм Фейнмана зручно здійснювати в калібрувці R_ξ розглянутій раніше, де присутні також нефізичні частинки, зокрема заряджений бозон Хіггса. Тому наведемо нижче вершини взаємодії з цим бозоном.

$$\begin{aligned}
 \begin{array}{c} \uparrow \\ \bullet \\ \uparrow \\ e_L^- \end{array} \begin{array}{c} \gamma \\ \text{---} \end{array} &= -ie\gamma^\mu, & \begin{array}{c} \uparrow \\ \bullet \\ \uparrow \\ e_L^- \end{array} \begin{array}{c} Z^0 \\ \text{---} \end{array} &= \frac{ie\gamma^\mu}{\cos \theta_W \sin \theta_W} \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right), \\
 \begin{array}{c} \uparrow \\ \bullet \\ \uparrow \\ e_R^- \end{array} \begin{array}{c} \gamma \\ \text{---} \end{array} &= -ie\gamma^\mu, & \begin{array}{c} \uparrow \\ \bullet \\ \uparrow \\ e_R^- \end{array} \begin{array}{c} Z^0 \\ \text{---} \end{array} &= \frac{ie\gamma^\mu}{\cos \theta_W \sin \theta_W} (\sin^2 \theta_W), \\
 \begin{array}{c} \uparrow p' \\ \bullet \\ \uparrow p \\ \phi^+ \end{array} \begin{array}{c} \gamma \\ \text{---} \end{array} &= ie(p + p')^\mu, & \begin{array}{c} \uparrow p' \\ \bullet \\ \uparrow p \\ \phi^+ \end{array} \begin{array}{c} Z^0 \\ \text{---} \end{array} &= \frac{ie(p + p')^\mu}{\cos \theta_W \sin \theta_W} \left(\frac{1}{2} - \sin^2 \theta_W \right).
 \end{aligned}
 \tag{3.120}$$

Вершина взаємодії зарядженого хіггсівського бозона впливає безпосередньо із кінетичного доданку в лагранжіані $(D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi)$, де в коваріан-

тній похідній

$$D_\mu \Phi = (\partial_\mu - igA_\mu^a \tau^a - \frac{i}{2}g'B_\mu) \begin{pmatrix} \Phi^\dagger \\ \Phi_0 \end{pmatrix}$$

потрібно виразити поля A_μ^a, B_μ через поля $W_\mu^+, W_\mu^-, Z_\mu^0, A_\mu$. Випишемо доданки з Φ^\dagger :

$$\begin{aligned} \left(gA_\mu^a \tau^a + \frac{g'}{2}B_\mu \right) \begin{pmatrix} \Phi^\dagger \\ \Phi_0 \end{pmatrix} &\Rightarrow \frac{1}{2}(gA_\mu^3 + g'B_\mu)\Phi^\dagger \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(gZ_\mu + g'A_\mu) + \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(gA_\mu - g'Z_\mu) \right] \Phi^\dagger \\ &= \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}A_\mu \Phi^\dagger + \frac{1}{2} \frac{g^2 - g'^2}{\sqrt{g^2 + g'^2}}Z_\mu \Phi^\dagger \\ &= eA_\mu \Phi^\dagger + \frac{g}{\cos \theta_W} \left(\frac{1}{2} - \sin^2 \theta_W \right) Z_\mu \Phi^\dagger. \end{aligned} \quad (3.121)$$

Для отримання вершин взаємодії γ і Z^0 з W^\pm запишемо відповідну частину з $F_{\mu\nu}^2$:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu}^a)^2 &\rightarrow -\frac{1}{2}(\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a)g\varepsilon^{abc}A_\mu^b A_\nu^c - \frac{g^2}{4}\varepsilon^{abc}\varepsilon^{ab'c'}A_\mu^b A_\nu^c A_\mu^{b'} A_\nu^{c'} \\ &= -g(\partial_\mu A_\nu^1 - \partial_\nu A_\mu^1)A^{\mu 2}A^{\nu 3} + g(\partial_\mu A_\nu^2 - \partial_\nu A_\mu^2)A^{\mu 1}A^{\nu 3} \\ &\quad -g(\partial_\mu A_\nu^3 - \partial_\nu A_\mu^3)A^{\mu 1}A^{\nu 2} - \frac{g^2}{4}\varepsilon^{abc}\varepsilon^{ab'c'}A_\mu^b A_\nu^c A_\mu^{b'} A_\nu^{c'}. \end{aligned} \quad (3.122)$$

Далі використаємо співвідношення

$$A_\mu^1 = \frac{W_\mu^+ + W_\mu^-}{\sqrt{2}}, \quad A_\mu^2 = i\frac{W_\mu^+ - W_\mu^-}{\sqrt{2}}. \quad (3.123)$$

Трьохчастинкові вершини взаємодії знаходяться з частини лагранжіана (3.122)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_3 &= ig[(\partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+)W^{\mu-}A^{\nu 3} - (\partial_\mu W_\nu^- - \partial_\nu W_\mu^-)W^{\mu+}A^{\nu 3} \\ &\quad + \frac{1}{2}(\partial_\mu A_\nu^3 - \partial_\nu A_\mu^3)(W^{\mu+}W^{\nu-} - W^{\mu-}W^{\nu+})]. \end{aligned} \quad (3.124)$$

Для остаточного отримання вершин взаємодії векторних частинок між

собою залишилось виразити

$$A_\mu^3 = \cos \theta_W Z_\mu + \sin \theta_W A_\mu, \quad g = e / \sin \theta_W. \quad (3.125)$$

Знаходимо

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_3 = & -ie \cot \theta_W [(\partial_\mu W_\nu^- - \partial_\nu W_\mu^-) W_\mu^+ Z_\nu - (\partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+) W_\mu^- Z_\nu \\ & + W_\mu^- W_\nu^+ (\partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu)] - ie [(\partial_\mu W_\nu^- - \partial_\nu W_\mu^-) W_\mu^+ A_\nu \\ & - (\partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+) W_\mu^- A_\nu + W_\mu^- W_\nu^+ (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)], \end{aligned} \quad (3.126)$$

і, аналогічно, чотирьохчастинкові вершини взаємодії отримуються з

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_4 = & -\frac{e^2}{2 \sin^2 \theta_W} [W_\mu^+ W_\mu^- W_\nu^+ W_\nu^- - W_\mu^+ W_\mu^+ W_\nu^- W_\nu^-] \\ & - e^2 \cot^2 \theta_W [W_\mu^+ W_\mu^- Z_\nu Z_\nu - W_\mu^+ Z_\mu W_\nu^- Z_\nu] \\ & - e^2 \cot \theta_W [2W_\mu^+ W_\mu^- Z_\nu A_\nu - W_\mu^+ A_\mu W_\nu^- Z_\nu - W_\mu^+ Z_\mu W_\nu^- A_\nu] \\ & - e^2 [W_\mu^+ W_\mu^- A_\nu A_\nu - W_\mu^+ A_\mu W_\nu^- A_\nu]. \end{aligned} \quad (3.127)$$

В імпульсному просторі похідні від полів замінюються на імпульси відповідних частинок. Правила Фейнмана для вершин взаємодії трьох і чотирьох векторних частинок наведені в Додатку А.

3.8. Слабкий розпад t -кварка.

В цьому розділі ми розглянемо слабкий розпад t -кварка з зарядом $2/3$ на бозон W^+ і b -кварк з зарядом $-1/3$, $t \rightarrow W^+ + b$. Цей процес описується діаграмою на Рис.3. Для кінематики процесу справедливі формули

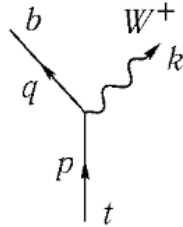


Рис. 3. Розпад t -кварка у найнижчому порядку теорії збурень.

$$p = q + k, \quad p^2 = m_t^2, \quad q^2 = m_b^2, \quad k^2 = m_W^2,$$

де m_i — відповідні маси частинок. Амплітуда розпаду запишеться у вигляді

$$M = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_b^{(s)}(q) \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} u_t^{(s')}(p) \varepsilon_\mu^*(k). \quad (3.128)$$

Ми не будемо враховувати в вершині матрицю змішування кварків. Ширину розпада обчислюється по відомій формулі

$$\Gamma = \frac{1}{2m_t} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_q} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_k} \frac{1}{2} \sum_s |M(t \rightarrow W^+ b)|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p - q - k), \quad (3.129)$$

де

$$E_q = \sqrt{\vec{q}^2 + m_b^2}, \quad E_k = \sqrt{\vec{k}^2 + m_W^2}, \quad E_p = \sqrt{\vec{p}^2 + m_t^2},$$

$$\delta^{(4)}(p - q - k) = \delta(E_p - E_q - E_k) \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{q} - \vec{k}).$$

В системі спокою t -кварка $\vec{p} = 0$, $E_p = m_t$. Приймаючи до уваги, що для ермітово спряженої амплітуди

$$\left[\bar{u}_b^{(s)}(q) \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} u_t^{(s')}(p) \right]^\dagger = \bar{u}_t^{(s')}(p) \frac{1 + \gamma_5}{2} \gamma^\mu u_b^{(s)}(q),$$

проведемо усереднення квадрата амплітуди за початковими спіновими станами та підсумовування за кінцевими спіновими станами

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{ss', \lambda} M M^\dagger &= \sum_{ss'} \frac{g^2}{2 \cdot 2} \bar{u}_b^{(s)}(q) \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} u_t^{(s')}(p) \bar{u}_t^{(s')}(p) \frac{1 + \gamma_5}{2} \gamma^\nu u_b^{(s)}(q) \varepsilon_\mu^*(k) \varepsilon_\nu(k) \\ &= \frac{g^2}{4} \text{tr} \left\{ \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \left[\sum_{s'} u_t^{(s')}(p) \bar{u}_t^{(s')}(p) \right] \frac{1 + \gamma_5}{2} \gamma^\nu \left[\sum_s u_b^{(s)}(q) \bar{u}_b^{(s)}(q) \right] \right\} \\ &\quad \times \varepsilon_\mu^{*(\lambda)}(k) \varepsilon_\nu^{(\lambda)}(k). \end{aligned} \quad (3.130)$$

Для сум за спінами і поляризаціями W -бозона маємо

$$\sum_s u^{(s)}(p) \bar{u}^{(s)}(p) = \hat{p} + m, \quad \sum_{\lambda=1,2,3} \varepsilon_\mu^{(\lambda)*}(k) \varepsilon_\nu^{(\lambda)}(k) = -g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_W^2},$$

тоді

$$\frac{1}{2} \sum_{ss', \lambda} |M|^2 = \frac{g^2}{4} \text{tr} \left[\gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} (\hat{p} + m_t) \frac{1 + \gamma_5}{2} \gamma^\nu (\hat{q} + m_b) \right] \left(-g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_W^2} \right).$$

Легко бачити, що маси m_t , m_b кварків випадають внаслідок присутності проекторів. Обчислюючи слід

$$\text{tr} \left[\gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \hat{p} \frac{1 + \gamma_5}{2} \gamma^\nu \hat{q} \right] = \text{tr} \left[\frac{1 + \gamma_5}{2} \gamma^\mu \hat{p} \gamma^\nu \hat{q} \right] = 2(p^\mu q^\nu - g^{\mu\nu} p \cdot q + p^\nu q^\mu),$$

отримуємо

$$\frac{1}{2} \sum_{ss', \lambda} |M|^2 = \frac{g^2}{2} \left(2pq - \frac{k^2 pq}{m_W^2} + 2 \frac{(pk)(qk)}{m_W^2} \right) = \frac{g^2}{2} \left(pq + 2 \frac{(pk)(qk)}{m_W^2} \right). \quad (3.131)$$

Для ширини розпаду маємо

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{g^2}{4m_t} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^2} \frac{1}{4\sqrt{\vec{k}^2 + m_b^2} \sqrt{\vec{k}^2 + m_W^2}} \left(pq + 2 \frac{pk qk}{m_W^2} \right) \\ &\times \delta \left(\sqrt{\vec{k}^2 + m_b^2} + \sqrt{\vec{k}^2 + m_W^2} - m_t \right). \end{aligned} \quad (3.132)$$

В системі центра мас

$$pq = m_t \sqrt{\vec{k}^2 + m_b^2}, \quad pk = m_t \sqrt{\vec{k}^2 + m_W^2}, \quad qk = (p - k)k = pk - m_W^2.$$

Підінтегральний вираз в (3.132) залежить тільки від $|\vec{k}|$, тому по кутах можна проінтегрувати, тоді ($x = \vec{k}^2$)

$$\Gamma = \frac{g^2}{32m_t\pi} \int_0^\infty \frac{dx \sqrt{x}}{\sqrt{x + m_b^2} \sqrt{x + m_W^2}} \left(pq + 2 \frac{pk qk}{m_W^2} \right) \frac{\delta(x - x_0)}{\left| \frac{1}{2\sqrt{x_0 + m_b^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x_0 + m_W^2}} \right|}, \quad (3.133)$$

де x_0 — розв'язок рівняння

$$\sqrt{x + m_b^2} + \sqrt{x + m_W^2} = m_t.$$

Маємо

$$\Gamma = \frac{g^2 \sqrt{x_0}}{32\pi m_t^2} \left(2pq + 4 \frac{pk qk}{m_W^2} \right), \quad (3.134)$$

Використовуючи

$$m_t = \sqrt{x_0 + m_b^2} + \sqrt{x_0 + m_W^2} = \frac{m_b^2 - m_W^2}{\sqrt{x_0 + m_b^2} - \sqrt{x_0 + m_W^2}}$$

і

$$\sqrt{x_0 + m_b^2} - \sqrt{x_0 + m_W^2} = \frac{m_b^2 - m_W^2}{m_t},$$

знаходимо

$$\sqrt{x_0 + m_b^2} = \frac{m_t^2 + m_b^2 - m_W^2}{2m_t} \sim \frac{m_t^2 - m_W^2}{2m_t}; \quad m_b \ll m_t. \quad (3.135)$$

$$\sqrt{x_0 + m_W^2} = \frac{m_t^2 + m_b^2 + m_W^2}{2m_t} \simeq \frac{m_t^2 + m_W^2}{2m_t}. \quad (3.136)$$

Також, використовуючи малість маси b -кварка у порівнянні з масами t -кварка і W -бозона,

$$2pq \simeq m_t^2 - m_W^2, \quad 2pk \simeq m_t^2 + m_W^2, \quad 2qk \simeq m_t^2 - m_W^2, \quad \sqrt{x_0} \simeq \frac{m_t^2 - m_W^2}{2m_t},$$

остаточно для ширини розпаду t -кварка отримуємо

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{g^2}{32\pi m_t^2} \frac{m_t^2 - m_W^2}{2m_t} \left[m_t^2 - m_W^2 + \frac{(m_t^2 + m_W^2)(m_t^2 - m_W^2)}{m_W^2} \right] \\ &= \frac{\alpha}{16 \sin^2 \theta_W} \frac{m_t^3}{m_W^2} \left(1 - \frac{m_W^2}{m_t^2} \right)^2 \left(1 + 2 \frac{m_W^2}{m_t^2} \right), \end{aligned} \quad (3.137)$$

де ми використали $g = e/\sin \theta_W$. Для експериментальних значень $\sin^2 \theta_W \approx 0.223$, $m_W = 80.4$ ГеВ, $m_t = 173$ ГеВ, знаходимо ширину $\Gamma = 1.84$ ГеВ, що відповідає часу життя t -кварка $\tau = \hbar/\Gamma \approx 3.6 \cdot 10^{-25}$ секунд. Експериментальне значення парціальної ширини $\Gamma(t \rightarrow W b) = 1.92_{-0.51}^{+0.58}$ ГеВ. Дуже короткий час життя t -кварка мабуть пояснює відсутність мезонів та баріонів, які є зв'язаними станами t -кварка з іншими кварками.

4. МАЙОРАНІВСЬКІ ФЕРМІОНИ.

Розглянемо спочатку рівняння Дірака

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi = 0, \quad (4.1)$$

яке одержується з лагранжіана

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi, \quad \bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma^0, \quad (4.2)$$

де 4×4 матриці γ^μ задовольняють

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}, \quad \gamma_0 \gamma_\mu \gamma_0 = \gamma_\mu^\dagger. \quad (4.3)$$

В термінах двокомпонентних вейлівських ферміонів $\psi_{L,R} = \frac{1 \mp \gamma_5}{2} \Psi$, лагранжіан перепишеться наступним чином

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_L i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + \bar{\psi}_R i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_R - m (\bar{\psi}_R \psi_L + \bar{\psi}_L \psi_R). \quad (4.4)$$

Рівняння Ейлера-Лагранжа дають два зв'язаних рівняння

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L = m\psi_R, \quad i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_R = m\psi_L, \quad (4.5)$$

які в безмасовому випадку $m = 0$ розпадаються на два незалежних рівняння Вейля для двокомпонентних ферміонів

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L = 0, \quad i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_R = 0. \quad (4.6)$$

Нейтрино (ліве поле) і антинейтрино (праве поле) описуються лише двома компонентами для безмасових частинок, і для них можна застосовувати рівняння Вейля. Оскільки зараз ми вже знаємо, що нейтрино мають масу, то виникає питання, чи є спосіб описати масивне поле нейтрино лише з 2 компонентами? З'ясовується, що так, і це є поле Майорани (Majorana).

Рівняння Дірака можна переписати у формі рівняння Шрьодінгера

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H \Psi \quad (4.7)$$

з ермітовим гамільтоніаном

$$H = \alpha^i \hat{p}_i + \beta m, \quad \alpha^i \equiv \gamma^0 \gamma^i, \quad \beta \equiv \gamma^0, \quad \hat{p}_i = -i\partial_i. \quad (4.8)$$

Чи є рівняння Дірака дійсним рівнянням як, наприклад, рівняння Клейна-

Гордона-Фока? Відповідь очевидно залежить від того якими є матриці γ^μ . Якщо елементи всіх чотирьох матриць γ^μ є уявними, тоді рівняння Дірака буде дійсним. Таке представлення для матриць Дірака було знайдено італійським фізиком Майорана, який використав той факт, що матриці $U\gamma^\mu U^\dagger$, з довільною унітарною матрицею U , також задовольняють алгебрі матриць Дірака. Це представлення має вигляд

$$\gamma_M^0 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^2 \\ \sigma^2 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_M^1 = \begin{pmatrix} i\sigma^1 & 0 \\ 0 & i\sigma^1 \end{pmatrix}, \gamma_M^2 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^2 \\ -\sigma^2 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_M^3 = \begin{pmatrix} i\sigma^3 & 0 \\ 0 & i\sigma^3 \end{pmatrix}, \quad (4.9)$$

де σ^i — матриці Паулі. Оскільки матриця σ^2 чисто уявна, а матриці σ^1, σ^3 дійсні, то всі матриці γ^μ уявні, $\gamma_\mu^* = -\gamma_\mu$, і відповідне представлення гама-матриць називається майоранівським. В цьому представленні рівняння Дірака має дійсні розв'язки, тобто для них виконується

$$\psi^* = \psi. \quad (4.10)$$

Такі розв'язки і називаються майоранівськими ферміонами, які є істинно нейтральними частинками, тобто, зарядово спряжене поле є тим самим полем, і поля частинок і античастинок однакові. Слід підкреслити, що умова дійсності (4.10) має такий простий вигляд тільки в майоранівському представленні. Дійсно, якщо ψ є розв'язок (дійсний) в майоранівському представленні, то в іншому представленні це буде $\Psi = U\psi$ з матрицями $U\gamma_M^\mu U^\dagger$, і умова дійсності в новому представленні буде

$$UU^T\Psi^* = \Psi. \quad (4.11)$$

Матриця UU^T є також унітарною, але замість неї прийнято використовувати іншу унітарну матрицю C , яка визначається як

$$UU^T = C\gamma_0, \quad (4.12)$$

і умова дійсності в іншому представленні записується як

$$\Psi = C\gamma_0\Psi^* = C\bar{\Psi}^T = \Psi_c, \quad (4.13)$$

де матриця C є матриця зарядового спряження, а Ψ_c — зарядово спряжений спіно́р. Тобто, умова нейтральності означає, що ферміонне поле співпадає із зарядово спряженим полем. Для будь-якого представлення алгебри гама-

матриць матриця C задовольняє співвідношенням

$$C\gamma_\mu^T C^{-1} = -\gamma_\mu. \quad (4.14)$$

Наприклад, у вейлівському (кіральному) представленні гама-матриці мають вигляд

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad (4.15)$$

а матриця зарядового спряження

$$C = i\gamma^2\gamma^0 = \begin{pmatrix} -i\sigma^2 & 0 \\ 0 & i\sigma^2 \end{pmatrix}, \quad C\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & -i\sigma^2 \\ i\sigma^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.16)$$

задовольняє умовам $-C = C^{-1} = C^T = C^\dagger$.

Рівняння Дірака в кіральному представленні має вигляд

$$i\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \psi \\ \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma}\vec{p} & m \\ m & -\vec{\sigma}\vec{p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi \\ \chi \end{pmatrix}, \quad (4.17)$$

а умова дійсності майоранівського спінора $\Psi = (\psi, \chi)^T$ визначається рівнянням

$$\begin{pmatrix} 0 & -i\sigma^2 \\ i\sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi^* \\ \chi^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi \\ \chi \end{pmatrix}. \quad (4.18)$$

З останнього рівняння

$$\chi = i\sigma^2\psi^*, \quad (4.19)$$

тобто, майоранівський чотирикомпонентний спінор

$$\Psi_M = \begin{pmatrix} \psi \\ i\sigma^2\psi^* \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

фактично залежить тільки від двокомпонентного спінора ψ , для якого маємо рівняння

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t} = \vec{\sigma}\vec{p}\psi + i\sigma^2 m\psi^*. \quad (4.21)$$

Це рівняння отримується з дії

$$S = \int d^4x \left[\psi^\dagger (i\partial_t + \sigma^j i\partial_j) \psi - \frac{m}{2} (\psi^\dagger i\sigma^2 \psi^* - \psi^T i\sigma^2 \psi) \right]. \quad (4.22)$$

Масовий доданок має структуру

$$\psi^T i\sigma^2 \psi = \psi_\alpha \epsilon_{\alpha\beta} \psi_\beta, \quad (4.23)$$

де $\epsilon_{\alpha\beta}$ антисиметричний за лоренцевими індексами ($\alpha, \beta = 1, 2$) тензор, і масовий доданок є інваріантним відносно перетворень Лоренца. В класичному випадку, коли поля ψ_α комутують між собою, цей доданок тотожно дорівнює нулю, але в квантовому випадку ферміонні поля антикомутують, і такий масовий доданок є нетривіальним. Зауважимо, що наявність масового доданку порушує $U(1)$ фазові симетрії, які відповідають за збереження окремих (ν, μ, τ) лептонних квантових чисел. В термінах чотирикомпонентного майоранівського спінора дія (4.22) з матрицями γ^μ в кіральному представленні має вигляд

$$S = \frac{1}{2} \int d^4x [\bar{\Psi}_M i\gamma^\mu \partial_\mu \Psi_M - m \bar{\Psi}_M \Psi_M]. \quad (4.24)$$

В довільному представленні умова Майорани $\Psi = C\bar{\Psi}^T = \Psi_c$ для двокомпонентних вейлівських ферміонів приймає вигляд

$$\psi_R = C\bar{\psi}_L^T = \psi_L^c, \quad \psi_L = C\bar{\psi}_R^T = \psi_R^c, \quad (4.25)$$

і для майоранівського поля

$$\Psi = \psi_L + \psi_R = \psi_L + C\bar{\psi}_L^T, \quad \text{або} \quad \Psi = \psi_R + \psi_L = \psi_L + C\bar{\psi}_R^T. \quad (4.26)$$

Знов таки, майоранівське поле залежить тільки від одного двокомпонентного спінора. В довільному представленні лагранжіан в (4.22) можна записати у вигляді, де є тільки одне, наприклад ліве, поле, замінюючи ψ_R на ψ_L^c :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left[\bar{\psi}_L i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + \bar{\psi}_L^c i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L^c - m (\bar{\psi}_L^c \psi_L + \bar{\psi}_L \psi_L^c) \right]. \quad (4.27)$$

Цей лагранжіан застосовується для опису нейтрино з майоранівською масою. Звісно, якщо існує праве нейтрино, то в лагранжіан можна додати діраківський масовий доданок.

Найбільш перспективним експериментом для з'ясування природи маси нейтрино є пошук безнейтринного подвійного бета-розпаду. Стандартна модель передбачає, що для деяких ядер може мати місце реакція (подвій-

ний бета-розпад)

$$(Z, A) \rightarrow (Z + 2, A) + 2e^- + 2\bar{\nu}_e. \quad (4.28)$$

Така реакція спостерігалася у 11 ядер з часом життя $> 7 \cdot 10^{18}$ років. Перший такий розпад спостерігався у 1987 році. Якщо існує майоранівське нейтрино, яке співпадає зі своїм антинейтрино ($\bar{\nu}_e = \nu_e$), то можливий безнейтринний подвійний бета-розпад

$$(Z, A) \rightarrow (Z + 2, A) + 2e^-, \quad (4.29)$$

в якому порушується збереження лептонного квантового числа: $\Delta L = 2$! Період напіврозпаду за рахунок такої реакції оцінюється $> 10^{25}$ років.

Таким чином, на теперішній час Стандартна модель описує, у гарному узгодженні з вимірюваннями, всі взаємодії нейтрино з іншими частинками Стандартної моделі, навіть якщо вважати нейтрино безмасовими. Те, що нейтрино мають масу і не мають заряду, допускає можливість для нейтрино бути майоранівськими частинками. Важливість визначення того, чи є нейтрино діраківською чи майоранівською частинкою, полягає в можливості виключення різних запропонованих моделей для виходу за межі Стандартної моделі.

5. ОСЦИЛЯЦІЇ НЕЙТРИНО.

Гіпотеза про існування нейтрино, нейтральної частинки з дуже малою масою, була запропонована В. Паулі в 1930 році щоб врятувати закон збереження енергії в процесі бета розпаду ядер. У листі до учасників фізичної конференції в Тюбінгені Паулі майже вибачливо написав: «Дорогі радіо-активні Пані та Панове,... як відчайдушний спосіб врятувати принцип збереження енергії у бета-розпаді, ... я пропоную ідею нейтральної частинки зі спіном половина». Спочатку Паулі назвав гіпотетичну частинку нейтроном, але після відкриття Дж. Чадвіком в 1932 р. важкої нейтральної частинки, яка і була названа нейтроном, Е. Фермі за пропозицією Е. Амальді запропонував назву нейтрино (маленький нейтрон) для паулівської частинки. В 1934 році, Фермі постулював чотириферміонний гамільтоніан взаємодії, щоб описати бета-розпад з використанням нейтрино, електрона, нейтрона і протона, таким чином, з'явилися слабкі взаємодії

Нейтрино було відкрито в 1956 р. К. Кованом і Ф. Райнесом. Фактично спостерігалися антинейтрино, утворені в ядерному реакторі в реакції $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$, які далі взаємодіють з протоном, $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$, утворюючи позитрон. Оскільки позитрон швидко анігілює з електроном у два гамма-кванти, то одночасне детектування нейтрона і двох гамма-квантів і було свідченням існування нейтрино. Мюонні нейтрино були відкриті в 1962 році Л. Ледерманом, М. Шварцем і Дж. Стейнбергером, а тау-нейтрино спостерігалися у 2000 р. у Фермілабі.

Перша ідея осциляції нейтрино була запропонована Б. Понтекорво в 1957р., який розглянув перетворення нейтрино у антинейтрино, а осциляції нейтрино, тобто перетворення одного сорту нейтрино в інший, були досліджені в роботах японських фізиків З. Макі, М. Накагава і С. Сака-та на початку 60-х років. Свідчення про осциляції нейтрино походять від спостережень нейтрино від Сонця (Р.Девіс, 1964 р.), кутової анізотропії атмосферних нейтрино, і навіть від реакторних нейтрино (вже на початку 2000 рр.).

Розглянемо змішування двох сортів діраківських нейтрино, ν_e і ν_μ , які у вільному стані мають маси m_{ν_e} і m_{ν_μ} , відповідно. Якщо має місце змішування, то масові доданки мають вигляд

$$m_{\nu_e} \bar{\nu}_e \nu_e + m_{\nu_\mu} \bar{\nu}_\mu \nu_\mu + m_{e\mu} (\bar{\nu}_e \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu \nu_e). \quad (5.1)$$

Діагоналізація за допомогою унітарного перетворення

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}, \quad \tan(2\theta) = \frac{2m_{e\mu}}{m_{\nu_\mu} - m_{\nu_e}}. \quad (5.2)$$

дає маси

$$m_1 = \frac{1}{2} \left[m_{\nu_\mu} + m_{\nu_e} + \sqrt{(m_{\nu_\mu} - m_{\nu_e})^2 + 4m_{e\mu}^2} \right], \quad (5.3)$$

$$m_2 = \frac{1}{2} \left[m_{\nu_\mu} + m_{\nu_e} - \sqrt{(m_{\nu_\mu} - m_{\nu_e})^2 + 4m_{e\mu}^2} \right]. \quad (5.4)$$

У разі трьох і більше сортів нейтрино змішування здійснюється за допомогою унітарної Понтєкорво-Макі-Накагави-Сакати матриці: $|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle$. Тобто, ароматні нейтрино $|\nu_\alpha\rangle$, що утворюються за рахунок електрослабкої взаємодії, є когерентною суперпозицією масових власних станів $|\nu_i\rangle$. Нейтрино ν_e , яке народжується в ядерній реакції на Сонці, буде еволюціонувати в часі та просторі за законом

$$\begin{aligned} |\nu_e(t)\rangle &= \cos \theta |\nu_1(t)\rangle + \sin \theta |\nu_2(t)\rangle = \\ &= \cos \theta e^{-iE_1 t + i p_1 x} |\nu_1\rangle + \sin \theta e^{-iE_2 t + i p_2 x} |\nu_2\rangle. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Нехай $x = 0$ – точка народження нейтрино ν_e в момент часу $t = 0$, далі нейтрино ν_1, ν_2 розповсюджуються з енергіями E_1, E_2 і імпульсами p_1, p_2 . Внаслідок малості мас нейтрино є ультрарелятивістськими, $|\vec{p}_i| = p_i \gg m_i$, $p_i \simeq E_i \simeq E$, тому

$$E_i = \sqrt{p_i^2 + m_i^2} \simeq p_i + \frac{m_i^2}{2p_i} \approx E + \frac{m_i^2}{2E}. \quad (5.6)$$

Еволюція стану $|\nu_e(t)\rangle$ до точки x приймає вигляд (опускаючи загальний фазовий множник)

$$|\nu_e(t)\rangle = \cos \theta |\nu_1\rangle + \sin \theta \exp\left(i \frac{\Delta m^2}{2E} x\right) |\nu_2\rangle. \quad (5.7)$$

Ймовірність того, що електронне нейтрино залишиться тим самим електронним нейтрино буде

$$\begin{aligned} P_{ee} &= |\langle \nu_e | \nu_e(t) \rangle|^2 = \left| \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \exp\left(i \frac{\Delta m^2}{2E} x\right) \right|^2 \\ &= 1 - \sin^2 2\theta \sin^2\left(\frac{\Delta m^2}{4E} x\right). \end{aligned} \quad (5.8)$$

Відповідно, ймовірність спостерігати мюонне нейтрино на відстані L

$$P_{e\mu} = 1 - P_{ee} = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 c^3}{4E\hbar} L \right), \quad (5.9)$$

де відновлено фізичні константи c і \hbar . Ця формула часто записується у вигляді

$$P_{e\mu} = \sin^2 2\theta \sin^2 \left[1.27 \left(\frac{\Delta m^2 (\text{eV}^2)}{4E (\text{GeV})} L (\text{км}) \right) \right], \quad (5.10)$$

де маса наводиться в одиницях еВ, енергія в ГеВ, та відстань L у кілометрах. Як бачимо, необхідною умовою появи осциляцій є наявність різних мас у різних сортів нейтрино, та змішування нейтринних сортів ($\theta \neq 0$). Для $\theta = 0, \pi/2$ осциляції відсутні (ароматні стани ν_e і ν_μ мають визначені маси). Цей перехід від одного аромату до іншого є канонічним випадком широко відомого квантово-механічного ефекту, що має місце в системах двох станів, а не є специфічною властивістю тільки нейтрино. Очевидно, спостереження осциляцій за формулою (5.10) експериментально можливе, коли аргумент другого множника з синусом в (5.10) є порядку одиниці. Тобто, експеримент з даною базою L (км) і енергією нейтрино E (ГеВ) є чутливим до різниці квадратів мас нейтрино $\Delta m^2 (\text{eV}^2)$. Наприклад, експеримент з базою $L \sim 10^4$ км, що приблизно дорівнює діаметру Землі, і $E \sim 1$ ГеВ може виміряти різницю маси Δm_{ij}^2 до 10^{-4}eV^2 . Таким чином, експерименти з довгою базою можуть виміряти надзвичайно малу різницю квадратів мас нейтрино.

У середовищі, де є електрони, при певних значеннях густини електронів можливе підсилення нейтринних осциляцій. Це так званий ефект Міхеєва—Смірнова—Вольфенштейна, який дає внесок у розв'язання проблеми сонячних нейтрино: наявну різницю між потоком сонячних електронних нейтрино, що виробляються в ядрі Сонця, і потоком цих нейтрино, який спостерігається на Землі. Еволюція нейтрино в ансамблі з високою густиною нейтрино, які виникають під час вибуху наднових, також може впливати на осциляції нейтрино, ця проблема тільки починає досліджуватись.

Експерименти за останні 20 років дали переконливі свідчення існування у нейтрино мас та змішування сортів нейтрино. Експеримент Супер-Каміоканде (СК), який використовує 50-кілотонний водяний черенковський детектор розташований глибоко під землею в префектурі Гіфу в Японії, був першим експериментом, який представив докази осциляцій $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ в атмосферних потоках нейтрино. Цей експеримент вимірював

потоки нейтрино ν_μ , які народжуються безпосередньо над поверхнею Землі, приблизно 15 км до детектора, і ті, що народжуються безпосередньо під детектором, перетинаючи при цьому повний діаметр Землі (13 000 км) до досягнення детектора. Жодного сигналу про участь в осциляціях нейтрино ν_e не знайдено, тому передбачається, що зникнення нейтрино ν_μ в основному зв'язано з переходами $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$, тому розрахунок ймовірності такого переходу відбувався за формулою (5.8). Вимірюючи потоки нейтрино в широкому діапазоні E_ν і L , були вперше отримані значення параметрів Δm^2 і $\sin^2 2\theta$:

$$\Delta m_{atm}^2 = (2 - 3)10^{-3}\text{eV}^2, \quad \sin^2 2\theta_{atm} = 0.50 \pm 0.13, \quad \frac{L}{E} = 500 \frac{\text{км}}{\text{GeV}}. \quad (5.11)$$

В іншому експерименті пучок нейтрино ν_μ посилався з Фермілаб поблизу Чікаго, до шахти Соудан (річка Еш) у Міннесоті, маючи базову лінію 735 км. Ці експерименти виявили докази зникнення ν_μ , що узгоджуються з тими, які знайшов СК ($\Delta m^2 = 2.37 \cdot 10^{-3}\text{eV}^2$, $\sin^2 2\theta = 0.51$).

Експеримент з реакторними нейтрино проводився в Японії (KamLand experiment) з 2002 р. і по теперішній час. В реакторах виробляється електронне антинейтрино $\bar{\nu}_e$, тому фактично досліджувались переходи $\bar{\nu}_e \leftrightarrow \bar{\nu}_\mu$. Припускаючи справедливість СРТ теореми, результати досліджень мають пряме відношення до осциляцій сонячних нейтрино. За формулою осциляцій із двома нейтрино отримано

$$\Delta m_{\odot}^2 = (8.0 \pm 0.4)10^{-5}\text{eV}^2, \quad \sin^2 2\theta_{\odot} = 0.31 \pm 0.03, \quad \frac{L}{E} = 15 \cdot 10^3 \frac{\text{км}}{\text{GeV}}. \quad (5.12)$$

У проведених експериментах з осциляцій нейтрино не виникала необхідність залучення нових нейтрино (таких як стерильних нейтрино) для пояснення отриманих результатів. Змішування трьох сортів (ароматів) нейтрино описується матрицею ПМНС, що містить три кути змішування (так званий сонячний кут змішування θ_{12} , атмосферний кут змішування θ_{23} , і кут змішування θ_{13} , який ще потрібно виміряти), одну фазу Дірака (δ), і потенційно дві фази Майорани (α, β), і задається як

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_\nu} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_\nu} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (5.13)$$

де $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$, і кути лежать в першому квадранті. Така

сама параметризація застосовується до матриці Кабібо-Кобаяши-Маскави $V_{\text{ККМ}}$ з трьома кутами змішування кварків (θ_{12} , θ_{13} , і θ_{23}), і однією фазою δ_q . Ненульові фази δ_ν і δ_q призводять до порушення СР в осциляціях нейтрино і в розпадах кварків, відповідно.

В електрослабких процесах народжуються завжди нейтрино з визначеним ароматом, наприклад, у розпаді зарядженого W -бозона на заряджений лептон \bar{l}_α , $W^+ \rightarrow \bar{l}_\alpha + \nu_\alpha$, народжуються нейтрино з відповідним ароматом α , а нейтрино ν_β детектується за допомогою процесу взаємодії $\nu_\beta \rightarrow W^+ + l_\beta$. Ароматні стани нейтрино $|\nu_\alpha\rangle$ є суперпозицією нейтрино з визначеними масами $|\nu_i\rangle$:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle.$$

Внаслідок ортогональності масових станів, $\langle \nu_i | \nu_j \rangle = \delta_{ij}$, маємо $\langle \nu_\alpha | \nu_\beta \rangle = (UU^\dagger)_{\alpha\beta}$. Матриця U повинна бути унітарною, $UU^\dagger = 1$, що гарантує, що кожен раз коли ароматне нейтрино α народжує заряджений лептон, то цей заряджений лептон завжди буде l_α з ароматом α . Тобто, ν_e народжує виключно e , ν_μ народжує виключно μ , теж саме справедливо для ν_τ і τ . Очевидно, масові нейтрино можна представити як лінійні комбінації ароматних нейтрино

$$|\nu_i\rangle = \sum_\alpha U_{\alpha i} |\nu_\alpha\rangle.$$

Еволюція ультрарелятивістських нейтрино на відстань L описується формулою

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i(t)\rangle, \quad (5.14)$$

а еволюція масових станів визначається

$$|\nu_i(t)\rangle = \exp\left(-i \frac{m_i^2 L}{2E}\right) |\nu_i(0)\rangle. \quad (5.15)$$

Амплітуда для нейтрино, народженого з ароматом α , яке детектується з ароматом β після подолання відстані L з енергією E буде

$$\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* e^{-im_i^2 L/2E} U_{\beta i}, \quad (5.16)$$

де ми використали ортонормованість масових станів нейтрино. Амплітуди $A(W^+ + l_\alpha \rightarrow \nu_i) = U_{\alpha i}^*$ і $A(\nu_i \rightarrow W^+ + \nu_\beta) = U_{\beta i}$ описують народжен-

ня ν_α джерелом і детектування ν_β в детекторі, відповідно, а $e^{-im_i^2 L/2E}$ є пропагатор масивного нейтрино ν_i . Для ймовірності переходу $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$ отримуємо

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 = \sum_{ij} (U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) e^{-i\Delta m_{ij}^2 L/2E}, \quad (5.17)$$

або, використовуючи унітарність матриці U ,

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = & \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j} \text{Re} (U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \sin^2 \left(\Delta m_{ij}^2 \frac{L}{4E} \right) \\ & + 2 \sum_{i>j} \text{Im} (U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \sin \left(\Delta m_{ij}^2 \frac{L}{2E} \right). \end{aligned} \quad (5.18)$$

Ця загальна формула визначає осциляції для n сортів нейтрино ($i = 1, 2, \dots, n$). Ймовірність осциляцій антинейтрино, $\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta$, описується цією ж формулою, де треба замінити $U \rightarrow U^*$. Для трьох сортів діраківських нейтрино отримані наступні значення кутів змішування в матриці (5.13):

$$\theta_{12} \simeq 33.5^\circ, \quad \theta_{13} \simeq 8.4^\circ, \quad \theta_{23} \simeq 47.9^\circ. \quad (5.19)$$

Ці кути змішування істотно відрізняються від кутів змішування кварків, які значно менше: $\theta_{12} \simeq 13^\circ$, $\theta_{13} \simeq 0.21^\circ$, $\theta_{23} \simeq 2.4^\circ$. З осциляцій нейтрино визначаються шість фундаментальних ароматних параметрів: дві незалежних різниці квадратів мас нейтрино (скажімо, Δm_{21}^2 і Δm_{31}^2), три кути і одна фаза δ_ν . Що стосується фази δ_ν , яка порушує CP інваріантність, то попередні дані з осциляцій нейтрино дають значення $\delta_\nu \simeq 3\pi/2$, але як визначити або обмежити майоранівські фази залишається повністю неясним на теперішній час. Також незрозумілим залишається питання, чи існує якась кореляція між лептонним та кварковим секторами, так як ці сектори мають схожі загальні властивості відносно механізмів генерації маси, змішування ароматів та порушення CP інваріантності.

Зазначимо, що моделі розширення Стандартної моделі у нейтринному секторі, які описують можливі механізми генерації мас нейтрино, наводяться у Додатку Б.

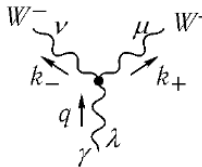
Додаток А: Правила Фейнмана в теорії електрослабких взаємодій.

В цьому додатку ми сформулюємо правила Фейнмана в теорії електро-слабких взаємодій Стандартної моделі. Ми обмежимося правилами Фейнмана тільки для взаємодії калібрувальних бозонів між собою, тому що правила Фейнмана взаємодії калібрувальних бозонів з ферміонними полями та хіггсівським бозоном є подібними до відповідних правил Фейнмана квантово-електродинамічній взаємодії електромагнітного поля з ферміонними та скалярними полями. Зазначимо, що правила Фейнмана для взаємодії нейтральних калібрувальних бозонів з ферміонами наведені в параграфі 3.7.

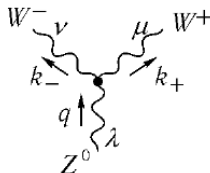
Для отримання потрібних і четверних вершин взаємодії калібрувальних бозонів в теорії електрослабких взаємодій у виразах $i \int d^4x \mathcal{L}_3$ і $i \int d^4x \mathcal{L}_4$, де \mathcal{L}_3 і \mathcal{L}_4 задані в рівняннях (3.126) і (3.127), відповідно, робимо Фур'є перетворення для полів і інтегруємо по координатах. Потім беремо варіаційні похідні по калібрувальним полям. Наприклад, для вершини взаємодії W -бозонів з гама квантом це похідна $\frac{\delta}{\delta W_\nu^-(k_-)} \frac{\delta}{\delta W_\mu^+(k_+)} \frac{\delta}{\delta A_\lambda(q)}$. В результаті знаходимо потрібні та четверні вершини взаємодії калібрувальних бозонів в теорії електрослабких взаємодій Стандартної моделі. Відповідні графічні та аналітичні вирази для потрібних і четверних вершин взаємодії калібрувальних бозонів ми наводимо нижче.

1. Потрійні вершини взаємодії калібрувальних бозонів.

Для потрібних вершин взаємодії калібрувальних бозонів маємо



$$= ie[g^{\mu\nu}(k_- - k_+)^{\lambda} + g^{\nu\lambda}(-q - k_-)^{\mu} + g^{\lambda\mu}(q + k_+)^{\nu}], \quad (1.1)$$

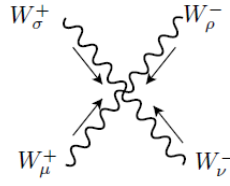


$$= ie \cot \theta_W [g^{\mu\nu}(k_- - k_+)^{\lambda} + g^{\nu\lambda}(-q - k_-)^{\mu} + g^{\lambda\mu}(q + k_+)^{\nu}]. \quad (1.2)$$

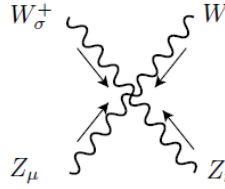
В кожній вершині потрібно також врахувати збереження чотириімпульсу $(2\pi)^4 \delta(\sum_i p_i)$, яке виникає при інтегруванні по координатах.

2. Четверні вершини взаємодії калібрувальних бозонів.

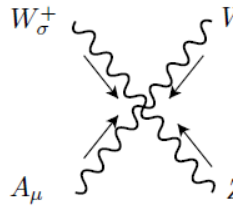
Для вершин взаємодії чотирьох векторних частинок отримуємо



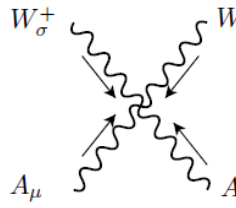
$$= \frac{ie^2}{\sin^2 \theta_W} [2g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} - g^{\mu\nu} g^{\sigma\rho} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma}], \quad (1.3)$$



$$= -ie^2 \cot^2 \theta_W [2g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma}], \quad (1.4)$$



$$= -ie^2 \cot \theta_W [2g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma}], \quad (1.5)$$



$$= -ie^2 [2g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma}]. \quad (1.6)$$

Додаток Б: Розширення Стандартної моделі у нейтринному секторі.

Спостереження атмосферних і сонячних нейтрино свідчить про необхідність розширення Стандартної моделі, тому що в ній нейтрино не мають маси. Одним з простих способів забезпечити масу нейтрино без додавання інших частинок це розширити Стандартну модель за допомогою майоранівської маси для лівих нейтрино

$$\frac{1}{2}m_\nu\bar{\nu}_L^c\nu_L + h.c., \quad (2.1)$$

де $\bar{\nu}_L^c = C\bar{\nu}_L^T$ є зарядово спряженим лівим нейтрино. Хоча такий доданок порушує калібрувальну симетрію він може бути згенерований внаслідок спонтанного порушення електрослабкої симетрії за допомогою калібрувально інваріантного доданку

$$\frac{1}{2}\bar{l}_L\tilde{\Phi}f\tilde{\Phi}^+l_L^c + h.c., \quad (2.2)$$

де l_L є дублетом лептонів лівої кіральності Стандартної моделі, f є матрицею ароматів з розмірністю оберненої маси, $\tilde{\Phi} = (i\sigma_2)\Phi^+$, σ_2 є другою матрицею Паулі, а Φ хіггсівським дублетом. Очевидно, що цей доданок має масову розмірність добутку полів 5 і тому є неперенормованим. Це означає, що доданок (2.2) є ефективним в низькоенергетичній теорії.

Інший спосіб забезпечити масу нейтрино це додати до Стандартної моделі нейтрино з правою кіральністю. Такі нейтрино не приймають участь ні в сильних, ні в електрослабких взаємодіях. Тому вони іще відомі як стерильні нейтрино. В моделі з правими нейтрино звичайна діраківська маса робить нейтрино масивним

$$m\bar{\nu}\nu = m\bar{\nu}_L\nu_R + m\bar{\nu}_R\nu_L. \quad (2.3)$$

Знов таки хоча цей доданок є калібрувально неінваріантним він може бути згенерований внаслідок взаємодії з хіггсівським полем

$$\bar{\nu}_L^\alpha F^{\alpha\beta}\nu_R^\beta\tilde{\Phi} + \bar{\nu}_R^\beta(F^+)^{\beta\alpha}\nu_L^\alpha\tilde{\Phi}^+, \quad (2.4)$$

де $l_L^\alpha = (\nu_L, e_L)^T$, $\alpha = e, \mu, \tau$, а $F^{\alpha\beta}$ є матрицею юкавівських констант. Внаслідок спонтанного порушення симетрії нижня компонента хіггсівського

поля має вакуумне середнє v . Тоді взаємодія (2.4) генерує маси нейтрино

$$m_{\alpha\beta}\bar{\nu}_{L,\alpha}\nu_{R,\beta} + m_{\alpha\beta}^*\bar{\nu}_{R,\alpha}\nu_{L,\beta}, \quad (2.5)$$

де $m_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}v$ є діраківською масовою матрицею.

Дуже цікавим механізмом генерації мас нейтрино є так званий механізм гойдалки (seesaw mechanism). Цей підхід використовує діраківські масові доданки для нейтрино разом з майоранівськими масами для правих нейтрино. Відзначимо, що останні не порушують ніякої калібрувальної симетрії і тому не потребують ведення додаткових непоренормованих взаємодій. Масовий доданок в механізмі гойдалки має вигляд

$$\frac{1}{2}(\bar{\nu}_L, \bar{\nu}_R^c) \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^+ & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c. \quad (2.6)$$

Якщо $m_D \ll M$, то масова матриця має два дуже різних масових стани. Розглянемо для спрощення випадок одного покоління. Відповідні стани мають масу

$$m_{1,2} = \frac{M \pm \sqrt{M^2 + m_D^2}}{2}. \quad (2.7)$$

Масовий стан

$$M_2 \approx \frac{m_D^2}{M}$$

може природньо мати масу меншу за еВ, якщо M є дуже великою. Наприклад, для $m_D \sim 100$ ГеВ і $M \sim 10^{14}$ ГеВ маємо $M_2 \sim 0,1$ еВ. Таким чином, механізм гойдалки легко пояснює малість мас нейтрино порівняно з іншими масами ферміонів. Наприклад, маса електрона $m_e = 0,5$ МеВ, який є найлегшим зарядженим лептоном, є більш ніж в мільйон разів більшою.

Додаток В: Моделі Великого Об'єднання.

Константи зв'язку в квантовій теорії поля залежать від переданого імпульсу. Нагадаємо, що біжуча константа електромагнітної взаємодії $\alpha(p^2)$ зростає з переданим імпульсу досягаючи при дуже високих енергіях так званого полюса Ландау. Константа ж сильної взаємодії $\alpha_s(p^2)$ навпаки зменшується з p^2 внаслідок явища асимптотичної свободи. Залежність обернених біжучих констант зв'язку в Стандартній моделі визначається формулою

$$\frac{1}{\alpha_i(p^2)} = \frac{1}{\alpha_i(M_Z^2)} - 4\pi b_i \ln \frac{p^2}{M_Z^2}, \quad i = s, w, em, \quad \begin{pmatrix} b_s \\ b_w \\ b_{em} \end{pmatrix} = \frac{1}{16\pi^2} \begin{pmatrix} \frac{41}{10} \\ -\frac{19}{6} \\ -7 \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Згідно цим формулам біжучі константи зв'язку майже перетинаються при енергіях порядку 10^{16} GeV.

Відзначимо, що константа слабкої взаємодії $\alpha_w(p^2) = g^2(p^2)/(4\pi)$ зменшується з p^2 так само як і константа сильної взаємодії $\alpha_s(p^2)$ тому, що вона є константою взаємодії неабелевої калібрувальної групи $SU_L(2)$. Як ми відзначали вище, константи зв'язку майже перетинаються в одній точці при $p \sim 10^{16}$ GeV. Тому природно виникає питання а чи не відбувається при таких енергіях об'єднання всіх калібрувальних взаємодій? Теорії, де це має місце, відомі як теорії Великого Об'єднання (Grand Unified Theory). Хоча це нагадує об'єднання електричних і магнітних сил в 19-му сторіччі, фізичні наслідки та математична структура об'єднання калібрувальних взаємодій в моделях Великого Об'єднання якісно відрізняються.

Математично ідея Великого Об'єднання полягає в тому, що всі калібрувальні взаємодії при енергіях вищих $p \sim 10^{16}$ GeV описуються калібрувальною взаємодією більш високої групи G , а при енергіях менших за масштаб Великого Об'єднання відбувається спонтанне порушення симетрії

$$G \rightarrow SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1). \quad (3.2)$$

Відзначимо, що масштаб Великого Об'єднання всього на 3 порядки є меншим за планківський масштаб. Тому можливо, що при планківських енергіях всі відомі нам взаємодії об'єднуються в одну взаємодію. Такі гіпотетичні теорії відомі як Теорії Всього (Theory of Everything). Тому моделі Великого Об'єднання можуть розглядатись як проміжний крок до формулювання

Теорії Всього.

Історично першою моделлю Великого Об'єднання була $SU(5)$ модель запропонована Джорджі та Глешоу (H. Georgi, Sh. Glashow) у 1974 році. Група $SU(5)$ є найменшою простою групою Лі, яка містить усі калібрувальні групи Стандартної моделі. Дійсно $SU(3)$, $SU(2)$ і $U(1)$ є підгрупами $SU(5)$

$$SU(3) \times SU(2) \times U(1) \subset SU(5). \quad (3.3)$$

Два найменших незвідних представлення $\bar{\mathbf{5}}$ і $\mathbf{10}$ групи $SU(5)$ дозволяють вмістити всі частинки Стандартної моделі. Експериментально $SU(5)$ модель передбачає розпад протона в реакціях типу

$$p \rightarrow e^+ + \pi^0, \quad p \rightarrow K^+ + \bar{\nu}_\mu \quad (3.4)$$

з часом напіврозпаду протона порядку $\tau_p \sim \frac{M_X^4}{\alpha^2 m_p^5} \sim 10^{32}$ років внаслідок обміну новим масивним калібрувальним X бозоном з масою порядку масштабу Великого Об'єднання. Однак експериментально буде знайдено, що час життя протона перевищує $\tau_p > 10^{34}$ років, тому модель $SU(5)$ треба або відкинути або якось модифікувати.

Цікаву можливість в якості кандидата для теорії Великого Об'єднання представляє група $SO(10)$. З точки зору груп має місце співвідношення

$$SU(3) \times SU(2) \times U(1) \subset SU(5) \subset SO(10). \quad (3.5)$$

В цій групі незвідне спінове представлення $\mathbf{10}$ містить крім незвідних представлень $\bar{\mathbf{5}}$ і $\mathbf{10}$ групи $SU(5)$ також праве нейтрино, тобто всі частинки розширеної у нейтринному секторі Стандартної моделі. Тому в цій моделі можна природно пояснити спостережувані ненульові маси нейтрино.

Література

- [1] M.E. Peskin and Dan V. Schroeder, *An introduction to quantum field theory*, Westview Press, Boulder, 1995.
- [2] О.Л. Ребенко, *Основи сучасної теорії взаємодіючих квантованих полів*, Наукова Думка, Київ, 2007.
- [3] С. Itzykson and J.-B. Zuber, *Quantum field theory*, Dover Publications, Mineola, 1980.
- [4] P. Ramond, *Field theory: A modern primer*, Benjamin/Cummings, Menlo Park, 1981.
- [5] L.H. Ryder, *Quantum field theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.
- [6] Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков, *Введение в теорию квантованных полей*, Наука, Москва, 1976.
- [7] T.-P. Cheng and L.-F. Li, *Gauge theory of elementary particle physics*, Claredon Press, Oxford, 1984.
- [8] J. Zinn-Justin, *Quantum field theory and critical phenomena*, Oxford University Press, Oxford, 1996.
- [9] D. Bailin and A. Love, *Introduction to gauge field theory*, Institute of Physics Publishing, Bristol, 1993.
- [10] L.S. Brown, *Quantum field theory*, Cambridge University Press, New York, 1992.
- [11] M. Gell-Mann, P. Ramond, and R. Slansky, *Color embeddings, charge assignments, and proton stability in unified gauge theories*, Rev. Mod. Phys. **50**, 721, 1978.
- [12] H. Georgi, *Lie algebra in particle physics: from isospin to unified theories*, Benjamin/Cummings, Reading, 1999.
- [13] A. Zee, *Quantum Field Theory in a Nutshell*, Princeton University Press, Princeton, 2003.
- [14] А.А. Славнов, Л.Д. Фадеев, *Введение в квантовую теорию калибровочных полей*, Наука, Москва, 1978.
- [15] J. Collins, *Renormalization*, Cambridge University Press, Cambridge, 1984.
- [16] H. Georgi, *Weak interactions and modern particle theory*, Benjamin/Cummings, Menlo Park, 1984.
- [17] S.B. Treiman, R. Jackiw, B. Zumino, E. Witten, *Current algebra and anomalies*, Princeton University Press, Princeton, 1985.
- [18] K. Huang, *Quarks, leptons, and gauge fields*, World Scientific, Singapore, 1992.
- [19] Л.Б. Окунь, *Лептоны и кварки*, Наука, Москва, 1981.
- [20] E. Abers and B.W. Lee, *Gauge theories*, Phys. Rep. C **9**, 1 (1973).
- [21] L.M. Brown and T.Y. Cao, *Spontaneous breakdown of symmetry: Its rediscovery and integration into quantum field theory*, History Studies in the Physical and Biological Sciences **21**, 211 (1991).
- [22] L. Hoddeson, L. Brown, M. Riordan, and M. Dresden, *The rise of the Standard Model: particle physics in the 1960s and 1970s*, Cambridge University Press, Cambridge, 2009.
- [23] S.F. King, *Neutrino mass models*, Reports on Progress in Physics **67**, 197 (2004).
- [24] G.G. Ross, *Grand unified theories*, Westview Press, Boulder, 1984.