

Заняття 2. Вектори переміщення, швидкості, прискорення.

Аудиторне заняття

1. [1.1] Точка рухається в площині XY за законом: $x = at$, $y = at(1 - \beta t)$, де $\alpha, \beta = \text{const}$, $\alpha, \beta > 0$. Знайти:
а) рівняння траєкторії руху; б) вектори швидкості та прискорення та їх модулі в залежності від часу; в) залежність від часу кута φ між векторами швидкості та прискорення.
2. [1.31a] Знайти швидкість та прискорення частинки, положення якої в кожний момент часу задається радіус вектором: $\mathbf{r} = \sin(\omega t) \cdot \exp(-\alpha t) \mathbf{i} + \sin(\omega t) \cdot \exp(-\alpha t) \mathbf{j}$, де $\alpha, \omega = \text{const}$.
3. [1.3] За проміжок часу τ точка пройшла половину кола радіуса R . Розрахувати за цей час: а) середнє значення модуля швидкості $\langle |\mathbf{v}| \rangle$; б) модуль середнього вектора швидкості $\langle |\bar{\mathbf{v}}| \rangle$.
4. [1.33a] Швидкість частинки задається виразом $\mathbf{v} = \omega \sin(\omega t) \mathbf{i} + \omega \cos(\omega t + \varphi_0) \mathbf{j} + \lambda \exp(-\lambda t) \mathbf{k}$, де $\lambda, \omega, \varphi_0 = \text{const}$. Знайти залежність радіус вектора та прискорення частинки від часу, якщо частинка в початковий момент знаходилась в точці з радіус-вектором
а) $\mathbf{r}_0 = x_0 \mathbf{i} + y_0 \mathbf{j} + z_0 \mathbf{k}$; б) $\mathbf{r}_0 = 0 \mathbf{i} + 0 \mathbf{j} + z_0 \mathbf{k}$
5. [1.4] Частинка рухається в додатному напрямку вісі OX так, що її швидкість змінюється за законом $v = \alpha \sqrt{x}$, де α – додатна стала. В момент часу $t = 0$ частинка знаходиться в точці $x = 0$. Знайти: а) залежності швидкості та прискорення частинки від часу; б) середню швидкість частинки за час, протягом якого вона пройде перші s метрів шляху.
6. [1.5] Точка рухається уповільнюючись по прямій з прискоренням, модуль якого залежить від швидкості v за законом $a = \alpha \sqrt{v}$, де $\alpha > 0$, $\alpha = \text{const}$. В початковий момент часу $t_0 = 0$ швидкість точки дорівнює v_0 . Який шлях s пройде точка до зупинки? За який час t цей шлях буде пройдений?

Домашнє завдання

1. [1.2] Радіус-вектор точки A відносно початку координат змінюється за законом $\mathbf{r} = \alpha t \mathbf{i} + \beta t^2 \mathbf{j}$; де $\alpha, \beta = \text{const}$. Знайти: а) рівняння траєкторії руху точки; б) залежність від часу векторів швидкості \mathbf{v} та прискорення \mathbf{a} , а також модулів цих векторів; в) залежність від часу кута φ між векторами швидкості та прискорення.
2. [1.31б] Знайти швидкість та прискорення частинки, положення якої в кожний момент часу задається радіус вектором $\mathbf{r} = \sin(\omega t) \mathbf{i} + \sin(\omega t) \mathbf{j} + t^2 \exp(-\lambda t) \mathbf{k}$, де $\lambda, \omega = \text{const}$.
3. [1.33б] Швидкість частинки задається виразом $\mathbf{u} = \omega \sin(\omega t) \mathbf{i} + \lambda^2 \exp(-\lambda t) \mathbf{j} + \alpha \cos^2(\omega t) \mathbf{k}$, де $\lambda, \omega, \alpha = \text{const}$. Знайти залежність радіус вектора та прискорення частинки від часу, якщо частинка в початковий момент знаходилась в точці з радіус-вектором а) $\mathbf{r}_0 = x_0 \mathbf{i} + y_0 \mathbf{j} + z_0 \mathbf{k}$; б) $\mathbf{r}_0 = 0 \mathbf{i} + 0 \mathbf{j} + z_0 \mathbf{k}$
4. [1.32a] Знайти залежність положення частинки та її швидкості від часу, якщо її прискорення задається виразом $\mathbf{a} = \alpha t^2 \mathbf{i} - \omega^2 \sin(\omega t) \mathbf{j} + \lambda^2 \exp(\lambda t) \mathbf{k}$, де $\alpha, \omega, \lambda = \text{const}$. В початковий момент часу частинка знаходилась в точці початку відліку та мала швидкість
а) $\mathbf{v}_0 = 0 \mathbf{i} + 0 \mathbf{j} + v_0 \mathbf{k}$; б) $\mathbf{v}_0 = 0 \mathbf{i} + 0,5 v_0 \mathbf{j} + 0,5 v_0 \mathbf{k}$