像素坐标系转世界坐标系笔记

$$Z_c\begin{bmatrix}u\\v\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{dx} & 0 & u_0\\ 0 & \frac{1}{dy} & v_0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f & 0 & 0 & 0\\ 0 & f & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}R & T\\ \vec{0} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_w\\Y_w\\Z_w\\1\end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}f_x & 0 & u_0 & 0\\ 0 & f_y & v_0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}}_{\text{相机内参}}\underbrace{\begin{bmatrix}R & T\\ \vec{0} & 1\end{bmatrix}}_{\text{相机外参}}\begin{bmatrix}X_w\\Y_w\\Z_w\\1\end{bmatrix}$$

其中 u,v 为像素坐标系，Zc 为深度信息，本项目没有考虑深度信息，因此这个算法得稍改一下。

设 $R=\begin{bmatrix}a & b & c\\ d & e & f\\ g & h & m\end{bmatrix}$ $T=\begin{bmatrix}t1\\ t2\\ t3\end{bmatrix}$ 因此相机外参的矩阵为：$\begin{bmatrix}a & b & c & t1\\ d & e & f & t2\\ g & h & m & t3\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$

相机标定时，出来的是旋转向量，得转换成旋转矩阵，相机标定完以后会直接出来一个相机内参，因此标定后得得矩阵为相机内参。

控制末端坐标为('GO1 X0 Y0 Z-310')，使其末端中心对其自定义坐标系 O_2 点，然后拍下此时标定板的位置。通过 opencv 获得此时的旋转矩阵和平移矩阵，通过上面的坐标转换就能把像素坐标系和空间坐标系 O_1 统一起来。像素坐标系到空间坐标系的统一计算方法为 u

$$Z_c\begin{bmatrix}u\\v\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{dx}&0&u_0\\0&\frac{1}{dy}&v_0\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f&0&0&0\\0&f&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}R&T\\\vec{0}&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_w\\Y_w\\Z_w\\1\end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}f_x&0&u_0&0\\0&f_y&v_0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}}_{\text{相机内参}}\underbrace{\begin{bmatrix}R&T\\\vec{0}&1\end{bmatrix}}_{\text{相机外参}}\begin{bmatrix}X_w\\Y_w\\Z_w\\1\end{bmatrix}$$

设 $R=\begin{bmatrix}a&b&c\\d&e&f\\g&h&m\end{bmatrix}$ $T=\begin{bmatrix}t1\\t2\\t3\end{bmatrix}$ 因此相机外参的矩阵为：$\begin{bmatrix}a&b&c&t1\\d&e&f&t2\\g&h&m&t3\\0&0&0&1\end{bmatrix}$，相机内参×外参

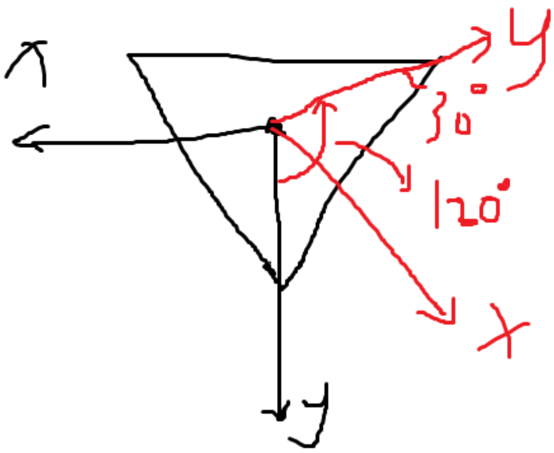
的矩阵 CS 设为 $CS=\begin{bmatrix}A&B&C&D\\E&F&G&H\\M_1&M_2&M_3&M_4\end{bmatrix}$，因此 $\begin{aligned}z_cu&=AX_W+BY_W+CZ_W+D\\z_c\text{v}&=EX_W+FY_W+GZ_W+H\\z_c&=M_1X_W+M_2Y_W+M_3Z_W+M_4\end{aligned}$

又因为 Z_W 为 0，因此式子可以化简成：$\begin{aligned}X_W(M_1u-A)+Y_W(M_2u-B)&=D-M_4u\\X_W(M_1v-E)+Y_W(M_2v-F)&=H-M_4v\end{aligned}$

因为 CS 是已知的，因此把上述式子用 MATlab 进行符号运算，可以得出 u，v 与 X_W 和 Y_W 之间的关系。至此，像素坐标系和空间坐标系 1 之间的关系已经弄清楚了。

再把空间坐标系 1 转成空间坐标 2，相当于 x 轴转了 180，再移动了 24*6 得距离，算法为 $x_2=-x_1+24*6$ ，y 相等不变。

空间坐标系 2 转成末端坐标系。其中黑色为空间坐标系 2，红色为末端坐标系。



空间坐标系 2 转成末端坐标系算法：

$$
\begin{aligned}
x_{末} &= x_2\cos(120) + \mathrm{y}_2\sin(120) \\
\mathrm{y}_{末} &= -x_2\sin(120) + \mathrm{y}_2\cos(120)
\end{aligned}
$$

至此把 $x_{末}$和 $y_{末}$发送给机械臂即可。