第 2 章 高频电路基础

- 2.1 LC 谐振回路
- 2.2 电子噪声
- 2.3 噪声系数和噪声温度

2.1 LC 谐振回路

概述

各种高频电路基本上是由有源器件、 无源元件和无源网络组成的。

高频电路中使用的元器件与在低频电路中使用的元器件基本相同，但要注意它们在高频使用时的高频特性。

一、 高频电路中的元件

高频电路中的元件主要是电阻（器）、 电容（器）和电感（器）, 它们都属于无源的线性元件。

2.1 LC 谐振回路

一、 高频电路中的元件

1） 电阻

一个实际的电阻器，在低频时主要表现为电阻特性，但在高频使用时不仅表现有电阻特性的一面，而且还表现有电抗特性的一面。 电阻器的电抗特性反映的就是其高频特性。

一个电阻 R 的高频等效电路如图 2 — 1 所示，其中，C_R 为分布电容，L_R 为引线电感，R 为电阻。

- L_R 、 C_R 越小，高频特性越好，因此希望电阻的引线要短。

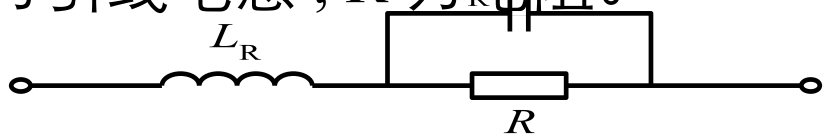


图 2 — 1 电阻的高频等效电路

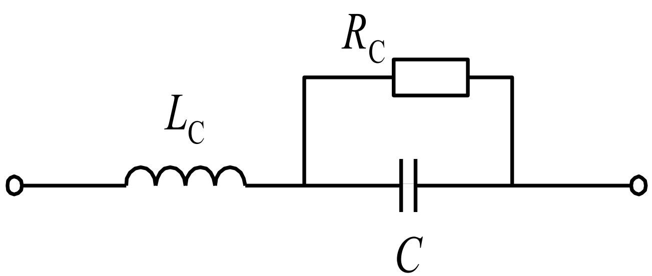
- 频率越高，电阻的高频特性越明显
- 在实际使用时，要尽量减小电阻器的高频特性，使之表现为纯电阻。

2.1 LC 谐振回路

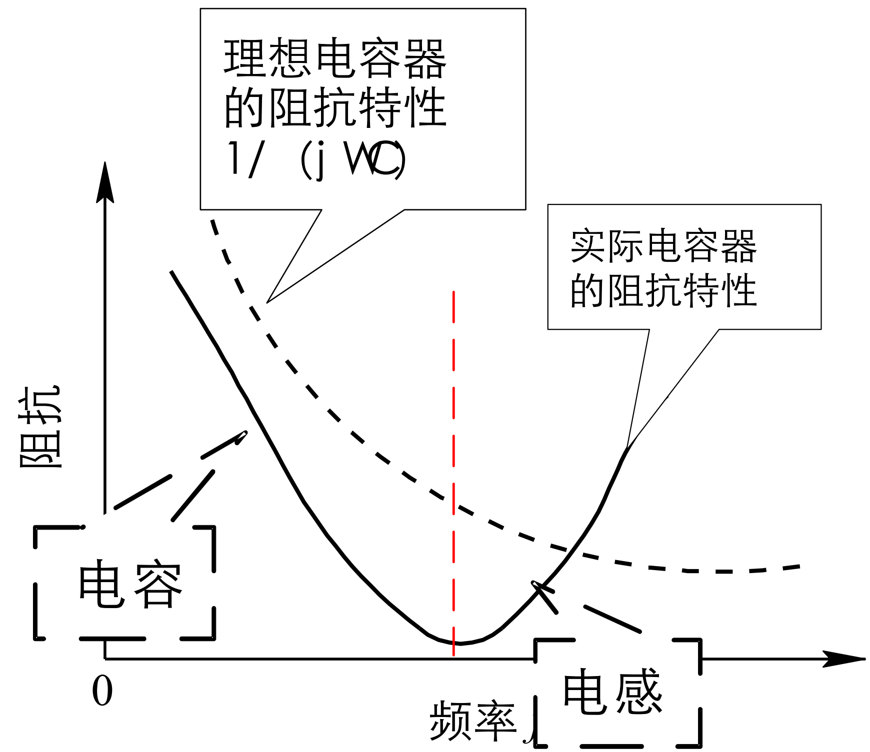
一、 高频电路中的元件

2. 电容

一个高频电容器的等效电路如图（a）所示。



(a) 高频电容器等效电路



(b) 电容器阻抗特性

R_C—— 级间绝缘电阻（由于两导体间介质的非理想所致）；

L_C—— 分布电感或级间电感

高频电容具有自身谐振频率 SRF

2.1 LC 谐振回路

一、 高频电路中的元件

3）电感

高频电路中，电感线圈的损耗是不能忽略的。频率越高，高频电感的损耗（等效电阻）越大。

一般交流电阻远大于直流电阻，故高频电路的损耗电阻主要指交流电阻。

一般用品质因素 Q 来表征高频电感的损耗性能。品质因素 Q 定义为高频电感的感抗与其串联损耗电阻之比。Q 值越高，表示电感的储能作用越强，损耗越小。

2.1 LC 谐振回路

一、 高频电路中的元件

3）电感

高频电感器也具有自身谐振频率 SRF 。 在 SRF 上，高频电感的阻抗的幅值最大，而相角为零，如图 2 — 3 所示。

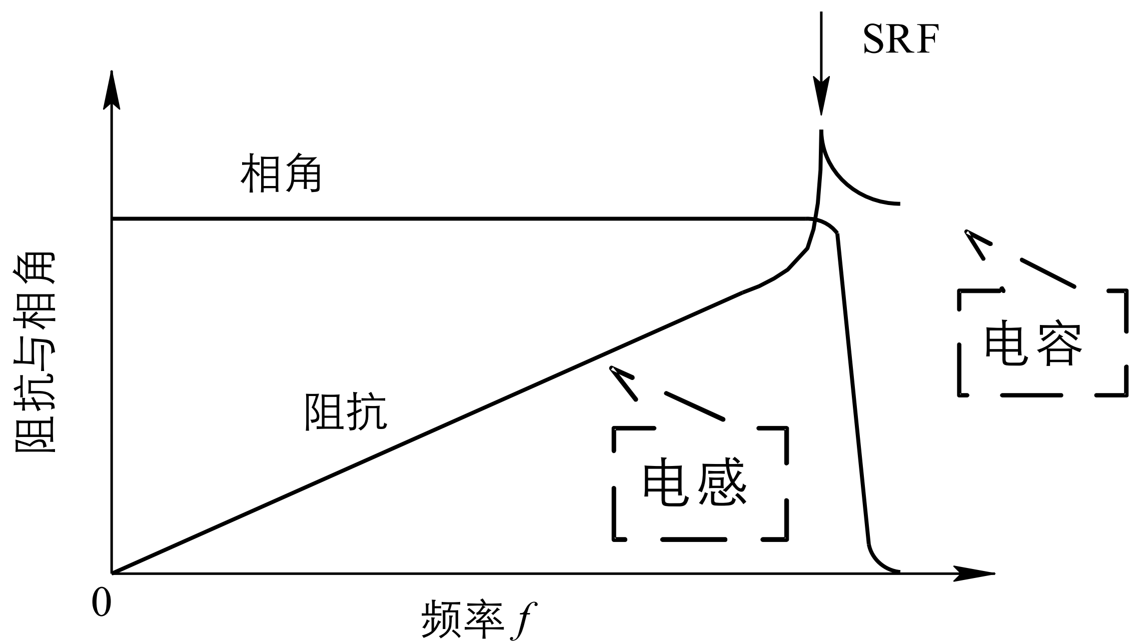


图 2 — 3 高频电感器的自身谐振频率 SRF

2.1 LC 谐振回路

二、 高频电路中的有源器件

高频电路中的有源器件主要有二极管，晶体管以及集成电路，完成信号的放大、非线性变换等功能。

1） 二极管

半导体二极管在高频中主要用于检波、 调制、 解调及混频等非线性变换电路中，工作在低电平。 主要有点触式二极管、表面势垒二极管以及变容二极管。

特点： （1） 点触式二极管、表面势垒二级管——极间电容小，工作频率高；

（2） 变容二极管——电容随偏置电压变化。可用作电调谐器和压控震荡器；

2.1 LC 谐振回路

二、 高频电路中的有源器件

2） 晶体管与场效应管（FET）

高频晶体管有两大类型：一类是作小信号放大的高频小功率管，对它们的主要要求是高增益和低噪声；另一类为高频功率放大管，除了高增益外，要求其在高频有较大的输出功率。

3） 集成电路

用于高频的集成电路的类型主要分为通用型和专用型两种。

2.1 LC 谐振回路

LC 谐振回路

高频电路中的基本电路（无源组件或无源网络）主要有高频振荡（谐振）回路、高频变压器、谐振器与滤波器等，它们完成信号的传输、频率选择及阻抗变换等功能

。

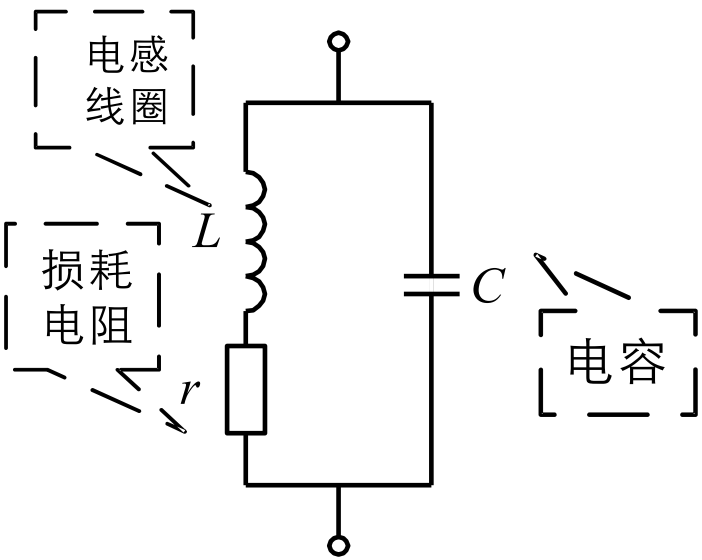
高频震荡回落主要有简单震荡回路、抽头并联震荡回路和耦合震荡回路。在电路中完成阻抗变换，信号选择与滤波，相频转换和移相等功能

只有一个回路的震荡电路称为简单震荡回路和 或单谐振回路，有串联震荡回路和并联震荡回路两种。

2.1 LC 谐振回路

1) 简单振荡回路

① 并联谐振回路（电感、电容并联）



电路两端的并联阻抗为:

$$Z_p = \frac{(r + j\omega L)\dfrac{1}{j\omega C}}{r + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}}$$

$$Z_P = \frac{-j\left(\dfrac{r^2}{\omega C} + \dfrac{\omega L^2}{C} - \dfrac{L}{\omega C^2}\right) + \dfrac{r}{\omega^2 C^2}}{r^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$$

2.1 LC 谐振回路

1) 简单振荡回路

① 并联谐振回路（电感、电容并联）

$$Z_P = \frac{-j(\frac{r^2}{\omega C} + \frac{\omega L^2}{C} - \frac{L}{\omega C^2}) + \frac{r}{\omega^2 C^2}}{r^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

定义：使感抗与容抗相等的频率为并联谐振频率 ω_0 ，即令 Z_p 的虚部为 0，则有：

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1 - \frac{r^2 C}{L}} \qquad (2\text{-}2)$$

2.1 LC 谐振回路

1) 简单振荡回路

① 并联谐振回路（电感、电容并联）

定义 ：品质因素 Q

$$Q=\frac{\omega_0 L}{r}=\frac{1}{\omega_0 C r} \quad � \quad Q^2=\frac{L}{Cr^2}$$

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1-\frac{r^2 C}{L}}$$

□

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1-\frac{1}{Q^2}}$$

在高频电路中， Q>>1 ，故有: $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$

此频率也为回路的中心频率

2.1　LC 谐振回路

1)　简单振荡回路

①　并联谐振回路（电感、电容并联）

特性阻抗 $\rho = \sqrt{\dfrac{L}{C}}$，则有：$Q = \dfrac{\omega_0 L}{r} = \dfrac{1}{r} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \cdot L = \dfrac{1}{r} \cdot \sqrt{\dfrac{L}{C}} = \dfrac{\rho}{r}$

即在电感 L 的损耗电阻 r 相同的条件下，回路的品质因素 Q 与特性阻抗 ρ 成正比。

谐振的物理意义：电容中储存的电能和电感中储存的磁能周期性的转换，并且储存的最大能量相等。

2.1 LC 谐振回路

1) 简单振荡回路

① 并联谐振回路（电感、电容并联）

谐振时，回路阻抗 R_0 最大，为一纯电阻即

$$R_0 = Z_P|_{\omega=\omega_0} = \frac{r/\omega_0^2C^2}{r^2 + (\omega_0 L - 1/\omega_0 C)^2} = \frac{1}{\mathrm{r}\omega_0^2C^2}$$

并联谐振回路的电阻 R_0 为 $\omega_0 L$ 和 $1/\omega_0\mathrm{C}$ 的 Q 倍

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$$

□ $$R_0 = \frac{L}{Cr} \overset{Q=1/(\omega_0 Cr)}{=} Q\omega_0 L \overset{Q=\omega_0\mathrm{L}/r}{=} \frac{Q}{\omega_0 C}$$

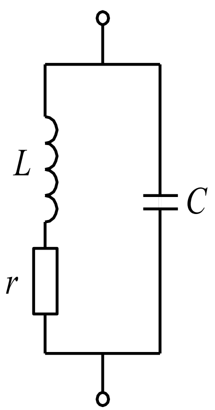
2.1 LC 谐振回路

1) 简单振荡回路

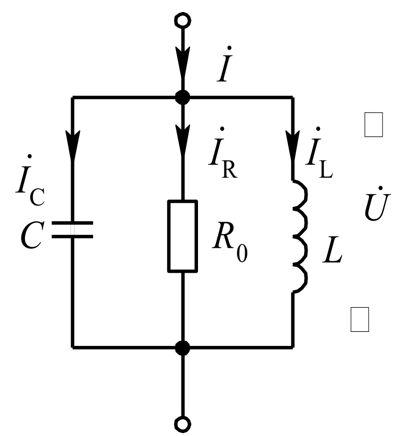
① 并联谐振回路（电感、电容并联）

考虑在谐振频率附近时的阻抗

并联谐振回路的等效电路为：



并联谐振回路



等效电路

$$Z_P = \frac{-j\left(\frac{r^2}{\omega C} + \frac{\omega L^2}{C} - \frac{L}{\omega C^2}\right) + \frac{r}{\omega^2 C^2}}{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\square \frac{r / \omega_0^2 C^2}{r^2 + \left(\omega L - 1/\omega C\right)^2}$$

$$\Rightarrow Z_P = \frac{\frac{L}{Cr}}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

2.1 LC 谐振回路

$$Z_P=\frac{\dfrac{L}{Cr}}{1+jQ(\dfrac{\omega}{\omega_0}-\dfrac{\omega_0}{\omega})}$$

1) 简单振荡回路

① 并联谐振回路（电感、电容并联）

一般并联回路用于窄带系统，即此时 ω 与 ω_0 相差不大，则

$$\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}=\frac{\omega^2-\omega_0{}^2}{\omega\omega_0}=(\frac{\omega_0+\omega}{\omega})(\frac{\omega-\omega_0}{\omega_0})\ \square\ \frac{2\omega}{\omega}\frac{\triangle\omega}{\omega_0}=2\frac{\triangle\omega}{\omega_0}$$

$$Z_p=\frac{R_0}{1+jQ\dfrac{2\Delta\omega}{\omega_0}}=\frac{R_0}{1+j\xi}$$

式中，$\triangle\omega=\omega-\omega_0$ 是相对于回路中心频率的绝对角频偏，称为失谐。

$$\xi=2Q\frac{\triangle f}{f_0}$$ 为广义失谐。

2.1 LC 谐振回路

$$Z_p = \frac{R_0}{1 + jQ\dfrac{2\Delta\omega}{\omega_0}} = \frac{R_0}{1 + j\xi}$$

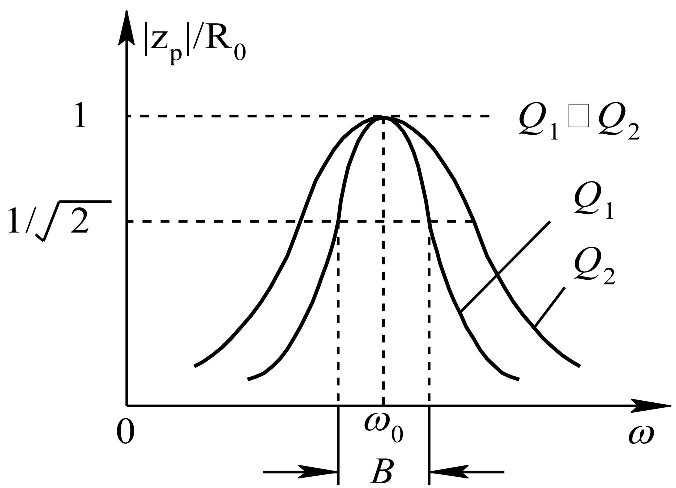
1) 简单振荡回路

① 并联谐振回路（电感、电容并联）

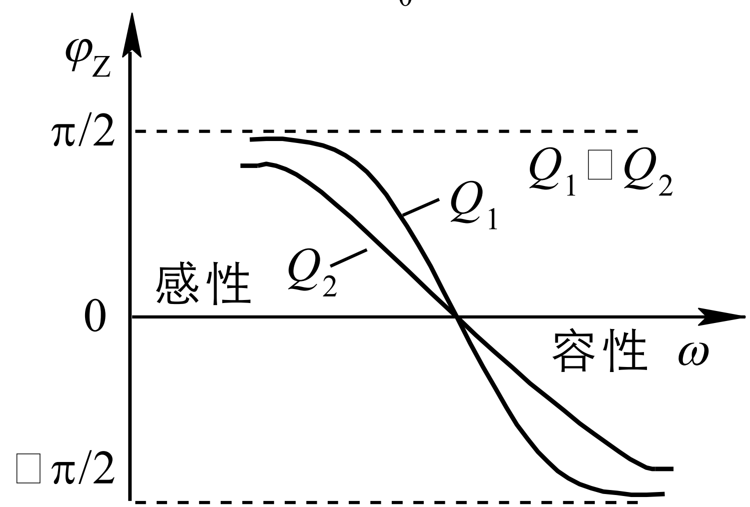
对应的阻抗模值和相位为：

$$|Z_p| = \frac{R_0}{\sqrt{1 + (Q\dfrac{2\Delta\omega}{\omega_0})^2}} = \frac{R_0}{\sqrt{1+\xi^2}}$$

$$\varphi_Z = -\arctan(2Q\frac{\Delta\omega}{\omega_0}) = -\arctan\xi$$



阻抗幅频特性



相位特性

2.1 LC 谐振回路

1) 简单振荡回路

① 并联谐振回路（电感、电容并联）

谐振回路中的两个重要参数：通频带和矩形系数

3dB 通频带：阻抗幅频特性下降为谐振值（中心频率处）的 $1/\sqrt{2}$ 时对应的频率范围，也称回路带宽。常用 $B_{0.707}$ 或 B_{3dB} 表示。

令 $Z_P / R_0 = 1/\sqrt{2} \rightarrow \xi = \square 1 \rightarrow B_{0.707} = 2\Delta f = \dfrac{f_0}{Q}$

理想滤波器的幅频特性是一个矩形，因此可用矩形系数（谐振回路的幅频特性接近矩形的程度）来描述谐振回路的选择性，定义为：

$$K_{r0.1} = \frac{B_{0.1}}{B_{0.707}}$$

2.1 LC 谐振回路

1) 简单振荡回路

① 并联谐振回路（电感、电容并联）

$$K_{r0.1}=\frac{B_{0.1}}{B_{0.707}}$$

其中 $B_{0.707}$是曲线下降为谐振值的 0.1 时对应的频带宽度。$K_{r0.1}$ 总大于 1，理想矩形时，$B_{0.707}=B_{0.1}$ ，矩形系数越接近于 1 越好。

对于单并联谐振回路，$B_{0.1}=\sqrt{10^2-1}\dfrac{f_0}{Q}$ ，则矩形系数为

$$|Z_p|=\frac{R_0}{\sqrt{1+(Q\dfrac{2\Delta\omega}{\omega_0})^2}}=\frac{R_0}{\sqrt{1+\xi^2}}$$

$$K_{r0.1}=\sqrt{10^2-1}=9.96$$

即简单震荡回落的选择性很差。

2.1 LC 谐振回路

1) 简单振荡回路

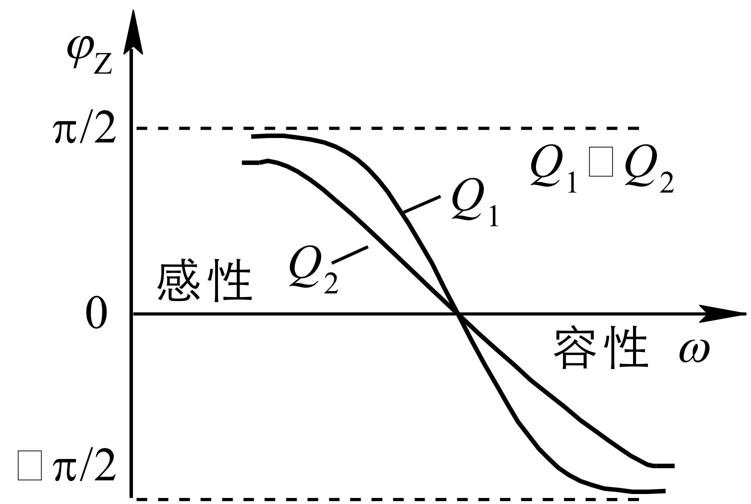
① 并联谐振回路（电感、电容并联）

由相频特性: $$\varphi_Z = -\arctan(2Q\frac{\Delta\omega}{\omega_0}) = -\arctan\xi$$

谐振时（$\Delta\omega_0 = 0$），回路呈纯电阻。失谐时，如果 $\Delta\omega_0 < 0$，则回路呈感性；如果 $\Delta\omega_0 > 0$，回路呈容性。

相频特性的斜率: $$\frac{d\varphi_z}{d\omega}\bigg|_{\omega=\omega_0} = -\frac{2Q}{\omega_0}$$

Q 值越大，斜率越大，曲线越陡峭。在谐振频率附件，相频特性呈近似线性关系，且 Q 值越小，线性范围越宽。

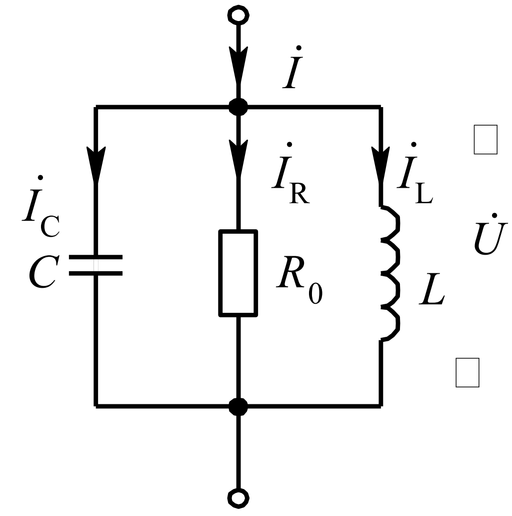


（d）相频特性

2.1 LC 谐振回路

1) 简单振荡回路

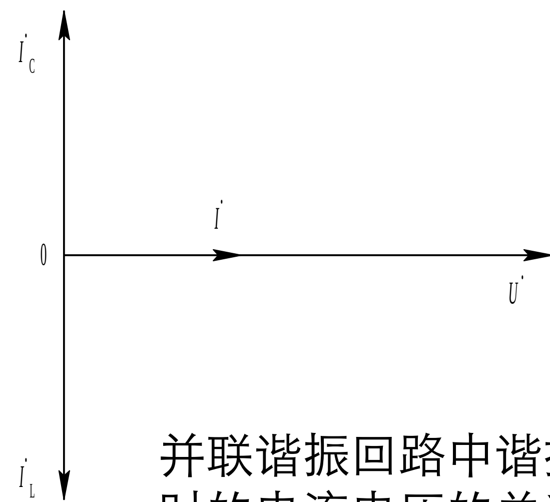
① 并联谐振回路（电感、电容并联）



等效电路

谐振时，回路中电流电压的关系：

电感 L 电流的电流 $\dot{I}_L$ 是感性电流，它落后于回路两端电压 90 度，$\dot{I}_C$ 是容性电流，超前于回路两端电压 90 度。$\dot{I}_R$ 则与回路电压同相。



并联谐振回路中谐振时的电流电压的关系

谐振时，$\dot{I}_L$ 与 $\dot{I}_C$ 相位相反，大小相等。他们的相位关系如图所示。

2.1 LC 谐振回路

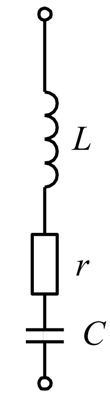


图 2-4 （a）

1) 简单振荡回路

② 串联谐振回路（电感、电容串联）

电路如图所示：

串联阻抗： $Z_s = r + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C} = r + j(\omega L - \dfrac{1}{\omega C})$ （1）

串联谐振频率： $\omega_0 L = {}^{1}\!/_{\omega_0 C}$ � $\omega_0 = {}^{1}\!/_{\sqrt{LC}}$ （2） ➔ $Z_s = r$

由（1、2）得 $Z_s = r[1 + j\dfrac{\omega_0 L}{r}(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega})]$

阻抗模值： $|Z_s| = r\sqrt{1 + (\dfrac{\omega_0 \mathrm{L}}{r})^2(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega})^2}$ ➔ $|Z_s| = \mathrm{r}\sqrt{1+\xi^2}$

其中 $\xi = 2Q\dfrac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = 2Q\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}$ □ 广义失谐 $Q \triangleq \dfrac{\omega_0 L}{r} = \dfrac{1}{\omega_0 C r}$ □ 品质因素

相角： $\varphi = tg^{-1}\xi$

2.1 LC 谐振回路

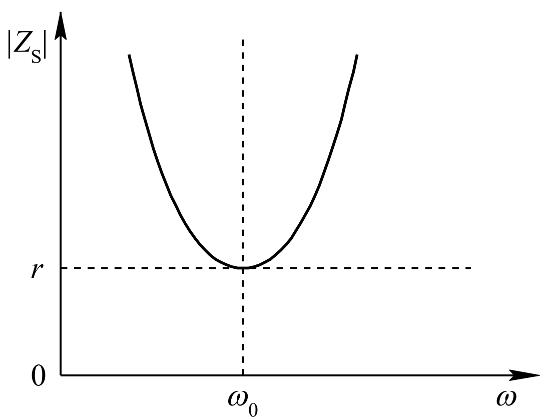
1) 简单振荡回路

② 串联谐振回路（电感、电容串联）

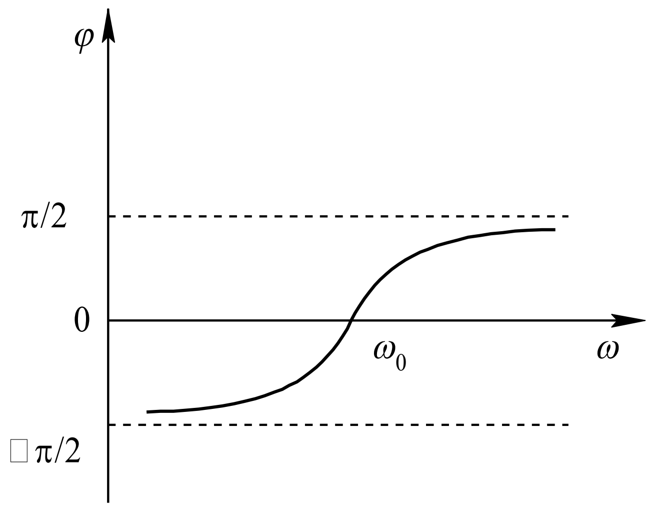
$$|Z_s| = r\sqrt{1+\xi^2}$$

回路阻抗的模值和相角随 w 的变化曲线如下:

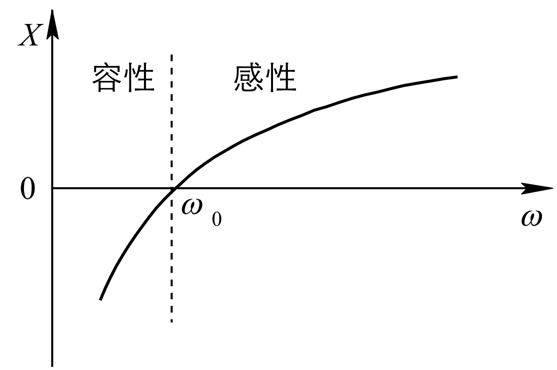
相角: $\varphi = tg^{-1}\xi$



幅频特性



相频特性



电抗特性

当 $\omega<\omega_0$ 时，回路呈，容性 $|Z_s|>r$

➔ 当 $\omega>\omega_0$ 时，回路呈，感性 $|Z_s|>r$

当 $\omega=\omega_0$ 时，回路呈，纯电阻 最小 $|Z_s|=r$

2.1 LC 谐振回路

1) 简单振荡回路

② 串联谐振回路（电感、电容串联）

回路的电流特性

若在串联振荡回路两端加一恒压信号 $\dot{U}$ ，则发生串联谐振时因阻抗最小，流过电路的电流最大，称为谐振电流，其值为

$$\dot{I}_0=\frac{\dot{U}}{r}$$

在任意频率下的回路电流 $\dot{I}$ 与谐振电流 $\dot{I}_0$ 之比为 $\frac{\dot{I}}{\dot{I}_0}=\frac{\dot{U}/Z_s}{\dot{U}/r}=\frac{r}{Z_S}$

则： $\frac{|\dot{I}|}{|\dot{I}_0|}=\frac{r}{r\sqrt{1+\xi^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}$

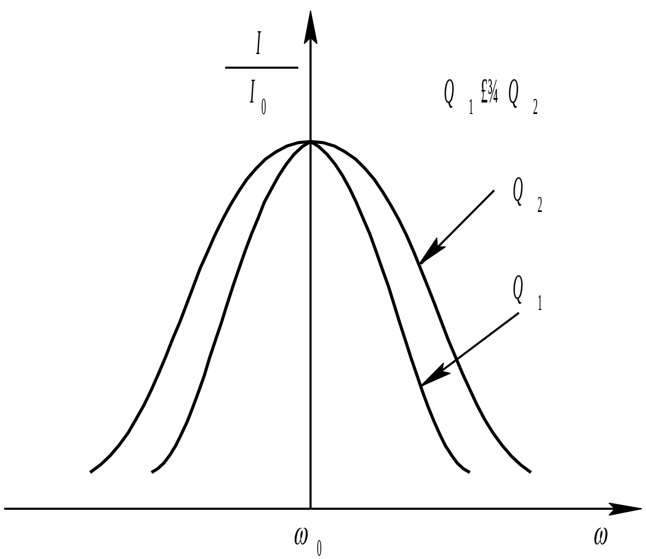
令： $\frac{|\dot{I}|}{|\dot{I}_0|}=1/\sqrt{2}$ � $\xi=$ �1 □ $B=2\Delta f=f_0/Q$ □ 串联回路带宽

2.1 LC 谐振回路

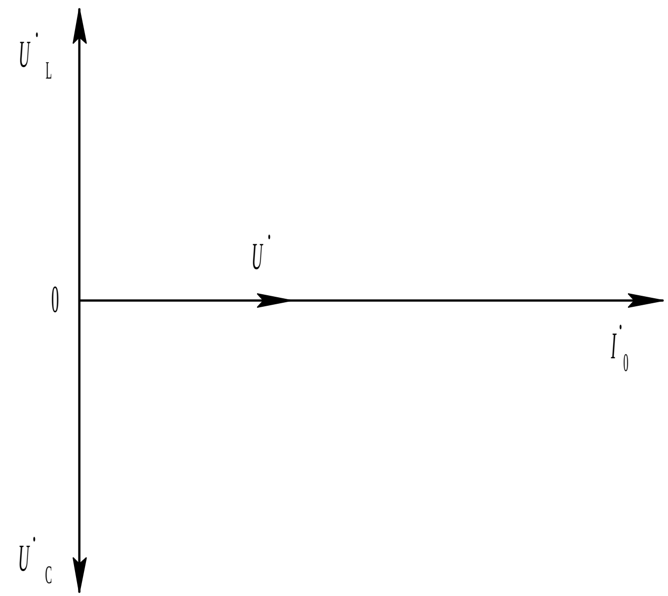
1) 简单振荡回路

② 串联谐振回路（电感、电容串联）

则串联谐振回路的谐振曲线：



串联谐振回路的谐振曲线



串联回路在谐振时的电流、 电压关系

2.1 LC 谐振回路

1) 简单振荡回路

例 1 设一放大器以简单并联振荡回路为负载，信号中心频率 fs=10MHz，回路电容 C=50 pF,

(1) 试计算所需的线圈电感值。

(2) 若线圈品质因数为 Q=100，试计算回路谐振电阻及回路带宽。

(3) 若放大器所需的带宽 B=0.5 MHz，则应在回路上并联多大电阻才能满足放大器所需带宽要求？

解 (1) 计算 L 值。

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \therefore L = \frac{1}{\omega_0^2 C} = \frac{1}{(2\pi)^2 f_0^2 C}$$

$$\therefore L = 5.07uH$$

2.1 LC 谐振回路

1) 简单振荡回路

(2) 回路谐振电阻和带宽。

$$R_0 = Q\omega_0 L = 100 \times 2\pi \times 10^7 \times 5.07 \times 10^{-6} = 3.18 \times 10^4$$

$$= 31.8k\Omega$$

回路带宽为 $B = \dfrac{f_0}{Q} = 100kHz$

2.1 LC 谐振回路

1) 简单振荡回路

(3) 求满足 0.5 MHz 带宽的并联电阻。

设回路上并联电阻为 R_1，并联后的总电阻为 $R_1 \| R_0$，总的回路有载品质因数为 Q_L 。 由带宽公式，有 $Q_L = \frac{f_0}{B}$

此时要求的带宽 B=0.5 MHz，故 $Q_L = 20$

回路总电阻为

$$\frac{R_0 R_1}{R_0 + R_1} = Q_L \omega_0 L = 20 \square 2\pi \square 10^7 \square 5.07 \square 10^{-6} = 6.37 k\Omega$$

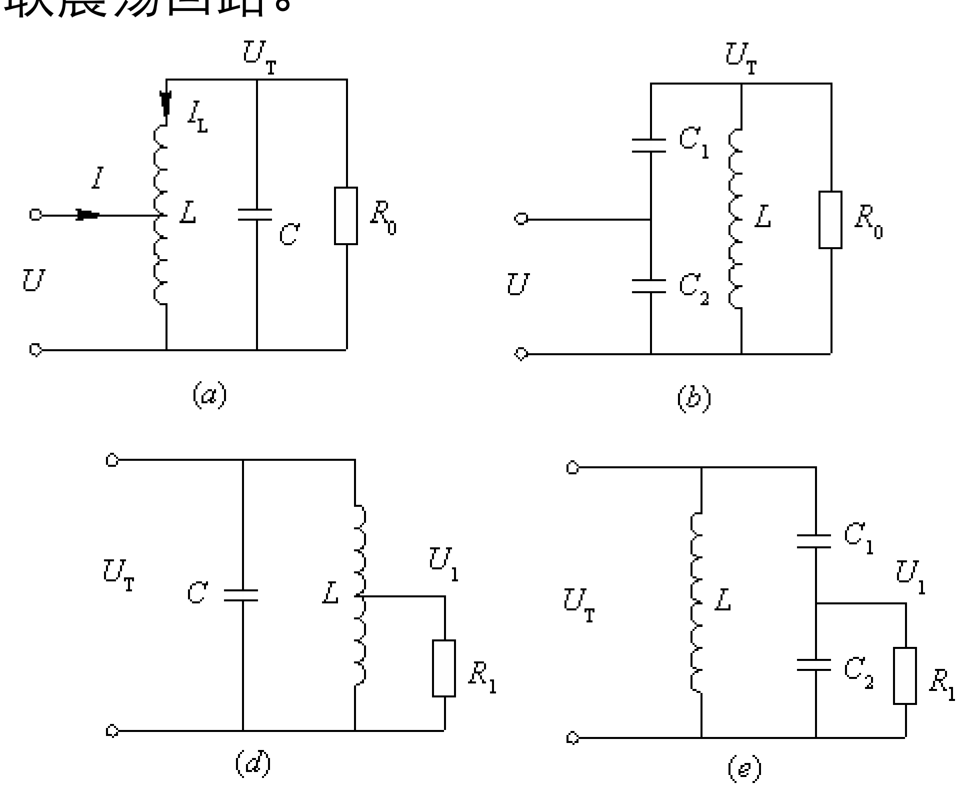
$$R_1 = \frac{6.37 \square R_0}{R_0 - 6.37} = 7.97 k\Omega$$

需要在回路上并联 7.97 kΩ 的电阻。

2.1 LC 谐振回路

② 抽头并联振荡回路

激励源或负载与回路电感或电容部分连接的并联震荡回路称为抽头并联震荡回路。



通过改变抽头位置或电容分压比可以实现回路与信号源的阻抗匹配（a,b）或阻抗变换(c,d,e)。

几种常见抽头振荡回路

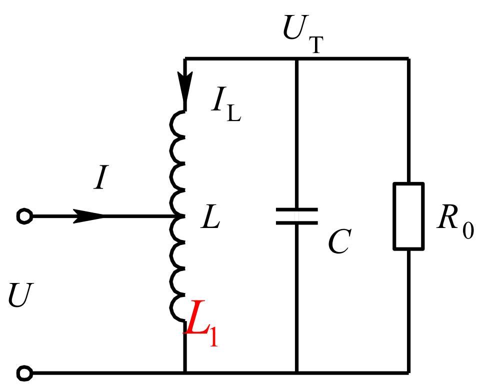
2.1 LC 谐振回路

② 抽头并联振荡回路

定义：接入系数，与外电路相连的那部分电抗与回路参与分压得同性质总电抗之比，即

$$p=\frac{U}{U_T}$$

接入系数也称为电压比或变比。



(a)

假设谐振时，输入端呈现的电阻为 R，由功率相等的关系

$$\frac{U_T^{\,2}}{2R_0}=\frac{U^2}{2R}$$

$$R=\left(\frac{U}{U_T}\right)^2 R_0=p^2R_0$$

接入系数用元件参数表示，则为：

$$p=L_1/L=N_1/N$$ 不考虑互感

$$p=(L_1+M)/L$$ 考虑互感

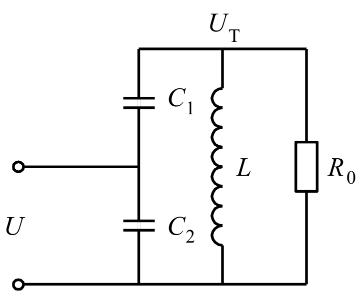
2.1 LC 谐振回路

② 抽头并联振荡回路

前面分析的是回路谐振时，阻抗之间的变换关系，对于非谐振回路，接入系数的概念同样适用，此时

$$Z = p^2 Z_T = \frac{p^2 R_0}{1 + j2Q\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}}$$

电容部分接入：



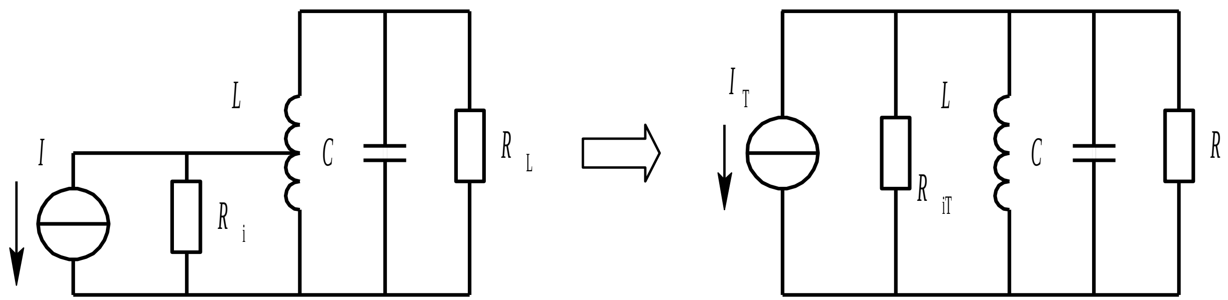
(b)

接入系数 $p = \dfrac{U}{U_T} = \dfrac{\dfrac{1}{\omega C_2}}{\dfrac{1}{\omega \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}} = \dfrac{C_1}{C_1 + C_2}$

2.1 LC 谐振回路

② 抽头并联振荡回路

电源的折合：



同样根据功率相等，有 $IU = I_T U_T$ � $\frac{U}{U_T} = \frac{I_T}{I} = p$

则有： $U = pU_T$ ； $I_T = PI$

因为激励端电压 U 小于回路两端电压 U_T ，从功率等效的角度，回路要得到同样功率，抽头端的电流比起不抽头回路要更大些，则由

$$I_L = \frac{U_T}{\omega L} = \frac{U_T Q}{R_0}$$

$$I = \frac{U}{R}$$

➔ $\frac{I_L}{I} = \frac{U_T}{U}\frac{R}{R_0}Q$ ➔ $I_L = pQI$

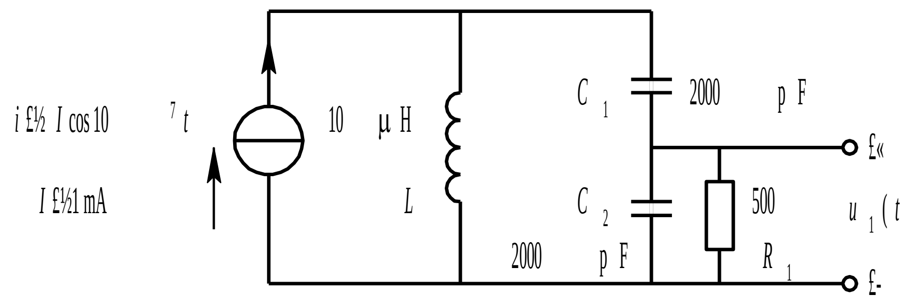
又 $\frac{R}{R_0} = p^2$

这时，谐振时回路电流 I_L, I_C 与 I 的比值将不再是 Q，而小于 Q

2.1 LC 谐振回路

② 抽头并联振荡回路

例 2 如图所示， 抽头回路由电流源激励，忽略回路本身的固有损耗，试求回路两端电压 $u(t)$ 的表示式及回路带宽。



解 由于忽略了回路本身的固有损耗，因此可以认为 $Q\to\infty$ 。 由图可知，回路电容为

$$C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}=1000pF$$

谐振角频率为
$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}=10^7 rad/s$$

电阻 R_1 的接入系数
$$p=\frac{C_1}{C_1+C_2}=0.5$$

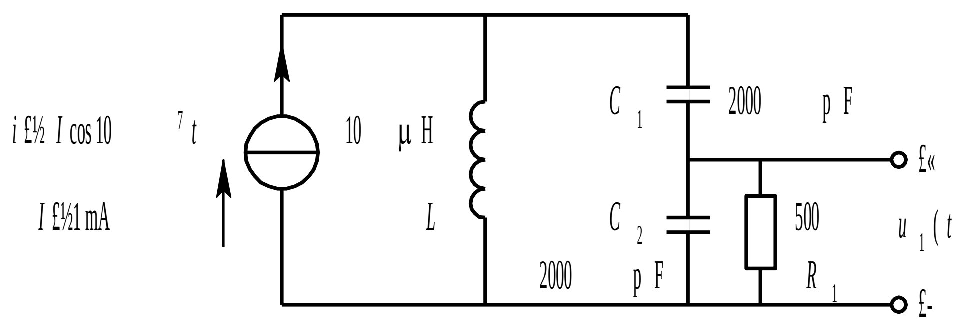
等效到回路两端的电阻为
$$R=\frac{1}{p^2}R_1=2000\Omega$$

2.1 LC 谐振回路

② 抽头并联振荡回路

回路两端电压 $u(t)$ 与 $i(t)$ 同相，电压振幅 $U=IR=2$ V，故

$$u(t)=2\cos 10^{7}tV$$



输出电压为

$$u_1(t)=pu(t)=\cos 10^{7}tV$$

回路有载品质因数

$$Q_L=\frac{R}{\omega_0 L}=\frac{2000}{100}=20$$

回路带宽 $$B=\frac{\omega_0}{Q_L}=5\square 10^{5}rad/s$$

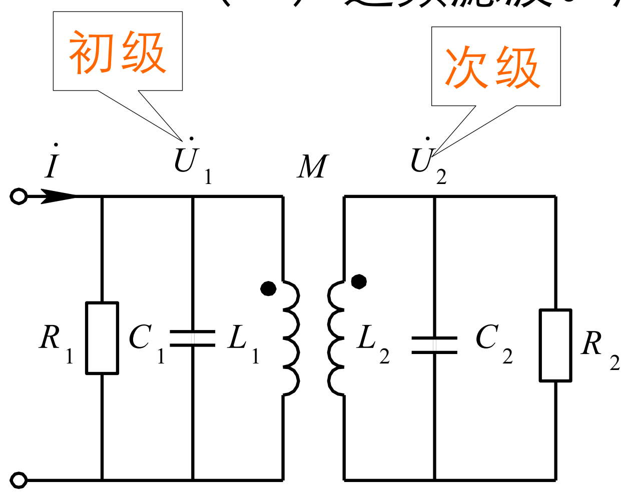
2.1 LC 谐振回路

③ 耦合回路

简单震荡回路具有一定的选频能力，结构简单，但是其选择性差，矩形系数太大。因此在高频电路中，经常用到两个互相耦合的震荡回路，称为双调谐回路。

作用：（1）阻抗变换，完成高频信号的传输

（2）选频滤波。形成比简单震荡回路更好的频率特性。



(a)

电感耦合回路

回路耦合阻抗为： $Z_m = jX_m = j\omega M$

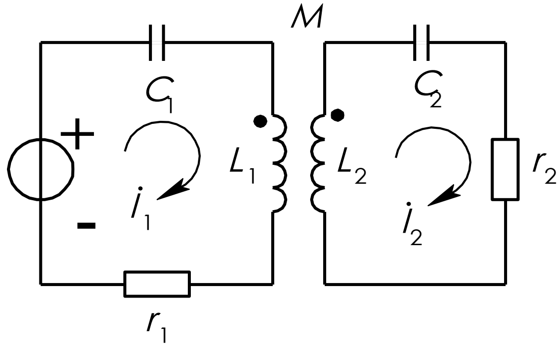
定义耦合系数 k **（反映两回路的相对耦合程度）**为 X_m 与初次级中跟 X_m 同性质两电抗的几何平均值之比。

耦合系数： $k = \dfrac{\omega M}{\sqrt{\omega^2 L_1 L_2}} = \dfrac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$

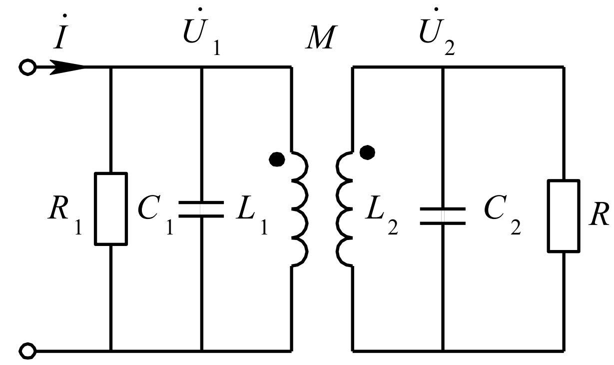
2.1 LC 谐振回路

③ 耦合回路

$$\dot{U} = \frac{\dot{I}}{j\omega C_1}$$



等效回路



(a)

电感耦合回路

初级回路电流$\dot{I}_1$在次级回路中产生的感应电势 $j\omega M\dot{I}_1$

次级回路电流：$\dot{I}_2 = j\omega M\dot{I}_1 / Z_2$ Z_2是次级回路的串联阻抗

$\dot{I}_2$ 在初级的反应电势为 $j\omega M\dot{I}_2$

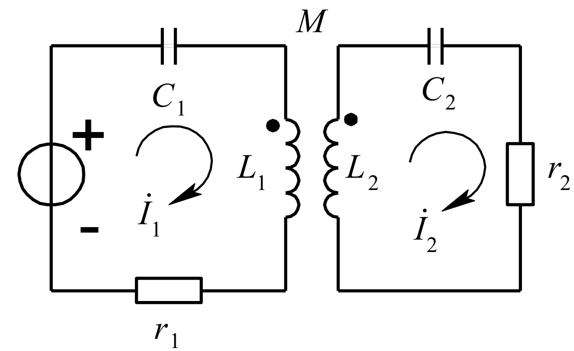
次级回路对初级回路的作用可用反映阻抗 Z_f 来表示：

$$Z_f = \frac{j\omega M I_2}{-I_1} = \frac{j\omega M \cdot j\omega M I_1 / Z_2}{-I_1} = \frac{\omega^2 M^2}{Z_2}$$

2.1 LC 谐振回路

③ 耦合回路

$\dot{U} = \dfrac{\dot{I}}{j\omega C_1}$



等效回路

假设两回路中，

$$L_1 = L_2 = L\,,\, C_1 = C_2 = C\,,\, Q_1 = Q_2 = Q$$

定义：(1) 广义失谐 $\xi = \dfrac{\omega_0 L}{r}\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right) \approx 2Q\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}$

(2) 耦合因子 $A = kQ$

初次级串联阻抗可分别表示为

$$Z_1 = r_1(1 + j\xi)$$
$$Z_2 = r_2(1 + j\xi) \qquad （1）$$

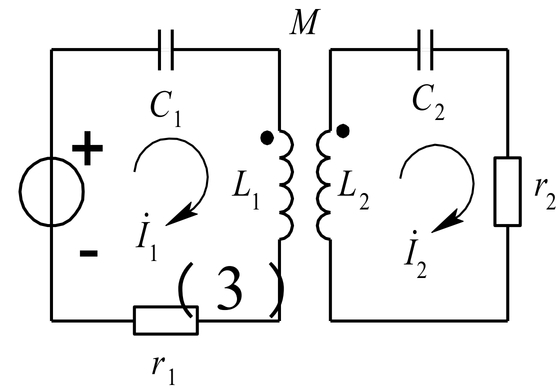
耦合阻抗为： $Z_m = j\omega M$ （2）

转移阻抗： $Z_{21} = \dfrac{\dot{U}_2}{\dot{I}} = \dfrac{\dfrac{1}{j\omega C_2}\dot{I}_2}{j\omega C_1 \dot{U}} = -\dfrac{1}{\omega^2 C_1 C_2} \cdot \dfrac{\dot{I}_2}{\dot{U}}$ （3）

2.1 LC 谐振回路

③ 耦合回路

$$\dot{U} = \frac{\dot{I}}{j\omega C_1}$$



$$Z_{21} = -\frac{1}{\omega^2 C_1 C_2}\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}} \quad (3)$$

而 $\dot{I}_2 = j\omega M\dot{I}_1 / Z_2 = \dot{I}_1 Z_m / Z_2$ （4）

考虑次级的反映阻抗时，有： $\dot{U} = \dot{I}_1(Z_1 + Z_f) = \dot{I}_1\left(Z_1 - \frac{Z_m^2}{Z_2}\right)$ （5）

将（4、5）式代入（3），并化简有：

$$Z_{21} = -j\frac{Q}{\omega_0 C}\frac{A}{1-\xi^2 + A^2 + 2j\xi} \quad （6）$$

2.1 LC 谐振回路

③ 耦合回路

$$|Z_{21}| = \frac{Q}{\omega_0 C}\frac{A}{\sqrt{(1-\xi^2+A^2)^2+4\xi^2}}$$

以ξ为变量，对上式求极值，即对上式关于ξ求导，并令导数为 0，则有：

$$\xi = 0 \quad 或 \quad \xi^2 = A^2 - 1$$

故当 A<1 时，在$\xi = 0$ 处有极大值 $\dfrac{Q}{\omega_0 C}\dfrac{A}{(1+A^2)}$

当 A>1 时，则在$\xi = \pm\sqrt{A^2-1}$ 处有两个极大值 $\dfrac{1}{2}\dfrac{Q}{\omega_0 C}$ ，在$\xi = 0$ 处有凹点

又$\dfrac{A}{(1+A^2)} < 1/2$ ，故$|Z_{21}|$的最大值为 $|Z_{21}|_{max} = \dfrac{1}{2}\dfrac{Q}{\omega_0 C}$

归一化转移阻抗特性为：

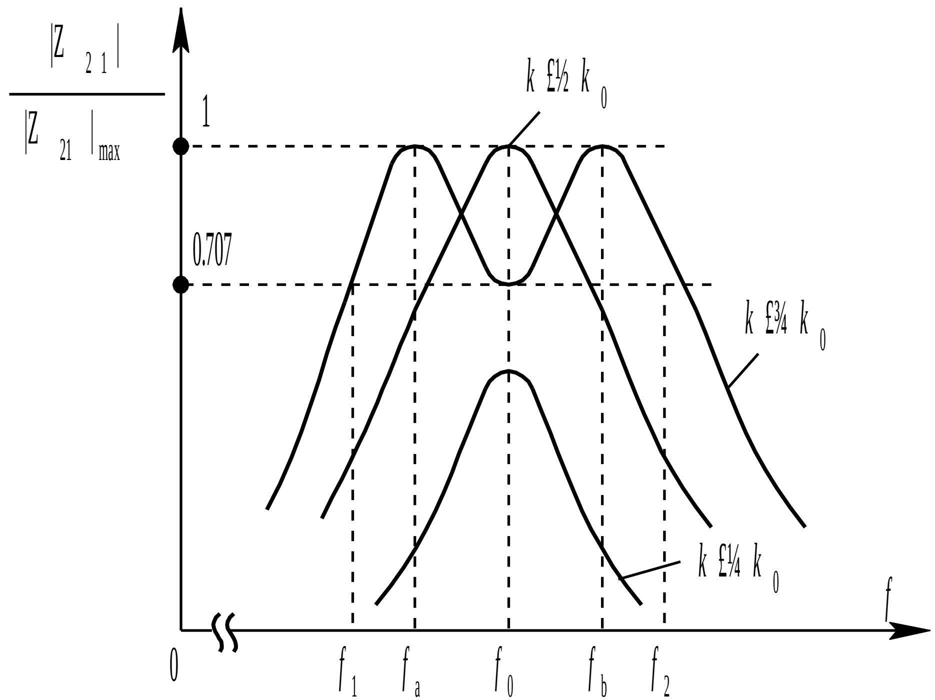
$$\frac{|Z_{21}|}{|Z_{21}|_{max}} = \frac{2A}{\sqrt{(1-\xi^2+A^2)^2+4\xi^2}}$$

2.1 LC 谐振回路

③ 耦合回路

一般当 A=1 时，为临界耦合，耦合系数 $k_0=1/Q$ 为临界耦合系数；当 A>1 时，为过耦合 $k>k_0$；当 A<1 时，为欠耦合 $k<k_0$

由图可知：当在欠耦合时，曲线较尖，带宽窄，且其最大值也小，因此一般不工作该状态。当 *k* 增加至临界耦合时，曲线由单峰向双峰变化。



耦合回路的频率特性

2.1 LC 谐振回路

③ 耦合回路

$$\frac{|Z_{21}|}{|Z_{21}|_{\max}}=\frac{2A}{\sqrt{(1-\xi^2+A^2)^2+4\xi^2}}$$

临界耦合时，将 A=1 代入，则有：

$$\frac{|Z_{21}|}{|Z_{21}|_{\max}}=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{4}\xi^4}}$$

令 $\frac{|Z_{21}|}{|Z_{21}|_{\max}}=1/\sqrt{2}$ ➔ 回路带宽： $B_{0.7}=\sqrt{2}\frac{f_0}{Q}$

令 $\frac{|Z_{21}|}{|Z_{21}|_{\max}}=0.1$ ➔ $B_{0.1}=4.5\frac{f_0}{Q}$

故临界耦合时的矩形系数为： $K_{r0.1}=\frac{B_{0.1}}{B_{0.7}}=3.15$

2.1　LC 谐振回路

③　耦合回路

当允许频带内有凹陷起伏特性时，可以采用过耦合状态，它可以得更大的带宽。

但凹陷点的值小于 0.707 时的过耦合状态没有应用价值，则当最大凹陷点也为 0.707 时，即

$$\frac{|Z_{21}|}{|Z_{21}|_{max}}\Big|_{\xi=0} = \frac{2A}{1+A^2} = 1/\sqrt{2} \quad \rightarrow \quad A = \sqrt{2}+1 = 2.41 \quad (\sqrt{2}-1<1\text{去掉})$$

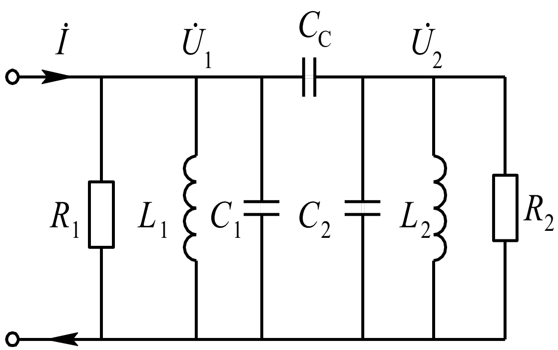
令 $$\frac{|Z_{21}|}{|Z_{21}|_{max}} = \frac{2A}{\sqrt{(1-\xi^2+A^2)^2+4\xi^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow \xi = 0;\ \xi = \square\sqrt{A^2-1} = \square\sqrt{(\sqrt{2})\,1\ \sqrt{2}}$$

由 $\xi = 2Q\dfrac{\omega-\omega_0}{\omega_0}$ → 带宽为： $\Delta f = 3.1 f_0 / Q = B_{0.7}$

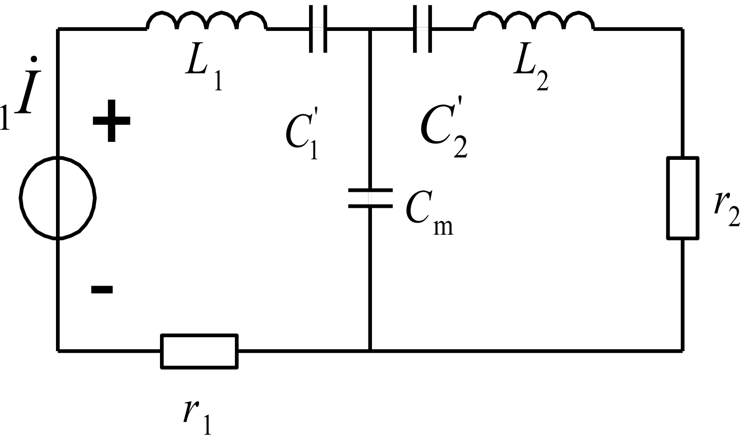
2.1 LC 谐振回路

③ 耦合回路——电容耦合震荡回路



(b)

$$\dot{U} = j\omega L_1 \dot{I}$$



电容耦合震荡回路

等效电路

耦合系数:
$$k = \frac{C_C}{\sqrt{(C_1 + C_C)(C_2 + C_C)}}$$

经推导，可得阻抗转移特性:
$$Z_{21} = -jQ\omega_0 L \frac{A}{1 - \xi^2 + A^2 + 2j\xi}$$

因此电容耦合震荡回路与电感耦合震荡回路具有相同的频率特性，前面的分析结果对电容耦合回路也适用。