第 7 章　角度调制与解调

第 7 章　角度调制与解调

概述

1. 在无线通信中，频率调制和相位调制是另一类重要的调制方式。

2. 频率调制，又称调频，它是使高频震荡信号的频率按调制信号的规律变化（即瞬时频率变化的大小与调制信号成线性关系），而振幅保持恒定的一种调制方式。

3. 相位调制，又称调相，他的相位按调制信号的规律变化，振幅保持不变。

4. 调频信号的解调称为鉴频或频率检波，调相信号的解调称为鉴相或相位检波。

5. 角度调制属于频谱的非线性变换

6. 由于频率与相位之间存在微积分的关系，故调频必调相，调相必调频。

7.1 角度调制信号分析

一、调频信号的时域分析

1. 解析式

设调制信号为单一频率信号 $u_\Omega(t)=U_\Omega\cos\Omega t$, 未调载波电压为 $u_C=U_C\cos\omega_c t$, 则根据频率调制的定义，调频信号的瞬时角频率为：

$$\omega(t)=\omega_c+\Delta\omega(t)=\omega_c+k_f u_\Omega(t)=\omega_c+\Delta\omega_m\cos\Omega t$$

其中 $\Delta\omega_m=k_f U_\Omega$ k_f —— 比例常数

调频信号的瞬时相位 $\varphi(t)$ 是瞬时角频率 $\omega(t)$ 对时间的积分，即

$$\varphi(t)=\int_0^t\omega(\tau)d\tau+\varphi_0$$

φ_0—— 信号的起始角频率，一般为 0

7.1 角度调制信号分析

一、调频信号的时域分析

$$\omega(t) = \omega_c + \Delta\omega_m \cos\Omega t$$

1. 解析式

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega(\tau)d\tau = \omega_c t + \frac{\Delta\omega_m}{\Omega}\sin\Omega t$$

$$= \omega_c t + m_f \sin\Omega t = \varphi_c + \Delta\varphi(t)$$

其中 $\frac{\Delta\omega_m}{\Omega} = m_f$ 为调频指数

故 FM 波的表示式为

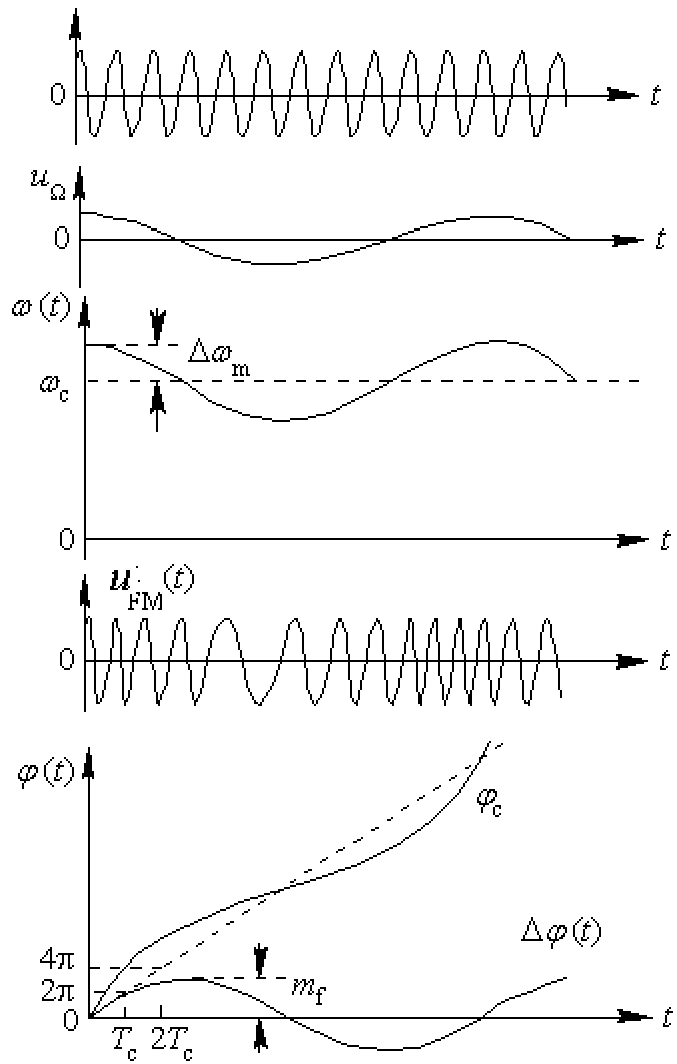
$$u_{FM}(t) = U_C \cos(\varphi(\mathrm{t})) = U_C \cos(\omega_c t + m_f \sin\Omega t)$$

$$= \mathrm{Re}[U_C e^{j\omega_c t} e^{jm_f \sin\Omega t}]$$

7.1 角度调制信号分析

一、调频信号的时域分析

1. 解析式



$$\omega(t)=\omega_c+\Delta\omega_m\cos\Omega t$$

$$u_{FM}=U_C\cos(\omega_c t+m_f\sin\Omega t)$$

调频波是波形疏密变化的等幅波

$$\varphi(t)=\omega_c t+m_f\sin\Omega t$$

7.1 角度调制信号分析

一、调频信号的时域分析

2. 调频信号的基本参数

a. $\Delta\omega_m = k_f U_\Omega$ —— 相对于载频的最大角频偏（峰值角频偏）

$\Delta f_m = \Delta\omega_m / 2\pi$ —— 最大频偏

b. k_f 比例常数，也称调制灵敏度。 $k_f = \Delta\omega_m / U_\Omega$
单位调制电压产生的角频偏

c. $m_f = \dfrac{\Delta\omega_m}{\Omega} = \dfrac{\Delta F_m}{F}$ —— 调频指数

m_f □ U_Ω Ω 一定时，U_Ω □□ Δf_m □□ m_f □

m_f □ $1/\Omega$

7.1 角度调制信号分析

一、调频信号的时域分析

2. 调频信号的基本参数

结论：

■ FM 信号的瞬时频率 $\omega(t)$ u_Ω 与 成线性关系。

瞬时频偏 $\Delta\omega(t) \propto u_\Omega$

FM 信号的瞬时相位 $\varphi(t)$ 与 $\int_0^t u_\Omega(t)dt$ 成线性关系。

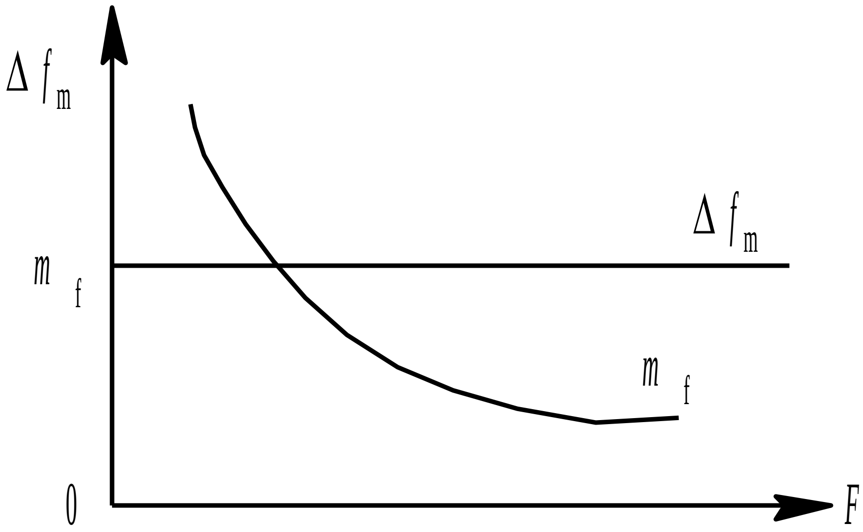
瞬时相偏 $\varphi(t) \propto \int_0^t u_\Omega(t)dt$

■ AM 信号的信息寄托在振幅变换上；FM 信号的信息寄托在频率变化上。

7.1 角度调制信号分析

一、调频信号的时域分析

2. 调频信号的基本参数



调频波 Δf_m 、 m_f 与 F 的关系

7.1 角度调制信号分析

二、信号的频域分析

1. 调频波的展开式

因为 $e^{jm_f \sin\Omega t}$ 是周期为 2π/Ω 的周期性时间函数，可以将它展开为傅氏级数，其基波角频率为 Ω, 即

$$e^{jm_f \sin\Omega t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_f) e^{jn\Omega t}$$

式中 $J_n(m_f)$ 是宗数为 m_f 的 n 阶第一类贝塞尔函数。

它可以用无穷级数进行计算：

$$J_n(m_f) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\frac{m_f}{2})^{n+2m}}{m!(n+m)!}$$

7.1 角度调制信号分析

二、信号的频域分析

1. 调频波的展开式

$$J_n(m_f)=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(\frac{m_f}{2})^{n+2m}}{m!(n+m)!}$$

$J_n(m_f)$ 具有以下特性：

$$\begin{cases} J_n(m_f)=J_{-n}(m_f)^{J_n(m_f)} & n\text{ 为偶数}◆ \\ J_n(m_f)=-J_{-n}(m_f) & \text{n 为奇数}◆ \end{cases}$$

$$u_{FM}(t)=U_C\,\mathrm{Re}[\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(m_f)e^{j(\omega_c t+n\Omega t)}]$$

$$=U_C\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(m_f)\cos(\omega_c+n\Omega)t$$

7.1 角度调制信号分析

二、信号的频域分析

1. 调频波的展开式

$$u_{FM} = U_C \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_f)\cos(\omega_c + n\Omega)t$$

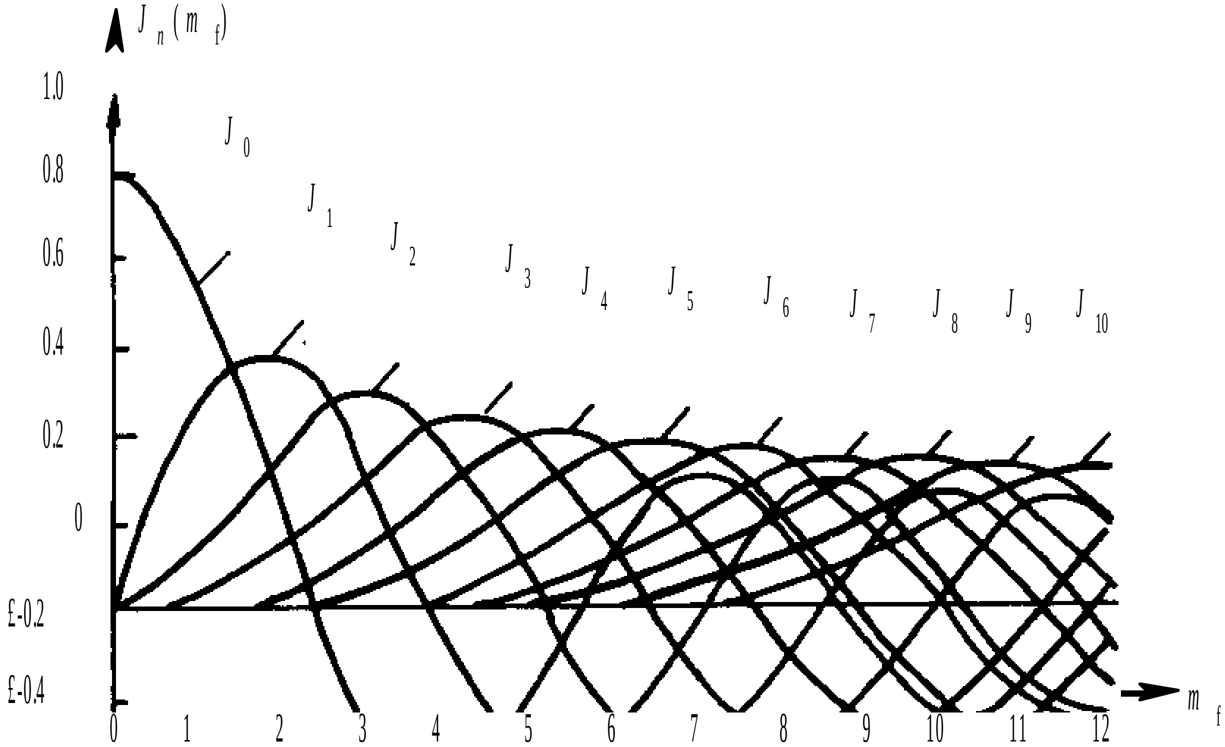
进一步展开有：

$$\begin{aligned} u_{FM}(t) = U_C[& J_0(m_f)\cos\omega_c t + J_1(m_f)\cos(\omega_c + \Omega)t - \\ & J_1(m_f)\cos(\omega_c - \Omega)t + J_2(m_f)\cos(\omega_c + 2\Omega)t + \\ & J_2(m_f)\cos(\omega_c - 2\Omega)t + J_3(m_f)\cos(\omega_c + 3\Omega)t - \\ & J_3(m_f)\cos(\omega_c - 3\Omega)t + \cdots] \end{aligned}$$

7.1 角度调制信号分析

二、信号的频域分析

1. 调频波的展开式



第一类贝塞尔函数曲线

7.1 角度调制信号分析

二、信号的频域分析

2. 调频波的频谱结构和特点

$$
\begin{aligned}
u_{FM}(t) = U_C[& J_0(m_f)\cos\omega_c t + J_1(m_f)\cos(\omega_c+\Omega)t - \\
& J_1(m_f)\cos(\omega_c-\Omega)t + J_2(m_f)\cos(\omega_c+2\Omega)t + \\
& J_2(m_f)\cos(\omega_c-2\Omega)t + J_3(m_f)\cos(\omega_c+3\Omega)t - \\
& J_3(m_f)\cos(\omega_c-3\Omega)t + \cdots]
\end{aligned}
$$

由该式可知：单一频率调频波是由**许多频率分量**组成的，而不像振幅调制那样，单一低频调制只产生两个边频（ AM ， DSB ）或一个边频（ SSB ）

7.1 角度调制信号分析

二、信号的频域分析

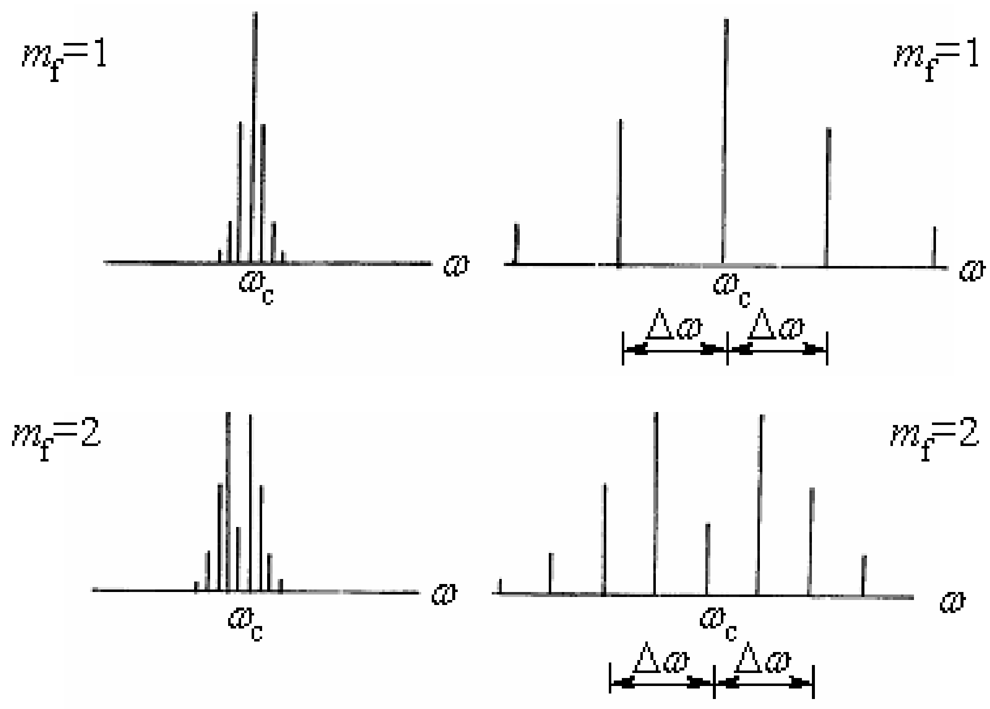
2. 调频波的频谱结构和特点

特点：

① 调频波是由载波 ω_c 和无数边频 ω_c □ $n\Omega$ 组成

② 当 m_f 相同时，频谱的包络形状相同

③ m_f 较小时（ $m_f<1$ ），边频分量随 n 增大而减小 ;m_f 大于 1 时，有些边频分量幅度会增大，只有更远的边频幅度才又减小



a.Ω 为常数　　b.$\Delta\omega_m$ 为常数

7.1 角度调制信号分析

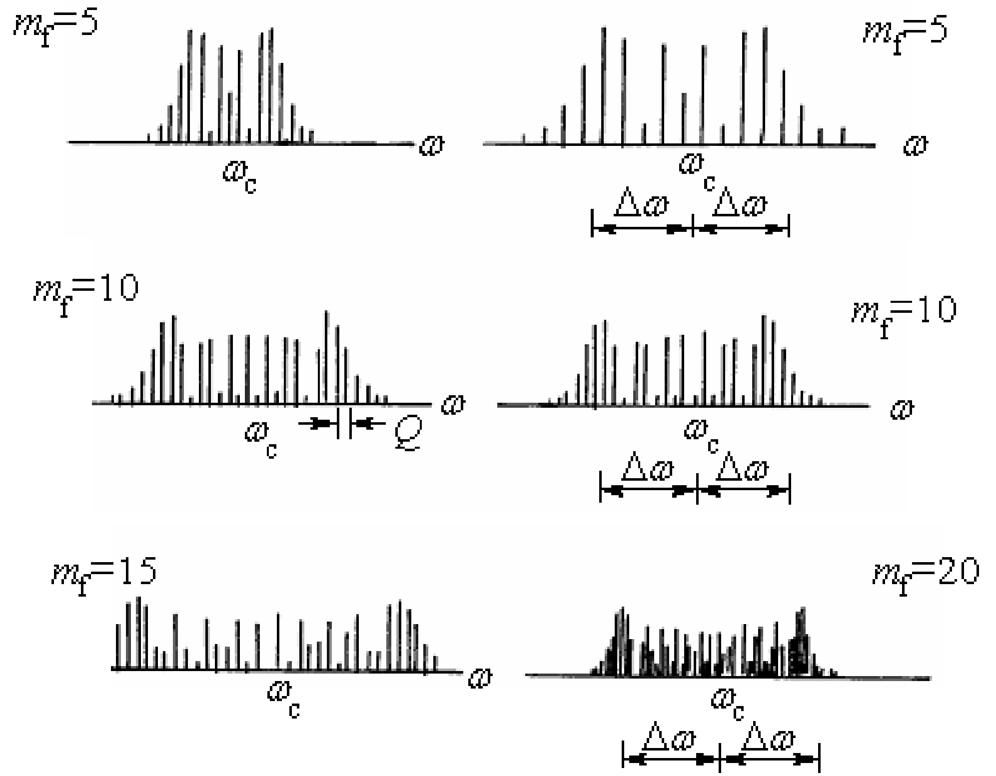
二、信号的频域分析

2. 调频波的频谱结构和特点

④ 图 a 中， m_f 的增加是靠加大 Δf_m 实现的（ Ω 为常数）， Δf_m □ 调频波中有影响的边频分量数增多，频谱展宽。

图 b 中， mf 的增加是减小调制频率实现的，虽然有影响的边频分两也增加，但是频谱不展宽。

⑤ 当调制指数 m_f 较小 (m_f<0.5) 时，可认为调频波只由载波 ω_c 和边频 ω_c □ Ω 构成，称为**窄带调制**



a. Ω 为常数

b. $\Delta\omega_m$ 为常数

7.1 角度调制信号分析

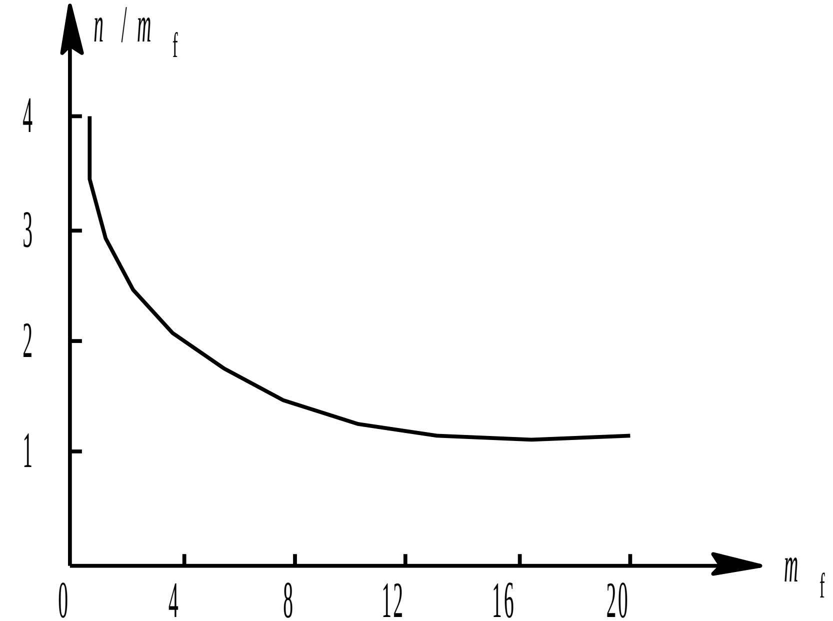
二、信号的频域分析

3. 调频信号的带宽

调频波的另一个重要指标是信号的频带宽度

计算信号的频带宽度，通常采用的准则是，信号的频带宽度应包括幅度大于未调载波 1% 以上的边频分量，即

$$|J_n(m_f)| \geq 0.01$$



$|J_n(m_f)| \geq 0.01$ 时的 n/m_f 曲线

7.1 角度调制信号分析

二、信号的频域分析

3. 调频信号的带宽

由图可见，当 m_f 很大时，n/m_f 趋近于 1。

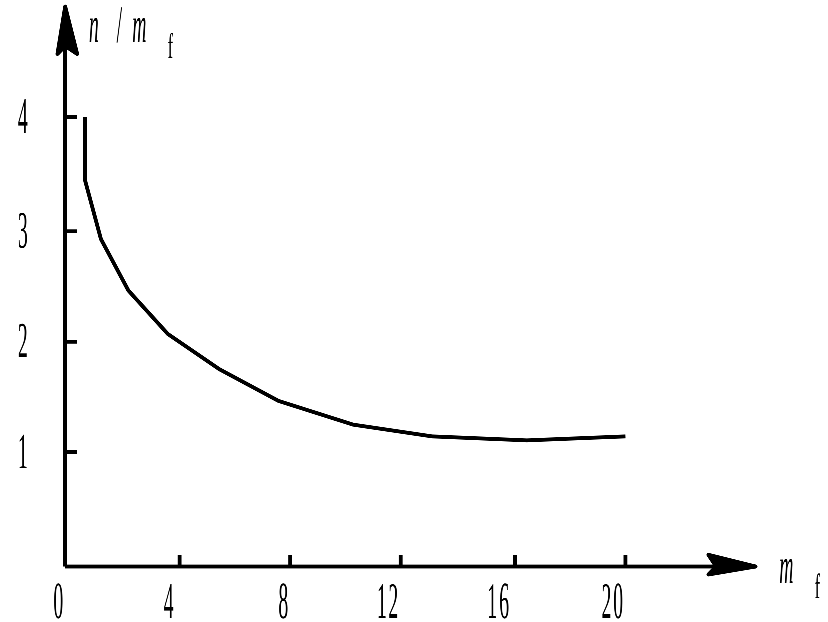
因此当 $m_f>>1$ 时，应将 $n=m_f$ 的边频包括在频带内，此时带宽为

$$B_s=2nF=2m_fF=2\Delta f_m$$

当 m_f 很小时，如 $m_f<0.5$，为窄频带调频，此时 $B_s=2F$

对于一般情况，带宽为

$$B_s=2(m_f+1)F=2(\Delta f_m+F)$$



$|J_n(m_f)|\geq 0.01$ 时的 n/m_f 曲线

7.1 角度调制信号分析

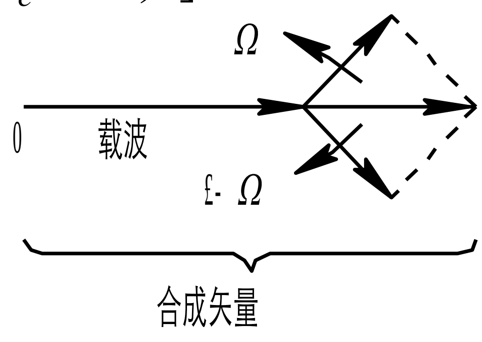
二、信号的频域分析

3. 调频信号的带宽

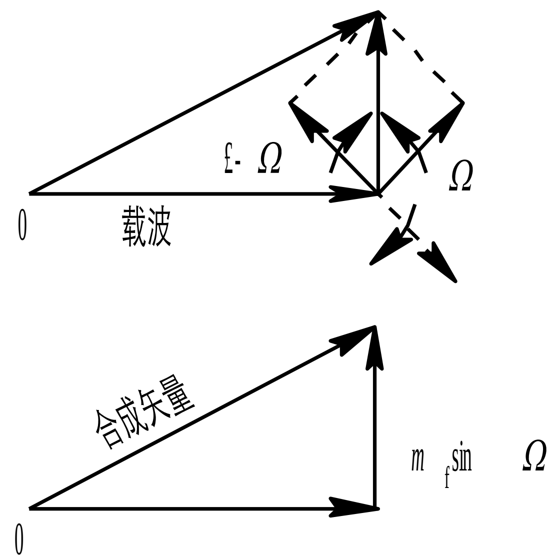
当 m_f 很小时，如 $m_f<0.5$, 为窄频带调频，此时

$$u_{FM}(t)=U_C[J_0(m_f)\cos\omega_c t+J_1(m_f)\cos(\omega_c+\Omega)t -$$
$$J_1(m_f)\cos(\omega_c-\Omega)t]$$

由于边频分量的合成矢量与载波垂直，故也叫正交调制



(a)AMÇé¿ö



(b)NBFM 情况

7.1 角度调制信号分析

二、信号的频域分析

3. 调频信号的带宽

调频信号带宽
$$\begin{cases} B_s=2m_fF, & m_f>>1 \\ B_s=2F, & m_f<0.5 \\ B_s=2(m_f+1)F=2(\Delta f_m+F), & \text{一般情况} \end{cases}$$

更准确的调频波带宽计算公式为

$$B_s=2(m_f+\sqrt{m_f}+1)F$$

7.1 角度调制信号分析

二、信号的频域分析

3. 调频信号的带宽

结论：

1. 当 $m_f<1$ 的窄带调频时，带宽由第一个边频分量决定。B_s 只随 F 变化，而与 Δf_m 无关

2. 当 $m_f>>1$ 时，带宽 B_s 只与 Δf_m 成比例，而与调制频率 F 无关。只要峰值频偏 Δf_m 比调制频率的最高频率大很多，带宽都认为是

$$B_s = 2\Delta f_m$$

当调制信号是多频信号时，$B_s = 2(m_f + 1)F$ 仍

此时 F 和 m_f 用最大调制频率 F_{max} 和对应的 m_f 代替 Δf_m 用峰值频偏来计算。

7.1 角度调制信号分析

三、调频信号的功率

调频信号 $u_{\mathrm{FM}}(t)$ 在电阻 R_{L} 上消耗的平均功率为

$$P_{\mathrm{F}M}=\frac{\overline{u_{FM}^{2}(t)}}{R_L}$$

因为 $$u_{FM}=U_c\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(m_f)\cos(\omega_C t+n\Omega t)$$

由于余弦项的正交性，总和的均方值等于各项均方值的总和，则：

$$P_{FM}=\frac{1}{R_L}U_c^2\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n^2(m_f)\overline{\cos^2(\omega_c \mathrm{t}+\mathrm{n}\Omega \mathrm{t})}$$

$$=\frac{1}{2R_L}U_c^2\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n^2(m_f)$$

7.1 角度调制信号分析

三、调频信号的功率

$$P_{FM}=\frac{1}{2R_L}U_c^2\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n^2(m_f)$$

由贝塞尔函数的性质 $\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n^2(m_f)=1$

有：

$$P_{FM}=\frac{1}{2R_L}U_c^2=P_c$$

结论：　调频波的平均功率与未调波的平均功率相等，调制的过程只进行了功率的重新分配，而总的功率不变

7.1 角度调制信号分析

四、调频波与调相波的比较

1. 调相波

调相波是其瞬时相位以未调载波相位 φ_c 为中心，按调制信号规律变化的等幅高频振荡。

如 $u_\Omega(t) = U_\Omega \cos\Omega t$　$\varphi_0 = 0$，并令，见

$$\varphi(t) = \omega_c t + \Delta\varphi(t) = \omega_c t + k_p u_\Omega(t)$$

$$= \omega_c t + \Delta\varphi_m \cos\Omega t = \omega_c t + m_p \cos\Omega t$$

其中 $\Delta\varphi_m = k_p U_\Omega = m_p$ —— 最大相偏， m_p 也叫调相指数

$k_p = \dfrac{\Delta\varphi_m}{U_\Omega}$ —— 调相灵敏度，表示单位调制电压所引起的相位便宜值

7.1 角度调制信号分析

四、调频波与调相波的比较

1. 调相波 $$\varphi(t)=\omega_c t+m_p\cos\Omega t$$

调相信号为： $$u_{PM}=U_c(\cos\omega_c t+m_p\cos\Omega t\ )$$

调相波的瞬时频率为：

$$\omega(\mathrm{t})=\frac{\mathrm{d}\varphi(\mathrm{t})}{\mathrm{dt}}=\omega_{\mathrm{c}}-m_p\Omega\sin\Omega t=\omega_c-\Delta\omega_m\sin\Omega t$$

调相波的最大频偏：

$$\Delta\omega_m=m_p\Omega=k_pU_\Omega\Omega$$

他不仅与调制信号的幅度成正比，而且与调制频率成正比。如果 $\Delta\omega_m$ 一定，Ω则 也要限定。

7.1 角度调制信号分析

四、调频波与调相波的比较

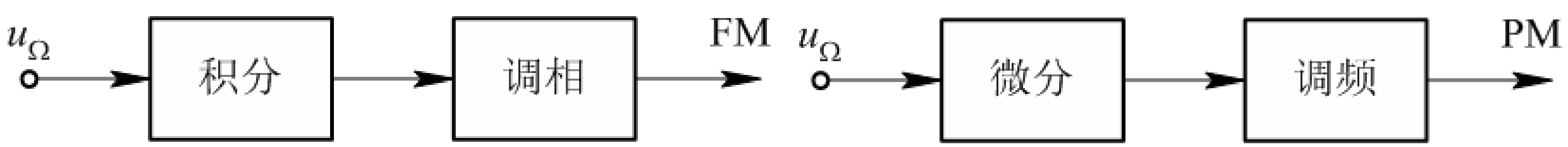
1. 调相波

$$u_{PM} = U_c(\cos\omega_c t + m_p \cos\Omega t\ )$$

由于频率和相位之间的关系是微积分的关系，因此 FM 波和 PM 波之间可以相互转换。

（1）如果先对调制信号积分，然后再进行调相，就可以实现调频。

（2）如过先对调制信号微分，然后再进行调频，就可以实现调相。



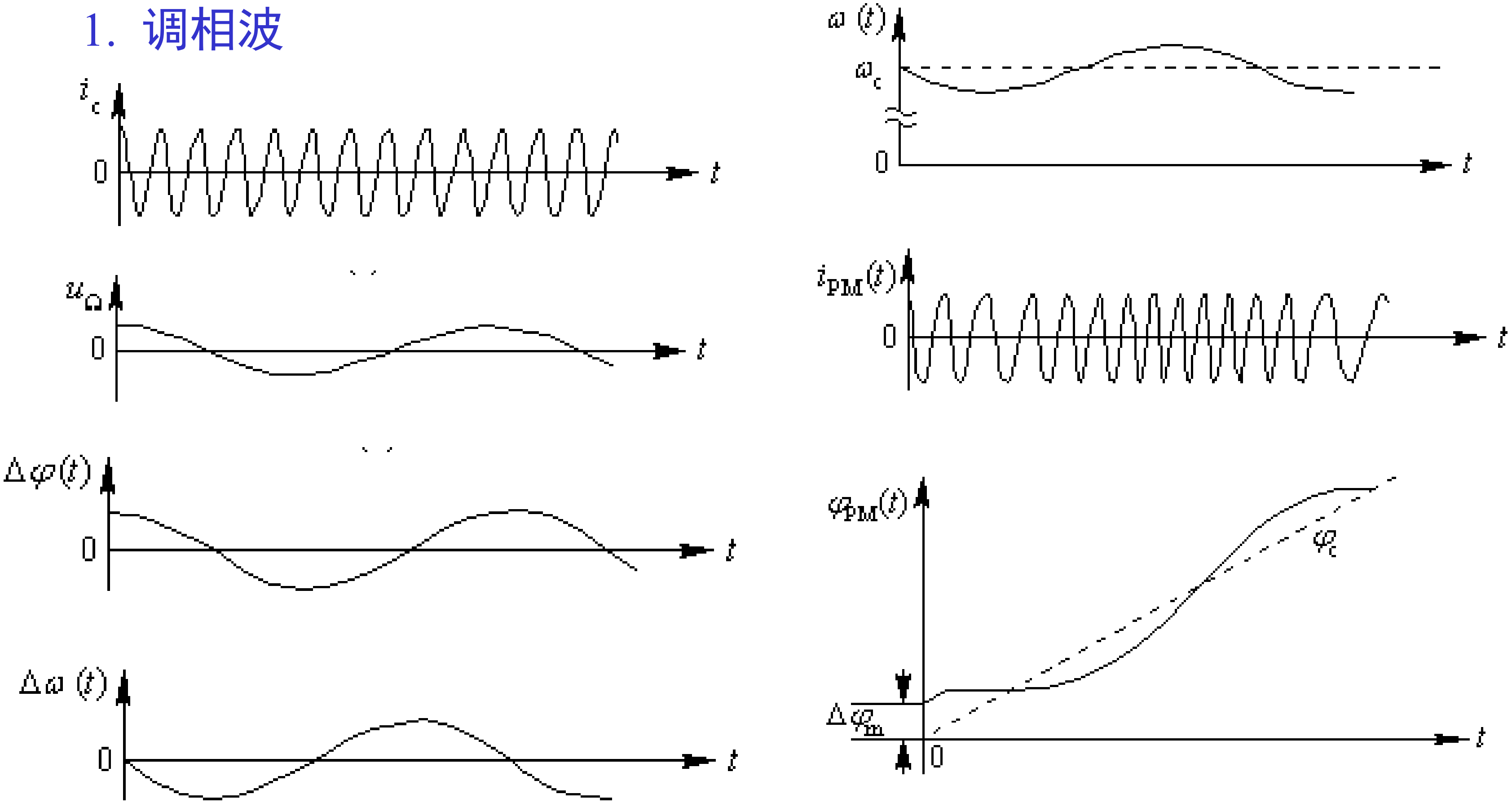
PM 波的频谱及带宽，其分析方法与 FM 相同。

调相信号带宽为：$B_s=2(m_p+1)F$

7.1 角度调制信号分析

四、调频波与调相波的比较

1. 调相波



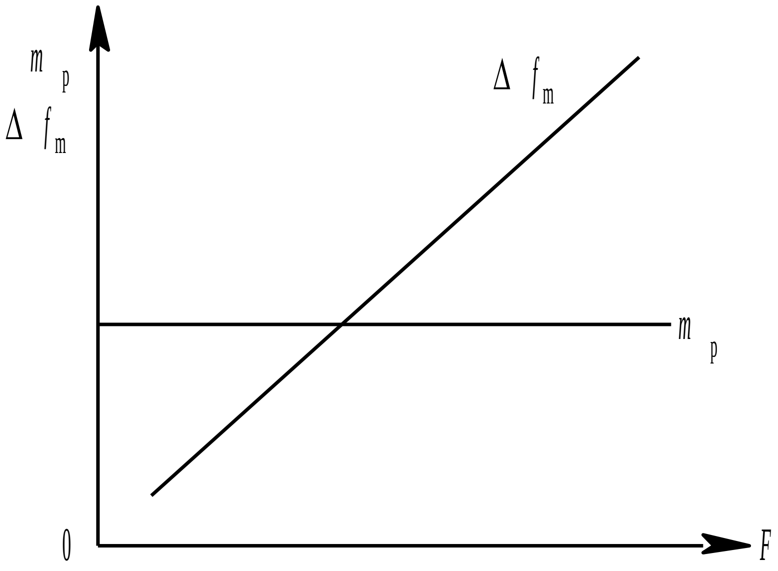
7.1 角度调制信号分析

四、调频波与调相波的比较

1. 调相波

$$\Delta\omega_m = m_p\Omega = k_p U_\Omega \Omega$$

$$k_p U_\Omega = m_p$$



调相波 Δf_m、 m_p 与 F 的关系

7.1 角度调制信号分析

四、调频波与调相波的比较

项　目	调　频　波	调　相　波
载波	$u_C = U_C \cos\omega_c t$	$u_C = U_C \cos\omega_c t$
调制信号	$u_\Omega = U_\Omega \cos\Omega t$	$u_\Omega = U_\Omega \cos\Omega t$
偏移的物理量	频率	相位
调制指数(最大相偏)	$m_f = \dfrac{\Delta\omega_m}{\Omega} = \dfrac{k_f U_\Omega}{\Omega} = \Delta\varphi_m$	$m_p = \dfrac{\Delta\omega_m}{\Omega} = k_p U_\Omega = \Delta\varphi_m$
最大频偏	$\Delta\omega_m = k_f U_\Omega$	$\Delta\omega_m = k_p u_\Omega \Omega$
瞬时角频率	$\omega(t) = \omega_c + k_f u_\Omega(t)$	$\omega(t) = \omega_c + k_p \dfrac{du_\Omega(t)}{dt}$
瞬时相位	$\varphi(t) = \omega_c t + k_f \int u_\Omega(t)\, dt$	$\varphi(t) = \omega_c t + k_p u_\Omega(t)$
已调波电压	$u_{FM}(t) = U_C \cos(\omega_c t + m_f \sin\Omega t)$	$u_{PM}(t) = U_C \cos(\omega_c t + m_p \cos\Omega t)$
信号带宽	$B_s = 2(m_f + 1)F_{max}$(恒定带宽)	$B_s = 2(m_p + 1)F_{max}$(非恒定带宽)

7.1 角度调制信号分析

四、调频波与调相波的比较

总结：

（1）角度调制是非线性调制。

（2）调频信号的频谱结构与 m_f 密切相关。 m_f 越大，频带越宽；但 m_f 越大，调频抗干扰能力越强。

m_f 的选择要从通信质量和带宽限制两方面考虑。

（3）与 AM 制相比，角调方式的设备利用率高，因其平均功率与最大功率一样。