

第八章 锁相环路的基本工作原理

一、绪言

二、自动增益控制原理

三、自动频率控制原理

四、锁相环的组成部件及其数学模型

五、环路工作过程的定性分析

一、绪言

反馈控制电路：

在系统受到扰动的情況下，通过反馈控制作用，可使系统的某个参数达到所需的精度，或按照一定的规律变化。

分类：

自动增益控制（ *Automatic Gain Control* ）

自动频率控制（ *Automatic Frequency Control* ）

自动相位控制（ *Automatic Phase Control* ），又称为锁相环路（ *Phase Locked Loop-PLL* ）。

反馈控制电路的组成如图 8-1 所示，由比较器、控制信号发生器、可控器件和反馈网络四部分组成一个负反馈闭合环路。

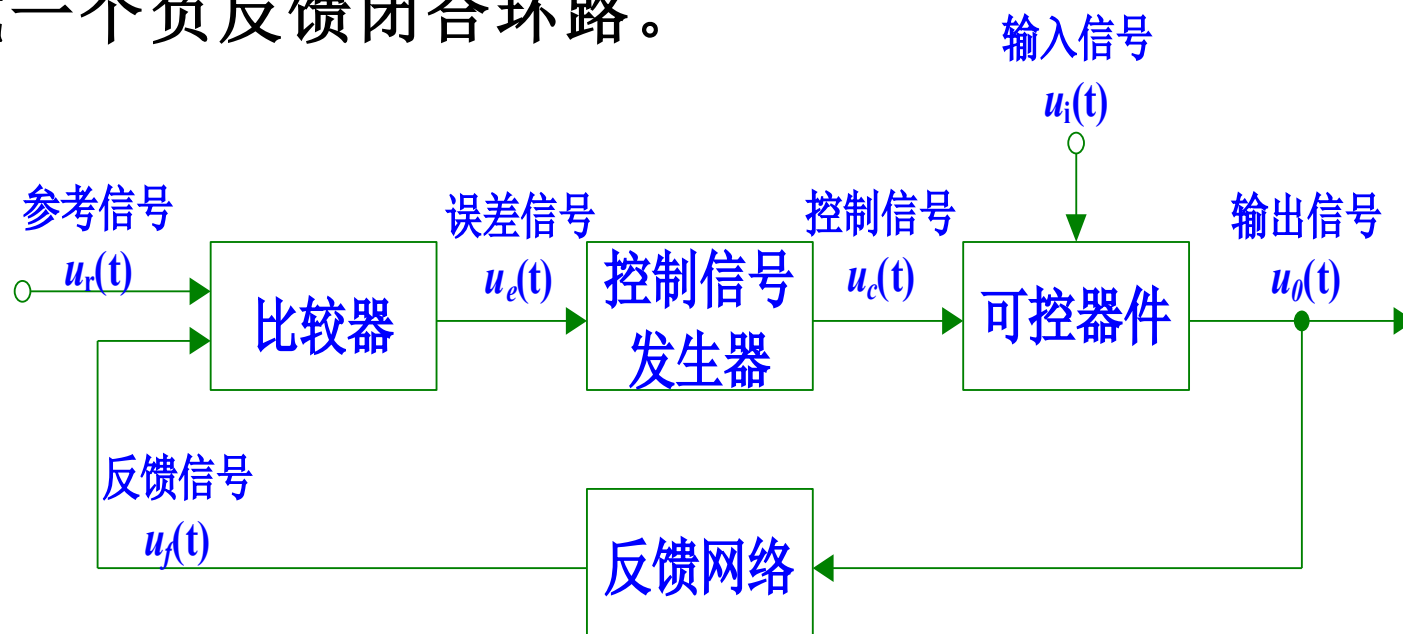


图 8-1 反馈控制系统的组成

根据输入比较信号参量的不同，图中的比较器可以是电压比较器、频率比较器（鉴频器）或相位比较器（鉴相器）三种，所以对应的 $u_r(t)$ 和 $u_f(t)$ 可以是电压、频率或相位参量。可控器件的可控制特性一般是增益、频率或相位。

（一）、自动增益控制（AGC）电路

用于各种电子设备中。主要用来减小各种原因引起的系统输出信号电平的变化范围。例如，减小接收机因传播衰落引起信号强度的变化范围；在发射机中，末级功放的激励电平可能由于话务量不均而起伏较大，采用自动增益控制电路有助于减小这种波动，从而稳定输出功率；对调制信号电平使用自动音量控制有助于减小调制失真；在信号发生器中为保证在较宽的频率范围内振幅平稳。

1. 工作原理

自动增益控制电路是利用电压误差信号来消除输出信号振幅与要求信号振幅之间误差的电路。它的组成如图 8-2 所示。

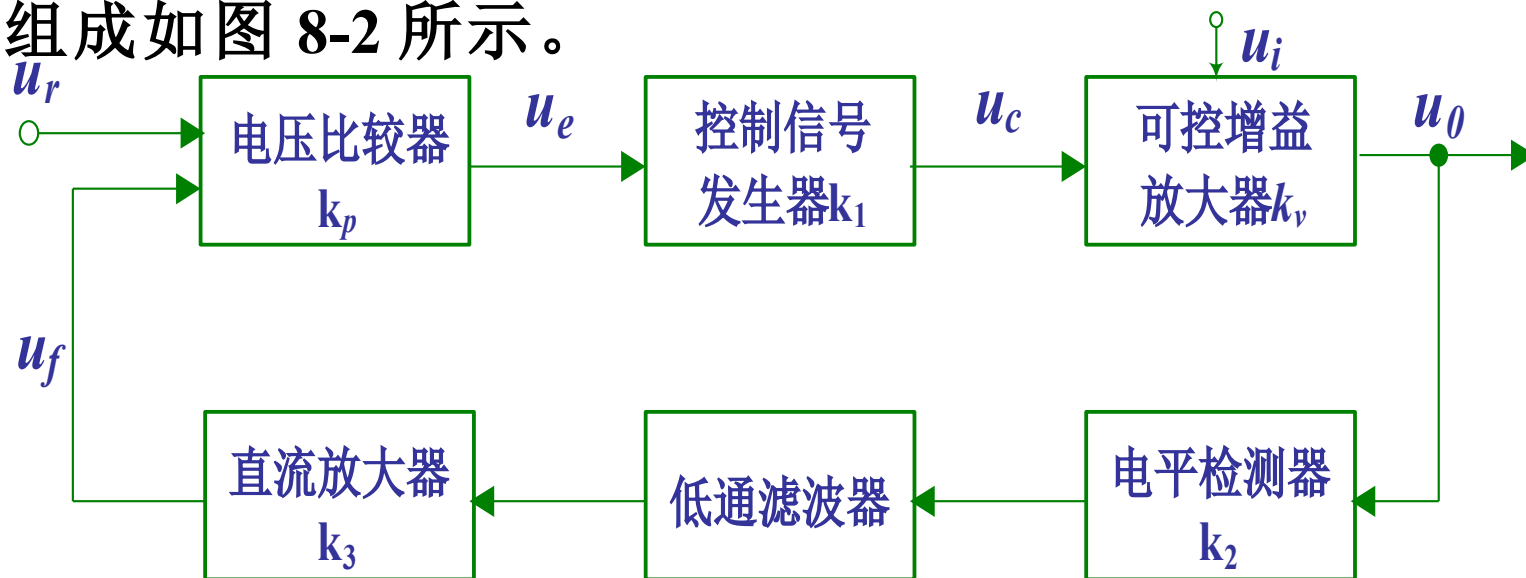
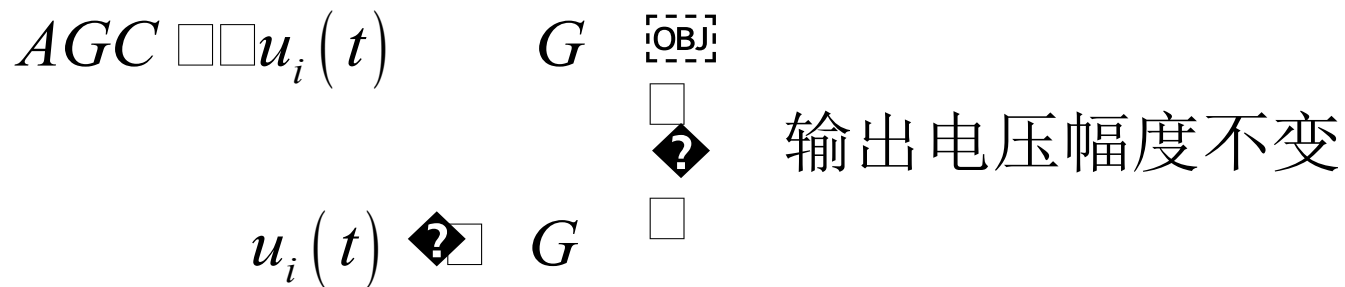


图 8-2 自动增益控制电路组成



信号强度: $\mu V \sim mV$, AGC 控制范围几十 dB

输出信号的振幅

$$U_0 = k_V(u_c) U_i$$

k_v 为可控放大器的增益, 是 u_c 的函

数。

U_0 经检、滤、放得 u 与比较 u_e u_c U_0

当输入信号 u_r 的幅度增大时，可控增益放大器的输出信号 u_0 幅度也趋于增大，经反馈网络的控制、滤波、直流放大，由电压比较器将反馈网络的输出信号 u_f 和参考信号 u_r 进行比较，并将该增量进一步放大，于是控制电压 u_c 显著增大，此时控制电压 u_c 应使可控增益放大器的增益 k_v 减小，使输出信号幅度保持平稳。相反，当输入信号 u_r 的幅度减小时，控制电压 u_c 又使可控增益放大器的增益 k_v 加大，从而使幅度保持平稳。

2. 方式与特性

自动增益控制电路有多种形式，包括：

(1) 简单 *AGC* 电路：只要输入信号振幅 U_i 增加，*AGC* 的作用就会使增益 K_v 减小，从而使输出信号振幅 U_0 减小。这种 *AGC* 电路简单，实用电路中不需要电压比较器；主要缺点是，一有外来信号，*AGC* 立即起作用，接收机的增益就受控制而减小。这对提高接收机的灵敏度是不利的，尤其在外来信号很微弱时。

(2) 延迟 AGC 电路：延迟 AGC 电路里有一个起控门限，即比较器参考电压 u_r ，它对应的输入信号振幅 U_{imin} 。当输入信号 U_i 小于 U_{imin} 时，反馈环路断开，AGC 不起作用，放大器 k_v 不变，输出信号 U_0 与输入信号 U_i 成线性关系。当 U_i 大于 U_{imin} 后，反馈环路接通，AGC 电路才开始产生误差信号和控制信号，使放大器增益 k_v 有所减小，保持输出信号 U_0 基本恒定或仅有微小变化。这种 AGC 电路由于需要延迟到 $U_i > U_{imin}$ 之后才开始起控制作用，故称为延迟 AGC。图 8-3 给出了简单 AGC 和延迟 AGC 的增益控制特性

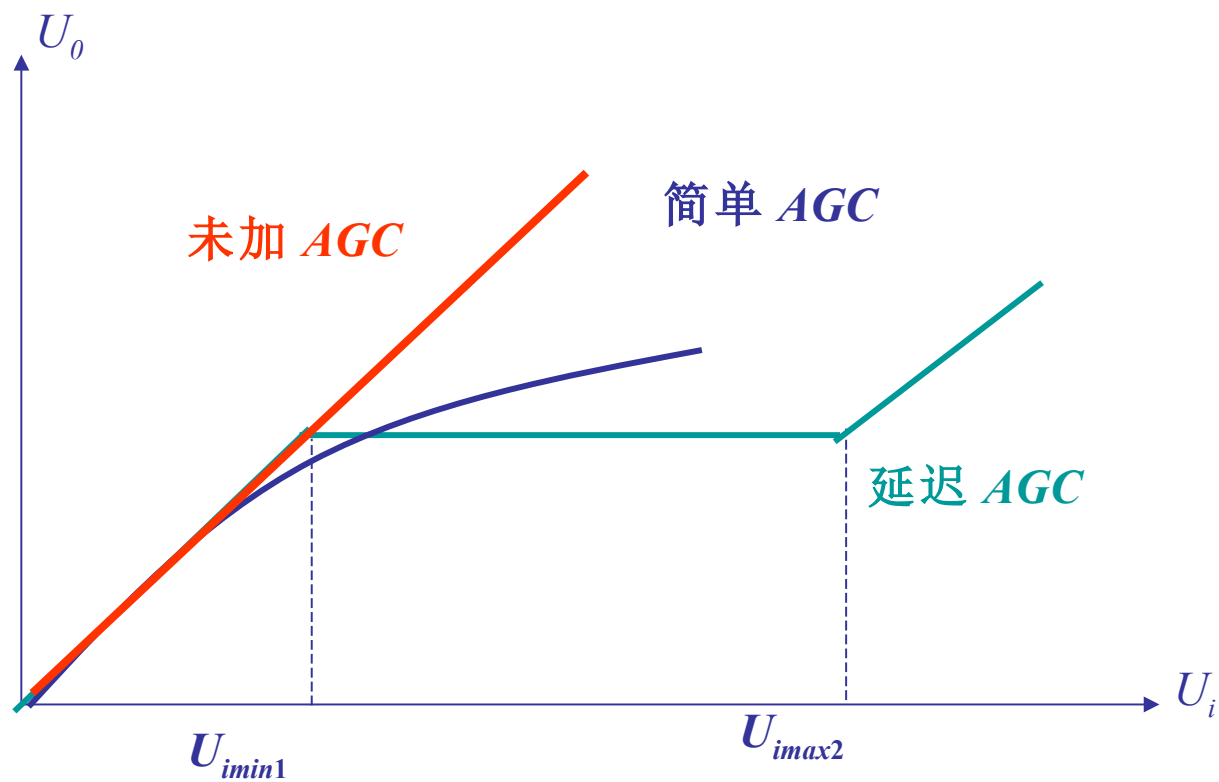


图 8-3 AGC 特性曲线

(3) 前置 *AGC* : 前置 *AGC* 是指 *AGC* 处于解调器以前的电路, 由高频 (或中频) 信号中提取检测信号, 通过检波和直流放大, 去控制高频 (或中频) 放大器的增益。

(4) 后置 *AGC* : 后置 *AGC* 是从解调输出信号中提取控制信号, 来控制高频 (或中频) 放大器的增益。

(5) 基带 *AGC* : 基带 *AGC* 是整个 *AGC* 电路均在解调后的基带信号上进行处理。基带 *AGC* 可以用数字处理的方法完成, 这将成为 *AGC* 电路的一种发展方向。

3. 主要性能指标

AGC 电路的主要性能指标有两个，一是动态范围，二是响应时间。

(1) 动态范围

在给定输出信号幅值变化范围内，允许输入信号振幅的变化的范围，该范围越大，则表明 AGC 电路的动态范围越宽，性能越好。

(2) 响应时间

要求 *AGC* 电路的反应既要能跟得上输入信号振幅 U_i 的变化速度，又不会出现反调制现象，这就是响应时间特性。

对 *AGC* 电路的响应时间长短的要求取决于输入信号的类型和特点。根据响应时间长短分别有慢速 *AGC* 和快速 *AGC* 之分。而响应时间长短的调节由环路带宽决定，主要是低通滤波器的带宽。低通滤波器带宽越宽，则响应时间越短，但容易出现反调制现象。

二、 频率反馈控制 (AFC) 系统

利用输入量与输出量之间的频率误差来调节输出信号的频率，使之在尽可能小的频率误差下，保持输出量与输入量之间的频率跟踪。

1、 环路组成：

频率反馈环路的基本组成如图 8-4 所示。它由混频器、中频放大器、限幅鉴频器（ LD ）、低通滤波器（ LPF ）、压控振荡器（ VCO ）等电路组成。

输入信号 $u_i(t)$ 与 VCO 输出信号 $u_v(t)$ 经混频形成中频信号 $u_f(t)$ ，经中频放大并滤除噪声和寄生频率成份后加至限幅鉴频器。限幅鉴频器检测出频率误差，再经低通过滤形成误差控制电压 $u_c(t)$ ，以 $u_c(t)$ 控制 VCO 的频率变化，使中频信号的频率误差减小，这种反馈作用使 VCO 的频率有效地跟踪输入信号的频率。

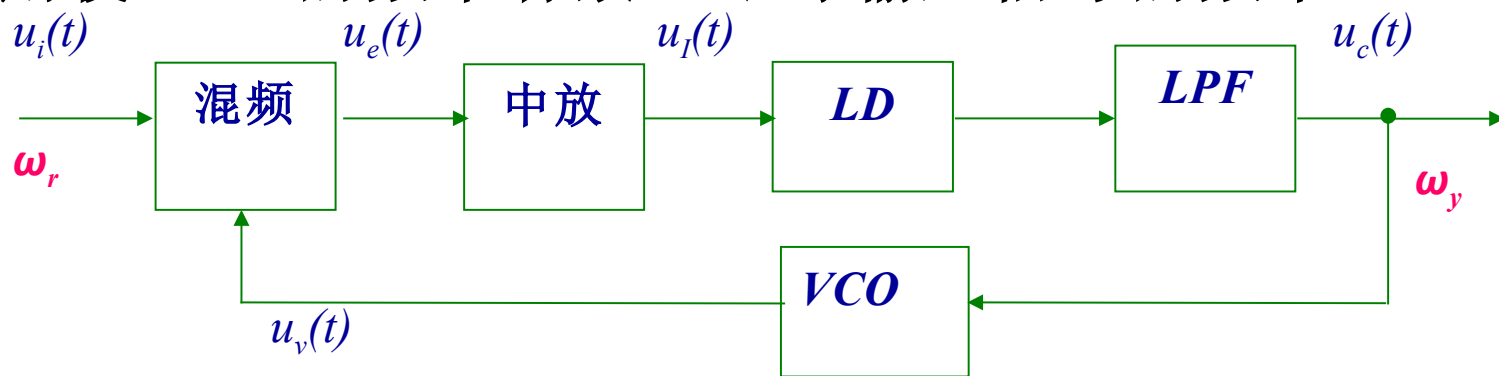


图 8-4 频率反馈环的组成框图

2. 环路各种部件的作用：

(1) 混频器：

混频器是一个频率比较装置，用来实现输入信号 $u_i(t)$ 和 VCO 输出信号 $u_v(t)$ 频率之间的相减运算，其输出差频电压为

$$u_e(t) = U_e \cos[\omega_e t + \theta_e(t)] \quad (8-1)$$

式中， $\omega_e = \omega_i - \omega_v$ 为规定的中频值，它等于限幅鉴频器的中心频率； $\theta_e(t)$ 是以输入为参考的瞬时相位误差。

(2) 限幅鉴频器

限幅鉴频器的功能是将上述的频率误差转换成误差电压 u_d ，鉴频特性如图 8-5 所示。

$$u_d(t) = f[\Delta\omega_e(t)] \quad (8-2)$$

通常鉴频特性为 “S” 形曲线。显然，它围绕零频率点有一段线性鉴频区域，设鉴频特性原点处斜率为 K_d ，则在原点附近近似直线段鉴频器输出的误差电压为：

$$u_d(t) = k_d \Delta\omega_e(t) \quad (8-3)$$

式中称 k_d 鉴频灵敏度，单位为 ($V/\text{rad}/S$)

鉴相器前面的限幅器是为了除去中频信号的幅度变化，这样有利于提高鉴频输出的信噪比。

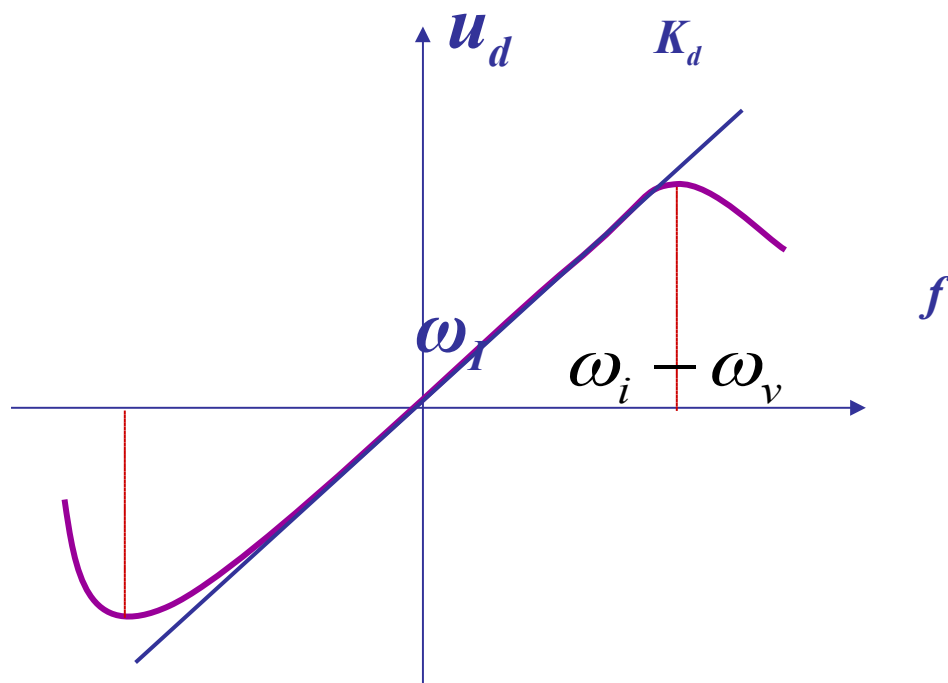


图 8-5 鉴频特性曲线

(3) 环路滤波器

频率反馈控制电路中一般有两处设置滤波器，其一是在中频部分设置中频带通滤波器，另一处是在鉴频器输出端设置基带滤波器，若中频滤波器频率响应为 $F_I(j\omega)$ ，则通常可设 $F_I(j\omega)=1$ ，而对上下边带成分的振幅响应为：
$$|F_I[j(\omega_e + \Omega)]| = |F_I[j(\omega_e - \Omega)]| = |F_{LI}(j\Omega)| \quad (8-4)$$

式中 $F_{LI}(j\Omega)$ 为中频滤波器等效低通响应。

通常中频等效低通滤波器带宽远大于基带滤波器，可将其对环路性能的影响放到基带低通滤波器综合考虑，因此，环路滤波器应主要考虑鉴频输出端所接的低通滤波器。

(4) 压控振荡器

压控振荡器的作用是将控制电压 $u_c(t)$ 转变成频率的变化，典型特性如图 8-6 所示，设其控制特性直线段的斜率为 K_v ，则有式中称压控灵敏度，单位为 ($rad/S.V$)

AFC 电路的被控参量是频率。 AFC 电路输出的角频率 ω_y 与参考角频率 ω_r 在频率比较器中进行比较，频率比较器通常有两种，一种是鉴频器，另一种是混频—鉴频器。

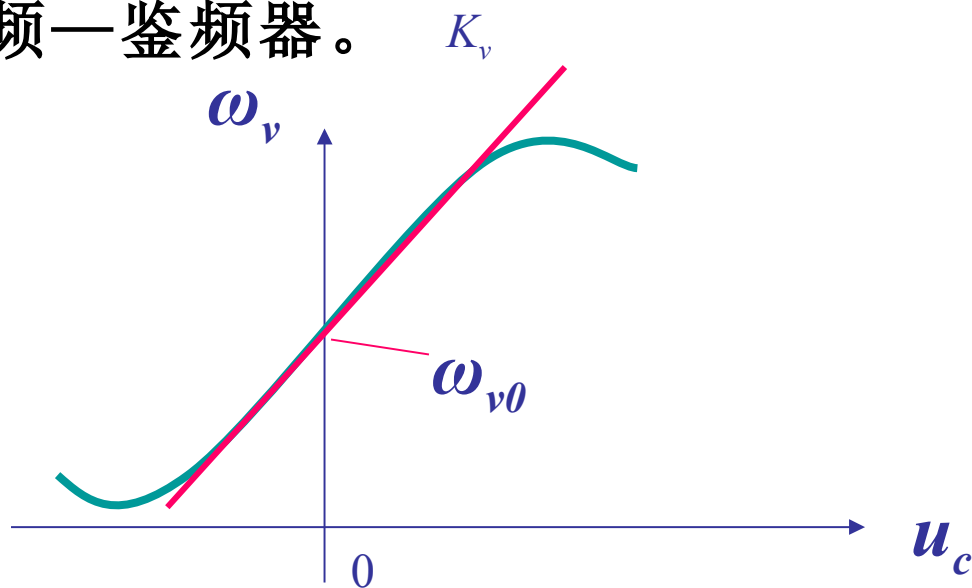


图 8-6 压控振荡器控制特性曲线

在鉴频器中的中心角频率 ω_{v0} 就起参考信号角频率 ω_r 的作用，而在混频—鉴频器中，本振信号角频率 ω_L 与输出信号 ω_y 混频，然后再进行鉴频。参考信号角频率 $\omega_r = \omega_0 + \omega_L$ ，当 $\omega_y = \omega_r$ 时，频率比较器无输出，可控频率器件输出频率不变，环路锁定；当 $\omega_y \neq \omega_r$ 时，频率比较器输出误差电压 u_e ，它正比于 $\omega_y - \omega_r$ ，将 u_e 送入低通滤波器后取出缓变控制信号 u_c 。可控频率器件通常是压控振荡器（*VCO*），其输出振荡角频率可写成

$$\omega_y = \omega_{y0} + K_c u_c \quad (8-5)$$

式中 ω_{y0} 是控制信号 $u_c = 0$ 时的振荡角频率，称为 *VCO* 的固有振荡角频率， K_c 是压控灵敏度。

U_c 控制 *VCO*，调节 *VCO* 的振荡角频率，使之稳定在鉴频器中心角频率上 ω_0 。

自动频率控制电路是利用误差信号的反馈作用来控制振荡器频率，使之稳定。误差信号是由鉴频器产生的，它与两个比较频率源之间的频率差成正比。显然达到最后稳定状态时，两个频率不可能完全相等，必定存在剩余频差 $\Delta\omega = |\omega - \omega_r|$ 。

3. 主要性能指标

AFC 电路主要性能指标有暂态和稳态响应以及跟踪特性。

(1) 暂态和稳态响应

AFC 电路的闭环传递函数 $H(s)$

$$T(s) = \frac{\Omega_y(s)}{\Omega_r(s)} = \frac{1}{1 + k_p k_c H(s)}$$

(8-6)

由此得到输出频率信号的拉氏变换式

$$\Omega_y(s) = \frac{1}{1 + k_p k_c H(s)} \Omega_r(s)$$

(8-7)

对上式求逆变换，即可得到 *AFC* 电路的时域响应，包括暂态和稳态响应。

(2) 跟踪特性

AFC 电路的误差传递函数

$$T_e(s)|_{\text{开环}} = \frac{\Omega_e(s)}{\Omega_r(s)} = \frac{1}{1 + k_p k_c H(s)} \quad (8-8)$$

AFC 电路中误差角频率的时域稳态误差值 , 由终值定理得

$$\omega_{e\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} s\Omega(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + k_p k_c H(s)} \Omega_r(s) \quad (8-9)$$

三、相位控制 (*PLL*) 系统

锁相环路（*Phase Locked Loop*，缩写为 *PLL*）是一个能够跟踪输入信号相位的闭环自动控制系统。它是一种以消除频率误差为目的的反馈控制电路，但它是利用相位误差来消除频率误差的，即锁相环是一个相位跟踪系统。

锁相环的基本特性是：

（1）锁定时无频差 假如环路输入固定频率的载波信号，环路入锁之后，输出与输入之间只有某一个固定的相位差，频差则为零。这是锁相环区别于其他反馈控制电路的一大特点，用它可实现无误差的频率跟踪。

（2）良好的窄带跟踪特性 环路在锁定输入载波信号的同时，可以对噪声进行过滤，完成窄带滤波器的作用。例如，在几十兆赫兹的载频上可以实现几十赫兹的窄带滤波。这是应用其他技术难以实现的。

（3）良好的调制跟踪特性。在输入角调制信号时，通过合理的设计，可使环路的通频带足够宽，使信号的调制频谱全都落入环路带宽之内，这时环路既可以输出经过提纯的已调信号，使得信噪比比输入显著提高，又可以作为解调器输出解调信号，且解调性能明显优于常规的解调器。

（4）门限性能好。锁相环本质上是一个非线性系统，在较强噪声的作用下，同样存在着门限效应。但是它用作调频解调器时，与一般的限幅 - 鉴频器相比，门限改善可达 $5dB$ 左右。

锁相环路的应用

主要有以下几个方面：

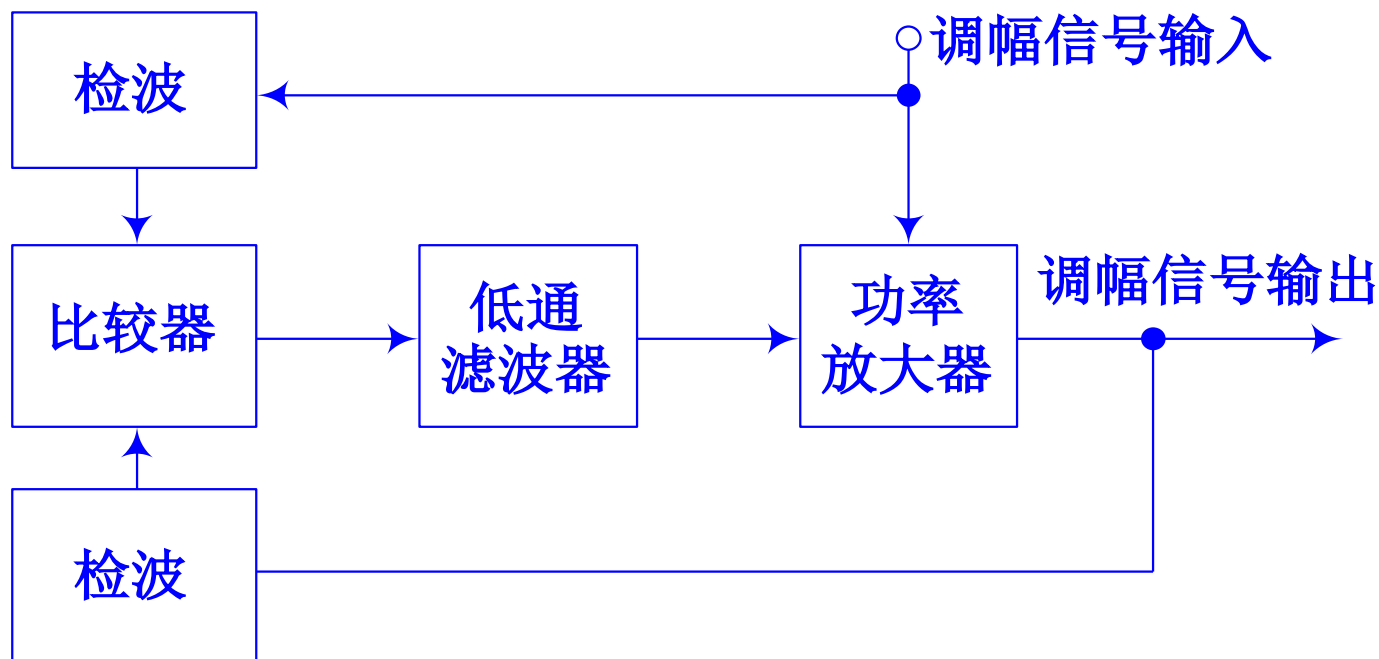
（1）调频，调相信号的解调；

（2）调幅信号的相干解调（用 PLL 提取同步载波）；

（3）锁相式频率合成技术。

随着数字技术的发展，锁相环在数字信号传输的载波提取、位同步、相干解调等方面的应用也越来越广泛。

例 8-1 调幅负反馈的组成如题图所示，试分析它是如何利用包络负反馈来克服高频功率放大器的非线性失真并稳定输出功率的？



调幅负反馈的组成框图

解：假设末级功率放大器的输入信号是没有失真的调幅信号（包括 AM 、 SSB 、 DSB ），而输出是有失真的调幅波，将两信号分别进行线性检波，检出其包络电压并加至比较器，比较器输出的误差信号即为失真偏离值，低通滤波器将全部通过该误差信号并进行放大形成控制信号。控制信号控制已调波功放的增益，通过环路的负反馈作用，便可有效地减少这个偏离值，保证获得良好的线性放大。当功放的增益由于温度、电源波动、负载变化等因素使之改变时，系统也能在一定的范围内维持其输出的功率电平平稳。

二、锁相环的基本工作原理

(一) 锁相环原理：

锁相环的基本原理是利用相位误差电压去消除频率误差，所以当电路达到平衡状态之后，虽然有剩余相位误差存在，但频率误差可以降低到零，从而实现无频差的频率跟踪和相位跟踪。锁相环在工作的过程中，当输出信号的频率与输入信号的频率相等时，输出电压与输入电压保持固定的相位差值，即输出电压与输入电压的相位被锁住，这就是锁相环名称的由来。

锁相环的组成如图 8-6 所

示。

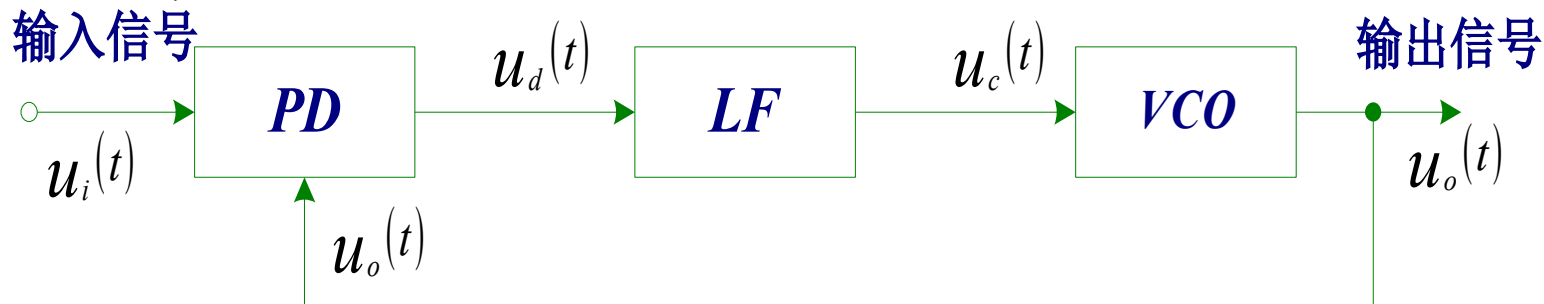


图 8-6 锁相环的基本组成框图

它包含压控振荡器 (VCO)，鉴相器 (PD) 和环路滤波器 (LF) 三个基本部件。三者组成一个闭合环路，输入信号为 $u_i(t)$ ，输出信号为 $u_o(t)$ 并反馈至输入端。

设输入参考信号为

$$u_r(t) = U_r \sin[\omega_r t + \theta_r(t)] \quad (8-10)$$

输出信号是

$$u_o(t) = U_o \cos[\omega_o t + \theta_o(t)] \quad (8-11)$$

若输入信号为未经调制的载波，则 $\theta_r(t) = \theta_r$ （ θ_r 为常数）。

输出信号的相位能够跟踪输入信号相位的变化，两者之间的相位差为

$$\theta_e(t) = [\omega_r t + \theta_r] - [\omega_o t + \theta_o(t)] = (\omega_r - \omega_o)t + \theta_r - \theta_o(t) \quad (8-12)$$

$\frac{d\theta_e(t)}{dt}$ 在 VCO 未受控之前 $\theta_o(t)$ 是常数。当环路入锁之后 $\theta_o(t)$ 是时间的函数，而 $\theta_e(t)$ 为一个很小的稳态相位误差，即

此时，输出信号已偏离原有的振荡频率，其偏差量由上式得 $\frac{d\theta_o(t)}{dt} = \omega_r - \omega_o$

输出信号的频率已变为

$$\frac{d}{dt}[\omega_o t + \theta_o(t)] = \omega_o + \frac{d\theta_o(t)}{dt} = \omega_o + \omega_r - \omega_o = \omega_r$$

由此可见，通过锁相环路的相位跟踪作用，最终使被控压控振荡器频率 ω_o 与输入信号频率 ω_r 相同，两者之间仅维持了一个很小的稳态相差。

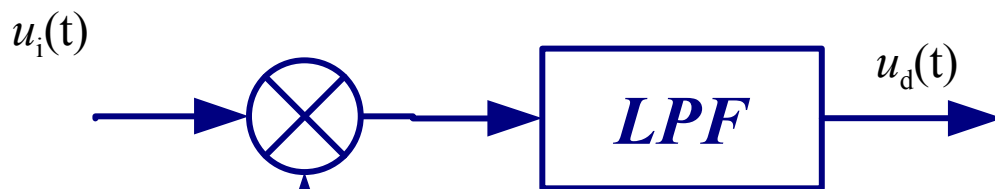
（二）、锁相环部件模型及方程

1. 鉴相器的模型及方程

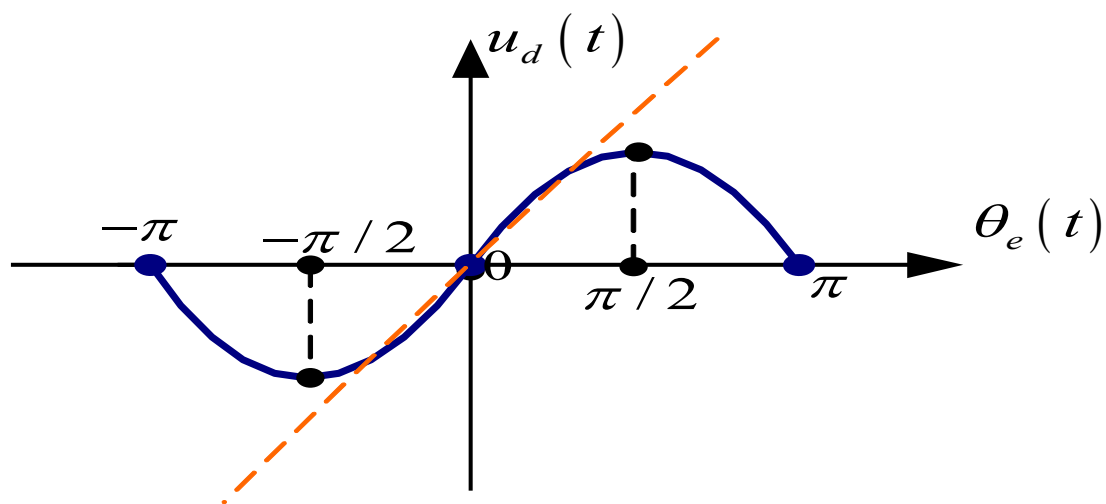
鉴相器是一个相位比较器，用来检测输入信号 $u_i(t)$ 和输出信号 $u_o(t)$ 之间的相位 $\theta_e(t)$ 差。其输出的误差信号是相位差的函数，即：

$$u_d(t) = f[\theta_e(t)] \quad (8-14)$$

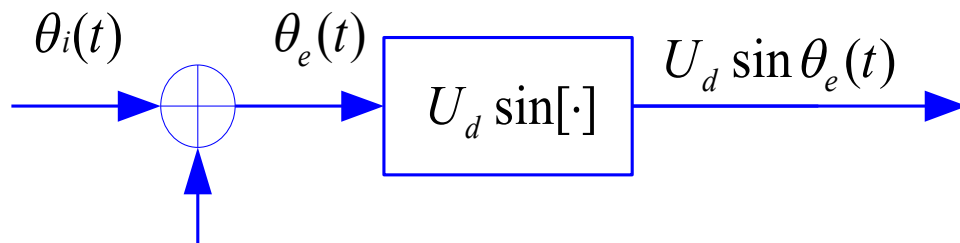
鉴相器的特性可以是多种多样的，有三角特性、锯齿特性、正弦特性等。常用的正弦鉴相器可由模拟乘法器和低通滤波器串接而成，如图 8-7(a) 所示。



(a) 正弦型鉴频器组成



(b) 正弦鉴相特性



(c) $\theta_o(t)$ 正弦鉴相器的数学模型

图 8-7 鉴相器的组成、特性及数学模型

设输入信号为：

$$u_i(t) = U_i \sin[\omega_o t + \theta_1(t)] \quad (8-15)$$

输出信号为：

$$u_o(t) = U_o \cos[\omega_o t + \theta_2(t)] \quad (8-16)$$

则相乘器的输出为：

$$\begin{aligned} K_m u_i(t) u_o(t) &= K_m U_i \sin[\omega_o t + \theta_1(t)] \\ &\quad \times U_o \cos[\omega_o t + \theta_2(t)] \\ &= \frac{1}{2} K_m U_i U_o \sin[2\omega_o t + \theta_1(t) + \theta_2(t)] \\ &\quad + \frac{1}{2} K_m U_i U_o \sin[\theta_1(t) - \theta_2(t)] \end{aligned}$$

式中 K_m 为模拟乘法器的系数，单位为
 $1/V$

上式中含有 $2\omega_o$ 的频率分量，该项可被低通滤波器抑制掉，故起作用的相乘器输出电压为：

$$u_d(t) = \frac{1}{2} K_m U_i U_o \sin[\theta_1(t) - \theta_2(t)] = U_d \sin \theta_e(t)$$

上式中 $\frac{1}{2} K_m U_i U_o$

为鉴相器输出的最大误差电压。显然，它与两相乘电压振幅之积成正比；

$\theta_e(t) = \theta_1(t) - \theta_2(t)$ 表示鉴相器的非线性作用；

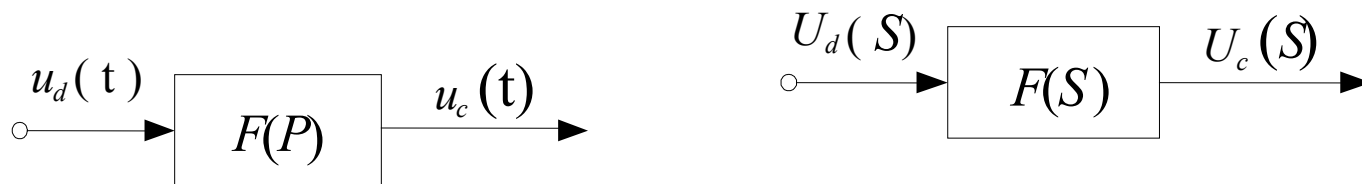
$\theta_e(t)$ 为两相乘电压的瞬时相位差，表示鉴相器的减法作用。

鉴相器的鉴相特性如图 8-7 (b) 所示，数学模

2. 环路滤波器 (L F)

环路滤波器具有低通特性，可以起到图 8-7(a) 中低通滤波器的作用，更重要的是它对环路参数调整起决定性的作用，对环路各项性能都有重要的影响。

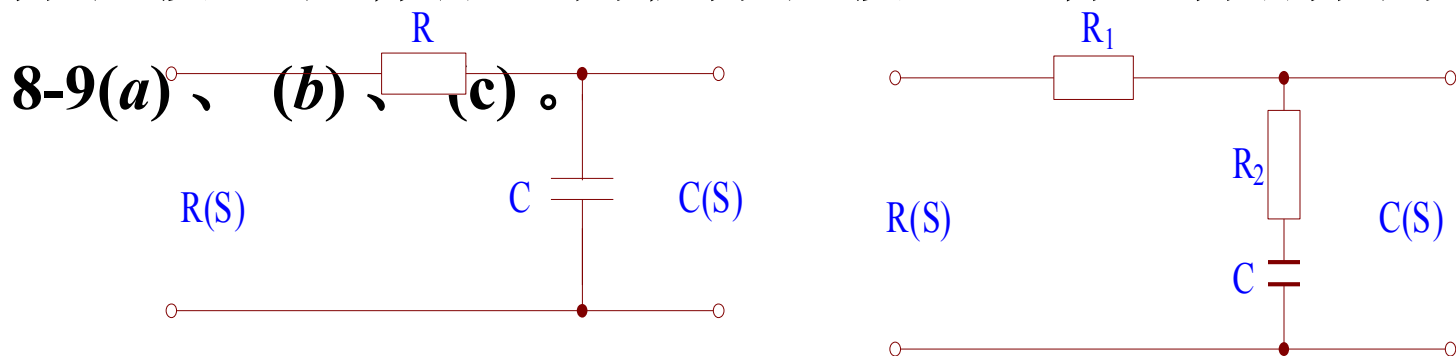
在时域分析中可以用一个传输算子 $F(p)$ 表示，其中 $p = d/dt$ 是微分算子；在频域分析中可以用传递函数 $F(S)$ 来表示，其中 $S = \sigma + j\Omega$ 是复频率；若用 $S = j\Omega$ ，代入 $F(S)$ 就得到它的频率响应 $F(j\Omega)$ 。环路滤波器的模型如图 8-8 所示。



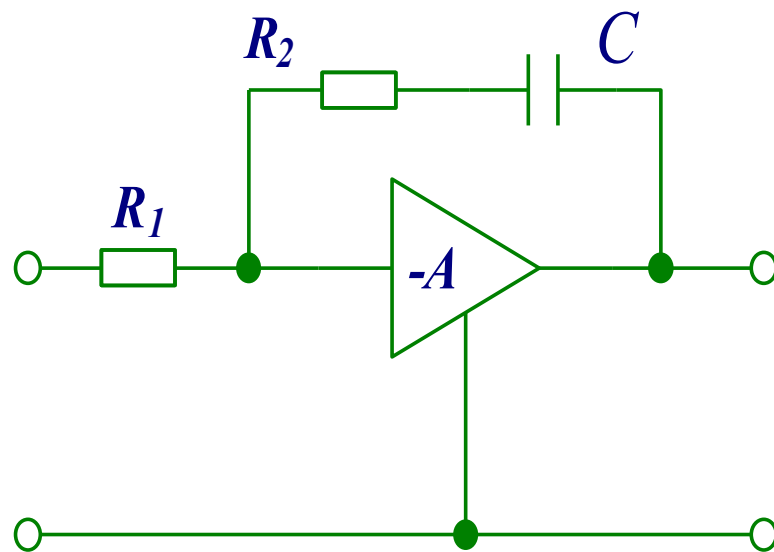
(a) 时域模型
(b) 复频域模型

图 8-8 环路滤波器模型

环路滤波器有积分滤波器、无源比例积分滤波器和有源比例积分滤波器三种。分别图示于图



(a) 积分滤波器 (b) 无源比例积分滤波器



(c) 有源比例积分滤波器

图 8-9

三种环路滤波器

(a) RC 积分滤波器的传递函数

$$F(S) = \frac{U_c(S)}{R(S)} = \frac{\frac{1}{SC}}{R + \frac{1}{SC}} = \frac{1}{S\tau_1 + 1} \quad (\tau_1 = RC) \quad (8-17)$$

式中 $\tau_1 = RC$ 是时间常数，它是唯一可调参数。所以是最简单的低通滤波器。令 $S = j\Omega$ ，并代入 (8-17) 式，即可得滤波器的频率特性

$$F(j\Omega) = \frac{1}{1 + j\Omega\tau_1}$$

分别求其模和相位可得 RC 滤波器的幅相特性如图 8-10 所示。

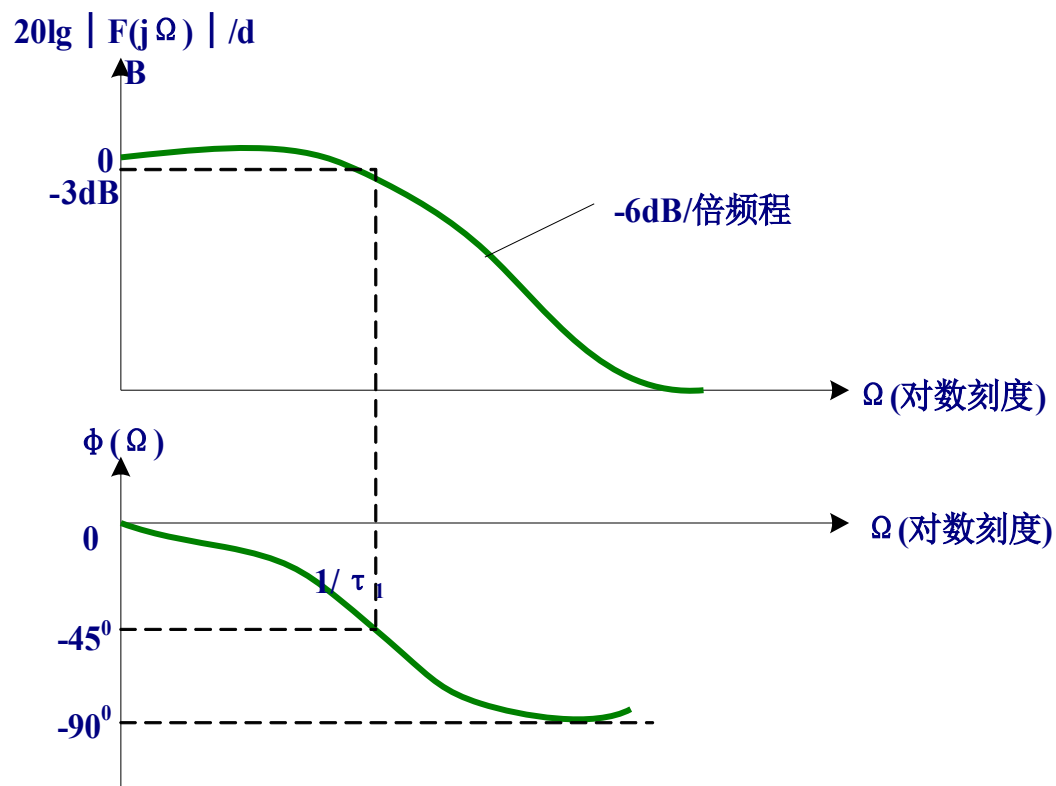


图 8-10 RC 滤波器的幅相特性

(b) 无源比例积分滤波器的传递

函数：

$$F(S) = \frac{C(S)}{R(S)} = \frac{R_2 + \frac{1}{SC}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{SC}} = \frac{\tau_2}{\tau_1 + \tau_2} \frac{S + \frac{1}{\tau_2}}{S + \frac{1}{\tau_1 + \tau_2}}$$

即

$$F(s) = \frac{1 + s\tau_2}{1 + s\tau_1} \quad (8-18)$$

由式（ 8-18 ）可见

$\tau_1 = (R_1 + R_2) \pi C$ $\tau_2 = R_2 \pi C$
它们是两个独立可调参数，其频率响应为

:

$$F(j\Omega) = \frac{1 + j\Omega\tau_2}{1 + j\Omega\tau_1}$$

其模为

$$|F(j\Omega)| = \sqrt{\frac{1 + \Omega^2\tau_2^2}{1 + \Omega^2\tau_1^2}}$$

其相位为

$$\varphi(\Omega) = \arctg\Omega\tau_2 - \arctg\Omega\tau_1$$

据以上两式可作出无源比例滤波器的幅相特性如图 8-11 所示。

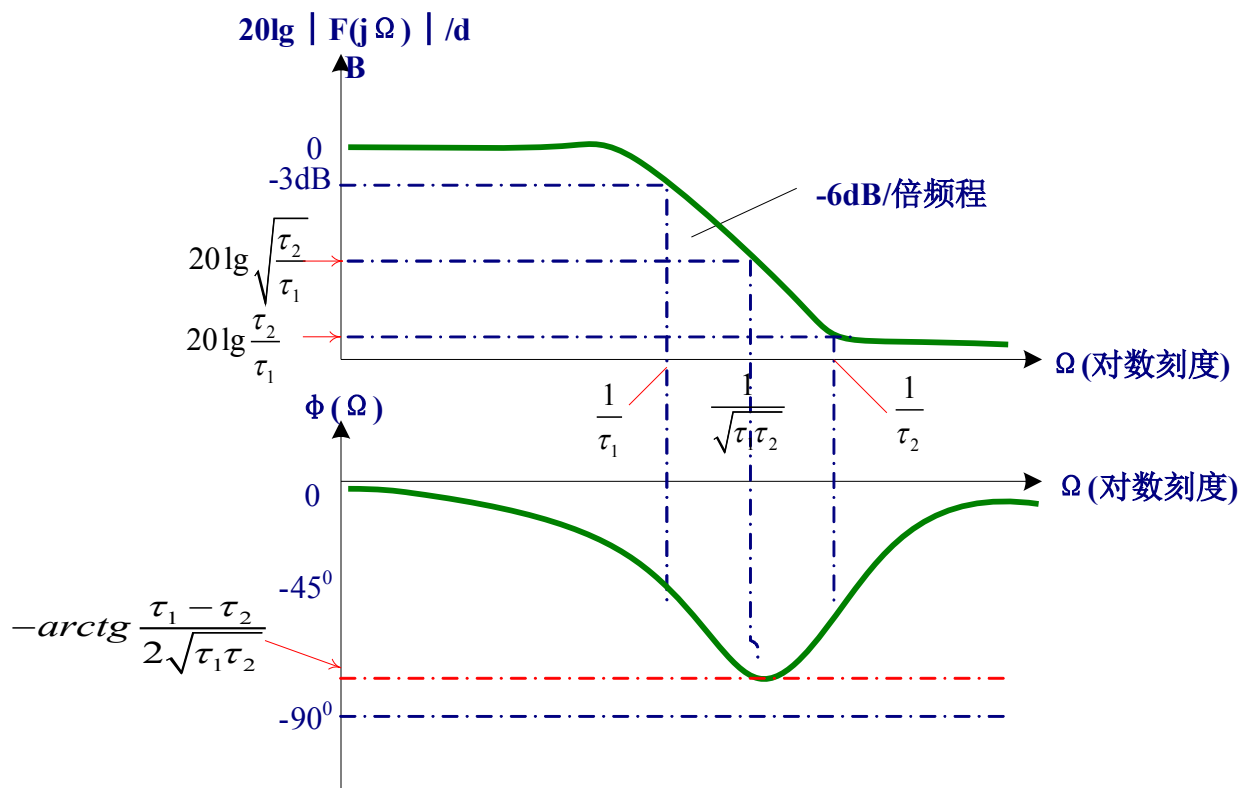


图 8-11 无源比例积分滤波器的幅相特性

当频率很高时，即 $j\Omega \rightarrow \infty$ ，则有

$$F(s)\Big|_{s=j\Omega} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (8-19)$$

它是电阻的分压比，这就是滤波器的比例作用。从相频特性看， $1+j\Omega\tau_2$ 为相位超前因子，有利于改善环路的稳定性。

(c) 有源比例积分滤波器的传递函数

∵ 运算放大器的增益 $A \rightarrow \infty$; 输入阻抗 $R_{in} \rightarrow \infty$
; 输出阻抗 $R_o \rightarrow \infty$ 。 ∴ 列两电流方程:

$$\frac{R(S)}{R_1} = -\frac{C(S)}{R_2 + \frac{1}{SC}}; \quad F(S) = \frac{C(S)}{R(S)} = -\frac{R_2 + \frac{1}{SC}}{R_1} = \frac{1 + \tau_2 S}{\tau_1 S}$$

式中 $\tau_1 = R_1 C$ $\tau_2 = R_2 C$

$$F(s) = -A \frac{1 + s\tau_2}{1 + s\tau_1} \quad (8-20)$$

式中 A 是运算放大器无反馈时的电压增益, 若 A 很高, 则

$$\tau_1 \approx AR_1C$$

$$\tau_1 = R_1 C$$

$$\tau_1 \approx (R_1 + AR_1 + R_2)C; \tau_2 = R_2C$$

$$F(s) \approx -A \frac{1 + s\tau_2}{1 + AR_1C} \approx -A \frac{1 + s\tau_2}{AR_1C} = -\frac{1 + s\tau_2}{s\tau_1}$$

$$(8-21)$$

式（8-21）中，其负号与有源滤波器的符号相消。因此，这个负号对环路的工作没有影响，分析时可不予考虑。与无源比例积分滤波器一样，因子 $1+S\tau_2$ 在高频时也具有低通特性和比例作用，相频特性也有超前校正的作用，有益于环路的稳定工作。此滤波器的频率响应为

$$F(j\Omega) = \frac{1 + j\Omega\tau_2}{j\Omega\tau_1}$$

画出其幅相特性如图 8-12 所示

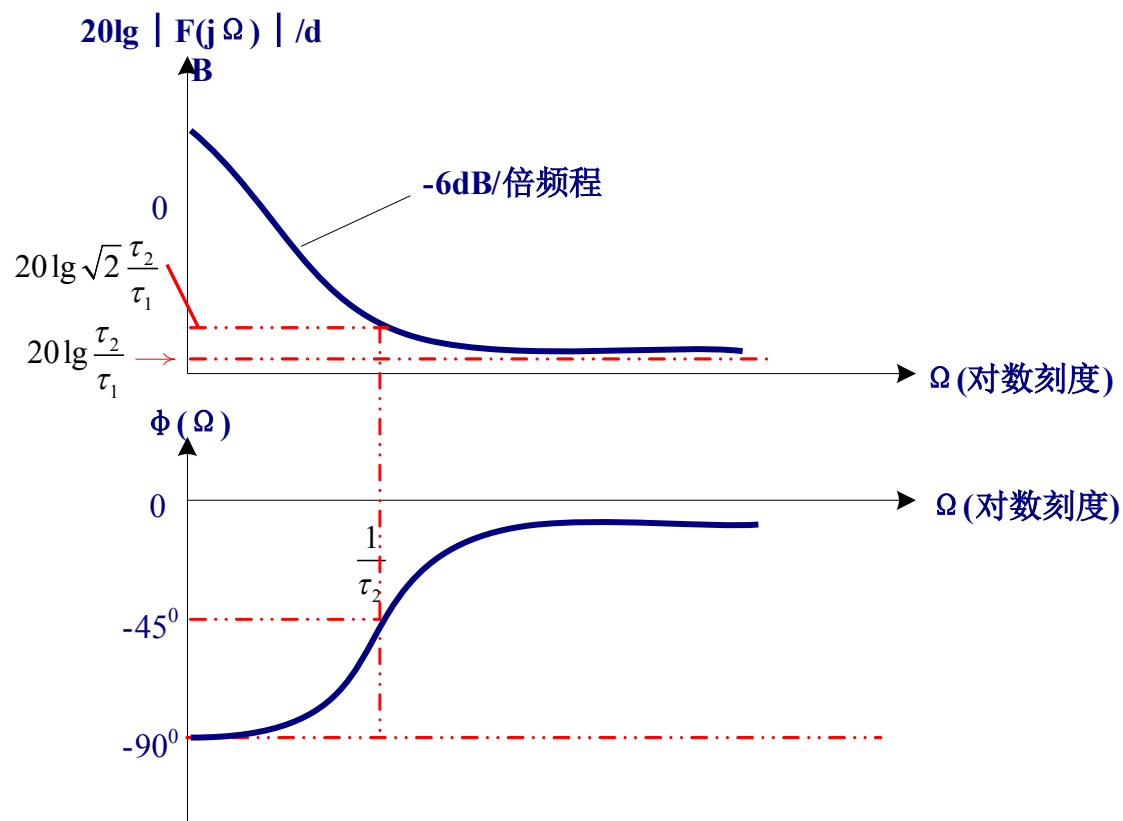


图 8-12 有源比例积分滤波器的幅相特性

(3) 压控振荡器 (VCO)

压控振荡器是一个电压—频率变换装置。其特性总可以用瞬时频率与控制电压之间的曲线表示。若以特性曲线的线性区域的中心点为静止工作点，并以此作为坐标原点，所得曲线如图 8-13 所示。

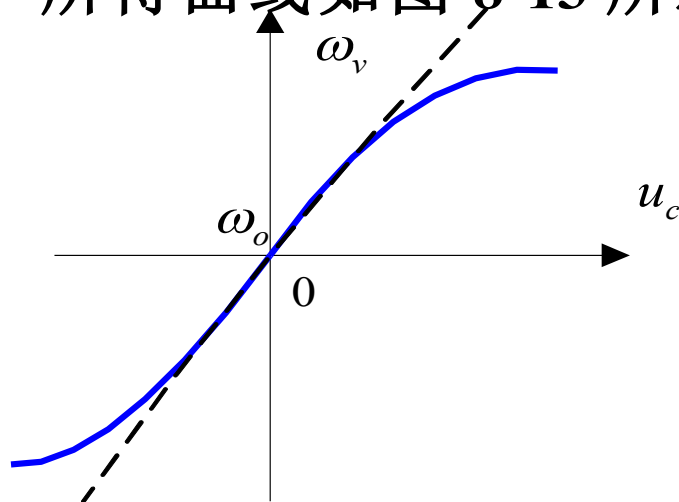


图 8-13 VCO 的控制特性

瞬时角频率为

$$\omega_v(t) = \omega_0 + k_0 u_e(t) \quad (8-22)$$

式中 k_0 是线性特性斜率，它表示单位控制电压可使压控振荡器角频率变化的大小，又称控制灵敏度，单位是 $rad/v.s$ 。在实际应用中， VCO 的控制特性的线性范围是有限的。超出这个范围之后，控制灵敏度会下降，图 8-10 中实线为实际控制特性，虚线为线性控制特性，在环路分析中，我们以虚线作为 VCO 控制特性的近似。

由于 VCO 的输出反馈到鉴相器上，对鉴相输出误差电压 $u_d(t)$ 起作用的不是瞬时角频率，而是其瞬时相位，可由（8-14）式积分求得，

$$\int_0^t \omega_v(\tau) d\tau = \omega_o t + K_o \int_0^t u_c(\tau) d\tau$$

$$\theta_2(t) = K_o \int_0^t u_c(\tau) d\tau$$

$$\theta_2(t) = \frac{K_o}{P} u_c(t)$$

改写成算子形式

由此可见， VCO 在锁相环中起了一次积分作用。因此也称为环路中的固有积分环节。 VCO 的数学模型如图 8-14 所示。

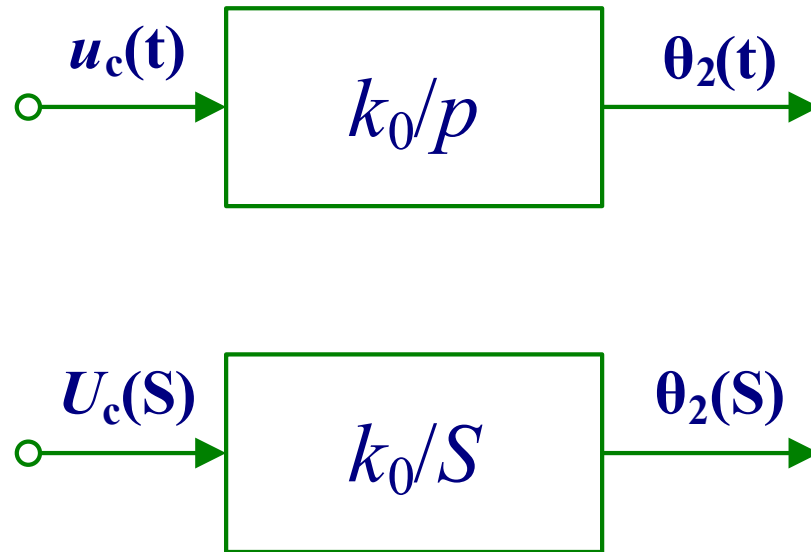


图 8-14 VCO 的时域模型和复频域模型

以上总结了环路的三个基本部件的特性和模型，在此基础上就可以得到锁相环的模型和动态方程。

(三)、环路的数学模型

将前述的三个模型连接起来，得到环路的数学模型如图 8-15 所示。

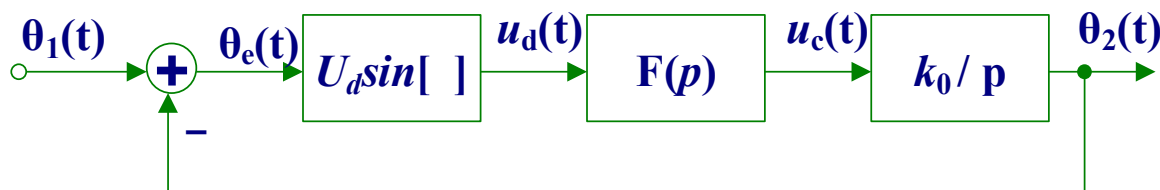


图 8-15 锁相环的模型图

由图显见，这是一个相位负反馈的误差控制系统。输入相位 $\theta_1(t)$ 与反馈的输出相位 $\theta_2(t)$ 进行比较，由误差相位 $\theta_e(t)$ 得到误差电压 $u_d(t)$ ，误差电压经环路滤波器的低通过滤后得到控制电压 $u_c(t)$ ，控制电压加到压控振荡器上使之产生频率偏移，从而引起相应的相位改变，使得 $\theta_e(t)$ 向着减小的方向

据图 8-5 可导出环路的动态方程：

$$P\theta_e(t) = P\theta_1(t) - kF(P) \sin \theta_e(t) \quad (8-23)$$

式中， $k = k_0 \cdot u_d$ 为环路增益， u_d 是最大误差电压，它与 k_0 之积即为压控振荡器的最大频偏量。所以 k 具有频率的量纲，单位取决于 k_0 所用的单位，若 k_0 的单位是 $rad/s \cdot v$ ，则 k 的单位是 rad/s ；若 k_0 的单位是 Hz/V ，则 k 的单位是 Hz 。

环路动态方程包含了锁相环的全部特性：等式左边的是环路的瞬时频差；等式右边第一项是

等式右边第二项是控制电压引起压控振荡频率 $\omega_v(t)$ 相对于自由振荡频率 ω_0 的频率偏移 - 控制频差，于是动态方程构成如下关系

$$\text{瞬时频差} = \text{固有频差} - \text{控制频差}$$

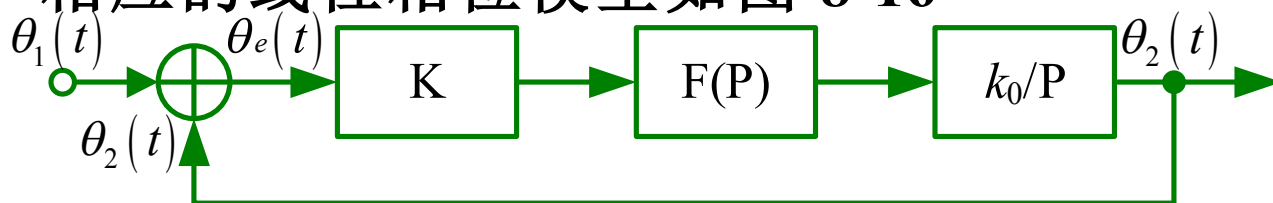
一般情况下，环路动态方程是非线性微分方程。这是因为环路中包含了非线性环节的鉴相器。但是在 $\theta_e(t)$ 小于 0.5rad 时，可认为 $\sin\theta_e(t) \approx \theta_e(t)$ ，满足此条件时，鉴相器工作在特性曲线的原点附近，视为斜率为 k_d 的直线，这样线性

$$P\theta_e(t) = P\theta_1(t) - k_0 k_d \theta_e(t) \quad (8-24a)$$

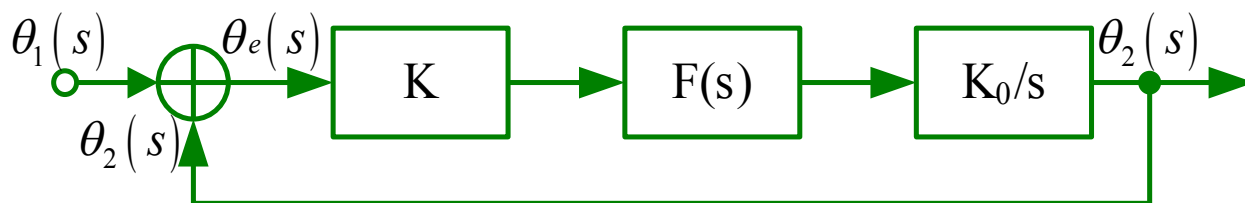
令 $k_0 k_d = k$ 为环路增益，则

$$P\theta_e(t) = P\theta_1(t) - k\theta_e(t) \quad (8-24b)$$

相应的线性相位模型如图 8-16



(a) 线性相位模型的时域形式



(b) 线性相位模型的复频域形式

图 8-16 线性相位模型

(1). 锁相环的锁定状态

在进入锁定状态后，被控量 $f_v = f_i$ 与输入量相等，两者之间维持的稳态相差 $\theta_e(\infty)$ 为常数，它是维持误差电压与控制电压所必须的，若没有稳态相差，控制电压就会消失，压控振荡器的频率 f_0 又将回到自由振荡频率，环路失锁。锁定时只存在稳态相差 $\theta_e(\infty)$ 而没有频差（ $f_v = f_i$ ），这是锁相环的一个重要特性。