第 5 章　频谱的线性搬移电路

- 5.1　非线性电路的分析方法
- 5.2　二极管电路
- 5.3　差分对电路
- 5.4　其它频谱线性搬移电路

概　　述

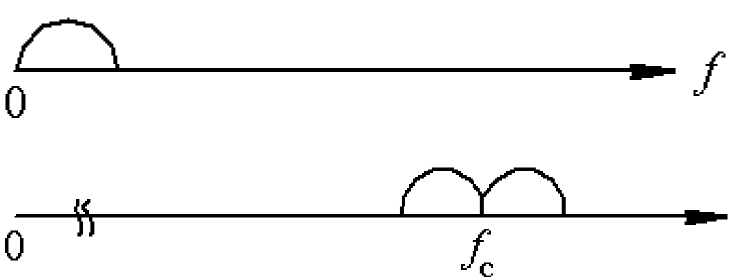
在通信系统中，频谱的搬移电路是最基本的单元电路。
振幅调制与解调，频率调制与解调，相位调制与解调，混频等电路，都属于频谱搬移电路。

频谱搬移电路

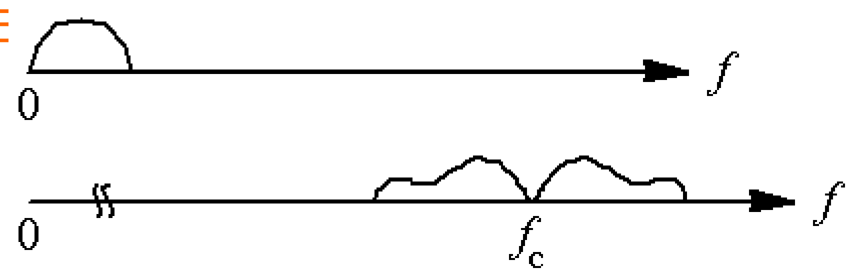
频谱的线性搬移——搬移过程中，输入信号的频谱不发生变化。

频谱的非线性搬移——搬移过程中，输入信号

生



频谱的线性搬移电路



频谱的非线性搬移电路

5.1 非线性电路分析方法

在频谱搬移电路中，输出信号的频率分量与输入信号的频率分量不尽相同，会产生新的频率分量。

因此频谱搬移必须用非线性电路来完成。

非线性电路的主要特点是它的参数随电路中的电流或电压变化。

一、非线性函数的级数展开分析法

非线性器件的伏安特性可表示为：$i = f(u)$

u 是加在非线性器件上的电压，一般：$u = E_Q + u_1 + u_2$

其中 E_Q 是静态工作点，u_1，u_2 为两个输入电压

5.1 非线性电路分析方法

一、非线性函数的级数展开分析法

$$i = f(u) \qquad\qquad u = E_Q + u_1 + u_2$$

用泰勒级数展开有：

$$i = a_0 + a_1(u_1 + u_2) + a_2(u_1 + u_2)^2 + \cdots + a_n(u_1 + u_2)^n + \cdots$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} a_n(u_1 + u_2)^n$$

式中 ,a_n （n=0,1,2,… ）为各次方项的系数：

$$a_n = \frac{1}{n!}\frac{d^n f(u)}{du^n}\bigg|_{u=E_Q} = \frac{1}{n!} f^n(E_Q)$$

5.1 非线性电路分析方法

一、非线性函数的级数展开分析法

$$i=\sum_{n=0}^{\infty} a_n(u_1+u_2)^n \qquad a_n=\frac{1}{n!}\frac{d^n f(u)}{du^n}\Big|_{u=E_Q}=\frac{1}{n!}f^n(E_Q)$$

由二项式：$$(u_1+u_2)^n=\sum_{m=0}^{n} C_n^m u_1^{n-m}u_2^m$$

$$C_n^m=\frac{n!}{m!\,(n-m)!}$$

$$\rightarrow \quad i=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n} a_n C_n^m u_1^{n-m}u_2^m$$

5.1 非线性电路分析方法

一、非线性函数的级数展开分析法

① 一个信号的情况：

$$i=\sum_{n=0}^{\infty} a_n(u_1+u_2)^n$$

令 $u_2=0$ ； $u_1 = U_1\cos\omega_1 t$

则： $i=\sum_{n=0}^{\infty} a_n u_1^n=\sum_{n=0}^{\infty} a_n U_1^n \cos^n \omega_1 t$

利用三角公式：

$$\cos^n x=\begin{cases}\dfrac{1}{2^n}\left[C_n^{m/2}+\sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} C_n^k \cos(n-2k)x\right] & n\text{ 为偶数}\\[2ex] \dfrac{1}{2^{n-1}}\sum_{k=0}^{\frac{1}{2}(n-1)} C_n^k \cos(n-2k)x & n\text{ 为奇数}\end{cases}$$

→ $i=\sum_{n=0}^{\infty} b_n U_1^n \cos n\omega_1 t$ b_n 是 a_n 与 $\cos^n \omega_1 t$ 的分解系数

5.1 非线性电路分析方法

一、非线性函数的级数展开分析法

① 一个信号的情况：

$$i=\sum_{n=0}^{\infty} b_n U_1^n \cos n\omega_1 t$$

结论：在非线性器件的输入端加一单频信号时，通过非线性器件的非线性作用，输出端除了有输入信号的频率外，还有输入信号的各次谐波分量，即产生了新的频率成分

5.1 非线性电路分析方法

一、非线性函数的级数展开分析法

② 两个信号的情况：

$$i=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}a_nC_n^m u_1^{n-m}u_2^m$$

令： $u_1=U_1\cos(\omega_1 t);\quad u_2=U_2\cos(\omega_2 t)$

利用： $\cos x\cdot\cos y=\frac{1}{2}\cos(x-y)+\frac{1}{2}\cos(x+y)$

$$\cos^n x=\begin{cases}\frac{1}{2^n}\left[C_n^{m/2}+\sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1}C_n^k\cos(n-2k)x\right] & n\ \text{为偶数}\\[2ex] \frac{1}{2^{n-1}}\sum_{k=0}^{\frac{1}{2}(n-1)}C_n^k\cos(n-2k)x & n\ \text{为奇数}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\quad i=\sum_{p=-\infty}^{\infty}\sum_{q=-\infty}^{\infty}C_{nm}\cos(p\omega_1\pm q\omega_2)$$

5.1 非线性电路分析方法

一、非线性函数的级数展开分析法

② 两个信号的情况：

$$i=\sum_{p=-\infty}^{\infty}\sum_{q=-\infty}^{\infty}C_{nm}\cos(p\omega_1 \pm q\omega_2)$$

i 中的频率分量有无限多个：$\omega_{p,q}=\left|\pm p\omega_1 \pm q\omega_2\right|$

$p,q=0,1,2,\cdots$ $p+q$ 称为组合分量的阶数

产生组合分量阶数的规律：

- ■凡是 p+q 为偶数的组合分量，均由幂级数中 n 为偶数，且大于等于 p+q 的各项产生。
- ■凡是 p+q 为奇数的组合分量，均由幂级数中 n 为奇数，且大于等于 p+q 的各项产生。
- ■组合分量的强度随 p+q 的增大而减小。

由三角公式可知： $u_1^{n-m} \rightarrow$ 最大频率分量为 (n-m)ω_1 ，且奇偶性与 (n-m)ω_1 相同

$u_2^{m} \rightarrow$ 最大频率分量为 mω_2，且奇偶性与 mω_2 相同

$$\text{组合分量 } p+q \left\{ \begin{array}{l} p\omega_1 \rightarrow (n-m) \square p \\ q\omega_2 \rightarrow m \square q \end{array} \right\} \rightarrow n \square p+q$$

当 $p+q$ 为偶数时，假设 p， q 都为偶（奇），则

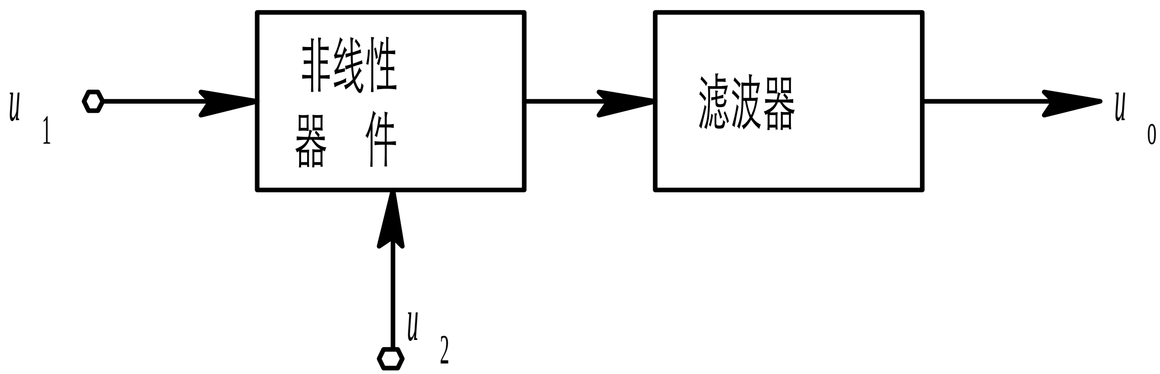
$$p+q \text{ 为偶数} \left\{ \begin{array}{l} p \text{ 为偶（奇）} \rightarrow n\text{-}m \text{ 为偶（奇）} \\ q \text{ 为偶（奇）} \rightarrow m \text{ 为偶（奇）} \end{array} \right\} n \text{ 位偶数}$$

5.1 非线性电路分析方法

一、非线性函数的级数展开分析法

③ 频谱线性搬移电路的实现

信号通过非线性器件 $\xrightarrow{\text{非线性}}$ 组合频率分量 $\xrightarrow{\text{滤波}}$ 有用信号



一般的线性搬移电路，核心总是两个信号的乘积项，由二次方项产生

在实际中，关键任务是如何实现接近理想的乘法器，减少无用组合频率分量的数目和强度。

5.1 非线性电路分析方法

一、非线性函数的级数展开分析法

③ 频谱线性搬移电路的实现

如何实现接近理想的乘法器，减少无用组合频率分量的数目和强度？

方法：

- ■从器件考虑——平方律器件
- ■从电路考虑——抵消无用组合分量
- ■从输入信号考虑——降低组合分量的强度

5.1 非线性电路分析方法

二、线性时变电路分析方法

对 $i=f(u)$ 在 E_Q+u_2 上对 u_1 用泰勒级数展开，有

$$i=f(E_Q+u_1+u_2)$$

$$=f(E_Q+u_2)+f'(E_Q+u_2)u_1+\frac{1}{2!}f''(E_Q+u_2)u_1^2+\cdots$$

$$+\frac{1}{n!}f^{(n)}(E_Q+u_2)u_1^n+\cdots$$

$$f(E_Q+u_2)=\sum_{n=0}^{\infty}a_nu_2^n \qquad f'(E_Q+u_2)=\sum_{n=1}^{\infty}na_nu_2^{n-1}$$

$$f''(E_Q+u_2)=2!\sum_{n=2}^{\infty}C_n^{m-2}a_nu_2^{n-2} \qquad \cdots$$

参见 5-6： $i=f(E_Q+u_2)=\sum_{n=0}^{\infty}a_nu_2^n$

5.1 非线性电路分析方法

二、线性时变电路分析方法

$$i = f(E_Q + u_2) + f'(E_Q + u_2)u_1 + \frac{1}{2!}f''(E_Q + u_2)u_1^2 + \cdots$$

$$+\frac{1}{n!}f^{(n)}(E_Q + u_2)u_1^n + \cdots$$

若 u_1 足够小，可以忽略式中 u_1 的二次方及其以上各次方项，则该式化简为

$$i \approx f(E_Q + u_2) + f'(E_Q + u_2)u_1$$

$f(E_Q + u_2)$ 和 $f'(E_Q + u_2)$ 是与 u_1 无关的系数，但是他们随 u_2 变化，即随时间变化，故称为**时变系数**，或**时变参量**

5.1 非线性电路分析方法

二、线性时变电路分析方法

$$i \approx f(E_Q+u_2)+f'(E_Q+u_2)u_1$$

$f(E_Q+u_2)$ 是当输入信号 $u_1=0$ 时的电流，称为时变静态电流，或时变工作点电流（ $I_0(t)$ ）

$$I_0(t)=f(E_Q+u_2)$$

$f'(E_Q+u_2)$ 是增量电导在 $u_1=0$ 时的数值，称为时变增益或时变跨

$$g(t)=f'(E_Q+u_2)$$

$$E_Q(t)=E_Q+u_2$$ —— 时变偏置电压

$$\Rightarrow i=I_0(t)+g(t)u_1$$

i 与 u_1 呈线性关系，而系数是时变的

即 i 与 u_1 呈线性时变关系

5.1 非线性电路分析方法

二、线性时变电路分析方法

$$i = I_0(t) + g(t)u_1$$

如果 $u_1 = U_1\cos\omega_1 t$，$u_2 = U_2\cos\omega_2 t$ ，则时变电压 $E_Q(t) = E_Q + u_2$ 一周期性函数，故

$$\mathrm{I}_0(t) = f(E_Q + u_2)$$
$$g(t) = f'(E_Q + u_2)$$

—— 周期性函数

付立叶级数展开：

$$I_0(t) = f(E_Q + U_2\cos\omega_2 t) = I_{00} + I_{01}\cos\omega_2 t + I_{02}\cos 2\omega_2 t + \cdots$$

$$g(t) = f'(E_Q + U_2\cos\omega_2 t) = g_0 + \mathrm{g}_1\cos\omega_2 t + g_2\cos 2\omega_2 t + \cdots$$

5.1 非线性电路分析方法

二、线性时变电路分析方法

$$i = I_0(t) + g(t)u_1$$

$$I_0(t) = f(E_Q + U_2\cos\omega_2 t) = I_{00} + I_{01}\cos\omega_2 t + I_{02}\cos 2\omega_2 t + \cdots$$

$$g(t) = f'(E_Q + U_2\cos\omega_2 t) = g_0 + g_1\cos\omega_2 t + g_2\cos 2\omega_2 t + \cdots$$

$$I_{00} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(E_Q + U_2\cos\omega_2 t)\,d\omega_2 t$$

$$I_{0k} = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(E_Q + U_2\cos\omega_2 t)\cos k\omega_2 t\,d\omega_2 t \quad k = 1,2,3,\cdots$$

$$g_0 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f'(E_Q + U_2\cos\omega_2 t)\,d\omega_2 t$$

$$g_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f'(E_Q + U_2\cos\omega_2 t)\cos k\omega_2 t\,d\omega_2 t \quad k = 1,2,3,\cdots$$

5.1 非线性电路分析方法

二、线性时变电路分析方法

$$i = I_0(t) + g(t)u_1$$

$$I_0(t) = f(E_Q + U_2\cos\omega_2 t) = I_{00} + I_{01}\cos\omega_2 t + I_{02}\cos 2\omega_2 t + \cdots$$

$$g(t) = f'(E_Q + U_2\cos\omega_2 t) = g_0 + g_1\cos\omega_2 t + g_2\cos 2\omega_2 t + \cdots$$

i 中的组合分量为：　$q\omega_2$　；　$|q\omega_2 \pm \omega_1|$

与非线性函数展开法相比，组合分量大大减少

$|\pm q\omega_2 \pm p\omega_1|$

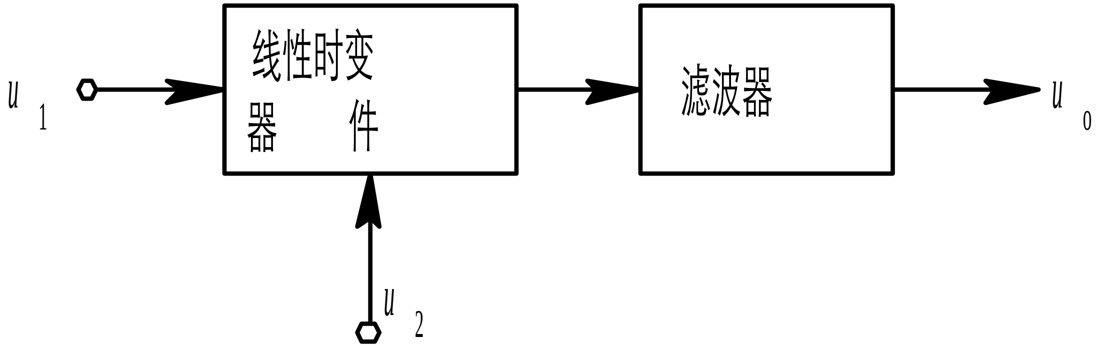
注意：二者的实质是一致的，实际的组合分量完全相同，不同的只是其幅度小，被忽略之故，这在工程中完全合理。

5.1 非线性电路分析方法

二、线性时变电路分析方法

线性时变电路虽然大大减少了组合频率分量的数目，但仍存在大量的不需要的频率分量。用于频谱的搬移电路时，仍需要用滤波器选出所需的频率分量，滤出不必要的频率分量。

线性时变电路并非线性电路，其本质还是非线性电路，是非线性电路在一定条件下的近似结果。



例 1 一个晶体二极管，用指数函数逼近它的伏安特性，即

$$i = I_e(e^{\frac{u}{V_T}} - 1) \approx I_s e^{\frac{u}{V_T}} \tag{5—21}$$

在线性时变工作状态下，上式可表示为

$$i = I_0(t) + g(t)u_1 \tag{5—22}$$

式中

$$I_0(t) = I_s e^{\frac{E_Q+u_2}{V_T}} = I_Q e^{x_2 \cos\omega_2 t} \tag{5—23}$$

$$g(t) = \frac{di}{du}\bigg|_{u=E_Q+u_2} = \frac{I_s}{V_T} e^{\frac{E_Q+u_2}{V_T}} = g_Q e^{x_2 \cos\omega_2 t} \tag{5—24}$$

$$e^{x_2 \cos \omega_2 t} = \varphi_0(x_2) + 2\sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x_2) \cos n\omega_2 t \qquad (5—26)$$

$$\varphi_n(x_2) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{x_2 \cos \omega_2 t} \cos n\omega_2 t d\omega_2 t$$

是第一类修正贝塞尔函数。因而

$$I_0(t) = I_Q[\varphi_0(x_2) + 2\sum_{n-1}^{\infty} \varphi_n(x_2) \cos n\omega_2 t]$$

$$g(t) = g_Q[\varphi_0(x_2) + 2\sum_{n-1}^{\infty} \varphi_n(x_2) \cos n\omega_2 t] \qquad (5—27)$$