



第 5 章 频谱的线性搬移电路

- 5.1 非线性电路的分析方法
- 5.2 二极管电路
- 5.3 差分对电路
- 5.4 其它频谱线性搬移电路



5.3 差分对电路

频谱搬移电路的核心部分是相乘器，而乘法电路的核心单元是一个带恒流源的差分对电路。

差分对电路 {
单差分对电路
双差分对电路



5.3 差分对电路

一、单差分对电路

① 电路

V1, V2 两个晶体管和两个电阻精密配对（这在集成电路上很容易实现）。

静态时,

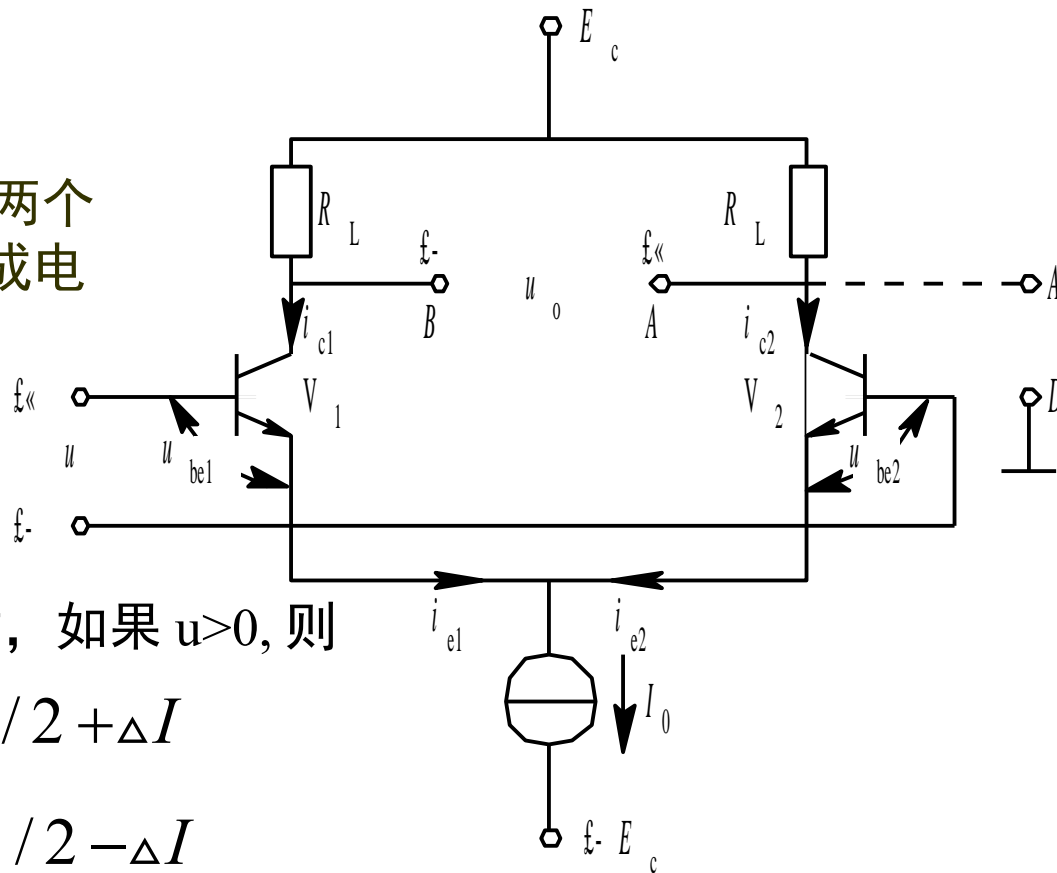
$$I_{e1} = I_{e2} = I_0 / 2$$

当输入端加差模电压 u 时, 如果 $u > 0$, 则

$$i_{e1} = I_{e1} + \Delta I = I_0 / 2 + \Delta I$$

$$i_{e2} = I_{e2} - \Delta I = I_0 / 2 - \Delta I$$

$$i_{e1} + i_{e2} = I_0 \quad u = u_{be1} - u_{be2}$$



$$u_{c1} = E_c - i_{c1} R_L$$

$$u_{c2} = E_c - i_{c2} R_L$$



5.3 差分对电路

一、单差分对电路

② 传输特性

设 $\alpha = 1$

则有: $i_{c1} \approx i_{e1}$; $i_{c2} \approx i_{e2}$

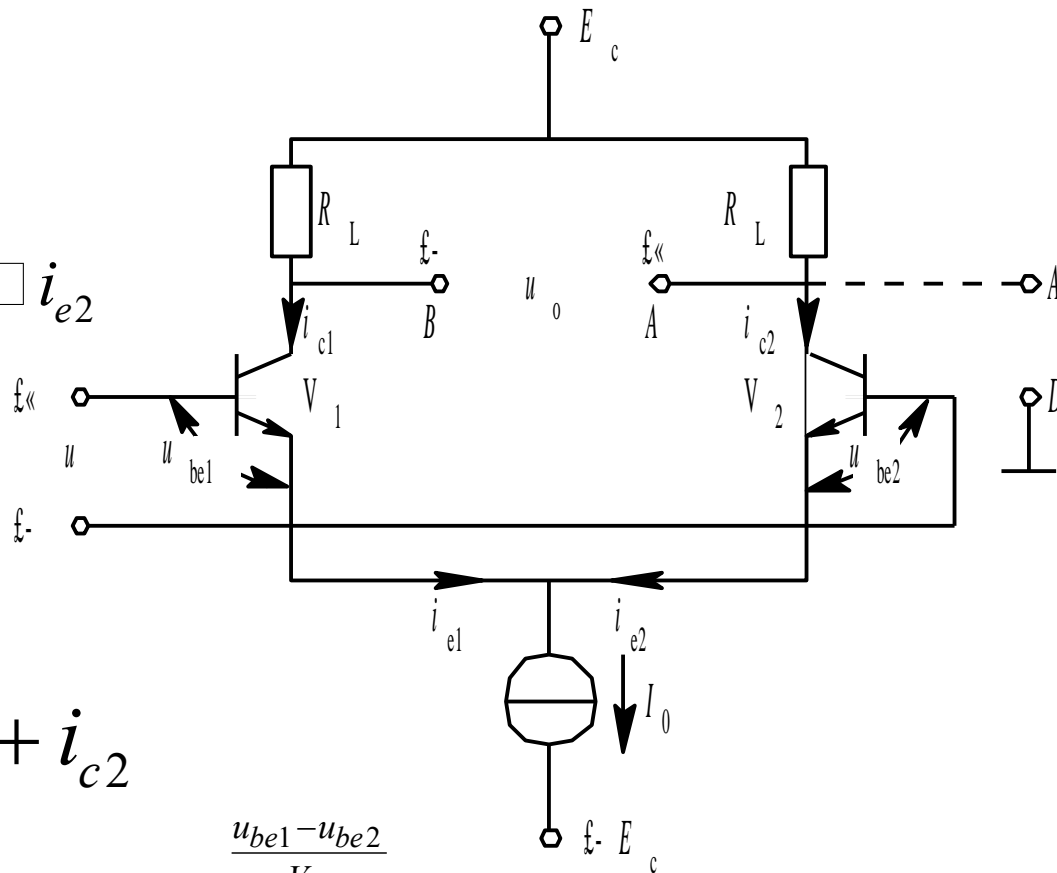
$$i_{c1} = I_s e^{\frac{u_{be1}}{V_T}}$$

$$i_{c2} = I_s e^{\frac{u_{be2}}{V_T}}$$

$$I_0 = i_{e1} + i_{e2} = i_{c1} + i_{c2}$$

$$= I_s (e^{\frac{u_{be1}}{V_T}} + e^{\frac{u_{be2}}{V_T}}) = i_{c2} (1 + e^{\frac{u_{be1} - u_{be2}}{V_T}})$$

$$= i_{c2} (1 + e^{\frac{u}{V_T}}) = i_{c1} (1 + e^{\frac{-u}{V_T}})$$





5.3 差分对电路

一、单差分对电路

② 传输特性

$$I_0 = i_{c2}(1 + e^{\frac{u}{V_T}}) = i_{c1}(1 + e^{\frac{-u}{V_T}})$$

$$i_{c2} = \frac{I_0}{1 + e^{\frac{u}{V_T}}} \quad i_{c1} = \frac{I_0}{1 + e^{\frac{-u}{V_T}}} \quad \tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$$

$$i_{c1} - \frac{I_0}{2} = \frac{I_0}{2} \left[\frac{2}{1 + e^{\frac{-u}{V_T}}} \right] - \frac{I_0}{2} = \frac{I_0}{2} \left(\frac{1 - e^{\frac{-u}{V_T}}}{1 + e^{\frac{-u}{V_T}}} \right) = \frac{I_0}{2} \tanh\left(\frac{u}{2V_T}\right)$$

$$i_{c1} = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} \tanh\left(\frac{u}{2V_T}\right) \quad \text{同理: } i_{c2} = \frac{I_0}{2} - \frac{I_0}{2} \tanh\left(\frac{u}{2V_T}\right)$$



5.3 差分对电路

一、单差分对电路

② 传输特性

$$i_{c1} = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} \tanh\left(\frac{u}{2V_T}\right)$$

$$i_{c2} = \frac{I_0}{2} - \frac{I_0}{2} \tanh\left(\frac{u}{2V_T}\right)$$

$$u_{c1} = E_c - i_{c1}R_L$$

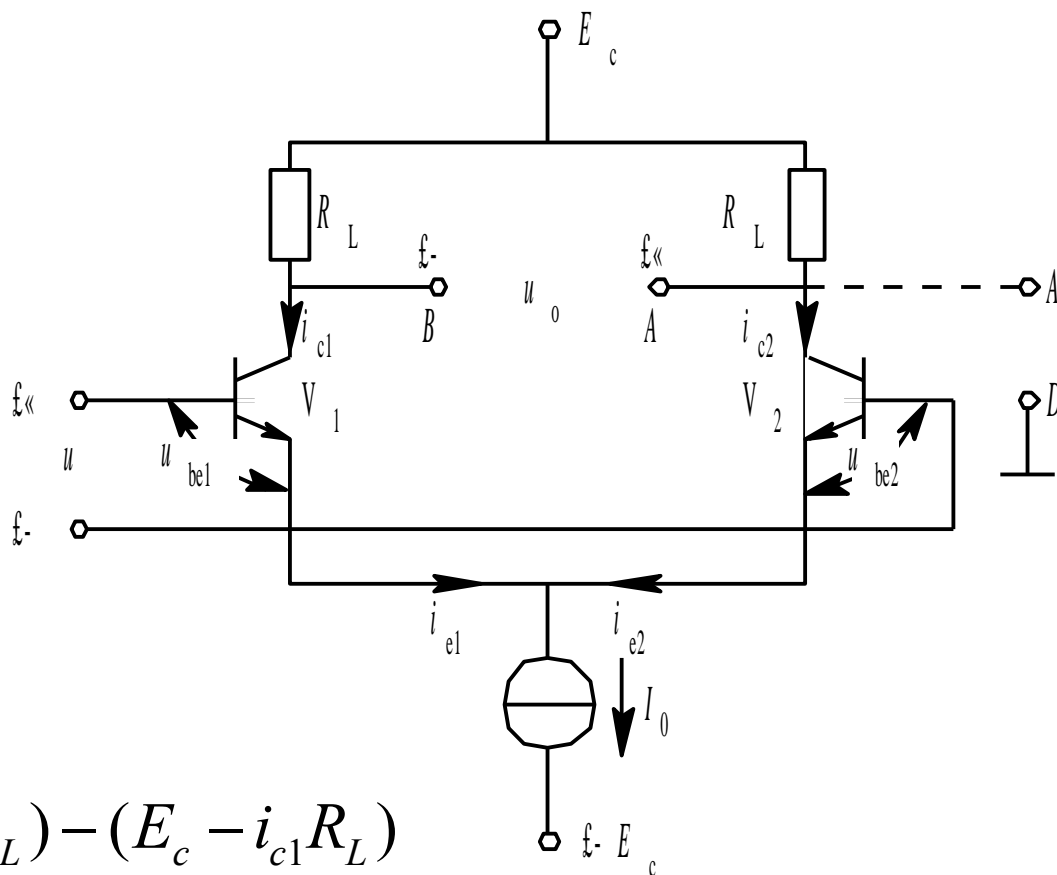
$$u_{c2} = E_c - i_{c2}R_L$$

双端输出时

$$u_o = u_{c2} - u_{c1} = (E_c - i_{c2}R_L) - (E_c - i_{c1}R_L)$$

$$= R_L(i_{c1} - i_{c2}) = R_L I_0 \tanh\left(\frac{u}{2V_T}\right)$$

$$i_o = I_0 \tanh\left(\frac{u}{V_T}\right)$$





5.3 差分对电路

一、单差分对电路

③ 讨论

1. i_{c1}, i_{c2}, i_o 与 I_0 之间是线性关系，而与差模输入 u 之间是非线性关系。
双端输出时，直流抵消，交流输出加倍
2. 输入电压很小时，传输特性近似为线性关系，即工作在线性放大区

$$i_{c1} = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} \tanh\left(\frac{u}{2V_T}\right)$$

$$i_{c2} = \frac{I_0}{2} - \frac{I_0}{2} \tanh\left(\frac{u}{2V_T}\right)$$

$$i_o = I_0 \tanh\left(\frac{u}{V_T}\right)$$

$$\text{当 } |x| < 1 \text{ 时, } \tanh\left(\frac{x}{2}\right) \approx \frac{x}{2}$$

$$\text{当 } |u| < V_T = 26\text{mV} \text{ 时 } i_o = I_0 \tanh\left(\frac{u}{2V_T}\right) \approx I_0 \frac{u}{2V_T}$$



5.3 差分对电路

一、单差分对电路

③ 讨论

3. 若输入电压很大，一般在 $|u| > 100\text{mV}$ 时，电路呈现限幅状态，两管接近于开关状态，因此，该电路可作为高速开关、限幅放大器等电路。

4. 小信号运用时，跨导

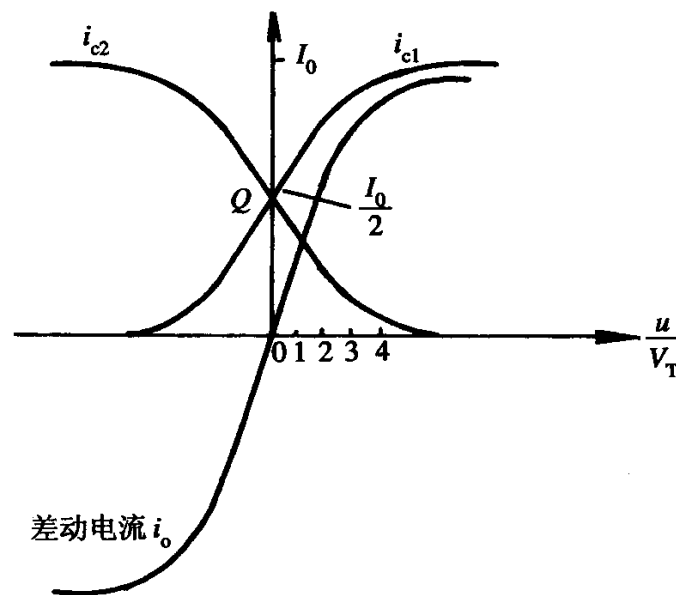
$$g_m = \left. \frac{\partial i_o}{\partial u} \right|_{u=0} = \frac{I_0}{2V_T} \approx 20 I_0$$

◆ g_m 与 I_0 成正比， $I_0 \uparrow \rightarrow$ 增益 \uparrow

◆ $g_m \uparrow \rightarrow$ 输入电压对电流的控制能力越大，可用作 AGC

◆ $I_0 \rightarrow I_0(t) \rightarrow g_m = g_m(t)$ 时变跨导

可组成线性时变电路， $i_o = g_m(t)u(t)$

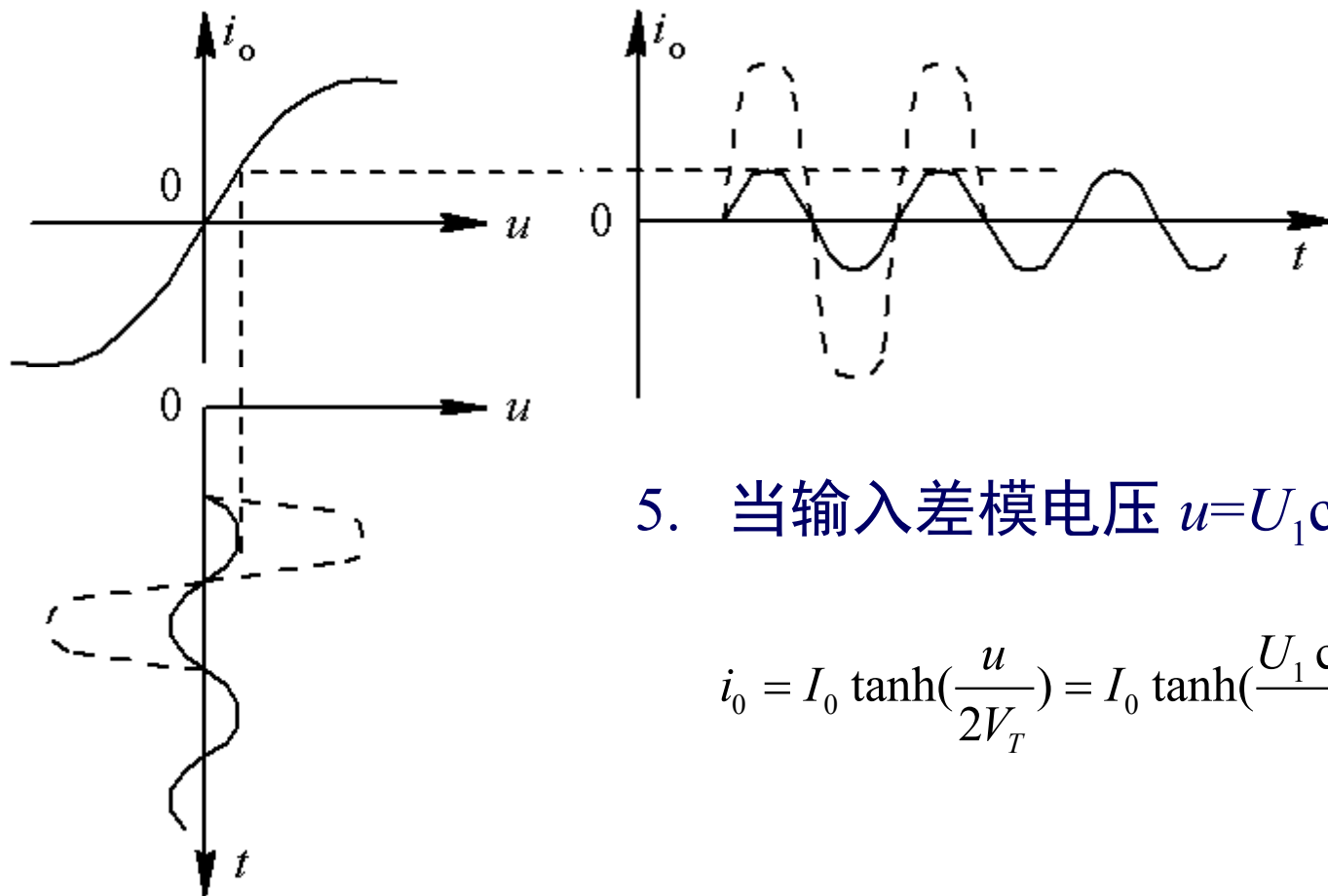




5.3 差分对电路

一、单差分对电路

③ 讨论



5. 当输入差模电压 $u = U_1 \cos \omega_1 t$ 时

$$i_o = I_0 \tanh\left(\frac{u}{2V_T}\right) = I_0 \tanh\left(\frac{U_1 \cos(\omega_1 t)}{2V_T}\right)$$



5.3 差分对电路

一、单差分对电路

③ 讨论

$$i_0 = I_0 \tanh\left(\frac{u}{2V_T}\right) = I_0 \tanh\left(\frac{U_1 \cos(\omega_1 t)}{2V_T}\right)$$

付立叶级数展开：

$$\tanh\left(\frac{u}{2V_T}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_{2n-1}(x) \cos[(2n-1)\omega_1 t]$$
$$i_0 = I_0 \sum_{n=1}^{\infty} \beta_{2n-1}(x) \cos[(2n-1)\omega_1 t]$$



5.3 差分对电路

一、单差分对电路

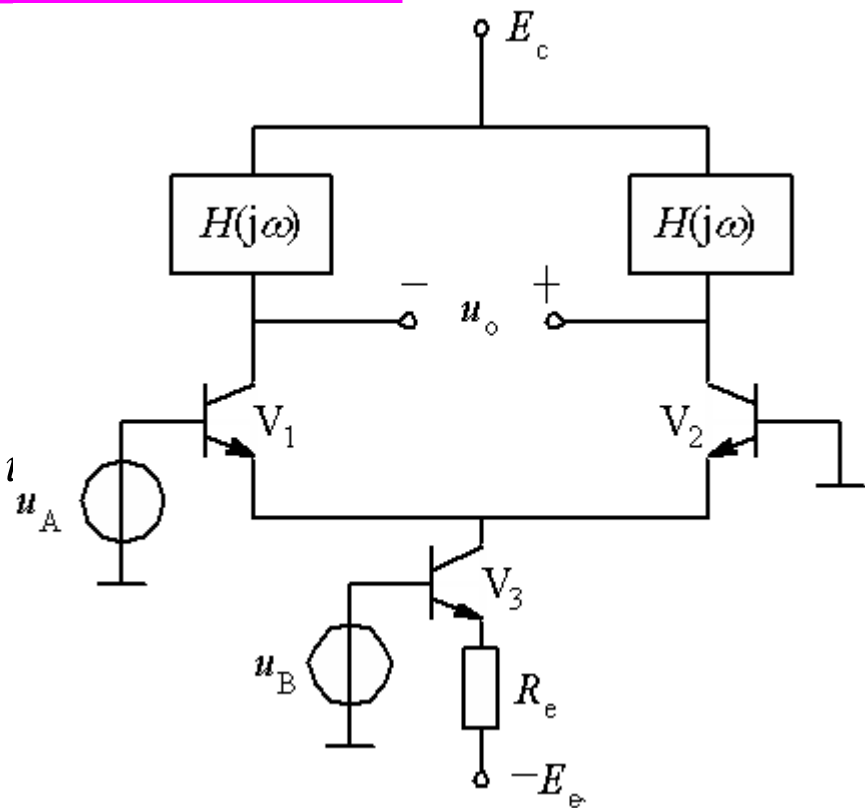
④ 差分对频谱搬移电路

差分对电路中有两个可控通道：

- (1) 线性通道
- (2) 非线性通道：差模输入

集电极负载为一滤波回路，设它对输出频率分量的阻抗为 R_L

恒流源由 VT3 提供，VT3 射极接有大电阻 R_e ，该电路也称为**长尾偶电路**





5.3 差分对电路

一、单差分对电路

④ 差分对频谱搬移电路

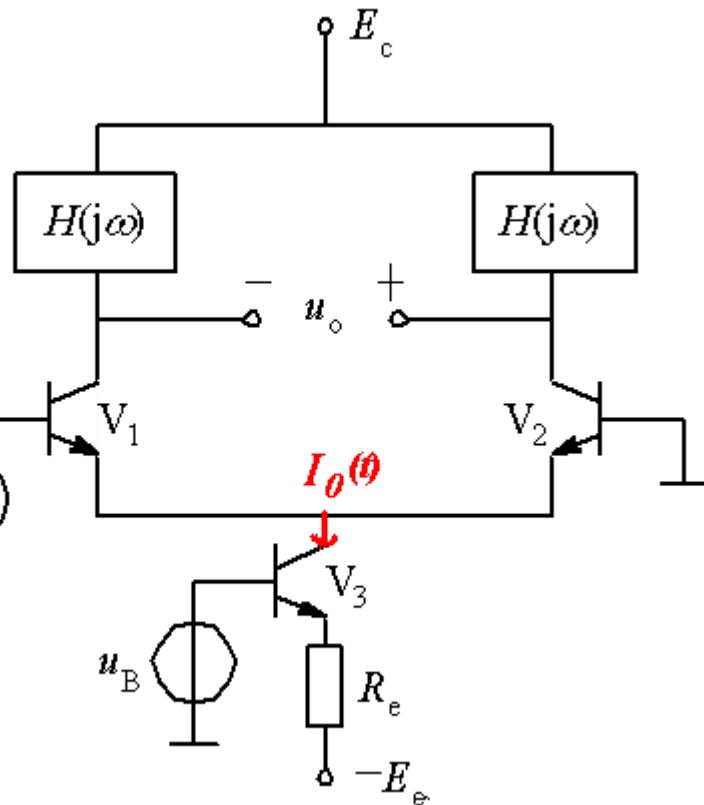
由图可知：

$$u_B = u_{be3} + i_{e3}R_e - E_e$$

忽略 u_{be3} ，则 $i_{e3} = \frac{E_e + u_B}{R_e}$

$$I_0(t) = i_{c3} = i_{e3} = \frac{E_e + u_B}{R_e} = I_0 \left(1 + \frac{u_B}{E_e}\right)$$

$$I_0 = \frac{E_e}{R_e}$$



➔
$$i_0(t) = I_0(t) \tanh\left(\frac{u_A}{2V_T}\right) = I_0 \left(1 + \frac{u_B}{E_e}\right) \tanh\left(\frac{u_A}{2V_T}\right)$$



5.3 差分对电路

一、单差分对电路

④ 差分对频谱搬移电路

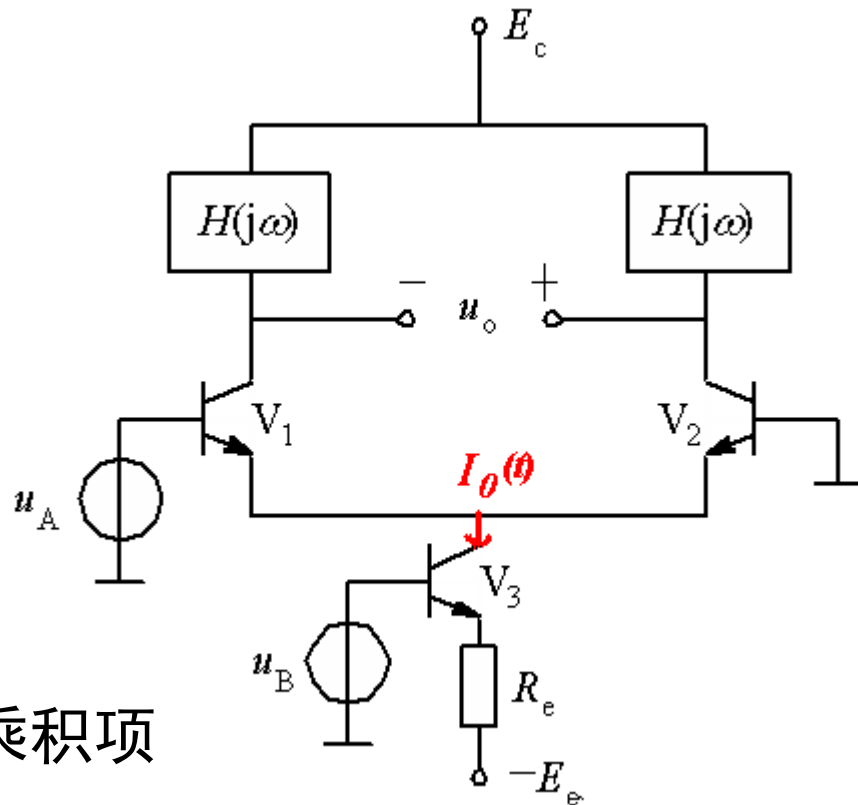
$$i_o(t) = I_0 \left(1 + \frac{u_B}{E_e}\right) \tanh\left(\frac{u_A}{2V_T}\right)$$

当 $|u_A| < 26\text{mV}$ 时, 有

$$i_o(t) \approx I_0 \left(1 + \frac{u_B}{E_e}\right) \frac{u_A}{2V_T}$$

该式中, 有两个输入信号的乘积项

故该电路可构成频谱线性搬移电路





5.3 差分对电路

二、双差分对电路

① 电路

该电路由三个基本的差分电路组成，或者说两个差分对电路组成

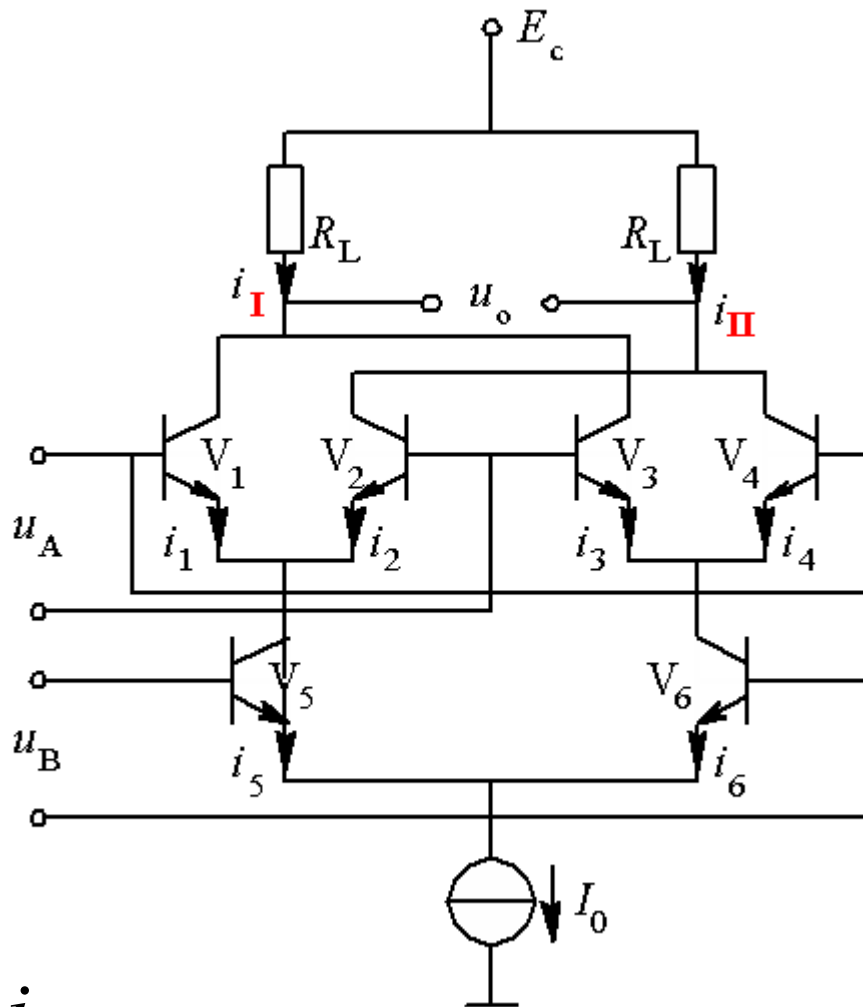
V_1, V_2, V_5 ——差分对 I
 V_2, V_4, V_6 ——差分对 II
 V_5, V_6, I_0 ——差分电路

由图可知：

$$i_I = i_1 + i_3 \quad i_5 = i_1 + i_2$$

$$i_{II} = i_2 + i_4 \quad i_6 = i_3 + i_4$$

$$I_0 = i_5 + i_6 = i_1 + i_2 + i_3 + i_4$$





5.3 差分对电路

二、双差分对电路

② 工作原理

$$i_I = i_1 + i_3 \quad i_5 = i_1 + i_2$$

$$i_{II} = i_2 + i_4 \quad i_6 = i_3 + i_4$$

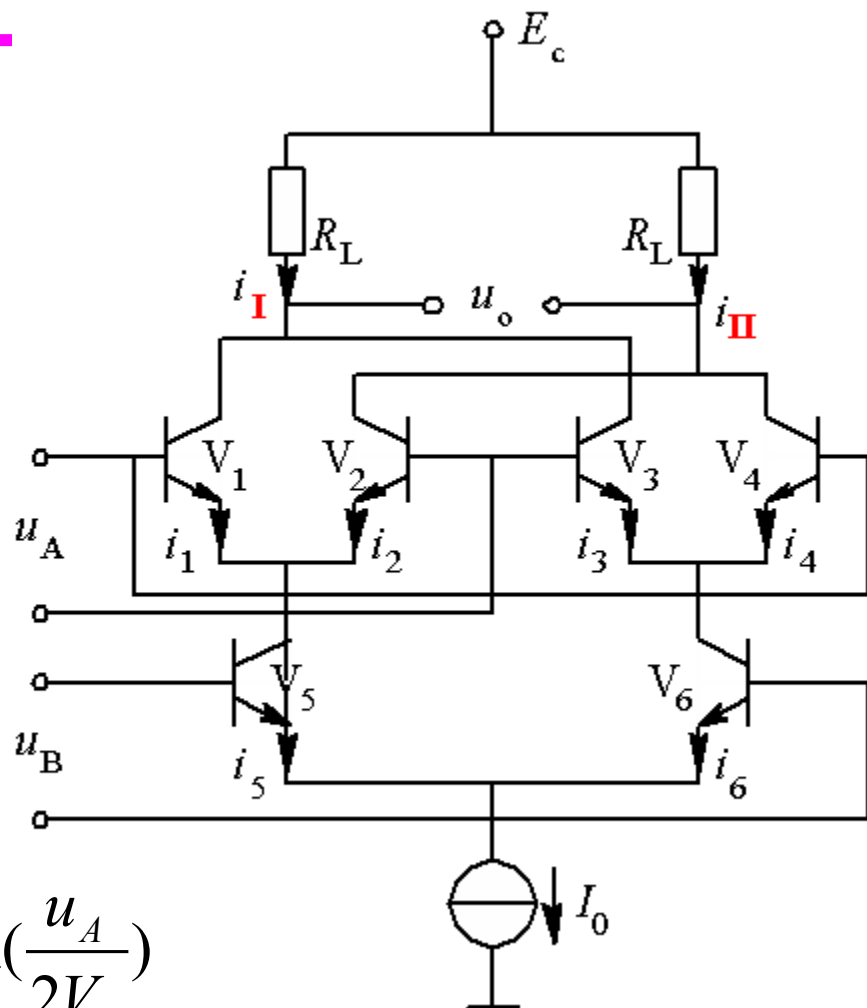
$$I_0 = i_5 + i_6 = i_1 + i_2 + i_3 + i_4$$

$$i_o = i_I - i_{II} = (i_1 + i_3) - (i_2 + i_4)$$

$$= (i_1 - i_2) - (i_4 - i_3)$$

$$= i_5 \tanh\left(\frac{u_A}{2V_T}\right) - i_6 \tanh\left(\frac{u_A}{2V_T}\right)$$

$$= I_0 \tanh\left(\frac{u_B}{2V_T}\right) \tanh\left(\frac{u_A}{2V_T}\right)$$





5.3 差分对电路

二、双差分对电路

② 工作原理

$$i_0 = I_0 \tanh\left(\frac{u_B}{2V_T}\right) \tanh\left(\frac{u_A}{2V_T}\right)$$

(1) 一般: $u_A = U_A \cos(\omega_1 t)$

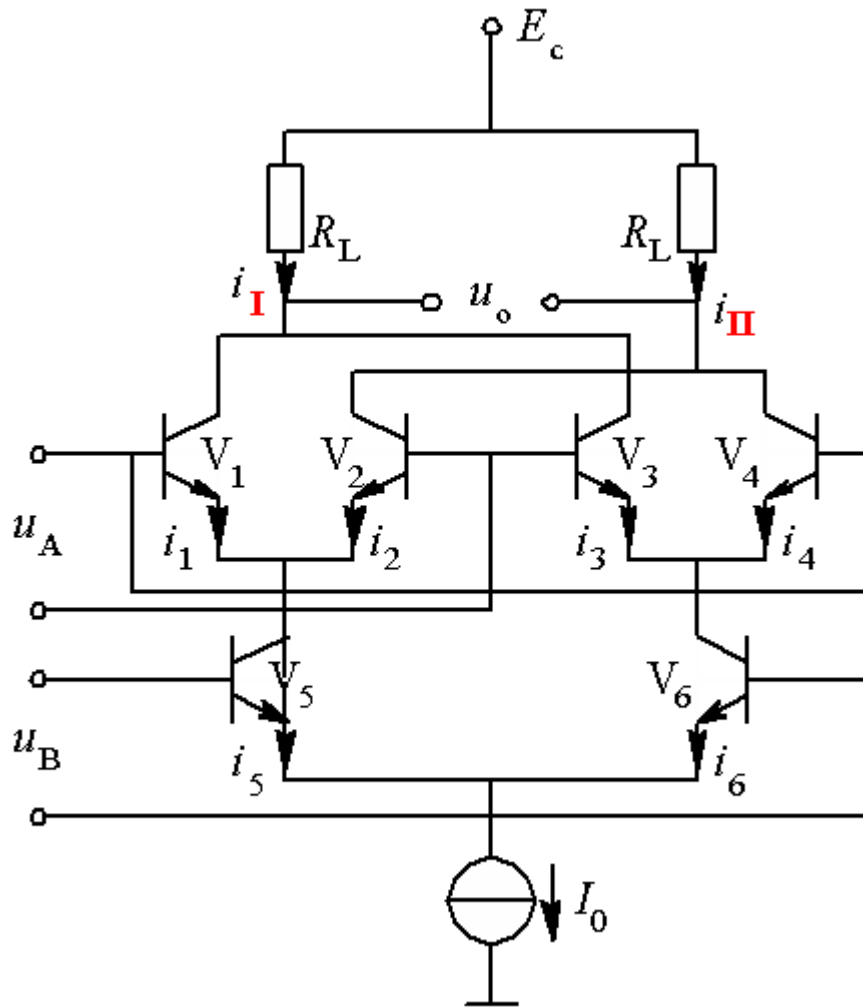
$$u_B = U_B \cos(\omega_2 t)$$

$$i_o = I_0 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \beta_{2m-1}(x_1) \beta_{2n-1}(x_2) \cos(2m-1)\omega_1 t \cos(2n-1)\omega_2 t$$

$$\cos(2m-1)\omega_1 t \cos(2n-1)\omega_2 t$$

$$x_1 = \frac{u_A}{V_T} \quad x_2 = \frac{u_B}{V_T}$$

组合分量: $(2m-1)\omega_1 \pm (2n-1)\omega_2$





5.3 差分对电路

二、双差分对电路

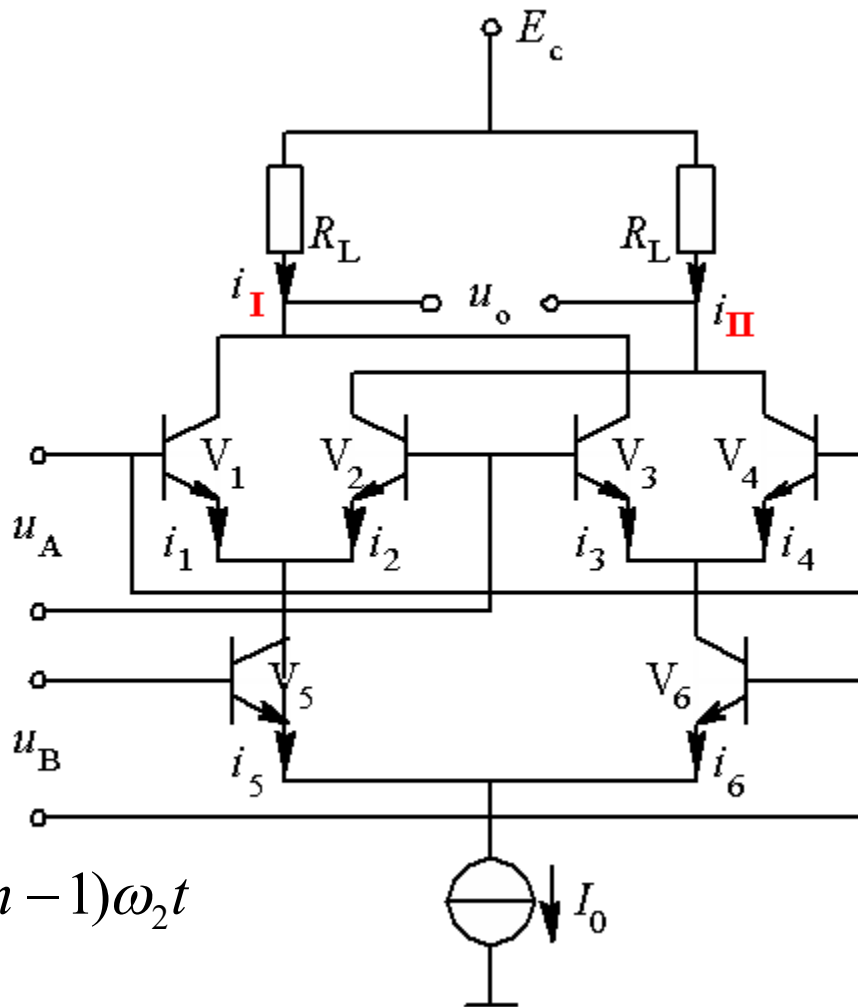
② 工作原理

$$i_0 = I_0 \tanh\left(\frac{u_B}{2V_T}\right) \tanh\left(\frac{u_A}{2V_T}\right)$$

(2) $u_A < 26\text{mV}$ 时

$$i_0 \approx I_0 \left[\frac{u_A}{2V_T} \cos(\omega_1 t) + \sum_{n=1}^{\infty} \beta_{2n-1} \cos(2n-1)\omega_2 t \right]$$

组合分量: $(2n-1)\omega_2 \pm \omega_1$





5.3 差分对电路

二、双差分对电路

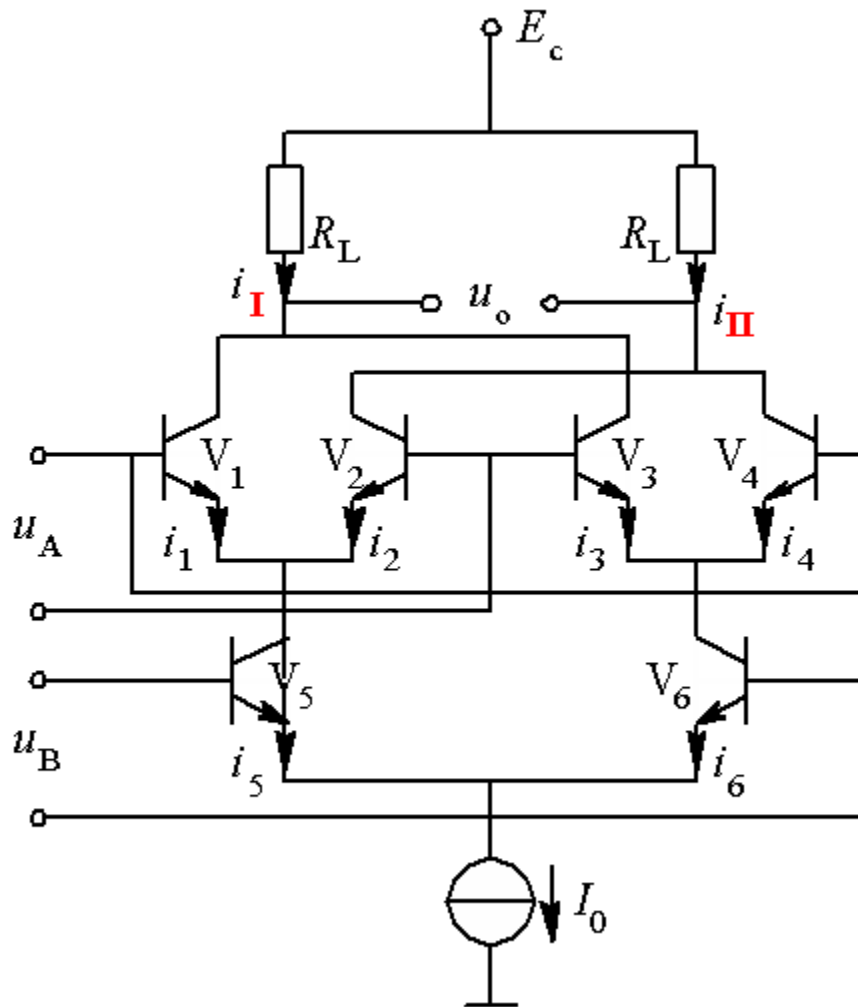
② 工作原理

$$i_o = I_0 \tanh\left(\frac{u_B}{2V_T}\right) \tanh\left(\frac{u_A}{2V_T}\right)$$

(3) $u_A, u_B < 26\text{mV}$ 时

$$i_o = I_0 \frac{u_B}{2V_T} \frac{u_A}{2V_T} = \frac{I_0}{4V_T^2} u_B u_A$$

此时为理想乘法器





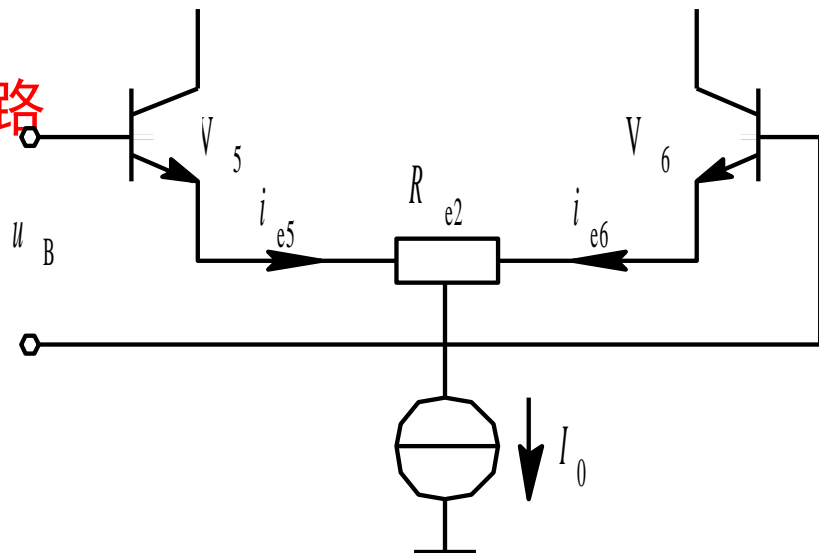
5.3 差分对电路

二、双差分对电路

③ 电路改进——反馈差分电路

作为乘法器时，要求输入电压的幅度要小，因而 u_A ， u_B 的动态范围较小。

为了大 u_B 的动态范围，可以在 V_5, V_6 的发射极上接入负反馈电阻 R_{e2} 。



当 R_{e2} 的滑动点处于中间值时，有：

$$\left. \begin{aligned} u_B &= u_{be5} + \frac{1}{2} i_{e5} R_{e2} - u_{be6} - \frac{1}{2} i_{e6} R_{e2} \\ i_{e5} &= I_s e^{\frac{u_{be5}}{V_T}} \\ i_{e6} &= I_s e^{\frac{u_{be6}}{V_T}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow u_{be5} - u_{be6} = V_T \ln \frac{i_{e5}}{i_{e6}} \Rightarrow u_B = V_T \ln \frac{i_{e5}}{i_{e6}} + \frac{1}{2} (i_{e5} - i_{e6}) R_{e2}$$



5.3 差分对电路

二、双差分对电路

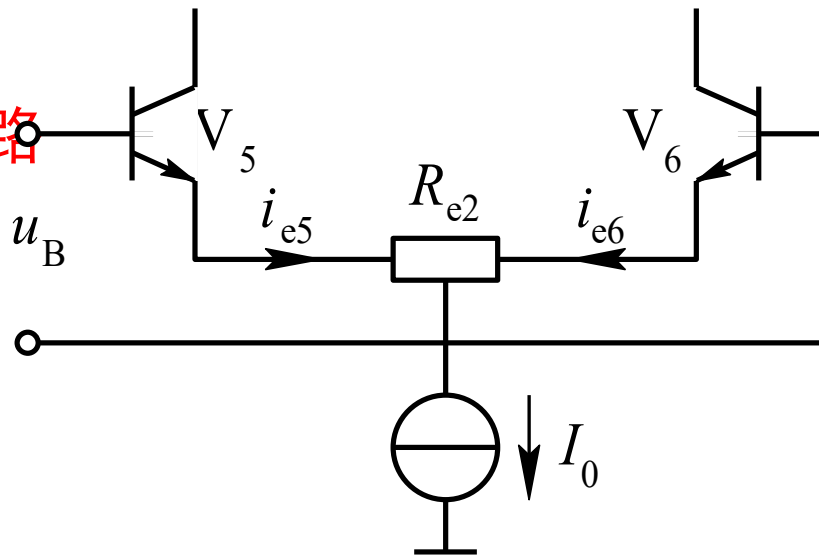
③ 电路改进——反馈差分电路

$$u_B = V_T \ln \frac{i_{e5}}{i_{e6}} + \frac{1}{2}(i_{e5} - i_{e6})R_{e2}$$

若 R_{e2} 足够大，满足

$$\frac{1}{2}(i_{e5} - i_{e6})R_{e2} \gg V_T \ln \frac{i_{e5}}{i_{e6}}$$

$$\text{则: } u_B \approx \frac{1}{2}(i_{e5} - i_{e6})R_{e2} \approx \frac{1}{2}(i_5 - i_6)R_{e2}$$



V_5 ， V_6 的差动输出电流近似与 u_B 成正比，而与 I_0 无关

该结论必须在两管均工作在放大区条件下才成立。

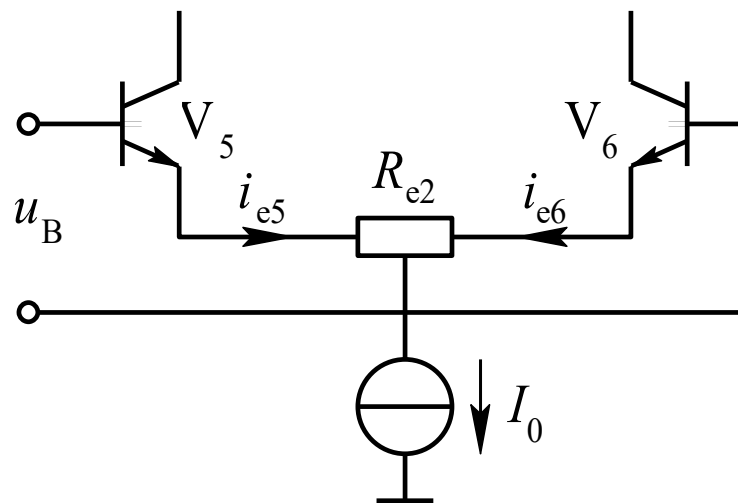


5.3 差分对电路

二、双差分对电路

③ 电路改进——反馈差分电路

两管均工作在放大区



工作在放大区，可近似认为 i_{e5} ， i_{e6} 均大于 0，即 $i_{e5} > 0$ ， $i_{e6} > 0$ 。
因为

$$\left. \begin{aligned} i_{e5} + i_{e6} &= I_0 \\ u_B &\approx \frac{1}{2}(i_{e5} - i_{e6})R_{e2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{I_0}{2} \approx \frac{u_B}{R_{e2}} \approx \frac{I_0}{2}$$

u_B 的最大动态范围为 $-\frac{I_0}{2}R_{e2} \approx u_B \approx \frac{I_0}{2}R_{e2}$



5.3 差分对电路

二、双差分对电路

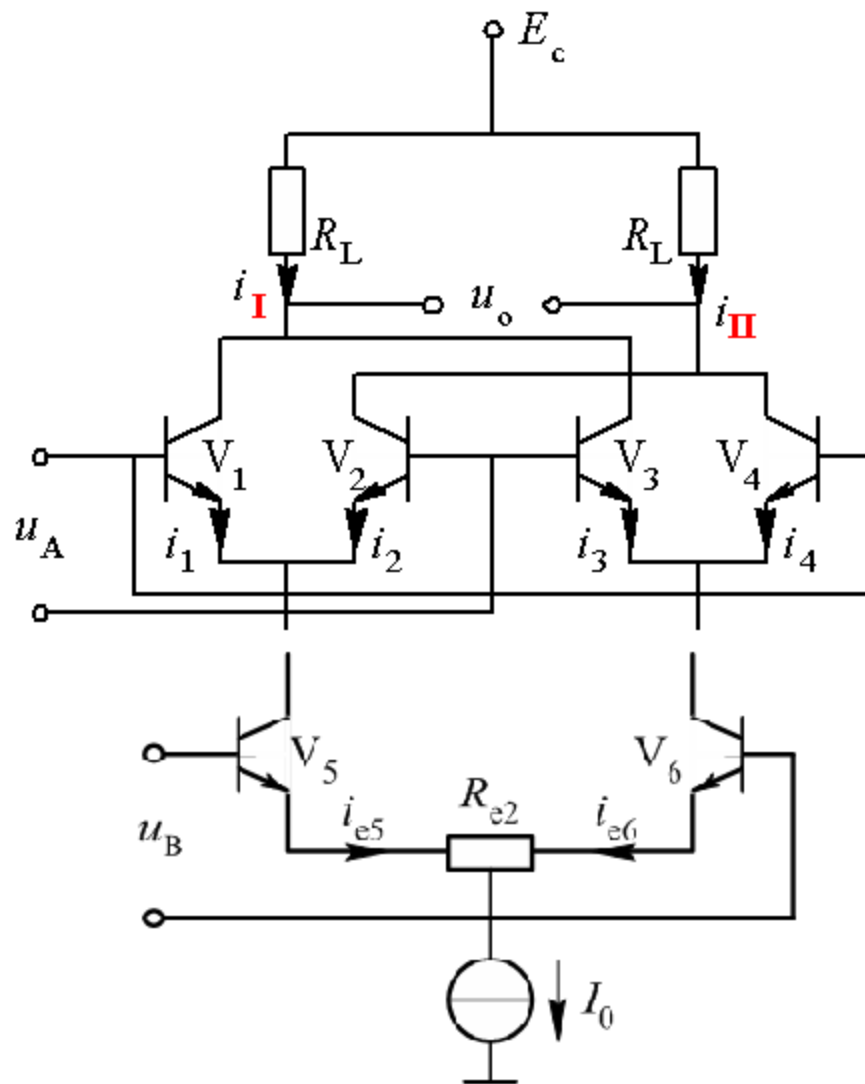
③ 电路改进——反馈差分电路

双差分对电路输出电流：

$$i_o = i_5 \tanh\left(\frac{u_A}{2V_T}\right) - i_6 \tanh\left(\frac{u_A}{2V_T}\right)$$

$$u_B \approx \frac{1}{2}(i_5 - i_6)R_{e2}$$

$$\Rightarrow i_o = \frac{2u_B}{R_{e2}} \tanh\left(\frac{u_A}{2V_T}\right)$$





5.3 差分对电路

二、双差分对电路

③ 电路改进——反馈差分电路

$$i_o = \frac{2u_B}{R_{e2}} \tanh\left(\frac{u_A}{2V_T}\right) \rightarrow \text{双差分对工作在线性时变状态}$$

当 u_A 足够小时，反馈差分对电路为理想乘法器；

当 u_A 足够大时，则电路工作在传输特性的平坦区，此时上式可表示为开关工作状态：

$$i_o \square \frac{2}{R_{e2}} K(\omega_A t) u_B$$

结论：施加反馈电阻后，双差分对电路工作在线性时变状态或开关工作状态，故特别适合作为频谱搬移电路。



5.4 其它频谱线性搬移电路

一、晶体三极管频谱线性搬移电路

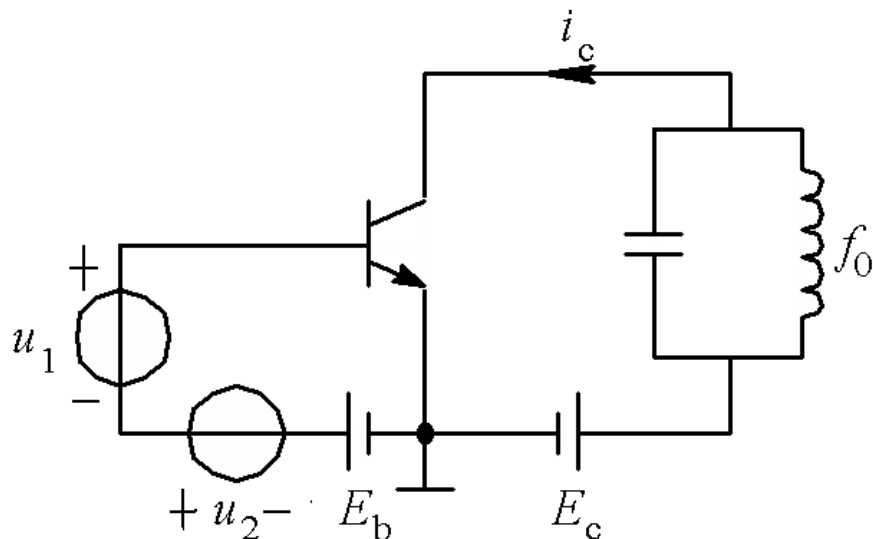
① 电路

u_1 ——输入信号

u_2 ——参考信号

$$U_2 \gg U_1$$

u_1, u_2 加到三极管的 be 结，利用三极管的非线性特性，产生 u_1, u_2 的频率组合分量，由输出回路选出所需的频率分量。





5.4 其它频谱线性搬移电路

一、晶体三极管频谱线性搬移电路

② 分析

(1) 时变偏置

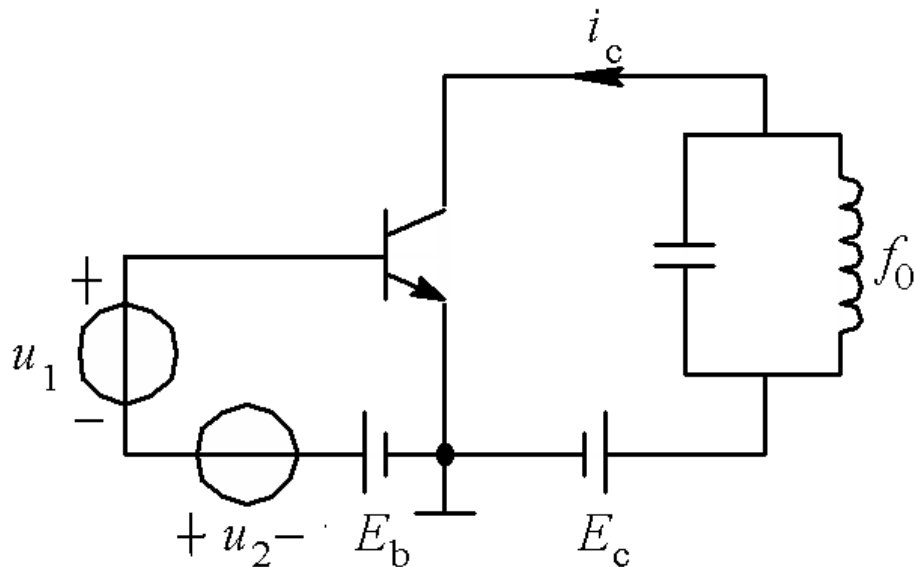
一般情况下, u_1 很小, $U_2 \gg U_1$, 可将此电路等效为小信号谐振放大器。
输入 $u_1(f_1)$, 输出 $u_o(f_o)$

基极偏置电压: $E_b(t) = E_b + u_2$

(2) 集电极电流 i_c

忽略三极管内部反馈和集电极电压的反作用, 三极管的静态伏安特性可表示为

$$i_c = f(u_{be}, u_{ce}) \square f(u_{be}) = f(E_b + u_1 + u_2)$$





5.4 其它频谱线性搬移电路

一、晶体三极管频谱线性搬移电路

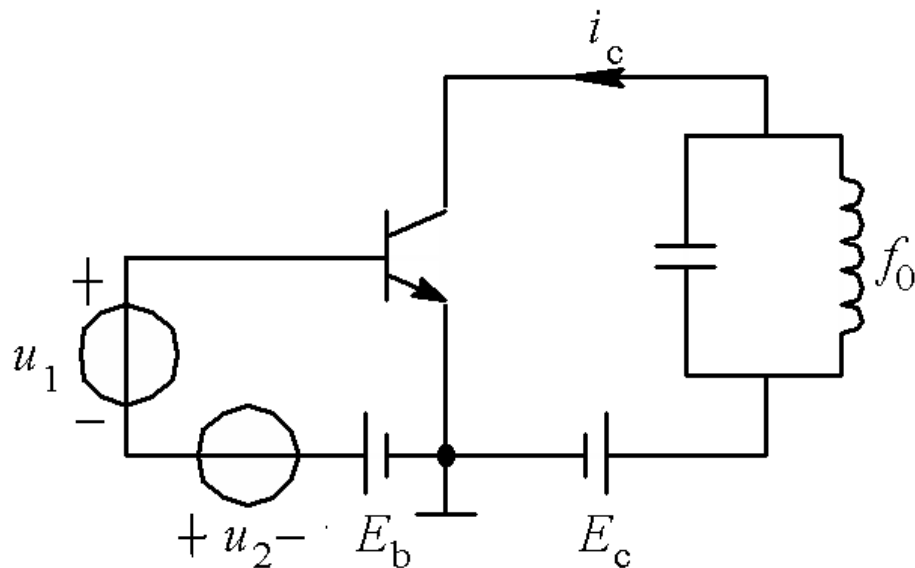
② 分析

(2) 集电极电流 i_c

$$i_c \approx f(u_{be}) = f(E_b + u_1 + u_2)$$

$$E_b(t) = E_b + u_2$$

$$\rightarrow i_c = f(E_b(t) + u_1)$$



在时变工作点处，将 i_c 对 u_1 做泰勒级数展开有：

$$i_c = f[E_b(t)] + f'[E_b(t)]u_1 + \frac{1}{2}f''[E_b(t)]u_1^2 + \frac{1}{3!}f'''[E_b(t)]u_1^3 + \frac{1}{n!}f^{(n)}[E_b(t)]u_1^n + \dots$$



5.4 其它频谱线性搬移电

路

一、晶体三极管频谱线性搬移电路

② 分析

(2) 集电极电流 i_c

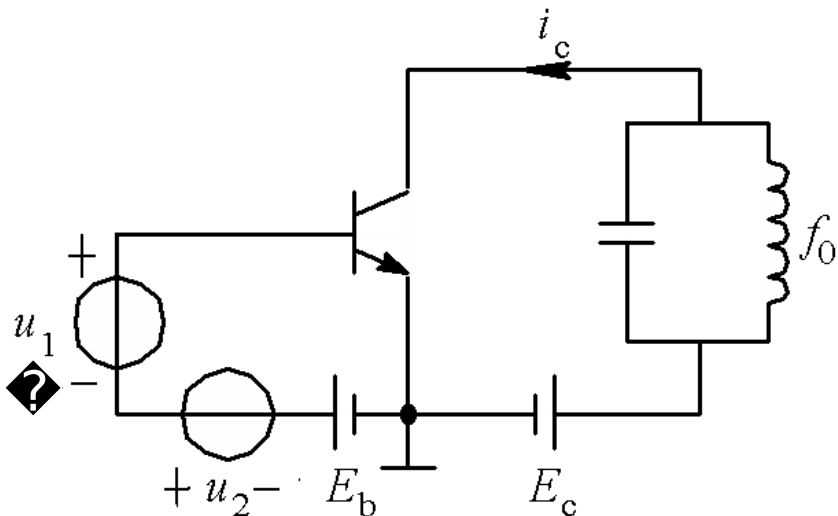
$$i_c = f[E_b(t)] + f'[E_b(t)]u_1 + \frac{1}{2}f''[E_b(t)]u_1^2$$

$$+ \frac{1}{3!}f'''[E_b(t)]u_1^3 + \frac{1}{n!}f^{(n)}[E_b(t)]u_1^n + \dots$$

 $U_1 \ll U_2$

$$\square f[E_b(t)] + f'[E_b(t)]u_1$$

$$= I_{c0}(t) + g_m(t)u_1 \rightarrow \text{线性时变电路}$$



静态（时变）工作点电流： $I_{c0}(t) = I_{c00} + I_{c01} \cos \omega_2 t + I_{c02} \cos 2\omega_2 t + \dots$

时变跨导： $g_m(t) = g_{m0} + g_{m1} \cos \omega_2 t + g_{m2} \cos 2\omega_2 t + \dots$

线性时变电路中频率分量： $|n\omega_2 \pm \omega_1|$; $n\omega_2$



5.4 其它频谱线性搬移电路

一、晶体三极管频谱线性搬移电路

② 分析

(2) 集电极电流 i_c

$$i_c = f[E_b(t)] + f'[E_b(t)]u_1 + \frac{1}{2}f''[E_b(t)]u_1^2 + \frac{1}{3!}f'''[E_b(t)]u_1^3 + \frac{1}{n!}f^{(n)}[E_b(t)]u_1^n + \dots$$

$$\frac{1}{n!}f^{(n)}[E_b(t)] = \left. \frac{d^n i_c}{du_{be}^n} \right|_{u_{be}=E_b(t)}, n = 1, 2, 3, \dots$$

$$f^{(n)}[E_b(t)] = C_{n0} + C_{n1} \cos \omega_2 t + C_{n2} \cos 2\omega_2 t + \dots, n = 1, 2, 3, \dots$$

$$i_c \text{ 中的频率分量有: } \omega_{p,q} = |p\omega_2 \pm q\omega_1| \quad p, q = 0, 1, 2, \dots$$

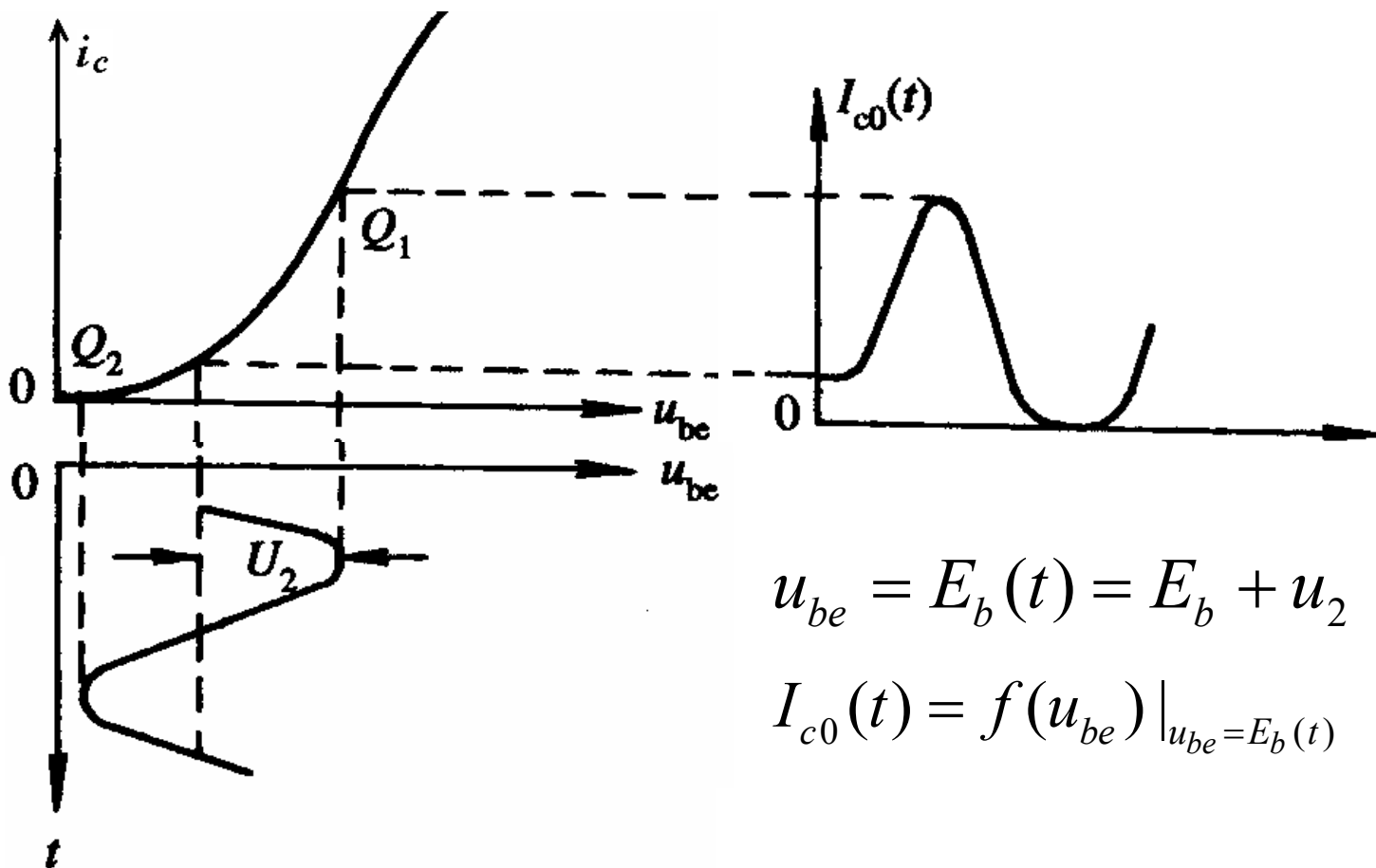
三极管电路等效为线性时变电路后，频率分量大大减少。



5.4 其它频谱线性搬移电路

一、晶体三极管频谱线性搬移电路

③ 三极管电路中时变电流与时变跨导的曲线图

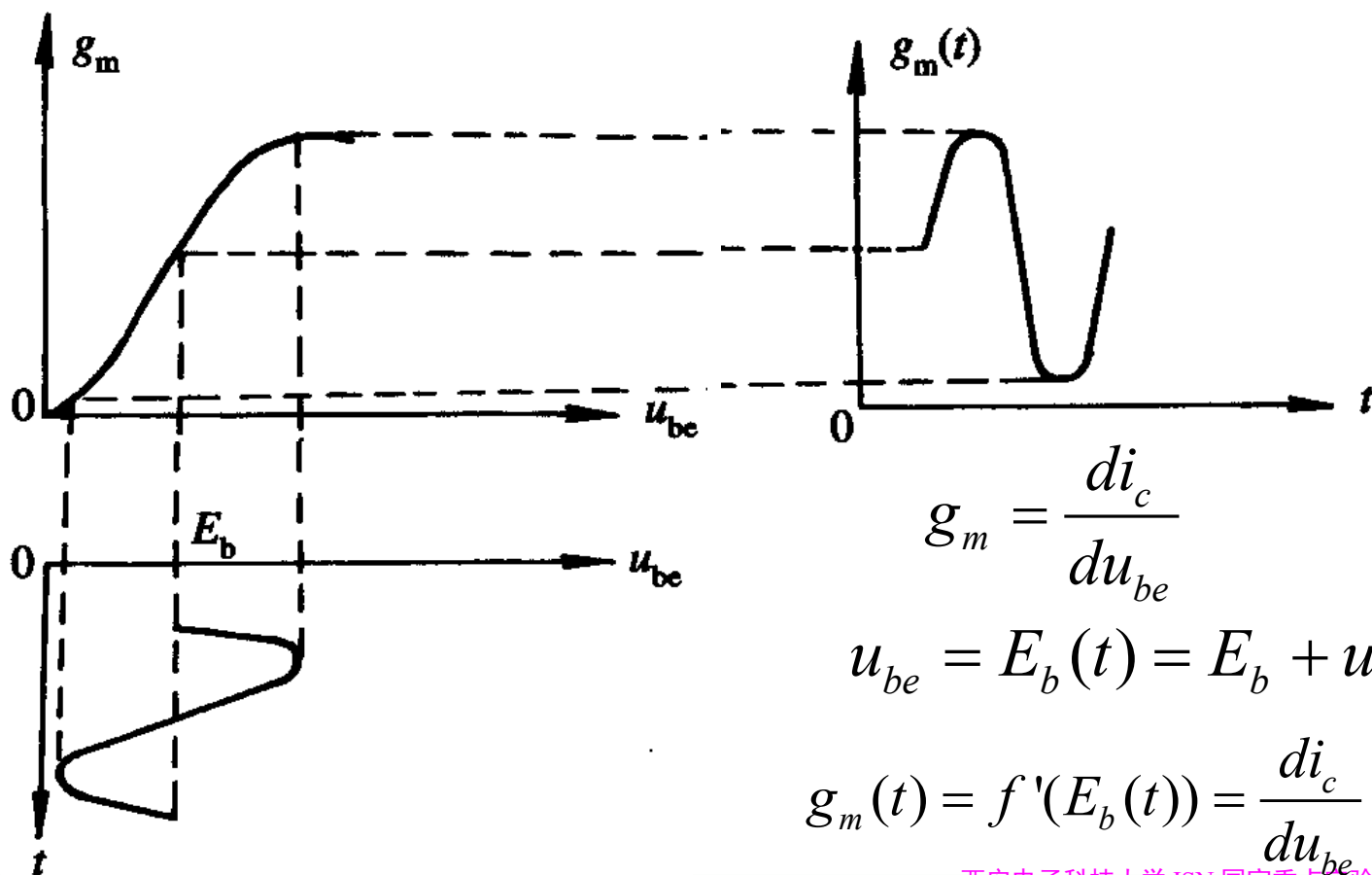




5.4 其它频谱线性搬移电路

一、晶体三极管频谱线性搬移电路

③ 三极管电路中时变电流与时变跨导的曲线图





5.4 其它频谱线性搬移电路

二、场效应管频谱线性搬移电路

结型场效应管是利用栅漏极间的非线性转移特性实现频谱线性转移功能的

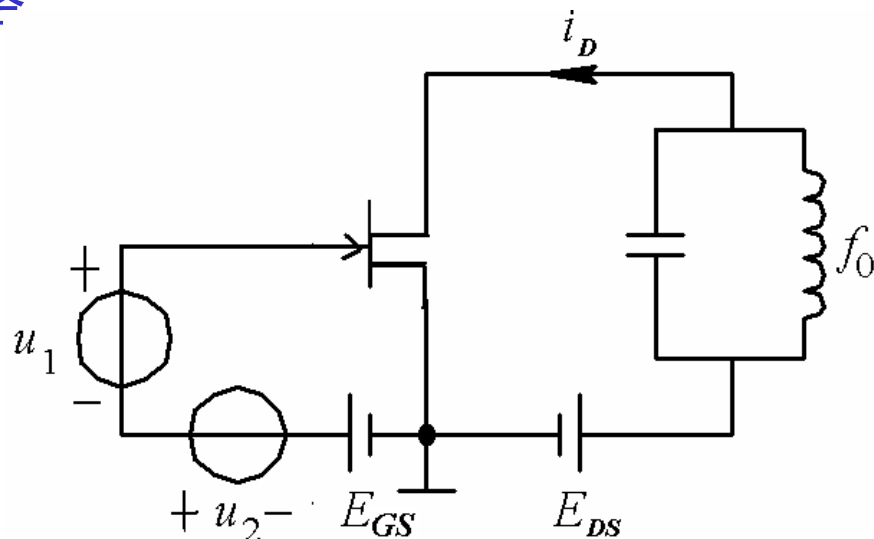
转移特性近似为平方律关系，即

$$i_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{u_{GS}}{V_p}\right)^2$$

正向传输跨导 g_m 为

$$g_m = \frac{di_D}{du_{GS}} = g_{m0} \left(1 - \frac{u_{GS}}{V_p}\right)$$

$$g_{m0} = 2 \frac{I_{DSS}}{|V_p|} \text{ —— } u_{GS}=0 \text{ 时的跨导}$$





5.4 其它频谱线性搬移电路

二、场效应管频谱线性搬移电路

$$g_m = \frac{di_D}{du_{GS}} = g_{m0} \left(1 - \frac{u_{GS}}{V_p}\right)$$

设 $u_{GS} = E_{GS} + U_2 \cos(\omega_2 t)$

时变跨导: $g_m(t) = g_{m0} \left(1 - \frac{E_{GS} + U_2 \cos(\omega_2 t)}{V_P}\right)$

令: $g_{mQ} = g_{m0} \left(1 - \frac{E_{GS}}{V_P}\right)$ —— 对应于 E_{GS} 的静态跨导

→ $g_m(t) = g_{mQ} - g_{m0} \frac{U_2 \cos(\omega_2 t)}{V_P}$

V_P 为负值, 故: $g_m(t) = g_{mQ} + g_{m0} \frac{U_2 \cos(\omega_2 t)}{|V_P|}$



5.4 其它频谱线性搬移电路

二、场效应管频谱线性搬移电路

$$g_m(t) = g_{mQ} + g_{m0} \frac{U_2 \cos(\omega_2 t)}{|V_P|}$$

当输入信号 $u_1 = U_1 \cos(\omega_1 t)$, 且 $U_1 \ll U_2$ 时

$$i_D(t) = g_m(t) U_1 \cos \omega_1 t = g_{mQ} U_1 \cos \omega_1 t + U_1 g_{m0} \frac{U_2}{|V_P|} \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t$$

由上式可知, 由于结型场效应管的平方律转移特性, 其组合分量相对于晶体三极管电路的组合分量要少得多。

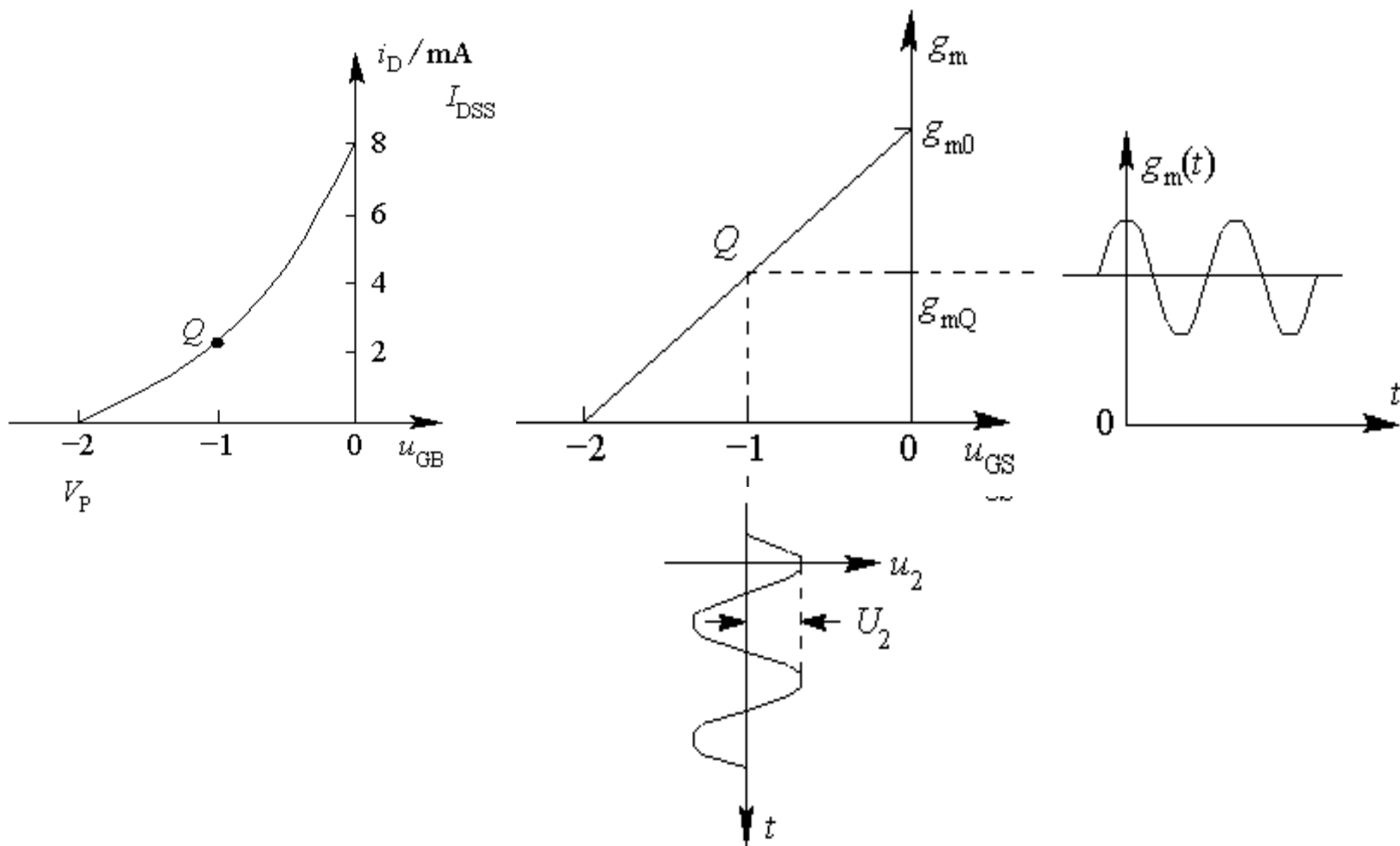
在 $U_1 \ll U_2$ 时, 频率分量有: $\omega_1, \omega_2 \square \omega_1$

即使 $U_1 \ll U_2$ 不成立时, 频率分量只有 $\omega_1, \omega_2, 2\omega_2, 2\omega_1$, 及 $\omega_2 \square \omega_1$



5.4 其它频谱线性搬移电路

二、场效应管频谱线性搬移电路





5.4 其它频谱线性搬移电路

三极管频谱线性搬移电路特点：

高增益，低噪声
但动态范围小，非线性

场效应管频谱线性搬移电路特点：

，非线性失真小

动态范围大