

Rapport de TP - Traitement Numérique du Signal

TP3: Filtrage Audio IIR - TP4: Filtres Récursifs - TP5: Démodulation FSK

François-Louis Legland & Antoine G. Lesort
École d'Ingénieurs ESILV

Mai 2025

1 TP3 - Filtrage Audio avec Filtres IIR

1.1 Objectif du TP

L'objectif de ce TP était d'éliminer des bruits parasites présents dans un enregistrement musical en utilisant des filtres IIR (Infinite Impulse Response) coupe-bande mis en cascade.

1.2 Principe théorique

1.2.1 Filtres IIR

Les filtres IIR sont des filtres récursifs dont la sortie dépend non seulement de l'entrée actuelle et passée, mais aussi des sorties précédentes. Leur fonction de transfert s'écrit :

$$H(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_M z^{-M}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}}$$

1.2.2 Filtres coupe-bande Butterworth

Pour éliminer des fréquences parasites spécifiques, nous avons utilisé des filtres coupe-bande (band-stop) de Butterworth d'ordre 2. Ces filtres atténuent fortement les signaux dans une bande de fréquences donnée tout en laissant passer les autres fréquences.

La conception d'un filtre coupe-bande centré sur une fréquence f_i avec une largeur de bande Δf se fait avec :

$$[b_i, a_i] = \text{butter}(2, [f_i - \Delta f, f_i + \Delta f] / f_{Nyq}, 'stop')$$

1.2.3 Mise en cascade

Pour éliminer plusieurs fréquences parasites, nous mettons les filtres en cascade. La fonction de transfert équivalente devient :

$$H_{eq}(z) = \prod_{i=1}^N H_i(z)$$

où N est le nombre de filtres utilisés.

1.3 Méthodologie

1. **Analyse spectrale** : Identification des fréquences parasites par FFT
2. **Conception des filtres** : Création de filtres Butterworth coupe-bande pour chaque fréquence parasite
3. **Application séquentielle** : Filtrage en cascade du signal audio
4. **Normalisation** : Ajustement de l'amplitude pour éviter la saturation

1.4 Résultats obtenus

Le code a permis d'identifier et d'éliminer efficacement les fréquences parasites situées autour de 117 Hz, 161 Hz, 333 Hz, 1397 Hz et 5658 Hz. L'utilisation de filtres en cascade a préservé la qualité musicale tout en supprimant les bruits indésirables.

2 TP4 - Analyse d'un Filtre Récursif de Second Ordre

2.1 Objectif du TP

Ce TP avait pour but d'étudier le comportement d'un filtre récursif du second ordre et l'influence de ses paramètres sur ses caractéristiques fréquentielles et sa stabilité.

2.2 Fonction de transfert étudiée

Le filtre analysé possède la fonction de transfert suivante :

$$H(z) = \frac{1}{1 - 2r \cos(2\pi f_0 T_e) z^{-1} + r^2 z^{-2}}$$

où :

- r : facteur de proximité au cercle unité (contrôle la sélectivité)
- f_0 : fréquence de résonance
- T_e : période d'échantillonnage

2.3 Analyse de stabilité

2.3.1 Pôles du système

Les pôles du filtre sont donnés par :

$$p_{1,2} = r \cdot e^{\pm j2\pi f_0 T_e}$$

En coordonnées cartésiennes :

$$p_{1,2} = r \cos(2\pi f_0 T_e) \pm jr \sin(2\pi f_0 T_e)$$

2.3.2 Condition de stabilité

Pour que le filtre soit stable, tous les pôles doivent être à l'intérieur du cercle unité :

$$|p_1| < 1 \text{ et } |p_2| < 1$$

Cela se traduit par la condition simple : $r < 1$

2.4 Influence des paramètres

2.4.1 Paramètre r

- $r \rightarrow 0$: filtre peu sélectif, réponse large
- $r \rightarrow 1$: filtre très sélectif, résonance marquée
- $r \geq 1$: instabilité du système

2.4.2 Paramètre f_0

- $f_0 = 0$: comportement passe-bas
- $f_0 = f_e/2$: comportement passe-haut
- $0 < f_0 < f_e/2$: comportement passe-bande centré sur f_0

2.5 Applications pratiques

Ce type de filtre est particulièrement utile pour :

- La synthèse audio (oscillateurs numériques)
- Le filtrage sélectif en fréquence
- La création de résonances contrôlées

3 TP5 - Démodulation FSK (Frequency Shift Keying)

3.1 Objectif du TP

L'objectif était de décoder des messages binaires transmis par modulation FSK en utilisant des techniques de traitement numérique du signal.

3.2 Principe de la modulation FSK

3.2.1 Définition

La modulation FSK (Frequency Shift Keying) est une technique de modulation numérique où :

- Le bit '1' est représenté par une fréquence f_1
- Le bit '0' est représenté par une fréquence f_2

3.2.2 Signal FSK

Le signal FSK peut s'écrire :

$$s(t) = A \cos(2\pi f_i t + \phi)$$

où $f_i = f_1$ pour un bit '1' et $f_i = f_2$ pour un bit '0'.

3.3 Méthode de démodulation

3.3.1 Approche par filtrage sélectif

La démodulation utilise deux filtres passe-bande :

1. **Filtre 1** : centré sur f_1 pour détecter les '1'
2. **Filtre 2** : centré sur f_2 pour détecter les '0'

3.3.2 Filtres utilisés

Nous avons utilisé des filtres récurrents du second ordre (similaires au TP4) :

$$H_i(z) = \frac{1}{1 - 2r \cos(2\pi f_i T_e) z^{-1} + r^2 z^{-2}}$$

avec $r = 0.9$ pour une bonne sélectivité.

3.4 Algorithme de décodage

3.4.1 Étapes principales

1. **Analyse spectrale** : Identification des fréquences f_1 et f_2
2. **Filtrage** : Application des deux filtres passe-bande
3. **Détection d'enveloppe** : Calcul de $|H(\text{signal})|$ avec la transformée de Hilbert
4. **Échantillonnage** : Mesure au centre de chaque symbole
5. **Décision** : Comparaison des énergies pour déterminer le bit

3.4.2 Critère de décision

Pour chaque symbole, la décision se base sur :

$$\text{bit} = \begin{cases} 1 & \text{si } E_1 > E_2 \\ 0 & \text{si } E_2 > E_1 \end{cases}$$

où E_1 et E_2 sont les énergies des signaux filtrés respectifs.

3.5 Avantages de cette méthode

- **Robustesse au bruit** : Les filtres sélectifs réduisent l'influence des parasites
- **Simplicité** : Implémentation directe avec des filtres numériques
- **Efficacité** : Faible complexité calculatoire

4 Conclusion générale

Ces trois TP ont permis d'approfondir différents aspects du traitement numérique du signal :

- **TP3** : Application pratique des filtres IIR pour le traitement audio
- **TP4** : Compréhension théorique des filtres récurrents et de leur stabilité
- **TP5** : Mise en œuvre de techniques de démodulation pour les communications numériques

L'ensemble de ces travaux illustre l'importance du filtrage numérique dans de nombreuses applications, depuis le traitement audio jusqu'aux communications numériques, en passant par l'analyse des systèmes dynamiques.