РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 6

дисциплина: Математическое моделирование

Вариант 41

Студент: Логинов Сергей Андреевич

Группа: НФИбд-01-18

МОСКВА

2021 г.

Задача об эпидемии

Теоретическая часть:

Рассмотрим простейшую модель эпидемии.

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы.

Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t).

Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t).

А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда I(t) > I* , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt}\begin{cases} -\alpha S, & \text{если} \, I(t) > I^{\cdot} \\ 0, & \text{если} \, I(t) \leq I^{\cdot} \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt}\begin{cases} \alpha S - \beta I, & \text{если} \, I(t) > I^{\cdot} \\ -\beta I, & \text{если} \, I(t) \leq I^{\cdot} \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности *α β* - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени *t = 0* нет особей с иммунитетом к болезни *R(0)=0*, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей *I(0)* и *S(0)* соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:

$$I(t) > I^{\cdot} \text{ и } I(t) \leq I^{\cdot}$$

Решение:

Вариант 41

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (*N=5 000*) в момент начала эпидемии (*t=0*) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) *I(0)=30*, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни *R(0)=1*. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени *S(0)=N-I(0) - R(0)*. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. $$I(t) \leq I^{\cdot}$$

2. $$I(t) > I^{\cdot}$$

Программный код:

```
import numpy
from scipy. integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as pl

a = 0.5
b = 0.02

N = 5000

I0 = 30
R0 = 1
S0 = N - I0 - R0

tmax = 100

step = 0.01

t = numpy.arange(0, tmax, step)

def dx(x, t):
    x1, x2, x3 = x
    return[0, -b*x2, b*x2]

x0 = [S0, I0, R0]

mas = odeint(dx, x0, t)

def dy(x, t):
    x1, x2, x3 = x
    return[-a*x1, a*x1-b*x2, b*x2]
```

```
mas1 = odeint(dy, x0, t)


fig1 = pl.figure(facecolor='white')
pl.plot(t, mas)
pl.ylabel("Population")
pl.xlabel("Time")
pl.grid(True)
pl.show()

fig2 = pl.figure(facecolor='white')
pl.plot(t, mas1)
pl.ylabel("Population")
pl.xlabel("Time")
pl.grid(True)
pl.show()
```

График для случая 1:

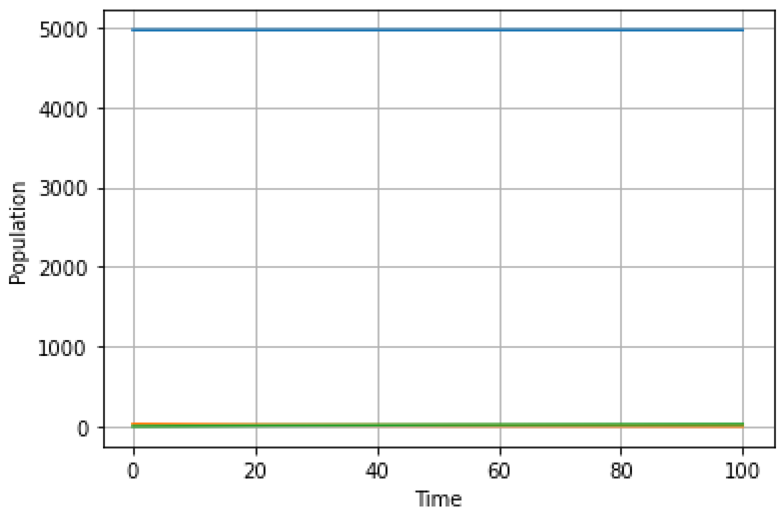

Рис.1 (Критическое значение не достигнуто)

График для случая 2:

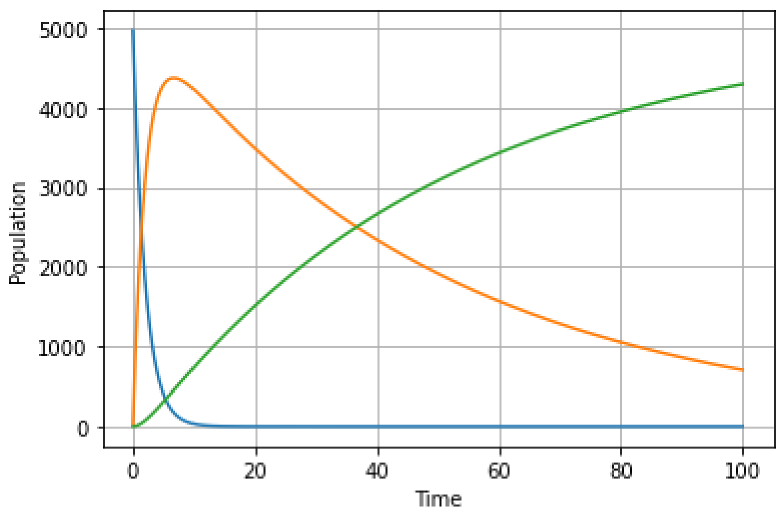

Рис.2 (Критическое значение достигнуто)

Вывод:

Решили задачу об эпидемии и рассмотрели два варианта развития событий.