

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

ПРЕЗЕНТАЦИЯ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 6

дисциплина: Математическое моделирование

Студент: Логинов Сергей Андреевич

Группа: НФИбд-01-18

МОСКВА

2021 г.

Теоретическая часть:

Рассмотрим простейшую модель эпидемии.

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы.

Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$.

Вторая группа - это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$.

А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ - это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} \begin{cases} -\alpha S, & \text{если } I(t) > I^* \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} \begin{cases} \alpha S - \beta I, & \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0)=0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:

$$I(t) > I^* \text{ и } I(t) \leq I^*$$

Решение:

Вариант 41

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N=5000$) в момент начала эпидемии ($t=0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0)=30$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0)=1$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0)=N-I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. $I(t) \leq I^*$
2. $I(t) > I^*$

График для случая 1:

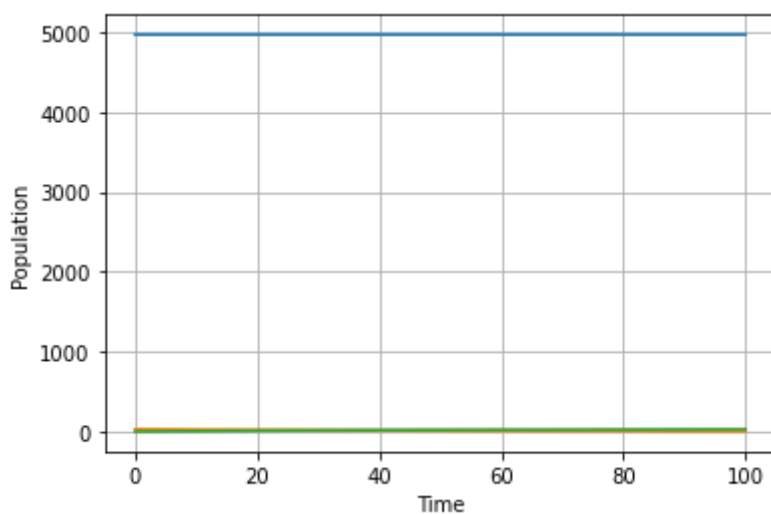


Рис.1 (Критическое значение не достигнуто)

График для случая 2:

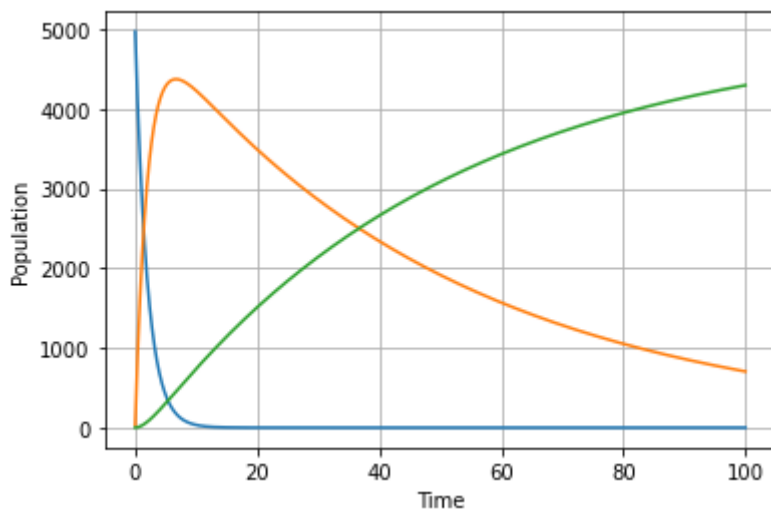


Рис.2 (Критическое значение достигнуто)

