

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 5

дисциплина: Математическое моделирование

Вариант 41

Студент: Логинов Сергей Андреевич

Группа: НФИбд-01-18

МОСКВА

2021 г.

Теоретическая часть:

Модель хищник-жертва

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры.

Рассмотрим базисные компоненты системы. Пусть система имеет X хищников и Y жертв. И пусть для этой системы выполняются следующие предположения: (Модель Лотки-Вольтерра)

1. Численность популяции жертв и хищников зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax(t) - by(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cy(t) + dy(t)x(t) \end{cases}$$

Параметр a определяет коэффициент смертности хищников, b – коэффициент естественного прироста хищников, c – коэффициент прироста жертв и d – коэффициент смертности жертв

В зависимости от этих параметров система и будет изменяться. Однако следует выделить одно важное состояние системы, при котором не происходит никаких изменений как со стороны хищников, так и со стороны жертв. Это, так называемое, стационарное состояние системы. При нем, как уже было отмечено, изменение численности популяции равно нулю. Следовательно, при отсутствии изменений в системе

$$\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0$$

Пусть по условию есть хотя бы один хищник и хотя бы одна жертва: $x > 0, y > 0$ Тогда стационарное состояние системы определяется следующим образом:

$$x_0 = \frac{a}{b}, y_0 = \frac{c}{d}$$

Выполнение:

Для модели «хищник-жертва»:

Вариант 41

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.58x(t) + 0.048y(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.38y(t) - 0.028y(t)x(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:

$$x_0 = 7, y_0 = 15$$

Найдите стационарное состояние системы.

Программный код(python):

```
import numpy
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt

a = 0.58
b = 0.38
c = 0.048
d = 0.028

tmax = 100
step = 0.1

x0 = [7, 15]

t = numpy.arange(0, tmax, step)

def dx(x, t):
    x1, x2 = x
    return [-a*x1 + c*x1*x2, b*x2 - d*x1*x2]

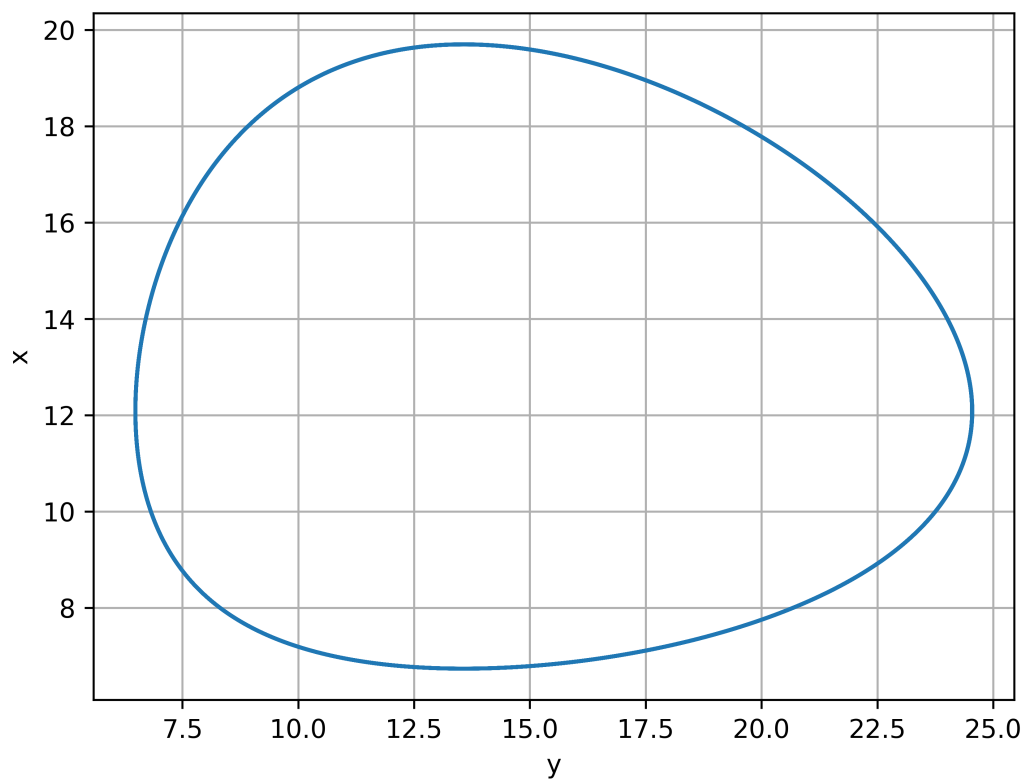
mas = odeint(dx, x0, t)

first = mas[:, 0]
second = mas[:, 1]

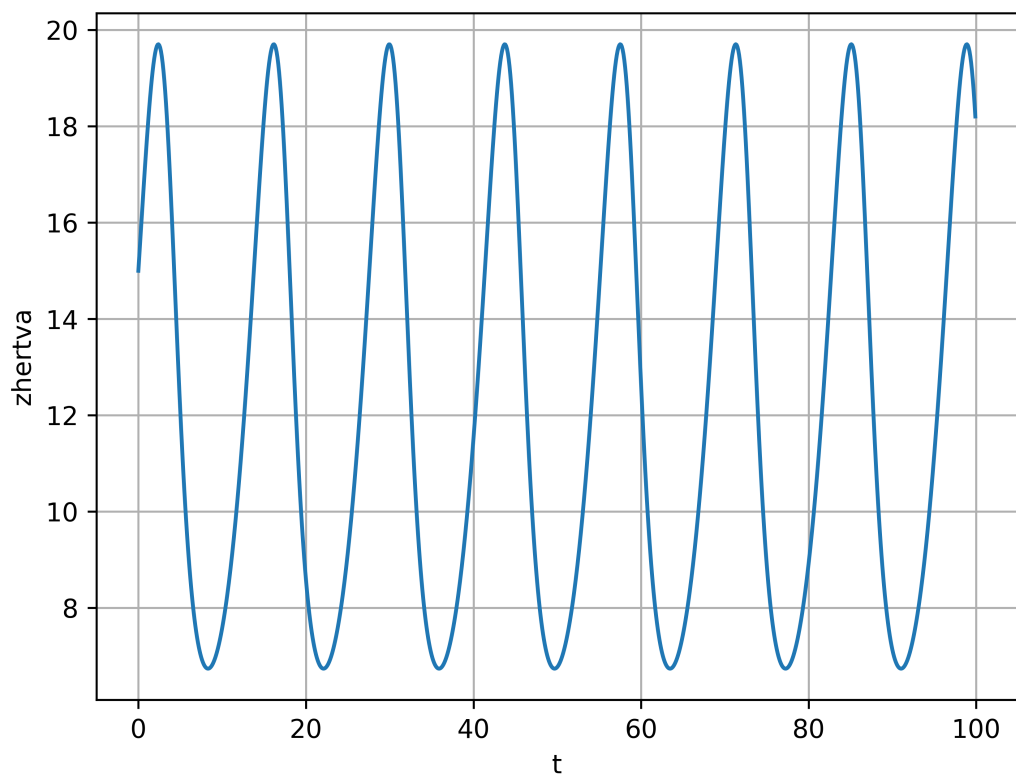
fig1 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(first, second)
plt.xlabel("y")
plt.ylabel("x")
plt.grid(True)
plt.show()

fig2 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, second)
plt.xlabel("t")
plt.ylabel("zhertva")
plt.grid(True)
plt.show()

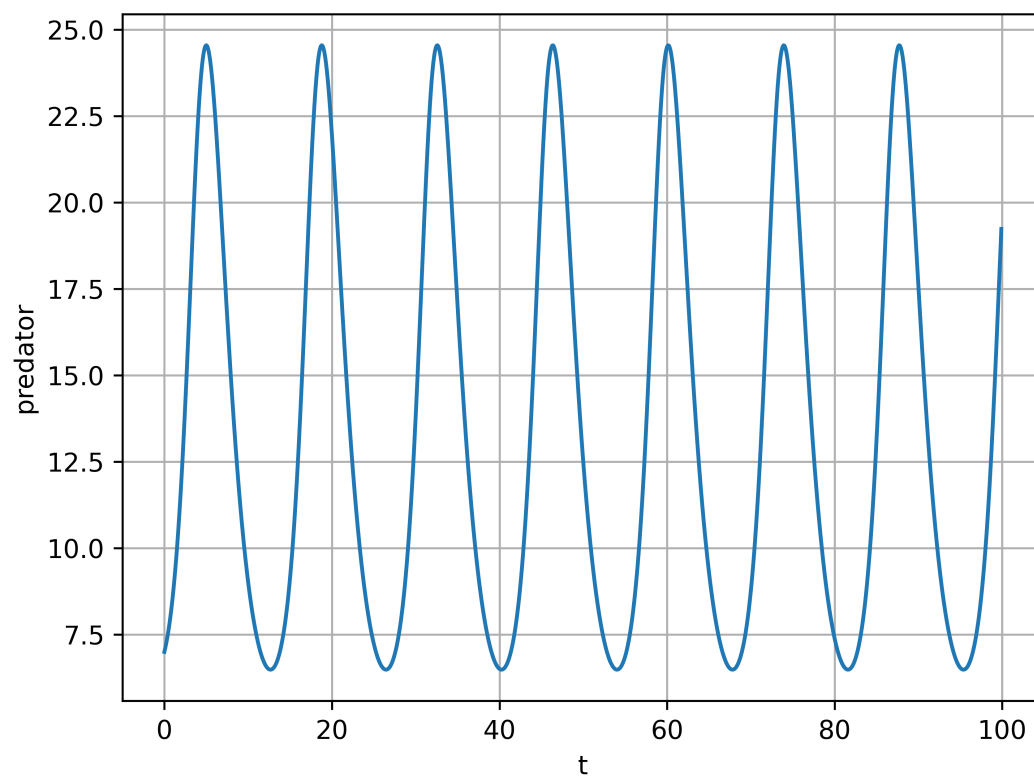
fig3 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, first)
plt.xlabel("t")
plt.ylabel("predator")
plt.grid(True)
plt.show()
```



Зависимость количества жертв от количества хищников



Изменения популяции жертв



Изменения популяции хищников

Стационарное состояние:

$$X_{\text{cr}} = 12,083$$

$$Y_{\text{cr}} = 13,571$$