## **РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ**

### **Факультет физико-математических и естественных наук**

### **Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей**

## **ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 6**

### *дисциплина: Математическое моделирование*

**Вариант 41**

Студент: Логинов Сергей Андреевич

Группа: НФИбд-01-18

**МОСКВА**

2021 г.

## Задача об эпидемии

## Теоретическая часть:

Рассмотрим простейшую модель эпидемии.

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы.

Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t).

Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t).

А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I\* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда I(t) > I\* , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

$$\frac {dS}{dt}
\begin{cases} -\alpha S, \space если I(t) > I\dot \\
\\
0, \space если I(t) ≤ I\dot\\ \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac {dI}{dt}
\begin{cases} \alpha S - \beta I, \space если I(t) > I\dot \\
\\
- \beta I, \space если I(t) ≤ I\dot\\ \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

Постоянные пропорциональности *α* *β* - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени *t = 0* нет особей с иммунитетом к болезни *R(0)=0*, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей *I(0)* и *S(0)* соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:

$$I(t) > I\dot \\ \space и \space I(t) ≤ I\dot\\$$

## Решение:

### Вариант 41

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (*N=5 000*) в момент начала эпидемии (*t=0*) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) *I(0)=30*, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни *R(0)=1*. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени *S(0)=N-I(0) - R(0)*. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

$$I(t) ≤ I\dot\\$$

$$I(t) > I\dot \\$$

Программный код:

import numpy
  
from scipy. integrate import odeint
  
import matplotlib.pyplot as pl
  
   
a = 0.5
  
b = 0.02
  
   
N = 5000
  
   
I0 = 30
  
R0 = 1
  
S0 = N - I0 - R0
  
   
tmax = 100
  
   
step = 0.01
  
   
t = numpy.arange(0, tmax, step)
  
   
def dx(x, t):
  
 x1, x2, x3 = x
  
 return[0, -b\*x2, b\*x2]
  
   
x0 = [S0, I0, R0]
  
   
mas = odeint(dx, x0, t)
  
   
def dy(x, t):
  
 x1, x2, x3 = x
  
 return[-a\*x1, a\*x1-b\*x2, b\*x2]
  
   
mas1 = odeint(dy, x0, t)
  
   
   
fig1 = pl.figure(facecolor='white')
  
pl.plot(t, mas)
  
pl.ylabel("Population")
  
pl.xlabel("Time")
  
pl.grid(True)
  
pl.show()
  
   
fig2 = pl.figure(facecolor='white')
  
pl.plot(t, mas1)
  
pl.ylabel("Population")
  
pl.xlabel("Time")
  
pl.grid(True)
  
pl.show()

График для случая 1:

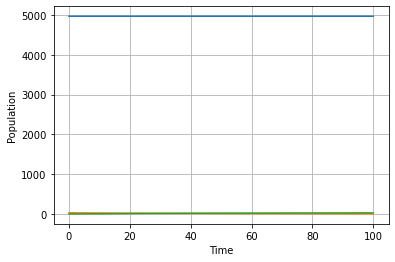


Рис.1 (Критическое значение не достигнуто)

График для случая 2:

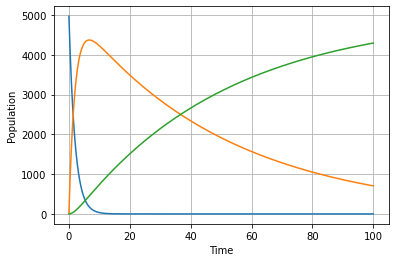


Рис.2 (Критическое значение достигнуто)

## Вывод:

Решили задачу об эпидемии и рассмотрели два варианта развития событий.