

Trabajo Practico Grupal "A"

Parte Practica

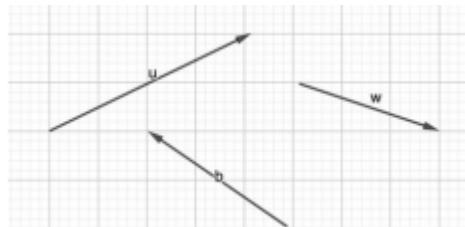
UTN-FRLP

Algebra y Geometría Analítica

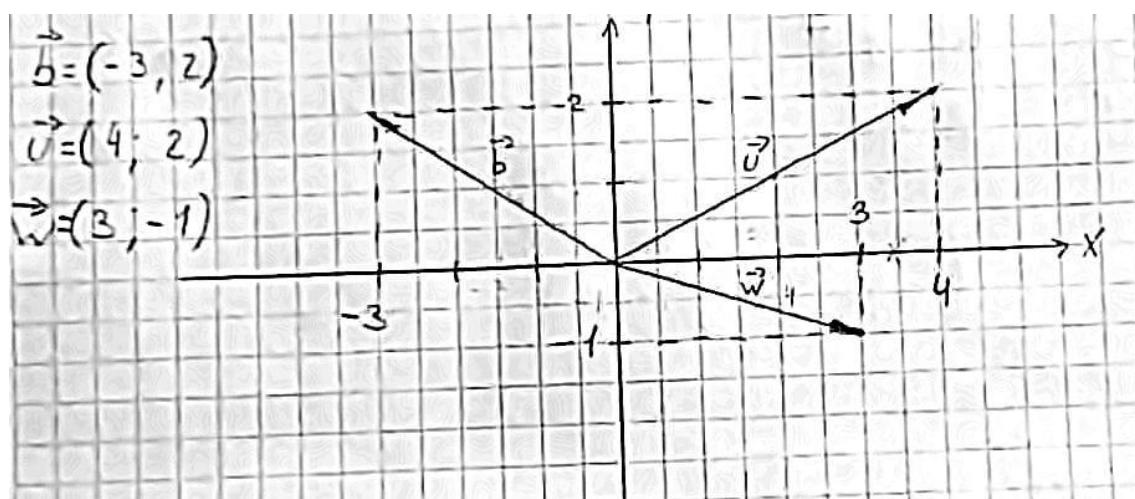
- Docente: Viviana Capello
- Integrantes:
 - Cayo Ariel – Legajo (931.750)
 - Martínez Mariano - legajo (931.208)
 - Orellana Maximiliano – legajo (931.702)
 - Randazzo Giuseppe– legajo (31866)

Consignas y resolución

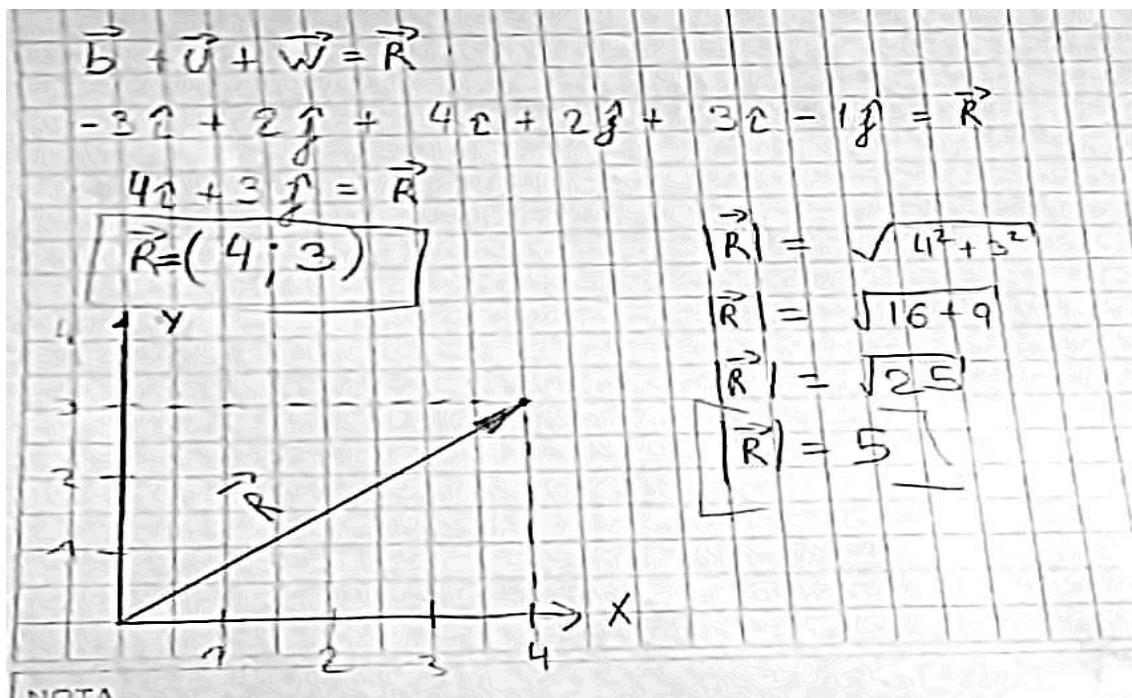
- 1) Para el sistema vectorial mostrado determinar el módulo del vector resultante



-Referenciamos todos los vectores al punto (0;0) de un eje cartesiano



- Luego resolvemos por método analítico



- 2- Dados los vectores $\vec{u} = (2; 3)$ y $\vec{v} = (-3; 1)$, calcular

- $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot \vec{u}$
- $\vec{u} \cdot \vec{v}$

$$2-a - (\vec{U} + \vec{V}) \cdot \vec{U}$$

$$\left((2\hat{i} + 3\hat{j}) + (-3\hat{i} + \hat{j}) \right) \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j})$$

$$(-\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j})$$

$$-\hat{i} \cdot 2\hat{i} + 4\hat{j} \cdot 3\hat{j}$$

$$2 + 12$$

$$14$$

$$2-b - \vec{U} \cdot \vec{V}$$

$$(2\hat{i} + 3\hat{j}) \cdot (-3\hat{i} + \hat{j})$$

$$2\hat{i} \cdot (-3\hat{i}) + 3\hat{j} \cdot \hat{j}$$

$$-6 + 3$$

$$-3$$

3-Hallar las coordenadas de un vector \vec{x} sabiendo que forma un ángulo de $\frac{2}{3}\pi$ con \vec{a}

(-2;4) y que los módulos de ambos son iguales.

3-

$$|\vec{z}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$|\vec{z}| = |\vec{x}|$$

$$|\vec{z}| = \sqrt{(-2)^2 + 4^2}$$

$$|\vec{z}| = \sqrt{20}$$

$$\vec{z} \cdot \vec{x} = |\vec{z}|, |\vec{x}|, \cos(\alpha)$$

$$\vec{z} \cdot \vec{x} = (|\vec{z}|)^2 \cdot \cos(\alpha)$$

$$\vec{z} \cdot \vec{x} = 20 \cdot \cos\left(-\frac{2}{3}\pi\right)$$

$$\vec{z} \cdot \vec{x} = -10$$

$$\vec{z} \cdot \vec{x} = z_1 \cdot x_1 + z_2 \cdot x_2$$

$$x_1 = 2x_2 + 5$$

$$-10 = -2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2$$

$$x_2 = \frac{5 - x_1}{2}$$

$$-10 = -2(x_1 - 2x_2)$$

$$5 = x_1 - 2x_2$$

$$-10 = \left(\sqrt{x_1^2 + x_2^2} \right)^2 \cdot \cos(120^\circ)$$

$$-10 = ((2x_2 + 5)^2 + x_2^2) \cdot (-0,5)$$

$$20 = 4x_2^2 + 20x_2 + 25 + x_2^2$$

$$0 = 5(x_2^2 + 4x_2 + 1)$$

$$0 = x_2^2 + 4x_2 + 1$$

$$\frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$$

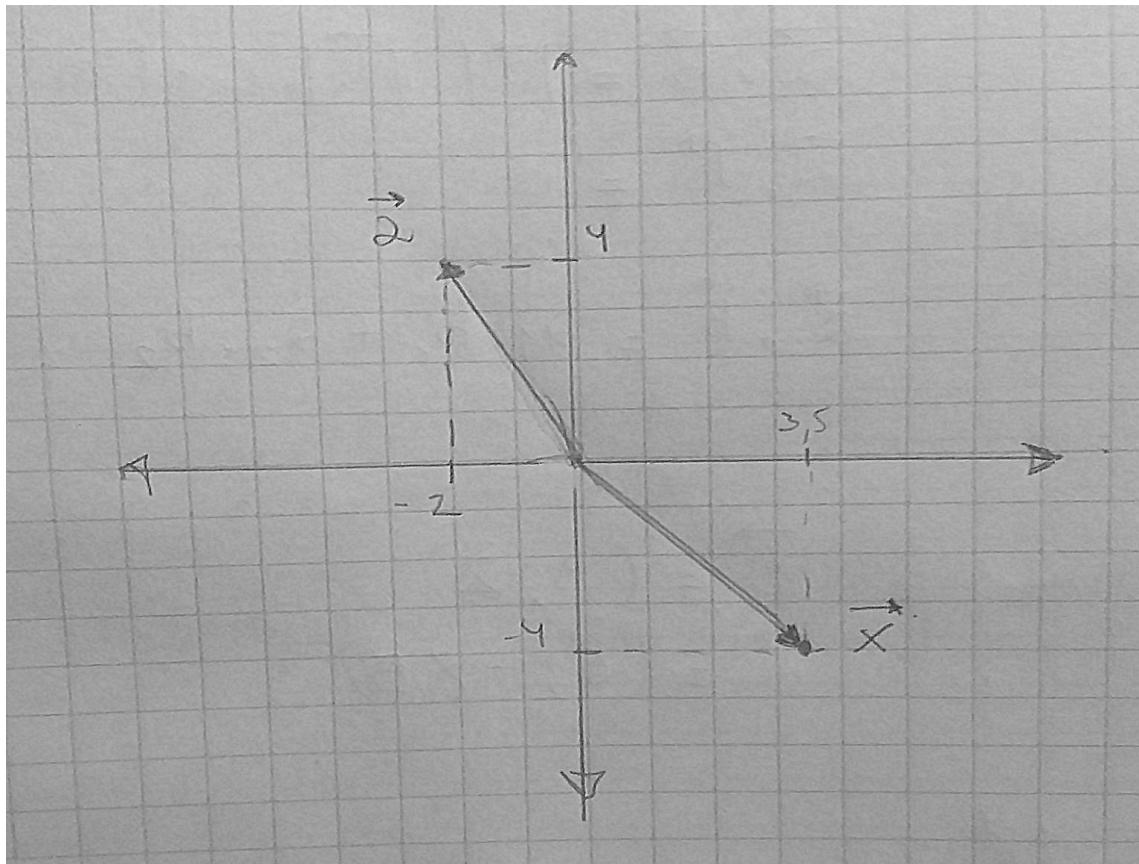
$$\begin{aligned} & \frac{-4 + \sqrt{12}}{2} \\ & \frac{-4 - \sqrt{12}}{2} \end{aligned}$$

$$|\vec{x}| = \sqrt{(1 - \sqrt{12})^2 + \left(\frac{-4 - \sqrt{12}}{2}\right)^2}$$

$$|\vec{x}| = \sqrt{1 - 2\sqrt{12} + 12 + 4 + 2\sqrt{12} + 3}$$

$$|\vec{x}| = \sqrt{20}$$

$$|\vec{x}| = |\vec{z}|$$



4- Siendo $\vec{a} = (5; -Y)$ y $\vec{b} = (X; 2)$ Hallar x e y, sabiendo que son ortogonales y que $|\vec{b}| = \sqrt{13}$.

$$4 - |\vec{b}| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$$

$$\sqrt{13} = \sqrt{x^2 + z^2}$$

$$\pm \sqrt{13 - 4} = X$$

$$\pm 3 = X$$

$$0 = 5 \cdot 3 + (-y) \cdot 2$$

$$\frac{-15}{-2} = y$$

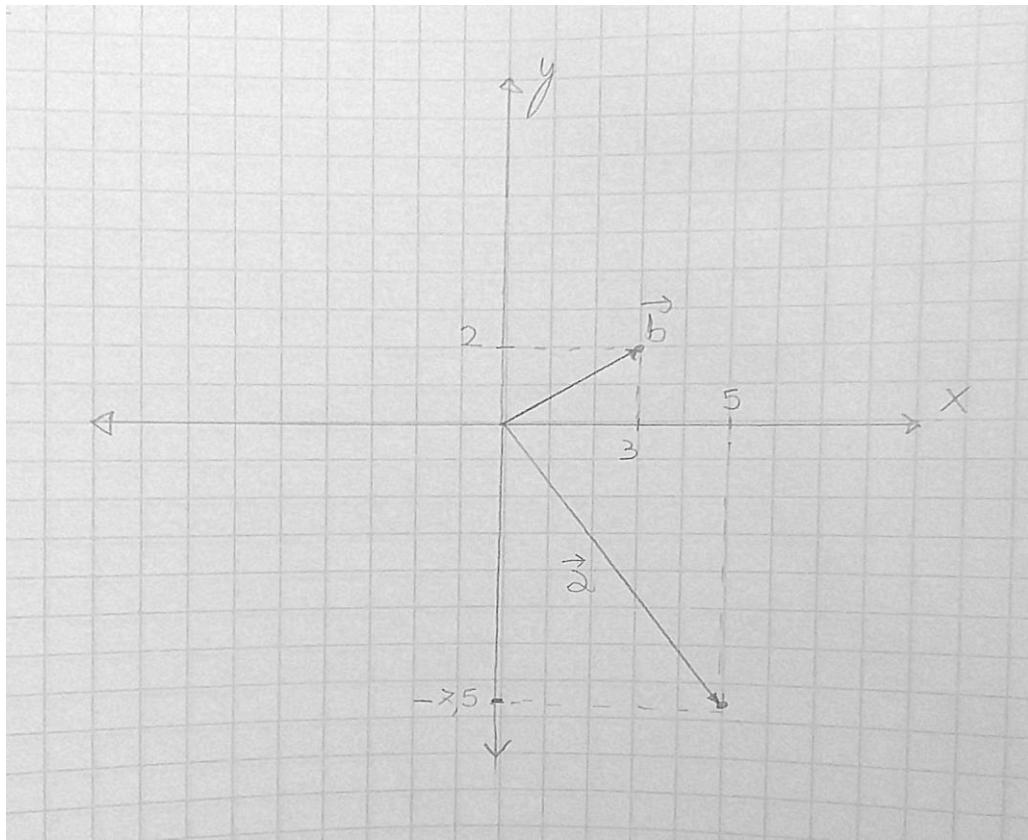
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(90^\circ)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

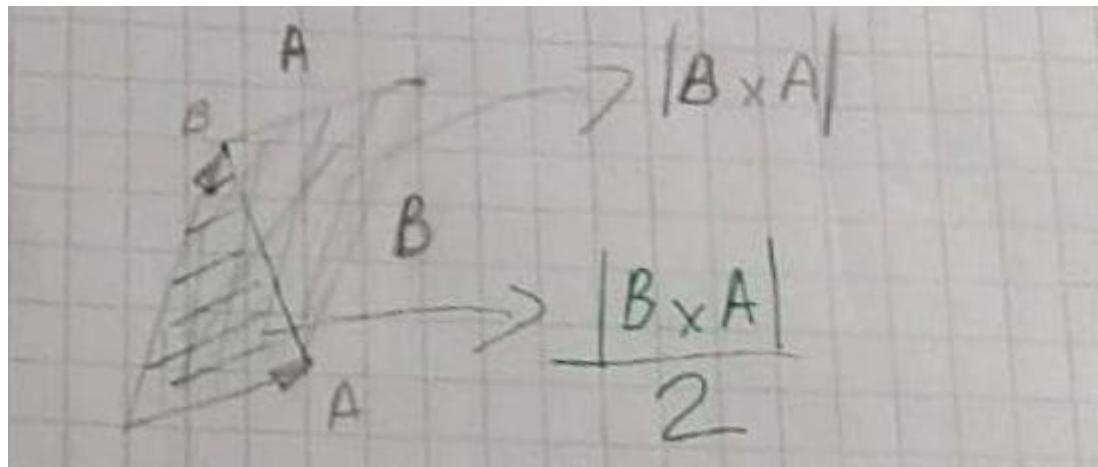
$$\vec{b} = (3; 2)$$

$$\vec{a} = (5; -3, 5)$$



5- Dados los puntos A (1,1,1) ; B (4,3,6) ; C (5,2,7), hallar el área del triángulo que determinan.

Sabemos $|\vec{AB} \times \vec{AC}|$ es el equivalente al área del paralelogramo formado entre \vec{AB} y \vec{AC}



Por el grafico se puede concluir que $\frac{|\vec{AB} \times \vec{AC}|}{2}$ es el área de un triángulo formado entre los vectores dados

$$\begin{array}{ll}
 \overline{AB} = B - A & \overline{AB} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k} - (1\hat{i} + 1\hat{j} + 1\hat{k}) \\
 \overline{AC} = C - A & \boxed{\overline{AB} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}} \\
 \overline{AB} = (3, 2, 5) & \overline{AC} = 5\hat{i} + 2\hat{j} + 7\hat{k} - (1\hat{i} + 1\hat{j} + 1\hat{k}) \\
 \overline{AC} = (5, 2, 7) & \boxed{\overline{AC} = 4\hat{i} + 1\hat{j} + 6\hat{k}}
 \end{array}$$

$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \Delta_{AB}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & 7 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \overline{AB} \times \overline{AC} &= \hat{i}(2 \cdot 7) + \hat{k}(3 \cdot 2) + \hat{j}(5 \cdot 5) - (\hat{k}(2 \cdot 5) + \hat{i}(5 \cdot 2) + \hat{j}(2 \cdot 3)) \\
 \overline{AB} \times \overline{AC} &= 14\hat{i} - 10\hat{i} + 25\hat{j} - 21\hat{j} + 6\hat{k} - 10\hat{k} \\
 \overline{AB} \times \overline{AC} &= 4\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k}
 \end{aligned}$$

$$|\overline{AB} \times \overline{AC}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + (-4)^2}$$

$$|\overline{AB} \times \overline{AC}| = \sqrt{16 + 16 + 16}$$

$$|\overline{AB} \times \overline{AC}| = \sqrt{48}$$

$$\text{Área del triángulo} = \frac{\sqrt{48}}{2}$$

6- Hallar el volumen del paralelepípedo formado por los vectores $\vec{a} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k})$

$$\vec{b} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) \text{ y } \vec{c} = (4\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k})$$

(B)

Partimos de la fórmula del paralelepípedo

$$V = \text{Base} \cdot h$$

Sabemos que el área de la base es el producto vectorial de 2 vectores adyacentes.

$$V = |A \times B| \cdot h$$

También sabemos que la altura es perpendicular al plano de los 2 vectores y también sabemos que el producto vectorial de estos resulta en un vector paralelo al plano de sus vectores.

Entonces solo queda saber cuánto del vector "C" se proyecta en $A \times B$ para saber su altura.

$$h = \frac{|A \times B| \cdot C \cdot A \times B}{|A \times B|^2}$$

6. $\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$

$$\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} \cdot c_1 - \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} \cdot c_2 + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \cdot c_3$$

$$c_1(a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2) - (a_1 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_1) \cdot c_2 + (a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1) \cdot c_3$$

$$4\hat{i}(-2\hat{j} \cdot (-\hat{k}) - 5\hat{k} \cdot 2\hat{j}) - 3\hat{j}(3\hat{i} \cdot (-\hat{k}) - 5\hat{k} \cdot 2\hat{i}) + 2\hat{k}(3\hat{i} \cdot 2\hat{j} - (-2\hat{j}) \cdot 2\hat{i})$$

$$4\hat{i}(2\hat{i} + 10\hat{i}) - 3\hat{j}(-3\hat{j} - 10\hat{j}) + 2\hat{k}(6\hat{k} - 4\hat{k})$$

$$48 + 39 + 4 = 91$$

7- Dados los puntos $O = (0,0)$, $P = (-1,1)$, $A = (3,3)$ y $B = (2,4)$ calcule el vector \vec{a} que va de O a P y el vector \vec{b} que va de A a B . Explique la relación entre ambos vectores.

$$7. \quad \overrightarrow{OP} = \vec{z}$$

$$(0\hat{i} + 0\hat{j}) - (-\hat{i} + \hat{j}) = \vec{z}$$
$$[\hat{i} - \hat{j} = \vec{z}]$$

$$\overrightarrow{AB} = \vec{b} \quad (3\hat{i} + 3\hat{j}) - (2\hat{i} + 4\hat{j}) = \vec{b}$$
$$[\hat{i} - \hat{j} = \vec{b}]$$

$$\vec{z} = (1\hat{i}; -\hat{j}) \quad [\vec{z} = \vec{b}]$$
$$\vec{b} = (\hat{i}; -\hat{j})$$