



Ayudantía 5

Cálculo de función derivada por definición y determinar su dominio,
Derivabilidad de una función en algún valor

1. Resumen

1.1. Derivadas

■ **Definición:**

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} f(x)$$

También esta es una definición equivalente:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

■ **Recta tangente en el punto $(a, f(a))$:**

- Pendiente $\rightarrow m = f'(a)$
- Punto $\rightarrow (a, f(a))$

$$\Rightarrow y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

2. Problemas

2.1. Problema 1

Determine la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto dado.

(a) $y = 3x^2 - 5x + 1$ en el punto $(1, -1)$

(b) $y = x - \frac{1}{x}$ en el punto $(1, 0)$

2.2. Problema 2

Determine la ecuación de la recta, con pendiente negativa, que es tangente a la curva $y = 2x^2 - 3x + 8$ y pasa por el punto $(0, 0)$

2.3. Problema 3

Calcule la derivada de las siguientes funciones, en punto indicado, usando la definición de derivada.

(a) $f(x) = x + \sqrt{x}$, $x = 4$

(b) $f(x) = \cos(x)$

(c) $g(x) = ax^2 + bx + c$

2.4. Problema 4

Determine si la función $f(x) = |x|$ es derivable en $x = 0$. Luego, haga lo mismo para $g(x) = \frac{1}{2}x|x|$. De ser derivables, determine $f'(x)$ y $g'(x)$.

2.5. Problema 5

Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-p}{x+1} & \text{si } x > 0 \\ x^2 + qx & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

Determine los valores de p y q de manera que la función sea diferenciable en $x = 0$. Determine $f'(x)$ e indique su dominio

2.6. Problema 6

Sean $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivables tales que $f(0) = 0$ y $g(0) = 1$ y además

$$f'(x) = g(x) \text{ y } g'(x) = f(x)$$

Demuestre que $h(x) = (f(x))^2 - (g(x))^2$ es constante y calcule su valor.

2.7. Problema 7

Calcule las derivadas implícitas de las siguientes funciones.

$$a) f(x) = 3 \sin(x) - 2 \cos(x)$$

$$b) f(x) = x^2 \cdot \sin(x)$$

$$c) f(x) = \frac{1 + \sin(x)}{\cos(x)}$$