



Ayudantía 7

Regla de la cadena, derivada de funciones inversas y derivada logarítmica.

1. Resumen

Derivadas

■ **Definición:**

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} f(x)$$

■ **Reglas/leyes de derivación**

a) $\frac{d}{dx} x^n = n \cdot x^{n-1} \quad \forall n \in \mathbb{R}$

b) $((c \cdot f(x)))' = c \cdot f'(x)$

c) $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$

d) $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

e) $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$

f) $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

■ **Derivadas clásicas**

$$\frac{d}{dx} c = 0$$

$$\frac{d}{dx} x = 1$$

$$\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} e^x = e^x$$

$$\frac{d}{dx} u(x)^{v(x)} = u(x)^{v(x)} \cdot \frac{d}{dx} [\ln(u(x)) \cdot v(x)]$$

$$\frac{d}{dx} \log_a x = \frac{1}{x \ln(a)}$$

$$\frac{d}{dx} \sinh(x) = \cosh(x) \quad \frac{d}{dx} \cosh(x)$$

■ **Derivadas trigonométricas**

$$\frac{d}{dx}(\sin(x)) = \cos(x)$$

$$\frac{d}{dx}(\cos(x)) = -\sin(x)$$

$$\frac{d}{dx}(\tan(x)) = \sec^2(x)$$

$$\frac{d}{dx}(\cot(x)) = -\operatorname{cosec}^2(x)$$

$$\frac{d}{dx}(\sec(x)) = \sec(x) \tan(x)$$

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{cosec}(x)) = -\operatorname{cosec}(x) \cot(x)$$

■ **Derivadas trigonométricas inversas**

$$\frac{d}{dx}(\arcsin(x)) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}(\arccos(x)) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}(\arctan(x)) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{arccot}(x)) = -\frac{1}{1+x^2}$$

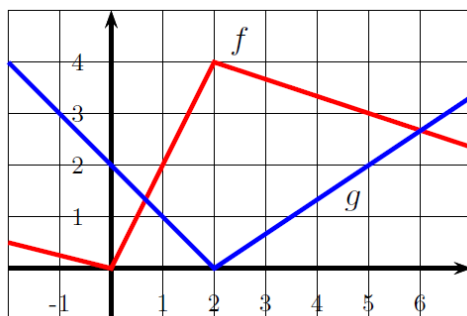
$$\frac{d}{dx}(\operatorname{arcsec}(x)) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{arccosec}(x)) = -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

2. Problemas

2.1. Problema 1

Sean f y g cuyas gráficas se muestran en la siguiente figura,



Si $F(x) = f(x)g(x)$ y $G(x) = f(x)/g(x)$, calcular $F'(1)$ y $G'(5)$

2.2. Problema 2

Calcule las derivadas utilizando Regla de la Cadena

(a) $f(x) = (2x^2 - 4x + 1)^{60}$

(b) $f(x) = \frac{1}{(2x^2 - 7)^3}$

(c) $f(x) = \sin(\sin(\sin(x)))$

2.3. Problema 3

Determine

1. $F(x) = f(xf(xf(x)))$, donde $f(1) = 2$, $f(2) = 3$, $f'(1) = 4$, $f'(2) = 5$ y $f'(3) = 6$, encontrar $F'(1)$.
2. Si $h(x) = f(g(x))(f(x) + g(x))$ donde $f(1) = 3$, $g(1) = 2$, $g'(1) = 2$, $f(2) = 4$, $f'(1) = 2$ y $f'(2) = 3$, calcular $h'(1)$

2.4. Problema 4

Encuentre la derivada de las siguientes funciones inversas.

(a) $y = x \cdot \arctan \sqrt{x^3}$

(b) $y = \arccos(\arcsin(x))$

2.5. Problema 5

Encuentre la derivada de la siguientes funciones.

(a) $y = \sqrt{\ln(x)}$

(b) $y = x^{\sin(x)}$

(c) $y = \tan(x)^{\frac{1}{x}}$

2.6. Problema 6

Dada $y = f(x) = e^{3x} \cos(2x)$, determine $y''(x) - 6y'(x) + 13y(x)$.