PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
MAT1610-15 - Luis Arias - laarias@uc.cl

Ayudantía 3

Introducción a las derivadas

Introducción a las derivadas

La recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $P = (a, f(a))$ es la recta que pasa por P con pendiente:

$$m = \lim_{x\to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

siempre que el límite exista.

A lo anterior lo llamaremos $f'(a)$. Aunque de forma más general, lo definiremos para cualquier x dentro del dominio de la función f. Es decir, $f(x)$

Dicho lo anterior, diremos que la función f es derivable en $x = a$ si y sólo si $f'(a)$ existe

Problema 1

Determine si la función $f(x) = |x|$ es derivable en $x = 0$. Luego, haga lo mismo para $g(x) = \frac{1}{2}x|x|$. De ser derivables, determine $f'(x)$ y $g'(x)$.

Problema 2

Calcule por definición la derivada de $f(x) = \cos(x)$ y de $g(x) = ax^2 + bx + c$

Problema 3

Sean $f, g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ derivables tales que $f(0) = 0$ y $g(0) = 1$ y además

$$f'(x) = g(x) \ y \ g'(x) = f(x)$$

Demuestre que $h(x) = (f(x))^2 - \left(g(x)^2\right)$ es constante y calcule su valor.

Problema 4

Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-p}{x+1} & \textit{si } x\ \text{¿}0 \\ x^2 + qx & \textit{si } x \leq\ 0 \end{cases}$$

Determine los valores de p y q de manera que la función sea diferecnaible en $x = 0$. Determine $f'(x)$ e indique su dominio