



Ayudantía 2

Continuidad

Problema 1

- a) Demuestre que existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $\cos(x) = x$
- b) Sea f una función continua en $[0, 2]$ tal que $f(0) = f(2)$. Demuestre que existe $x \in [0, 1]$ tal que $f(x) = f(x + 1)$

Problema 2

- a) Calcular a y b para que la función $f(x)$ sea continua

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < -2 \\ ax^2 + bx & \text{si } -2 \leq x \leq 4 \\ x - 4 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

Problema 3

Estudie la continuidad de la función f en toda la recta real

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2x+1} & x \leq -1 \\ x^2 - 2 & x > -1 \end{cases}$$

Problema 4

Determine el valor de $p \in \mathbb{R}$ de manera que la función:

$$f(x) = \frac{x^6 + (1 + x^2)^3}{x^p}$$

tenga una asíntota horizontal

Problema 5

Demuestre que:

$$f(x) = 3x - 2 + \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$$

posee al menos una raíz real.

Problema 6

Sean $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continuas, tal que $f(a) \neq f(b)$. Además $f(a) = -g(b)$ y $f(b) = -g(a)$. Pruebe que existe $c \in [a, b]$ tal que $f(c) = -g(c)$

Problema 7

Dadas las funciones f y g definidas por $f(x) = x - 2$ y $g(x) = x^2 + x$, calcule:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f \circ g)(x - 1)}{(g \circ f)(x)}$$