

# Laboratorio de Electrotecnia

## Experiencia 2: Filtros Electrónicos

Braulio Cancino (bjcancin@uc.cl) - Guillermo Montecinos (gamontec@uc.cl)

### Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Objetivos</b>	<b>2</b>
<b>3. Aspectos de Seguridad</b>	<b>2</b>
3.1. Efecto de la Corriente Aplicada al Ser Humano . . . . .	3
3.2. Recomendaciones y Cuidados . . . . .	3
3.3. Recomendaciones para los Primeros Auxilios en caso de Accidente . . . . .	3
<b>4. Marco Teórico</b>	<b>5</b>
4.1. Repaso de Números Complejos . . . . .	5
4.2. Fasores . . . . .	6
4.3. Respuesta en Frecuencia de Sistemas LTI . . . . .	7
4.4. Impedancias . . . . .	8
4.5. Diagrama de Bode . . . . .	9
4.6. Filtros Pasivos de Primer Orden . . . . .	10
<b>5. Consideraciones Prácticas</b>	<b>14</b>
5.1. Protoboard . . . . .	14
5.2. Código de Resistores . . . . .	15
5.3. Código de Capacitores . . . . .	16
5.4. Multitester . . . . .	16
<b>6. Cuestionario</b>	<b>18</b>
<b>7. Experiencia Práctica</b>	<b>19</b>
7.1. Filtro RC pasa-bajos . . . . .	19
7.1.1. Materiales necesarios . . . . .	19
7.1.2. Procedimiento . . . . .	19

## 1. Introducción

La Experiencia 2 del Laboratorio de Electrotecnia tiene como objetivo acercar a los alumnos al comportamiento, diseño y aplicaciones de los Filtros Electrónicos.

Los Filtros Electrónicos son circuitos contruidos con diversos componentes de electrónica básica, que cumplen la función de adaptar una señal deseada según una serie de parámetros constructivos. En el caso de esta experiencia se utilizarán únicamente elementos pasivos, como la resistencia, capacitor e inductancia.

Para introducir a los alumnos al mundo de los filtros pasivos, se expone un repaso teórico de todos los conceptos que los capaciten para comprender de manera detallada el comportamiento de dichos circuitos. Primero se presenta un repaso básico sobre Número Complejos, para luego desarrollar la construcción de los Fasores. Posteriormente se explica el modelo de respuesta en frecuencia de Sistemas LTI.

A partir de los contenidos entregados se deriva el concepto de Impedancia, para luego explicar la teoría detrás de los Diagramas de Bode. A partir de todo lo anterior se resentan los Filtros Pasivos de Primer Orden, con los que se trabajará en esta Experiencia.

El trabajo de laboratorio consiste en una experiencia práctica en la que los alumnos se verán enfrentados a construir y vivenciar el comportamiento de Filtros Pasivos de Primer Orden excitados con señales sinusoidales de distintas frecuencias y funciones periódicas.

Los alumnos deberán entregar los resultados de la experiencia práctica en un informe, respetando el formato de correo electrónico y completando todos los puntos del cuestionario.

## 2. Objetivos

Esta experiencia tiene por objetivo que los alumnos comprendan, analicen, simulen e implementen filtros electrónicos sencillos utilizando elementos circuitales pasivos, tales como resistores, inductores y capacitores.

## 3. Aspectos de Seguridad

Cuando se trabaja en un laboratorio eléctrico, cuando se emplean equipos eléctricos o simplemente se trabaja con electricidad, el seguir las precauciones adecuadas de seguridad es más o tan importante que llevar a cabo mediciones exactas.

- Existen peligros potencialmente mortales en ambientes de laboratorio eléctrico, y si no se siguen con cuidado procedimientos de seguridad, se puede ocasionar que una persona o su compañero sea víctima de un accidente serio.
- El peligro más común y más serio en laboratorios eléctricos es el choque eléctrico o golpe de corriente.
- Un aspecto fundamental del choque o golpe eléctrico que puede ser letal está en función de la cantidad de corriente que pasa a través del cuerpo humano y del tiempo de aplicación. No depende tan solo del valor del voltaje aplicado. Puede ser tan mortal un choque de 100 Voltios como uno de 1000 Voltios.

### 3.1. Efecto de la Corriente Aplicada al Ser Humano

La severidad de un choque eléctrico en un ser humano varía con la edad, sexo y condición física. Sin embargo, en general el nivel de corriente necesario para ocasionar la muerte a cualquier ser humano es notablemente bajo.

- El umbral de percepción de corriente en la mayoría de los seres humanos es de 1 mili Ampére (1 mA).
- Corrientes entre 1 mA y 5 mA se sienten con mayor intensidad pero por lo general no producen un dolor intenso. El peligro que existe en esta intensidad es debido a la reacción de sorpresa que genera en el ser humano y que lo hace “moverse” a lugares potencialmente de mayor peligro.
- Corrientes mayores a 5 mA y menores a 100 mA producen en el cuerpo contracciones musculares involuntarias de gran dolor y puede eventualmente ocasionar la muerte puesto que la persona queda sin poder soltar el conductor eléctrico.
- Corrientes mayores a 100 mA producen interferencia con el movimiento coordinado del corazón ocasionando lo que se llama fibrilación cardíaca, que detiene el bombeo de sangre al cuerpo humano y sobreviene la muerte en cuestión de minutos si no se detiene dicho proceso.
- Corrientes superiores a 300 mA las contracciones musculares son extremadamente intensas lo que “evita” la fibrilación. Si se detiene el choque por medio del método de aplicar rápidamente grandes pulsos de corriente, es posible que el corazón reanude su función normal. Sin embargo, se puede detener la respiración (se debe realizar respiración artificial) y la persona queda con quemaduras intensas.

### 3.2. Recomendaciones y Cuidados

El mejor método de evitar accidentes es reconocer sus causas y apegarse a los procedimientos de seguridad establecidos.

- Uso y aplicación de equipos ordinarios con conexiones correctas a tierra de seguridad y protecciones eléctricas adecuadas.
- Evitar el uso de cables o conductores desnudos, con algún deterioro o defecto. Siempre desconectar la corriente al iniciar una experiencia eléctrica.
- Evitar trabajar solo.
- Nunca operar equipos con humedad en las manos o en el piso. Usar siempre zapatos secos.
- Siempre conectar al FINAL, el cable o la punta de prueba al voltaje.

### 3.3. Recomendaciones para los Primeros Auxilios en caso de Accidente

En caso de un accidente al interior del laboratorio relacionado con los equipos eléctricos, usted debe tener en cuenta los siguientes puntos:

- Trate de desconectar a la víctima del equipo o conductor sin colocarse uno mismo en peligro.
- Use cualquier elemento aislante para actuar ya que cualquier conexión corporal a un cortocircuito puede ser fatal.

- Usted debe romper el punto de contacto lo más rápido posible puesto que la resistencia de la piel decae rápidamente con el tiempo y la corriente puede llegar a alcanzar valores fatales.
- Si se produce un paro respiratorio y la víctima se encuentra inconsciente, se debe comenzar rápidamente a administrar respiración artificial. Este proceso puede durar hasta 8 horas.

## 4. Marco Teórico

### 4.1. Repaso de Números Complejos

Un número complejo se puede escribir como  $z = a + bi$ , donde  $a \in \mathbb{R}$  y  $b \in \mathbb{R}$  se denominan la parte real y compleja de  $z$ , respectivamente. También nos será útil recordar que  $i^2 = -1$ .

Los números complejos pueden ser representados en un plano complejo como vectores que unen al origen con un punto. En las abscisas (eje  $x$ ) representamos la parte real, mientras que en las ordenadas (eje  $y$ ) se representa la parte imaginaria. A veces resulta más práctico utilizar coordenadas polares (módulo  $\rho$  y fase  $\theta$ ), que cumplen:

$$z = a + ib = \rho e^{i\theta}, \quad \rho = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \theta = \text{Arg}(z) = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

En la ecuación anterior, hemos utilizado la relación de Euler  $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ . Además,  $|z|$  y  $\text{Arg}(z)$  corresponden al módulo y al argumento o fase de  $z$ , respectivamente. Por otro lado, para pasar de coordenadas polares a rectangulares hacemos:

$$\begin{aligned} a &= \rho \cos \theta \\ b &= \rho \sin \theta \end{aligned}$$

La figura 1 nos muestra la representación de un número complejo en el plano complejo.

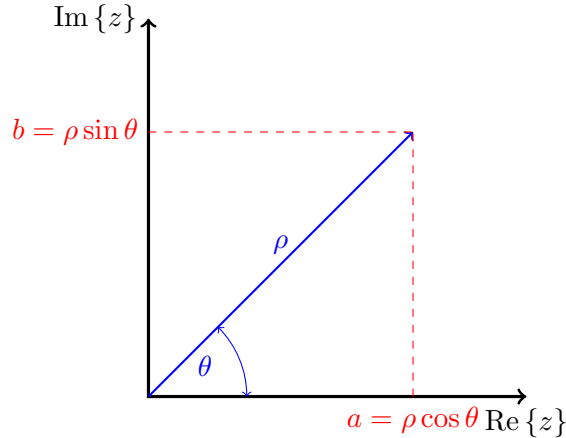


Figura 1: Representación en el plano complejo del número complejo  $z = a + bi = \rho e^{i\theta}$ .

Una propiedad importante al utilizar números complejos expresados en magnitud y fase ( $z = \rho e^{i\theta}$ ) es que si tenemos dos números complejos  $z_1 = \rho_1 e^{i\theta_1}$  y  $z_2 = \rho_2 e^{i\theta_2}$ , entonces  $z_3 = z_1 z_2 = \rho_3 e^{i\theta_3}$  cumple con:

$$\begin{aligned} \rho_3 &= \rho_1 \rho_2 \\ \theta_3 &= \theta_1 + \theta_2 \end{aligned}$$

## 4.2. Fasores

Un fasor es una cantidad compleja que se emplea para representar funciones en el tiempo que varían de forma sinusoidal. Supongamos una señal de voltage en el tiempo  $v(t)$  de la forma:

$$v(t) = v_0 \cos(\omega t + \theta)$$

donde  $\omega = 2\pi f$  corresponde a la frecuencia angular de la señal (rad/s) y  $\theta$  al desfase. El fasor  $V$  que se asocia a la señal sinusoidal  $v(t)$  cumple la siguiente relación:

$$v(t) = v_0 \cos(\omega t + \theta) = \text{Re} \{ v_0 [\cos(\omega t + \theta) + j \sin(\omega t + \theta)] \} = \text{Re} \{ v_0 e^{j(\omega t + \theta)} \} = \text{Re} \{ \tilde{V} e^{j\omega t} \}$$

donde  $j = \sqrt{-1}$  y para la señal:

$$\tilde{V} = v_0 e^{j\theta}$$

Esto implica que una señal sinusoidal  $v(t) = v_0 \cos(\omega t + \theta) \rightarrow \tilde{V}$  esta unívocamente relacionada con su fasor  $\tilde{V}$ . Como podemos notar, el fasor  $V$  sólo guarda información acerca de la amplitud  $v_0$  y la fase  $\theta$  de la señal sinusoidal, pero no de su frecuencia  $\omega$ . Esto se debe a que, tal y como veremos más adelante, al excitar circuitos lineales pasivos (que contengan sólo fuentes independientes, resistores, inductores o capacitores) con una fuentes sinusoidales, los voltajes y corrientes de los elementos siempre serán sinusoidales a la misma frecuencia  $\omega$ , pero estos tendrán distinta fase y amplitud, dependiendo de la configuración del circuito.

Ahora veremos el uso de los fasores en ecuaciones diferenciales lineales LTI con excitación sinusoidal. Antes de ello, analizaremos una propiedad importante de la representación fasorial de las señales. Sea nuevamente  $v(t) = \text{Re} \{ V e^{j\omega t} \}$ . Es posible demostrar que

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \text{Re} \{ \tilde{V} e^{j\omega t} \} = \text{Re} \left\{ \frac{d(\tilde{V} e^{j\omega t})}{dt} \right\}$$

por lo que si a  $v(t)$  le corresponde el fasor  $V$ , entonces:

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &\rightarrow j\omega \tilde{V} \\ \frac{d^2v}{dt^2} &\rightarrow (j\omega)^2 \tilde{V} \\ &\vdots \end{aligned}$$

Equivalentemente, si integramos la función  $v(t)$  sinusoidal, la cual posee como fasor a  $\tilde{V}$ , entonces el fasor resultante está dado por:

$$\int_0^t v(t) dt \rightarrow \frac{1}{j\omega} \tilde{V}$$

### 4.3. Respuesta en Frecuencia de Sistemas LTI

Sea un sistema lineal LTI dado por:

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m u}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 u(t) \quad (1)$$

donde  $u(t)$  es la entrada, la salida es  $y(t)$ , y los coeficientes  $a_i, b_i$  son constantes. Al ser un sistema lineal, cuando la solución existe, posee dos soluciones: una solución transitoria y una permanente. La solución transitoria se hace nula con el paso del tiempo, mientras que la solución permanente continúa indefinidamente en el tiempo.

Supongamos que deseamos obtener sólo la solución permanente de 1 cuando la entrada es de la forma  $u(t) = u_0 \cos(\omega t + \theta)$ . Entonces nosotros con nuestros conocimientos de fasores y sistemas lineales, sabemos que la solución permanente de un sistema dinámico LTI excitado con una señal sinusoidal, es una senoide de la misma frecuencia de la entrada, con una amplitud y fase dependientes del sistema dinámico.

Para obtener la solución permanente de forma simple en sistemas LTI con excitaciones sinusoidales, utilizaremos los conceptos de función de transferencia y fasores. En vez de resolver la ecuación diferencial utilizando  $u(t) = u_0 \cos(\omega t + \theta)$ , utilizaremos su exponencial compleja  $\tilde{u}(t) = u_0 \cos(\omega t + \theta) + j u_0 \sin(\omega t + \theta) = u_0 e^{j(\omega t + \theta)}$  y luego nos quedaremos con la parte real de la solución, la que equivale a resolver el sistema con la entrada  $u(t)$  original. Si nos percatamos, si la entrada es de la forma de  $\tilde{u}(t)$ , entonces la solución permanente de la salida debe ser de la forma  $\tilde{y}(t) = y_0 e^{j(\omega t + \phi)}$ . Por ende si aplicamos esto en (1), obtenemos:

$$a_n (j\omega)^n \tilde{y}(t) + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} \tilde{y}(t) + \dots + a_0 \tilde{y}(t) = b_m (j\omega)^m \tilde{u}(t) + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} \tilde{u}(t) + \dots + b_0 \tilde{u}(t) \quad (2)$$

pero tanto  $\tilde{u}(t)$  como  $\tilde{y}(t)$  comparten el término exponencial  $e^{j\omega t}$ , por ende, dividiendo por este coeficiente a ambos lados, obtenemos:

$$a_n (j\omega)^n y_0 e^{j\phi} + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} y_0 e^{j\phi} + \dots + a_0 y_0 e^{j\phi} = b_m (j\omega)^m u_0 e^{j\theta} + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} u_0 e^{j\theta} + \dots + b_0 u_0 e^{j\theta} \quad (3)$$

pero como vimos en los fasores,  $\tilde{U} = u_0 e^{j\theta}$  es el fasor de la entrada  $u(t)$  e  $\tilde{Y} = y_0 e^{j\phi}$  es el fasor de la salida  $y(t)$ . Juntando términos en (3), es posible obtener:

$$(a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_0) \tilde{Y} = (b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \dots + b_0) \tilde{U} \quad (4)$$

Dado lo anterior, la respuesta en frecuencia del sistema o respuesta AC se define como:

$$F(j\omega) \equiv \frac{\tilde{Y}}{\tilde{U}} = \frac{b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \dots + b_0}{a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_0} \quad (5)$$

Finalmente, podemos obtener los parámetros de la respuesta permanente del sistema frente a una excitación sinusoidal. Esto es:

$$y_0 = |F(j\omega)| u_0 \quad (6)$$

$$\phi = \arctan \left\{ \frac{\text{Im} \{F(j\omega)\}}{\text{Re} \{F(j\omega)\}} \right\} + \theta \quad (7)$$

con lo que la salida real del sistema estará dada por  $y(t) = y_0 \cos(\omega t + \phi)$ .

#### 4.4. Impedancias

El concepto de impedancia es muy útil cuando queremos obtener la respuesta permanente de un sistema circuital pasivo (que sólo contiene fuentes independientes, resistores, inductores o capacitores). La impedancia relaciona el voltaje y la corriente de un elemento circuital pasivo. La impedancia de un elemento pasivo nos indica la oposición que ejerce un componente al paso de la corriente en función de la frecuencia de excitación cuando se le aplica un voltaje sinusoidal entre sus terminales.

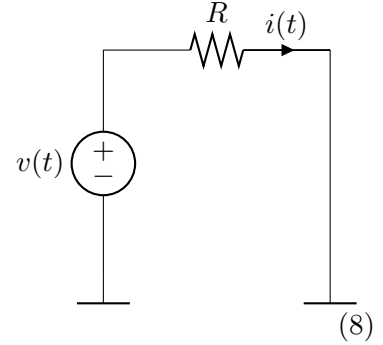
**Resistores** Supongamos el circuito de la derecha, en donde  $v(t) = v_0 \cos(\omega t + \theta)$ . Como sabemos, un resistor cumple con  $v(t) = Ri(t)$ , donde  $i(t)$  es la corriente que atraviesa al resistor. Llevemos esta relación al espacio de los fasores. Como la excitación es sinusoidal entonces:

$$\tilde{V} = R\tilde{I}$$

donde  $\tilde{V}$  e  $\tilde{I}$  son los fasores del voltaje y la corriente del resistor, respectivamnte. Finalmente, definimos la impedancia de un resistor como:

$$Z_R \equiv \frac{\tilde{V}}{\tilde{I}} = R$$

es decir, la impedancia de un resistor de resistencia  $R$  es  $R$ . Podemos notar que la impedancia de un resistor no depende de la frecuencia  $\omega$  de la excitación.



**Inductores** Supongamos el circuito de la derecha, en donde  $v(t) = v_0 \cos(\omega t + \theta)$ . Como sabemos, un inductor cumple con

$$v(t) = L \frac{di}{dt}$$

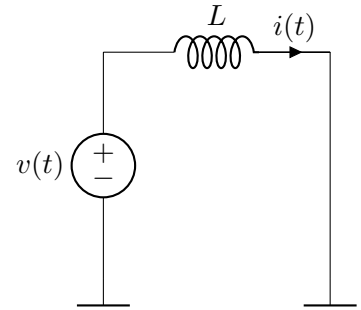
donde  $i(t)$  es la corriente que atraviesa al inductor. Llevemos esta relación al espacio de los fasores. Como la excitación es sinusoidal entonces:

$$\tilde{V} = j\omega L\tilde{I}$$

donde  $\tilde{V}$  e  $\tilde{I}$  son los fasores del voltaje y la corriente del inductor, respectivamnte. Finalmente, definimos la impedancia de un inductor como:

$$Z_L \equiv \frac{\tilde{V}}{\tilde{I}} = j\omega L \quad (9)$$

es decir, la impedancia de un inductor de inductancia  $L$  es  $j\omega L$ . Podemos notar que la impedancia de un inductor es directamente proporcional a la frecuencia  $\omega$  de la excitación.





**Capacitores** Supongamos el circuito de la derecha, en donde  $v(t) = v_0 \cos(\omega t + \theta)$ . Como sabemos, un capacitor cumple con

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

donde  $i(t)$  es la corriente que atraviesa al capacitor. Llevemos esta relación al espacio de los fasores. Como la excitación es sinusoidal entonces:

$$\tilde{V} = \frac{1}{j\omega C} \tilde{I}$$

donde  $\tilde{V}$  e  $\tilde{I}$  son los fasores del voltaje y la corriente del capacitor, respectivamnte. Finalmente, definimos la impedancia de un capacitor como:

$$Z_C \equiv \frac{\tilde{V}}{\tilde{I}} = \frac{1}{j\omega C} \quad (10)$$

es decir, la impedancia de un capacitor de capacitancia  $C$  es  $1/(j\omega C)$ . Podemos notar que la impedancia de un capacitor es inversamente proporcional a la frecuencia  $\omega$  de la excitación.

#### 4.5. Diagrama de Bode

Sea  $F(j\omega)$  la respuesta en frecuencia de un sistema LTI que relaciona cierta entrada  $v_i(t)$  y cierta salida  $v_o(t)$ . El diagrama de Bode consiste en graficar  $|F(j\omega)|$  y su fase  $\arctan \{ \text{Im} \{ F(j\omega) \} / \text{Re} \{ F(j\omega) \} \}$  en función de la frecuencia angular  $\omega$  o de la frecuencia  $f$  (recordemos que  $\omega = 2\pi f$ ). En esta experiencia sólo nos concentraremos en el gráfico de magnitud del diagrama de Bode.

Una particularidad del gráfico de magnitud es que en vez de graficar directamente  $|F(j\omega)|$ , para casos en que la entrada y salida son voltajes o corrientes, graficamos la siguiente expresión en función de la frecuencia:

$$20 \log_{10}(|F(j\omega)|) \quad (11)$$

Otra particularidad del gráfico de magnitud, es que en el eje de las abscisas (eje horizontal), la frecuencia aumenta de a décadas. Para comprender un poco más claro el gráfico de magnitud veamos un ejemplo.

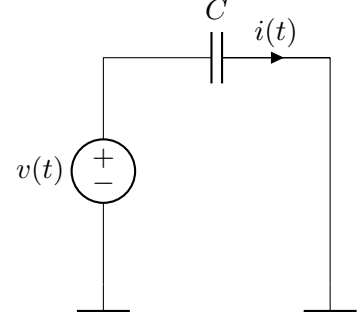
**Ejemplo** Calculemos el gráfico de magnitud de la siguiente respuesta en frecuencia  $F(j\omega)$  de un sistema:

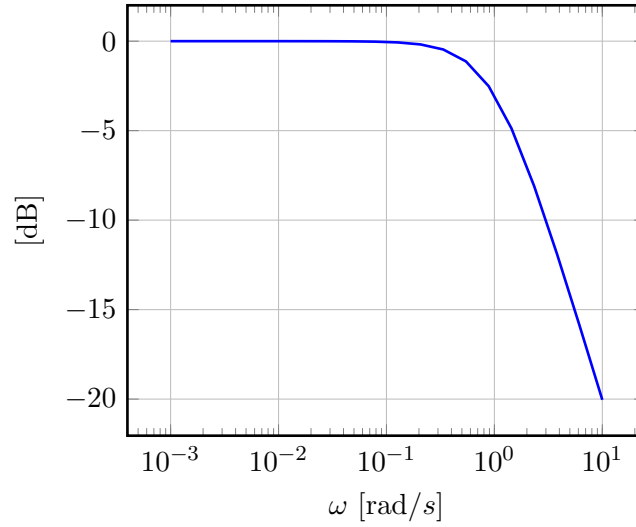
$$F(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega}$$

Lo primero que debemos hacer es calcular la magnitud de la respuesta en frecuencia. Recordemos que la respuesta en frecuencia de un sistema es un número complejo, por ende, aplicando nuestros conocimientos acerca de números complejos notamos que:

$$|F(j\omega)| = \left| \frac{1}{1 + j\omega} \right| = \frac{|1|}{|1 + j\omega|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2}}$$

Una vez obtenido el módulo, graficamos la expresión  $20 \log_{10} |F(j\omega)|$  en función de la frecuencia  $\omega$ , la cuál en el eje vertical se mide en decíbeles o dB. Esto se muestra en la siguiente figura:





Del gráfico podemos notar que la frecuencia angular  $\omega$  en el eje horizontal aumenta de a décadas.

#### 4.6. Filtros Pasivos de Primer Orden

Los filtros electronicos son circuitos eléctricos de gran importancia en la electrónica. Tal y como su nombre o indican, estos cumplen la finalidad de filtrar componentes de frecuencia indeseados de un circuito y amplificar o dejar pasar otros. En esta experiencia analizaremos filtros pasivos. Los filtros pasivos están constituidos sólo por elementos pasivos (resistores, inductores y capacitores). Dentro de los filtros pasivos nos concentraremos en los dos filtros de primer orden más comúnmente utilizados: El filtro  $RC$  pasa-bajos y el filtro  $RC$  pasa-altos. Veamos en detalle cada uno de estos filtros.

**Filtro  $RC$  pasa-bajos** Consideremos el circuito de la figura (2), en donde la entrada es  $v_i(t)$  y la salida es  $v_o(t)$ .

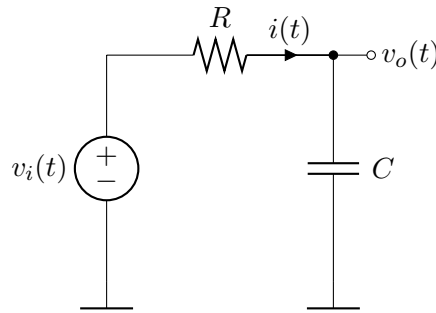


Figura 2: Filtro  $RC$  pasa-bajos.

Con nuestros conocimientos de impedancias, calculemos la relación en frecuencia entre el fasor del voltaje de entrada  $\tilde{V}_i$  y la corriente  $\tilde{I}$ . Calculando obtenemos:

$$v_i(t) = i(t)R + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt \Rightarrow \tilde{V}_i = R\tilde{I} + \frac{1}{j\omega C} \tilde{I} \Leftrightarrow \frac{\tilde{I}}{\tilde{V}_i} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

pero no nos interesa obtener la relación entre la corriente y el voltaje de entrada, si no que la relación entre el voltaje de entrada y el voltaje de salida. Sabemos que:

$$v_o(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt \Rightarrow \tilde{V}_o = \frac{1}{j\omega C} \tilde{I} \Leftrightarrow \frac{\tilde{V}_o}{\tilde{I}} = \frac{1}{j\omega C}$$

por lo que finalmente:

$$F(j\omega) \equiv \frac{\tilde{V}_o}{\tilde{V}_i} = \frac{\tilde{I}}{\tilde{V}_i} \frac{\tilde{V}_o}{\tilde{I}} = \left( \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} \right) \left( \frac{1}{j\omega C} \right) = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad (12)$$

en donde  $F(j\omega)$  es la respuesta en frecuencia del filtro pasa-bajos RC.

Analicemos el resultado de (12). Queremos ver cómo se comporta el gráfico de magnitud del diagrama de Bode cuando a distintas frecuencias  $\omega$ . En primer lugar, el módulo de  $F(j\omega)$  está dado por:

$$|F(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

La magnitud de  $F(j\omega)$  a bajas frecuencias es:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} |F(j\omega)| = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \approx 1 \Leftrightarrow \lim_{\omega \rightarrow 0} 20 \log_{10} |F(j\omega)| \approx 0 \text{ dB}$$

Denominemos por  $\omega_c = 1/(RC)$ . Veamos que sucede en el gráfico de magnitud a esta frecuencia:

$$|F(j\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow |F(j\omega_c)| \approx -3 \text{ dB}$$

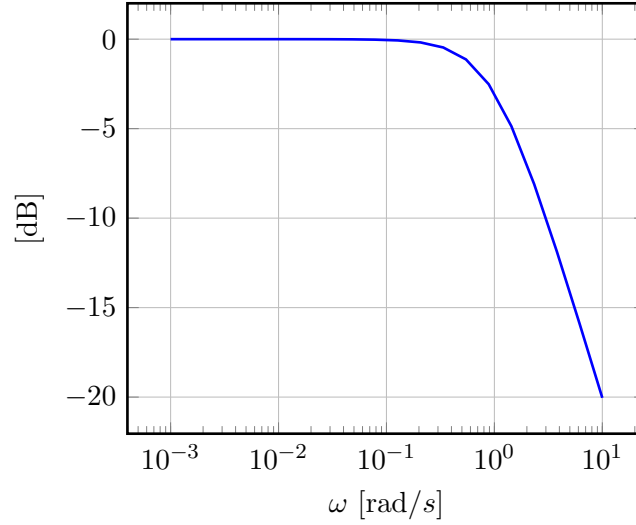
A la frecuencia  $\omega_c$  se le conoce como frecuencia de corte del sistema. Recordemos que si queremos la frecuencia en Hertz, basta con calcular  $\omega = 2\pi f$ . La frecuencia de corte del sistema nos indica cuando la potencia de la señal de salida es la mitad de la potencia de entrada.

Por último veamos que sucede a altas frecuencias:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} |F(j\omega)| = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \approx \frac{1}{\omega RC} \Leftrightarrow \lim_{\omega \rightarrow \infty} 20 \log_{10} |F(j\omega)| \approx 20 \log_{10} \frac{1}{\omega RC}$$

Este último resultado, el cuál es un poco más complicado de interpretar, nos dice que a altas frecuencias el gráfico de magnitud baja a 20 dB por década de frecuencias. Esto significa que a altas frecuencias (muy por sobre la frecuencia de corte  $\omega_c$ ), si avanzo de la frecuencia  $\omega_1$  hasta la frecuencia  $10\omega_1$ , entonces la magnitud caerá 20 dB desde  $\omega_1$  a  $10\omega_2$ . Si no les queda claro el concepto se recomienda investigar.

Dado todo lo anterior, estamos en condiciones de graficar el diagrama de magnitud del filtro pasa bajos. Para  $RC = 1$ , el gráfico de magnitud es:



Del gráfico anterior podemos observar 3 regiones. La primera más a la izquierda, es una respuesta plana a 0 dB. Esto quiere decir que el filtro pasa-bajos deja pasar las frecuencias bajas. Luego observamos un quiebre a la frecuencia de corte  $\omega_c = 1/(RC)$ . En este punto tenemos aproximadamente  $-3$  dB. Recordemos que este punto es de importancia ya que la potencia de salida equivale a la mitad de la potencia de entrada. Finalmente, para frecuencias mucho mayores que  $\omega_c$  la magnitud cae a 20 dB por década, en donde la magnitud de la salida se atenúa al aumentar la frecuencia. Dado lo anterior, el circuito de la figura 2 corresponde a un filtro pasa-bajos, ya que deja pasar las frecuencias bajas y atenúa las frecuencias altas. El diseñador del filtro puede elegir donde ubicar la frecuencia de corte  $\omega_c = 1/(RC)$  seleccionando el valor del resistor y el capacitor.

**Filtro  $RC$  pasa-altos** Ahora consideremos el circuito de la figura 3.

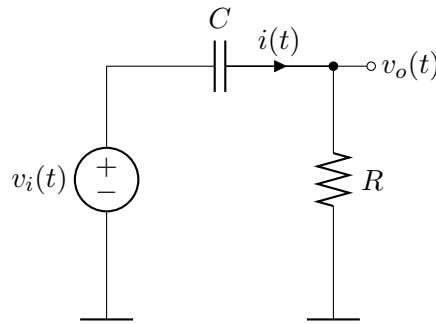


Figura 3: Filtro  $RC$  pasa-altos.

Siguiendo el mismo procedimiento que en el filtro  $RC$  pasa-bajos, obtenemos la respuesta en frecuencia del filtro pasa-altos:

$$H(j\omega) \equiv \frac{\tilde{V}_o}{\tilde{V}_i} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \quad (13)$$

Analicemos la respuesta en frecuencia del filtro pasa-altos para distintas frecuencias. El módulo de la respuesta  $H(j\omega)$  está dado por:

$$|H(j\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

Veamos su comportamiento a bajas frecuencias:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} |H(j\omega)| = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} = 0 \Leftrightarrow \lim_{\omega \rightarrow 0} 20 \log_{10} |H(j\omega)| \rightarrow -\infty \text{ dB}$$

es decir, este filtro no deja pasar las bajas frecuencias.

Veamos que ocurre a la frecuencia  $\omega_c = 1/(RC)$

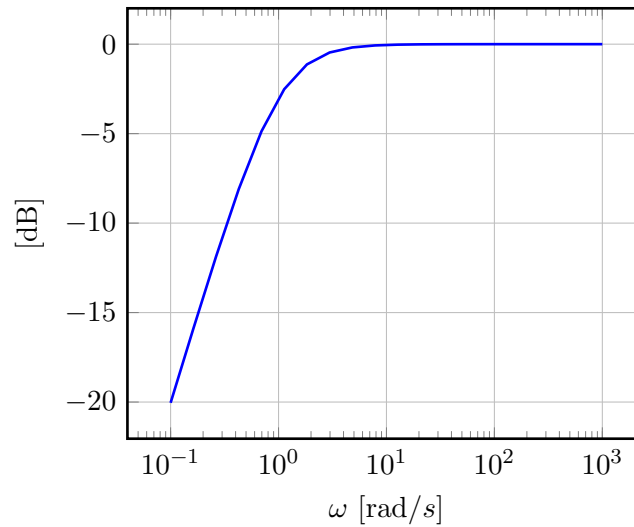
$$|H(j\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow |H(j\omega_c)| \approx -3 \text{ dB}$$

Nuevamente, se define  $\omega_c = 1/(RC)$  como la frecuencia de corte del filtro pasa-altos. Al igual que en el filtro  $RC$  pasa-bajos, a esta frecuencia la potencia de salida equivale a la mitad de la potencia de entrada. Finalmente, a altas frecuencias:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(j\omega)| = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \approx 1 \Leftrightarrow \lim_{\omega \rightarrow \infty} 20 \log_{10} |H(j\omega)| \approx 0 \text{ dB}$$

con lo que a frecuencias mucho más altas que la frecuencia de corte  $\omega_c$ , el filtro pasa-altos no atenúa las frecuencias.

Dado todo lo anterior, estamos en condiciones de graficar el diagrama de magnitud del filtro pasa-altos. Para  $RC = 1$ , el gráfico de magnitud es:



Del gráfico anterior podemos observar 3 regiones. La primera más a la izquierda, es una respuesta que atenúa todas las frecuencias bajas. Luego en la frecuencia de corte  $\omega_c$ , la respuesta es de -3 dB. Finalmente, a frecuencias mucho mayores que la frecuencia de corte  $\omega_c$ , el filtro deja pasar todas las frecuencias.

Dado lo anterior, el circuito de la figura 3 corresponde a un filtro pasa-altos, ya que deja pasar las frecuencias altas y atenúa las frecuencias bajas. El diseñador del filtro puede elegir donde ubicar la frecuencia de corte  $\omega_c = 1/(RC)$  seleccionando el valor del resistor y el capacitor.

## 5. Consideraciones Prácticas

### 5.1. Protoboard

El protoboard es un tablero con orificios que se utiliza para probar circuitos sin la necesidad de soldar sus componentes. Su ventaja consiste en que permite agregar, modificar y quitar componentes o conexiones sin mayor dificultad. Se utiliza principalmente en la creación de prototipos y en docencia. En la siguiente figura podemos apreciar un protoboard típico:

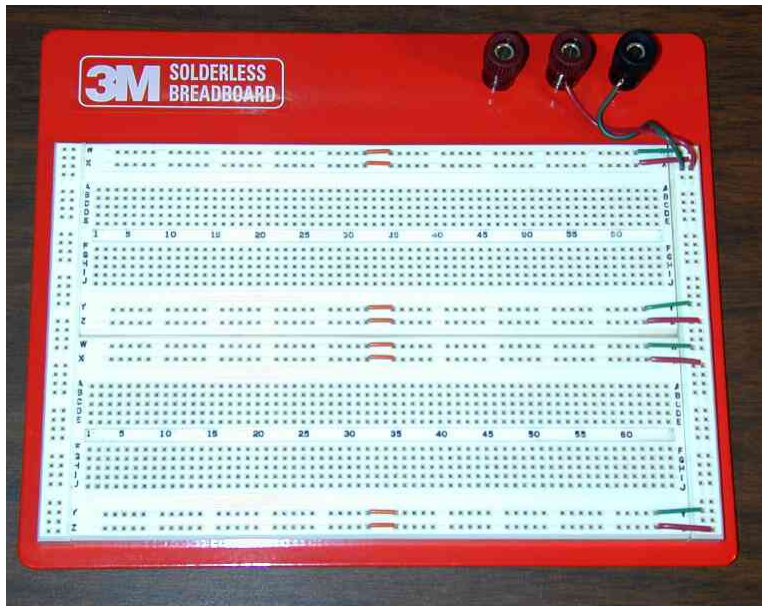


Figura 4: Protoboard genérico.

El principio de funcionamiento de un protoboard es bastante simple. Este tablero posee múltiples orificios, los cuales se dividen en grupos que se encuentran conectados al mismo nodo, es decir, que se encuentran conectados internamente y corresponden a un mismo punto en un circuito eléctrico. El diagrama de nodos de un protoboard genérico se muestra en la siguiente figura:

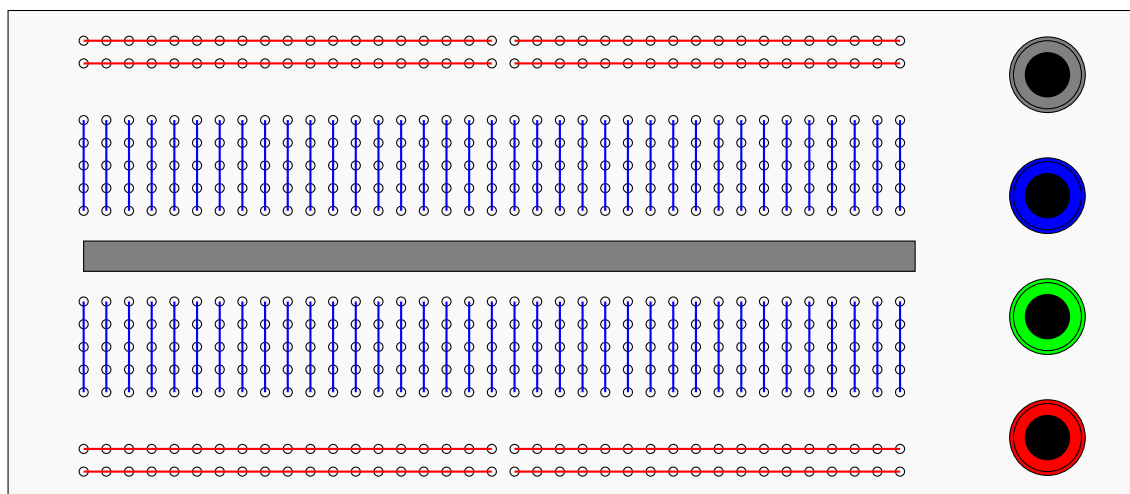


Figura 5: Diagrama de conexiones internas de un protoboard. Los nodos se representan con líneas azules y rojas.

Podemos ver que un protoboard posee dos tipos de nodos. Por lo general, los nodos rojos se utilizan para conectar la alimentación y tierra, mientras que los nodos azules se utilizan para ubicar los componentes y armar nuestro circuito.

## 5.2. Código de Resistores

Los resistores que utilizaremos en el laboratorio poseen un código de colores que representa el valor de su resistencia medida en ohms. El diagrama de códigos se muestra en la siguiente tabla:

Como se puede ver en la figura anterior, existen cuatro bandas coloreadas en un resistor. Las dos primeras corresponden a las dos primeras cifras del valor de la resistencia, mientras que la tercera nos indica la potencia de 10 por la cual se multiplica la cifra dada por las dos primeras bandas. La cuarta banda representa la tolerancia o error porcentual que posee la resistencia.

Color		Número	Multiplicador	Tolerancia
Negro	■	0	1	-
Café	■	1	10	-
Rojo	■	2	$10^2$	2 %
Naranja	■	3	$10^3$	-
Amarillo	■	4	$10^4$	-
Verde	■	5	$10^5$	-
Azul	■	6	$10^6$	-
Violeta	■	7	-	-
Plomo	■	8	-	-
Blanco		9	-	-
Dorado	-	-	-	5 %
Plateado	-	-	-	10 %

Cuadro 1: Códigos Resistores

Para comprender mejor este sistema, calculemos el valor de la resistencia del siguiente resistor:

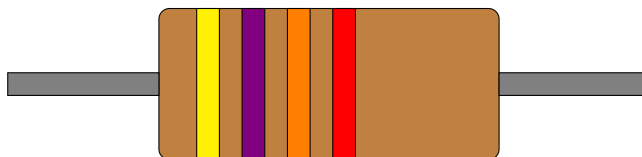


Figura 6: Resistor de Ejemplo.

La primera banda amarilla nos indica un 4, la segunda banda violeta nos indica un 7, la tercera banda naranja nos indica un multiplicador de  $10^3$ , mientras que la cuarta banda nos indica una tolerancia de un 2%. Finalmente, la resistencia es de  $47\text{ k}\Omega$  con una tolerancia del 2%.

### 5.3. Código de Capacitores

Los capacitores que utilizaremos en el laboratorio serán cerámicos. El valor de la capacitancia se rige por el código 101. Este código corresponde a 3 dígitos escritos en la cubierta del capacitor. Los dos primeros dígitos corresponden al valor de la capacitancia, mientras que el tercero corresponde al multiplicador en potencias de a 10. El valor final corresponderá a la capacitancia medida en pico-faradios ( $10^{-12}$  farad). Siempre recuerden convertir el valor del capacitor al sistema internacional (a faradios) antes de cualquier cálculo.

Calculemos el valor del siguiente capacitor:

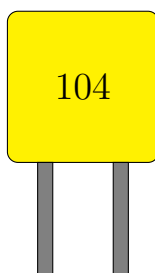


Figura 7: Capacitor de ejemplo.

El capacitor tiene rotulado el número 104, lo que implica que corresponde a  $10 \cdot 10^4$  pF o equivalentemente a  $0.1\text{ }\mu\text{F}$ .

### 5.4. Multitester

Un multitester, multímetro o simplemente tester, es un instrumento que sirve para medir distintas magnitudes asociadas a los sistemas eléctricos. Normalmente con el tester medimos voltajes o corrientes AC y continuos, y valores de elementos circuitales pasivos, tales como resistores, capacitores y en algunos casos inductores. La siguiente figura nos muestra un tester convencional:





Figura 8: Tester genérico.

Para medir voltajes y resistencias con el tester se deben seguir los siguientes pasos:

1. Conectar el cable negro en el orificio COM.
2. Conectar el cable rojo al orificio correspondiente a la medición de voltajes y resistencias. Este orificio se reconoce porque tiene un símbolo V y/o  $\Omega$ .
3. Para realizar las mediciones se debe ajustar la perilla. Para mediciones de voltaje continuo, colocamos la perilla en la posición  $\bar{V}$ , para voltajes alternos o AC lo hacemos en  $\tilde{V}$ , mientras que para medir resistencias, lo ubicamos en la posición  $[\Omega]$ .

Una vez conectados los cables, se procede de la siguiente forma:

- Si se mide voltaje, se debe conectar los terminales del tester entre los dos puntos que se desea medir. El sentido de los cables sólo importa en las mediciones continuas.
- Si medimos una resistencia, debemos aislar el componente del resto del circuito antes de medir su valor. Luego, conectamos ambos extremos del tester a los extremos de la resistencia.

A diferencia de cuando medimos voltajes continuos o resistencias, los voltajes alternos son señales que varían en el tiempo de manera sinusoidal. Por ende, la magnitud instantánea del voltaje cambia en todo momento. Dado lo anterior, la medida que entrega el tester de un voltaje alterno es el valor RMS (Root Mean Squared) o efectivo de la señal sinusoidal. Por ejemplo, sea  $v(t) = A \cos(\omega t)$ . Entonces su valor RMS  $V_{RMS}$  está dado por:

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

donde  $T = 2\pi/\omega$  es el periodo de la señal sinusoidal. Por lo tanto, si la señal sinusoidal que medimos con el tester en modo AC posee una amplitud de  $A$ , el valor que entrega el tester será  $A/\sqrt{2}$ .

## 6. Cuestionario

Respondan las siguientes preguntas en forma precisa y concisa, citando las fuentes bibliográficas. Se descontará puntaje por copiar directamente desde internet, o no demostrar entendimiento del tema.

1. Investigue acerca de los filtros de frecuencia activos. ¿Cuál es su diferencia con los filtros de frecuencia pasivos?.
2. Investigue acerca de los filtros pasa-banda y rechaza-banda.
3. Calcule la respuesta en frecuencia  $\tilde{V}_o/\tilde{V}_i$  del siguiente circuito:

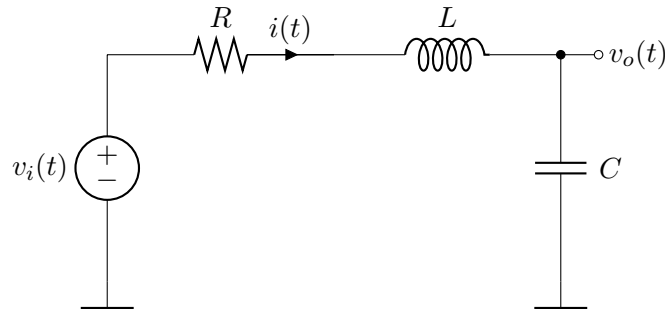


Figura 9: Circuito del Cuestionario.

Luego dibuje el diagrama de bode de magnitud si  $R = L = C = 1$ .

4. ¿Cómo se conectan los voltímetros en un circuito eléctrico?. ¿Cuál debe ser la resistencia interna ideal de un voltímetro?.
5. ¿Cómo se conectan los amperímetros en un circuito eléctrico?. ¿Cuál debe ser la resistencia interna ideal de un amperímetro?.
6. Investigue acerca de un circuito divisor de voltaje.
7. Investigue acerca de los potenciómetros. ¿Cómo podemos hacer un divisor de voltaje variable utilizando un potenciómetro?.
8. ¿Qué es una fuente de voltaje DC?. ¿Cuáles son sus características?.
9. ¿Qué es un generador de funciones?. ¿Cuáles son las señales más comunes que este entrega?.
10. Investigue como realizar simulaciones AC en LTSpice.

## 7. Experiencia Práctica

### 7.1. Filtro RC pasa-bajos

Para la sección práctica el trabajo consistirá diseñar e implementar un Filtro RC pasa-bajos con las resistencias y capacitores entregados por los ayudantes, observando el diagrama esquemático de la figura y siguiendo los pasos descritos a continuación. El voltaje de entrada  $v_i(t)$  será sinusoidal de 2 V peak-to-peak (vale decir, entre el valor máximo y el mínimo de la onda hay 2 V, por ende la amplitud de la onda será de 1 V), y estará dado por un generador de señales. El voltaje de salida  $v_o(t)$  será medido con un Tester en el capacitor como se muestra en la figura.

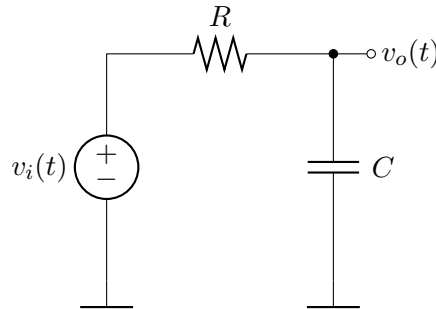


Figura 10: Filtro  $RC$  pasa-bajos.

#### 7.1.1. Materiales necesarios

Para la realización de esta experiencia necesitará de los siguientes materiales:

- Resistencia entregada por el ayudante
- Condensador entregado por el ayudante
- Protoboard
- Cable de timbre
- Generador de Señales
- Tester

#### 7.1.2. Procedimiento

1. Anote los valores nominales del capacitor y del resistor mirando los códigos correspondientes impresos en ellos.
2. Anote los valores reales del capacitor y del resistor midiéndolos con el tester. ¿Qué diferencias observa entre los valores nominales y reales? ¿Qué diferencia **porcentual** se observa?
3. Usando los valores nominales del capacitor y del calcule el valor de la frecuencia de corte **teórica** del circuito que armará. Esta puede ser calculada en Hertz o en radianes por segundo.
4. Construya el circuito en Protoboard. El generador de señales debe entregar una señal sinusoidal cercana a 2V.

5. Pruebe la respuesta del circuito frente a distintas ondas. Para esto, fije la frecuencia de la onda de entrada en cada uno de los valores especificados en la tabla a continuación, midiendo para cada valor la amplitud de la onda de salida.

Frecuencia (Hz)	Amplitud de entrada (V)	Amplitud de salida (V)
100		
500		
1000		
5000		
10000		
50000		
100000		

6. ¿Cuál es aproximadamente la frecuencia de corte? Describa su procedimiento para determinarla en el informe.
7. Convierta los valores anteriores a decibeles, usando la fórmula descrita en la sección Marco Teórico. Con estos valores construya manualmente el diagrama de Bode de magnitud del filtro como se muestra en la misma sección.
8. Usando los mismos valores de la resistencia y el capacitor empleados en el circuito, simule el filtro en LTSpice obteniendo el diagrama de Bode para el voltaje de salida  $v_o(t)$ . Exponga y discuta sus resultados en lo que se refiere al comportamiento del circuito y la frecuencia de corte, comparándolos con lo obtenido de forma experimental.