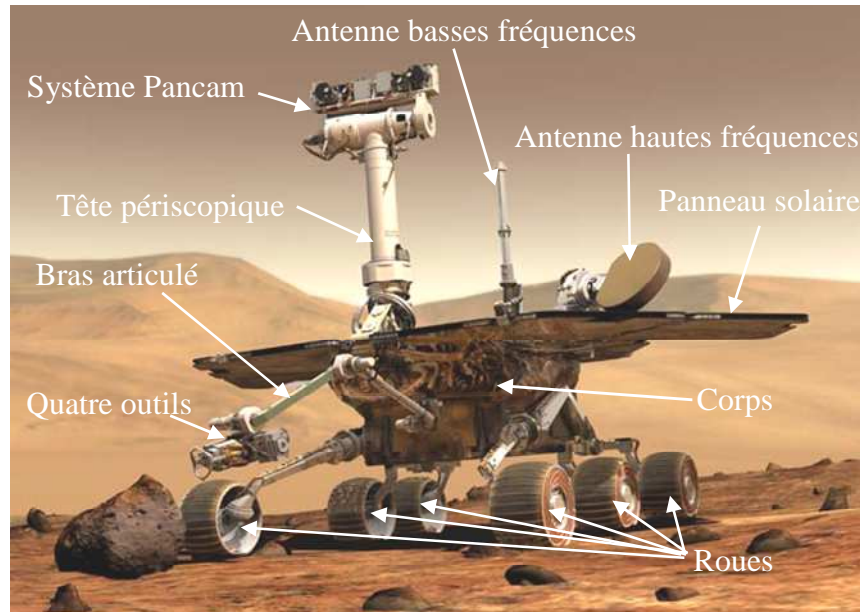


## Schématisation du bras articulé du robot Spirit

(Inspiré de X-ENS PSI 2005)

La mission Mars Exploration Rover (MER) est une mission spatiale confiée à la NASA. Elle a pour but d'explorer les sols de la planète Mars pour y rechercher la présence ancienne et prolongée d'eau. Cette exploration a été possible notamment grâce à deux rovers automatiques lancées depuis Cap Canaveral. Le premier rover se nomme robot Spirit. Il a été lancé le 10 juin 2003 et s'est posé le 3 janvier 2004 dans le cratère Gusev, une dépression de 170 km de diamètre qui a peut-être accueilli un lac. Le second rover se nomme robot Opportunity, il a été lancé le 8 juillet 2003 et s'est posé le 24 janvier 2004 sur Meridiani Planum.

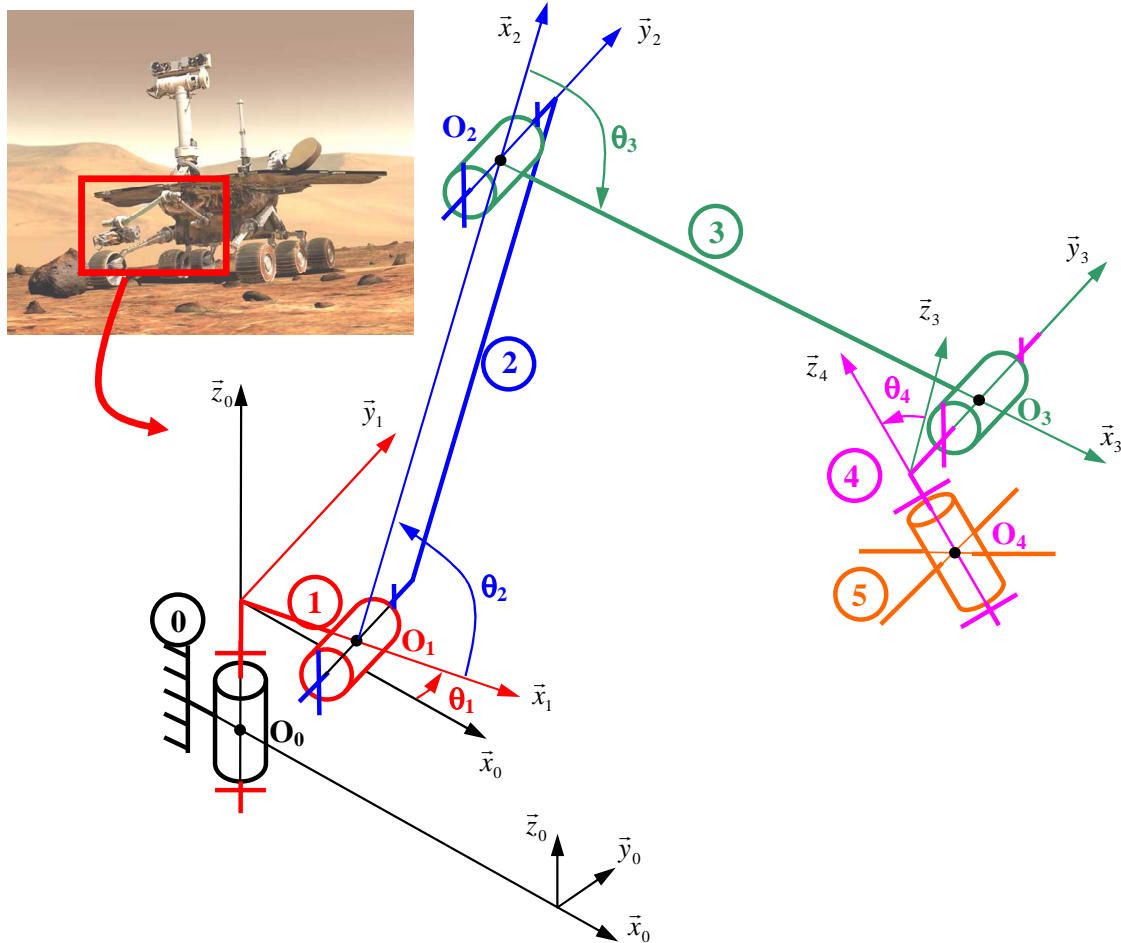


### Présentation générale du robot :

Les principaux composants du robot Spirit sont :

- Un corps dont la fonction est d'assurer la liaison entre les divers composants. Il supporte des batteries qui sont chargées par des capteurs solaires et protège également l'électronique embarquée des agressions extérieures.
- Une tête périscopique orientable dont la fonction est d'orienter le système de vision appelé «Pancam » qui se trouve à 1,4m de hauteur. Ce dernier fournit une vue 3D de l'environnement. Le traitement des images acquises par les caméras du système Pancam permet à Spirit de réaliser une cartographie des terrains et donc de trouver de manière autonome son chemin en évitant les obstacles. Cette autonomie est renforcée par l'utilisation de 4 caméras de direction supplémentaires situées sur le corps.
- Six roues, animées chacune par un motoréducteur, dont la fonction est d'assurer le déplacement de Spirit sur un sol caillouteux. Les deux roues avant et arrière possèdent en supplément un moteur de direction permettant au robot d'effectuer des changements de direction jusqu'à un demi tour sur place.
- Un bras articulé, dont la fonction est d'amener quatre outils (une foreuse, un microscope et deux spectromètres) à proximité d'une roche à étudier. L'étude de la roche par ces quatre outils se fait par des carottages horizontaux.
- Un système de communication et des antennes hautes et basses fréquences, dont la fonction est de permettre à Spirit de communiquer avec la terre.

## Modélisation cinématique et paramétrage du bras articulé



- Le corps du robot est repéré 0. On lui attache un repère  $\mathcal{R}_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  et le point  $O_0$  est à la hauteur  $h_0$  du sol, supposé constante.
- La liaison entre le solide 1 et le corps du robot est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe  $(O_0, \vec{z}_0)$ . On attache au solide 1 le repère  $\mathcal{R}_1 = (O_0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , on pose  $\overrightarrow{O_0 O_1} = a_1 \cdot \vec{x}_1 + c_1 \cdot \vec{z}_1$  et  $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$  avec  $-\pi/2 \leq \theta_1 \leq \pi/2$ .
- La liaison entre le bras 2 et le solide 1 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe  $(O_1, \vec{y}_1)$ . On attache au solide 2 le repère  $\mathcal{R}_2 = (O_1, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ , on pose  $\overrightarrow{O_1 O_2} = a_2 \cdot \vec{x}_2$  et  $\theta_2 = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$  avec  $-\pi/4 \leq \theta_2 \leq \pi/4$ .
- La liaison entre l'avant bras 3 et le bras 2 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe  $(O_2, \vec{y}_2)$ . On attache au solide 3 le repère  $\mathcal{R}_3 = (O_2, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ , on pose  $\overrightarrow{O_2 O_3} = a_3 \cdot \vec{x}_3$  et  $\theta_3 = (\vec{x}_2, \vec{x}_3)$  avec  $0 \leq \theta_3 \leq \pi$ .
- La liaison entre le solide 4 et l'avant bras 3 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe  $(O_3, \vec{y}_3)$ . On attache au solide 4 le repère  $\mathcal{R}_4 = (O_3, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ , on pose  $\overrightarrow{O_3 O_4} = -b_4 \cdot \vec{y}_4 - c_4 \cdot \vec{z}_4$  et  $\theta_4 = (\vec{x}_3, \vec{x}_4)$  avec  $-\pi \leq \theta_4 \leq \pi$ .
- La liaison entre le solide 5 (sur lequel se trouvent les quatre outils d'étude de la roche) et le solide 4 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe  $(O_4, \vec{z}_4)$ .
- Les positions relatives  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  de chaque solide sont pilotées par 4 actionneurs indépendants notés  $M_1, M_2, M_3, M_4$  constitués d'un moteur, d'un réducteur irréversible et d'un codeur.

**Données:**

$h_0 = 0,5\text{m}$        $a_1 = 0,1\text{m}$        $c_1 = 0,1\text{m}$        $a_2 = 0,5\text{m}$        $a_3 = 0,8\text{m}$        $b_4 = 0,1\text{m}$        $c_4 = 0,15\text{m}$

On définit les positions particulières du bras articulé suivantes :

- ✓ La position de repos, notée  $P_r$  ( $\theta_1 = -\pi/2$ ,  $\theta_2 = 0$ ,  $\theta_3 = \pi$ ), est la position du bras articulé lorsqu'il n'est pas en fonctionnement.
- ✓ La position initiale de déploiement, notée  $P_i$  ( $\theta_1 = 0$ ,  $\theta_2 = -\pi/4$ ,  $\theta_3 = \pi/2$ ), est la position adoptée par le bras avant de se déployer complètement vers la roche.
- ✓ La position horizontale, notée  $P_h$  ( $\theta_1 = 0$ ,  $\theta_2 = 0$ ,  $\theta_3 = 0$ ).
- ✓ La position verticale, notée  $P_v$  ( $\theta_1 = 0$ ,  $\theta_2 = -\pi/4$ ,  $\theta_3 = 0$ ).

**On considère par la suite que l'ensemble 4+5 reste toujours immobile l'un par rapport à l'autre et que l'ensemble 4+5 reste toujours horizontal par rapport au sol (i.e. :  $\vec{z}_0 = \vec{z}_4$ ),**

**Q.1.** Effectuer le graphe des liaisons du bras articulé du robot Spirit.

**Q.2.** Compléter sur le document réponse les deux schémas cinématiques en couleur permettant de visualiser dans le plan  $(O_0, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$  les solides 2, 3 et 45 dans les positions particulières  $P_h$  et  $P_v$ .

**Remarque :** On fera attention au sens positif des angles dans le plan proposé, par exemple,  $\theta_2 = -\pi/4$  correspond à une orientation du bras vers le haut.

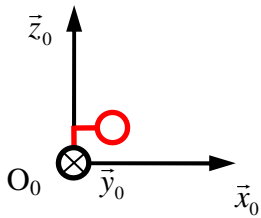
**Q.3.** Construire un schéma cinématique en couleurs dans le plan  $(O_0, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$  pour la position remarquable  $P_i$ . Déterminer l'expression littérale et analytique du vecteur position  $\overrightarrow{O_0 O_3}$  dans le repère  $\mathcal{R}_0$ .

**Q.4.** Calculer la hauteur maximale d'étude de la roche par rapport au sol. Construire un schéma cinématique en couleurs dans le plan  $(O_0, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$  pour cette position particulière.

**Q.5.** Le cahier des charges demande une hauteur maximale d'étude de la roche par rapport au sol de  $1,35 \pm 0,05\text{m}$ , conclure quand aux performances obtenues.

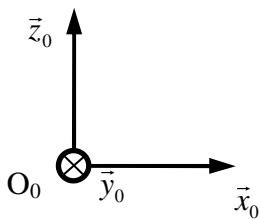
**Document réponse**

Position  $P_h$  :  $\theta_1 = 0$ ,  $\theta_2 = 0$  et  $\theta_3 = 0$



 Sol

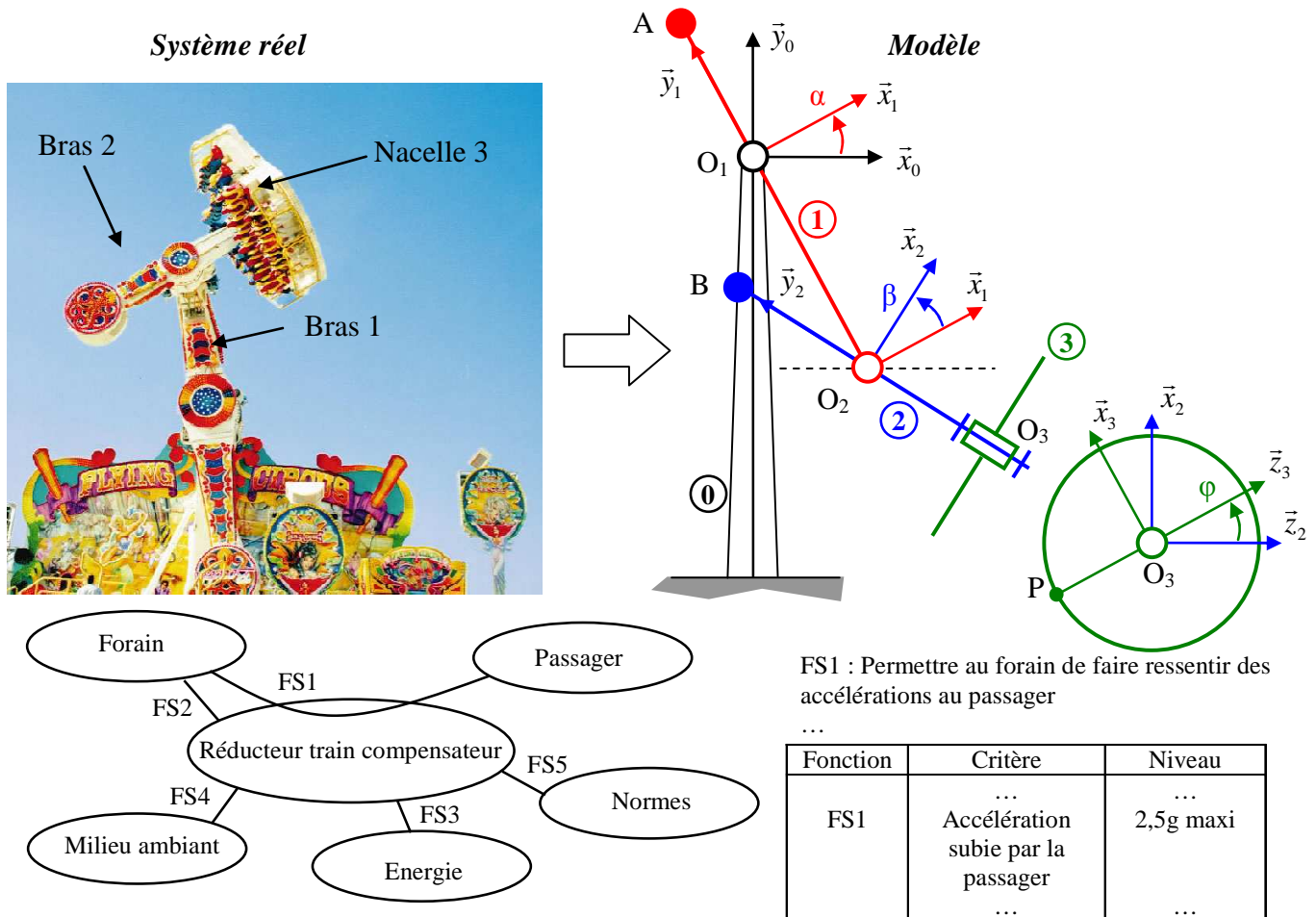
Position  $P_v$  :  $\theta_1 = 0$ ,  $\theta_2 = -\pi/4$  et  $\theta_3 = 0$



 Sol

## Manège Magic Arms

Le manège Magic-Arms dont on la modélisation ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel, est composé d'une structure métallique d'environ 12 m de haut avec deux bras mobiles. Les passagers s'assoient sur 39 sièges disposés sur une plate-forme tournante. Dès que tous les passagers sont assis et attachés, la nacelle tourne autour de son axe, le bras principal (bras 1) et le bras secondaire (bras 2), liés l'un à l'autre au début du cycle, commencent à tourner. Après 9 secondes, le maximum de hauteur est atteint et les deux bras se désindexent et se mettent à tourner indépendamment l'un de l'autre. Tous les mouvements sont pilotés par un ordinateur.



Le manège, schématisé ci-dessus, comporte :

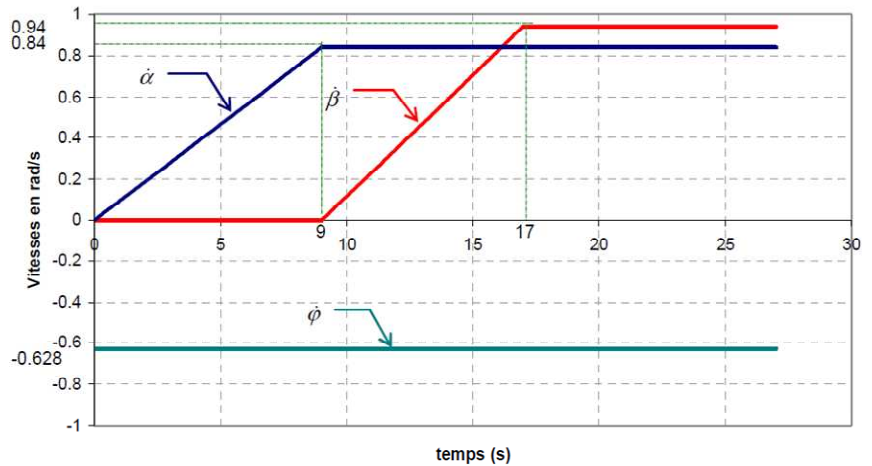
- un bras principal 1 assimilé à une barre  $AO_1O_2$ . Il est en liaison pivot parfaite d'axe  $(O_1, \vec{z}_1)$  caractérisé par le paramètre  $\alpha$  avec le bâti 0. On pose  $\vec{O_1O_2} = -l_1 \cdot \vec{y}_1$ .
- un bras secondaire 2 assimilé à une barre  $BO_2O_3$ . Il est en liaison pivot parfaite d'axe  $(O_2, \vec{z}_2)$  caractérisé par le paramètre  $\beta$  avec le bras principal 1. On pose  $\vec{O_2O_3} = -l_2 \cdot \vec{y}_2$ .
- une nacelle 3 assimilée à un disque de centre  $O_3$  et de rayon  $R$ . Elle est en liaison pivot parfaite d'axe  $(O_3, \vec{y}_2)$  caractérisé par le paramètre  $\phi$  avec le bras 2. On s'intéresse plus particulièrement à un passager considéré comme un point matériel  $P$  tel que  $\vec{O_3P} = -R \cdot \vec{z}_3$ .

**Q.1.** Construire les figures planes de repérage/paramétrage puis Exprimer les vecteurs vitesses instantanés de rotation  $\vec{\Omega}_{10}$ ,  $\vec{\Omega}_{20}$  et  $\vec{\Omega}_{30}$  de chacun des solides 1,2 et 3 dans leur mouvement respectif par rapport au bâti 0.

**Q.2.** Déterminer l'expression générale de la vitesse du point P associé au passager par rapport au bâti 0, notée  $\vec{V}_{P,3/0}$ .

On donne ci-contre l'évolution des vitesses angulaires des moteurs du manège en fonction du temps.

**Q.3.** Déterminer les valeurs des paramètres  $\dot{\alpha}$ ,  $\dot{\beta}$  et  $\dot{\phi}$  puis l'expression analytique des positions angulaires  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$  et  $\phi(t)$  dans l'intervalle de temps [17-27] secondes en sachant qu'à l'instant  $t=17s$ , on a  $\alpha=10,5$  rad,  $\beta=3,76$  rad et  $\gamma=-10,676$  rad.

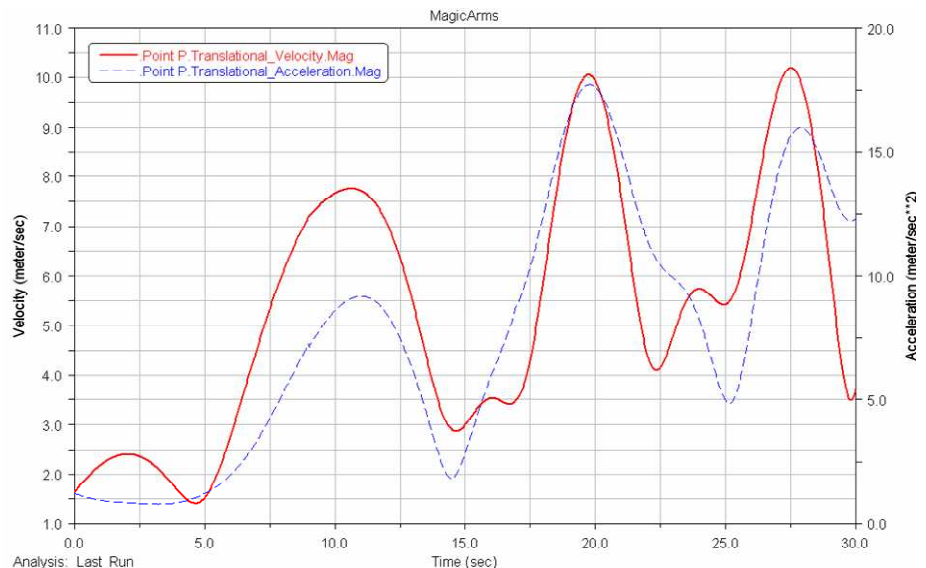


**Q.4.** Déterminer à partir des équations obtenues Q.3. les valeurs numériques à l'instant  $t_1=19,8$  s de  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\phi$ .

**Q.5.** On pose  $\vec{V}_{P,3/0} = V_{x2} \cdot \vec{x}_2 + V_{y2} \cdot \vec{y}_2 + V_{z2} \cdot \vec{z}_2$ . Déterminer les expressions littérales de  $V_{x2}$ ,  $V_{y2}$  et  $V_{z2}$  puis les valeurs numériques de  $V_{x2}$ ,  $V_{y2}$  et  $V_{z2}$  à l'instant  $t_1=19,8s$ . (Données :  $l_1 = 3,9m$ ,  $l_2 = 2,87m$ ,  $R = 2,61m$ ).

**Q.6.** Déterminer l'expression générale de l'accélération du point P associé au passager par rapport au bâti 0, notée  $\vec{\Gamma}_{P,3/0}$  dans l'intervalle de temps [17-27] secondes pour lequel les vitesses angulaires sont constantes.

Le graphe ci-contre, obtenu par simulation numérique, présente le module de la vitesse du passager P par rapport au bâti 0 ainsi que le module de l'accélération du passager P par rapport au bâti 0 en fonction du temps.



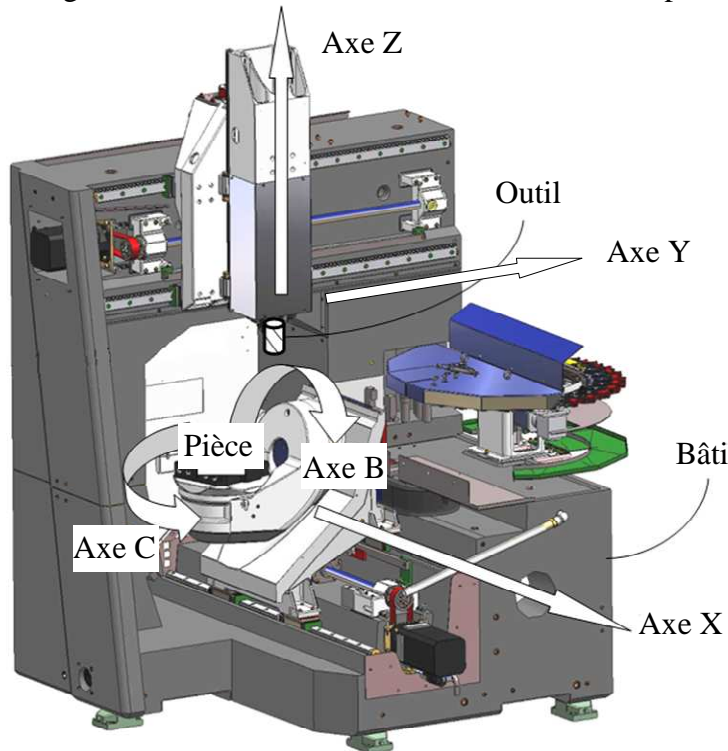
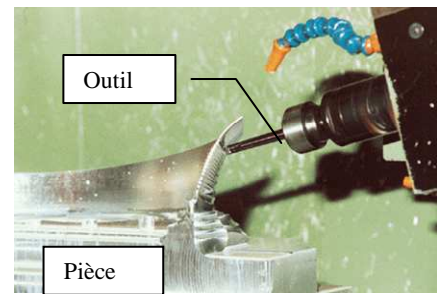
**Q.7.** Comparer les résultats obtenus Q.4. à ceux du graphe pour temps  $t_1=19,8$  s.

**Q.8.** Relever l'accélération maximale subie par le passager et conclure vis-à-vis du C.d.C.F..



## Etude d'un centre d'usinage grande vitesse 5 axes

L'usinage est une opération de transformation d'un produit par enlèvement de matière. Cette opération est à la base de la fabrication de produits dans les industries mécaniques. On appelle le moyen de production associé à une opération d'usinage une machine outil ou un centre d'usinage. La génération d'une surface par enlèvement de matière est obtenue grâce à un outil muni d'au moins une arête coupante.



Les différentes formes de pièces sont obtenues par des translations et des rotations de l'outil par rapport à la pièce.

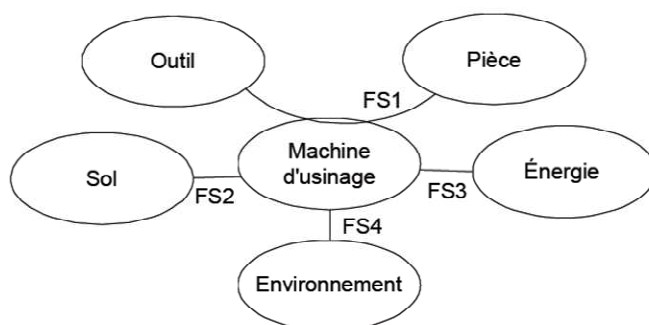


Exemple de pièce complexe obtenue par usinage

La figure ci-contre est un exemple de machine possédant 3 translations (X, Y et Z) et deux rotations (B et C). Une telle machine est appelée machine 5 axes (un axe est un ensemble qui gère un des mouvements élémentaire, translation ou rotation).

|       | Variable      | Course                 | Vitesse maximale |
|-------|---------------|------------------------|------------------|
| Axe X | $x(t)$        | 800mm                  | 40m/min          |
| Axe Y | $y(t)$        | 600mm                  | 40m/min          |
| Axe Z | $z(t)$        | 500mm                  | 40m/min          |
| Axe B | $\theta_1(t)$ | $+30^\circ/-110^\circ$ | 150tr/min        |
| Axe C | $\theta_0(t)$ | $360^\circ$            | 250tr/min        |

Sur cette machine, 2 axes sont utilisés pour mettre en mouvement l'outil par rapport au bâti (ce sont les translations Y et Z) et 3 axes sont utilisés pour mettre en mouvement la pièce par rapport au bâti (ce sont la translation X et les deux rotations B et C).

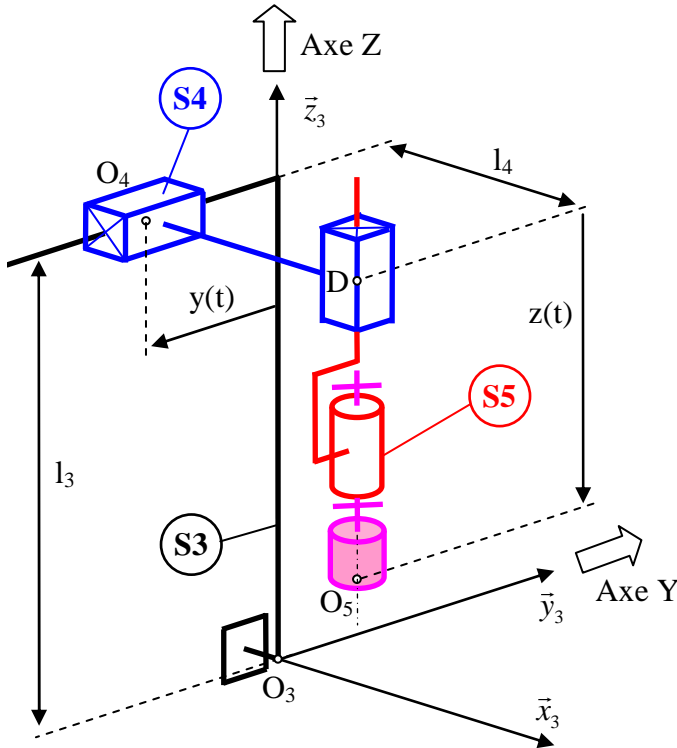


FS1 : positionner l'outil par rapport à la pièce  
 FS2 : se fixer sur le sol  
 FS3 : s'adapter à l'énergie disponible  
 FS4 : résister à l'environnement

| Fonction | Critère           | Niveau                      |
|----------|-------------------|-----------------------------|
| FS1      | ...               | ...                         |
|          | Qualité d'usinage | vitesse d'usinage constante |
|          | ...               | ...                         |

L'objectif de cette étude est de déterminer les conditions cinématiques à imposer pour respecter le critère de qualité d'usinage du cahier des charges.

La chaîne cinématique pour déplacer l'outil par rapport au bâti est fournie sur la figure suivante.



Les solides S3, S4 et S5 sont associés aux repères suivants :  $R_3(O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$

$$R_4(O_4, \vec{x}_4 = \vec{x}_3, \vec{y}_4 = \vec{y}_3, \vec{z}_4 = \vec{z}_3)$$

$$R_5(O_5, \vec{x}_5 = \vec{x}_3, \vec{y}_5 = \vec{y}_3, \vec{z}_5 = \vec{z}_3)$$

$$\text{On pose : } \vec{O_3O_4} = y \cdot \vec{y}_3 + l_3 \cdot \vec{z}_3$$

$$\vec{O_4D} = l_4 \cdot \vec{x}_4$$

$$\vec{DO_5} = z \cdot \vec{z}_5$$

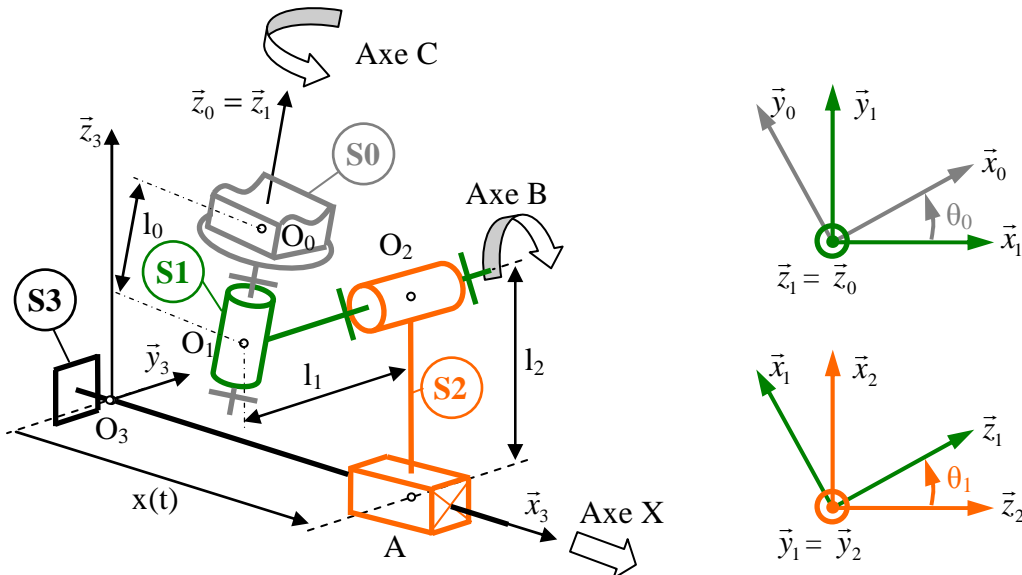
**Q.1.** Exprimer  $\vec{O_3O_5}$  dans la base du référentiel  $R_3$ .

**Q.2.** Définir et caractériser le lieu géométrique du point  $O_5$  (extrémité de l'outil) dans son mouvement par rapport au repère  $R_3$ , lorsque l'on commande les axes Y et Z.

**Q.3.** Donner l'expression de  $\vec{V}_{O_5 \in 5/3}$ .

**Q.4.** Calculer la valeur maximale de la norme du vecteur vitesse  $\|\vec{V}_{O_5 \in 5/3}\|$ .

La chaîne cinématique pour déplacer la pièce par rapport au bâti est fournie sur la figure suivante.



Les solides S3, S2, S1 et S0 sont associés aux repères suivants :

$$R_3(O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3) ; R_2(O_2, \vec{x}_2 = \vec{x}_3, \vec{y}_2 = \vec{y}_3, \vec{z}_2 = \vec{z}_3) ; R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1 = \vec{y}_2, \vec{z}_1) \text{ et } R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0 = \vec{z}_1)$$

$$\text{On pose : } \vec{O_3A} = x \cdot \vec{x}_3 ; \vec{AO_2} = l_2 \cdot \vec{z}_3 ; \vec{O_2O_1} = -l_1 \cdot \vec{y}_3 ; \vec{O_1O_0} = l_0 \cdot \vec{z}_1$$

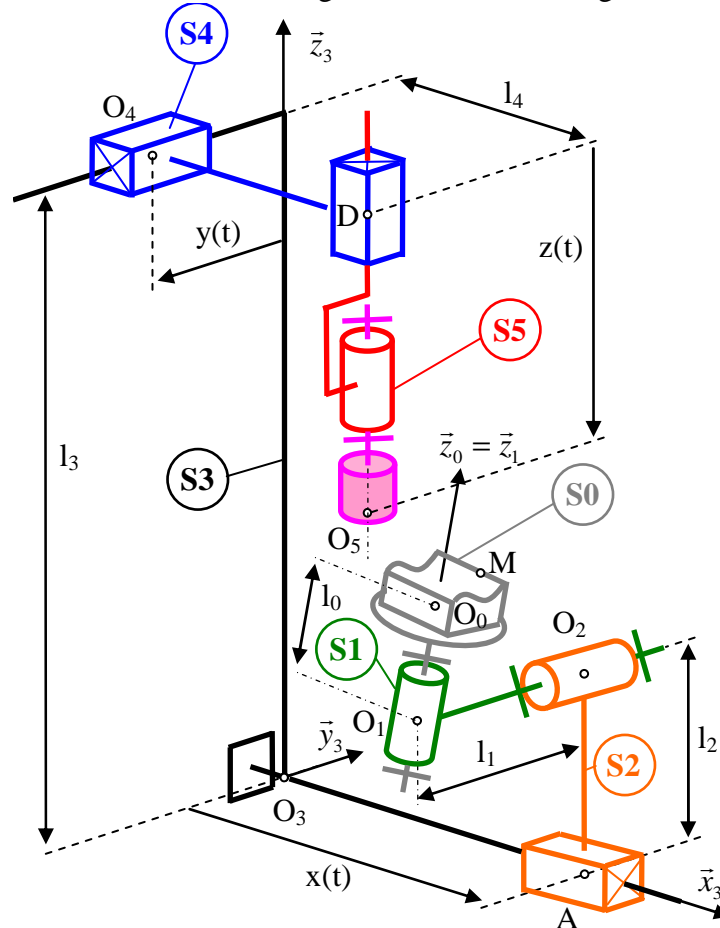
**Q.5.** Caractériser le lieu géométrique du point  $O_0$  dans son mouvement par rapport au repère  $R_3$  lorsque l'on commande les axes X, B et C.



**Q.6.** Déterminer l'expression de  $\overrightarrow{V_{O_0 \in 0/3}}$ .

**Q.7.** Déterminer la valeur maximale de la norme de cette vitesse si  $l_0 = 0,1\text{m}$  et  $\dot{x} = 0$ .

La cinématique complète de la machine d'usinage est donnée sur la figure suivante.



La surface usinée est définie comme un ensemble de points M de coordonnées  $(x_M, y_M, z_M)$  dans le repère  $R_0$ .

**Q.8.** Réaliser le graphe des liaisons du système complet.

**Q.9.** Déterminer  $\overrightarrow{\Omega_{S0/R3}}$  dans la base du référentiel  $R_1$ .

On note  $\overrightarrow{V_{M \in 0/3}} = v_{x_M} \cdot \vec{x}_3 + v_{y_M} \cdot \vec{y}_3 + v_{z_M} \cdot \vec{z}_3$

**Q.10.** Déterminer  $v_{y_M}$ , c'est à dire la projection de  $\overrightarrow{V_{M \in 0/3}}$  sur l'axe  $\vec{y}_3$ .

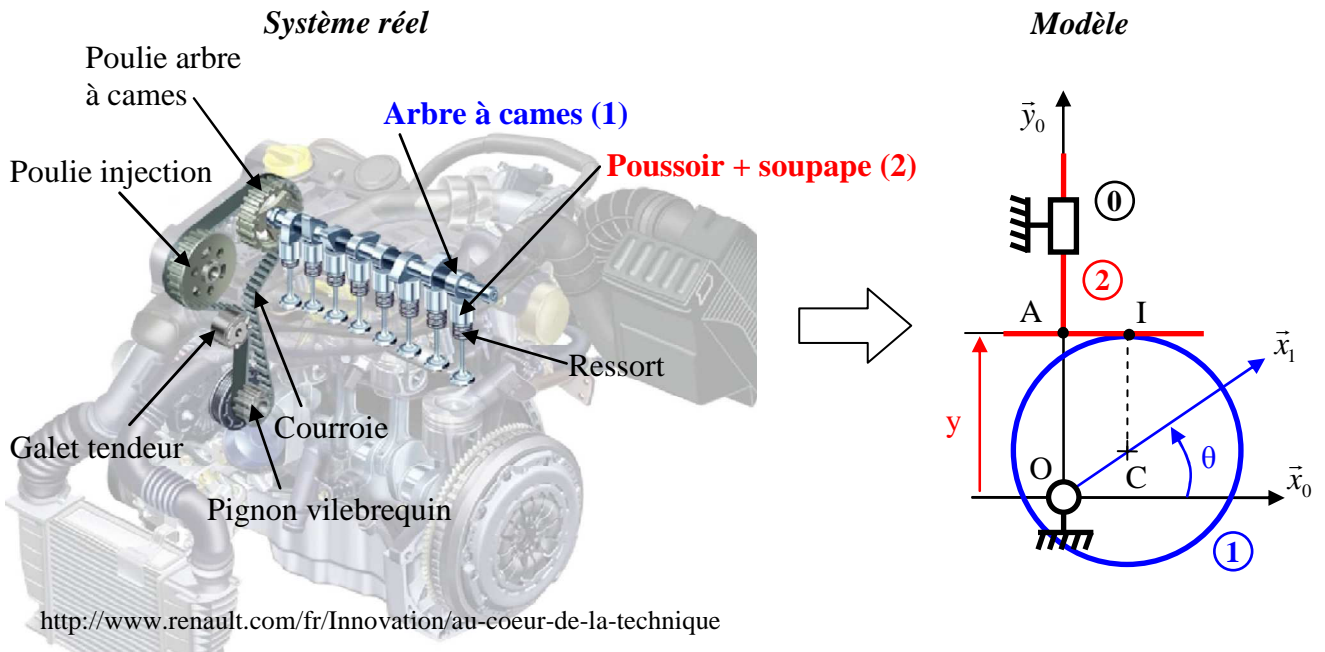
**Q.11.** Déterminer une relation entre  $\overrightarrow{V_{O_5 \in 5/0}}$ ,  $\overrightarrow{V_{O_5 \in 5/3}}$ ,  $\overrightarrow{V_{M \in 0/3}}$  et  $\overrightarrow{\Omega_{S0/R3}}$ .

**Q.12.** Le point  $O_5$  doit se déplacer sur la surface usinée des points M. En déduire une simplification de l'équation de la question précédente.

**Q.13.** Déterminer la contrainte cinématique à appliquer sur  $v_{x_M}$ ,  $v_{y_M}$ ,  $v_{z_M}$ ,  $\dot{y}$  et  $\dot{z}$  pour assurer le critère de qualité d'usinage du cahier des charges.

## Système de distribution automobile

On s'intéresse à un système de distribution automobile dont on donne la modélisation ci-dessous.



Ce système permet l'admission du carburant et le refoulement des gaz d'échappement lors du cycle moteur. Le mouvement d'entrée vient du pignon du vilebrequin, la rotation de ce dernier entraîne en rotation l'arbre à cames par l'intermédiaire de la courroie de distribution. La rotation continue de l'arbre à cames est ensuite transformée en un mouvement de translation alternée de l'ensemble poussoir + soupape. On donne une modélisation plane d'une came (1) et d'un ensemble poussoir + soupape (2). La came, modélisée par un disque de rayon  $R$  et de centre  $C$  en liaison pivot avec le bâti (0) autour de l'axe  $(O, \vec{z}_0)$  tel que  $\overrightarrow{OC} = e \cdot \vec{x}_1$ , est en contact ponctuel en  $I$  de normale  $(I, \vec{y}_0)$  avec l'ensemble poussoir + soupape (2) en liaison glissière d'axe  $(A, \vec{y}_0)$  avec le bâti (0).

**Q.1.** Déterminer la vitesse de glissement entre la came 1 et la soupape 2.