

## Exercice 1

Étant donné un paramètre complexe  $m$ , déterminer le rang de :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & m & -1 & 3 \\ m & 3 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

## Exercice 2

Rang des matrices carrées d'ordre  $n$  suivantes :

$$1. \ A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 2 & 3 & 4 & \dots & n+1 \\ 3 & 4 & 5 & \dots & n+2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n & n+1 & n+2 & \dots & \end{pmatrix}$$

$$2. \ B = \begin{pmatrix} 1^2 & 2^2 & 3^2 & \dots & n^2 \\ 2^2 & 3^2 & 4^2 & \dots & (n+1)^2 \\ 3^2 & 4^2 & 5^2 & \dots & (n+2)^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n^2 & (n+1)^2 & (n+2)^2 & \dots & \end{pmatrix}$$

### Exercice 3

Étant donné six complexes distincts  $a, b, c, \alpha, \beta$  et  $\gamma$ , résoudre le système :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{a-\alpha} + \frac{y}{a-\beta} + \frac{z}{a-\gamma} = 1 \\ \frac{x}{b-\alpha} + \frac{y}{b-\beta} + \frac{z}{b-\gamma} = 1 \\ \frac{x}{c-\alpha} + \frac{y}{c-\beta} + \frac{z}{c-\gamma} = 1 \end{array} \right.$$

On pourra utiliser la fraction  $R(t) = \frac{x}{t-\alpha} + \frac{y}{t-\beta} + \frac{z}{t-\gamma} - 1$ .