

Quelques manifestations des transferts thermiques

Première partie Thermodiffusion dans une barre

1.1. Équations générales

1.1.1. \vec{j}_Q : vecteur densité de courant thermique diffusif ou flux surfacique conductif !

- Dimension : MT^{-3}
- Unité (S.I) : kgm^{-3}

1.1.2. Considérons un système *fermé* (Σ) constitué d'une tranche cylindrique de la barre, comprise entre x et $x + dx$ et de section S : soit un volume élémentaire (*constant*) $d\tau = Sdx$.

Le flux thermique conductif : $\Phi_{th}^c = \frac{\delta Q_{th}}{dt} = \iint_{(\Sigma)} \vec{j}_Q \cdot d\vec{S}$

L'énergie thermique δQ_{th} pénétrant dans le volume $d\tau$ pendant dt :

$$\delta Q_{th} = j_Q(x,t)Sdt - j_Q(x+dx,t)Sdt = -\frac{\partial j_Q(x,t)}{\partial x}d\tau dt$$

Premier principe de la thermodynamique appliqué au volume élémentaire (*fermé*) donne :

$$dU = \delta Q_{th} = d\tau du \implies \frac{\delta Q_{th}}{dt} = d\tau \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial j_Q(x,t)}{\partial x}d\tau$$

Soit : $\boxed{\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial j_Q(x,t)}{\partial x}}$

1.1.3. Loi de FOURIER

La loi de FOURIER : $\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{grad}T = -\lambda \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \vec{u}_x$ soit $\boxed{j_Q(x,t) = -\lambda \frac{\partial T(x,t)}{\partial x}}$

λ : conductivité thermique. Unité (S.I) : $kg s^{-3} m K^{-1}$.

1.1.4. Pour la tranche cylindrique de la barre, de volume $d\tau = Sdx$, l'énergie interne élémentaire :

$$dU = dmcdT = \mu d\tau cdT = d\tau du \implies du = \mu cdT$$

où : $\boxed{u = \mu cT + u_o}$

1.1.5. D'après 1.1.2 et la question précédente :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \mu c \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = - \frac{\partial j(x,t)}{\partial x}$$

D'après 1.1.3 : $j(x,t) = -\lambda \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\lambda}{\mu c} \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}}$

1.1.6. L'équation aux dérivées partielles précédente pourra s'écrire :

$$\boxed{\frac{1}{D} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}} \quad \text{tel que :} \quad D = \frac{\lambda}{\mu c}$$

Unité du coefficient de diffusion thermique D dans (S.I) est : $m^2 s^{-1}$.

1.2. Régime stationnaire

$$T_1 = T(x=0,t) \quad ; \quad T_2 = T(x=L,t)$$

1.2.1. En régime stationnaire, T ne dépend que de $x \Rightarrow T(x,t) = T(x)$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}}$$

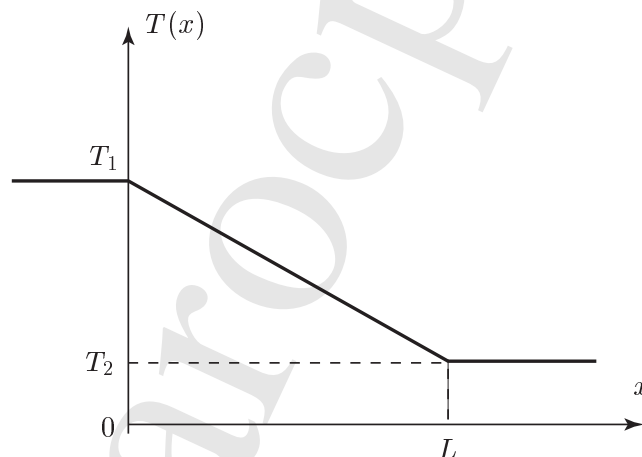
1.2.2. D'après l'équation précédente :

$$\frac{dT(x)}{dx} \text{ ne dépend pas de } x \text{ et } j = -\lambda \frac{dT(x)}{dx} \Rightarrow \frac{j}{\lambda} \text{ est, donc, indépendant de } x$$

$$\text{Soit : } T(x) = -\frac{j}{\lambda}x + T(x=0) \text{ et } T(x=L) = -\frac{j}{\lambda}L + T(x=0)$$

D'où :

$$\boxed{T(x) = T(x=0) - \frac{x}{L} (T(x=0) - T(x=L)) = T_1 - \frac{x}{L} (T_1 - T_2)}$$

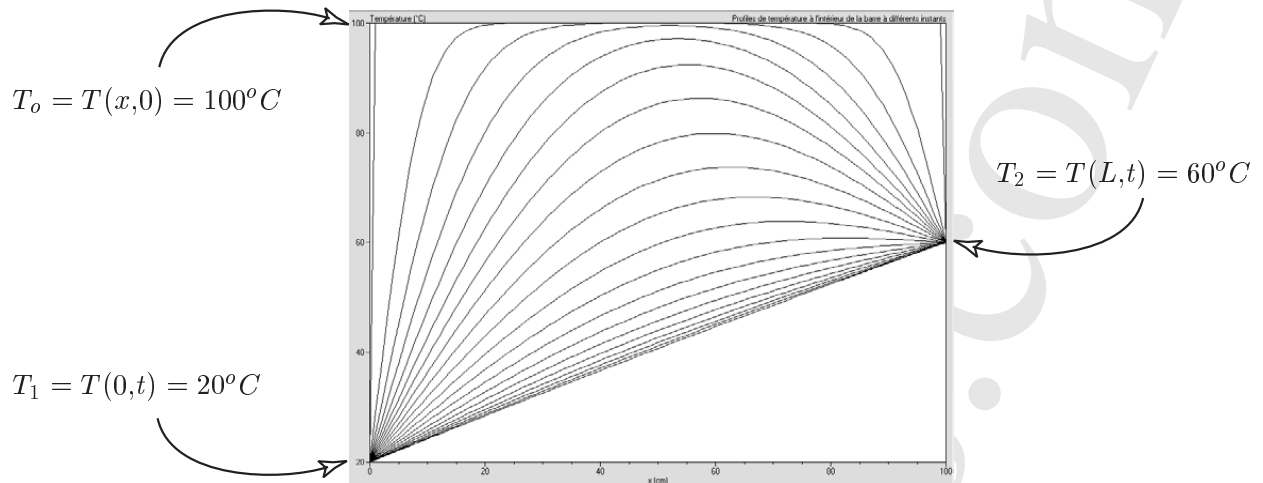


1.2.3. Flux surfacique \vec{j}_Q

$$\vec{j}_Q = j_Q \vec{u}_x = -\lambda \frac{\partial T(x)}{\partial x} \vec{u}_x \Rightarrow \boxed{\vec{j}_Q = \frac{\lambda}{L} (T_1 - T_2) \vec{u}_x}$$

1.3. Régime transitoire

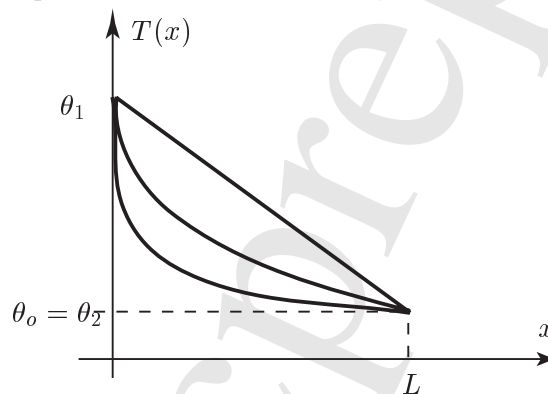
1.3.1. Profils de température à différentes instants au sein de la barre de longueur $L = 1m$.



1.3.2. $\theta_o = 20^\circ C$; $\theta_1 = 100^\circ C$ et $\theta_2 = 20^\circ C$

1.3.2.1. Pour maintenir l'extrémité droite de la barre à la température ambiante, il suffit de la mettre en contact avec l'air ambiant ou utiliser un thermostat fixé à la température ambiante désirée !

1.3.2.2. Profils de température au sein de la barre aux différents instants :



Deuxième partie Contacts thermiques

2.1. Modèle statique

2.1.1. En utilisant le résultat de la question 1.2.2, on trouve :

$$T_a(x) = T_o + \frac{x}{L_1} (T_o - T_1) \quad \text{et} \quad T_b(x) = T_o - \frac{x}{L_2} (T_o - T_2)$$

2.1.2. Vecteurs densités de courant thermiques $\vec{j}_Q^a(x)$ et $\vec{j}_Q^b(x)$

$$\vec{j}_Q^a(x) = -\lambda_1 \frac{\partial T_a(x)}{\partial x} \vec{u}_x = -\frac{\lambda_1}{L_1} (T_o - T_1) \vec{u}_x$$

$$\vec{j}_Q^b(x) = -\lambda_2 \frac{\partial T_b(x)}{\partial x} \vec{u}_x = +\frac{\lambda_2}{L_2} (T_o - T_2) \vec{u}_x$$

2.1.3. Température T_o de l'interface $x = 0$

En $x = 0$ on a : $j_Q^a(0) = j_Q^b(0) \Rightarrow \frac{\lambda_1}{L_1} (T_o - T_1) + \frac{\lambda_2}{L_2} (T_o - T_2) = 0$

Ou
$$T_o = \frac{\lambda_1 \frac{T_1}{L_1} + \lambda_2 \frac{T_2}{L_2}}{\frac{\lambda_1}{L_1} + \frac{\lambda_2}{L_2}}$$

2.1.4. Contact main-bois et contact main-acier

θ_2	T_o	T'_o
$100^\circ C = 373K$ (sensation de chaud)	$43^\circ C = 316K$	$35^\circ C = 308K$
$10^\circ C = 283K$ (sensation de froid)	$94^\circ 367K$	$12^\circ C = 285K$

Commentaire : L'acier est pls conducteur thermique (zone chaude ou zone froide) par rapport au bois !

2.2. Modèle dynamique

2.2.1.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{D} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{et} \quad u = \frac{x}{\sqrt{4Dt}} \Rightarrow \frac{d^2 T}{du^2} + 2u \frac{dT}{du} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{du} \left(\frac{dT}{du} \right) + 2u \left(\frac{dT}{du} \right) = 0$$

Posons : $\alpha = \left(\frac{dT}{du} \right) \Rightarrow \frac{d\alpha}{du} + 2u\alpha = 0 \Rightarrow \frac{d\alpha}{\alpha} = -2u du$

$$\Rightarrow \alpha = \alpha_o \exp -u^2 du = \frac{dT}{du} \Rightarrow T = \alpha_o \int_0^u \exp -x^2 dx + k = \alpha_o \frac{\sqrt{\pi}}{2} \text{erf}(u) + k \quad k = cte.$$

Soit :
$$T(u) = A + B \text{erf}(u)$$

2.2.2. Conditions aux limites

	Cylindre C_a	Interface $C_a - C_b$	Cylindre C_b
Paramètre x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variable composée u	$-\infty$	0	$+\infty$
Fonction erreur $\text{erf}(u)$	-1	0	+1
Température T	T_1	T_o	T_2

Soient :

$$T_1 = A_1 - B_1 \quad \text{et} \quad T_o = A_1 \Rightarrow B_1 = T_o - T_1$$

$$T_2 = A_2 + B_2 \quad \text{et} \quad T_o = A_2 \Rightarrow B_2 = -T_o + T_2$$

Ou :
$$A_1 = A_2 = T_o \quad ; \quad B_1 = T_o - T_1 \quad \text{et} \quad B_2 = B_2 = -T_o + T_2$$

2.2.3. vecteur courant thermique dans le cylindre C_a

$$\vec{j}_Q^a(x,t) = -\lambda_1 \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \vec{u}_x = -\lambda_1 \frac{dT(u)}{du} \frac{\partial u(x)}{\partial x} \vec{u}_x = -\frac{\lambda_1}{\sqrt{4D_1 t_1}} \frac{dT(u)}{du} \vec{u}_x$$

$$T(u) = A_1 + B_1 \text{erf}(u) \Rightarrow \frac{dT(u)}{du} = B_1 \frac{d\text{erf}(u)}{du} = \frac{2B_1}{\sqrt{\pi}} \exp -u^2 = \frac{2B_1}{\sqrt{\pi}} \exp -\frac{x^2}{4D_1 t}$$

$$\Rightarrow \vec{j}_Q^a(x,t) = -(T_o - T_1) \frac{\lambda_1}{\sqrt{\pi D_1 t}} \exp -\frac{x^2}{4D_1 t}$$

$$\text{D'où : } \vec{j}_Q^a(x, t) = - (T_o - T_1) \frac{E_1}{\sqrt{\pi t}} \exp - \frac{x^2}{4D_1 t} \vec{u}_x \quad \text{avec} \quad E_1 = \frac{\lambda_1}{\sqrt{D_1}} = \sqrt{u_1 c_1 \lambda_1}$$

E_1 : effusivité exprimée dans le (S.I) en : $kg s^{-5/2} K^{-1}$

2.2.4. De la même manière, on détermine l'expression de $\vec{j}_Q^b(x, t)$

$$\text{D'où : } \vec{j}_Q^b(x, t) = + (T_o - T_2) \frac{E_2}{\sqrt{\pi t}} \exp - \frac{x^2}{4D_2 t} \vec{u}_x \quad \text{avec} \quad E_2 = \frac{\lambda_2}{\sqrt{D_2}} = \sqrt{u_2 c_2 \lambda_2}$$

2.2.5. Au niveau de l'interface $x = 0$ on a $j_Q^a(0, t) = j_Q^b(0, t)$

$$\text{D'où : } T_o = \frac{T_1 E_1 + T_2 E_2}{E_1 + E_2}$$

Conclusion : En plus de $\lambda_1, T_1, \lambda_2$ et T_2 , la température T_o dépende :

- des paramètres L_1 et L_2 dans le cadre du modèle statique.
- des paramètres μ_1, μ_2, c_1 et c_2 dans le cadre du modèle dynamique.

2.2.6. Contact main-bois et contact main-acier

θ_2	T_o	T_o'
$100^\circ C = 373 K$ (sensation de chaud)	$48^\circ C = 321 K$	$93^\circ C = 366 K$
$10^\circ C = 283 K$ (sensation de froid)	$32^\circ C = 305 K$	$13^\circ C = 286 K$

2.2.7. Le frigo est en équilibre thermodynamique, l'eau contenue dans les deux types de bouteilles est, donc, portée à la *même température (même fraîcheur dans les deux bouteilles)*. C'est, tout simplement, la sensation main-verre et main-plastique qui diffère suite à la différence de l'effusivité des deux corps (plastique et verre).

Troisième partie

Analogies thermoélectriques

3.1. Résistance thermique

3.1.1. A la traversée d'une section S en une position x :

$$\text{Le flux thermique conductif : } \Phi_{th}^c = \frac{\delta Q_{th}}{dt} = \iint_{(S)} \vec{j}_Q \cdot d\vec{S} = j_Q(x) S = -\lambda S \frac{dT(x)}{dx}$$

$$T(x) = T_o + (T_L - T_o) \frac{x}{L} \Rightarrow \Phi_{th}^c = \lambda \frac{S}{L} (T_L - T_o) = \frac{(T_L - T_o)}{R_{th}^c} \Rightarrow R_{th}^c = \frac{L}{\lambda S}$$

3.1.2. Loi de FOURIER - Loi d'OHM

3.1.2.1. Loi d'OHM locale : $\vec{j}_e(M) = \gamma(M) \vec{E}(M)$

où : \vec{j}_e : vecteur densité du courant électrique et γ : conductivité électrique. Cette loi est valable en régime statique en absence du champ magnétique \vec{B} .

3.1.2.2. (en utilisant la relation électrique locale $\vec{E} = -\text{grad}V$)

Grandeurs électriques	Grandeurs thermiques
Loi d'OHM $\vec{j}_e = \gamma \vec{E} = -\gamma \text{grad}V$	Loi de FOURIER $\vec{j}_Q = -\lambda \text{grad}T$
Vecteur courant électrique \vec{j}_e	Vecteur courant thermique \vec{j}_Q
Potentiel électrique V	Champ de température T
Conductivité électrique γ	Conductivité thermique λ
Intensité du courant électrique I	Intensité du courant thermique (flux) Φ_{th}^c
Différence de potentiels (tension) $V_o - V_L = U_{oL}$	Différence de températures $(T_o - T_L)$
Résistance électrique $R = \frac{(V_o - V_L)}{I}$	Résistance thermique $R_{th}^c = \frac{(T_o - T_L)}{\Phi_{th}^c}$

3.1.3. Association de résistors

Association en série	Association en parallèle
$R_{th}^c = R_{th1}^c + R_{th2}^c$	$\frac{1}{R_{th}^c} = \frac{1}{R_{th1}^c} + \frac{1}{R_{th2}^c}$

3.1.4. Loi de NEWTON

Le flux thermique convecto – conductif : $\Phi_{th}^{cc} = hS(T - T_a)$

$$\Phi_{th}^{cc} = hS(T - T_a) = \frac{T - T_a}{R_{th}^{cc}} \quad \text{avec} \quad R_{th}^{cc} = \frac{1}{hS}$$

3.1.5.

3.1.5.1. Loi de STEPHAN

	Pour le corps solide	Pour l'environnement ambiant
Flux surfacique emis	$\Phi_1^r = \sigma T^4$	$\Phi_2^r = \sigma T_a^4$

3.1.5.2. Flux thermique radiatif total Φ_{th}^r

$$\Phi_{th}^r = \Phi_1^r - \Phi_2^r = \sigma S(T^4 - T_a^4)$$

3.1.5.3.

$$\Phi_{th}^r = \sigma S(T^4 - T_a^4) = \sigma S(T - T_a)(T^3 + T^2T_a + TT_a^2 + T_a^3)$$

Pour un faible écart entre T et T_a on pourra considérer : $T \sim T_a$.

$$\text{Soit :} \quad \Phi_{th}^r \approx \sigma S(T - T_a)(4T_a^3) \approx 4\sigma ST_a^3(T - T_a) = \frac{(T - T_a)}{R_{th}^r}$$

$$R_{th}^r = \frac{1}{4\sigma ST_a^3}$$

3.1.5.4. Application numérique : $R_{th}^r = 0,11 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ s}^3 \text{ K}$

3.2. Bilan thermique du corps humain

3.2.1. Régime stationnaire

3.2.1.1.

- Puissance métabolique \mathcal{P}_M développée par le corps humain :

$$\mathcal{P}_M = \frac{13 \times 10^6}{24 \times 3600} \simeq 150,5 \text{ kgms}^{-3}.$$

- Flux thermique Φ_{th}^r émis par rayonnement :

$$\Phi_{th}^r = \frac{T - T_a}{R_{th}^r} \simeq 75,2 \text{ kgms}^{-3}.$$

- Flux thermique Φ_{th}^{cc} émis par convection :

$$\Phi_{th}^{cc} = \frac{T - T_a}{R_{th}^{cc}} \simeq 59,9 \text{ kgms}^{-3}.$$

3.2.1.2. La puissance \mathcal{P}_e nécessaire pour entretenir l'évaporation thermique de l'eau :

$$\mathcal{P}_e = \frac{m_e L}{\Delta t} = \frac{0,3 \times 2,4 \times 10^6}{24 \times 3600} \simeq 8,3 \text{ kgms}^{-3}.$$

3.2.1.3. Puissance résiduelle \mathcal{P}_s

Le bilan de puissance se traduit par :

$$\mathcal{P}_M = \mathcal{P}_e + \Phi_{th}^{cc} + \Phi_{th}^r + \mathcal{P}_s$$

$$\text{Soit : } \mathcal{P}_s \simeq 150 - 75,2 - 59,9 - 8,3 = 6,7 \text{ kgms}^{-3}.$$

3.2.1.4. Théorème de MILLMANN appliqué au noeud A donne :

$$I_2 + I_1 - I + (V_B - V_A) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = 0 \quad \text{tels que : } V_A = V_a \text{ et } V_B = V$$

Soit :

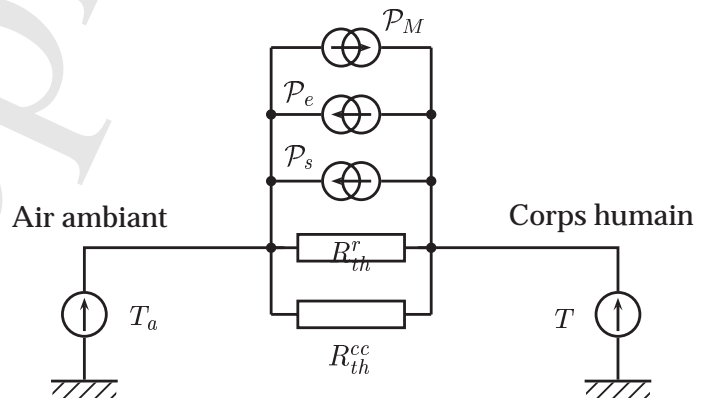
$$V - V_a = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (I - I_1 - I_2)$$

3.2.1.5. Par analogie thermoélectrique établi en 3.1.2, le bilan thermique est traduit par l'équation suivante :

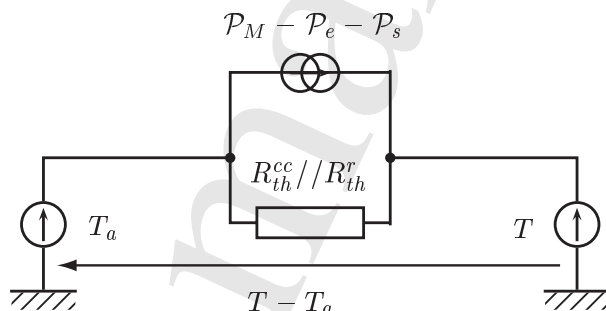
$$T - T_a = \frac{R_{th}^{cc} R_{th}^r}{R_{th}^{cc} + R_{th}^r} (\mathcal{P}_M - \mathcal{P}_e - \mathcal{P}_s)$$

$$\text{D'où : } \mathcal{P}_M = \mathcal{P}_e + \mathcal{P}_s + \Phi_{th}^{cc} + \Phi_{th}^r$$

$$\text{avec : } \Phi_{th}^{cc} = \frac{T - T_a}{R_{th}^{cc}} \quad \text{et} \quad \Phi_{th}^r = \frac{T - T_a}{R_{th}^r}$$

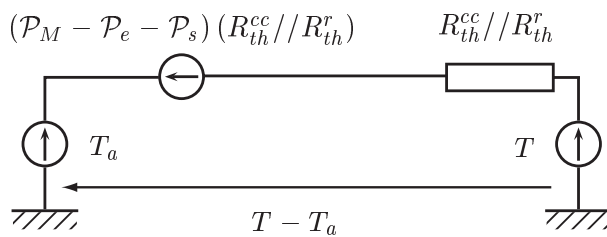


3.2.1.6. THÉVENIN - NORTON Représentation de NORTON



$$T - T_a = (\mathcal{P}_M - \mathcal{P}_e - \mathcal{P}_s) (R_{th}^{cc} // R_{th}^r)$$

Représentation de THÉVENIN



$$T - T_a = (P_M - P_e - P_s) (R_{th}^{cc} // R_{th}^r)$$

Dans les deux cas de représentation, on retrouve l'équation établie en 3.2.1.5, et par conséquent le bilan de puissance.

3.2.2. On se place en régime quasi stationnaire, et on note $C_s = C/S$ la capacité thermique surfacique du corps humain.

3.2.2.1. Premier principe de la thermodynamique entre t et $t + dt$:

$$dU = \delta Q_{th} + \delta W = \delta Q_{th} = C dT \quad (\text{le corps humain est supposé à volume constant})$$

$$\Rightarrow \frac{\delta Q_{th}}{dt} = C \frac{dT}{dt} = P_{th} = P_M - P_e - P_s - \Phi_{th}^r - \Phi_{th}^{cc}$$

$$\Rightarrow C \frac{dT}{dt} + \left(\frac{1}{R_{th}^{cc}} + \frac{1}{R_{th}^r} \right) (T - T_a) = P_M - P_e - P_s$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dT}{dt} + \frac{T - T_a}{\tau} = \Lambda} \quad (2) \quad \text{avec :} \quad \tau = \frac{R_{th}^r R_{th}^{cc}}{R_{th}^r + R_{th}^{cc}} C \quad \text{avec :} \quad \Lambda = \frac{P_M - P_e - P_s}{C}$$

3.2.2.2. En régime stationnaire :

$$\frac{dT}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{T - T_a = \tau \Lambda = \frac{R_{th}^r R_{th}^{cc}}{R_{th}^r + R_{th}^{cc}} (P_M - P_e - P_s)}$$

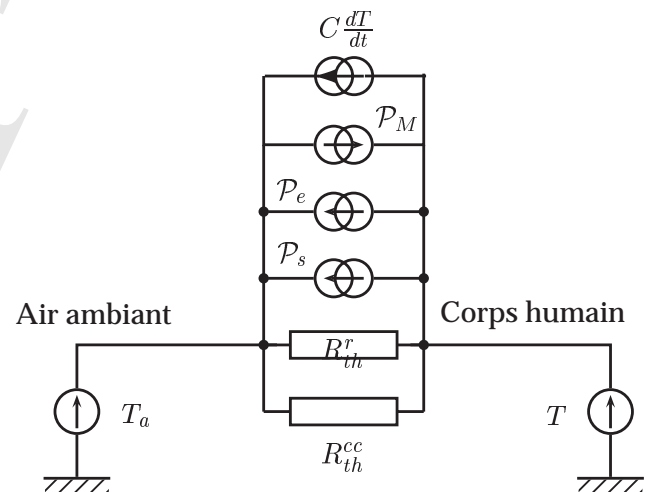
On retrouve, alors, les résultats de 3.2.1

3.2.2.3. On pose :

$$R_{th} = \frac{R_{th}^r R_{th}^{cc}}{R_{th}^r + R_{th}^{cc}} \quad \text{et} \quad P = P_M - P_e - P_s$$

L'équation (2) s'écrit : $T - T_a = R_{th} P - R_{th} C \frac{dT}{dt}$

Par analogie thermoélectrique (§ 3.1.2.2), le terme $C \frac{dT}{dt}$ est analogue à un courant électrique. D'où le schéma (thermique) ci-contre :



3.2.2.4. Désolution de l'équation (2) :

La solution de l'équation (2) s'écrit : $T(t) - T_a = \tau \Lambda + k \exp - \frac{t}{\tau}$ k est une constante d'intégration

Conditions initiales : $T(0) - T_a = \tau \Lambda + k \quad \Rightarrow \quad k = T(0) - T_a - \tau \Lambda$

Soit :
$$\boxed{T(t) = T_a + \tau \Lambda + (T(0) - T_a - \tau \Lambda) \exp - \frac{t}{\tau}}$$

3.2.2.5. L'équilibre correspond au régime permanent $t \gg \tau$

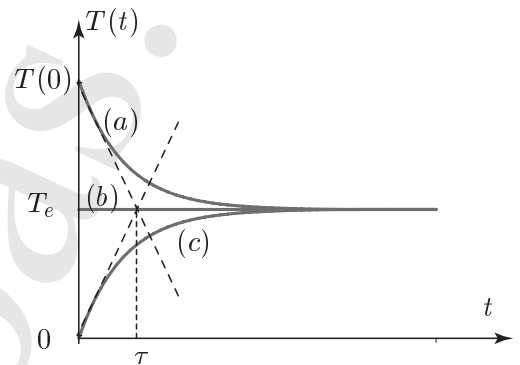
$$T_e = T_a + \tau \Lambda$$

Application numérique : $T_e = 33^\circ\text{C} = 306\text{ K}$

3.2.2.6. Représentation graphique de $T(t)$

$$T(t) = T_e + (T(0) - T_e) \exp -\frac{t}{\tau}$$

- $T(0) > T_e$ Courbe (a) : Refroidissement du corps humain.
- $T(0) = T_e$ Courbe (b) : Équilibre de température du corps humain.
- $T(0) < T_e$ Courbe (c) : Réchauffement du corps humain.



Pour déterminer τ , il suffit de tracer la (ou les) tangente(s) à l'origine des temps des courbes d'évolution $T(t)$ pour $T(0) > T_e$ et $T(0) < T_e$. Son (ou leur) intersection(s) avec l'axe des temps correspondre au paramètre τ .

3.2.2.7. Le corps humain se refroidit dans l'eau 25 fois plus rapidement que dans l'air :
 $\tau_{\text{air}} = 25 \tau_{\text{eau}}$

$$\tau_{\text{air}} = \frac{R_{th}^r R_{th}^{cc}}{R_{th}^r + R_{th}^{cc}} C \quad \text{et} \quad \tau_{\text{eau}} = \frac{R_{th}^r R_{th, \text{eau}}^{cc}}{R_{th}^r + R_{th, \text{eau}}^{cc}} C \quad \Rightarrow \quad R_{th, \text{eau}}^{cc} = \frac{R_{th}^r R_{th}^{cc}}{25 R_{th}^r + 24 R_{th}^{cc}}$$

Application numérique : $R_{th, \text{eau}}^{cc} = 3,03 \times 10^3 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ s}^3 \text{ K}$

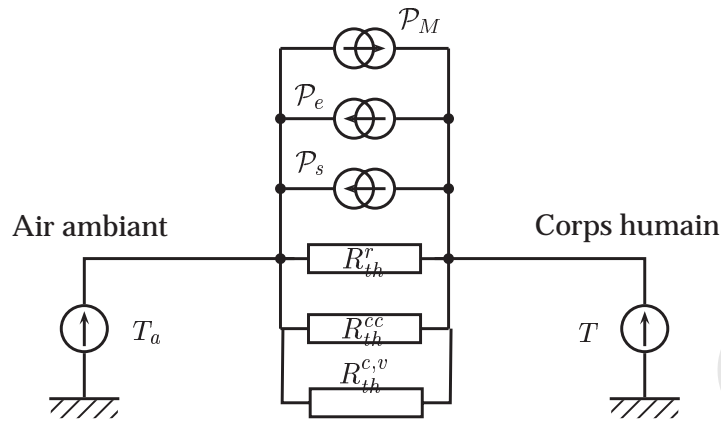
3.3. Effet des vêtements sur le bilan thermique du corps

3.3.1. La surface S du corps humain est recouverte à 80% : $20\% S = 0,2 S$ est, donc, en contact avec l'air, soient :

$$R_{th}^{cc, v} = \frac{R_{th}^{cc}}{0,2} = 835 \times 10^{-3} \text{ KW}^{-1} \quad \text{et} \quad R_{th}^{r, v} = \frac{R_{th}^r}{0,2} = 665 \times 10^{-3} \text{ KW}^{-1}$$

3.3.2. Les 80% recouverte des vêtements introduit un nouvel échange thermique (entre les vêtements et le corps sur une section de $0,8 S$), tout en négligeant les échanges thermiques par rayonnement et par conduction-convection à travers les vêtements, donc : une nouvelle résistance thermique $R_{th}^{c, v}$.

3.3.3. Schéma du circuit thermique (régime stationnaire) :



3.3.4. Résistance thermique des vêtements $R_{th}^{c,v}$
 Le bilan de puissance thermique s'écrit :

$$\mathcal{P}_M - \mathcal{P}_e - \mathcal{P}_s = (\theta - \theta'_a) \left(\frac{1}{R_{th}^{cc,v}} + \frac{1}{R_{th}^{r,v}} + \frac{1}{R_{th}^{c,v}} \right) = (T - T_a) \left(\frac{1}{R_{th}^{cc}} + \frac{1}{R_{th}^r} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{th}^{c,v} = \frac{\theta - \theta'_a}{(T - T_a) \left(\frac{1}{R_{th}^{cc}} + \frac{1}{R_{th}^r} \right) - (\theta - \theta'_a) \left(\frac{1}{R_{th}^{cc,v}} + \frac{1}{R_{th}^{r,v}} \right)}}$$

Application numérique : $R_{th}^{c,v} = 130 \times 10^{-3} \text{ KW}^{-1}$