

TRAVAUX DIRIGÉS N°8 DE SIGNAUX PHYSIQUES

Exercice 1

Une particule quantique est confinée dans la zone comprise entre le plan $x = 0$ et $x = \ell$ dans un puits infini. On admet que sa fonction d'onde est de la forme : $\psi(x, t) = A \sin(kx) e^{-i\omega t}$ où A , k et ω sont des constantes réelles positives.

1. Déterminer les valeurs possibles de k en fonction de ℓ et d'un entier n quelconque.
2. La probabilité de trouver la particule dans l'intervalle $[x, x + dx]$ est $|\psi(x, t)|^2 dx$. Justifier la condition de normalisation $\int_0^\ell |\psi(x, t)|^2 dx = 1$.
3. Déterminer A en fonction de ℓ .

Exercice 2

La partie « spatiale » de la fonction d'onde $\psi(x)$ vérifie l'équation de Schrödinger $-\frac{h^2}{8\pi^2 m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} = E \psi$

où E est l'énergie totale de la particule.

1. Réécrire l'équation de Schrödinger sous forme canonique. À quel type d'équation différentielle vous fait-elle penser ? Quelle est la fonction cherchée ? De quelle variable dépend-elle ?
2. Donner la solution générale de l'équation de Schrödinger.
3. Justifier la valeur de $\psi(x)$ aux extrémités de l'intervalle $[0, L]$.

4. À l'aide de ces conditions, montrer que la solution de l'équation de Schrödinger s'écrit : $\psi(x) = K \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$ où n est

un entier non nul et K une constante d'intégration qu'on ne cherchera pas à déterminer.

5. En déduire les expressions des niveaux d'énergie E_n en fonction de L , m , h et n .

Exercice 3

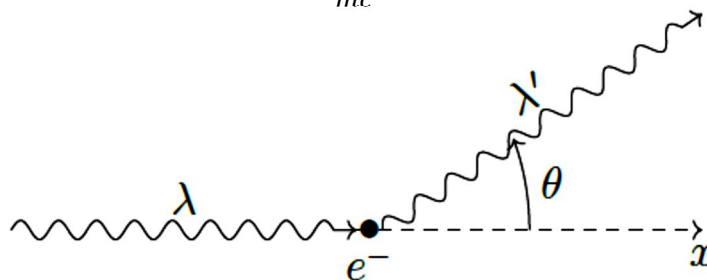
On envoie sur une photocathode en potassium une radiation ultraviolette (raie du mercure) $\lambda = 253,7 \text{ nm}$, on constate que l'énergie maximale des électrons éjectés est de 3,14 eV. Si c'est une raie visible $\lambda = 589 \text{ nm}$ (raie jaune du sodium) qui éclaire la photocathode, l'énergie maximale est alors de 0,36 eV.

À l'aide de ces données, déterminer la constante de Planck, la valeur de l'énergie minimale d'extraction (travail d'extraction) des électrons du potassium et la longueur d'onde maximale des radiations pouvant produire un effet photoélectrique sur le potassium.

Exercice 4

Arthur H. Compton (1892-1962) découvrit qu'un rayonnement (X ou gamma) incident pouvait être diffusé par la matière (en fait par les électrons) et perdre de l'énergie. Pour expliquer cette observation, considérons qu'un photon de fréquence ν entre en collision avec un électron au repos de masse m_e , on note (Ox) la direction du photon incident. Suite à la collision, un photon (photon diffusé) de fréquence ν' est alors émis dans une direction qui forme un angle θ avec (Ox) et l'électron acquiert une quantité de mouvement \vec{p}_e . Il a montré que l'onde était diffusée (déviée) dans une certaine gamme de direction θ vérifiant

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta)$$



, où λ' est la longueur d'onde diffusée, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ la masse de l'électron, h la constante de Planck et c la vitesse de la lumière.

1. Montrer que $\frac{h}{mc}$ est homogène à une longueur et la calculer.

2. Pourquoi cette expérience est-elle intéressante spécialement pour les rayons X?
3. À l'aide de la relation fournie, justifier que le photon perd de l'énergie.
4. Pour des rayons X incidents tels que $\lambda = 7,08 \cdot 10^{-11} \text{ m}$, Compton a observé des rayons X diffusés à 90° . Quelle est leur longueur d'onde ?
5. Quelle est l'énergie perdue par un photon ? Conclure sachant qu'une énergie d'ionisation est de l'ordre de la dizaine d'eV?

Exercice 5

Une particule est confinée dans un puits infini de potentiel de largeur a .

1. Déterminer l'expression de l'ordre de grandeur de l'énergie minimale en utilisant la relation de Heisenberg.
2. Faire l'application numérique pour un électron confiné dans un puits de largeur 0,1 nm et pour un caillou confiné au fond d'un puits de 1 m de diamètre.

Exercice 6

- 1– Quelles sont les hypothèses de base de De Broglie pour décrire de façon ondulatoire une particule massique ?
2. Définir l'effet photoélectrique, la fréquence seuil et l'énergie d'extraction
3. Suite à l'effet Compton, un photon, qui a été diffusé par un électron initialement au repos, a-t-il une longueur d'onde finale plus grande, plus petite, ou égale à celle du photon incident? Expliquez en quelques mots.
4. Un électron a une vitesse égale à un proton, dont la masse est environ 1835 fois plus grande que celle de l'électron. La longueur d'onde du proton est-elle plus grande, plus petite ou égale à celle de l'électron?
5. Selon la théorie du photon d'Einstein, accroître la luminosité d'un faisceau de lumière revient à augmenter quelle quantité : la fréquence de chaque photon, le nombre de photons par unité de temps, la longueur d'onde de chaque photon ou l'énergie de chaque photon ?