

## CNC 2011 : Epreuve de Physique 1 MP

### Corrigé abrégé:

#### Régime statique

**111-**

$\vec{p}_0 = qa\vec{e}_z$  en C.m cad D (Déblaye).

**112-**

$$V_+(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 PM}.$$

**113-**

$$V_-(M) = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 NM}.$$

$$V(M) = V_+(M) + V_-(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 PM} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 NM}$$

**114-**

Le plan  $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  est un plan de symétrie et on a invariance de la distribution de charges par rotation autour de z cad par rapport à  $\varphi \rightarrow \vec{E}(M)$  appartient à ce plan et  $\vec{E}(M)$  et  $V(M)$  ne dépendent que de r et  $\theta$ .

**115-**

$$a \ll r \rightarrow V(r, \theta) = \frac{p_0 \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \text{ avec } p_0 = qa.$$

**116-**

$$\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}_M V(M) \rightarrow E_r = \frac{2p_0 \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \text{ et}$$

$$E_\theta = \frac{p_0 \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$

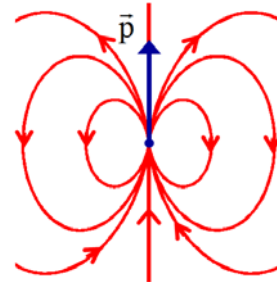
**117-**

Lignes de champ  $\rightarrow$

$$(dr\vec{e}_r + r d\theta\vec{e}_\theta) \wedge (E_r\vec{e}_r + E_\theta\vec{e}_\theta) = \vec{0} \rightarrow$$

$$\frac{dr}{r} = \frac{2 \cos \theta}{\sin \theta} \rightarrow r = \text{cte} \times \sin^2 \theta.$$

**118-**



**121-**

Le plan  $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  est un plan d'antisymétrie et on a invariance de la distribution de courants par rotation autour de z cad par rapport à  $\varphi \rightarrow \vec{A}(M)$  est perpendiculaire à ce plan à ce plan et ne dépend pas de  $\varphi$ . Donc ;

$$\vec{A}(M) = A(r, \theta)\vec{e}_\varphi.$$

**122-**

$$d\vec{\ell} = ad\alpha\vec{e}_\varphi.$$

**123-**

$$\vec{A}(M) = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \oint_{\text{Spire}} \frac{d\vec{\ell}}{PM} = -\frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \iint_{\text{Surface/Spire}} \overrightarrow{\text{grad}}_p \frac{1}{PM} \wedge d\vec{S}$$

$\rightarrow$

$$\vec{A}(M) = -\frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \iint_S \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3} \wedge d\vec{S} \approx -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\overrightarrow{OM}}{OM^3} \wedge \iint_S Id\vec{S}$$

$$\rightarrow \vec{A}(M) = \frac{\mu_0 m_0 \sin \theta}{4\pi r^2} \vec{e}_\varphi$$

$$\bullet \text{ Avec } \vec{m}_0 = \iint_S Id\vec{S} = I\pi b^2 \vec{e}_z$$

$\bullet m_0$  s'exprime en  $A.m^2$ .

**124-**

Le plan  $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  est un plan d'antisymétrie et on a invariance de la distribution de courants par rotation autour de z cad par rapport à  $\varphi \rightarrow \vec{B}(M)$  appartient à ce plan et ne dépend pas de  $\varphi$ . Donc ;  $B_\varphi(M) = 0$  et  $B(M) = B(r, \theta)$ .

**125-**

$$\vec{B}(M) = \overrightarrow{\text{rot}}_M \wedge \vec{A}(M).$$

**126-**

$$(125) \rightarrow B_r = \frac{2\mu_0 m_0 \cos \theta}{4\pi r^3} \text{ et}$$

$$B_\theta = \frac{\mu_0 m_0 \sin \theta}{4\pi r^3}.$$

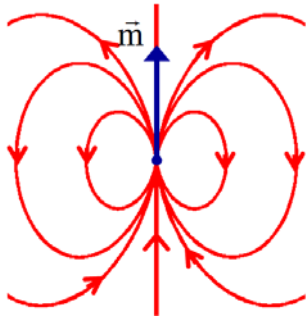
**127-**

Il suffit de remplacer  $p_0$  par  $m_0$  et  $1/\epsilon_0$  par  $\mu_0$ .

**128-**

Même résultat en (117).

**129-**



• Les 2 champs sont de même topographie.

### Régime variable

**211-**

Il permet une description du rayonnement électromagnétique à partir du mouvement d'oscillation des charges électriques autour de leur position moyenne : diffusion de la lumière par les molécules, antennes émettrices...

**212-**

$$\vec{p} = qa \cos(\omega t) \vec{e}_z = \vec{p}_0 \cos(\omega t).$$

**213-**

•  $r \gg a$  : représente l'approximation dipolaire.

•  $\lambda \gg a$  : représente l'approximation non relativiste de la charge mobile.

**214-**

Le terme  $kr$  est due à la propagation.

**215-**

Le plan  $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  est un plan de symétrie pour les charges et le courant due au mouvement de la charge mobile.

**216-**

$$\vec{E}(M, t) = \left( \frac{2p_0 \cos \theta}{4\pi \epsilon_0 r^3} \vec{e}_r + \frac{p_0 \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 r^3} \vec{e}_\theta \right) \exp - j(\omega t)$$

et

$$\vec{B}(M, t) = -j \left( \frac{\mu_0 \omega p_0 \sin \theta}{4\pi r^2} \vec{e}_\phi \right) \exp - j(\omega t).$$

**217-**

En régime stationnaire, on a  $\omega = 0$  et donc  $k=0 \rightarrow$  on retrouve les champs créés par un dipôle électrostatique ; cad :

$$\vec{E}(M) = \frac{2p_0 \cos \theta}{4\pi \epsilon_0 r^3} \vec{e}_r + \frac{p_0 \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 r^3} \vec{e}_\theta \text{ et}$$

$$\vec{B}(M) = \vec{0}.$$

**218-**

$r \gg \lambda$  cad  $kr \gg 1$ .

**219-**

$$\vec{E}(M, t) = \left( \frac{-p_0 k^2 \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 r} \vec{e}_\theta \right) \exp - j(\omega t - kr)$$

et

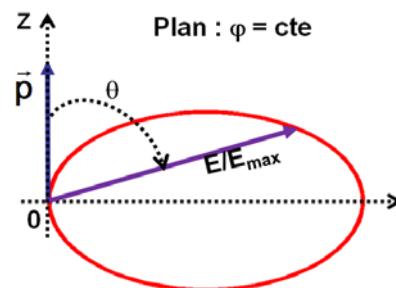
$$\vec{B}(M, t) = - \left( \frac{\mu_0 \omega p_0 k \sin \theta}{4\pi r} \vec{e}_\phi \right) \exp - j(\omega t - kr)$$

**2110-**

$$E_m(r, \theta) = \frac{p_0 k^2 \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 r}.$$

**2111-**

$$E_m(r, \theta) = E_{\max} \times \sin \theta \text{ avec } E_{\max} = \frac{p_0 k^2}{4\pi \epsilon_0 r} :$$



**2112-**

$$\frac{E}{B} = c ; \vec{B} = \frac{\vec{e}_r \wedge \vec{E}}{c} ; \vec{e}_r \cdot \vec{E} = 0 \text{ et}$$

$\vec{e}_r \cdot \vec{B} = 0 \rightarrow$  l'onde émise par le dipôle oscillant a la structure d'une onde localement plane monochromatique,

polarisée rectilignement et progressive selon  $r$ .

- Les détecteurs doivent être rectiligne

### 2113-

$$\vec{\Pi}_e = \frac{\vec{E}^2}{\mu_0 c} \vec{e}_r \rightarrow \langle \vec{\Pi}_e \rangle = \frac{p_0^2 k^4 \sin^2 \theta}{32 \pi^2 \epsilon_0^2 r^2 \mu_0 c} \vec{e}_r \text{ et}$$

$$\text{on a } k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow$$

$$\langle \vec{\Pi}_e \rangle = \frac{\mu_0 c}{8} \left( \frac{p_0 \omega \sin^2 \theta}{\lambda r} \right)^2 \vec{e}_r \rightarrow I_m = \frac{p_0 \omega}{a}.$$

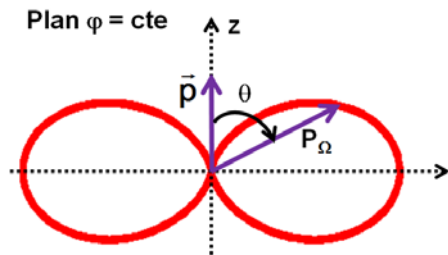
- $I_m$  en A. (Ampère).
- dépendance en  $\theta \rightarrow$  émission anisotrope.
- dépendance en  $1/r^2 \rightarrow$  dilution due à la conservation de l'énergie dans le vide.

### 2114-

- $P_\Omega(\theta, \varphi) = \sin^2 \theta$  avec

$$\langle \Pi_e \rangle_{\max} = \frac{\mu_0 c}{8} \left( \frac{I_m a}{\lambda r} \right)^2.$$

- Diagramme polaire :



- Emission optimale pour  $\theta = \pi/2$  cad dans le plan équatorial du dipôle.

### 2115-

•

$$\langle P_e \rangle = \oint_{\text{sphère}(r)} \langle \vec{\Pi}_e \rangle \cdot d\vec{S} = \int_0^\pi \langle \vec{\Pi}_e \rangle \cdot r^2 (\sin \theta) d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$\rightarrow \langle P_e \rangle = \frac{1}{3} \pi \mu_0 c \left( \frac{I_m a}{\lambda} \right)^2.$$

$$\bullet E_m(r) = \frac{p_0 k^2}{4\pi \epsilon_0 r} = \frac{\mu_0 c I_m a}{2\lambda r} \rightarrow$$

$$\langle P_e \rangle = \frac{4}{3} \frac{\pi E_m^2 r^2}{\mu_0 c}.$$

### 2116-

$$\langle P_e \rangle = \langle P_j \rangle = \frac{1}{2} R_e I_m^2 \rightarrow R_e = \frac{2}{3} \pi \mu_0 c \left( \frac{a}{\lambda} \right)^2$$

### 2117-

### 221-

Dans la cadre de l'approximation des régimes quasi-permanents cad  $a \ll \lambda$ .

### 222-

- On retrouve le cas du régime quasi-permanent :

$$\vec{A}(M, t) = \frac{\mu_0 m_0 \sin \theta}{4\pi r^2} \exp(-j\omega t) \vec{e}_\varphi.$$

- O en déduit :  $\gamma = \frac{\mu_0 m_0}{4\pi}.$

### 223-

$kr \gg 1 \rightarrow$

$$\vec{A}(M, t) = -\frac{jk\mu_0 m_0 \sin \theta}{4\pi r} \exp(-j(\omega t - kr)) \vec{e}_\varphi$$

### 224-

Le plan  $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  est un plan de d'antisymétrie pour le courant  $\rightarrow$

•

$$\vec{B}(M, t) = -\frac{\mu_0 m_0 \omega^2 \sin \theta}{4\pi r c^2} \exp(-j(\omega t - kr)) \vec{e}_\theta$$

appartient à ce plan.

•

$$\vec{E}(M, t) = \frac{\mu_0 m_0 \omega^2 \sin \theta}{4\pi r c} \exp(-j(\omega t - kr)) \vec{e}_\varphi$$

normale à ce plan.

### 225-

$$\bullet \frac{E}{B} = c ; \vec{B} = \frac{\vec{e}_r \wedge \vec{E}}{c} ; \vec{e}_r \cdot \vec{E} = 0 \text{ et}$$

$\vec{e}_r \cdot \vec{B} = 0 \rightarrow$  l'onde émise par le dipôle oscillant a la structure d'une onde localement plane monochromatique, polarisée rectilignement progressive selon  $r$ .

- Pour passer du champ électromagnétique rayonné par le dipôle électrique à celui du dipôle magnétique, il suffit de remplacer  $p_0$  par  $m_0/c$ .

### 226-

$$\vec{\Pi}_m = \frac{\vec{E}^2}{\mu_0 c} \vec{e}_r \rightarrow \langle \vec{\Pi}_e \rangle = \frac{\mu_0^2 m_0^2 \omega^4 \sin^2 \theta}{32 \pi^2 r^2 c^3} \vec{e}_r.$$

**227-**

$$\bullet R_0 = \frac{8}{3} \pi \mu_0 c.$$

$$\bullet R_0 = .$$

**231-**

$$\langle P_e \rangle = \frac{1}{3} \frac{\pi \mu_0 I_0^2 \ell^2 f^2}{c}.$$

**232-**

$$\langle P_m \rangle = \frac{4}{3} \frac{\mu_0 I_0^2 \ell^4 f^4}{\pi^3 c^3}.$$

**233-**

$$\eta = \left( \frac{2 \ell f}{\pi^2 c} \right)^2.$$

**31-**

$$\vec{\Delta}_M \vec{E}_i(M, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}_i(M, t)}{\partial t^2} = \vec{0} ; \text{ avec}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

$$\text{On a } \vec{E}_i(M, t) = E_0 \exp(-j(\omega_i t - k_i x)) \vec{e}_y$$

$$\rightarrow K_i = \frac{\omega_i}{c}.$$

**32-**

L'onde est de polarisation rectiligne selon Oy et se propage dans le sens des x croissants.

**33-**

$$\vec{B}_i(M, t) = \frac{E_0}{c} \exp(-j(\omega_i t - k_i x)) \vec{e}_z.$$

**34-**

Dans un conducteur parfait, il n'a pas de dissipation d'énergie électromagnétique par effet Joule  $\rightarrow$  le champ électromagnétique est nul dans le conducteur (pas d'effet de peau).

**35-**

$$\vec{E}(x = X) = -\frac{\sigma(X)}{\epsilon_0} \vec{e}_x \text{ et}$$

$$\vec{B}(x = X) = -\mu_0 \vec{j}_s(X) \wedge \vec{e}_x.$$

**36-**

S'il n'y a pas d'onde réfléchie, l'équation de passage pour le champ électrique incident s'écrit :

$$E_0 \exp(-j(\omega_i t - k_i X)) \vec{e}_z = -\frac{\sigma(X)}{\epsilon_0} \vec{e}_x \rightarrow$$

$E_0 = 0$ , ce qui est absurde. Donc il existe une onde réfléchie en  $x=X$  tel que :

$$\vec{E}_i(x = X) + \vec{E}_r(x = X) = -\frac{\sigma(X)}{\epsilon_0} \vec{e}_x \rightarrow$$

$$\vec{E}_{0r} = -E_0 \vec{e}_y ; \omega_r = \omega_i$$

$$\vec{k}_r = -\vec{k}_i = -\frac{\omega_i}{c} \vec{e}_x \text{ et } \sigma(X) = 0.$$

Donc :

$$\vec{E}_r(M, t) = -E_0 \exp(-j(\omega_i t + k_i x)) \vec{e}_y \rightarrow$$

$$\vec{B}_r(M, t) = \frac{E_0}{c} \exp(-j(\omega_i t + k_i x)) \vec{e}_z.$$

**37-**

Le référentiel  $R'$  en mouvement par rapport à un autre référentiel  $R$  ; de vitesse d'entraînement  $\vec{v}$ . Une charge ponctuelle  $q$  est soumise à la force de Lorentz exercée par le champ  $\vec{e}_m$  incident :

$$\vec{F} = q\vec{E}_i + q\vec{v}_{\text{dans } R} \wedge \vec{B}_i \text{ dans } R \text{ et}$$

$$\vec{F}' = q\vec{E}'_i + q\vec{v}_{\text{dans } R'} \wedge \vec{B}'_i \text{ dans } R'. \text{ Avec :}$$

$$\vec{v}_{\text{dans } R'} = \vec{v}_{\text{dans } R} - \vec{v}$$

La force est invariante par changement de référentiel en mécanique classique ( $v \ll c$  ;  $c_0$  célérité de la lumière dans le vide) :

$$\vec{F} = \vec{F}' \rightarrow \vec{B}'_i = \vec{B}_i \text{ et } \vec{E}'_i = \vec{E}_i + \vec{v} \wedge \vec{B}_i.$$

$$\text{De même, on établit : } \vec{E}'_r = \vec{E}_r + \vec{v} \wedge \vec{B}_r.$$

$$\vec{E}'_i = E_i \vec{e}_y + v \vec{e}_x \wedge \frac{E_i}{c} \vec{e}_z = \left(1 - \frac{v}{c}\right) \vec{E}_i \text{ et}$$

$$\vec{E}'_r = E_r \vec{e}_y + v \vec{e}_x \wedge \frac{-E_r}{c} \vec{e}_z = \left(1 + \frac{v}{c}\right) \vec{E}_r.$$

**38-**

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OO}'}{dt} = \frac{dx}{dt} \Big|_{x=X} \vec{e}_x \rightarrow X(t) = vt \text{ si à}$$

$t=0$ , on a  $X=0$ .

**39-**

$$\vec{E}'_i(x=X) + \vec{E}'_r(x=X) = -\frac{\sigma(X)}{\epsilon_0} \vec{e}_x. \text{ On}$$

$$a : \vec{E}'_i(X) = \left(1 - \frac{v}{c}\right) E_0 \exp(-(\omega_i t - k_i vt)) \text{ et}$$

$$\vec{E}'_r(X) = \left(1 + \frac{v}{c}\right) r_a E_0 \exp(-(\omega_r t - k_r vt)) \rightarrow$$

$$r_a = -\frac{c-v}{c+v} \text{ et } f_r = \frac{c-v}{c+v} f_i.$$

Le fréquence de l'onde réfléchie dépend du mouvement de la cible, c'est l'effet

Doppler.

**310-**

$$\frac{f_i - f_r}{f_i} = \frac{2v}{c+v}$$

**311-**

Le spectre est composée de 2 harmoniques de même amplitude et de fréquences

$$f_i + f_r \text{ et } f_i - f_r.$$

**3112-**

L'opération de multiplication est une opération non-linéaire : elle permet de générer de nouvelles fréquences.

**312-**

On utilise un filtre passe-bas de fréquence de coupure haute égale à  $f_i$

**3131-**

$$\lambda = c/f_i \approx 1,3 \text{ cm}.$$

**3132-**

A quelque mètre du radar.

**3133-**

$$v = \frac{f_i - f_r}{f_i + f_r} c = 112 \text{ km/h} > v_{\text{limite}} \rightarrow \text{il ya}$$

infraction.