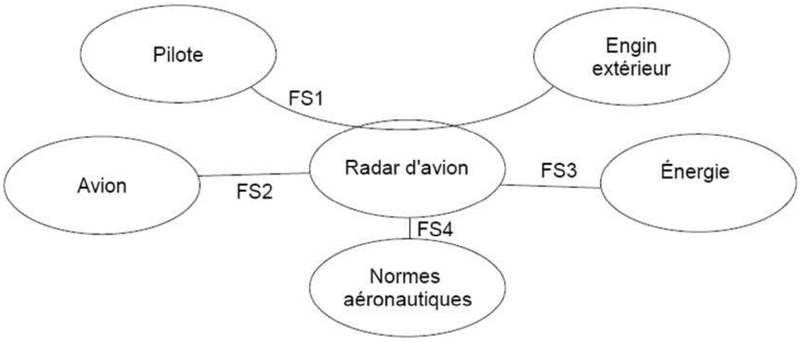
Radar d'avion

Le support d'étude est un radar d'avion. Il permet au pilote de connaître la position des engins extérieurs (avions, hélicoptères, bateaux, ...). L'objectif de cette étude est de vérifier les performances de la fonction FS1, décrites dans le cahier des charges de ce système.



FS1 : permettre au pilote de connaître la position des engins extérieurs
FS2 : s'adapter à l'avion
FS3 : s'adapter à l'énergie
FS4 : respecter les normes aéronautiques

Fonction	Critère	Niveau
FS1	Rapidité	$t_{5\%} < 0{,}2$ s
	Bande passante	$\omega_{3dB} > 18$ rad.s^{-1}
	Précision	erreur < 2%

On réalise un asservissement de position angulaire du radar d'avion : l'angle souhaité est $\theta_c(t)$, l'angle réel du radar est $\theta_r(t)$. La différence des deux angles est transformée en une tension $u_m(t)$, selon la loi $u_m(t) = A.(\theta_c(t) - \theta_r(t))$. La tension $u_m(t)$ engendre, via un moteur de fonction de transfert $H_m(t)$, une vitesse angulaire $\omega_m(t)$. Cette vitesse angulaire est réduite grâce à un réducteur de vitesse, selon la relation $\omega_r(t) = B.\ \omega_m(t)$ (B<1), $\omega_r(t)$ étant la vitesse angulaire du radar.

On donne la relation $\omega_r(t) = \dfrac{d}{dt}\ \theta_r(t)$.

Q.1. Réaliser le schéma-bloc du système.

Les équations du moteur à courant continu, qui est utilisé dans la motorisation, sont les suivantes :

$u_m(t) = e(t) + R.i(t)$ $e(t) = k_e.\omega_m(t)$ $J.\dfrac{d\,\omega_m(t)}{dt} = C_m(t)$ $C_m(t) = k_m.i(t)$

Avec : u(t) : tension aux bornes du moteur (en V) (entrée du moteur)
- e(t) : force contre-électromotrice (en V)
- i(t) : intensité (en A)
- $\omega_m(t)$: vitesse de rotation du moteur (en rad/s)
- $C_m(t)$: couple moteur (en N.m) (un couple est une action mécanique qui tend à faire tourner)
- J : inertie équivalente en rotation de l'arbre moteur (en kg.m^2)
- R : résistance électrique du moteur
- k_e : constante de force contre-électromotrice
- k_m : constante de couple

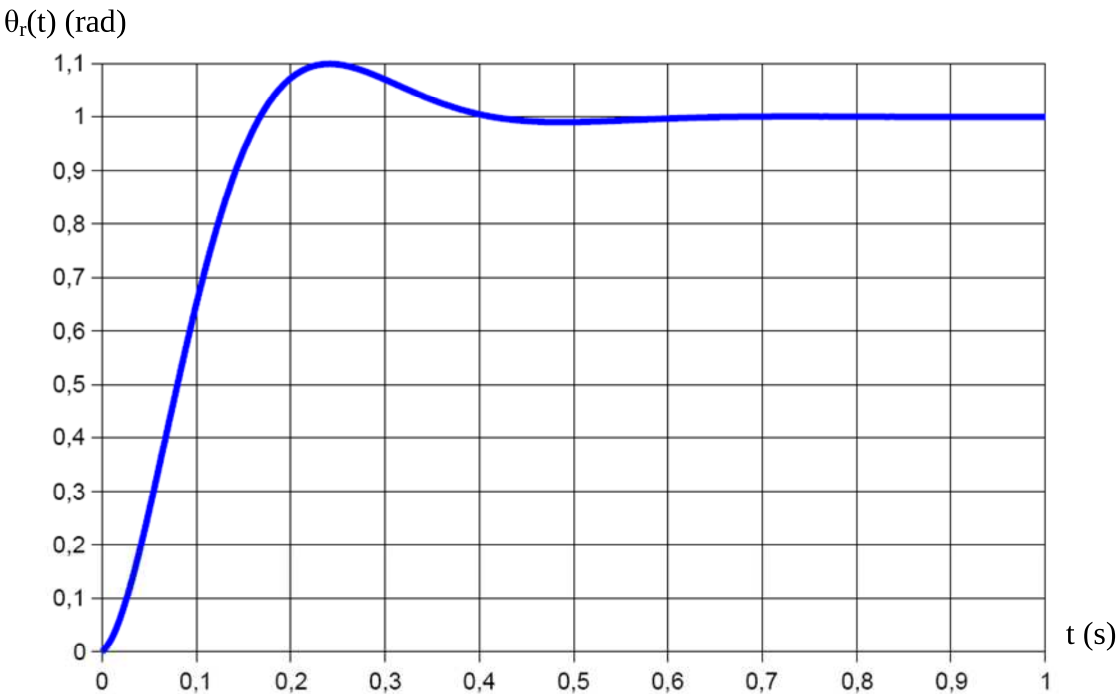
Q.2. Déterminer la fonction de transfert $H_m(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$.

Q.3. Montrer que $H_m(p)$ peut se mettre sous la forme canonique $H_m(p) = \dfrac{K_m}{1+T_m.p}$ et déterminer les valeurs littérales de K_m et T_m.

Q.4. Déterminer $\omega_m(t)$ lorsque $u_m(t)$ est un échelon de tension d'amplitude u_0. Exprimer le résultat en fonction de K_m , T_m et u_0. Préciser la valeur de $\omega_m(t)$ à l'origine, la pente de la tangente à l'origine de $\omega_m(t)$ et la valeur finale atteinte par $\omega_m(t)$ quand t tend vers l'infini.

Q.5. Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \dfrac{\theta_r(p)}{\theta_c(p)}$. Montrer que cette fonction peut se mettre sous la forme $\dfrac{K}{(1+\dfrac{2.z}{\omega_0}p+\dfrac{1}{\omega_0^{\ 2}}p^2)}$. Déterminer les constantes K, z et ω_0 en fonction de K_m, T_m, A et B.

La réponse indicielle de H(p) à un échelon unitaire est donnée sur la figure suivante :



Q.6. Déterminer, en expliquant la démarche utilisée, les valeurs numériques de K, z et ω_0.

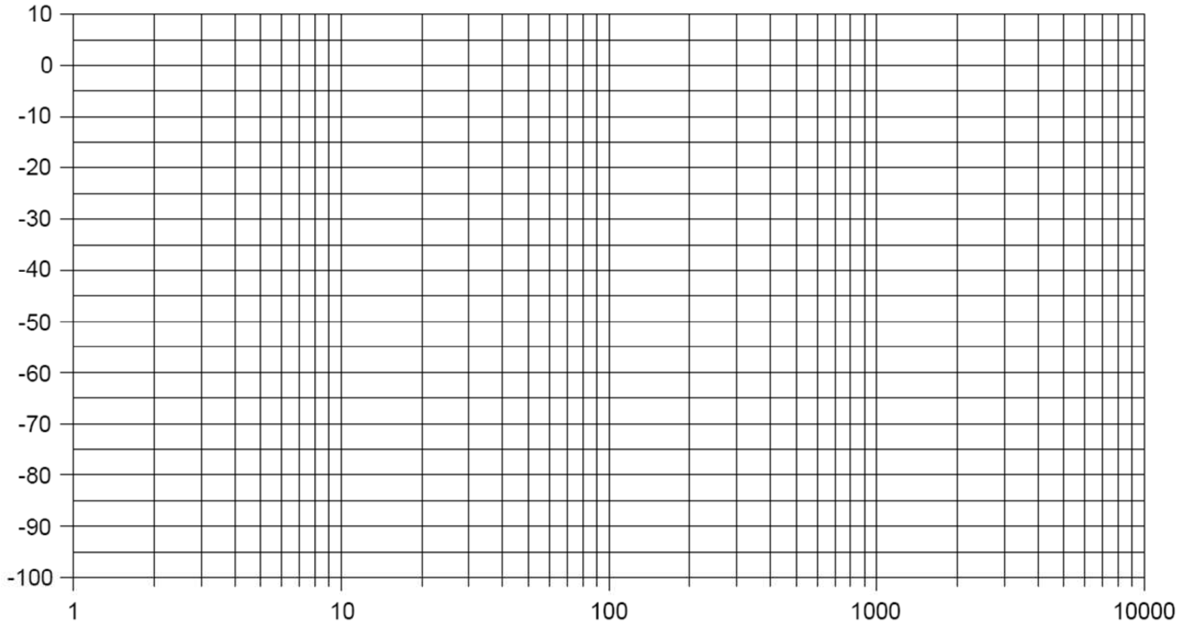
Sans préjuger du résultat trouvé dans la question précédente, on prendra, pour la suite :
K = 1, z = 0,5 et ω_0 = 15 rad/s.

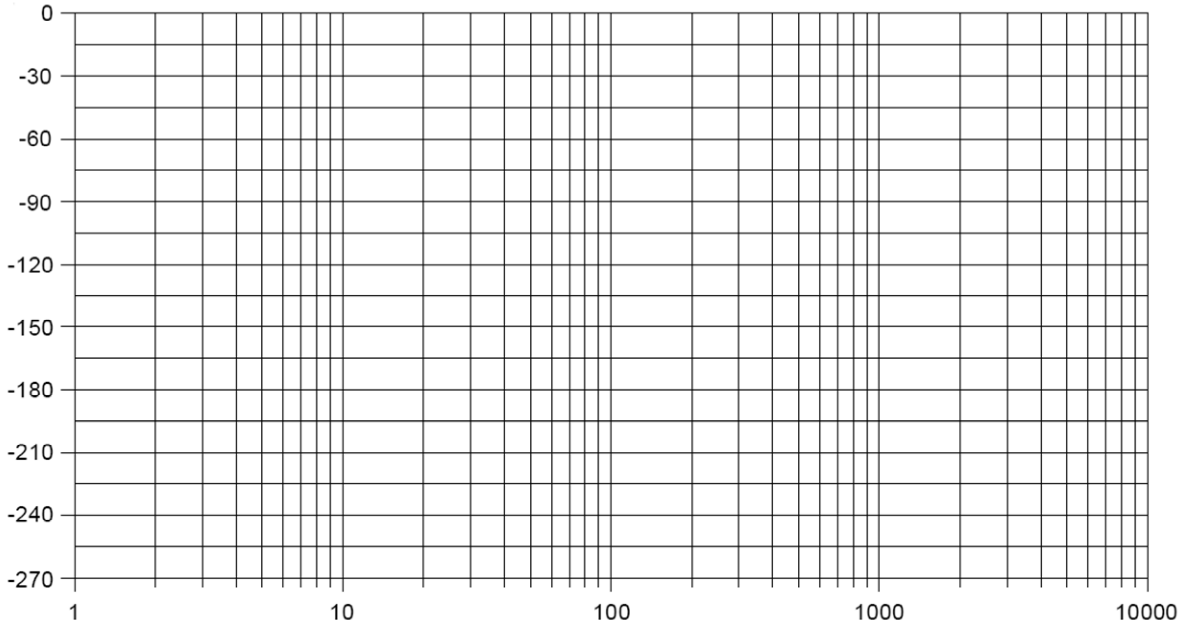
Q.7. Déterminer, en expliquant la démarche utilisée, le temps de réponse à 5%. Conclure quant la capacité du radar à vérifier le critère de rapidité de la fonction FS1.

On améliore la performance du radar en ajoutant un composant électronique (un correcteur) entre l'amplificateur et le moteur. La nouvelle fonction de transfert est :

$$H(p) = \frac{1}{(1+0{,}05.p).(1+0{,}0005.p).(1+0{,}002.p)}$$

Q.8. Tracer le diagramme de Bode asymptotique (en gain et en phase) de cette fonction de transfert, en expliquant la démarche utilisée.





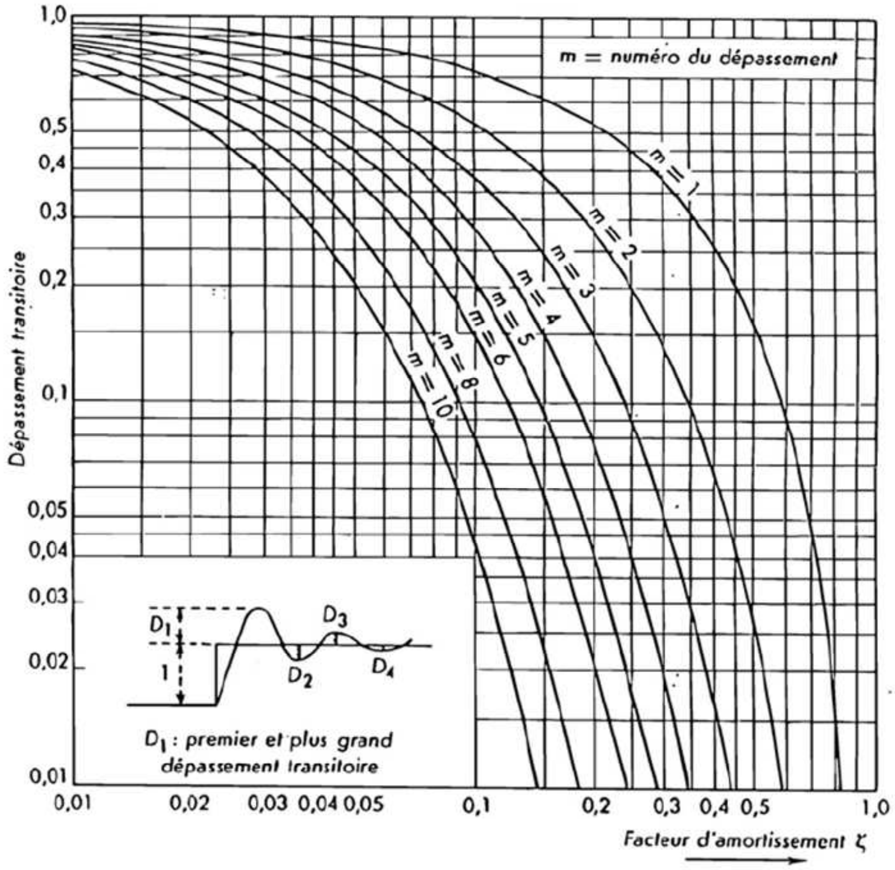
Q.9. Déterminer G et φ pour $\omega = 10$ rad/s.

Q.10. Déterminer, en régime permanent, $\theta_r(t)$ pour une entrée $\theta_c(t) = 0{,}2.\sin(10t)$.

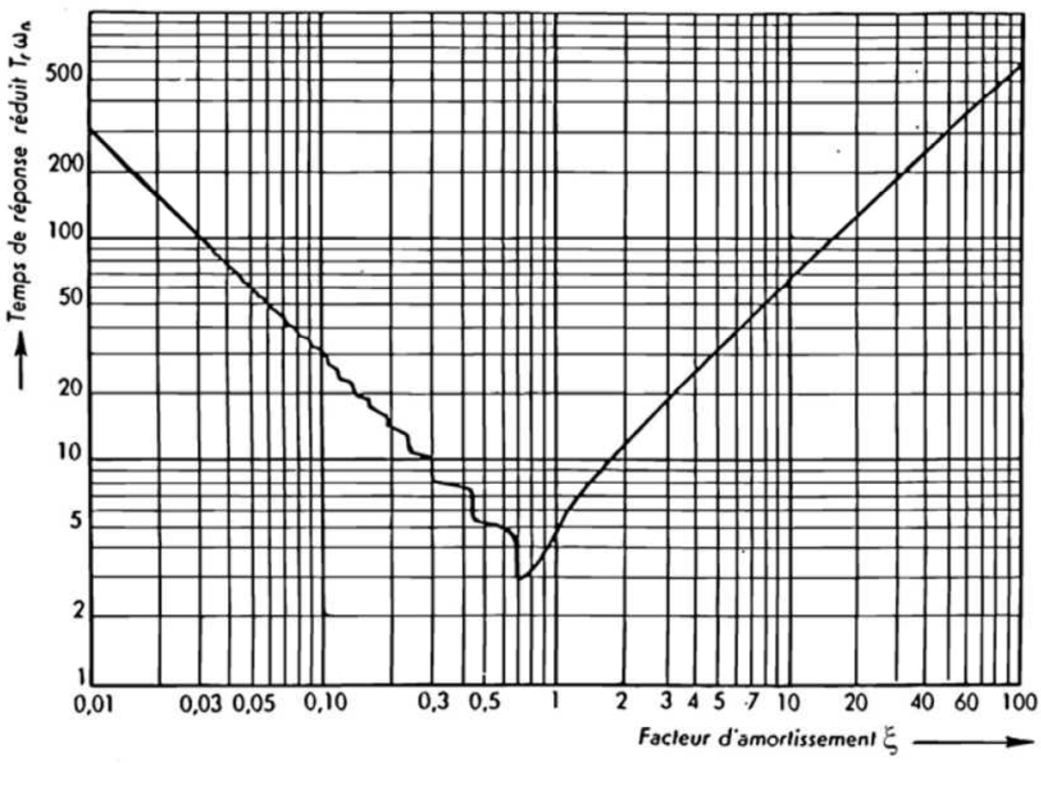
Pour $\omega < 20$ rad/s, on a $H(p) \approx \dfrac{1}{(1+0{,}05.p)}$

Q.11. Déterminer, sur cette approximation, la pulsation de coupure à -3 dB. Conclure quant à la capacité du radar à satisfaire le critère de bande passante de la fonction FS1.

Q.12. Déterminer, sur cette approximation, le temps de réponse à 5% du système. Conclure quant à la capacité du radar à satisfaire le critère de rapidité de la fonction FS1.



Annexe 1.

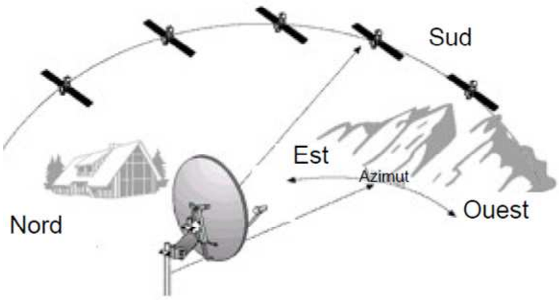


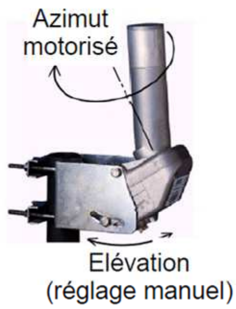
Annexe 2.

Etude d'une antenne parabolique

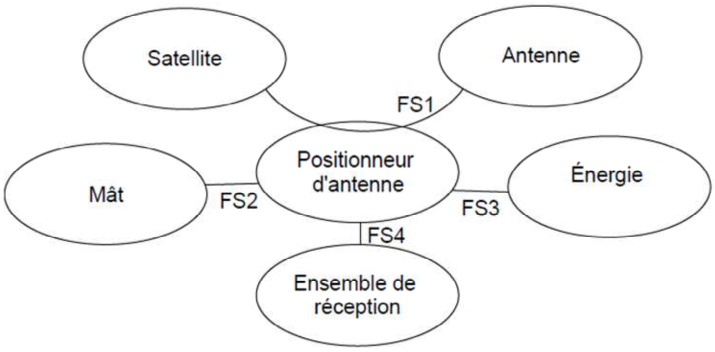
La réception de chaînes de télévision par satellite nécessite un récepteur / décodeur et une antenne parabolique.

Pour augmenter le nombre de chaînes reçues, l'antenne doit pouvoir s'orienter vers un plusieurs satellites différents. Le satellite choisi dépend de la chaîne demandée. Tous les satellites de radiodiffusion sont situés sur l'orbite géostationnaire à 36000 km au dessus de l'équateur. Le réglage de l'orientation l'antenne ne nécessite donc qu'une seule rotation, autour d'un axe appelé axe d'azimut. Le cahier des charges partiel à satisfaire est fourni sur le diagramme pieuvre suivant :





L'objectif de ce problème est la validation partielle des critères de la fonction FS1 du cahier des charges.

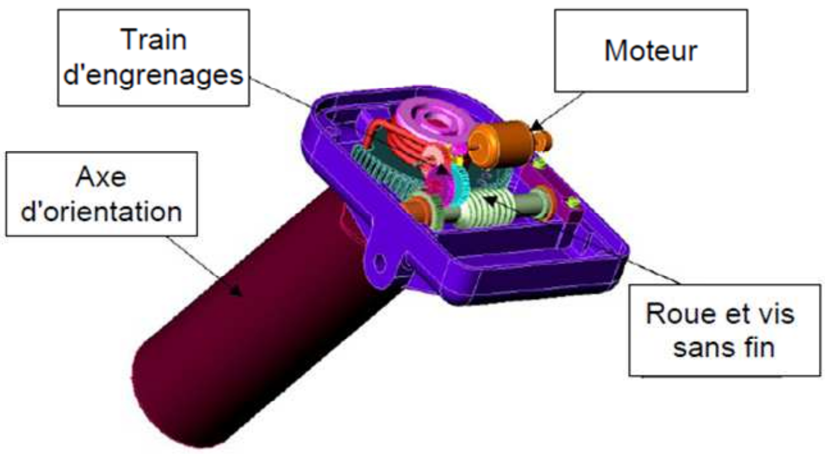


FS1 : orienter l'antenne vers un satellite présélectionné
FS2 : se fixer sur le mât
FS3 : s'adapter à l'énergie disponible
FS4 : s'adapter aux normes de transmissions de l'ensemble de réception

Fonction	Critère	Niveau
FS1	Angle de rotation	[-62° ; 62°]
	Vitesse de rotation	1,8°/s
	Ecart de positionnement	+/- 0,1°
	Temps de réponse	Le plus faible
	Masse	< 12 kg
	Diamètre	< 100 cm

L'axe d'orientation d'azimut utilise un dispositif de réduction de vitesse (engrenages et roue et vis sans fin). Si on note $\omega_a(t)$ la vitesse de rotation de l'axe d'orientation et $\omega_m(t)$ la vitesse de rotation du moteur, on a la relation suivante :

$$\frac{\omega_a(t)}{\omega_m(t)} = \frac{1}{N} = \frac{1}{23328}$$



Les équations du moteur à courant continu, qui est utilisé dans la motorisation, sont les suivantes :

$$u_m(t) = e_m(t) + R_m.i_m(t) + L_m.\frac{d\,i_m(t)}{dt} \qquad e_m(t) = K_e.\omega_m(t) \qquad J_m.\frac{d\,\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) \qquad C_m(t) = K_c.i_m(t)$$

Avec : $u_m(t)$: tension aux bornes du moteur (en V)
$e_m(t)$: force contre-électromotrice (en V)

$i_m(t)$: intensité (en A)
$\omega_m(t)$: vitesse de rotation du moteur (en rad/s)
$C_m(t)$: couple moteur (en N.m) (un couple est une action mécanique qui tend à faire tourner)
J_m : inertie équivalente en rotation de l'arbre moteur (en kg.m^2)
R_m : résistance électrique du moteur (9,1 Ω)
L_m : inductance du moteur
K_e : constante de force contre-électromotrice (0,022 V.rad^{-1}.s)
K_c : constante de couple (0,022 N.m.A^{-1})

Q.1. Exprimer ces équations dans le domaine de Laplace. Toutes les conditions initiales seront nulles, et considérées comme telles dans la suite de l'exercice.

Q.2. Réaliser le schéma-bloc du moteur.

Q.3. Déterminer la fonction de transfert $H(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$. Montrer que H(p) peut se mettre sous la forme canonique H(p) = $\dfrac{K}{(1+\dfrac{2.z}{\omega_0}p+\dfrac{1}{\omega_0^{\,2}}p^2)}$ et déterminer les valeurs littérales K, z et ω_0 en fonction des constantes fournies.

On note $\tau_e=\dfrac{L_m}{R_m}$ la constance de temps électrique du moteur, et $\tau_m=\dfrac{R_m.J_m}{K_e.K_c}$. On suppose que le temps d'établissement du courant est bien inférieur au temps de mise en mouvement de toute la mécanique, ce qui revient à dire que $\tau_e<<\tau_m$.

Q.4. Montrer alors que la fonction de transfert du moteur peut s'écrire H(p) ≈ $\dfrac{K}{(1+\tau_e.p).(1+\tau_m.p)}$.

Q.5. Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode du moteur sur le document réponse 1 en annexe. Les courbes correspondent au diagramme de Bode obtenu expérimentalement. Préciser sur ces diagrammes l'ensemble des caractéristiques (pulsations caractéristiques, pentes caractéristiques, valeurs numériques caractéristiques) connues à ce stade.

Q.6. Déterminer J_m et L_m . Justifier a posteriori que $\tau_e<<\tau_m$.

On soumet le moteur à un échelon de tension d'amplitude U_0 : $u_m(t) = U_0.u(t)$.

Q.7. Justifier que la fonction $\omega_m(t)$ aura une tangente à l'origine horizontale.

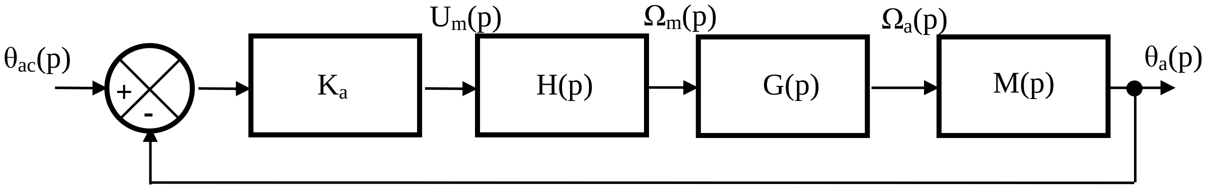
Grâce à la propriété $\tau_e<<\tau_m$, on approxime, dans toute la suite, la fonction H(p) par $\dfrac{K}{(1+\tau_m.p)}$.

Q.8. Déterminer l'expression analytique de $\omega_m(t)$, en fonction de K , τ_m et U_0.

Indépendamment des résultats précédents, on prend pour la suite τ_m = 0,012 s et K = 45rad.s^{-1} .V^{-1}. La tension nominale d'utilisation est U_0 = 18V.

Q.9. Montrer que le moteur n'excède pas sa valeur limite de rotation, qui est de 8000 tr/min.

La chaîne d'asservissement complète est donnée sur le schéma bloc suivant (θ_{ac} est l'angle consigne que l'on souhaite faire prendre à l'antenne ; θ_a réel de l'antenne, défini par $\omega_a(t) = \dfrac{d\,\theta_a(t)}{dt}$; K_a est un gain constant).

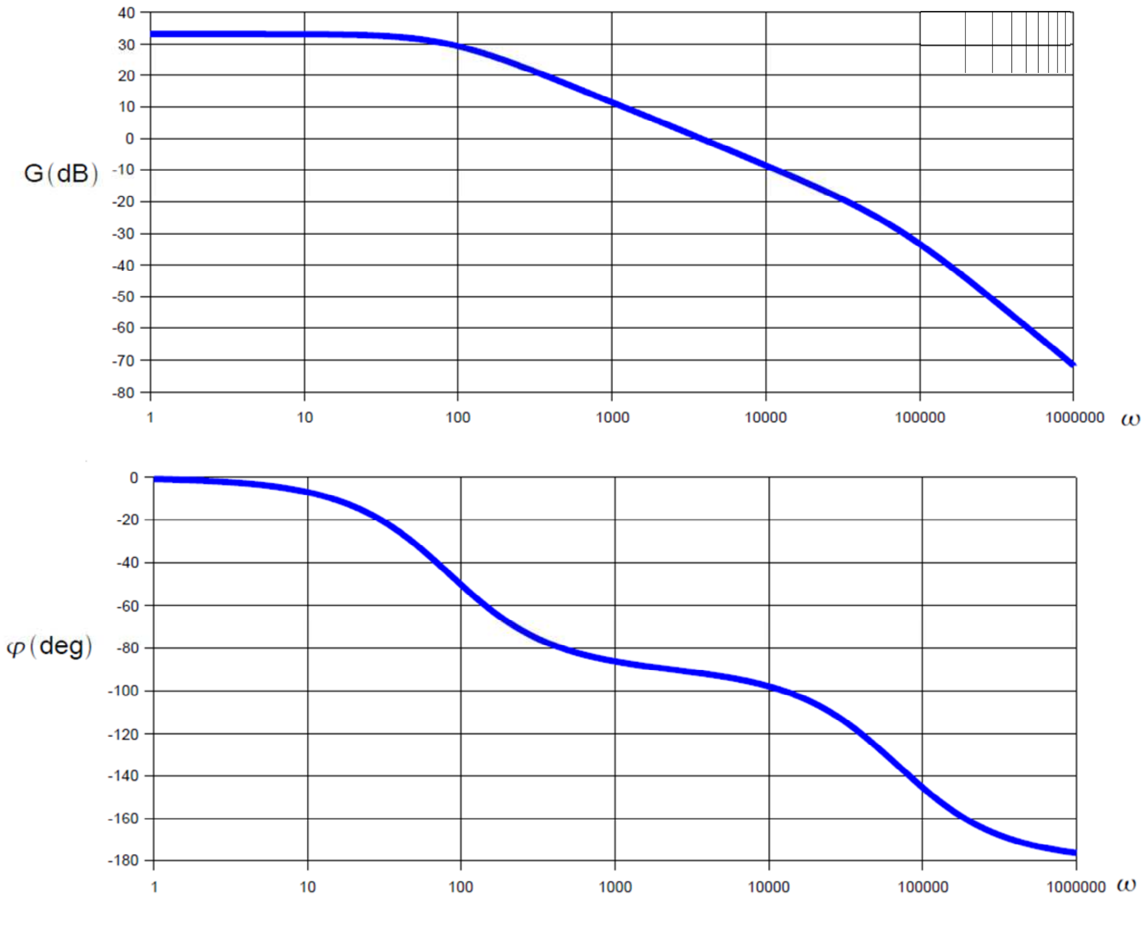


Q.10. Déterminer l'expression de G(p) et M(p).

Q.11. Déterminer la fonction de transfert $\dfrac{\theta_a(p)}{\theta_{ac}(p)}$, montrer que c'est une fonction du $2^{\text{ème}}$ ordre, et déterminer l'expression littérale de son gain K_T, de son coefficient d'amortissement z_T et de sa pulsation propre non amortie ω_{0T}.

Q.12. Montrer que le système vérifie le critère d'écart de positionnement du cahier des charges.

Q.13. Déterminer K_a pour que le système puisse satisfaire le critère de temps de réponse du cahier des charges.



Annexe 1 – Document réponse 1.