

CHAPITRE 4 :

RAYONNEMENT DIPOLAIRE ELECTRIQUE DE CHAMP ELECTROMAGNETIQUE

Dans les chapitres précédents, la propagation des ondes électromagnétiques dans le vide, dans un plasma ou dans un guide d'onde a été étudiée sans faire référence à la production de ces ondes c'est-à-dire sans les relier aux caractéristiques de leurs sources. Dans ce chapitre nous étudions un mode de production : la plus simple des sources de rayonnement d'onde électromagnétique, le dipôle électrique oscillant.

1. Dipôle électrique oscillant

1.1. Dipôle électrique variable

1.1.1. Moment dipolaire : rappel du dipôle électrique statique

Le dipôle électrique statique, introduit dans le cours d'électrostatique, est un ensemble de deux charges opposées $+q$ et $-q$ respectivement placées aux points fixes P et N . En se plaçant à une distance des charges grande devant $\ell = NP$, on a pu trouver des expressions du potentiel et du champ électrostatiques dépendant uniquement du moment dipolaire : $\vec{p} = q\overrightarrow{NP}$.

Cette définition peut être généralisée à un ensemble de charge globalement neutre quelconque, composé de charges ponctuelles q_i , situées aux points P_i , et de charges $-q_i$, situées aux points N_i . Le moment dipolaire de cette distribution de charges est la somme des moments dipolaires des charges q_i et $-q_i$ prises deux à deux, soit :

$$\vec{p} = \sum_i q_i \overrightarrow{N_i P_i} = - \sum_i q_i \overrightarrow{O N_i} + \sum_i q_i \overrightarrow{O P_i}$$

Soient G_- et G_+ , les barycentres respectifs des points N_i et des points P_i affectés des poids q_i , on a :

$$\sum_i q_i \overrightarrow{N_i G_-} = \vec{0} \text{ soit } \sum_i q_i \overrightarrow{O N_i} = (\sum_i q_i) \overrightarrow{O G_-} = Q \overrightarrow{O G_-}$$

$$\sum_i q_i \overrightarrow{P_i G_+} = \vec{0} \text{ soit } \sum_i q_i \overrightarrow{O P_i} = (\sum_i q_i) \overrightarrow{O G_+} = Q \overrightarrow{O G_+}$$

$$\boxed{\vec{p} = -Q \overrightarrow{O G_-} + Q \overrightarrow{O G_+} = Q \overrightarrow{G_- G_+} \text{ avec } Q = (\sum_i q_i)}$$

D'après le théorème de superposition, le potentiel et le champ électrostatiques créés par la distribution, à une distance grande devant sa taille caractéristique ℓ , sont donnés par les mêmes formules que pour le système de deux charges.

1.1.2. Moment dipolaire variable : source de rayonnement

Un dipôle électrique variable est un dipôle pour lequel le moment dipolaire $\vec{p}(t)$ varie en fonction du temps. Cette variation peut être due à une variation de la distance séparant les barycentres des charges négatives et des charges positifs. Cette variation peut aussi être le fait de charges variables ou aux deux phénomènes.

Cas de charges invariantes et d'une variation de la distance : $\vec{p}(t) = Q \vec{\ell}(t)$ avec $\vec{\ell}(t) = \overrightarrow{G_- G_+} \Rightarrow \frac{d\vec{p}(t)}{dt} =$

$$Q \frac{d\vec{\ell}(t)}{dt} = Q \vec{v}(t)$$

Cas d'une distance fixe et de charges variables : $\vec{p}(t) = Q(t)\vec{\ell} \Rightarrow \frac{d\vec{p}(t)}{dt} = \frac{dQ(t)}{dt}\vec{\ell} = i\vec{\ell}$ avec $i = \frac{dQ}{dt}$:
courant circulant entre les charges

La variation du moment dipolaire est source de rayonnement.

1.2. Modèle du dipôle électrique oscillant

1.2.1. Définition d'un dipôle électrique oscillant

Un **dipôle électrique oscillant** est un ensemble de charges électriques globalement neutre, de taille caractéristique ℓ et de moment dipolaire $\vec{p}(t)$ tel que :

- $\vec{p}(t)$ varie périodiquement avec une période T et a une moyenne nulle,
- $\ell \ll r$ où r est la distance entre le dipôle et le point où l'on calcule son champ électromagnétique.
- $\ell \ll \lambda$ où $\lambda = cT$ est la longueur d'onde associée à la période d'oscillation du moment dipolaire.

La première condition $\ell \ll r$ est l'**approximation dipolaire** (vu en électrostatique), la deuxième condition $\ell \ll \lambda$ traduit physiquement le fait que le délai de propagation $\frac{\ell}{c}$, à la célérité c , entre deux points de la distribution de charges est négligeable devant la période d'oscillation ($\frac{\ell}{c} \ll T$) ou encore que les mouvements de charges de la distribution de vitesse $v \sim \frac{\ell}{T}$ sont **non relativistes** ($\frac{\ell}{T} \ll c$).

1.2.2. Dipôle électrique sinusoïdal

Pour un dipôle oscillant de façon sinusoïdale, le moment dipolaire est une fonction sinusoïdale du temps avec une pulsation ω : $\vec{p}(t) = \vec{P}_0 \cos(\omega t + \varphi)$. En notation complexe $\underline{\vec{p}}(t) = \underline{\vec{P}}_0 \exp(i\omega t)$ avec $\underline{\vec{P}}_0 = \vec{P}_0 \exp(i\varphi)$. Par exemple un cas simple est le dipôle oscillant d'un ensemble de deux charges $+q$ et $-q$ dont la première est fixe en $P = O$ et la deuxième en N oscille de sorte que $\overrightarrow{ON} = \ell \cos(\omega t) \vec{u}_z$. Le moment dipolaire est donc $\vec{p}(t) = \vec{P}_0 \cos(\omega t)$ avec $\vec{P}_0 = -q\ell \vec{u}_z$ où $\ell \ll \lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$ (Exemple de l'électron, charge $-e$, gravitant autour du noyau atomique fixe de charge $+e$.)

2. Champ électromagnétique créé par un dipôle oscillant

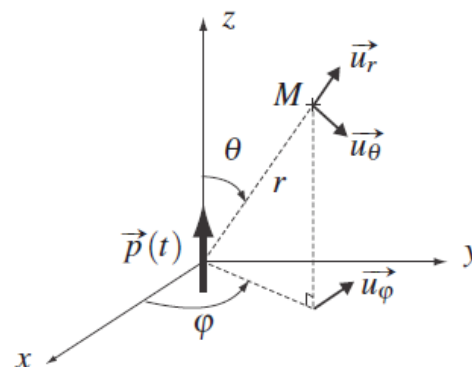
Considérons un dipôle électrique oscillant sinusoïdalement suivant la direction (Oz) : $\vec{p} = p_0 \cos(\omega t + \psi) \vec{u}_z$ où p_0 et ψ sont des constantes. Cette distribution de charges, supposée seule dans l'espace, crée dans le vide un champ électromagnétique que l'on se propose d'étudier. Tout point M de l'espace est repéré par ses coordonnées sphériques (r, θ, φ) de centre O et d'axe (Oz) .

2.1. Étude des symétries et des invariances

Comme en électrostatique et en magnétostatique, les **symétries**

permettent d'obtenir des renseignements sur le champ électromagnétique $(\vec{E}(M, t), \vec{B}(M, t))$ sans faire de calcul.

Ici les deux champs ont pour source commune le dipôle électrique oscillant.



• Le dipôle électrique est *invariant par rotation autour de l'axe (Oz)* donc les composantes $E_r, E_\theta, E_\varphi, B_r, B_\theta$ et B_φ du champ ne dépendent pas de l'angle φ .

• Pour tout point M , le dipôle électrique admet le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ (plan méridien passant par M) pour *plan de symétrie*. On en déduit que $\vec{E}(M, t)$, qui est un vrai vecteur, est compris dans ce plan et que $\vec{B}(M, t)$, qui est un pseudo-vecteur, est orthogonal à ce plan, soit : $E_\varphi = 0$ et $B_r = B_\theta = 0$. Finalement le champ

électromagnétique est de la forme : $\boxed{\vec{E}(M, t) = E_r(r, \theta, t)\vec{u}_r + E_\theta(r, \theta, t)\vec{u}_\theta \text{ et } \vec{B}(M, t) = B_\varphi(r, \theta, t)\vec{u}_\varphi}$

Remarque

En tout point de (Oz) passe une infinité de plans de symétrie (tous les plans méridiens); le champ électrique est contenu dans tous ces plans donc parallèle à \vec{u}_z ; le champ magnétique est perpendiculaire à tous ces plans donc nul. Ainsi : $\boxed{E_\theta(r, \theta = 0 \text{ ou } \pi, t) = 0 \text{ et } B_\varphi(r, \theta = 0 \text{ ou } \pi, t) = 0}$

2.2. Zone de rayonnement

Un point est dans la **zone de rayonnement** si sa distance r au dipôle électrique oscillant est telle que : $\boxed{r \gg \lambda}$.

En tenant compte de la condition $\boxed{\ell \ll \lambda}$, la zone de rayonnement est telle que $\boxed{\ell \ll \lambda \ll r}$. C'est la zone la plus importante d'un point de vue pratique.

2.3. Champ électromagnétique dans la zone de rayonnement

2.3.1. Expression du champ

Dans la zone de rayonnement, le champ électromagnétique créé par le dipôle électrique oscillant est, en posant

$$k = \frac{\omega}{c} : \left\{ \begin{array}{l} \vec{E}(M, t) = -\frac{\mu_0 p_0 \omega^2 \sin \theta}{4\pi r} \cos(\omega t - kr + \psi) \vec{u}_\theta = -\frac{p_0 \omega^2 \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 c^2 r} \cos(\omega t - kr + \psi) \vec{u}_\theta \\ \vec{B}(M, t) = -\frac{\mu_0 p_0 \omega^2 \sin \theta}{4\pi c r} \cos(\omega t - kr + \psi) \vec{u}_\varphi = -\frac{p_0 \omega^2 \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 c^3 r} \cos(\omega t - kr + \psi) \vec{u}_\varphi \end{array} \right.$$

On peut vérifier l'homogénéité de ces expressions. En effet le champ magnétique a bien la dimension du champ électrique divisée par une vitesse, c . En comparant l'expression du champ électrique au champ d'une charge ponctuelle q , $\frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2}, \frac{p_0 \omega^2}{c^2}$ doit être homogène à $\frac{q}{r}$. L'analyse dimensionnelle donne bien :

$$\left[\frac{p_0 \omega^2}{c^2} \right] = \frac{C.m.s^{-2}}{m^2.s^{-2}} = C.m^{-1} = \left[\frac{q}{r} \right].$$

De même en comparant l'expression du champ magnétique au champ d'un fil infini $\frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \frac{p_0 \omega^2}{c}$ doit être homogène à une intensité de courant I et l'analyse dimensionnelle donne bien :

$$\left[\frac{p_0 \omega^2}{c} \right] = \frac{C.m.s^{-2}}{m.s^{-1}} = C.s^{-1} = [I].$$

2.3.2. Interprétation physique

Le terme $\cos(\omega t - kr + \psi)$ prouve que le champ électromagnétique se propage dans la direction \vec{u}_r , son vecteur d'onde est donc $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{u}_r$. D'autre part dans les expressions des champs les caractéristiques du dipôle électrique oscillant apparaissent à travers le terme :

$$-\omega^2 p_0 \cos(\omega t - kr + \psi) = -\omega^2 p_0 \cos\left(\omega \left(t - \frac{r}{c}\right) + \psi\right) = \ddot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right)$$

$$\text{Ainsi } \begin{cases} \vec{E}(M, t) = \frac{\sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \ddot{p} \left(t - \frac{r}{c} \right) \vec{u}_\theta \\ \vec{B}(M, t) = \frac{\mu_0 \sin \theta}{4\pi c r} \ddot{p} \left(t - \frac{r}{c} \right) \vec{u}_\varphi \end{cases}. \text{ Le champ électromagnétique, en M et à l'instant t, dépend de l'état}$$

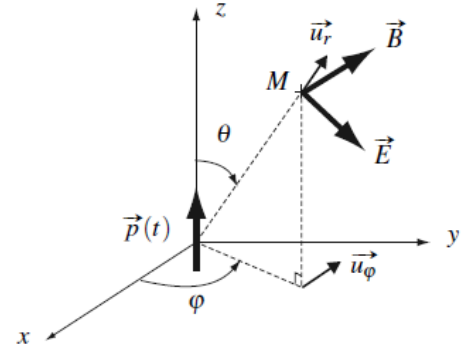
du dipôle à l'instant retardé $t - \frac{r}{c}$, instant antérieur à l'instant t. La différence entre t et $t - \frac{r}{c}$ correspond au délai de propagation, à la célérité c, entre le dipôle et le point M.

2.3.3. Structure locale d'onde plane

L'expression du champ électromagnétique donne :

$$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{\vec{u}_r \wedge \vec{E}}{c}, \vec{E} = c \vec{B} \wedge \vec{u}_r \text{ et } \|\vec{B}\| = \frac{\|\vec{E}\|}{c}.$$

Dans la zone de rayonnement l'onde électromagnétique possède localement la structure d'une OPPM se propageant suivant le vecteur \vec{u}_r , bien que ça ne soit pas une OPPM.



2.3.4. Polarisation rectiligne de l'onde

Le dipôle oscillant gardant une direction fixe (axe Oz), le champ électrique en M garde constamment la direction du vecteur \vec{u}_θ . L'onde électromagnétique rayonnée par un dipôle oscillant de direction fixe est donc polarisée rectilignement en tout point M, la direction de polarisation étant contenue dans le plan contenant M et le dipôle et perpendiculaire à la direction de propagation.

2.4. Puissance rayonnée

2.4.1. Vecteur de Poynting

Le vecteur de Poynting de l'onde rayonnée dans la zone de rayonnement est :

$$\vec{\Pi}(M, t) = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{\omega^4 \mu_0 p_0^2}{16\pi^2 r^2 c} \sin^2(\theta) \cos^2(\omega t - kr + \psi) \vec{u}_r.$$

La valeur moyenne du vecteur de Poynting est selon \vec{u}_r et correspond bien, nous nous y attendions, à une propagation divergente de l'énergie : $\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{\omega^4 \mu_0 p_0^2}{32\pi^2 r^2 c} \sin^2(\theta) \vec{u}_r$.

Rappelons que le module de la valeur moyenne du vecteur de Poynting correspond à la puissance surfacique transportée par l'onde électromagnétique dans sa direction de propagation. l'énergie électromagnétique se déplace radialement, en s'éloignant du dipôle.

2.4.2. Diagramme de rayonnement dipolaire – Anisotropie du rayonnement

Le champ électromagnétique est proportionnels à $\sin \theta$ et le vecteur de Poynting moyen à $\sin^2 \theta$. Le rayonnement dipolaire est donc anisotrope, maximal pour

$\theta = \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire dans le plan équatorial du dipôle oscillant et nul pour

$\theta = 0$ et $\theta = \pi \text{ rad}$, dans l'axe du dipôle.

L'anisotropie d'une émission peut être illustrée par le *diagramme de rayonnement* représentant le module de la valeur moyenne du vecteur de Poynting en fonction de la direction (θ, φ) dans l'espace :

$$\|\langle \vec{\Pi}(\theta, \varphi) \rangle\| = \|\langle \vec{\Pi} \rangle\|_{\max} \sin^2(\theta) \text{ avec } \|\langle \vec{\Pi} \rangle\|_{\max} = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{32\pi^2 r^2 c}.$$

Dans le cas particulier du rayonnement dipolaire, l'axe Oz est un axe de symétrie et le diagramme de rayonnement, indépendant de φ , présente cette symétrie. Nous pouvons représenter ce diagramme soit dans l'espace (il s'agit alors d'un tore de révolution autour de l'axe Oz) soit, étant donnée l'invariance par rotation autour de Oz , par le diagramme polaire $\|\langle \vec{\Pi}(\theta, \varphi) \rangle\| = \|\langle \vec{\Pi} \rangle\|_{\max} \sin^2(\theta)$ dans un plan méridien appelé aussi indicatrice de rayonnement.

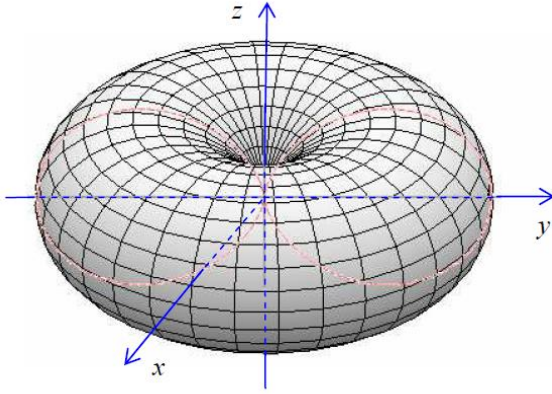


Figure a. tore de révolution

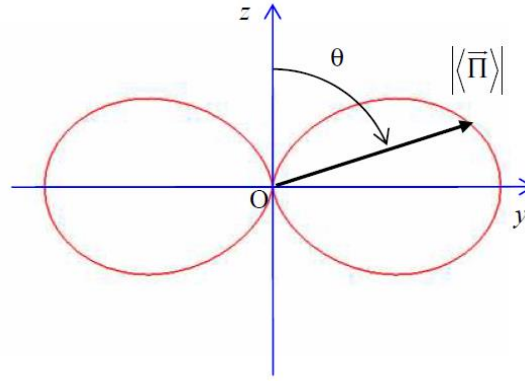


Figure b. diagramme polaire

2.4.3. Puissance totale rayonnée

La puissance totale rayonnée est la puissance moyenne rayonnée dans tout l'espace par le dipôle oscillant correspond au flux de la valeur moyenne du vecteur de Poynting à travers une sphère S de rayon r centrée sur le dipôle :

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \iint_S \langle \vec{\Pi} \rangle \cdot d\vec{S} = \iint_S \left(\frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{32\pi^2 r^2 c} \sin^2(\theta) \vec{u}_r \right) \cdot (dS \vec{u}_r), \text{ soit}$$

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{32\pi^2 r^2 c} \sin^2(\theta) \times r d\theta \times r \sin\theta d\varphi = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{32\pi^2 c} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^3(\theta) d\theta \cdot 2\pi.$$

$$\Rightarrow \langle \mathcal{P} \rangle = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{32\pi^2 c} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^3(\theta) d\theta \cdot 2\pi = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{12\pi c} \text{ car } \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^3(\theta) d\theta = \frac{4}{3}.$$

$$\boxed{\langle \mathcal{P} \rangle = \frac{\mu_0}{12\pi c} p_0^2 \omega^4 = \frac{4\pi^3 \mu_0}{3c} p_0^2 v^4 = \frac{4\pi^3 c}{3\epsilon_0} p_0^2 \frac{1}{\lambda^4}} \quad v \text{ étant la fréquence de l'onde. La puissance totale rayonnée}$$

ne dépend pas du rayon r de la sphère à travers laquelle on calcule le flux. La variation en $\frac{1}{r}$ des champs n'est pas due à une dissipation d'énergie, mais à une *dilution de l'énergie* dans l'espace. L'onde rayonnée se propage dans un milieu non absorbant. Nous retiendrons également ce résultat remarquable : la puissance moyenne rayonnée par un dipôle électrique harmonique est proportionnelle à la puissance quatrième de la pulsation (ou de la fréquence) d'oscillation du dipôle, ou, cela revient au même, inversement proportionnelle à la puissance quatrième de la longueur d'onde rayonnée. Par ailleurs \mathcal{P} rayonnée est proportionnelle à $p_0^2 \omega^4$ donc à la valeur moyenne du carré de l'accélération des charges en mouvement. En effet, si l'on revient à l'exemple de dipôle oscillant pour lequel $p_0 = \ell q$ et l'accélération de la charge q est $a(t) = -\ell \omega^2 \cos(\omega t)$

$$\text{de sorte que : } \langle a^2 \rangle = \frac{1}{2} \ell^2 \omega^4 = \frac{p_0^2 \omega^4}{2q^2}, \quad \langle \mathcal{P} \rangle = \frac{\mu_0 q^2}{6\pi c} \langle a^2 \rangle = \frac{q^2}{6\pi \epsilon_0 c^3} \langle a^2 \rangle.$$
 Cette formule est la *formule de*

Larmor, formule générale qui relie la puissance rayonnée par une charge q non relativiste au carré de son

accélération. Selon cette formule, toute charge électrique *subissant une accélération* émet dans l'espace une puissance électromagnétique donc perd de l'énergie.

3. Diffusion Rayleigh et couleur du ciel

Le champ électromagnétique d'une onde interagit avec les atomes et les molécules du milieu qu'il traverse. Ces atomes ou molécules se comportent alors comme des dipôles oscillants et émettent à leur tour une onde électromagnétique correspondant au champ qui a été étudié dans les paragraphes précédents. Cette onde étant émise dans des directions différentes de la direction de l'onde excitatrice, on dit qu'il y a **diffusion**.

L'onde excitatrice peut par exemple être la lumière provenant du Soleil et le milieu traversé l'atmosphère. La lumière que nous observons dans le ciel est la lumière diffusée par les molécules composant l'atmosphère, excitées par le champ électromagnétique émis par le Soleil. La diffusion de la lumière par des particules de taille très inférieure à la longueur d'onde (par exemple des molécules) est appelée **diffusion Rayleigh**. Nous pouvons comprendre pourquoi dans ce cas la lumière diffusée est bleue.

La lumière solaire a dans le visible une densité spectrale d'éclairement à peu près constante ; l'amplitude du champ électrique est donc la même pour toutes les longueurs d'onde. La fréquence de résonance étant en dehors du domaine visible (elle se situe dans l'ultraviolet), on peut considérer que l'amplitude p_0 d'oscillation des dipôles est (à peu près) la même pour toutes les pulsations du domaine visible. Mais la puissance rayonnée par un dipôle est proportionnelle à ω^4 . Ainsi, le rapport des puissances rayonnées à l'extrémité rouge du spectre visible $\lambda_{rouge} = 0,8 \mu\text{m}$ et à l'extrémité violette $\lambda_{violette} = 0,4 \mu\text{m}$ est :

$$\frac{\langle \mathcal{P}_{violette} \rangle}{\langle \mathcal{P}_{rouge} \rangle} = \left(\frac{\omega_{violette}}{\omega_{rouge}} \right)^4 = \left(\frac{\lambda_{rouge}}{\lambda_{violette}} \right)^4 = 16$$

La puissance diffusée dans le violet est donc environ 16 fois plus supérieure à celle diffusée dans le rouge. En vision diurne, l'œil ayant un maximum de sensibilité du jaune au vert, le maximum d'intensité lumineuse perçue est décalé dans le bleu, ce qui explique que le ciel est bleu.

Le phénomène est identique la nuit mais la lumière diffusée par la Lune n'est pas assez intense pour que le ciel de nuit, même à la pleine Lune, nous apparaisse bleu.

En revanche, les nuages sont blancs car ils sont constitués de particules dont la taille n'est pas petite par rapport à la longueur d'onde et, dans ce cas, l'étude de la lumière diffusée ne rentre plus dans le cadre du modèle de la diffusion Rayleigh et du dipôle oscillant mais elle est du ressort de l'optique géométrique. La diffusion de la lumière par des particules de taille supérieure à $0,1 \mu\text{m}$ est la **diffusion de Mie** ; la puissance rayonnée par ces particules ne dépend pas de la longueur d'onde.

La diffusion Rayleigh permet aussi de comprendre la couleur orangée du Soleil couchant. En effet, lorsque la lumière traverse l'atmosphère elle perd une partie de son énergie du fait de la diffusion (l'énergie de la lumière diffusée qui part dans toutes les directions). La diffusion Rayleigh étant beaucoup plus efficace pour les petites longueurs d'ondes, la lumière solaire perd plus d'énergie dans le bleu que dans le rouge. Ainsi, le Soleil apparaît jaune au milieu de la journée quand l'épaisseur d'atmosphère traversée est plus petite et rouge-orangé au coucher quand l'épaisseur traversée est plus importante.