TRAVAUX DIRIGÉS N°5 DE SIGNAUX PHYSIQUES

Exercice 1

1a- Donner la période, la fréquence, la pulsation, la longueur d'onde, le vecteur d'onde de l'onde suivante : $s(x,t) = 5\sin\left(2,4.10^{-3}\pi t - 7\pi x + 0,7\pi\right)$ où x est en mètres et t en secondes.

1b- Quelle est sa vitesse de propagation ?

2a- Une onde se propage dans la direction de l'axe (Ox) dans le sens positif, avec la célérité c. Le signal de l'onde au point d'abscisse x_1 est : $s_1(x_1,t) = A\cos(\omega t)$

Déterminer l'expression de $s_1(x_1,t)$.

2b- Représenter $s_1(x_1,0)$ en fonction de x.

3a- Une onde sinusoïdale se propage dans la direction de l'axe (Ox) dans le sens négatif avec la célérité c. On donne $s_2(0,t) = A\sin(\omega t)$. Déterminer l'expression de $s_2(x,t)$.

3b- Représenter graphiquement $s_2\left(\frac{\lambda}{4},t\right)$ et $s_2\left(\frac{\lambda}{2},t\right)$ où λ est la longueur d'onde.

Exercice 2

Un signal électrique, issu d'un capteur, s'exprime sous la forme : $s(t) = S_0 + S_m\cos(\omega t)$ où $\omega = 6,28.10^4\,rad.s^{-1}$, $S_0 = 2\text{ V}$, $S_m = 1\text{ V}$.

1- Le signal est-il périodique ? Si oui, calculer sa période et sa fréquence.

2- Calculer la valeur moyenne de $s(t)$.

3- On souhaite observer le signal complet à l'oscilloscope : Quel couplage AC ou DC doit-on choisir ?
Qu'observe-t-on si on ne choisit pas le bon couplage ?

4- On utilise un voltmètre numérique qui permet de mesurer la valeur efficace (mesure RMS) du signal. Calculer la valeur affichée par le voltmètre.

Exercice 3

Données :

- *Un son pur est une onde sonore progressive périodique dont la variation réversible de pression en un point donné du milieu est d'allure sinusoïdale.*
- *Un son complexe est une onde sonore progressive périodique dont la variation réversible de pression en un point donné du milieu est d'allure non sinusoïdale.*

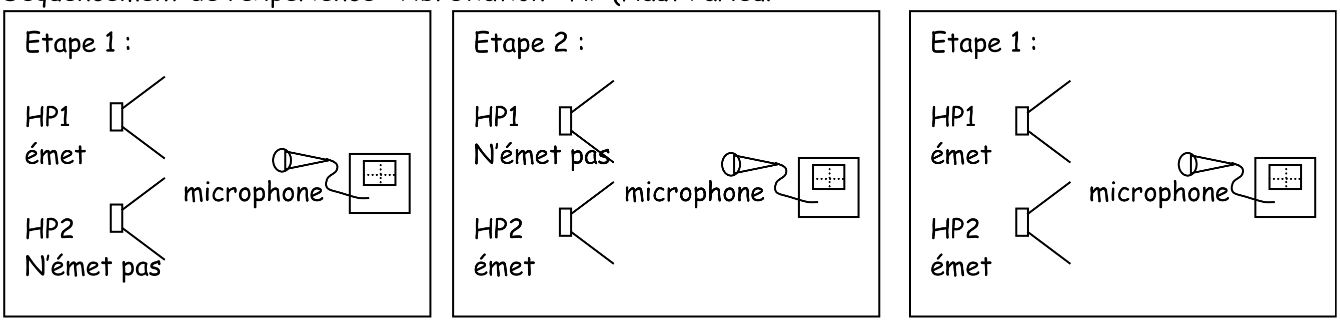
1 Exploitation des données :

1.1 Identifiez l'oscillogramme de l'exercice 2 qui correspondrait à un son « pur ».

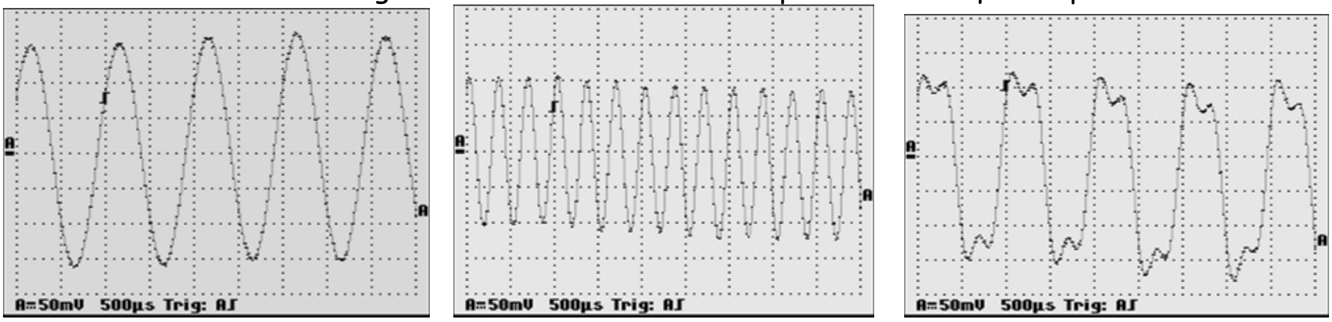
1.2 Identifiez l'oscillogramme de l'exercice 2 qui correspondrait à un son « complexe ».

2 Emission d'un son complexe :

Séquencement de l'expérience : Abréviation : HP (Haut Parleur



Oscillogramme visualisé à l'oscilloscope lors de chaque étape :



2.1 Exploitation de l'étape 1 :

2.1.1 Déterminez la nature du son émis par le haut parleur 1.

2.1.2 Déterminez la valeur de la fréquence du son émis.

2.2 Exploitation de l'étape 2 :

2.2.1 Déterminez la nature du son émis par le haut parleur 2. Justifiez.

2.2.2 Déterminez la valeur de la fréquence du son émis. Justifiez.

2.2.3 Quelle relation lie la valeur de la fréquence du son de l'étape 2 avec celle de l'étape 1 ?

2.3 Exploitation de l'étape 3 :

2.3.1 Déterminez la nature du son émis par les hauts parleurs 1 et 2. Justifiez.

2.3.2 Un technicien affirme que « un son complexe est constitué de sons purs de fréquences multiples ». Qu'en pensez-vous ? Justifiez.

2.3.3 Déterminez la valeur de la fréquence du son émis par les deux hauts parleurs. Justifiez.

2.3.4 Quel son pur émis impose la valeur de la fréquence du son complexe ?

2.3.5 Un technicien affirme que « la valeur de la fréquence du son complexe est imposée par la valeur de la fréquence la plus élevée du son pur contenu dans le son complexe ». Qu'en pensez-vous ? Justifiez.

3 « Décomposition en séries de Fourier » :

Données :

- *Toute onde progressive périodique d'allure non sinusoïdale peut se décomposer en une somme d'ondes progressives périodiques sinusoïdales dont les valeurs des fréquences de ces ondes sont des entiers multiples de la fréquence de l'onde d'allure non sinusoïdale ;*
- *On appelle « le fondamental » l'onde progressive périodique d'allure sinusoïdale dont la valeur de la fréquence correspond à la valeur de la fréquence de l'onde progressive périodique d'allure non sinusoïdale ;*
- *On appelle « harmonique » toute onde progressive périodique d'allure sinusoïdale dont la valeur de la fréquence est un entier multiple de la valeur de la fréquence du fondamental ;*
- *On appelle « rang » de l'harmonique la valeur de l'entier multiple de la fréquence du fondamental.*

3.1 Quelle est la décomposition en séries de Fourier du son complexe émis lors de l'étape 3 ? Justifiez.

3.2 Parmi les étapes 1 et 2, identifiez l'oscillogramme qui correspond au « fondamental » du son complexe de l'étape 3 ? Justifiez.

3.3 Parmi les étapes 1 et 2, identifiez l'oscillogramme qui correspond à « l'harmonique » du son complexe de l'étape 3 ? Justifiez.

3.4 Déterminez le rang de l'harmonique du son complexe de l'étape 3. Justifiez.

3.5 Quelle est la décomposition en série de Fourier du son pur émis lors de l'étape 1 ? Justifiez.

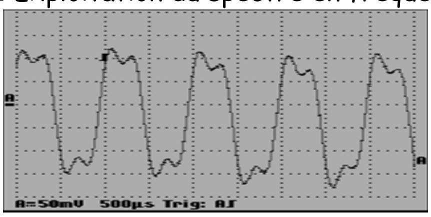
3.6 Quelle est la décomposition en séries de Fourier du son pur émis lors de l'étape 2 ? Justifiez.

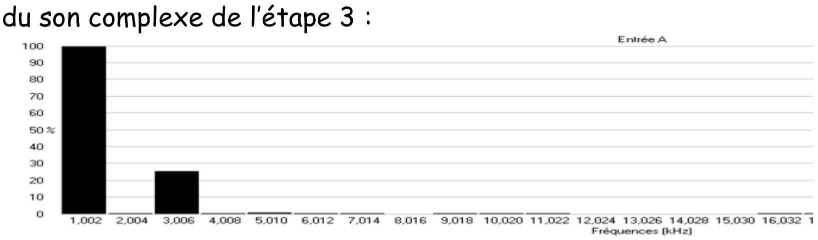
4. A propos de la notion de « spectre en fréquence » :

Données :

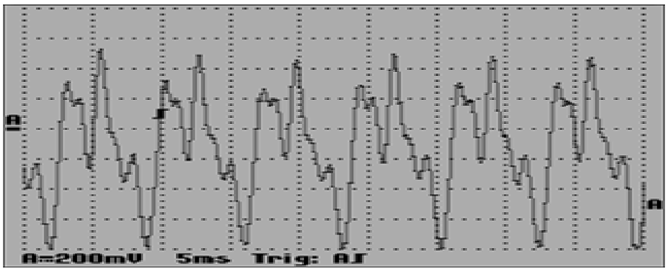
- *Le « spectre en fréquence » est la représentation graphique de la décomposition en série de Fourier de toute onde progressive périodique d'allure non sinusoïdale ;*

41 Exploitation du spectre en fréquence du son complexe de l'étape 3 :



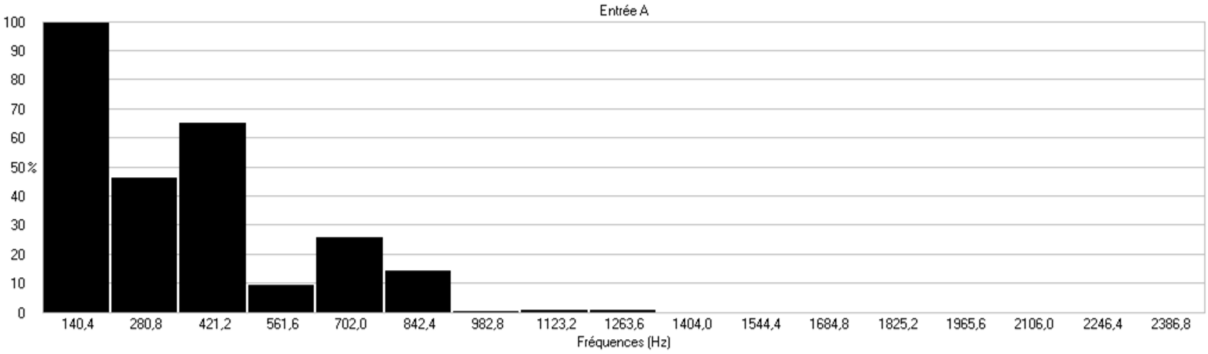


4.1.1 Quelle est la valeur de la fréquence du fondamental ?
4.1.2 Combien d'harmoniques sont contenus dans le son complexe de l'étape 3 ?
4.1.3 Quelle est la valeur de la fréquence du premier harmonique ?
4.2 Exploitation de l'oscillogramme du son « oh » :



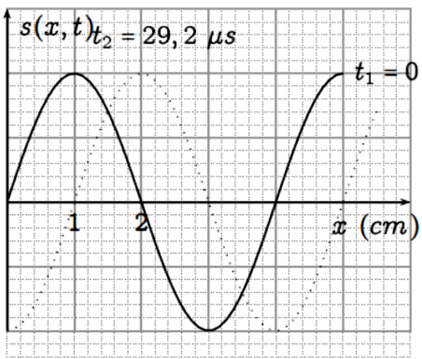
4.2.1 Quelle est la nature du son « oh » ? Justifiez.
4.2.2 Déterminez la valeur de la fréquence du son « oh ».
4.2.3 Déterminez la valeur de la fréquence du fondamental du son « oh ». justifiez.
4.2.4 Le son « oh » possède t'il des harmoniques ? Justifiez.

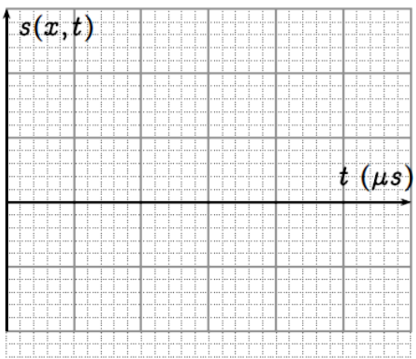
4.3 Exploitation du spectre en fréquence du son « oh » :



4.3.1 Quelle est la valeur de la fréquence du fondamental ?
4.3.2 La valeur de la fréquence du fondamental indiquée dans le spectre est-elle cohérente avec celle du son « oh » déterminée à l'oscilloscope ?
4.3.3 Combien d'harmoniques sont contenus dans le son « oh » ?
4.3.4 Quelle est la valeur de la fréquence du premier harmonique ?
4.3.5 Quelle est la valeur de la fréquence de l'harmonique de rang 3 ?
4.3.6 Quelle est l'amplitude de l'harmonique 4 ?

Exercice 4



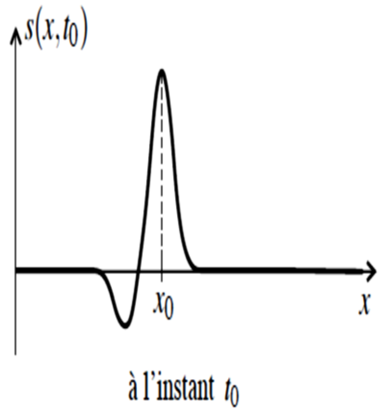


Sont représentés sur le graphe l'état d'une vibration à deux instants différents t_1 pris pour origine des temps et t_2.

1. Définir et calculer la longueur d'onde associée au phénomène de propagation.
2. Déterminer le sens de propagation de l'onde, En déduire la forme générale de l'écriture de $s(x,t)$.
3. Calculer la vitesse de propagation ainsi que la période temporelle du signal.
4. Représenter l'évolution temporelle du signal en $x=0$ et en $x=5mm$.

Exercice 5

On considère une corde horizontale, parallèle à l'axe (Ox), soumise à une onde progressive unidimensionnelle se propageant, à la célérité c, selon l'axe des x croissants.



1) Rappeler Le modèle de l'onde progressive unidimensionnelle. Qu'est-ce que ce modèle suppose sur le milieu de propagation ?

On suppose qu'à l'instant initial, on applique une perturbation en $x=0$. A l'instant $t=5\ s$, le profil de la corde à l'allure suivante

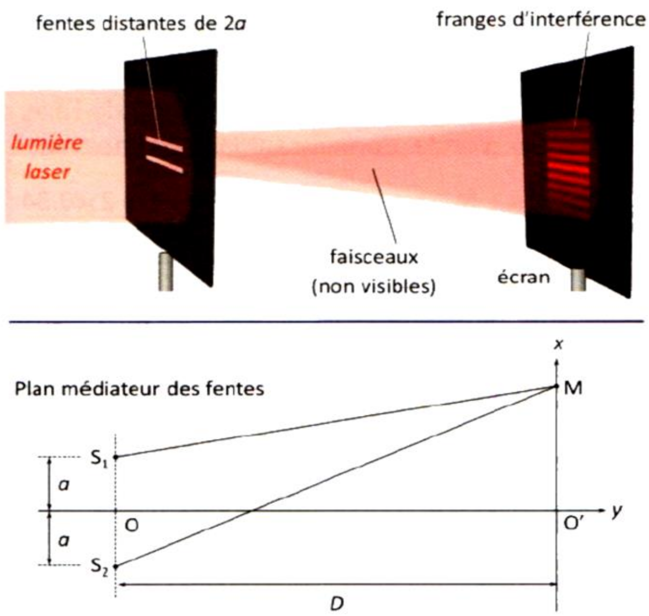
2) Sachant que $x=10\ cm$, déterminer la célérité c de l'onde.

3) Représenter, en le justifiant, le profil de la corde à l'instant $t=25\ s$

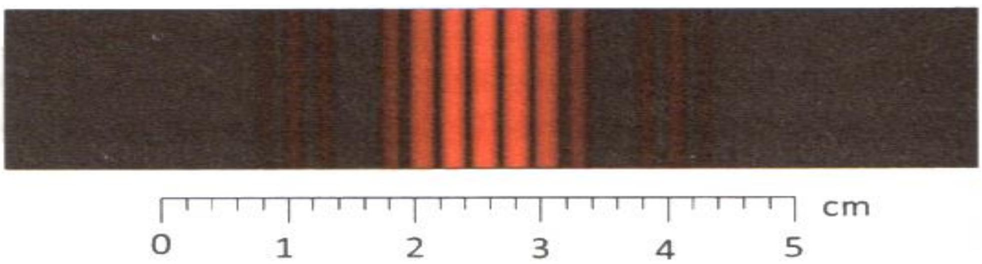
4) Représenter, en le justifiant, l'évolution temporelle de l'altitude du point d'abscisse $x=40\ cm$.

Exercice 6

En 1802, l'expérience dite des « trous d'Young » a permis de confirmer la nature ondulatoire de la lumière en réalisant une figure d'interférence lumineuse. Une version moderne de cette expérience consiste à éclairer avec une lumière laser de longueur d'onde λ deux fentes parallèles distantes de $2a$ et d'épaisseur très inférieure à $2a$. Sur un écran situé à une distance $D >> a$, on recueille la lumière qui a traversé les trous. On fait l'hypothèse que le problème est invariant selon la direction des fentes et on travaille dans le plan médiateur plan (Oxy) de ces dernières. On note S_1 et S_2 les points des fentes appartenant à ce plan et O le milieu de ces points. L'axe (Oy) est perpendiculaire au plan contenant les fentes, l'axe $(O'x)$ se trouve sur l'écran, perpendiculaire à (Oy).



On obtient la figure interférentielle ci-dessous.



On donne: $\lambda = 633 nm$ et $D = 1,20\ m$

1. Quel est le phénomène responsable de l'étalement de la lumière ? Estimer l'ordre de grandeur de la largeur ℓ des fentes à partir de la figure d'interférence.

2. Pour justifier la présence de franges d'interférence sur l'écran, on assimile les ondes lumineuses émises par les points S_1 et S_2 à des ondes cylindriques (donc circulaires dans le plan de l'étude) sinusoïdales. Quelle simplification apporte l'inégalité $D >> a$?

3. Qu'observe-t-on au point central O' de la figure d'interférence ?

4. On examine maintenant l'intensité lumineuse en point M de l'écran distant de x_M du point O'.

4.a. Exprimer la différence de marche δ entre les trajets des deux ondes parvenant en M.

4.b. Donner une approximation de cette différence de marche en utilisant la relation approximative :

$$\sqrt{1+\varepsilon^2} \approx 1+\frac{\varepsilon^2}{2} \quad \text{si} \quad \varepsilon << 1$$

4.c. En déduire le déphasage entre les deux ondes au point M . Préciser le lieu des points correspondant à un maxima d'intensité, puis celui des minima.
4.d. Estimer la distance $2a$ séparant les fentes à partir de la figure d'interférence.

Exercice 7

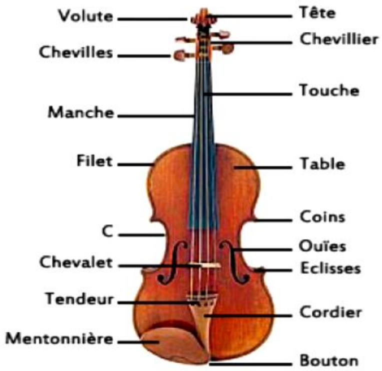
On donne dans le tableau ci-dessous les fréquences fondamentales des notes de la gamme tempérée pour les premières octaves.

Fréquences des hauteurs (en hertz) dans la gamme tempérée

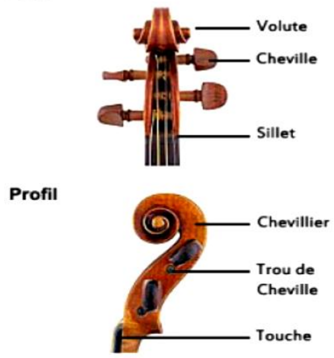
Note\octave	0	1	2	3	4	5	6	7
Do	32,70	65,41	130,81	261,63	523,25	1046,50	2093,00	4186,01
Do♯ ou Ré♭	34,65	69,30	138,59	277,18	554,37	1108,73	2217,46	4434,92
Ré	36,71	73,42	146,83	293,66	587,33	1174,66	2349,32	4698,64
Ré♯ ou Mi♭	38,89	77,78	155,56	311,13	622,25	1244,51	2489,02	4978,03
Mi	41,20	82,41	164,81	329,63	659,26	1318,51	2637,02	5274,04
Fa	43,65	87,31	174,61	349,23	698,46	1396,91	2793,83	5587,65
Fa♯ ou Sol♭	46,25	92,50	185,00	369,99	739,99	1479,98	2959,96	5919,91
Sol	49,00	98,00	196,00	392,00	783,99	1567,98	3135,96	6271,93
Sol♯ ou La♭	51,91	103,83	207,65	415,30	830,61	1661,22	3322,44	6644,88
La	55,00	110,00	220,00	440,00	880,00	1760,00	3520,00	7040,00
La♯ ou Si♭	58,27	116,54	233,08	466,16	932,33	1864,66	3729,31	7458,62
Si	61,74	123,47	246,94	493,88	987,77	1975,53	3951,07	7902,13

Une corde de violon de longueur $L_0 = 39,6\ cm$ entre le sillet et le chevalet (considérés comme les points d'attache de la corde) donne la note sol$_3$. Le violoniste a la possibilité de poser un doigt sur la corde et de la bloquer contre le manche, changeant ainsi la longueur de la partie vibrante de la corde afin de jouer d'autres notes.

Violon - Fig 1



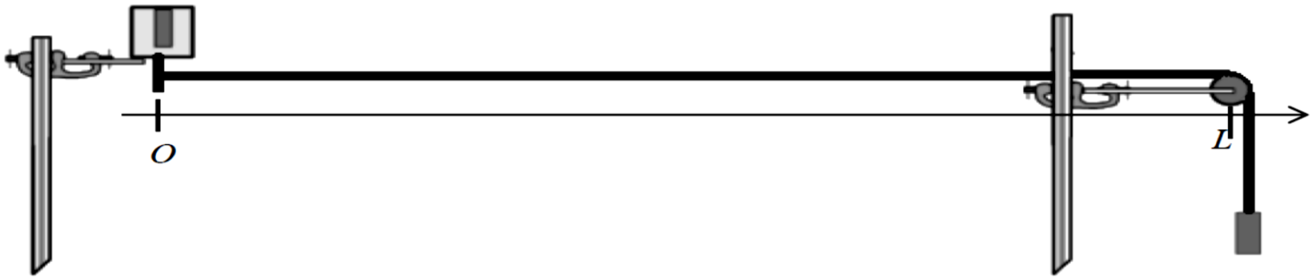
Tête du Violon - Fig 2



La longueur de corde sur laquelle il peut agir est de 17 cm à partir d'une distance égale à 3 cm du sillet.
1- Préciser par le calcul la note la plus aigüe et la plus grave qui peuvent être jouées en posant un doigt sur la corde.
2a- Sur cette corde, le musicien souhaite jouer la note Si$_3$. A quelle distance du sillet doit-il poser son doigt ?
2b- Quelles fréquences fondamentales seront associés aux sons émis si le musicien fait une erreur de position de son doigt de 5 mm ?
2c- En admettant qu'une oreille entraînée soit capable de détecter une fausse note si la variation relative de fréquence fondamentale entre la note jouée et la note théorique est au moins 2 %, remarque-t-on une fausse note dans le cas précédent ?

Exercice 8

On considère une corde de Melde de longueur $L = 1\,m$, tendue entre un vibreur et une poulie. Le vibreur en $x = 0$, impose un mouvement vertical à la corde : $y(t) = a\sin(\omega t)$, avec $a = 0,5\ cm$. L'autre extrémité de la corde, en $x = L$, sur la poulie, est immobile. On considère que lorsque la corde est en résonance, l'onde stationnaire établie est la superposition d'une onde progressive sinusoïdale $y_1(x,t)$ dans le sens donné par $\vec{u}_x$, d'amplitude Y_1 de même pulsation ω que le vibreur, de vecteur d'onde k, de longueur d'onde λ, de phase à l'origine φ_1 et d'une onde progressive sinusoïdale $y_2(x,t)$ de sens opposé $(-\vec{u}_x)$, d'amplitude Y_2, de même pulsation ω, de même vecteur d'onde k, de même longueur d'onde λ et de phase à l'origine φ_2.



1- Ecrire les expressions de $y_1(x,t)$ et de $y_2(x,t)$.

2- Déterminer l'expression de l'onde stationnaire $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$. Montrer que l'onde stationnaire peut se mettre sous la forme : $y(x,t) = Y_0 \sin(\omega t)\sin(k(L-x))$. On exprimera Y_0 en fonction de a, k et L.

Rappel : $\cos a - \cos b = 2\sin\left(\dfrac{a+b}{2}\right)\sin\left(\dfrac{b-a}{2}\right)$.

3a- La corde étant en résonance au mode propre fondamental, que vaudrait l'amplitude Y_0 si on observait un fuseau entier sur la corde ? Comment devrait être l'amplitude du vibreur a pour qu'on observe effectivement un fuseau entier ?

3b- En réalité on n'observe pas tout à fait un fuseau complet au mode propre fondamental et l'amplitude crête à crête maximale de vibration mesurée au ventre est égale à $2A = 10\,cm$. Calculer la longueur d'onde λ. En déduire la fraction de fuseau effectivement observée.

Exercice 9

On considère une corde verticale de longueur $L = 2\ m$ à laquelle on associe un système d'axes cartésiens (Ox, Oy), l'axe Ox étant vertical descendant. L'extrémité inférieure D de la corde est libre.

Le point source $O(x=0)$, où est attachée la corde, est animé d'un mouvement transversal initié par un vibreur : $y(0,t) = Y_0\cos(\omega t)$, avec $y_0 = 0,2\ cm$, $\omega = 10\pi\ rad.s^{-1}$.

A la résonance, une onde stationnaire s'établit le long du fil. Cette onde est décrite par la fonction : $y(x,t) = A\cos(kx+a).\cos(\omega t+\varphi)$, où k est « le vecteur d'onde » associé à la longueur d'onde λ.

À la résonance, l'extrémité libre D (en $x = L$) de la corde est toujours un ventre de vibration.

1- On considère dans cette question uniquement que le point O est un nœud de vibration. On donne la célérité des ondes sur la corde : $c = 8 m.s^{-1}$.

1a- Quelle longueur minimale doit avoir la corde pour observer une onde stationnaire résonante ?

1b- Observe-t-on un mode propre de résonance sur la corde de longueur $L = 2\ m$ ou $L' = 2,4\ m$? Si oui, combien de nœuds observe-t-on sur la corde ? Calculer la longueur d'onde λ_0 de l'onde stationnaire.

2- On tient compte désormais du déplacement transversal du point O initié par le vibreur $(L = 2\ m)$.

2a- Déterminer φ et la relation entre A, y_0 et a.

2b- Etablir l'expression de A en fonction de y_0, λ_0 et L. Qu'obtiendrait-on pour A si on considère que O est un nœud ? Commenter.

Exercice 10

Toutes les valeurs numériques sont données avec leur incertitude élargie à un niveau de confiance de 95%. Une corde de guitare est en acier de masse volumique $\rho = 7{,}87.10^3 \pm 3\ \mathrm{Kg}.m^{-3}$. La corde a un diamètre $D = 0{,}300 \pm 0{,}001\ \mathrm{mm}$. La longueur de la corde est $L = 64{,}0 \pm 0{,}2\ cm$. La tension de la corde est $T = 100 \pm 1 N$. On rappelle que la célérité d'une onde progressive sur une corde est donnée par $c = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$.

1. Calculer la célérité c.

2. Calculer l'incertitude de mesure (incertitude élargie) associée à un niveau de confiance de 95%.
3. Calculer la longueur d'onde du mode fondamental et sa fréquence fondamentale.

Exercice 11

Le didjeridoo est un instrument à vent utilisé par les aborigènes du nord de l'Australie. En le simplifiant, on peut le représenter comme un tuyau sonore cylindrique de longueur L, fermé à une extrémité et ouvert à l'autre. Lorsqu'une onde stationnaire s'établit dans un tuyau cylindrique, on observe un nœud (N) de vibration à une extrémité si celle-ci est fermée, et un ventre (V) de vibration si cette extrémité est ouverte.
On note c la célérité du son dans l'air

1) Exprimer la fréquence f_1 du fondamental en fonction de c et L.
2) Quelle devrait être la longueur minimale d'un tuyau ouvert aux deux extrémités (type flute) pour donner le même fondamental (aussi appelé note de même hauteur) qu'un didjeridoo ?

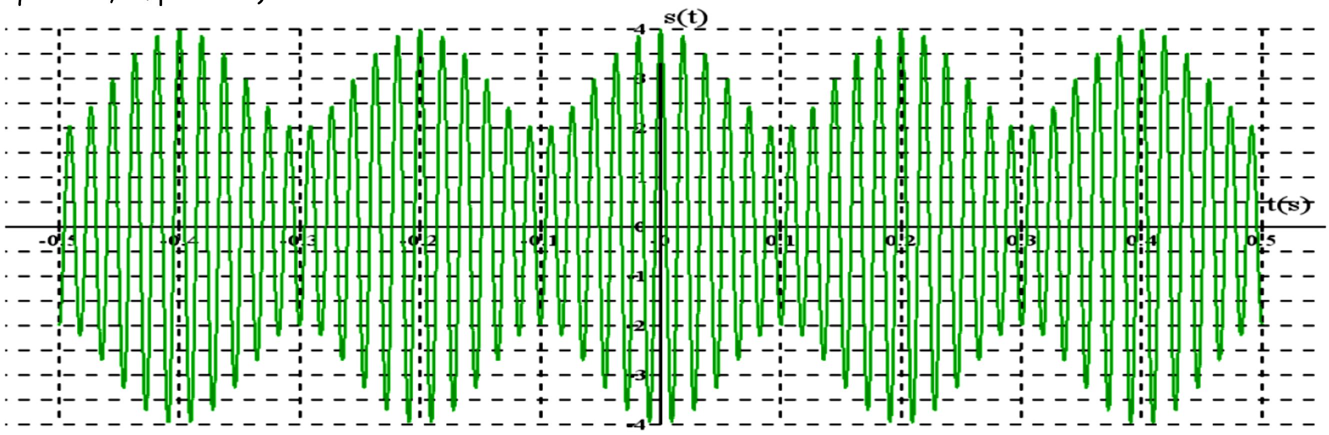
On analyse maintenant un son envoyé dans un tuyau AB de longueur $L = 80\,cm$ par l'intermédiaire d'un haut-parleur placé à l'extrémité B du tuyau. Le son émis est sinusoïdal de fréquence $f = 850\,\mathrm{Hz}$. On déplace un micro à l'intérieur du tube et on mesure les amplitudes suivantes en fonction de la position d du micro par rapport à l'extrémité A du tuyau. On obtient le tableau suivant

d (cm)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
V (mV)	0,2	11,3	16	11,4	0,2	11,2	16	11,5	0,15	11,1	16	11,6	0,3	11	16	11,7	0,3

3) Qu'observe-t-on aux extrémités du tuyau ?
4) Déterminer la célérité du son dans l'air contenu dans le tuyau à la température de l'expérience.
5) Quel est l'harmonique correspondant à ce mode de vibration ? Quelle est la fréquence du mode fondamental ?

Exercice 12

Analyser la figure ci-dessous. On commencera par une analyse qualitative, puis on en fera une étude quantitative (fréquences, amplitudes).



Exercice 13

Une corde de guitare se modélise comme une corde vibrante de longueur $L = 64{,}2\,\mathrm{cm}$ fixée à ses deux extrémités.
1. Déterminer la célérité c de l'onde sur la corde afin que le fondamental soit Do3.
2. Quelles sont les notes correspondant aux harmoniques n allant de 2 à 7 ?
Une fréquence double correspond à la même note mais une octave au-dessus.
3. L'accord Do, Mi, Sol (quinte majeure) est harmonieux. Lequel des harmoniques précédentes doit-on chercher à supprimer ? Où va-t-il alors mieux gratter la corde de guitare ?

Note	Do_3	$Do_3\#$	Re_3	$Re_3\#$	Mi_3	Fa_3	$Fa_3\#$	Sol_3	$Sol_3\#$	La_3	$La_3\#$
f(Hz)	262	277	294	311	330	350	370	392	415	440	466

Remarque : Les fréquences des notes varient de manière géométrique, avec une raison 21/12 = 12 p2, correspondant aux 12 demi-tons d'une octave.

CORRECTION DES TD N°5 DE SIGNAUX PHYSIQUES

Exercice 1

1a- Une onde progressive sinusoïdale est de la forme :

$$s(x,t) = S_0 \sin(2\pi f t - kx + \varphi) \qquad \left(\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}\right)$$

Par identification, on a : $\omega = 2,4.10^3 \pi$ rad.s⁻¹

soit $\underline{\omega = 7,5.10^3 \text{ rad.s}^{-1}}$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2,4.10^3}{2} \text{ Hz} \Rightarrow \underline{f = 1,2.10^3 \text{ Hz}}$$

$$T = 1/f \Rightarrow \underline{T = 8,3.10^{-4} \text{ s}}.$$

le vecteur d'onde k vaut $k = 7,0 \times \pi \text{ rad.m}^{-1}$. soit $\underline{k = 22 \text{ rad.m}^{-1}}$

la longueur d'onde λ vaut $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2}{7}$ m soit $\underline{\lambda = 0,29 \text{ m}}$.

1b. La vitesse de propagation (célérité) est donnée

par : $c = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$ ou par $c = \frac{\omega}{k}$

d'où $c = \frac{2,4.10^3 \pi}{7,0.\pi} = \frac{2,4.10^3}{7,0}$ $\underline{c = 34.10^1 \text{ m.s}^{-1}}$.

2a- la distance parcourue par le signal entre x et x_1 est $x - x_1$, cette distance correspond à une durée de propagation : $\frac{x - x_1}{c}$.

on a donc : $s(x,t) = s_1\left(x_1, t - \frac{x - x_1}{c}\right)$.

$$\Rightarrow s(x,t) = A\cos\left(\omega\left(t - \frac{x - x_1}{c}\right)\right)$$

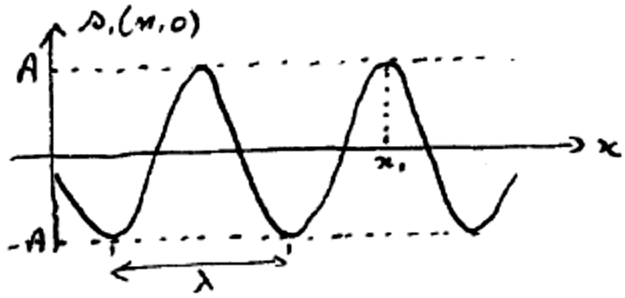
$$\Rightarrow s(x,t) = A\cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}x + \frac{\omega}{c}x_1\right)$$

soit $\underline{s(x,t) = A\cos(\omega t - kx + kx_1)}$ avec $\underline{k = \frac{\omega}{c}}$.

2b- $s_1(x,0) = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x)\right) = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - x_1)\right)$

($\cos(-\varphi) = \cos\varphi$, fonction paire).

d'où l'allure de la courbe.



NB: pour $x = x_1$, $s_1(x_1,0) = A\cos 0$

d'où $s_1 = A$

3a. $s_2(x,t)$ a la même allure que s_2 pour $x=0$ à l'instant antérieur $t + \frac{x}{c}$ $(x<0)$:

$s_2(x,t) = s_2(0, t + \frac{x}{c})$.

$\Rightarrow s_2(x,t) = A\sin(\omega(t+\frac{x}{c}))$

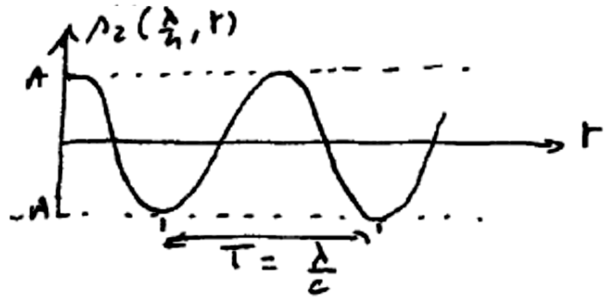
d'où $\underline{s_2(x,t) = A\sin(\omega t + kx)}$ avec $\underline{k = \frac{\omega}{c}}$.

3b. $s_2(x,t) = A\sin(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}x)$ $\quad (k = \frac{2\pi}{\lambda})$

d'où $s_2(\frac{\lambda}{4},t) = A\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ ($\Rightarrow s_2(\frac{\lambda}{4},t)$ est en quadrature avance ($\varphi = \frac{\pi}{2}$) sur $s_2(0,t)$.)

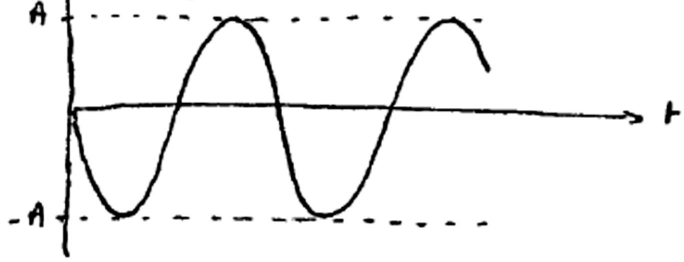
$\underline{s_2(\frac{\lambda}{4},t)} = A\sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \underline{A\cos\omega t}$

d'où l'allure de $s_2(\frac{\lambda}{4},t)$



De m̂ : $s_2(\frac{\lambda}{2},t) = A\sin(\omega t + \pi)$ ($\Rightarrow s_2(\frac{\lambda}{2},t)$ est en opposition de phase ($\varphi = \pi$) par rapport à $s_2(0,t)$.)

$\Rightarrow \underline{s_2(\frac{\lambda}{2},t) = -A\sin\omega t}$ d'où l'allure de la courbe :



Exercice 2

1. le signal est périodique de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$

$s(t+T) = S_0 + S_m \cos(\omega(t+T)) = S_0 + S_m \cos(\omega t + 2\pi)$

d'où on a bien : $s(t+T) = S_0 + S_m \cos \omega t = s(t)$.

A.N : $\underline{T = 1{,}00.10^{-4} s}$. et $\underline{f = \frac{1}{T} = 10{,}0.10^{4} Hz}$.

2. Par définition : $\bar{s} = \frac{1}{T}\int_0^T (S_0 + S_m \cos \omega t)\,dt$

$$\Rightarrow \bar{S} = \underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T S_0\,dt}_{=\bar{S}_0 = S_0} + \underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T S_m \cos \omega t\,dt}_{=0 \text{ (moyenne d'un sinus ou d'un cosinus est nulle)}}$$

d'où $\underline{\bar{S} = S_0}$.

3. Pour observer le signal complet à l'oscilloscope, on doit utiliser le couplage $\underline{DC}$.

En mode AC, la composante continue S_0 est filtrée, on observe alors la sinusoïde $s'(t) = S_m \cos \omega t$ (qui se distribue autour de la valeur 0 alors que $s(t)$ se distribue autour de S_0)

4. La valeur efficace est, par définition :

$$S_{eff} = \left(\frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)\,dt\right)^{1/2} \Rightarrow S_{eff} = \left(\frac{1}{T}\int_0^T (S_0 + S_m \cos \omega t)^2\,dt\right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow S_{eff} = \Bigg(\underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T S_0^2\,dt}_{\langle S_0^2\rangle = S_0^2} + \underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T 2S_0 S_m \cos \omega t\,dt}_{=0} + \underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T S_m^2 \cos^2 \omega t\,dt}_{= S_m^2 \underbrace{\langle \cos^2 \omega t\rangle}_{=\frac{1}{2} \text{ cf cours}}}\Bigg)^{1/2}$$

On a donc : $\underline{S_{eff} = \left(S_0^2 + \frac{S_m^2}{2}\right)^{1/2}}$

A.N : $\underline{S_{eff} = 2{,}12\,V}$.

Exercice 3

1°)

1.1) Son pur : 1 & 2

1.2) Son complexe : 3

2. Emission d'un son complexe :

2.1) Etape 1

2.1.1) le son émis par le HP 1 est un son pur

2.1.2) 4 périodes =8 x 500 μs donc $T_1 = \dfrac{8\times 500\cdot 10^{-6}}{4} = 1\cdot 10^{-3}\ s$

la fréquence est de $f_1 = \dfrac{1}{T} = 1000\ Hz$

2.2) Etape 2

2.2.1) le son émis par le HP 2 est un son pur (allure sinusoïdale)

2.2.2) 13 périodes =8,8 x 500 μs donc

$T_2 = \dfrac{8,8\times 500\cdot 10^{-6}}{13} = 338\cdot 10^{-6}\ s$

la fréquence est de $f_2 = \dfrac{1}{T} = 2954\ Hz$

2.2.2) la fréquence $f_2 = 3\times f_1$

2.3) Etape 3

2.3.1) le son émis par les HP 1&2 est un son complexe (allure non sinusoïdale)

2.3.2) Effectivement dans ce cas le son complexe est la somme de sinusoïdes

La décomposition en série de Fourier confirme cette déclaration, ceci dit Fourier ne s'applique qu'aux signaux périodiques !!!

2.3.3) 4 périodes =8 x 500 μs donc

$$T_1 = \frac{8\times 500\cdot 10^{-6}}{4} = 1\cdot 10^{-3}\ s$$

la fréquence est de $f_1 = \dfrac{1}{T} = 1000\ Hz$

2.3.4) La fréquence d'un signal complexe est celle du fondamental donc de la sinusoïde de plus basse fréquence qui compose le signal

2.3.5) NON « la valeur de la fréquence du son complexe est imposée par la valeur de la fréquence la plus élevée basse du son pur contenu dans le son complexe ».

3°) « Décomposition en séries de Fourier » :

3.1) Décomposition en série de Fourrier :

Composée d'un fondamental à 1000 Hz d'amplitude 150 mV (issu de l'étape 1, HP 1)

Et d'une harmonique de rang 3 (3x1000 Hz) soit 3000 Hz d'amplitude100 mV (issu de l'étape 2, HP 2)

3.2) L'oscillogramme 1 correspond au fondamental

3.3) L'oscillogramme 2 correspond à l'harmonique

3.4) Le rang de l'harmonique est de rang 3

3.5) Lors de l'étape 1, le son est pur (donc sinusoïdal de fréquence 1000 Hz et d'amplitude 150 mV)

Donc $u_1(t) = a_1 \sin\left(1\times \omega t\right) = 0,15\times \sin\left(1000\times 2\pi \times t\right)$

3.6) Lors de l'étape 2, le son est pur (donc sinusoïdal de fréquence 3000 Hz et d'amplitude 100 mV)

Donc $u_3(t) = a_3 \sin\left(3\times \omega t\right) = 0,10\times \sin\left(3000\times 2\pi \times t\right)$

4°) notion de spectre en fréquence

4.1.1) la fréquence du fondamental est de 1002 Hz

4.1.2) un seul harmonique est présent dans le son complexe

4.1.3) l'harmonique est de 3000 Hz

4.2.1) nature complexe

4.2.2) 5 périodes = 7,2 x 5ms => $T = \dfrac{7,2\times 5\cdot 10^{-3}}{5} = 7,2\cdot 10^{-3}\ s$ donc $f = \dfrac{1}{7,2\cdot 10^{-3}} = 140\,Hz$

4.2.3) le fondamental est de la même fréquence que le signal soit 140 Hz

4.2.4) Oui on a des harmonique car le son est complexe

4.3.1) On lit f_1= 140,4 Hz

4.3.2) oui
4.3.3) 5 harmoniques sont présents
4.3.4) Le premier harmonique est l'harmonique juste supérieur au fondamental donc l'harmonique de rang 2 : f_2 = 280,8 Hz
4.3.5) l'harmonique de rang 3 : f_3 = 421,2 Hz
4.3.6) Harmonique de rang 4 : f_4= 561,6 Hz et d 'amplitude 10% du fondamental que l'on ne connaît pas

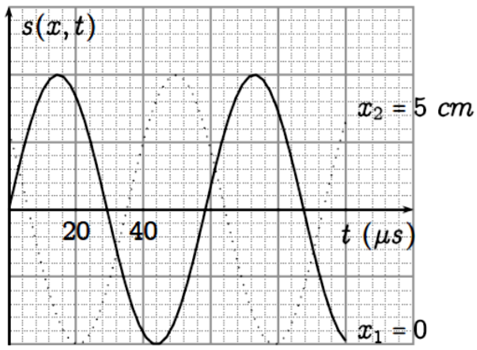
Exercice 4

1. La longueur d'onde correspond à la période spatiale du signal. On peut donc la mesurer sur le graphe : $\boxed{\lambda = 4\ cm}$

2. Le maximum s'est déplacé vers la droite. $\boxed{s(x,t) = S_0.sin\left(t - \frac{x}{c}\right)}$

3. $c = \frac{\Delta x}{t_2 - t_1} = \frac{10^{-2}}{29,2.10^{-6}} = 342,5\ m.s^{-1}$

4. La période du signal dans sa représentation temporelle est obtenue par la relation $\lambda = c.T$, soit $T = \frac{\lambda}{c} = \frac{2.10^{-2}}{342,5} = 58,4\ \mu s$
$s(x = 0, t) = S_0.sin\,(t)$
$s(x,t) = S_0.sin\left(t - \frac{x}{\lambda}.T\right) = S_0.sin\,(t - 0,8.T)$



Exercice 5

1) *Une onde progressive unidimensionnelle est une onde qui se propage sans atténuation, ni déformation, à la vitesse constante c, appelée **vitesse de propagation** ou **célérité** de l'onde, dans une unique direction de l'espace.*
*Ce modèle suppose donc que le milieu de propagation est **non dispersif** et **non absorbant**.*

2) *La célérité de l'onde vaut :*

$$\boxed{c = \frac{x_0}{t_0}} = 0{,}02\ m.s^{-1}$$

3) *Le profil de la corde sera le même que celui de l'énoncé, mais avec un maximum situé en :*

$$\boxed{x_1 = ct_1} = 50\ cm$$

4) *Le profil de la corde sera le même que celui de l'énoncé, mais avec un maximum situé en :*

$$\boxed{t_2 = \frac{x_2}{c}} = 20\ s$$

Exercice 6

1) *L'étalement des ondes lumineuses à la sortie des fentes est une manifestation de la* *diffraction.* *Puisqu'il y a phénomène de diffraction, cela signifie que la largeur des fentes est supérieure à la longueur d'onde λ mais inférieure à 100λ.*
Grâce à la figure d'interférences, on peut estimer la largeur d de la tâche de diffraction à environ 2 cm. Cette largeur permet d'évaluer l'ouverture angulaire θ des faisceaux diffractés selon :

$$\tan\theta = \frac{d}{2D} \Rightarrow \theta = 0{,}0167\ rad$$

En reportant dans la loi de la diffraction (vue dans le chapitre 01) :

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{l} \Rightarrow l = 37{,}9\ \mu m$$

2) *Le fait de se placer à grande distance des fentes permet d'assimiler les ondes lumineuses, sphériques en sortie des fentes, à des ondes rectilignes d'intensité uniforme au niveau de l'écran d'observation.*
3) *Le point O' est situé à égale distance des deux fentes, qui sont éclairées par la même source. Les phases des deux ondes qui arrivent en O' sont donc identiques puisqu'elles ont parcourues la même distance. Le déphasage est donc nul en O', ce qui correspond à une condition d'interférences constructives : l'intensité est ainsi maximale en O'.*
4) *Par définition :*

$$\delta = S_2M - S_1M$$

$$avec \begin{cases} S_1M^2 = D^2 + (x-a)^2 \\ S_2M^2 = D^2 + (x+a)^2 \end{cases}$$

$$donc\ \ \delta = \sqrt{D^2 + (x+a)^2} - \sqrt{D^2 + (x-a)^2}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\delta = D\sqrt{1 + \frac{(x+a)^2}{D^2}} - D\sqrt{1 + \frac{(x-a)^2}{D^2}}}$$

5) *En utilisant la relation de l'énoncé, on obtient :*

$$\delta \approx D\left(1 + \frac{(x+a)^2}{2D^2}\right) - D\left(1 + \frac{(x-a)^2}{2D^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \delta = \frac{(x+a)^2}{2D} - \frac{(x-a)^2}{2D}$$

$$\Leftrightarrow \delta = \frac{x^2 + a^2 + 2ax}{2D} - \frac{x^2 + a^2 - 2ax}{2D}$$

$$\Leftrightarrow \delta = \frac{4ax}{2D}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\delta = \frac{2ax}{D}}$$

6) *Le déphasage entre les deux ondes est lié à la différence de marche par la relation :*

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \Leftrightarrow \boxed{\Delta\varphi = \frac{4\pi a x}{\lambda D}}$$

7) *Les maxima d'intensité correspondent aux points pour lesquels les interférences sont constructives sont aux points pour lesquels :*

$$\Delta\varphi = 2n\pi\ \ (n \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \boxed{x_n = n\frac{\lambda D}{2a}}$$

Les minima d'intensité correspondent aux points pour lesquels les interférences sont destructives sont aux points pour lesquels :

$$\Delta\varphi = (2n+1)\pi \ \ (n \in \mathbb{Z}) \ \Leftrightarrow \ \boxed{x_n = (2n+1)\frac{\lambda D}{4a}}$$

8) *Sur la figure, on mesure l'*<u>*interfrange*</u> *i, c'est-à-dire la distance séparant deux franges brillantes successives. Et on sait d'après la question précédente :*

$$i = x_{n+1} - x_n = \frac{\lambda D}{2a} \ \Leftrightarrow \ \boxed{2a = \frac{\lambda D}{i}} = 2{,}5.10^{-4}\ m$$

Exercice 7

1. La fréquence fondamentale d'une note est égale à la fréquence fondamentale de résonance de la corde.

Or au mode propre fondamental, on a $L_0 = \frac{\lambda_0}{2}$ (1 seul fuseau)

et comme $\lambda_0 = \frac{c}{f}$ ⇒ $L_0 = \frac{c}{2f_0}$. ⇒ $c = 2f_0L_0$

avec $f_0 = 392$ Hz pour f_0 sol$_3$

⇒ Pour une longueur L_1, on a donc : $L_1 = \frac{c}{2f_1}$.

⇒ $L_1 = \frac{2f_0L_0}{2f_1}$ soit $L_1 = \frac{f_0}{f_1}L_0$.

⇒ $\underline{f_1 = \frac{f_0L_0}{L_1}}$.

. Si le doigt est posé à 3 cm du sillet, on a $L_1 = (39{,}6-3)$ cm $= 36{,}6$ cm

⇒ $f_1 = 424$ Hz .

. Si le doigt est posé à 20 cm du sillet, on a $L_2 = (39{,}6-20)$ cm $= 19{,}6$ cm

⇒ $f_2 = 792$ Hz.

ccl : D'après le tableau, le musicien peut jouer <u>La$_3$</u> comme note la plus grave ($f = 440$ Hz) jusqu'au <u>sol$_4$</u> comme note la plus aigüe, en posant un doigt sur la corde.

2a. Pour Si$_3$ on a $f_3 = 493{,}88$ Hz .

et d'après 1 : $L_3 = \frac{f_0L_0}{f_3}$ A.N : $\underline{L_3 = 31{,}4 \text{ cm}}$.

$\Rightarrow$ le musicien doit donc poser son doigt à la distance $(39,6 - 31,4)$ cm soit à : 8,2 cm du sillet.

2b. Si $L'_3 = 31,4 + 0,5$ cm $= 31,9$ cm $\Rightarrow f'_3 = \frac{f_0 L_0}{L'_3} = 487$ Hz

Si $L''_3 = 31,4 - 0,5$ cm $= 30,9$ cm $\Rightarrow f''_3 = \frac{f_0 L_0}{L''_3} = 502$ Hz

2c. On a donc $\Delta f'_3 = \frac{|f'_3 - f_3|}{f_3} = 1,4\%$

$$\Delta f''_3 = \frac{|f''_3 - f_3|}{f_3} = 1,6\%.$$

$\Delta f'_3$ et $\Delta f''_3 < 2\% \Rightarrow$ On n'entend pas de fausse note.

Exercice 8

1. $$\boxed{\begin{aligned} y_1(x,t) &= Y_1 \cos(\omega t - kx + \varphi_1) \\ y_2(x,t) &= Y_2 \cos(\omega t \underline{\underline{+ kx}} + \varphi_2) \end{aligned}}$$

2. $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$

$\Rightarrow y(x,t) = Y_1 \cos(\omega t - kx + \varphi_1) + Y_2 \cos(\omega t + kx + \varphi_2)$

or en $x = L$, le point est toujours immobile :

$y(L,t) = 0$

$\Rightarrow Y_1 \cos(\omega t - kL + \varphi_1) + Y_2 \cos(\omega t + kL + \varphi_2) = 0$

$\Rightarrow Y_1 \cos(\omega t - kL + \varphi_1) = - Y_2 \cos(\omega t + kL + \varphi_2)$

$\Rightarrow Y_1 \cos(\omega t - kL + \varphi_1) = Y_2 \cos(\omega t + kL + \varphi_2 - \pi)$

Cette égalité est vérifiée $\forall t$ (les 2 sinusoïdes se superposent)

on a donc nécessairement $\begin{cases} Y_1 = Y_2 \\ -kL + \varphi_1 = kL + \varphi_2 - \pi \quad [2\pi] \end{cases}$

soit $\begin{cases} Y_1 = Y_2 \\ \varphi_1 = \varphi_2 + 2kL - \pi \quad [2\pi] \end{cases}$

d'où $y(x,t) = Y_1\left(\cos(\omega t - kx + \varphi_2 + 2kL - \pi) + \cos(\omega t + kx + \varphi_2)\right)$

$\Rightarrow y(x,t) = Y_1\left(\cos(\omega t + kx + \varphi_2) - \cos(\omega t - kx + \varphi_2 + 2kL\right)$

$(\cos(\alpha - \pi) = -\cos\alpha)$

en utilisant $\cos a - \cos b = 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\sin\left(\frac{b-a}{2}\right)$

on obtient : $y(x,t) = 2Y_1 \sin(\omega t + kL + \varphi_2)\sin(k(L-x))$

or en $x=0$, le mouvement est imposé par le vibreur :

$y(0,t) = a\sin\omega t$.

$\Rightarrow a\sin\omega t = 2Y_1 \sin(kL)\sin(\omega t + kL + \varphi_2)$, $\forall t$

on a donc $kL + \varphi_2 = 0 \ [2\pi]$ (soit $k_p L = -\varphi_2 + 2p\pi$, condition de quantification)

et $2Y_1 = \dfrac{a}{\sin kL}$.

d'où finalement :

$$\boxed{y(x,t) = \frac{a}{\sin kL}\sin(\omega t)\sin(k(L-x))}$$

l'amplitude de l'onde stationnaire est $Y_0 = \dfrac{a}{\sin kL}$.

3a. Si on observe un fuseau entier, alors $L = \dfrac{\lambda_1}{2}$

or le vecteur d'onde $k_1 = \dfrac{2\pi}{\lambda_1}$.

$\Rightarrow k_1 L = \pi$ d'où $\sin k_1 L = 0$.

ainsi $\dfrac{a}{\sin kL} \to \infty$ (sauf si $a \to 0$)

l'amplitude de l'onde stationnaire serait donc infini si on observait un fuseau complet au mode propre fondamental (avec $a \neq 0$).

Pour observer réellement un fuseau complet, il faudrait avoir $a = 0$, ainsi le point O serait un nœud de vibration comme en $x = L$.

3b - Au ventre, le crête à crête est $2A = 10$ cm.

$\Rightarrow$ l'amplitude est $A = 5$ cm.

$\Rightarrow \dfrac{a}{\sin kL} = A. \Rightarrow \sin kL = \dfrac{a}{A} \cdot \left(= \dfrac{1}{5}\right)$

$\Rightarrow kL = \arcsin\left(\dfrac{a}{A}\right)$ ou $kL = \pi - \arcsin\left(\dfrac{a}{A}\right)$

or comme on observe pratiquement un fuseau complet

kL est proche de π (voir 3a)

d'où $kL = \pi - \arcsin\left(\dfrac{a}{A}\right)$.

$\Rightarrow \dfrac{2\pi}{\lambda_1} L = \pi - \arcsin\left(\dfrac{a}{A}\right)$.

$\Rightarrow \boxed{\lambda_1 = \dfrac{2\pi L}{\pi - \arcsin\left(\frac{a}{A}\right)}}$ A.N : $\underline{\lambda_1 = 2{,}07 \text{ m}}$.

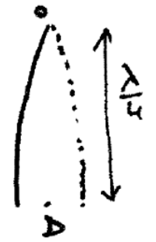
Pour un fuseau complet on aurait $L' = \dfrac{\lambda_1}{2}$

comme $L = 1$ m, on observe $\dfrac{L}{\frac{\lambda_1}{2}} = \underline{96{,}8\,\%}$ de la longueur totale d'un fuseau.

Exercice 9

1a- En O la corde est un noeud de déplacement
En D la corde est un ventre de déplacement.) $\Rightarrow$

Au mode propre fondamental, on a donc : $L = \frac{\lambda}{4}$ (un demi fuseau)



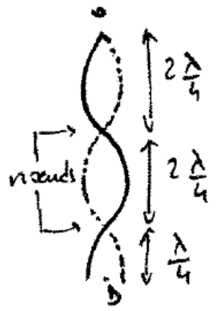
or $\lambda = \frac{c}{f}$ et $\omega = 2\pi f = 10\pi \text{ rad s}^{-1}$

$\Rightarrow f = 5 \text{ Hz}$

$\Rightarrow$ $\underline{L = \frac{c}{4f}}$. A.N : $\underline{L = 0{,}40 \text{ m}}$

1b. $\lambda = \frac{c}{f} = 1{,}6 \text{ m}$. $\Rightarrow \frac{\lambda}{4} = 0{,}4 \text{ m}$

on a donc avec $L = 2 \text{ m}$ $L = 5\frac{\lambda}{4}$.



* On observe effectivement un mode propre de résonance pour la corde de longueur $L = 2{,}0 \text{ m}$, avec 3 noeuds (y compris le point O)
La longueur d'onde de l'onde stationnaire est
Rq : $L = 5\frac{\lambda_0}{4} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{4L}{5}$ soit $\lambda_0 = 1{,}6 \text{ m}$.

* avec $L = 2{,}4 \text{ m}$, on a : $L = 6\frac{\lambda}{4}$ $\Rightarrow$ impossible qu'il y ait résonance à la fréquence 5 Hz car alors D serait un noeud.

2a- le mode résonnant implique que l'équation de l'onde stationnaire est vérifiée : $y(x,t) = A\cos(kx+\alpha)\cdot\cos(\omega t+\varphi)$

en $x=0$, la présence du vibreur impose $y(0,t) = y_0 \cos\omega t$.

$\Rightarrow A\cos\alpha\cos(\omega t+\varphi) = y_0\cos\omega t \quad \forall t$.

$\Rightarrow$ $\underline{\varphi = 0 \ [2\pi]}$ et $\underline{y_0 = A\cos\alpha}$.

2b. en $x = L$, $y(L,t) = A\cos(kL+\alpha)\cdot\cos\omega t$.

l'amplitude du déplacement de la corde est donc $A\cos(kL+\alpha)$
comme il s'agit d'un ventre, l'amplitude est maximale
il faut pour cela : $\cos(kL+\alpha)=1$

$\Rightarrow \quad kL+\alpha = 2n\pi$ avec $n=0,1,2,\dots$

comme $k=\dfrac{2\pi}{\lambda}$. $\Rightarrow \quad \alpha = 2\pi n - \dfrac{2\pi L}{\lambda}$.

or d'après la . $A=\dfrac{Y_0}{\cos\alpha} \Rightarrow A=\dfrac{Y_0}{\cos\left(2\pi n-\dfrac{2\pi L}{\lambda}\right)}$.

$\Rightarrow \quad A=\dfrac{Y_0}{\cos\left(-\dfrac{2\pi L}{\lambda}\right)}$ soit $A=\dfrac{Y_0}{\cos\left(\dfrac{2\pi L}{\lambda_0}\right)}$.

Si O est un nœud, alors $\lambda_0 = \dfrac{4L}{5} \Rightarrow A=\dfrac{Y_0}{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}\times 5\right)}$
donc $A \to \infty$ ce qui est physiquement impossible.

En réalité le point O n'est pas un nœud à cause du vibreur, le premier fuseau observé sur la corde (depuis O) n'est pas entier et la longueur d'onde de l'onde stationnaire est légèrement plus grande que λ_0, ainsi $\cos\left(\dfrac{2\pi L}{\lambda_1}\right) \neq 0$
et $A \not\to \infty$.

Exercice 10

1a- $c = \left(\frac{T}{\mu}\right)^{1/2}$

comme la corde a un diamètre constant, on a : $\mu = \frac{m}{L}$

$\Rightarrow \mu = \frac{\rho V}{L}$ $V \equiv$ volume d'un cylindre de longueur L, diamètre D. $\Rightarrow V = \frac{\pi D^2}{4} L \Rightarrow \mu = \frac{\rho \pi D^2}{4}$

d'où $\boxed{c = \frac{2}{D}\left(\frac{T}{\rho \pi}\right)^{1/2}}$ A.N : $c = 424\ ms^{-1}$.

1b- c se présente sous la forme d'une fonction du type $K x^{\alpha} y^{\beta} z^{\gamma}$ $\Rightarrow$ On utilise la différentielle logarithmique :

$\ln c = \ln\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right) - \ln D + \frac{1}{2}\ln T - \frac{1}{2}\ln\rho$

$d(\ln c) = \frac{dc}{c} = 0 - \frac{dD}{D} + \frac{1}{2}\frac{dT}{T} - \frac{1}{2}\frac{d\rho}{\rho}$

d'où $\boxed{\frac{\delta c}{c} = \left(\left(\frac{\delta D}{D}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\delta T}{T}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)^2\right)^{1/2}}$

L'incertitude-type est la moitié de l'incertitude élargie

on a donc : $\delta D = \frac{1}{2}\cdot 10^{-3}$ mm, $\delta T = 0{,}5$ N, $\delta\rho = 1{,}5\ kgm^{-3}$

d'où $\frac{\delta c}{c} = \left(\left(\frac{0{,}5\cdot 10^{-3}}{0{,}3}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{0{,}5}{100}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{1{,}5}{7{,}87\cdot 10^3}\right)^2\right)^{1/2}$

A.N : $\frac{\delta c}{c} = 3{,}0\cdot 10^{-3}$ d'où $\delta c = c\frac{\delta c}{c} = 1{,}3\ ms^{-1}$.

et $\boxed{\Delta c = 2\delta c \simeq 3\ ms^{-1}.}$

Finalement : $c = 424 \pm 3\ ms^{-1}$, 95%.

3- la fréquence du fondamental du son émis par la corde est la même que la fréquence f_1 du mode propre fondamental de vibration de la corde.

Or pour ce mode, on observe un seul fuseau sur la corde, on a donc $L = \frac{\lambda}{2}$ et comme $\lambda = \frac{c}{f}$.

$\Rightarrow L = \frac{c}{2f_1}$ d'où $\boxed{f_1 = \frac{c}{2L}}$. A.N : $\underline{f_1 = 331\,Hz}$.

Pour l'harmonique de rang 2 on a $\underline{f_2 = 2f_1 = 662\,Hz}$.

Pour l'harmonique de rang 3 : $\underline{f_3 = 3f_1 = 993\,Hz}$.

Exercice 11

1) *Par définition, pour une onde stationnaire, la distance entre deux nœuds ou deux ventres consécutifs vaut :*

$$d_{V-V} = d_{N-N} = \frac{\lambda}{2}$$

et la distance entre un nœud et un ventre consécutif vaut :

$$d_{V-N} = \frac{\lambda}{4}$$

Le mode fondamental n'étant formé que d'un seul fuseau et, comme l'une des extrémités correspond à un nœud et l'autre extrémité à un ventre, on a nécessairement :

$$L = \frac{\lambda}{4}$$

On utilise alors la relation entre la période spatiale de l'onde et sa fréquence :

$$\lambda = cT = \frac{c}{f} \Rightarrow \boxed{f_1 = \frac{c}{4L}}$$

2) *Si le tuyau est ouvert aux deux extrémités, le mode fondamental est constitué d'un seul fuseau présentant un ventre à chaque extrémité. Pour que ce mode ait exactement la même fréquence que le précédent, il faut aussi qu'il ait la même longueur d'onde. On en déduit donc que le tube doit avoir une longueur :*

$$L' = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \boxed{L = 2L}$$

3) *On constate que les extrémités du tuyau correspondent à des nœuds de vibrations. Elles sont donc fermées.*

4) *La distance entre deux nœuds successifs vaut :*

$$d_{N-N} = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f} = 20\ cm$$

$$\Rightarrow \boxed{c = 2f d_{N-N}} = 340\ m.s^{-1}$$

5) *Le mode enregistré présente 5 nœuds et 4 ventres de vibration : il s'agit donc de l'harmonique $n = 4$. Cette harmonique correspond à la fréquence :*

$$f_4 = 850\ Hz$$

La fréquence f_1 du mode fondamental se déduit alors par :

$$f_n = nf_1 \Rightarrow \boxed{f_1 = \frac{f_4}{4}} = 212\ Hz$$

Exercice 12

Le signal observé est le résultat de la superposition de deux ondes de pulsations voisines et d'amplitudes différentes (car le minimum n'est pas nul)

$S_{max} = S_1 + S_2 = 4$ et $S_{min} = S_1 - S_2 = 2$, ainsi $S_1 = 3$ et $S_2 = 1$

Période de la variation de l'amplitude : $T_{batt} = \dfrac{2\pi}{\omega_{batt}} = \dfrac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} = 0,2$ s

Période : $T_m = \dfrac{2\pi}{\omega_m} = \dfrac{T_{batt}}{11} = 0,018$ s, avec $\omega_m = \dfrac{\omega_1 + \omega_2}{2}$

En résolvant ce système de deux équations à deux inconnues, on en déduit $\omega_1 = 361,3$ rad $\cdot$ s^{-1} et $\omega_2 = 329,9$ rad $\cdot$ s^{-1}

Exercice 13

1. La célérité de l'onde s'écrit $c = \lambda f$. Le Do_3 est de fréquence fondamentale $f_1 = 262$ Hz. Pour le fondamental la longueur de la corde est telle que $L = \dfrac{\lambda_1}{2}$, donc $\lambda_1 = 2L$, d'où $c = 2Lc = 336$ m $\cdot$ s^{-1}

2. Les fréquences des modes propres sur une corde fixée à ses deux extrémités s'écrivent $f_n = n\dfrac{c}{2L}$

- $f_2 = 2f_1 = 524$ Hz : Do_4, car fréquence deux fois supérieures à celle du Do_3
- $f_3 = 3f_1 = 786$ Hz, si on divise par deux cette fréquence on tombe sur $\dfrac{f_3}{2} = 393$ Hz qui correspond à un Sol_3, donc f_3 est un Sol_4
- $f_4 = 4f_1 = 1048$ Hz $= 2f_2$: c'est le Do_5
- $f_5 = 5f_1 = 1310$ Hz, si on divise par deux cette fréquence on tombe sur $\dfrac{f_5}{2} = 655$ Hz, si on divise à nouveau par 2, on tombe sur $\dfrac{f_5}{4} = 327,5$ Hz qui correspond à un Mi_3, donc $\dfrac{f_5}{2}$ est un Mi_4, donc f_5 est un Mi_5
- $f_6 = 6f_1 = 1572$ Hz $= 2f_3$: c'est le Sol_5
- $f_7 = 7f_1 = 1834$ Hz, si on divise par deux cette fréquence on tombe sur $\dfrac{f_7}{2} = 917$ Hz, si on divise à nouveau par 2, on tombe sur $\dfrac{f_7}{4} = 458,5$ Hz qui est située entre La_3 et $La_3\#$. Ainsi f_7 est située entre La_5 et $La_5\#$.

3. Il faut supprimer l'harmonique 7 qui n'est pas une note de l'accord $DoMiSol$. Cet harmonique comporte un nœud au 7ème de la corde, il faut donc gratter à cet endroit car ainsi cela imposerait un ventre à cet endroit et donc supprimerait les harmoniques ayant un nœud à cet endroit là.