

Signaux Physiques

CHAPITRE 1

Circuits Electriques dans l'ARQS

Dr N'CHO Janvier Sylvestre

Objectifs

- **Savoirs :**

- connaître les porteurs de charges responsables de la conduction dans les métaux, les semi-conducteurs, les électrolytes ;
- définir les notions d'intensité du courant électrique, de tension et de potentiel électriques ;
- savoir en quoi consiste l'A.R.Q.S., connaître son cadre d'application et son intérêt.

- **Savoirs faire :**

- savoir analyser la structure d'un circuit (nombre de nœuds, nombre de branches) ;
- savoir énoncer précisément et savoir appliquer dans le cadre de l'A.R.Q.S. les lois des nœuds et des mailles.

Introduction

L'électrocinétique est l'étude des circuits parcourus par des courants électriques c'est-à-dire des déplacements de particules chargées dans les milieux matériels.

C'est une branche de l'électricité qui étudie les circuits électriques dans le cadre de l'approximation des états (ou régimes) quasi-stationnaires (quasi-permanent) qu'on note ARQP ou ARQS.

ARQS ? (1)

L'approximation des régimes quasi-stationnaires consiste à considérer l'électricité comme un fluide parfait et incompressible dont le débit (l'intensité) se conserve le long d'un conducteur. En d'autres termes, à t donné, l'intensité du courant qui entre à l'extrémité d'un conducteur est exactement identique à celle qui sort de l'autre extrémité.

☞ Cette approximation consiste à dire que quel que soit le régime, l'intensité du courant est la même en tout point d'une branche de circuit.

ARQS ? (2)

Par définition, on dira qu'un circuit de dimension L vérifie **l'Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires (ARQS)** si la grandeur temporelle τ liée au circuit est négligeable devant la grandeur temporelle T (ce peut être une période, une fréquence ou une pulsation) caractéristique de l'évolution des grandeurs électriques :

$$T \gg \tau = \frac{L}{c} \text{ soit } L \ll cT$$

$c = 3.10^8 ms^{-1}$ est la célérité de la lumière dans le vide


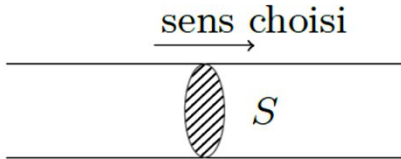
ARQS ? (3)

- ❑ τ : temps de réponse du milieu conducteur lors de la mise sous tension du circuit c'est-à-dire le temps de propagation.
- ❑ Pour un métal bon conducteur (cuivre) $\tau = 10^{-14} \text{s}$ pour produire un mouvement d'ensemble des porteurs

$$\text{ARQS} \Rightarrow \begin{cases} i(t) & \text{identique en tout point du circuit pour une branche sans dérivation.} \\ u(t) & \text{identique en tout point du circuit aux bornes d'un dipôle.} \end{cases}$$

Intensité du courant électrique (1)

Analogie hydraulique : on peut comprendre le sens physique de l'intensité du courant en considérant un autre type de courant . . .

Courant d'eau dans un fleuve	Courant électrique dans un conducteur
Soit ΔV le volume d'eau passant, dans un sens choisi, en un lieu précis (par ex. sous un pont) pendant une durée Δt .	Soit Δq la charge algébrique traversant, dans un sens choisi , une section S en un lieu précis (au point M) pendant une durée Δt .
On note D le débit du fleuve en M : $D = \frac{\Delta V}{\Delta t}$ 	L'intensité du courant électrique, notée I , est le débit des charges au point M considéré.  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ si Δq ne dépend pas du temps, c'est-à-dire la quantité de charge traversant S varie au cours du temps. Si Δq dépend du temps : $i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$

Intensité du courant électrique (2)

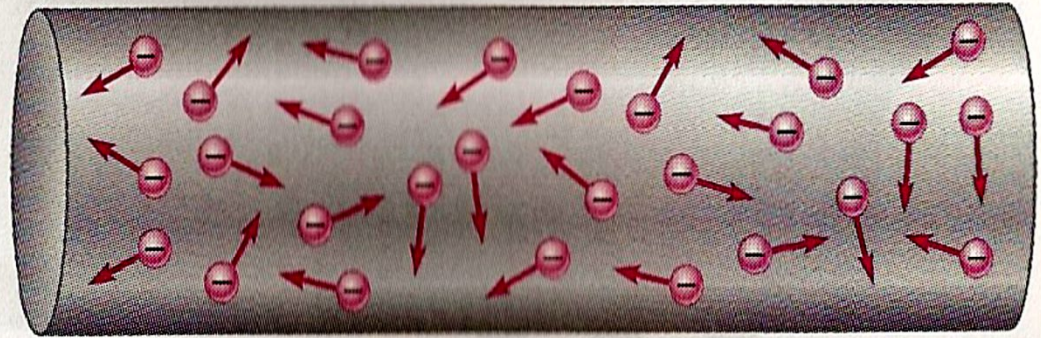
- ❑ **Courant de conduction:** déplacement de charges électriques dans un support matériel conducteur.
 - ➔ électrons de charge négative ($q = -e$): conducteurs
 - ➔ trous de charge ($q = +e$): semi-conducteurs
 - ➔ ions en solution (cations et ions): électrolytes
- ❑ **Courant de convection:** déplacement d'un objet lui-même chargé
- ❑ **Courant de particules:** déplacement de particules chargées dans le vide.

☞ On s'intéressera au courant de conduction dans tout le reste du cours

Intensité du courant électrique (3)

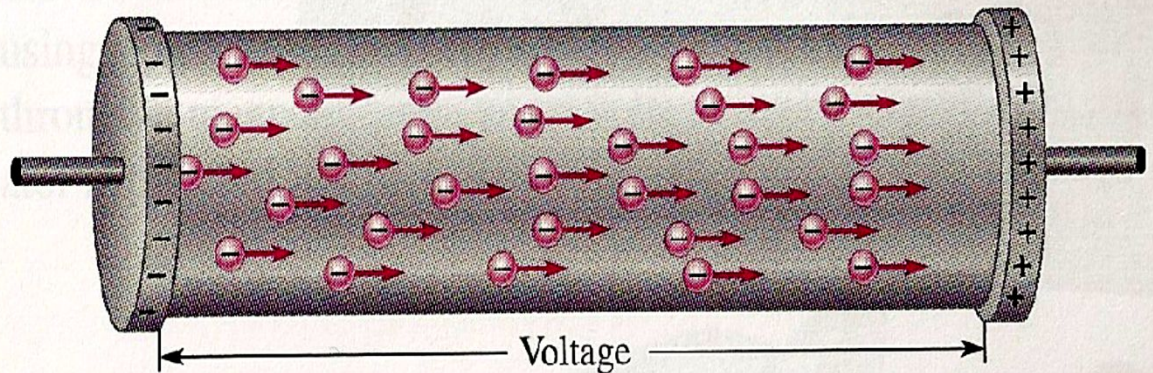
► **FIGURE 2-16**

Random motion of free electrons in a material.



► **FIGURE 2-17**

Electrons flow from negative to positive when a voltage is applied across a conductive or semiconductive material.



Intensité du courant électrique (4)

Une charge électrique dq qui traverse une section de circuit S pendant un intervalle de temps dt crée un courant d'intensité i tel que :

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \leftrightarrow \quad q = \int i dt$$

$$i(A) ; q(C) ; t (s)$$

Intensité du courant électrique (5)

$$i = \frac{dq}{dt} = \vec{J} \cdot \overrightarrow{dS}$$

\vec{J} représente le vecteur densité de courant exprimé en $A.m^{-2}$.. Elle caractérise **le mouvement d'ensemble des porteurs de charges dans un circuit électrique**

$$\vec{J} = qn \vec{v} = \rho_v \cdot \vec{v} = \rho_v \cdot \mu \cdot \vec{E} = \sigma \cdot \vec{E}$$

$$\vec{J} \left\{ \begin{array}{ll} \text{direction:} & \text{celle de } \vec{v} \\ \text{sens:} & \text{celui de } \vec{v} \text{ si } q > 0 \\ & \text{celui de } \vec{v} \text{ si } q < 0 \\ \text{norme:} & j = n|q|v \end{array} \right.$$

☞ μ peut être positive ou négative

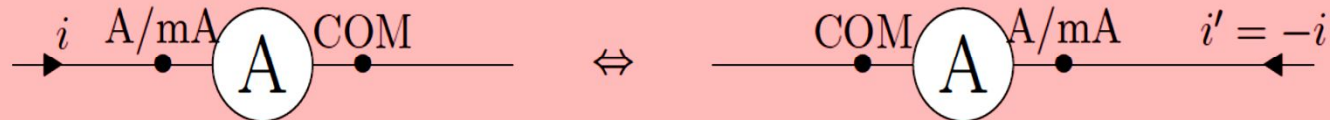
Intensité du courant électrique (6)

♥ À connaître : Ordres de grandeur

circuits électriques habituels téléphones portables, ordinateurs	$\approx \text{mA}$	TGV, usines, lignes hautes tension	500 à 1000 A
courants domestiques prises électriques	qq A	éclairs d'orages	10^4 A (durée très brève)

♥ À retenir


L'intensité du courant électrique se mesure avec un **ampèremètre** que l'on branche en série avec le dipôle dont on souhaite mesurer l'intensité du courant qui le traverse.



L'ampèremètre mesure l'intensité du courant qui entre par la borne A/mA.

Dans la situation présentée, si i mesurée est positive, alors i' est négative et de valeur opposée à celle de i .

Tension électrique (1)

Écoulement d'eau	Conduction électrique
Cause : entre la source du fleuve et son embouchure, l'altitude diminue.	Cause : entre 2 points A et B du circuit, on a une variation du potentiel électrique.
On associe à tout point M son altitude z_M .	On associe à tout point M son potentiel , noté V_M .
Entre deux points A et B, on calcule le dénivelé = différence d'altitude : $z_A - z_B$.	Entre deux points A et B, on calcule la tension = différence de potentiel (ddp).
On choisit une référence d'altitude c'est-à-dire un point O auquel on attribue l'altitude $z_O = 0$ m (par ex. le niveau de la mer) et on donne les altitudes des autres points par rapport à cette référence. Les valeurs des dénivelés sont indépendantes du choix de la référence d'altitude.	On choisit une référence de potentiel c'est-à-dire un point M (appelée la masse) auquel on attribue le potentiel $V_M = 0$ V et on donne les potentiels des autres points par rapport à cette référence. Symbole :  Les valeurs des tensions sont indépendantes du choix de la référence de potentiel.

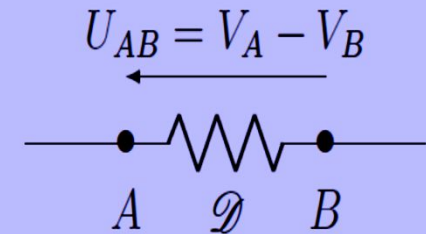
Tension électrique (2)



Définition : Tension électrique

La tension électrique U_{AB} entre deux points A et B d'un circuit est égale à la différence de potentiel entre ces deux points : $U_{AB} = V_A - V_B$, avec V_A le potentiel au point A et V_B le potentiel au point B . L'unité de la tension et du potentiel est le **Volt**, de symbole **V**.

La tension U_{AB} est représentée, sur un schéma électrique, par une flèche allant de B vers A .



♥ À connaître : Interrupteur fermé / fil

La tension électrique aux bornes d'un fil ou d'un interrupteur fermé est nulle.

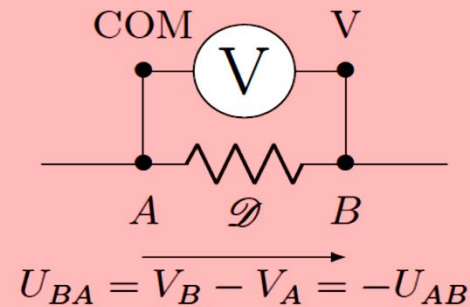
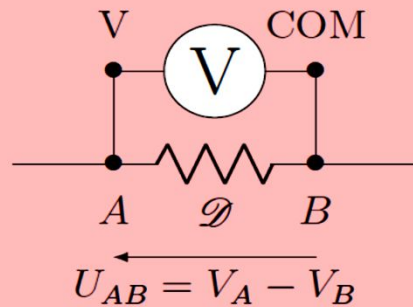
Tension électrique (3)

♥ À connaître : Ordres de grandeur

Coups de foudre (moyens à forts)	100 à 600 MV	Distributeur basse tension d'EDF	220 V et 380 V
Ligne de transport d'énergie électrique	150 à 1000 kV	Batterie d'accumulateurs Pile électrochimique	12 V 1 à 9 V

♥ À retenir : Mesure de la tension

Une tension électrique se mesure à l'aide d'un **voltmètre** que l'on branche en dérivation (en parallèle) du dipôle dont on mesure la tension à ses bornes.



La tension mesurée à l'aide du voltmètre est la tension dont la pointe de la flèche est au niveau de la borne V et le bout de la flèche au niveau de la borne COM.

Tension électrique (4)

Attention : Vocabulaire !

On dit :

- Tension AUX BORNES DE (d'un dipôle, d'un générateur, d'une résistance ...)
- Intensité du courant À TRAVERS DE (d'un dipôle, d'un générateur, d'une résistance ...)

Il est interdit de dire : ~~tension à travers~~ ou ~~intensité du courant aux bornes de~~, ça n'a PAS DE SENS !

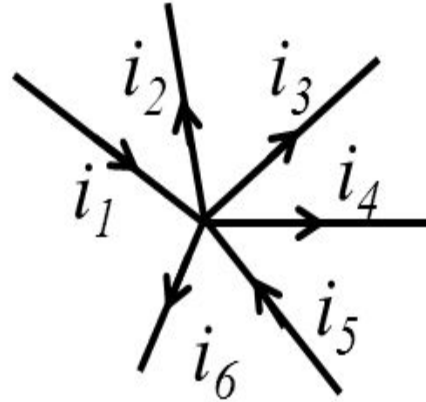
Attention

	interrupteur ouvert	fil
Tension aux bornes d'un ...	INCONNUE	NULLE
Intensité à travers d'un ...	NULLE	INCONNUE

Lois de Kirchhoff

Lois des nœuds (1^{ère} loi de Kirchhoff)

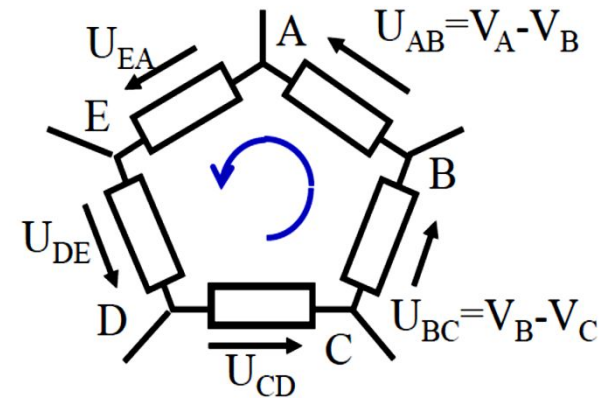
$$\sum_{\text{arrivant}} I_i = \sum_{\text{sortant}} I_j$$



$$i_1 + i_5 = i_2 + i_3 + i_4 + i_6$$

Lois des mailles (2^{ème} loi de Kirchhoff)

$$\sum_{\text{maille}} u_i = 0$$



☞ Une maille peut être orientée arbitrairement

Loi des branches

□ Loi des branches

Dans le cadre de l'ARQS, l'intensité i est la même en tout point d'une branche : elle ne dépend pas de l'abscisse x le long de la branche.

Dipôles électriques (1)

- ❑ **Dipôle**: tout composant électrique relié à l'extérieur en 2 points seulement appelés bornes du dipôle.
 - Dipôles passifs (résistances, four électrique, radiateur)
 - Dipôles actifs (générateurs, récepteurs)
- ❑ **Caractéristique tension-courant d'un dipôle** :
courbe donnant la tension à ses bornes en fonction de l'intensité qui le parcourt. **La caractéristique courant-tension** est la courbe inverse.
- ❑ **Point de fonctionnement du circuit** : point d'intersection des caractéristiques des deux dipôles

Dipôles électriques (2)

□ **Point de fonctionnement:** Un point de coordonnées (u_1, i_1) , données de la caractéristique correspondant aux conditions de fonctionnement du dipôle

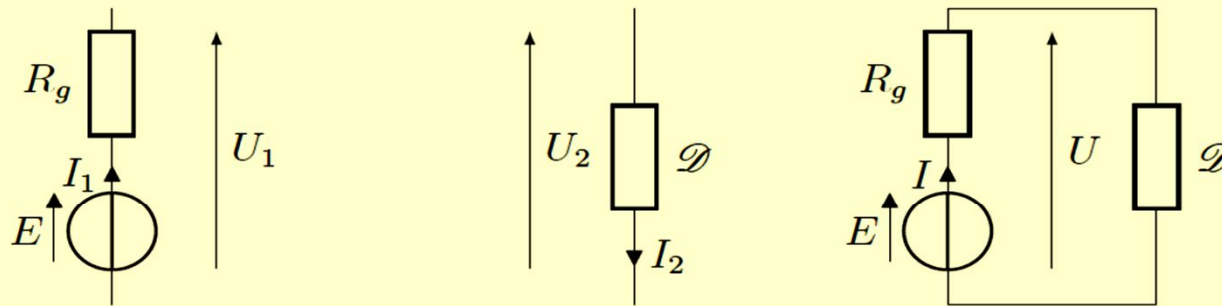
-La résistance statique du dipôle au point de fonctionnement s'écrit : $R_s = u_1 / i_1$ Elle suffit à l'étude des régimes continus.

-La résistance dynamique du dipôle au point de fonctionnement s'écrit : $R_d = (du/di)_{u_1, i_1}$ Elle est utile pour aborder l'étude des régimes sinusoïdaux.

Dipôles électriques (3)

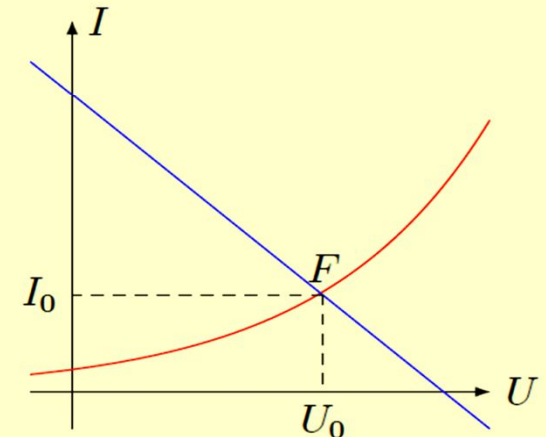
💡 Méthode : Détermination d'un point de fonctionnement

On étudie un circuit constitué d'un générateur et d'un récepteur (dipôle passif).



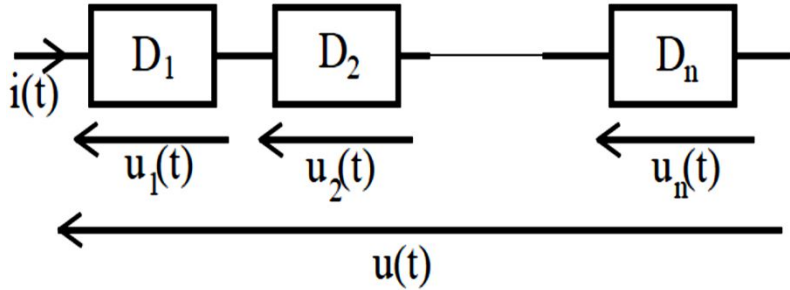
On décrit ici une méthode permettant de connaître la valeur de l'intensité I_0 et de la tension U_0 communes aux 2 dipôles. Le couple (I_0, U_0) est nommé **point de fonctionnement**.

1. On choisit une convention adaptée pour chaque dipôle c'est-à-dire telle que I_1 , I_2 et I soient orientés dans le même sens et U_1 , U_2 et U soient orientés dans le même sens lors de la connexion.
2. On superpose sur un même graphique, d'axes (I, U) , les 2 caractéristiques $I = f(U)$ (en faisant attention aux conventions).
3. Le point de fonctionnement F est le point d'intersection des 2 caractéristiques. On en déduit la valeur de I_0 et de U_0 en lisant les coordonnées de F .



Dipôles électriques (4)

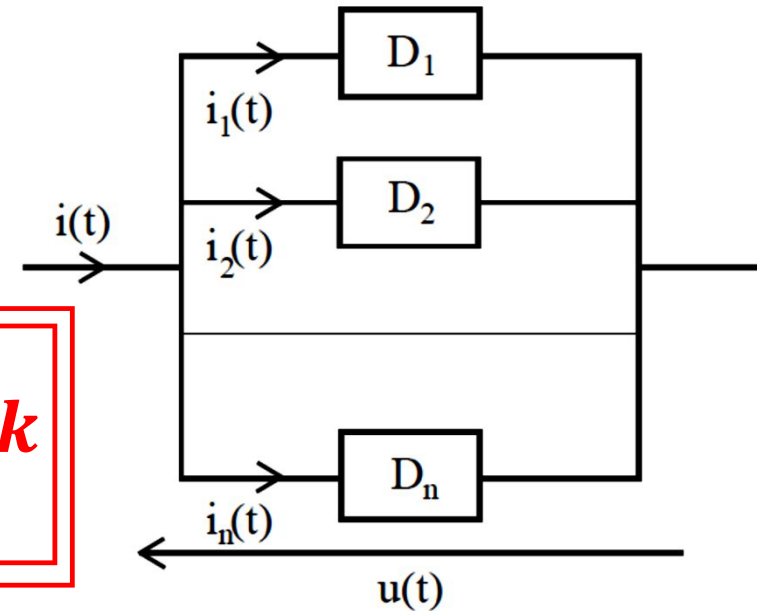
□ Association série



$$u(t) = \sum_k u_k(t) \quad \text{et} \quad i_k(t) = i(t), \forall k$$

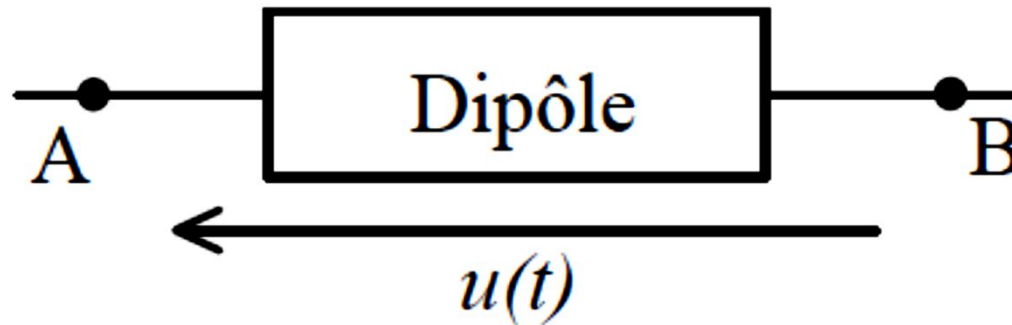
□ Association parallèle

$$i(t) = \sum_k i_k(t) \quad \text{et} \quad u_k(t) = u(t), \forall k$$



Dipôles électriques (5)

□ Puissance électromagnétique reçue par un dipôle



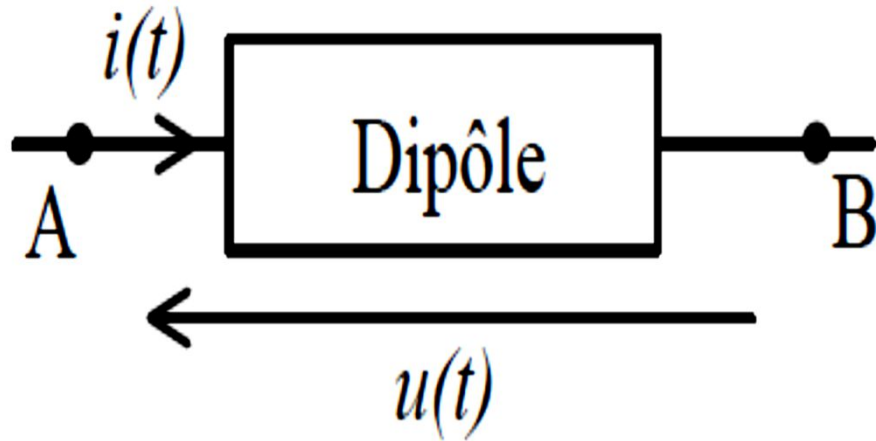
$$u(t) = V_A - V_B$$

$$\mathcal{P} = u(t) \cdot i(t)$$

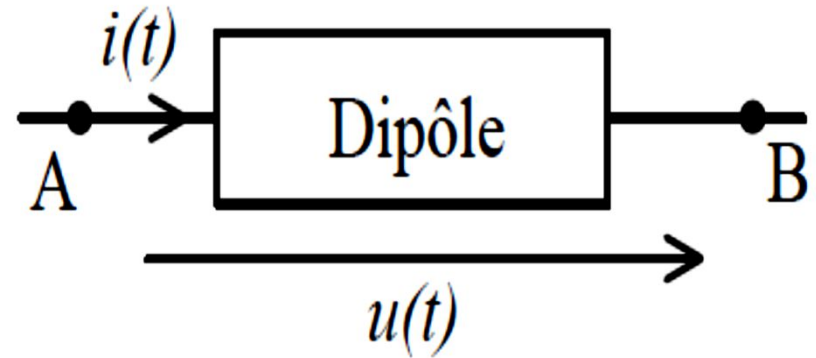
$$\mathcal{E} = \int_{t_i}^{t_f} u(t) \cdot i(t) dt$$

Dipôles électriques (6)

□ Convention générateur et récepteur



Convention récepteur



Convention générateur

$$i(t) = i_{AB}(t) ; \quad u(t) = V_A - V_B$$

$$i(t) = i_{AB}(t) ; \quad u(t) = V_B - V_A$$

☞ Ne pas confondre convention récepteur (ou générateur) et caractère récepteur (ou générateur)

Dipôles électriques (7)

Tableau récapitulatif des conventions

u	+	-	+	-
i	+	+	-	-
Convention récepteur	Le dipôle réel est un récepteur $\mathcal{P} > 0$	Le dipôle réel est un générateur $\mathcal{P} < 0$	Le dipôle réel est un générateur $\mathcal{P} < 0$	Le dipôle réel est un récepteur $\mathcal{P} > 0$
Convention générateur	Le dipôle réel est un générateur $\mathcal{P} > 0$	Le dipôle réel est un récepteur $\mathcal{P} < 0$	Le dipôle réel est un récepteur $\mathcal{P} < 0$	Le dipôle réel est un générateur $\mathcal{P} > 0$

Dipôles électriques (8)

Détermination du caractère générateur/récepteur d'un dipôle

1) **Identifier une convention pour l'étude de ce dipôle :**

- si u et i sont orientés dans le même sens, on identifie la convention générateur ;
- si u et i sont orientés en sens inverse, on identifie la convention récepteur.

2) **Déterminer le signe de la puissance algébrique $\mathcal{P} = ui$ dans la convention choisie :**

- si $\mathcal{P} > 0$, alors le dipôle est de même nature que la convention (générateur -générateur ou récepteur - récepteur) ;
- si $\mathcal{P} < 0$, alors le dipôle est de nature opposée à la convention (générateur - récepteur ou récepteur - générateur).

Dipôles électriques (9)

□ Dipôle résistif idéal

Un résistor est modélisé par une résistance R telle que :

- en convention récepteur, il vérifie $u = Ri$
- en convention générateur, il vérifie $u = -Ri$

$$R = \frac{1}{G} = \rho \frac{\ell}{S} = \frac{1}{\sigma} \frac{\ell}{S} \quad G(S); \rho (\Omega \cdot m); \sigma (S \cdot m^{-1})$$

ρ représente la résistance du fil de section de $1 m^2$ et de longueur $1 m$. Il en est de même pour σ .



Dipôles électriques (10)

✓ Association en série

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^N R_i$$

✓ Association en parallèle

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$$

☞ Cette loi sera généralisable aux autres dipôles linéaires une fois la notion d'impédance introduite.

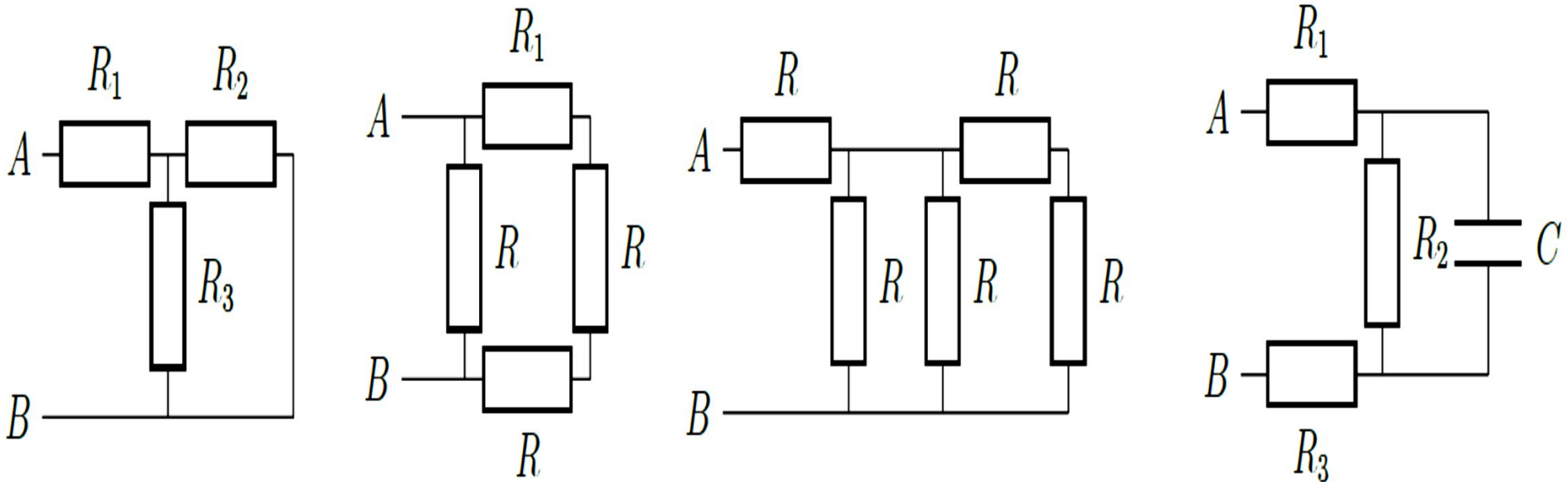
☐ Aspect énergétique: effet joule

$$P_{reçue} = Ri^2$$

☞ La résistance absorbe de l'énergie

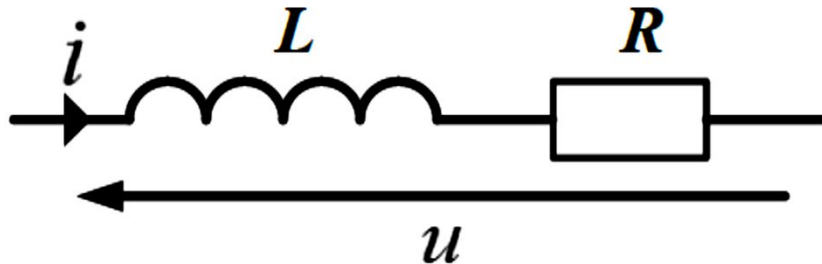
Dipôles électriques (11)

Exo d'application: Pour chacun des circuits ci-dessous, indiquer si les différents conducteurs ohmiques sont montés en série, en parallèle, ou ni l'un ni l'autre. Lorsqu'elle existe, calculer la résistance équivalente vue entre les points A et B.



Dipôles électriques (12)

□ Dipôle auto-inductif



- En convention récepteur, il vérifie :

$$u = L \frac{di}{dt} + Ri$$

- En convention générateur, il vérifie :

$$u = -L \frac{di}{dt} - Ri$$

☞ Pour une bobine idéale $R=0$.

Dipôles électriques (13)

✓ Association en série

$$L_{eq} = \sum_{i=1}^N L_i = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_N$$

✓ Association en parallèle

$$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{L_i} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_N}$$

✓ Aspect énergétique:

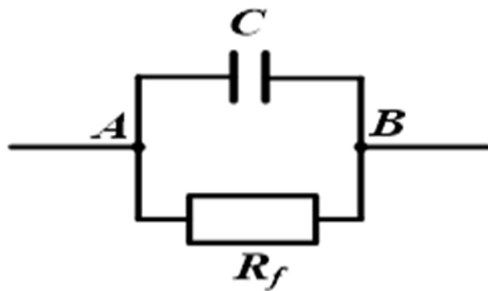
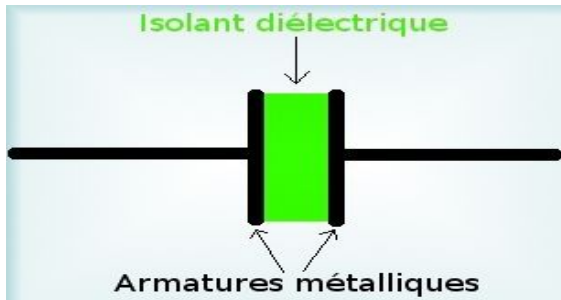
$$\mathcal{E}_L = \frac{1}{2} Li^2$$

☞ L'inductance se comporte comme un réservoir d'énergie électromagnétique.

☞ l'intensité du courant traversant une inductance ne peut subir de discontinuité (varier instantanément). En revanche la tension aux bornes de la bobine peut parfaitement varier d'une façon discontinue.

Dipôles électriques (14)

□ Dipôle capacitif



Condensateurs chimiques polarisés



Condensateurs "polyester MKT"



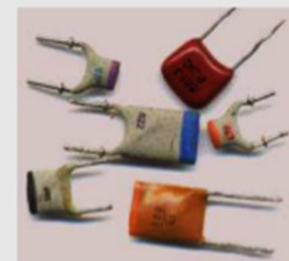
Condensateurs "polypropylène MKP"



Condensateurs "céramique"

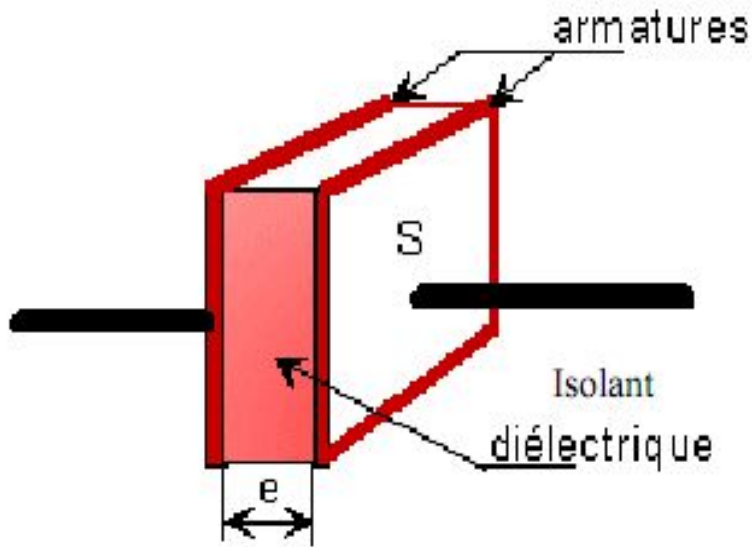


Condensateurs "céramique multicouche"



☞ Le condensateur se comporte comme un réservoir d'énergie électrostatique

Dipôles électriques (15)



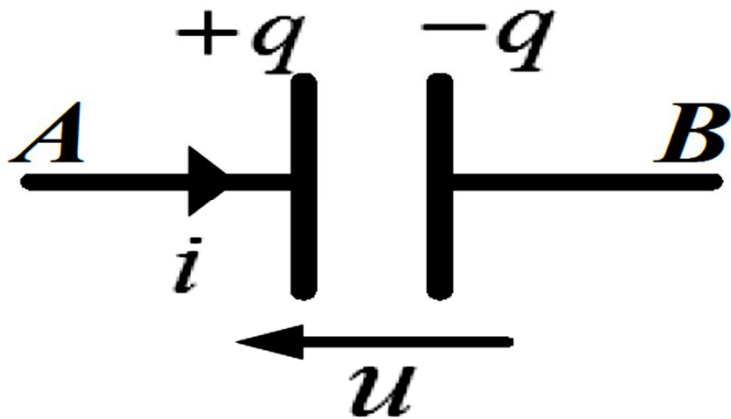
La capacité du condensateur est donnée par l'expression suivante :

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{e} \quad \text{avec} \quad \epsilon_0 = \frac{1}{36 \times \pi \times 10^9} = 8,854\,187 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$$

ϵ_0 est la permittivité du vide et ϵ_r est la permittivité relative.
 S est m^2 , e en m .

Dipôles électriques (16)

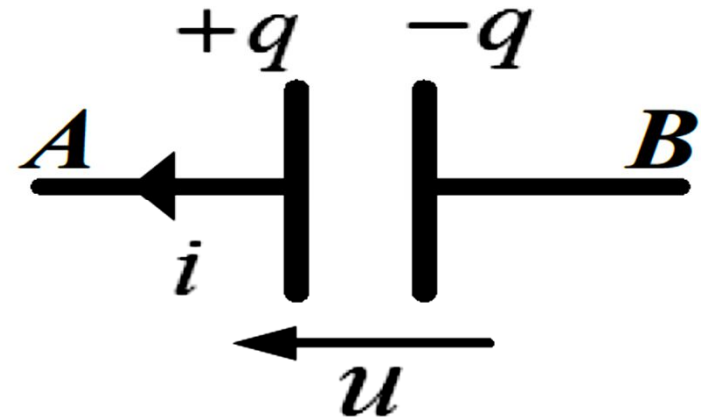
Convention récepteur



$$u = \frac{q}{C} ; i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} > 0$$

Le condensateur se charge

Convention générateur



$$u = \frac{q}{C} ; i = -\frac{dq}{dt} = -C \frac{du}{dt} < 0$$

Le condensateur se décharge

Dipôles électriques (17)

✓ Association en série

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_N}$$

✓ Association en parallèle

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_N$$

✓ Aspect énergétique:

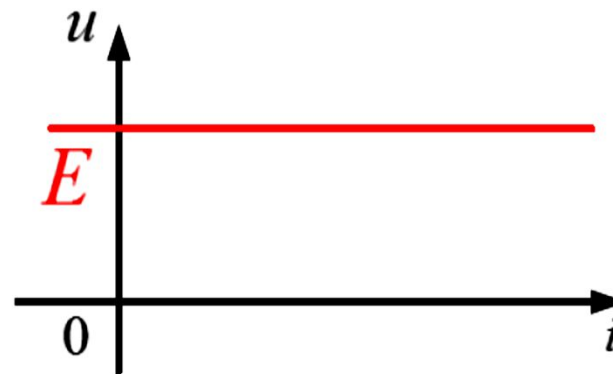
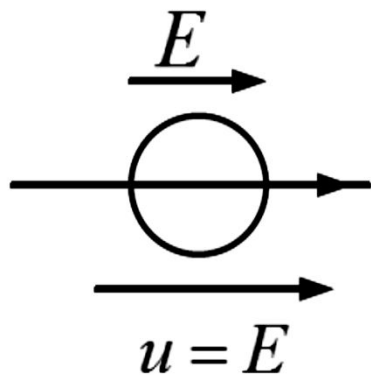
$$\mathcal{E}_C = \frac{1}{2} C u^2$$

☞ ni la charge, ni la tension aux bornes d'un condensateur ne peuvent varier instantanément. En revanche, le courant qui traverse le condensateur peut subir une discontinuité (varier instantanément).

Dipôles électriques (18)

□ Générateur de tension idéal

Un générateur idéal de tension impose une tension constante E à ses bornes quel que soit le courant i , positif ou négatif débité par celui-ci. La caractéristique $u = f(i)$ d'un générateur idéal de tension est une droite horizontale. La puissance fournie par un tel générateur est $\mathcal{P}_g = Ei$.

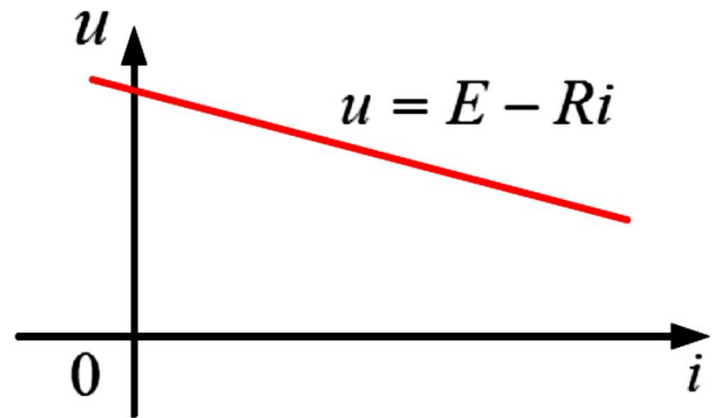
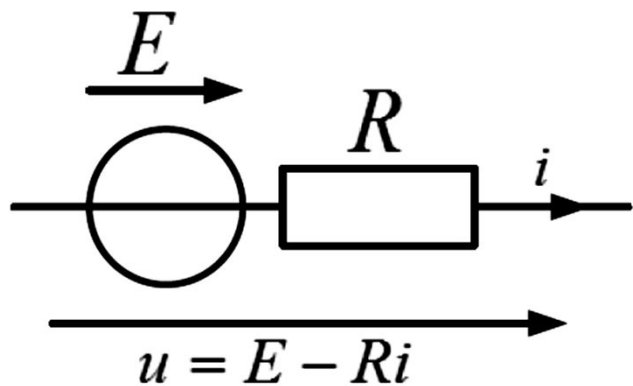


Dipôles électriques (19)

□ Générateur de tension réel

Un générateur de tension réel est une source d'énergie caractérisée par une force électromotrice (f.é.m.) E en série avec une résistance interne R . Lorsqu'il est parcouru par un courant i , la ddp à ses bornes est : $u = E - Ri$

E est aussi appelée ddp à vide, c'est-à-dire le générateur ne débite pas de courant.



Dipôles électriques (20)

✓ Puissance fournie par un générateur de tension

La puissance fournie par un tel générateur est

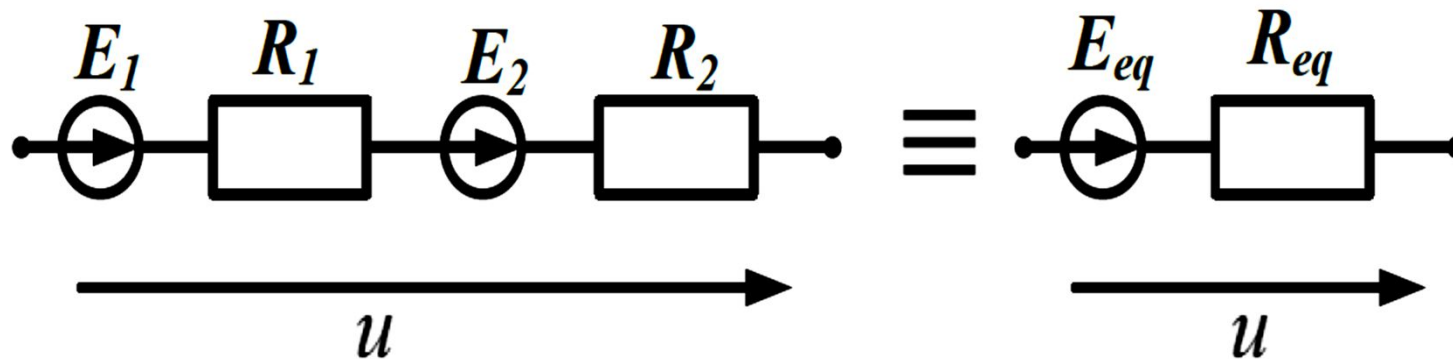
$$\mathcal{P}_g = ui = Ei - Ri^2$$

- Le terme Ei représente la puissance fournie par le générateur idéal de tension
- Le terme Ri^2 représente la puissance dissipée par effet joule dans la résistance interne.

Dipôles électriques (21)

- ✓ Association de générateurs de tension en série

$$E_{eq} = \sum_{k=1}^N E_k \quad \text{et} \quad R_{eq} = \sum_{k=1}^N R_k$$

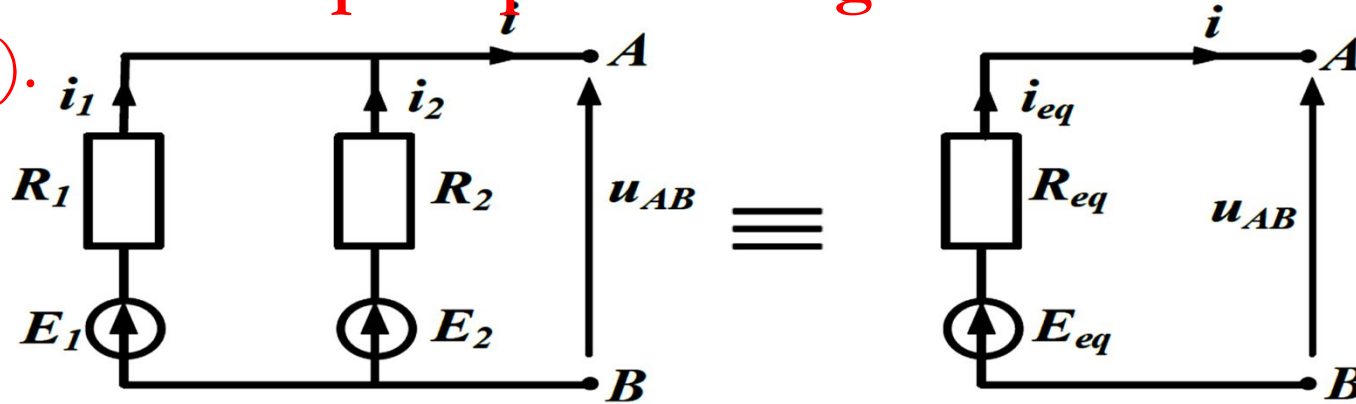


$$\begin{cases} E_{eq} = E_1 + E_2 \\ R_{eq} = R_1 + R_2 \end{cases}$$

Dipôles électriques (22)

✓ Association de générateurs de tension en parallèle

On suppose que les 2 générateurs de tension sont identiques d'amplitude E et de résistance interne R (**condition à respecter pour la mise en pratique de 2 générateurs de tension en parallèle**).

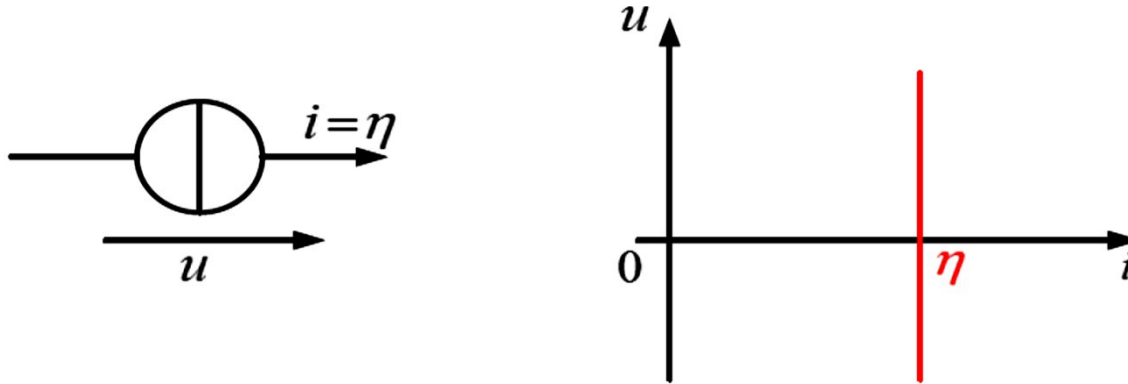


$$E_{eq} = E \quad \text{et} \quad R_{eq} = \frac{R}{2}$$

Dipôles électriques (23)

□ Générateur de courant idéal

Un générateur idéal de courant délivre un courant d'intensité constante η quelle que soit la tension, positive ou négative, aux bornes de celui-ci. **La caractéristique d'un générateur idéal de courant est une droite verticale.** La puissance fournie par un tel générateur est $\mathcal{P}_g = \eta u$

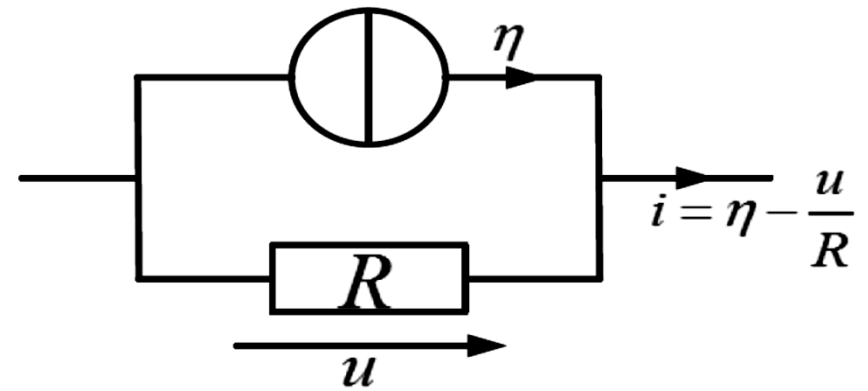


Dipôles électriques (24)

□ Générateur de courant réel

Un générateur de courant réel est une source d'énergie comme le générateur de tension. **Il est caractérisé par une source de courant idéal ou courant électromoteur η en parallèle avec une résistance interne R .** Le courant η est aussi appelé courant de court-circuit. Il est constant quelque soit la ddp u aux bornes du générateur de courant. Lorsque le générateur de courant débite un courant i dans un circuit, i s'écrit :

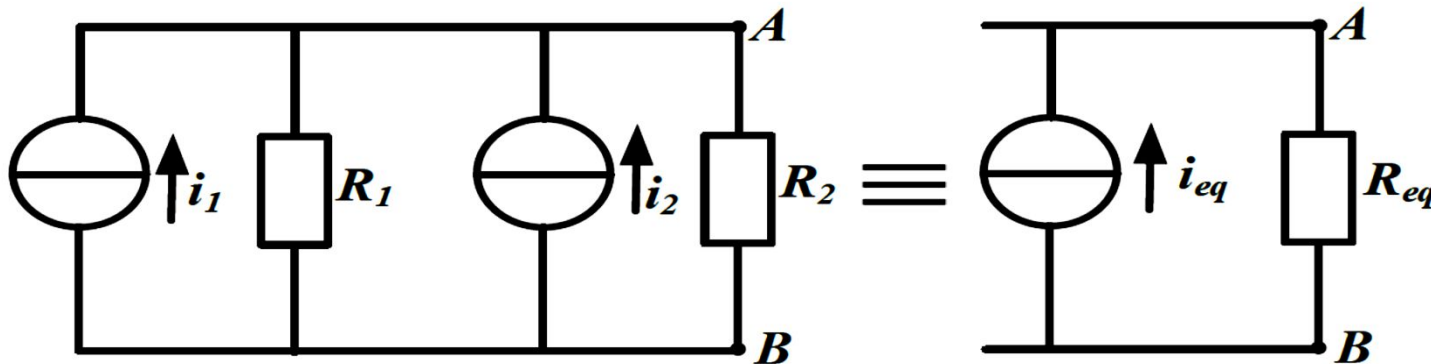
$$i = \eta - \frac{u}{R}$$



Dipôles électriques (25)

✓ Association de générateurs de courant en parallèle

$$i_{eq} = \sum_{k=1}^N i_k \quad \text{et} \quad G_{eq} = \sum_{k=1}^N G_k$$



$$i_{eq} = i_1 + i_2 \quad \text{et} \quad R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

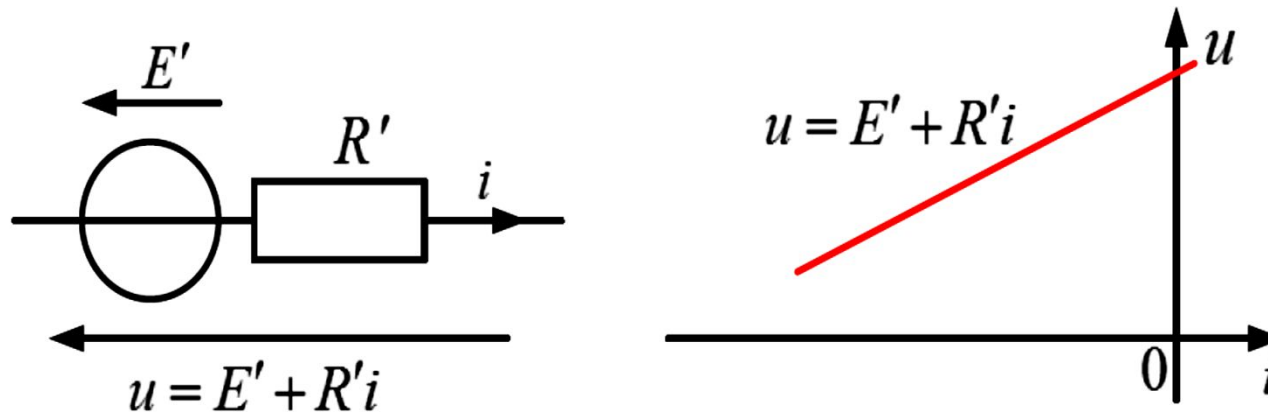
Dipôles électriques (26)

□ Dipôles récepteurs

Dans un domaine où elle est linéaire, la caractéristique d'un récepteur réel a pour équation (en convention récepteur) :

$$u = E' + R' i$$

Où E' est la force contre-électromotrice (fcém) du récepteur et R' sa résistance interne en ohm.



Dipôles électriques (27)

✓ Puissance fournie par un générateur de tension

La puissance fournie par un tel récepteur est

$$\mathcal{P}_g = ui = E' i + R' i^2$$

- Le terme $E' i$ représente la puissance utile du récepteur, c'est à dire la fraction de la puissance électrique reçue par le récepteur pouvant être convertie en une forme d'énergie non thermique.
- Le terme $R' i^2$ représente la puissance dissipée par effet joule dans la résistance interne.

Application des lois de Kirchhoff (1)

Lorsqu'un circuit est constitué de plusieurs mailles, l'écriture systématique des lois de Kirchhoff conduit généralement à un excès d'information. Pour n'écrire que des relations nécessaires il faut :

1. Dénombrer les nœuds (n) et les mailles indépendantes (m) dans le circuit.
2. Ecrire $(n - 1)$ lois des nœuds entre les intensités. Le dernier nœud conduit à une relation redondante. (le nœud inutilisé est indifférent.)

Application des lois de Kirchhoff (2)

3. Ecrire (m) lois de mailles. (des mailles sont indépendantes si elles comportent chacune un dipôle que ne comportent pas les autres)
4. Injecter les caractéristiques des dipôles dans les lois de mailles, de façon à n'obtenir que des relations entre les intensités (et les grandeurs caractéristiques des dipôles).
5. Résoudre le système constitué de b équations dont les b intensités sont les inconnues avec $\mathbf{b} = \mathbf{n} + \mathbf{m} - \mathbf{1}$.