Fiche 1 – Modélisation des liaisons entre solides

Les différentes liaisons simples s'effectuent à partir de surfaces élémentaires :

Le cylindre de révolution (tournage, perçage, alésage)

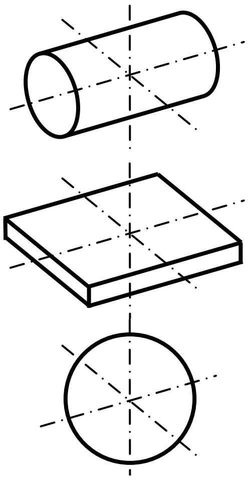
Modèle : cylindricité parfaite (circularité du profil et rectitude), état de surface parfait, diamètre et longueur sans tolérance

Le plan (fraisage, tournage, lamage)

Modèle : planéité, rugosité et dimensions parfaites

La sphère (tournage)

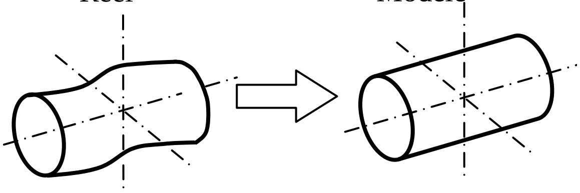
Modèle : rugosité, dimensions parfaites



Les modèles des liaisons normalisées pour des solides indéformables sont basés sur 4 hypothèses :

Hypothèse 1 : géométrie parfaite

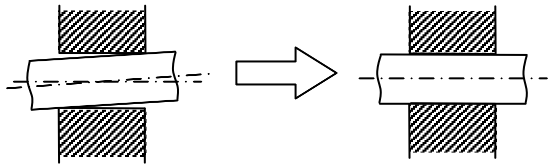
Réel — Modèle



Hypothèse 3 : déformations nulles

Hypothèse 2 : liaison sans jeu

Réel — Modèle



Hypothèse 4 : pas de frottement

Pour caractériser les mouvements relatifs entre deux solides (1) et (2) constituant une liaison, on utilise le torseur cinématique.

Dans une base ($\vec{x},\vec{y},\vec{z}$) donnée, il prend la forme générale : $\{C_{1/2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} \Omega_{x_{12}} & v_{x_{12}} \\ \Omega_{y_{12}} & v_{y_{12}} \\ \Omega_{z_{12}} & v_{z_{12}} \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

Pour caractériser l'action mécanique transmissible entre deux solides (1) et (2) constituant une liaison, on utilise le torseur d'action mécanique transmissible.

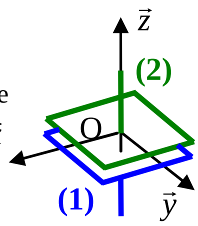
Dans une base ($\vec{x},\vec{y},\vec{z}$) donnée, il prend la forme générale : $\{F_{1\to 2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

Il y a une complémentarité entre le torseur cinématique et le torseur d'action mécanique transmissible.

A une vitesse linéaire nulle correspond une force

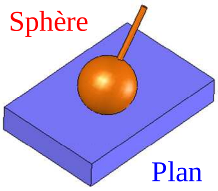
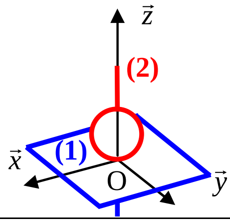
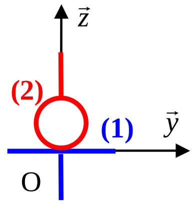
Torseur d'action mécanique transmissible $\{F_{1\to 2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} 0 & \boxed{L_{12}} \\ 0 & \boxed{M_{12}} \\ \boxed{Z_{12}} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

$\{C_{1/2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} \boxed{0} & v_{x_{12}} \\ \boxed{0} & v_{y_{12}} \\ \Omega_{z_{12}} & \boxed{0} \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ Torseur cinématique



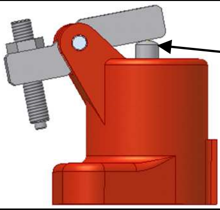
A une vitesse angulaire nulle correspond un moment non nul pour le torseur d'action mécanique transmissible

Liaison ponctuelle de centre O et de normale $(O, \vec{z})$ – Liaison simple

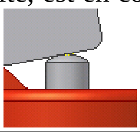
DDL	Surfaces associées	Degrés de liberté	Schématisation spatiale	Schématisation plane
5		T_x 1, R_x 1 T_y 1, R_y 1 T_z 0, R_z 1		

Torseur cinématique		Torseur des actions transmissibles	
Forme canonique conservée en tout point de l'axe $(O, \vec{z})$	$_O\begin{Bmatrix} \Omega_x & v_x \\ \Omega_y & v_y \\ \Omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	Forme canonique conservée en tout point de l'axe $(O, \vec{z})$	$_O\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

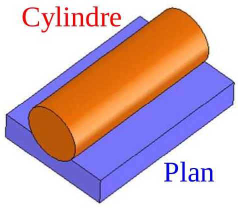
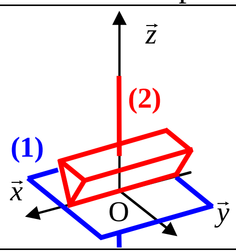
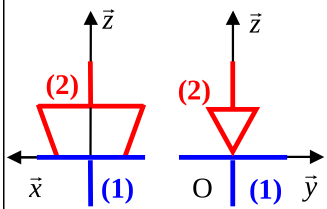
Exemple



Sur la bride hydraulique ci-contre, le piston, arrondi à son extrémité, est en contact avec une face plane du levier.

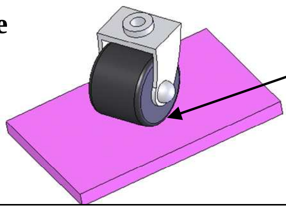


Liaison linéaire rectiligne d'axe $(O, \vec{x})$ de normale $(0, \vec{z})$

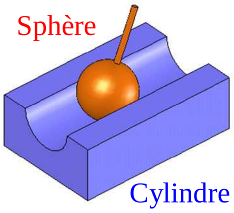
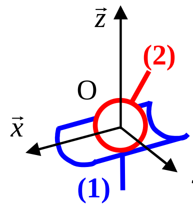
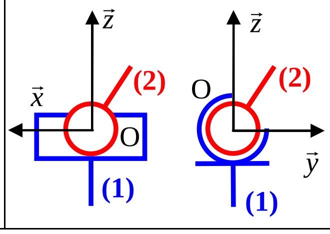
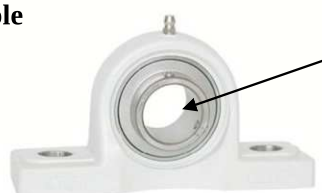
DDL	Surfaces associées	Degrés de liberté	Schématisation spatiale	Schématisation plane
4		T_x 1, R_x 1 T_y 1, R_y 0 T_z 0, R_z 1		

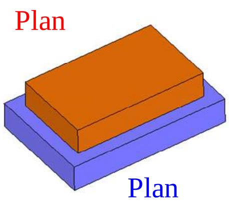
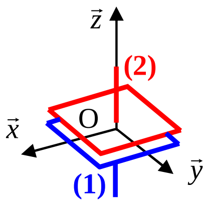
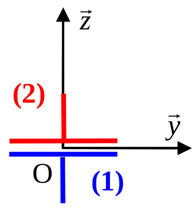
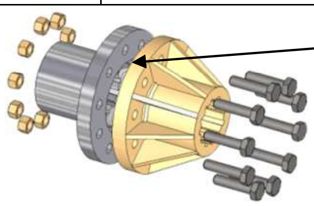
Torseur cinématique		Torseur des actions transmissibles	
Forme canonique conservée en tout point du plan $(O, \vec{x}, \vec{z})$	$_O\begin{Bmatrix} \Omega_x & v_x \\ 0 & v_y \\ \Omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	Forme canonique conservée en tout point du plan $(O, \vec{x}, \vec{z})$	$_O\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

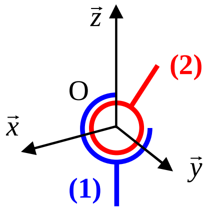
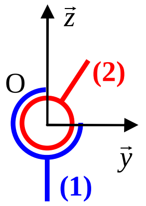
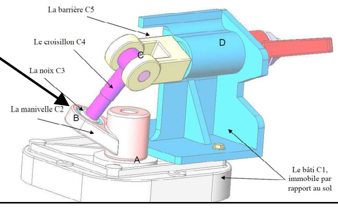
Exemple

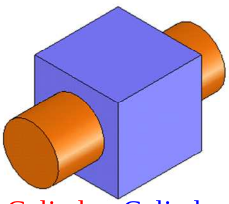
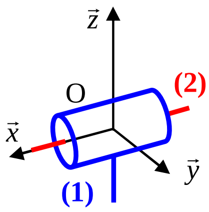
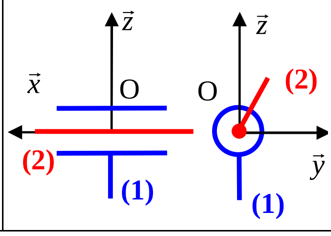
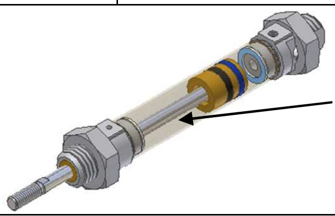


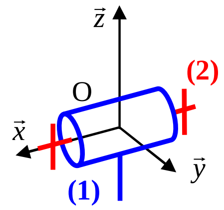
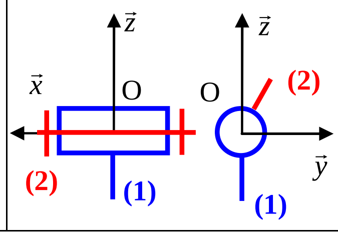
Le contact entre le sol et un galet peut être modélisé par un contact plan/cylindre.

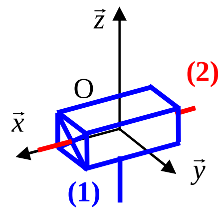
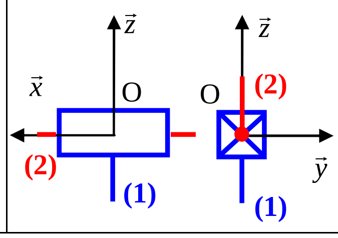
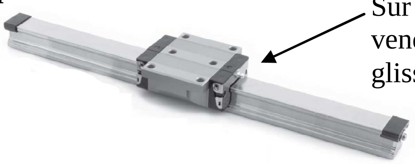
<table>
<tr><td colspan="5">Liaison linéaire annulaire d'axe $(O,\vec{x})$ – Liaison simple</td></tr>
<tr><td>DDL</td><td>Surfaces associées</td><td>Degrés de liberté</td><td>Schématisation spatiale</td><td>Schématisation plane</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4</td><td></td><td><table><tr><td>T_x</td><td>1</td><td>R_x</td><td>1</td></tr><tr><td>T_y</td><td>0</td><td>R_y</td><td>1</td></tr><tr><td>T_z</td><td>0</td><td>R_z</td><td>1</td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Torseur cinématique</td><td colspan="2">Torseur des actions transmissibles</td></tr>
<tr><td>Forme canonique conservée au point O</td><td>$_O\left\{\begin{array}{cc}\Omega_x & v_x\\ \Omega_y & 0\\ \Omega_z & 0\end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$</td><td>Forme canonique conservée au point O</td><td>$_O\left\{\begin{array}{cc}0 & 0\\ Y & 0\\ Z & 0\end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$</td></tr>
<tr><td colspan="5">Exemple  Une liaison entre un palier à semelle et un arbre (non représenté sur la photo) peut être modélisée par une liaison linéaire annulaire.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="5">Liaison appui plan de normale $(O,\vec{z})$ – Liaison simple</td></tr>
<tr><td>DDL</td><td>Surfaces associées</td><td>Degrés de liberté</td><td>Schématisation spatiale</td><td>Schématisation plane</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td></td><td><table><tr><td>T_x</td><td>1</td><td>R_x</td><td>0</td></tr><tr><td>T_y</td><td>1</td><td>R_y</td><td>0</td></tr><tr><td>T_z</td><td>0</td><td>R_z</td><td>1</td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Torseur cinématique</td><td colspan="2">Torseur des actions transmissibles</td></tr>
<tr><td>Forme canonique conservée en tout point</td><td>$_O\left\{\begin{array}{cc}0 & v_x\\ 0 & v_y\\ \Omega_z & 0\end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$</td><td>Forme canonique conservée en tout point</td><td>$_O\left\{\begin{array}{cc}0 & L\\ 0 & M\\ Z & 0\end{array}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$</td></tr>
<tr><td colspan="5">Exemple  Avant le serrage, les deux éléments de la bride sont mis en position par appui plan.</td></tr>
</table>

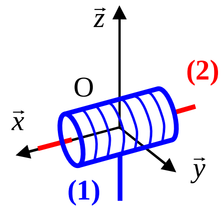
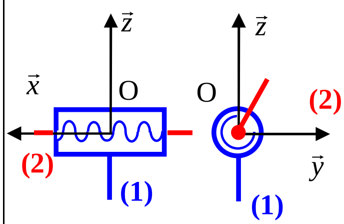
<table>
<tr><th colspan="5">Liaison rotule de centre O – Liaison simple</th></tr>
<tr><td>DDL</td><td>Surfaces associées</td><td>Degrés de liberté</td><td>Schématisation spatiale</td><td>Schématisation plane</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td></td><td>$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline T_x & 0 & R_x & 1 \\ \hline T_y & 0 & R_y & 1 \\ \hline T_z & 0 & R_z & 1 \\ \hline \end{array}$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Torseur cinématique</td><td colspan="2">Torseur des actions transmissibles</td></tr>
<tr><td>Forme canonique conservée au point O</td><td>${}_{O}\left\{\begin{matrix} \Omega_x & 0 \\ \Omega_y & 0 \\ \Omega_z & 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$</td><td>Forme canonique conservée au point O</td><td>${}_{O}\left\{\begin{matrix} X & 0 \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$</td></tr>
<tr><td colspan="5">Exemple Sur le portail sinusmatic, la liaison entre la noix et la manivelle est une liaison rotule.
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="5">Liaison pivot glissant d'axe $(O,\vec{x})$ – Liaison simple</th></tr>
<tr><td>DDL</td><td>Surfaces associées</td><td>Degrés de liberté</td><td>Schématisation spatiale</td><td>Schématisation plane</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td></td><td>$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline T_x & 1 & R_x & 1 \\ \hline T_y & 0 & R_y & 0 \\ \hline T_z & 0 & R_z & 0 \\ \hline \end{array}$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Torseur cinématique</td><td colspan="2">Torseur des actions transmissibles</td></tr>
<tr><td>Forme canonique conservée en tout point de l'axe $(O,\vec{x})$</td><td>${}_{O}\left\{\begin{matrix} \Omega_x & v_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$</td><td>Forme canonique conservée en tout point de l'axe $(O,\vec{x})$</td><td>${}_{O}\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$</td></tr>
<tr><td colspan="5">Exemple  Un vérin linéaire est utilisé pour générer un mouvement de translation. Généralement la tige est en liaison pivot-glissant par rapport au cœur du vérin.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="6">Liaison pivot d'axe (O, $\vec{x}$) – Liaison composée à un degré de liberté</th></tr>
<tr><td>DDL</td><td>Surfaces associées</td><td colspan="2">Degrés de liberté</td><td>Schématisation spatiale</td><td>Schématisation plane</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td>Plus de 2 surfaces
(Liaison composée)</td><td colspan="2">T_x 0 R_x 1
T_y 0 R_y 0
T_z 0 R_z 0</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Torseur cinématique</td><td colspan="2">Torseur des actions transmissibles</td></tr>
<tr><td>Forme canonique conservée en tout point de l'axe (O, $\vec{x}$)</td><td colspan="2">$_O\left\{\begin{matrix}\Omega_x & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$</td><td>Forme canonique conservée en tout point de l'axe (O, $\vec{x}$)</td><td>$_O\left\{\begin{matrix}X & 0\\ Y & M\\ Z & N\end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$</td></tr>
<tr><td colspan="6">Exemple  Le pédalier d'un vélo est en liaison pivot par rapport au cadre.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="6">Liaison glissière d'axe (O, $\vec{x}$) – Liaison composée à un degré de liberté</th></tr>
<tr><td>DDL</td><td>Surfaces associées</td><td colspan="2">Degrés de liberté</td><td>Schématisation spatiale</td><td>Schématisation plane</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td>Plus de 2 surfaces
(Liaison composée)</td><td colspan="2">T_x 1 R_x 0
T_y 0 R_y 0
T_z 0 R_z 0</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Torseur cinématique</td><td colspan="2">Torseur des actions transmissibles</td></tr>
<tr><td>Forme canonique conservée en tout point de l'axe (O, $\vec{x}$)</td><td colspan="2">$_O\left\{\begin{matrix}0 & v_x\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$</td><td>Forme canonique conservée en tout point de l'axe (O, $\vec{x}$)</td><td>$_O\left\{\begin{matrix}0 & L\\ Y & M\\ Z & N\end{matrix}\right\}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$</td></tr>
<tr><td colspan="6">Exemple  Sur ce système de guidage en translation standard vendu dans le commerce, le chariot est en liaison glissière par rapport à son rail de guidage.</td></tr>
</table>

Liaison hélicoïdale d'axe $(O, \vec{x})$ – Liaison composée à un degré de liberté

DDL	Surfaces associées	Degrés de liberté	Schématisation spatiale	Schématisation plane
1	Plus de 2 surfaces (Liaison composée)	*+ 1 relation de dépendance*		

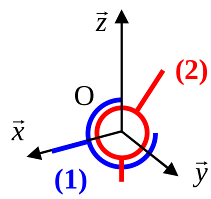
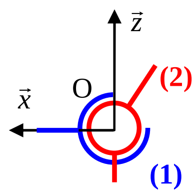
T_x	1	R_x	1
T_y	0	R_y	0
T_z	0	R_z	0

Torseur cinématique		Torseur des actions transmissibles	
Forme canonique conservée en tout point de l'axe $(O, \vec{x})$	${}_O\begin{Bmatrix}\Omega_x & V_x\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ *+ 1 relation de dépendance*	Forme canonique conservée en tout point de l'axe $(O, \vec{x})$	${}_O\begin{Bmatrix}X & L\\ Y & M\\ Z & N\end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ *+ 1 relation de dépendance entre X et L*

Exemple

Sur ce système standard vendu dans le commerce, la douille est en liaison hélicoïdale par rapport à la vis.

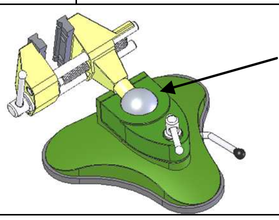
Liaison rotule à doigt d'axes $(O, \vec{y})$ et $(O, \vec{z})$ – Liaison composée

DDL	Surfaces associées	Degrés de liberté	Schématisation spatiale	Schématisation plane
2	Plus de 2 surfaces (Liaison composée)			

T_x	0	R_x	1
T_y	0	R_y	1
T_z	0	R_z	0

Torseur cinématique		Torseur des actions transmissibles	
Forme canonique conservée au point O	${}_O\begin{Bmatrix}0 & 0\\ \Omega_y & 0\\ \Omega_z & 0\end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$	Forme canonique conservée au point O	${}_O\begin{Bmatrix}X & L\\ Y & 0\\ Z & 0\end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

Exemple



Sur l'étau de modélisme ci contre, la liaison entre le socle et l'étau est une rotule à doigt. Cette liaison permet de régler l'orientation de l'étau.

Fiche 2 – Agencement des liaisons et paramétrage

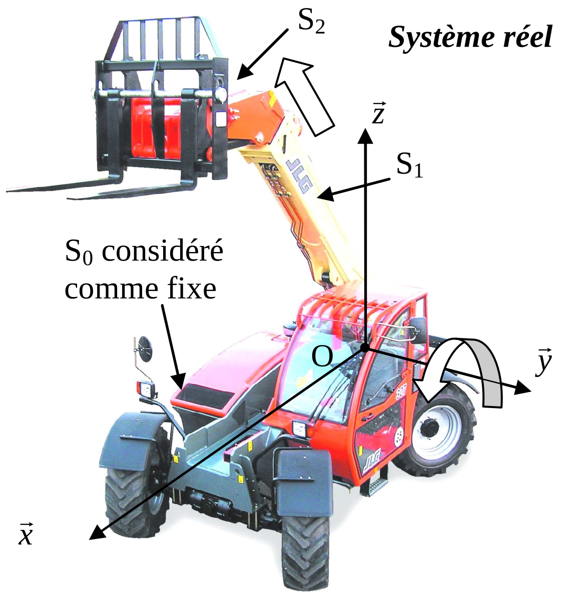
L'ensemble des liaisons dans un mécanisme permet d'établir des relations entre les différents paramètres cinématiques. On distingue deux grandes familles d'agencement des liaisons :

Les chaines cinématiques ouvertes

Type bras de manipulation

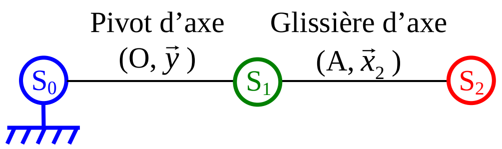
Dans ce cas, la relation demandée concerne souvent un point en bout de chaine.

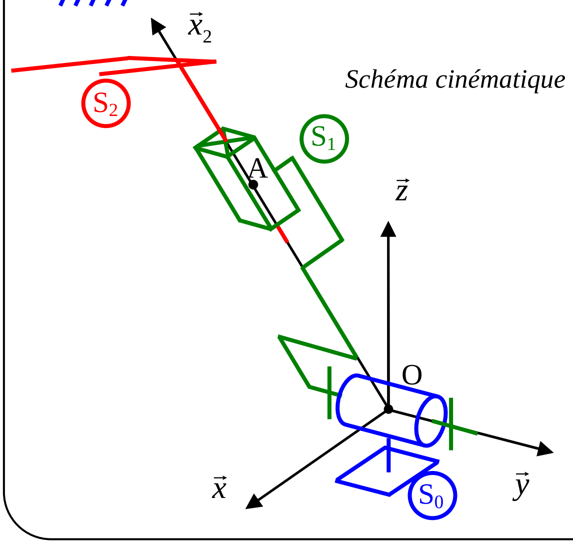
Exemple d'une nacelle élévatrice



Modèle

Graphe des liaisons



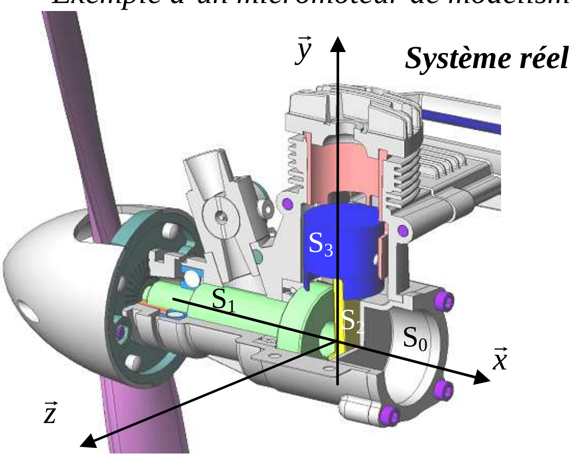


Les chaines cinématiques fermées

Type mécanismes de transformation de mouvements

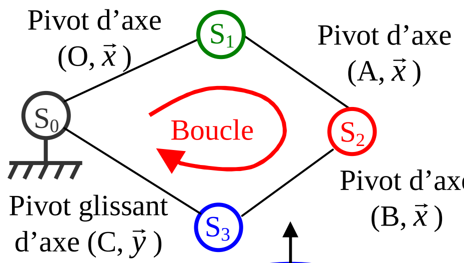
Dans ce cas, la relation demandée concerne souvent la loi d'entrée/sortie du mécanisme.

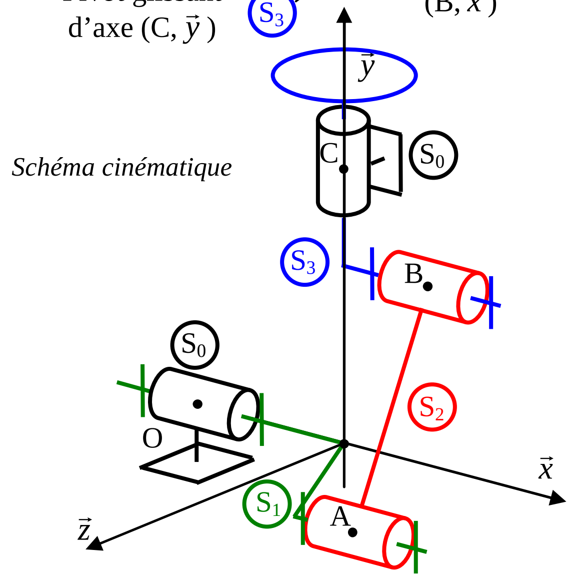
Exemple d'un micromoteur de modélisme



Modèle

Graphe des liaisons





Fiche 3 – Schéma cinématique

L'outil de schématisation permettant de visualiser les différents mouvements dans le mécanisme étudié est le schéma cinématique minimal. L'élaboration du schéma cinématique minimal s'appuie sur la démarche suivante :

On identifie tous les regroupements possibles de pièces : Classes d'Equivalence Cinématiques (CEC).

Il serait en effet inutile et fastidieux de considérer individuellement toutes les pièces sans commencer par regrouper celles qui sont liées (sans mouvement relatif).

↓

Entre chaque CEC, on s'interroge sur la nature de la liaison. Deux questions sont utiles :

- Quelle est la nature des surfaces en contact entre les solides (pertinent pour des liaisons à forts degré de liberté : ponctuelle, linéique, …)
- Quels sont les mouvements relatifs possibles entre les solides (pertinent pour les liaisons à faibles degrés de liberté : pivot, glissière, …)

Hypothèse : la géométrie des surfaces est parfaite et il n'y a pas de jeu.

↓

Eventuellement on s'appuie sur le graphe des liaisons pour définir chaque liaison.

Le graphe des liaisons peut s'avérer un outil intéressant :
- pour aider à définir correctement chaque liaison (définition géométrique)
- pour conduire une étude dynamique (identification des actions mécaniques et démarche d'isolement)

↓

On élabore le schéma cinématique minimal

On s'appuie sur le graphe des liaisons (définition géométrique) et sur les représentations normalisées des différents composants technologiques (engrenages, roues de friction, …)

Lorsque l'on demande d'élaborer un schéma cinématique, le paramétrage est souvent déjà défini dans l'énoncé. Ces données peuvent constituer une aide parfois précieuse.

↓

A partir du schéma cinématique, on peut définir les mobilités du mécanisme ainsi que les degrés de liaison surabondants.

Mobilité interne m_i : nombre de paramètres cinématiques ne participant pas au mouvement du système.

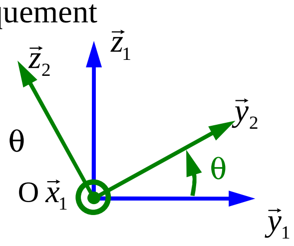
Mobilité utile m_u : nombre de paramètres cinématiques indépendants.

↓

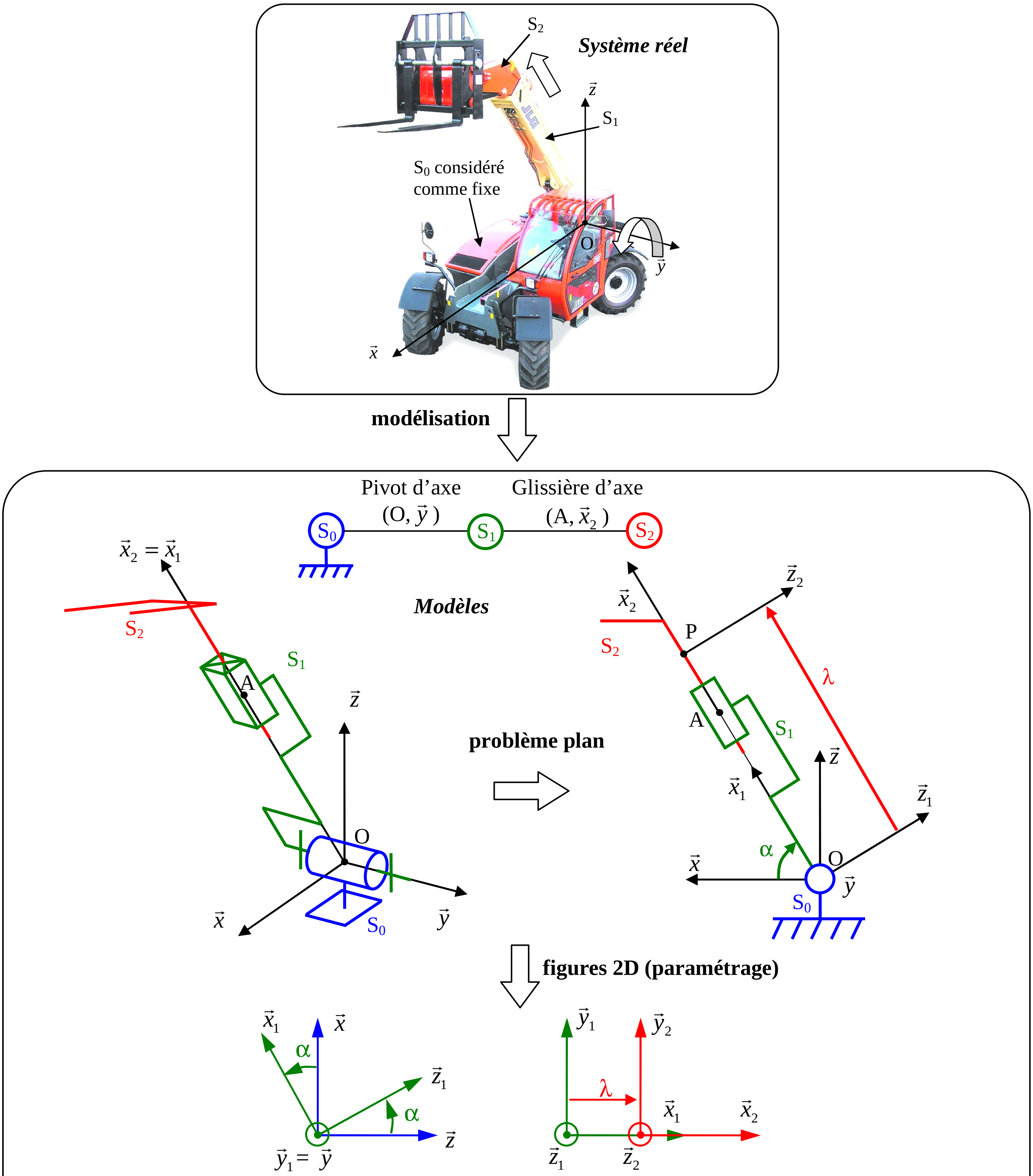
A partir du schéma cinématique, on peut définir les paramètres cinématiques (si c'est demandé bien sûr !!)

Ils sont donnés algébriquement

Liaison pivot d'axe $(O, \vec{x}_1)$ et de paramètre θ



Exemple : schématisation et paramétrage d'une nacelle élévatrice



Le système est une chaine cinématique ouverte et il est défini cinématiquement avec 2 paramètres indépendants α et λ.

Si rien n'est précisé dans l'énoncé, les paramètres sont algébriques. Les angles sont alors définis sur les figures 2D positifs dans le premier cadran (entre 0 et $\pi/2$). *C'est le cas ici pour le paramètre α.*

Fiche 4 – Calcul d'un vecteur vitesse par le calcul direct

$\boxed{\overrightarrow{V(P/R)}=\left.\dfrac{d}{dt}\overrightarrow{OP}\right|_R}$ Vecteur vitesse du point P du solide (S) par rapport à R. O est un point fixe de R

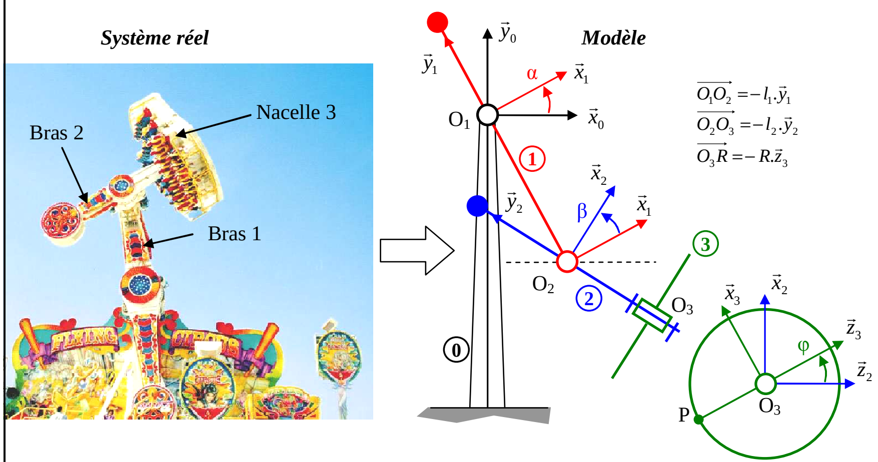
$\overrightarrow{V_{P\in S/R}}$ peut être différent de $\overrightarrow{V(P/R)}$

Si P a une réalité physique sur le solide (S) alors : $\overrightarrow{V_{P\in S/R}}=\overrightarrow{V(P/R)}=\left.\dfrac{d}{dt}\overrightarrow{OP}\right|_R$

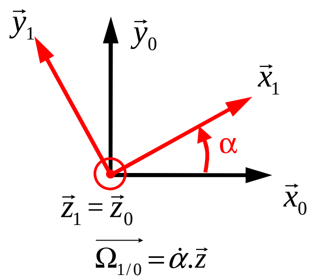
Il faut maitriser la dérivation vectorielle et utiliser à bon escient : $\left.\dfrac{d}{dt}\vec{u}\right|_R=\left.\dfrac{d}{dt}\vec{u}\right|_{Rs}+\overrightarrow{\Omega_{R_S/R}}\wedge\vec{u}$

Comment utiliser la formule du repère mobile $\left.\dfrac{d}{dt}\vec{u}\right|_R=\left.\dfrac{d}{dt}\vec{u}\right|_{Rs}+\overrightarrow{\Omega_{R_S/R}}\wedge\vec{u}$?

Exemple : Calculer $\overrightarrow{V_{O_2,1/0}}$ par le calcul direct



On commence bien sûr par représenter le paramétrage sur une figure plane.



Le point O_2 a une réalité physique sur le solide 1, par conséquent $\overrightarrow{V_{O_2,1/0}}=\overrightarrow{V(O_2/0)}=\left.\dfrac{d}{dt}\overrightarrow{O_1O_2}\right|_0$

On doit effectivement dériver un vecteur

On écrit ce vecteur sous forme vectorielle : $\overrightarrow{O_1O_2}=-l_1.\vec{y}_1$

D'où $\overrightarrow{V_{O_2,1/0}}=\left.\dfrac{d}{dt}-l_1.\vec{y}_1\right|_0=-l_1.\left.\dfrac{d}{dt}\vec{y}_1\right|_0$ ← A cette étape, on utilise la dérivée d'une somme et/ou d'un produit

Il faut ensuite dériver le vecteur $\vec{y}_1$: $\left.\dfrac{d}{dt}\vec{y}_1\right|_0=\left.\dfrac{d}{dt}\vec{y}_1\right|_1+\overrightarrow{\Omega_{1/0}}\wedge\vec{y}_1$ ← $\dot{\alpha}.\vec{z}\wedge\vec{y}_1$

On choisit de dériver dans le repère 1 car $\vec{y}_1$ est fixe dans ce repère

D'où $\left.\dfrac{d}{dt}\vec{y}_1\right|_0=-\dot{\alpha}.\vec{x}_1$

On obtient donc $\overrightarrow{V_{O_2,1/0}}=l_1.\dot{\alpha}.\vec{x}_1$

La dérivée d'un vecteur d'une base en rotation par rapport à la base de référence s'obtient facilement en multipliant la dérivée du paramètre angulaire par le vecteur obtenu en faisant tourner le vecteur de base d'un angle de $+\pi/2$.

On peut donc ici écrire par « lecture » de la figure 2D : $\left.\dfrac{d}{dt}\vec{y}_1\right|_0=-\dot{\alpha}.\vec{x}_1$ et $\left.\dfrac{d}{dt}\vec{x}_1\right|_0=\dot{\alpha}.\vec{y}_1$

Fiche 5 – Calcul d'un vecteur vitesse par le champ des vitesses

Le solide S est indéformable → Le champ des vitesses est équiprojectif, c'est donc le champ des moments d'un torseur.

$$\boxed{\overrightarrow{V_{A\in S/R}} = \overrightarrow{V_{B\in S/R}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{S/R}}}$$

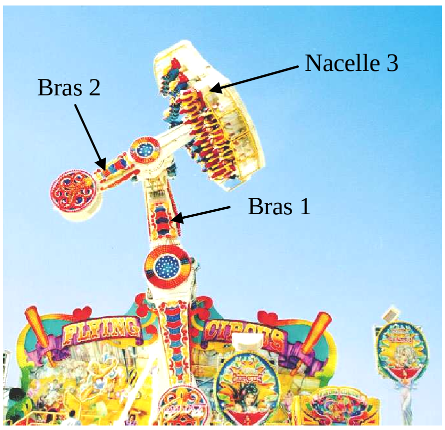
On peut définir un **torseur cinématique** que l'on note $\{C_{S/R}\} = {}_A\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{S/R}} \\ \overrightarrow{V_{A\in S/R}}\end{matrix}\right\}$

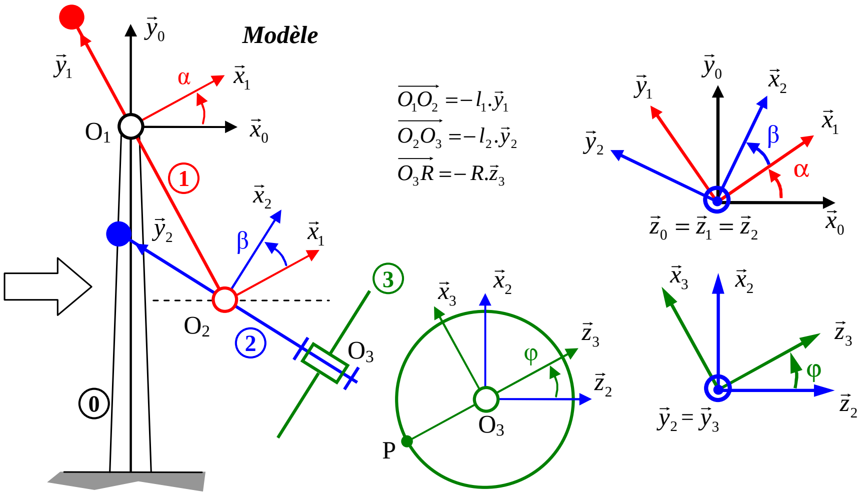
Attention à la notion d'appartenance. Un peut être lié à un solide même fictivement.

Si le mouvement est complexe, le champ des vitesses s'utilise avec la **composition de mouvement** : $\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{V_{M\in S/R}} = \overrightarrow{V_{M\in S/R_n}} + \ldots + \overrightarrow{V_{M\in R_i/R_{i-1}}} + \ldots + \overrightarrow{V_{M\in R_1/R}} \\ \overrightarrow{\Omega_{S/R}} = \overrightarrow{\Omega_{S/R_n}} + \ldots + \overrightarrow{\Omega_{R_i/R_{i-1}}} + \ldots + \overrightarrow{\Omega_{R_1/R}}\end{matrix}\right.$

Exemple : Calculer $\overrightarrow{V_{O_2,1/0}}$ par le champ des vecteurs vitesse.

Système réel





On s'interroge sur la nature du mouvement du solide 1 par rapport à 0. Le mouvement est un mouvement de rotation autour d'un axe fixe (O_1, $\vec{z}_0$). Ici, on retrouve un mouvement élémentaire

→ On passe par un point de vitesse connue (ici, c'est le point O_1).

En effet, il est judicieux de passer par le point O_1 puisque $\overrightarrow{V_{O_1\in 1/0}} = \vec{0}$

On applique le champ des vecteurs vitesse au mouvement de 1/0 entre le point O_1 et le point O_2.

→ $\overrightarrow{V_{O_2\in 1/0}} = \overrightarrow{V_{O_1\in 1/0}} + \overrightarrow{O_2O_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$ ← On applique la définition en prenant soin de ne pas se tromper sur celle-ci.

On définit le vecteur rotation à l'aide des figures planes. → $\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \dot{\alpha}.\vec{z}$

On exprime le vecteur $\overrightarrow{O_2O_1}$. → $\overrightarrow{O_2O_1} = l_1.\vec{y}_1$

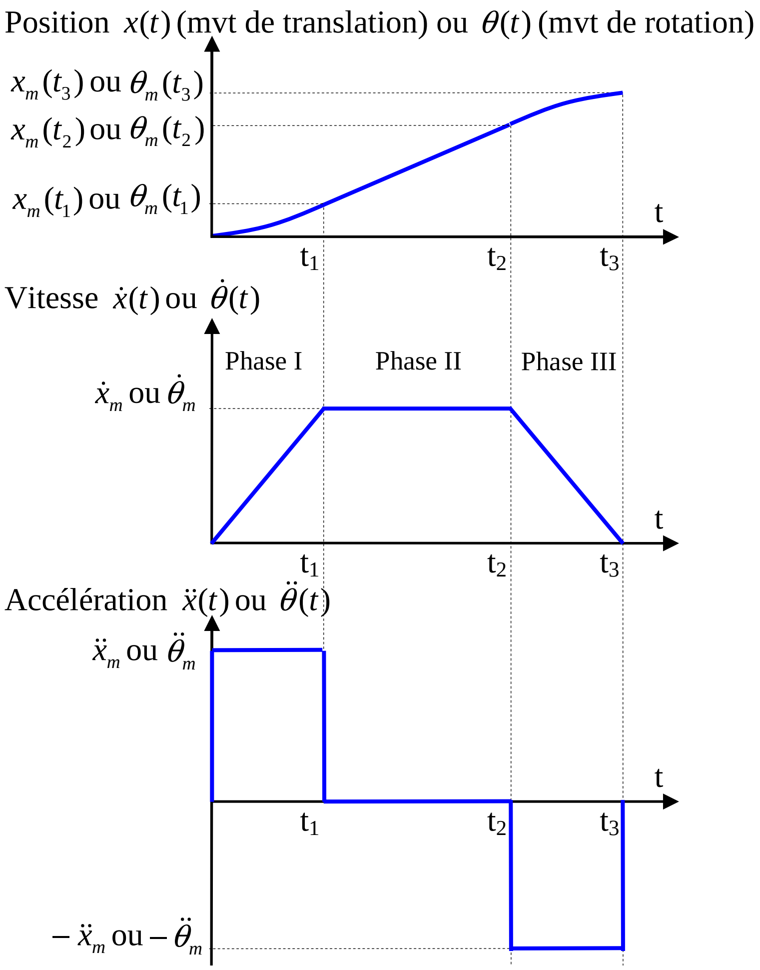
Le produit vectoriel s'écrit en « notation ingénieur » et s'effectue à l'aide des figures planes

On effectue le produit vectoriel. → $\overrightarrow{V_{O_2\in 1/0}} = \vec{0} + l_1.\vec{y}_1 \wedge \dot{\alpha}.\vec{z}$

On obtient donc $\overrightarrow{V_{O_2,1/0}} = l_1.\dot{\alpha}.\vec{x}_1$

Fiche 6 – Loi de mouvement en trapèze de vitesse

Dans de nombreux cas, un solide peut suivre un **mouvement (de rotation ou de translation) uniforme** ou un **mouvement (de rotation ou de translation) uniformément varié (accéléré ou décéléré)**.



***Phase I**: mouvement uniformément accéléré.*
L'accélération est la même au cours du mouvement. Graphiquement, on observe une portion de droite (segment de droite incliné)

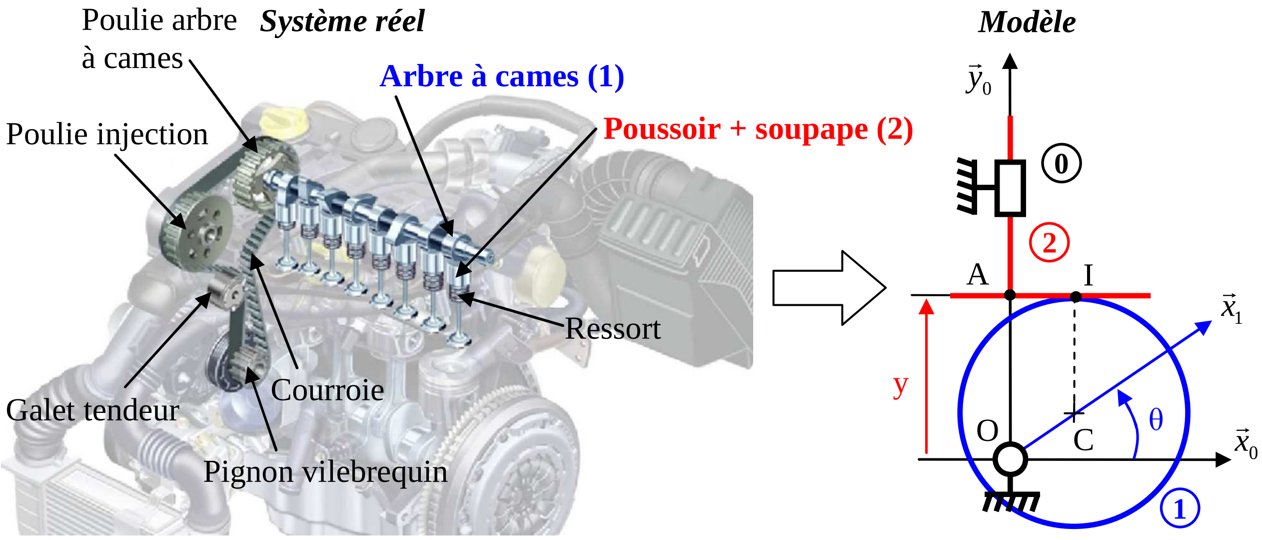
***Phase II** : mouvement uniforme.*
La vitesse est la même au cours du mouvement. Graphiquement, on observe une fonction constante (segment de droite horizontal).

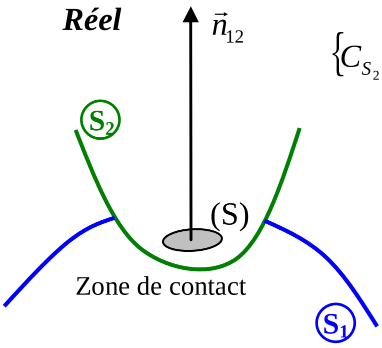
***Phase III** : mouvement uniformément décéléré.*
L'accélération est la même au cours du mouvement. Graphiquement, on observe une portion de droite (segment de droite incliné).

Mvt de rotation	Phase I	Phase II	Phase III
Equation position	$\theta(t)=\frac{1}{2}.\ddot{\theta}_m.t^2$	$\theta(t)=\dot{\theta}_m.(t-t_1)+\theta_m(t_1)$	$\theta(t)=-\frac{1}{2}.\ddot{\theta}_m.(t-t_2)^2+\dot{\theta}_m.(t-t_2)+\theta_m(t_2)$
Equation vitesse	$\dot{\theta}(t)=\ddot{\theta}_m.t$	$\dot{\theta}(t)=\dot{\theta}_m$	$\dot{\theta}(t)=-\ddot{\theta}_m.(t-t_2)+\dot{\theta}_m$
Equation accélération	$\ddot{\theta}(t)=\ddot{\theta}_m$	$\ddot{\theta}(t)=0$	$\ddot{\theta}(t)=-\ddot{\theta}_m$

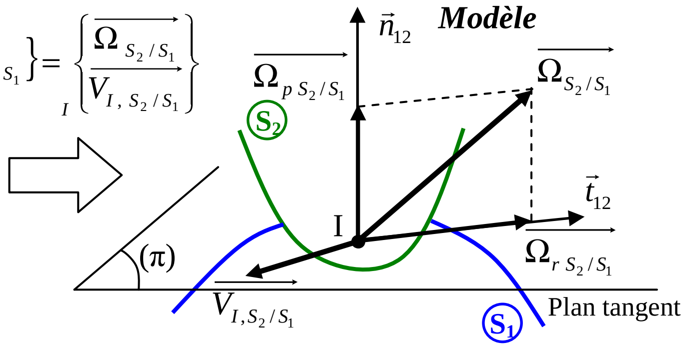
Mvt de translation	Phase I	Phase II	Phase III
Equation position	$x(t)=\frac{1}{2}.\ddot{x}_m.t^2$	$x(t)=\dot{x}_m.(t-t_1)+x_m(t_1)$	$x(t)=-\frac{1}{2}.\ddot{x}_m.(t-t_2)^2+\dot{x}_m.(t-t_2)+x_m(t_2)$
Equation vitesse	$\dot{x}(t)=\ddot{x}_m.t$	$\dot{x}(t)=\dot{x}_m$	$\dot{x}(t)=-\ddot{x}_m.(t-t_2)+\dot{x}_m$
Equation accélération	$\ddot{x}(t)=\ddot{x}_m$	$\ddot{x}(t)=0$	$\ddot{x}(t)=-\ddot{x}_m$

Fiche 7 – Cinématique du contact ponctuel





$$\left\{C_{S_2/S_1}\right\} = \left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{S_2/S_1}} \\ \overrightarrow{V_{I,S_2/S_1}}\end{matrix}\right\}_I$$



On définit la **vitesse de glissement en I de S_2/S_1** : $\overrightarrow{V_{I,S_2/S_1}}$

le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{I,S_2/S_1}}$ est nécessairement contenu dans le plan (π) (condition géométrique de maintien du contact)

Le point I de contact ≠ point I lié au solide 1 (ou 2) → Par conséquent **il ne faut jamais utiliser le calcul direct pour calculer une vitesse de glissement !!!!**

La **condition de roulement sans glissement en I de S_2/S_1** s'écrit $\boxed{\overrightarrow{V_{I,S_2/S_1}} = \vec{0}}$

On définit également :

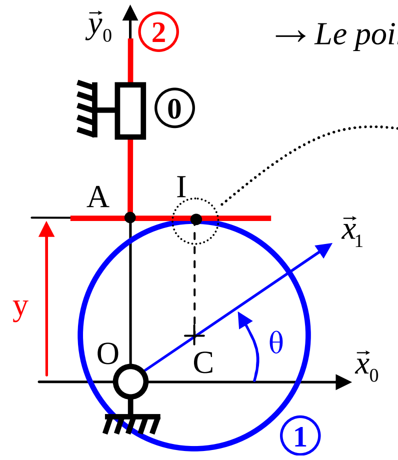
- le **vecteur vitesse de rotation de roulement** de S_2/S_1 : $\overrightarrow{\Omega_{r\,S_2/S_1}}$
- le **vecteur vitesse de rotation de pivotement** de S_2/S_1 : $\overrightarrow{\Omega_{p\,S_2/S_1}}$

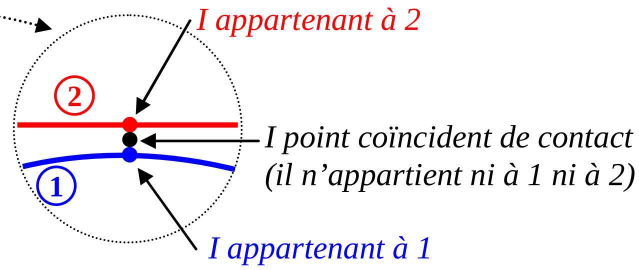
$$\overrightarrow{\Omega_{S_2/S_1}} = \overrightarrow{\Omega_{p\,S_2/S_1}} + \overrightarrow{\Omega_{r\,S_2/S_1}}$$

Il est suivant la normale au contact → $\overrightarrow{\Omega_{p\,S_2/S_1}}$; $\overrightarrow{\Omega_{r\,S_2/S_1}}$ ← Il appartient au plan tangent

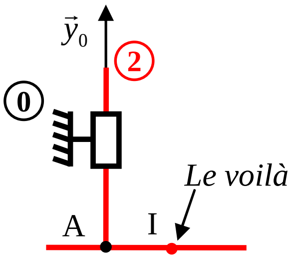
Notion de point coïncident de contact

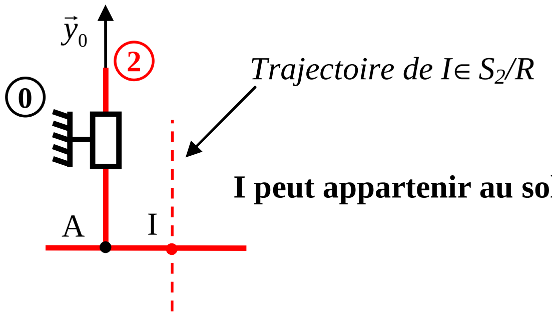
→ *Le point I peut être défini de plusieurs façons :*





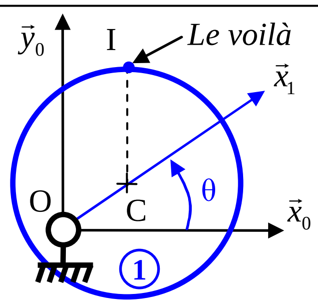
Les solides 1 et 2 sont toujours en contact !!!



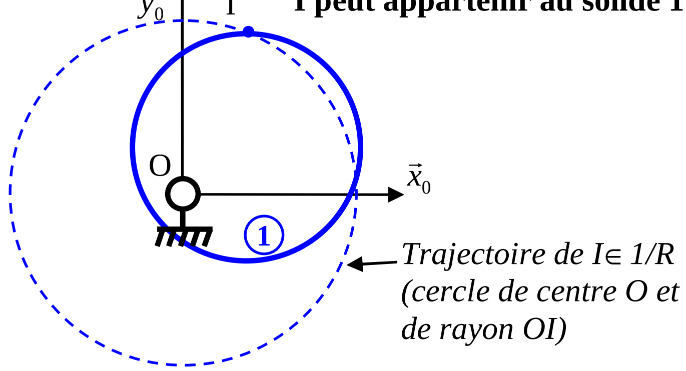


I peut appartenir au solide 2

Nature du mouvement de I∈ 2/R : translation rectiligne d'axe (A, $\vec{y}_0$)



I peut appartenir au solide 1



Nature du mouvement de I∈ 1/R : rotation autour de l'axe (O, $\vec{z}_0$)

I peut être point coïncident de contact