L' usage de la calculatrice est interdit .

Les deux problèmes sont indépendants ; il en est de même pour les différentes parties du premier problème. Les copies devront être correctement rédigées et présentées. En particulier, les numéros des questions traitées seront clairement indiqués.

PREMIER PROBLEME : ELECTROMAGNETISME

I. Propriétés du champ magnétique créé par une distribution de courant indépendante du temps

Soit, dans le vide, une distribution de courant, indépendante du temps, caractérisée en chaque point P de l'espace par le vecteur densité de courant $\vec{j}(P)$.

1. Rappeler les propriétés vérifiées par le champ magnétique créé par cette distribution, que l'on peut déduire des propriétés de symétries ou d'invariances qu'elle possède.
2. Ecrire les équations de Maxwell vérifiées par le champ magnétique créé par cette distribution.
3. En déduire le théorème d'Ampère. On précisera clairement, par exemple à l'aide d'une figure, les notations et conventions utilisées.
4. On considère désormais une distribution filiforme, d'intensité I constante. Ecrire (sans démonstration) la loi de Biot et Savart. On fera une figure pour préciser la signification des notations utilisées.
5. Soit les deux dispositifs suivants :
   - une spire circulaire plane, filiforme, de rayon R, parcourue par un courant I constant ;
   - un fil rectiligne infini, parcouru par un courant I constant.

   a. Pour chacun de ces deux dispositifs supposé seul dans l'espace, tracer qualitativement l'allure des lignes du champ magnétique qu'elle génère.
   b. On note Oz l'axe orthogonal au plan de la spire passant par le point O centre de la spire. Déterminer le vecteur champ magnétique créé par cette spire en un point M de Oz.
   c. Déterminer le vecteur champ magnétique créé en tout point de l'espace par le fil rectiligne.

II. Particule dans des champs électriques et magnétiques indépendants du temps, dans le vide

On considère une particule supposée ponctuelle, de charge q et de masse m. Sa vitesse, pouvant varier au cours du temps, est notée $\vec{v}$. Cette vitesse est notée $\vec{v}_o$ à l'instant où la particule rentre dans la zone de l'espace où règnent des champs électriques $\vec{E}$ ou magnétiques $\vec{B}$ que l'on suppose uniformes et indépendants du temps. On négligera toute autre force que celles provoquées par les champs électriques ou magnétiques.

1. Donner l'expression de la force subie par la particule, due aux champs.
2. Donner, pour chacune des trajectoires suivantes, la nature, la direction et le module du champ qui la provoque :
   a. la particule décrit une droite avec une accélération constante γ ;
   b. la particule décrit un cercle de rayon R tracé dans un plan.
3. Donner la direction de chacun des deux champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$, et une relation entre eux, pour que la particule de vitesse $\vec{v}_o$ décrive une trajectoire rectiligne à vitesse constante, alors que d'autres particules de vitesses différentes décrivent des trajectoires incurvées.
4. Citer deux appareils de grande importance en physique ou chimie utilisant le mouvement de particules chargées dans des champs électriques ou magnétiques, et indiquer en quelques mots leur utilité.

III. Courants créés par des champs électriques et magnétiques indépendants du temps

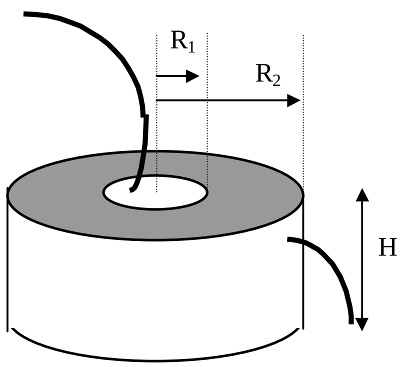
On considère un matériau conducteur comportant, par unité de volume, n ions positifs immobiles et n électrons libres. On note e la charge d'un électron, et m sa masse. En un point P quelconque dans ce matériau, la vitesse des électrons est notée $\vec{v}(P)$.

1. Donner la définition de la densité de courant $\vec{j}(P)$ présente au point P.
2. On suppose que dans ce matériau un électron en mouvement est soumis à deux forces :
   - la force de Coulomb provoquée par le champ électrique $\vec{E}(P)$ présent au point P (champ créé par un générateur extérieur) ;
   - une force $-\lambda\vec{v}(P)$ résultant des interactions de cet électron avec les ions fixes.

   a. Ecrire le principe fondamental de la dynamique pour un électron.

   b. Montrer que dans ces conditions le matériau vérifie, lorsque le régime stationnaire est atteint, la loi d'Ohm et donner l'expression de sa conductivité σ.
3. En plus des forces définies dans la question 2, on suppose que les électrons sont soumis à l'action d'un champ magnétique, dont la valeur au point P est notée $\vec{B}(P)$. Etablir, lorsque le régime stationnaire est atteint, la relation liant les vecteurs $\vec{j}(P)$, $\vec{E}(P)$ et $\vec{B}(P)$ et en déduire que dans ces conditions le matériau ne vérifie plus la loi d'Ohm.

Application : Magnétorésistance.



Le matériau précédent remplit l'espace situé entre deux cylindres coaxiaux de rayons R_1 et R_2, d'axe Oz. On note H la hauteur de ces cylindres. Ces cylindres sont eux mêmes recouverts d'une couche d'épaisseur négligeable d'un conducteur parfait.

Un fil est connecté à la face intérieure, un autre à la face extérieure. Ces fils permettent de porter la face intérieure au potentiel V_1 et la face extérieure au potentiel V_2 . On admettra que malgré la présence de ces fils, la symétrie de révolution autour de Oz est maintenue. Ces fils sont reliés à un générateur, et un courant I les traverse en régime stationnaire.

On négligera les effets de bord.

4. Dans cette question, aucun champ magnétique n'est appliqué.

   a. Tracer l'allure des lignes de champ électrique et des lignes de courant.

   b. Etablir les expressions des vecteurs champ électrique et densité de courant en un point P quelconque du matériau, en fonction de la position de ce point, de V_1, V_2, R_1, R_2 et σ.

   c. En déduire la valeur de la résistance de ce dispositif.
5. Dans cette question, le dispositif précédent est en plus plongé dans un champ magnétique uniforme et constant dirigé suivant Oz.

   a. Justifier que les lignes de champ électrique ne sont pas modifiées par rapport au cas de la question 4, mais que les lignes de courant sont modifiées. Tracer qualitativement l'allure de ces nouvelles lignes.

   b. Déterminer, en coordonnées cylindriques, les composantes du vecteur densité de courant en P.

   c. En déduire la valeur de la résistance de ce dispositif en présence du champ magnétique.

IV. Régime dépendant du temps

On considère un cylindre d'axe Oz, de rayon R, de hauteur H, constitué d'un matériau dont la perméabilité et la permittivité sont assimilables à celles du vide (ε_o et μ_o). En un point P de ce matériau et à l'instant t, on note ρ la densité volumique de charge *que l'on suppose uniforme et indépendante du temps* et $\vec{j}(P,\ t)$ la densité volumique de courant. On négligera les effets de bord qui pourraient résulter de la hauteur finie du cylindre.

1. Rappeler sous leur forme générale les équations de Maxwell dans le vide.
2. Rappeler de même les relations liant les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ aux potentiels V et $\vec{A}$ dont ils dérivent.

On se propose de rechercher l'expression du champ électrique présent au point P lorsque l'on impose (par des sources extérieures) un champ magnétique uniforme mais dépendant du temps, colinéaire à Oz $\vec{B}\ (P,t) = B(t)\vec{e}_z$ dans ce cylindre. Dans toute la suite, on négligera le champ magnétique créé par les courants induits, et l'on considérera que les variations dans le temps de B(t) sont suffisamment lentes pour que l'on reste dans le cadre de l'approximation des régimes quasi permanents.

3. Montrer que $\vec{A}(P,t) = \dfrac{1}{2}\ \vec{B} \wedge \vec{OP}$ constitue un potentiel vecteur pour $\vec{B}$.

Pour la suite, on utilisera les coordonnées cylindriques (r, θ, z), vecteurs de base notés $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$, $\vec{e}_z$.

4. On suppose pour cette question 4 que le matériau est électriquement neutre (ρ(P) = 0).
   En admettant que le champ électrique n'a pas de composante statique, montrer qu'il s'écrit sous la forme $\vec{E}\,(P\,,t)\,=\,F(r,t)\ \vec{e}_\theta$; Donner l'expression de la fonction F(r,t).
5. En utilisant le théorème de superposition et des propriétés de symétries, justifier que le champ électrique, pour ρ non nul, s'écrit sous la forme $\vec{E}\,(P\,,t)\,=\,F(r,t)\ \vec{e}_\theta\,+\,G(r,z)\ \vec{e}_r\,+\,H(r,z)\ \vec{e}_z$ où F(r,t) a l'expression établie à la question 4 ; on ne demande pas d'expliciter les fonctions G et H.

<u>Première application : Courants de Foucault</u>

Le matériau qui constitue le cylindre précédent est un conducteur de conductivité σ, électriquement neutre, dont on admettra qu'il vérifie la loi d'Ohm dans les conditions de l'expérience. Le champ magnétique imposé par l'extérieur a pour expression $\vec{B}\ (P,t) = B_o \cos(\omega t)\ \vec{e}_z$, B_o étant une constante. On négligera le champ magnétique propre qui est créé par les densités de courant induites.

6. Déduire l'expression de la densité de courant $\vec{j}(P,\ t)$ qui apparaît dans le matériau.
7. Calculer la puissance instantanée dissipée par effet Joule dans le cylindre, et sa valeur moyenne par période dans le temps.
8. Connaissez vous une application pratique dans laquelle on utilise ce phénomène ?

<u>Seconde application :</u>

Cette fois ci, le matériau qui constitue le cylindre est un isolant. On note ρ la densité volumique de charge, uniforme et indépendante du temps, présente dans ce cylindre. Le cylindre est libre de tourner autour de son axe Oz, et est initialement immobile. Il ne subit aucune autre action extérieure que le champ magnétique imposé $\vec{B}\ (P,t) = B(t)\vec{e}_z$, qui est à tout instant uniforme dans le matériau, et varie dans le temps de la façon suivante :

- pour t < 0, B(t) = 0 ;
- pour 0 < t < τ , B(t) augmente progressivement de 0 jusqu'à B_m ;
- pour t > τ , B(t) = B_m.

9. Calculer dM_z , moment par rapport à l'axe Oz de la force d'origine électromagnétique subie par l'élément de volume $d\tau$ du matériau, centré au point $P(r,\theta,z)$, en fonction de ρ, r et dB / dt.
10. Le cylindre étant immobile pour $t < 0$, calculer son moment cinétique $\vec{\sigma}_m$ à l'instant τ.
11. Les conditions précédentes peuvent être réalisées en plaçant le cylindre précédent dans un solénoïde (à l'intérieur duquel le champ est sensiblement uniforme), lequel est alimenté par un générateur qui délivre un courant augmentant progressivement entre t = 0 et $t = \tau$. Générateur, solénoïde et cylindre sont fixés les uns aux autres, et l'ensemble peut tourner autour de l'axe du cylindre. L'ensemble constitue donc un système isolé, dont le moment cinétique passe de 0 à $\vec{\sigma}_m$. Avec quelle loi de la physique que vous connaissez ceci semble-t-il être en désaccord ? Commentez.

SECOND PROBLEME : THERMODYNAMIQUE

Données :

- $\int_0^\infty \frac{x^3}{\exp(x) - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$;
- L'équation $e^x (5 - x) = 5$ admet $x = 5$ comme valeur approchée de sa solution ;
- $\frac{h.c}{k} = 1{,}5\ 10^{-2}$ SI k : constante de Boltzmann, h : constante de Planck,
  c : célérité de la lumière dans le vide

I. Lois générales

1. a. Donner une définition de la notion de "corps noir".
   b. Une onde monochromatique incidente de longueur d'onde λ arrive sur un corps (S); Décrire sommairement les phénomènes physiques observés dans les deux cas suivants :
   - (S) est une plaque métallique parfaitement conductrice ;
   - (S) est un corps noir.
2. On note M la puissance émise par rayonnement dans un demi espace (ou puissance hémisphérique) par unité de surface d'un corps noir (aussi appelée exitance du corps noir). Si T est la température de ce corps, l'exitance élémentaire dM dans le domaine de longueur d'onde compris entre λ et $\lambda + d\lambda$ est donnée par la loi de Planck :

   $$dM = f(\lambda,T)\, d\lambda \quad \text{avec} \quad f(\lambda,T) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{A - 1} \quad \text{dans lequel} \quad A = \exp\left(\frac{h c}{k \lambda T}\right)$$

   a. Etablir la loi de Stefan $M = \sigma T^4$.
   b. Soit λ_m la valeur de λ pour laquelle $f(\lambda,T)$ est maximale. Etablir la loi de Wien $\lambda_m T = C$, et calculer la valeur numérique de C.

II. Grandeurs thermodynamiques associées à un corps noir

On se propose d'établir les expressions de quelques grandeurs thermodynamiques associées à un corps noir. Pour cela, le corps noir est considéré comme constitué d'un ensemble de photons, particules de masse nulle, enfermés dans un volume V. La vitesse de déplacement d'un photon a toujours pour module c, vitesse de la lumière dans le vide. Le rayonnement émis par ce corps noir correspond aux photons qui réussissent à s'échapper de ce volume V, par un ouverture de petite taille.

Au niveau microscopique, à chaque photon est associé une énergie ε, une impulsion p et une fréquence ν reliées par les relations $\varepsilon = h\nu$ et $p = h\nu / c$. Dans l'assemblée de photons qui constitue le corps noir, se trouvent des photons de toutes les fréquences comprises entre zéro et l'infini ; on note $n(\nu)d\nu$ le nombre de photons dont la fréquence est ν à $d\nu$ près, par unité de volume. Cette répartition volumique de photons est uniforme dans l'espace contenant le rayonnement.

Au niveau macroscopique, le corps noir est caractérisé par les variables thermodynamiques V, T (température), P (pression exercée par les photons sur les parois limitant V) et par son énergie interne U.

1. Donner, sous forme d'une intégrale, l'expression de l'énergie interne U du rayonnement en fonction de $n(\nu)$ et de V.

Pour trouver les relations liant les grandeurs microscopiques aux grandeurs macroscopiques, on utilise un modèle simplifié. On considère que le volume V est un cube, dont les arrêtes sont parallèles aux axes Ox, Oy, Oz du repère. On suppose, pour les questions 2 et 3, que les photons ne peuvent se déplacer que parallèlement à ses axes, ce qui implique que seuls 6 vecteurs vitesses sont possibles (suivant Ox dans le sens positif ou négatif, de même suivant Oy et Oz), le module de la vitesse étant toujours c.

2. La surface entourant le volume V comporte une petite ouverture de section s, placée perpendiculairement à l'axe Ox, par laquelle les photons peuvent s'échapper.
   a. Déterminer le nombre $dN(\nu)$ de photons dont la fréquence est ν à $d\nu$ près qui s'échappent par l'ouverture de section s, pendant dt.
   b. En déduire l'expression de la diminution de l'énergie interne du corps noir pendant dt.
   c. En déduire, en utilisant la définition de l'exitance M d'un corps noir, la relation liant M, U et V.
   d. A l'aide de la loi de Stefan, déduire de ce qui précède l'expression de U en fonction de T et V.
3. L'ouverture précédente est désormais bouchée, s est donc un élément quelconque de la surface entourant le volume V. Lorsqu'un photon percute s, il rebondit (sa vitesse reste colinéaire à Ox, passant de + c à - c).
   a. Déterminer la variation totale de quantité de mouvement des photons percutant s pendant dt.
   b. En déduire la relation liant la pression P, le volume V et l'énergie interne U.

Les expressions précédentes ont été trouvées dans le cadre d'un modèle simplifié. Un calcul exact (en tenant compte de toutes les directions possibles pour le vecteur vitesse) conduit aux expressions suivantes :

$U = \frac{4\sigma}{c} V T^4$ et $P = \frac{U}{3V}$ où σ est la constante de Stefan et c la vitesse de la lumière dans le vide.

Ces dernières expressions seront utilisées pour la suite.

4. Le volume V contenant les photons est une sphère de rayon R. On suppose que ce rayon peut varier au cours du temps, mais qu'aucun photon ne peut sortir de cette sphère. Déterminer la relation liant la température du corps noir et son rayon sachant que la transformation qui fait varier R est adiabatique réversible.
5. Exemple : Lors de la création de l'Univers, un rayonnement a été émis ; Ce rayonnement est resté en équilibre avec la matière tant que la température de celle ci était suffisamment élevée. Quelques 10^5 ans plus tard, ce rayonnement a cessé toute interaction avec la matière, devenue trop froide. La température du rayonnement était alors de 3×10^3 K, et le rayon de l'univers R_e . Depuis, ce rayonnement, qui constitue un corps noir, subit une détente adiabatique réversible liée à l'expansion de l'univers. Sachant que sa température est maintenant de 2,7 K, déterminer le rapport R / R_e où R est le rayon de notre univers actuel.

Fin de l'épreuve