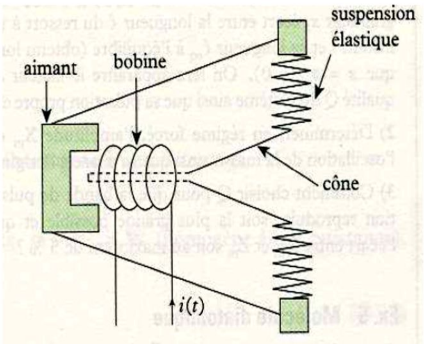
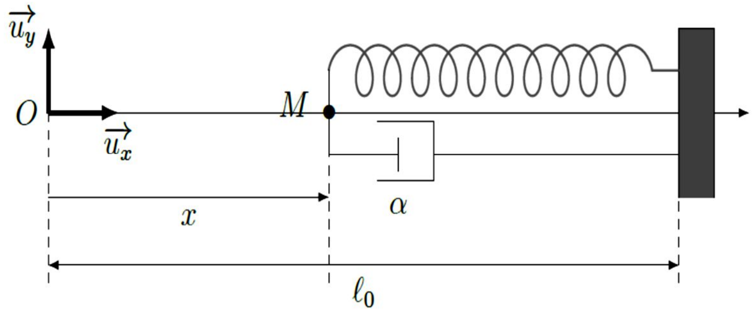
TRAVAUX DIRIGÉS N°4 DE SIGNAUX PHYSIQUES

Exercice 1 : Haut-parleur

On modélise la partie mécanique d'un haut-parleur comme une masse m, se déplaçant horizontalement le long d'un axe $(O, \overrightarrow{u_x})$.





Cette masse est reliée à un ressort de longueur à vide ℓ_0 et de raideur k et à un amortisseur fluide de constante $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$. Elle est par ailleurs soumise à une force $\vec{F}(t)$, imposée par le courant $i(t)$ entrant dans le haut-parleur. On a la relation $\vec{F}(t) = Ki(t)\overrightarrow{u_x}$ où K est une constante. On travaille dans le référentiel du laboratoire $(O, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y})$. On suppose que le courant est de la forme $i(t) = I_m \cos(\omega t)$.

Données : $m = 10$ g ; $k = 15.103$ N·m^{-1} ; $K = 200$ N·A^{-1} ; $I_m = 1,0$ A.

1. Écrire l'équation différentielle vérifiée par x, la position de la masse m. ***Soyez très rigoureux pour établir l'expression de la force de rappel élastique !*** (Ne prenez pas de raccourcis, vous vous perdriez).

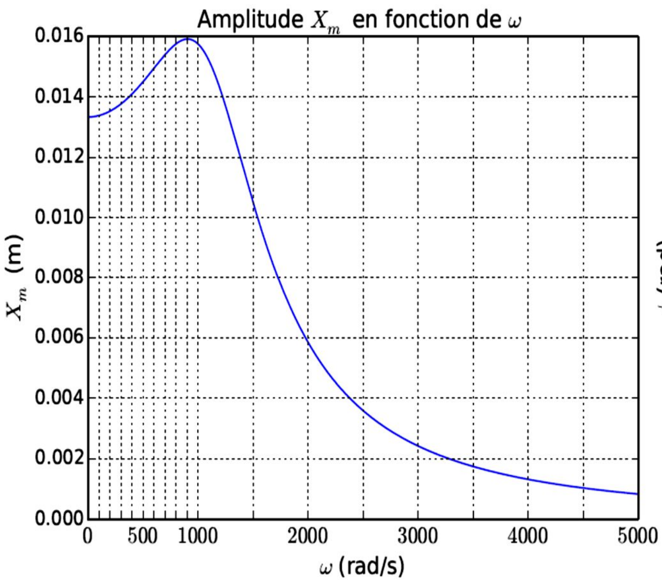
2. La mettre sous forme canonique et identifier les expressions de ω_0 et Q.

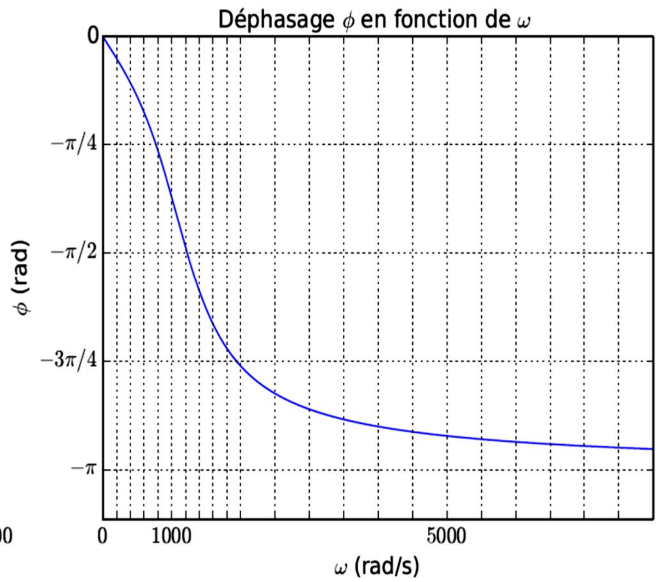
3. Justifier que la réponse en régime forcée s'écrit sous la forme $x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$.

4. Déterminer l'expression de la réponse forcée $x(t)$, c'est-à-dire l'amplitude X_m et la phase φ.

5. Déterminer les limites de X_m et l'existence ou non d'une résonance. Interpréter les résultats trouvés.

6. On a tracé ci-dessous les courbes de $X_m(\omega)$ et de $\varphi(\omega)$.



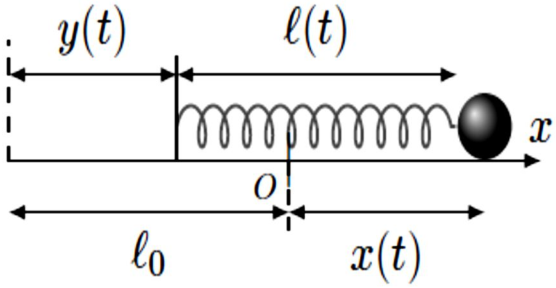


Déterminer graphiquement la pulsation propre et le facteur de qualité. *La réponse devra être proprement justifiée.*

7. En déduire la valeur du coefficient d'amortissement α.

Exercice 2 : **Résonance de l'oscillateur harmonique**

On considère un ressort de raideur k horizontal dont une extrémité est attachée à une masse m, repérée par rapport à sa position d'équilibre au repos par sa coordonnée $x(t)$ sur l'axe horizontal (Ox), et dont l'autre extrémité est attaché à une paroi mobile. Un opérateur extérieur met en mouvement la paroi de manière sinusoïdale et on note $y(t) = y_0 \cos \omega t$ sa position. On néglige tous les frottements.



1. Établir l'équation différentielle du mouvement de la masse.

On se place en RSF. Dans ce cas $x(t) = x_0 \cos(\omega t + \varphi)$ et on introduit $\underline{x}(t) = x_0 e^{j\varphi} e^{j\omega t} = \underline{x_0} e^{j\omega t}$

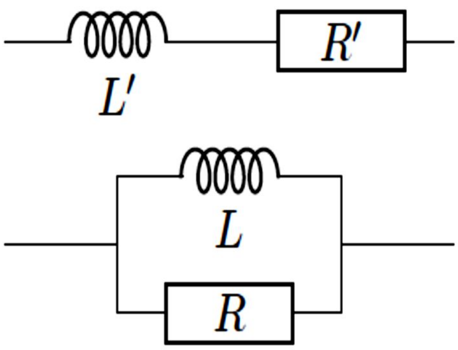
2. Établir l'expression de l'amplitude complexe $\underline{x_0}$ et en déduire l'amplitude réelle $x_0(\omega)$ et la phase $\varphi(\omega)$.

3. Représenter l'allure de $x_0(\omega)$ et $\varphi(\omega)$. Que se passe-t-il pour $\omega = \omega_0$?

4. Calculer la composante v_x de la vitesse puis en déduire l'expression de la puissance instantanée de la force de rappel élastique ainsi que la puissance moyenne.

Exercice 3 : **Équivalence entre deux dipôles série ou parallèle**

On travaille en régime sinusoïdal de pulsation ω.

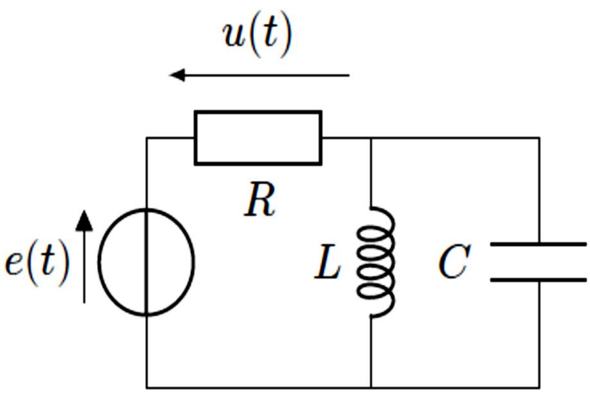


1. Pour quelles valeurs de *R*, *L* et ω a-t-on équivalence entre les deux montages ?

2. Pour quelle(s) valeur(s) de ω a-t-on $\frac{L}{R} = \frac{L'}{R'}$

Exercice 4 : **Circuit bouchon et anti-résonance**

On considère le circuit ci-dessous avec $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$. On étudie la tension aux bornes de la résistance en régime sinusoïdal forcé : $u(t) = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$.

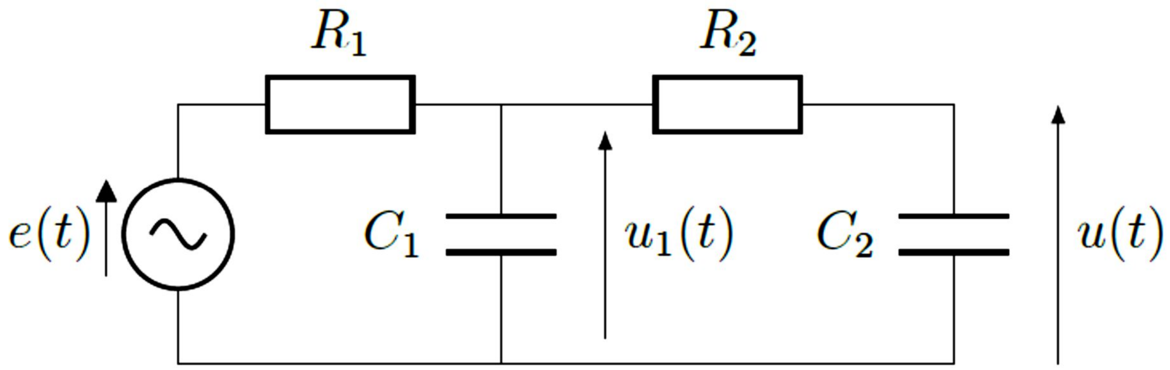


1. Établir l'expression de $\underline{u}(t)$ à l'aide des impédances complexes. On introduira la pulsation caractéristique et le facteur de qualité. En déduire l'amplitude complexe $\underline{U_0}(x)$ où $x = \omega/\omega_0$ est la pulsation réduite.

2. Étudier et tracer le module de $\underline{U_0}$ en fonction de x. Montrer qu'il existe une anti-résonance (pulsation pour laquelle l'amplitude U_0 est nulle).
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ et en déduire la tension complexe $\underline{u}(t)$.

<u>Exercice 5</u> : Existence d'une résonance en tension ?

On considère le circuit suivant.



On pose $e(t) = E_m \cos(\omega t)$, $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ la tension aux bornes de C_2 et $u_1(t)$ celle aux bornes de C_1.
On définit les amplitudes complexes $\underline{E}$, $\underline{U}$ et $\underline{U_1}$ des tensions $e(t)$, $u(t)$ et $u_1(t)$. On pose $H = U_m/E_m$
1. Déterminer la valeur de u à basse et haute fréquences en utilisant uniquement les comportements asymptotiques des dipôles.
Dans la suite on considèrera que $R_1 = R_2 \equiv R$ et $C_1 = C_2 \equiv C$.
2. En utilisant les lois d'association des impédances et la notion de diviseur de tension, montrer qu'on peut écrire :

$$\underline{U} = \frac{1}{1 + 3RCj\omega - (RC\omega)^2}\underline{E}$$

3. En déduire les expressions de H et de φ, en fonction de R, C et ω.
4. Existe-t-il un phénomène de résonance en tension ? On tracera l'évolution de H et de φ avec ω.