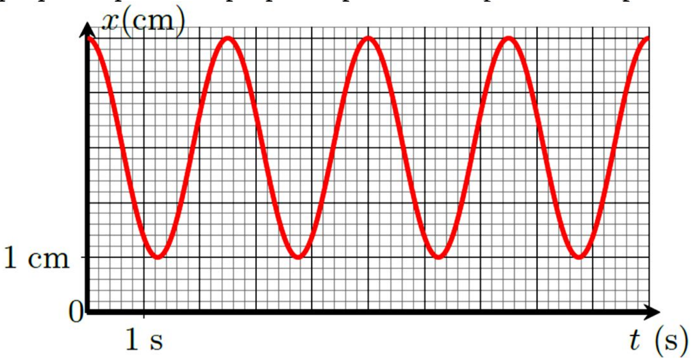
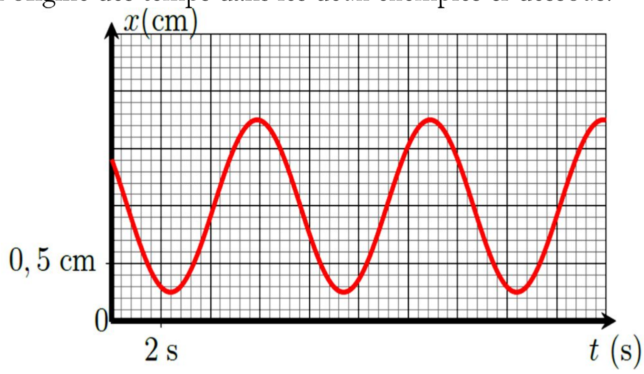
TRAVAUX DIRIGÉS N°6 DE SIGNAUX PHYSIQUES

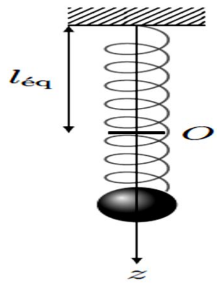
Exercice 1 : Caractéristiques du mouvement harmonique

On donne l'évolution temporelle de la position d'une masse en fonction du temps. Déterminer l'amplitude, la période propre, la pulsation propre, la position d'équilibre et la phase à l'origine des temps dans les deux exemples ci-dessous.





Exercice 2 : Ressort vertical



On considère le système ci-contre, une masse m est attachée à un ressort vertical de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. z repère la position du centre de gravité de la masse m à partir de la position d'équilibre.

1. Donner l'expression de la force de rappel élastique en fonction de k, ℓ, ℓ_0 et $\vec{e}_z$; puis en fonction de $k, z, \ell_{éq}, \ell_0$ et $\vec{e}_z$.

2. Après avoir fait le bilan des forces, déterminer l'expression de la longueur du ressort à l'équilibre $\ell_{éq}$ en fonction de k, m, ℓ_0 et g.

3. Établir l'équation différentielle du mouvement vérifiée par z, en fonction de k, m, ℓ_0, g et $\ell_{éq}$.

4. En déduire l'équation différentielle du mouvement vérifiée par z, en fonction de k et m. Introduire la pulsation propre ω_0.

5. Résoudre l'équation du mouvement avec les conditions initiales suivantes et tracer $z(t)$:

a) $z(0) = 0$ et $\dot{z}(0) = v_0 \neq 0$

b) $z(0) = z_0 \neq 0$et $\dot{z}(0) = 0$

6. Aspect énergétique

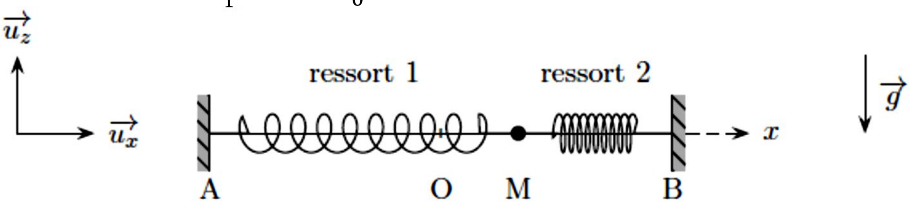
a) Donner l'expression générale de l'énergie cinétique. En déduire son expression pour le jeu de conditions initiales : $z(0) = 0$ et $\dot{z}(0) = v_0 \neq 0$.

b) Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur, puis élastique. En déduire l'expression de l'énergie potentielle de *M*. L'écrire pour le jeu de conditions initiales : $z(0) = 0$ et $\dot{z}(0) = v_0 \neq 0$..

c) Calculer l'énergie mécanique pour ces conditions initiales. Conclure.

Exercice 3 : Oscillateur à deux ressorts Lecture graphique

Un petit anneau assimilé à un point matériel M de masse m est astreint à glisser sans frottements le long d'une tige horizontale de direction Ox. Cet anneau est relié par deux ressorts à deux points fixes A et B distants de D. Les deux ressorts sont identiques : même constante de raideur k et même longueur à vide l_0. Dans la position d'équilibre du système, les longueurs des ressorts sont identiques et valent l_{eq}, et l'anneau se trouve à l'origine O de l'axe Ox. On se place dans le référentiel terrestre, considéré comme galiléen. À $t = 0$, le mobile est abandonné sans vitesse initiale d'une position $x_0 \neq 0$.



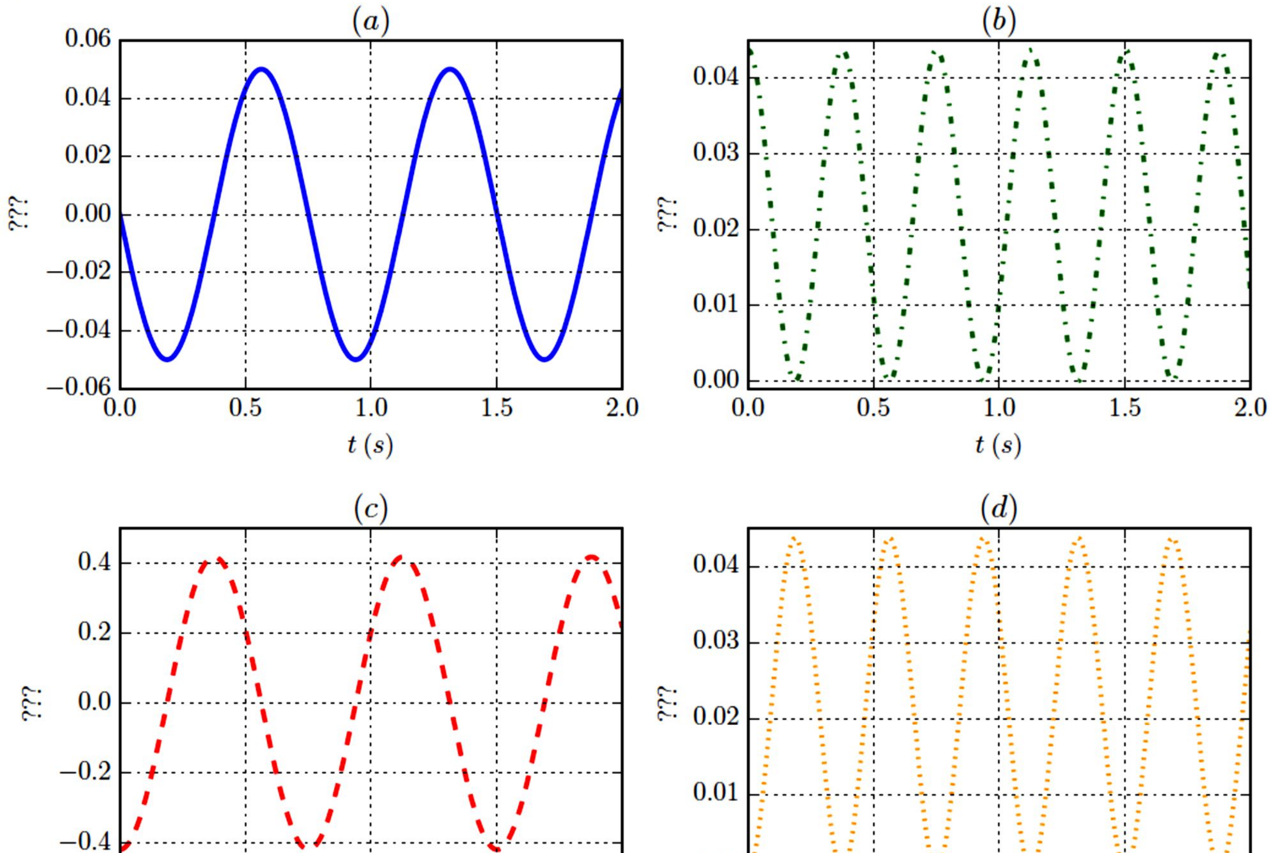
1. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse $x(t)$ de l'anneau.
2. Montrer que le système constitue un oscillateur harmonique dont on précisera la pulsation ω_0 et la période T_0 en fonction de m et k.

3. Donner l'expression de $x(t)$ en tenant compte des conditions initiales.

4. Donner les expressions de l'énergie potentielle $\mathcal{E}_p$, de l'énergie cinétique $\mathcal{E}_c$ de l'énergie mécanique $\mathcal{E}_m$ de l'anneau en fonction de tout ou partie des grandeurs k, x_0, ω_0 et t. Par convention, l'origine de l'énergie potentielle élastique correspondra à la position d'équilibre : $\mathcal{E}_p = 0$ pour $x = 0$. Représenter l'allure de ces énergies en fonction du temps sur un même graphe.

<u>Exercice 4</u> : Lecture graphique

Un ressort de constante de raideur k est relié d'un côté à un support fixe et de l'autre à un objet de masse m. Cet objet peut se déplacer horizontalement. Les graphiques représentent les évolutions, en fonction du temps t, de l'allongement x du ressort (la position d'équilibre de l'objet correspondant à $x_{eq} = 0$), de la vitesse v du centre de masse de l'objet, de l'énergie cinétique E_c et de l'énergie potentielle E_p de l'objet. L'allongement x est exprimé en m, la vitesse v en $m.s^{-1}$ et les énergies en J sur les différentes ordonnées.



1. Les frottements sont-ils pris en compte ? Justifier.

2. Quels sont les deux graphiques susceptibles de représenter x(t) ? Justifier.

3. Quelle(s) autre(s) grandeur(s) est(sont) susceptible(s) d'être représentée(s) par ces deux graphiques ? Quel lien mathématique existe-t-il entre cette(ces) grandeur(s) et l'allongement x(t) ? Attribuer ces deux graphiques aux grandeurs correspondantes.

4. Mesurer la pulsation ! des oscillations et déterminer les conditions initiales du système (x_0; v_0). Exprimer l'allongement du ressort et la vitesse de l'objet en fonction du temps, de la pulsation propre et des conditions initiales.

5. Associer aux deux graphiques restant la variation temporelle de l'énergie cinétique et celle de l'énergie potentielle. Donner l'expression de ces énergies en fonction du temps et des conditions initiales.

6. Conclure sur la conservation de l'énergie mécanique. Lire graphiquement sa valeur numérique.

7. En déduire la valeur de la masse de l'objet m (g) et de la constante du raideur k du ressort ($N.m^{-1}$).