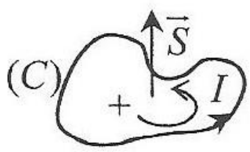
CHAPITRE 2 : DIPÔLE MAGNETIQUE

Le dipôle magnétique est l'analogue magnétostatique du dipôle électrostatique.

1. Dipôle magnétique – Moment magnétique

1.1. Notion de dipôle magnétique

Un dipôle magnétique est défini par une boucle de courant plane (circuit filiforme plan parcouru par un courant I) orientée dont la surface S est très faible devant les dimensions d'étude.

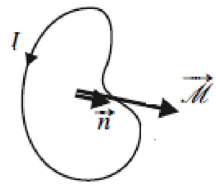


1.2. Moment magnétique

1.2.1. Moment magnétique du dipôle

Par analogie avec le cas électrostatique, un dipôle magnétique étant défini par la donnée d'une distribution de courant et de sa surface, on définit le moment magnétique du dipôle par :

$$\boxed{\vec{\mathcal{M}} = I\vec{S} = IS\vec{n}}$$



$\vec{S}$: Vecteur surface orienté. $\vec{n}$ étant le vecteur unitaire normal à la surface de la boucle dans le sens correspondant au sens positif du courant I (règle du tire-bouchon).

Pour une surface élémentaire dS : $\overrightarrow{d\mathcal{M}} = I\overrightarrow{dS}$

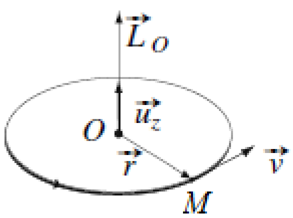
$\|\vec{\mathcal{M}}\| = IS$ s'exprime en A.m^2 en unité S.I.

Dans le cas d'un enroulement à N spires (exemple : bobine comportant N spires identiques de surface S) : $\vec{\mathcal{M}} = NIS\vec{n}$

Pour un dipôle magnétique rigide S= cte $\Longrightarrow \mathcal{M} = \|\vec{\mathcal{M}}\| = cte$

1.2.2. Ordre de grandeur

- **Exemple 1 : Modèle de l'atome d'hydrogène représenté par un électron en orbite autour du noyau**



On suppose que l'électron décrit une trajectoire circulaire.

L'interaction entre le noyau et l'électron est une interaction attractive newtonienne. Le moment cinétique orbital de l'électron s'écrit :

$$\vec{L}_O = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{v} = mrv\vec{u}_z$$

L'orbite de l'électron peut être assimilé à une boucle de courant circulaire, parcourue par un courant d'intensité $I = \frac{-e}{T}$, (−e : charge de l'électron et T la période du mouvement : $T = \frac{2\pi r}{v}$)

Le moment magnétique de cette boucle est : $\vec{\mathcal{M}} = IS\vec{n} = \frac{-e}{T}\pi r^2\vec{u}_z$. Il vient que :

$$\vec{\mathcal{M}} = -\frac{evr}{2}\vec{u}_z \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{\mathcal{M}} = -\frac{e}{2m}\vec{L}_O}$$

Ainsi, à l'échelle microscopique, le moment magnétique est proportionnel au moment cinétique orbital : $\vec{\mathcal{M}} = \gamma\vec{L}_O$. Le rapport de proportionnalité $\gamma = -\frac{e}{2m}$ est appelé rapport gyromagnétique.

Dans la théorie quantique, l'ordre de grandeur de $\|\vec{L}_O\|$ (moment cinétique atomique) est : $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (où h est la constante de Planck). On déduit alors l'ordre de grandeur du moment magnétique atomique $\|\vec{\mathcal{M}}\| = \frac{e\hbar}{2m}$ appelé **magnéton de Bohr** et noté μ_B.

$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 9{,}3.10^{-24}\ A.m^2 \simeq 10^{-23} A.m^2$.

- **Exemple 2 : L'aimant**

Un aimant est assimilable à un dipôle magnétique (les lignes de champ magnétique d'un aimant et d'une boucle de courant à grande distance étant identiques) dont le moment magnétique est donné par un ensemble de moments magnétiques atomiques. Le moment magnétique maximal de l'aimant est obtenu lorsque tous ces moments atomiques sont parallèles. Pour un aimant ayant n atomes par unité de volume, le moment magnétique volumique maximal est :

$M_{\max} = n\mu_B$. Dans un solide $n \simeq 10^{29}$ atomes/m^3, d'où $M_{\max} \simeq 10^6 A.m^{-1}$.

Par exemple, l'aiguille d'une boussole a un moment magnétique de l'ordre de 1 A.m^2.

- **Exemple 3 : Le champ magnétique terrestre**

Le noyau terrestre est le siège de courants électriques sources d'un champ magnétique auto-entretenu par un phénomène d'induction. En première approximation, le champ magnétique terrestre est modélisé par celui d'un dipôle magnétique associé à une boucle de courant placé au centre de la terre. Le pôle Nord de la Terre correspond au pôle Sud du dipôle magnétique de la Terre. Le moment magnétique terrestre est de 7,5.10^{22} A.m^2.

2. Champ créé par un dipôle magnétique

2.1. Approximation dipolaire – Définition du dipôle magnétique

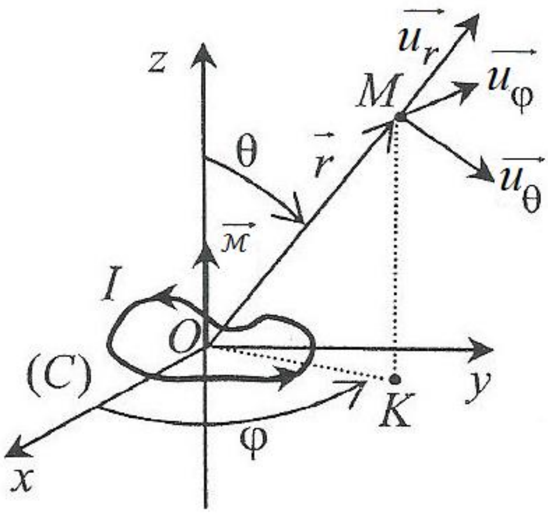
De façon générale un dipôle magnétique est une distribution de courants de moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ non nul dont la taille caractéristique *a* est très petite devant les longueurs d'étude.

Le dipôle magnétique est entièrement défini par la donnée de son de moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$.

Le champ magnétique du dipôle, distribution de courants réelle de taille caractéristique *a*, est déterminé à très grande distance devant *a*, le dipôle est alors qualifié de dipôle actif.

2.2. Champ magnétique créé par le dipôle

Soit un dipôle magnétique, de moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$, placé en un point O. En coordonnées sphériques (r, θ, φ) de centre O et d'axe (Oz), $\vec{\mathcal{M}}$ étant dirigé suivant (Oz), le dipôle engendre un champ magnétique en un point M tel que $r = OM >> a$ (*a* taille caractéristique du dipôle).



Par analogie avec le cas du champ électrostatique d'un dipôle électrostatique (en remplaçant $\frac{1}{\varepsilon_0}$ par μ_0 et $\vec{p}$ par $\vec{\mathcal{M}}$), le champ magnétique créé par le dipôle magnétique a pour expression :

$$\vec{B}(M)\begin{cases} B_r = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{\mathcal{M}}{r^3}\cos\theta \\ B_\theta = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\mathcal{M}}{r^3}\sin\theta \\ B_\varphi = 0 \end{cases}$$

Soit :

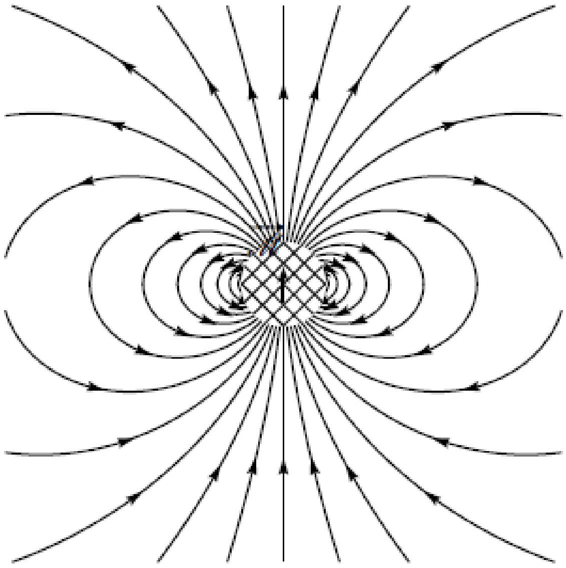
$$\boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathcal{M}}{r^3}(2\cos\theta\vec{u}_r + \sin\theta\vec{u}_\theta)}$$

D'où l'expression intrinsèque :

$$\boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3(\vec{\mathcal{M}}.\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{\mathcal{M}}}{r^5}}$$

2.3. Lignes de champ d'un dipôle magnétique

La cartographie du champ magnétique d'un dipôle magnétique montre qu'elle est identique à celle du champ électrostatique d'un dipôle électrostatique, les champs ayant la même expression. La figure ci-dessous représente les lignes de champ magnétique d'un dipôle magnétique ; dans la zone hachurée l'approximation n'est plus valable car trop proche de la distribution de courant.



3. Action d'un champ magnétostatique extérieur sur un dipôle magnétique

On étudie dans ce paragraphe, le comportement d'un dipôle magnétique, distribution de courants réelle de taille caractéristique a, placé dans un champ magnétique extérieur (champ d'une autre distribution de courant) lorsque la distance caractéristique de variation du champ extérieur est très grande devant a, le dipôle est alors qualifié de dipôle passif.

3.1. Action d'un champ magnétostatique extérieur uniforme

En présence d'un champ magnétostatique extérieur uniforme $\vec{B}$, la résultante des forces subie par le dipôle magnétique est nulle : $\vec{F} = \vec{0}$. Le dipôle est alors soumis à l'action d'un couple appelé **couple de Laplace** de moment $\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}}$.

Condition d'équilibre : $|\vec{\Gamma}| = |\vec{\mathcal{M}}||\vec{B}| \sin\alpha = 0 \Longrightarrow \alpha = 0$ (équilibre stable) ou $\alpha = \pi$ (équilibre instable) avec $\alpha = (\vec{\mathcal{M}}, \vec{B})$.

Ce couple tend à faire tourner le dipôle de façon à orienter le moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ avec le champ extérieur $\vec{B}$ (à ce que $\vec{\mathcal{M}}$ et $\vec{B}$ soient de même direction et de même sens).

3.2. Action d'un champ magnétostatique extérieur non uniforme

Lorsque le champ magnétostatique extérieur $\vec{B}$ est non uniforme, la résultante des forces exercée sur le dipôle est non nulle et a pour expression :

$$\boxed{\vec{\mathbf{F}} = \overrightarrow{\boldsymbol{grad}}\left(\vec{\boldsymbol{\mathcal{M}}}.\vec{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{O})\right)}$$

où O est le centre du dipôle.

En coordonnées cartésienne, pour un dipôle rigide :

$$\vec{F}\begin{cases} F_x = \vec{\mathcal{M}}.\dfrac{\partial \vec{B}(O)}{\partial x} \\ F_y = \vec{\mathcal{M}}.\dfrac{\partial \vec{B}(O)}{\partial y} \\ F_z = \vec{\mathcal{M}}.\dfrac{\partial \vec{B}(O)}{\partial z} \end{cases}$$

Le moment résultant de ces forces est :

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{\Gamma}} = \vec{\boldsymbol{\mathcal{M}}} \wedge \vec{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{O})}$$

Ce moment tend à aligner le dipôle sur le champ magnétostatique extérieur et la résultante des forces à le déplacer vers des zones de champ fort.

3.3. Energie potentielle d'interaction du dipôle

Par analogie avec le cas du dipôle électrostatique, l'énergie potentielle d'interaction d'un dipôle magnétique dans un champ magnétostatique extérieur $\vec{B}$ est :

$$\boxed{\boldsymbol{\mathcal{E}_P} = -\vec{\boldsymbol{\mathcal{M}}}.\vec{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{O})}$$

O étant le contre du dipôle. On retrouve bien le fait que la résultante des forces dérive de l'énergie potentielle : $\vec{\mathrm{F}} = -\overrightarrow{grad}\mathcal{E}_p = \overrightarrow{grad}\left(\vec{\mathcal{M}}.\vec{B}(O)\right)$.

La situation pour laquelle $\vec{\mathcal{M}}$ est aligné avec $\vec{B}$ correspond à un extremum d'énergie potentielle donc à une situation d'équilibre du dipôle. Si $\vec{\mathcal{M}}$ et $\vec{B}$ sont de même sens on a un minimum d'énergie potentielle $(\mathcal{E}_P = -\mathcal{M}B)$ et donc une situation d'équilibre stable. Si $\vec{\mathcal{M}}$ et $\vec{B}$ sont de même contraire on a un maximum d'énergie potentielle $(\mathcal{E}_P = \mathcal{M}B)$ et donc une situation d'équilibre instable.