

Amélioration des performances des systèmes asservis modélisés en SLCI – Correction

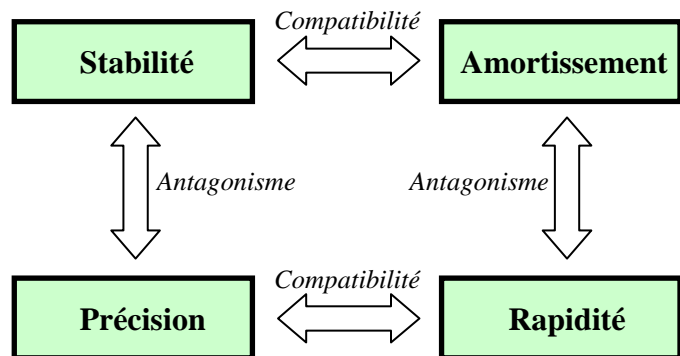
Un système asservi doit satisfaire à différentes exigences que l'on peut classer en 2 catégories :

Stabilité et amortissement

- obtention et maintien de la stabilité,
- obtention d'un transitoire bien amorti,

Performances en rapidité et précision

- précision statique et dynamique,
- rapidité de la réponse dans les transitoires,
- effacement des effets des perturbations.



Ces exigences doivent être remplies pour respecter le C.d.C.F. mais elles ne sont pas compatibles. C'est le dilemme stabilité/rapidité/précision/amortissement.

Exemple de problème

Dilemme stabilité/rapidité/précision/amortissement

Les spécifications fonctionnelles, opérationnelles et technologiques du C.d.C.F. imposent aux concepteurs de la chaîne d'énergie une organisation structurale et des choix de composants. Cependant le système résultant de cette conception ne possède pas forcément de manière naturelle les caractéristiques qui lui permettront de répondre aux exigences de comportement posées en termes de performances. L'objectif de ce cours est d'étudier des solutions de correction permettant d'améliorer le comportement des systèmes asservis afin d'obtenir les performances attendues.

1. Principe de la correction

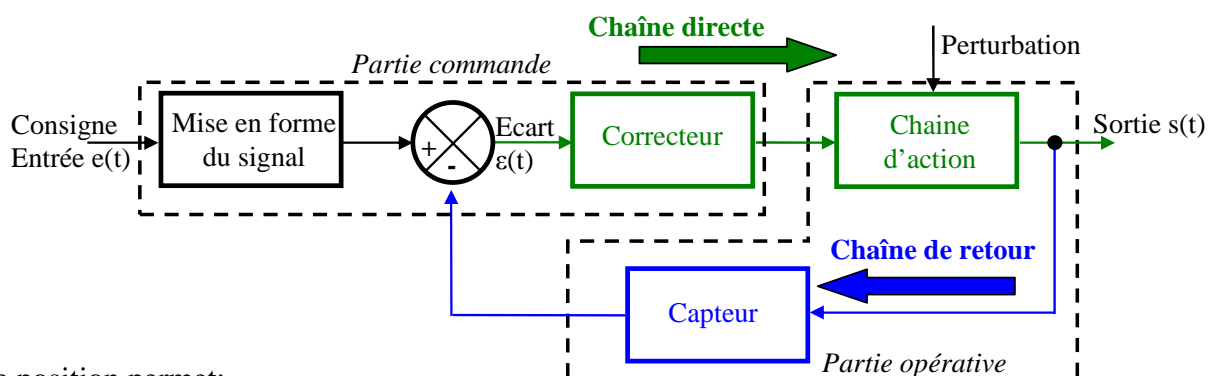
1.1. Dilemme stabilité / amortissement / rapidité / précision

Lors de la correction des systèmes asservis, il convient de toujours résoudre ce dilemme.

En effet on peut par exemple améliorer la rapidité et la précision en augmentant le gain de boucle K de la FTBO mais ceci peut nuire à la stabilité. On peut aussi améliorer la précision en ajoutant des intégrateurs dans la FTBO mais ceci est aussi nuisible pour la stabilité : la difficulté est d'obtenir un compromis satisfaisant qui soit conforme aux attentes du C.d.C.F..

1.2. Place du correcteur

La correction est réalisée par un correcteur qui élabore le signal en entrée de la chaîne d'action en fonction de l'écart, c'est à dire de la différence entre l'image de la consigne et l'image de la sortie. Il est généralement positionné dans la chaîne directe entre le comparateur et la chaîne d'action dans la partie commande du système car les énergies mises en jeu y sont faibles.



Cette position permet:

- d'assurer une correction efficace des perturbations puisqu'il est placé avant les perturbations,

- de réaliser une correction avec les informations les plus « fraîches » puisqu'en sortie de comparateur le signal n'a pas été modifié par les différents constituants du système.



Les caractéristiques du correcteur sont entièrement contrôlées et réglables soit par une technologie électronique (correcteur analogique) ou informatique (correcteur numérique).



Il est à noter que les correcteurs numériques supplantent désormais complètement les correcteurs analogiques du fait de la souplesse de leur réglage par programmation. Il est cependant impossible en 2^{ème} année de CPGE d'étudier ce type de correction. On apprend donc dans un 1^{er} temps la correction analogique pour pouvoir « transposer » la démarche sur les correcteurs numériques.

1.3. Critères de performances des systèmes asservis

Les critères de performance demandés dans les C.d.C.F. sont généralement parmi ceux récapitulés dans le tableau ci-dessous :

	Stabilité	Précision	Rapidité
Exemples de critères du C.d.C.F sur la FTBF	<ul style="list-style-type: none"> • 1^{er} Dépassement : $D_1 = 10$ à 20% maxi • Surtension : $Q_{dB} < 1$ à 3dB • Amortissement : $z = 0,5$ à 0,7 	<ul style="list-style-type: none"> • Erreur statique : Erreur nulle ou imposée • Erreur de trainage : Erreur nulle ou imposée • Erreur dynamique : (pas au programme) 	<ul style="list-style-type: none"> • Temps de réponse à 5% : $t_{5\%}$ imposé • Temps de montée : t_m imposé • Bande passante à -3dB : $BP_{FTBF(-3dB)}$ imposée
Conséquence des critères du C.d.C.F sur la FTBO	<ul style="list-style-type: none"> • Marge de gain : $M_G = 10dB$ environ • Marge de phase : $M_\phi = 45^\circ$ environ • Gain de boucle : K_{BO} à définir en fonction des marges imposées 	<ul style="list-style-type: none"> • Gain de boucle : K_{BO} à définir en fonction de l'erreur imposée • Classe α : α à définir en fonction de l'erreur imposée 	<ul style="list-style-type: none"> • Gain de boucle : K_{BO} à définir en fonction du temps de réponse imposé • Bande passante à 0dB : $BP_{FTBO(0dB)}$ = pulsation de coupure $\omega_{co(FTBO)}$ imposée

2. Correction proportionnelle

La fonction de transfert du correcteur P est du type $C(p) = K_P$. C'est procédé de correction est le plus simple à réaliser.

La valeur K_P est ajustée afin d'obtenir un bon compromis précision-stabilité sur le système asservi, ce qui conduit à choisir :

- soit une valeur de $K_P < 1$ pour garantir la **stabilité** mais l'asservissement sera **peu rapide** et **peu précis** (statiquement ou dynamiquement),
- soit une valeur de $K_P > 1$ pour **améliorer la précision** mais le système risque de devenir **instable** (problème du pompage).



Dans la pratique, le réglage du correcteur proportionnel afin d'obtenir les performances attendues en boucle fermée s'effectue l'aide de la FTBO :

- soit à partir de marges de stabilité imposées,
- soit à partir d'une erreur en régime permanent imposée,
- soit à partir d'un temps de réponse à 5% imposé.

2.1. Réglage de la correction proportionnelle vis-à-vis d'une précision imposée



Rappel Cours 06 MP : Dans le cas où l'erreur imposée en régime permanent n'est pas nulle, cette erreur est fonction du gain K de la FTBO.

- Si la FTBO est de classe nulle, l'erreur statique est égale à $e_r = \frac{a}{1+K}$.
- Si la FTBO est de classe 1, l'erreur en vitesse est égale à $e_r = \frac{a}{K}$.
- Si la FTBO est de classe 2, l'erreur en accélération est égale à $e_r = \frac{a}{K}$.

Pour régler le correcteur proportionnel vis-à-vis d'une précision imposée, il faut déterminer le gain de boucle K de la FTBO permettant d'obtenir l'erreur désirée et en déduire la valeur du gain K_P du correcteur proportionnel à partir de K .

2.2. Réglage de la correction proportionnelle vis-à-vis d'une performance en rapidité imposée



Rappel Cours 05 MP : Pour un système du 1^{er} ou du 2^{ème} ordre le gain de boucle K de la FTBO agit sur la rapidité du système.

- Dans le cas d'un système asservi ayant un FTBO du 1^{er} ordre, on augmente le gain K de la FTBO pour réduire la constante de temps τ_{BF} afin d'obtenir un temps de réponse plus faible.
- Dans le cas d'un système asservi ayant un FTBO du 2^{ème} ordre, l'augmentation du gain K de la FTBO permet d'augmenter la pulsation propre du système et de diminuer le coefficient d'amortissement du système, ce qui influe sur la rapidité de celui-ci.

Pour régler le correcteur proportionnel vis-à-vis d'une performance en rapidité imposée, il faut déterminer le gain de boucle K de la FTBO permettant d'obtenir la performance en rapidité imposée et en déduire la valeur du gain K_P du correcteur proportionnel à partir de K .

2.3. Réglage de la correction proportionnelle vis-à-vis de marges de stabilité imposées (Bode)

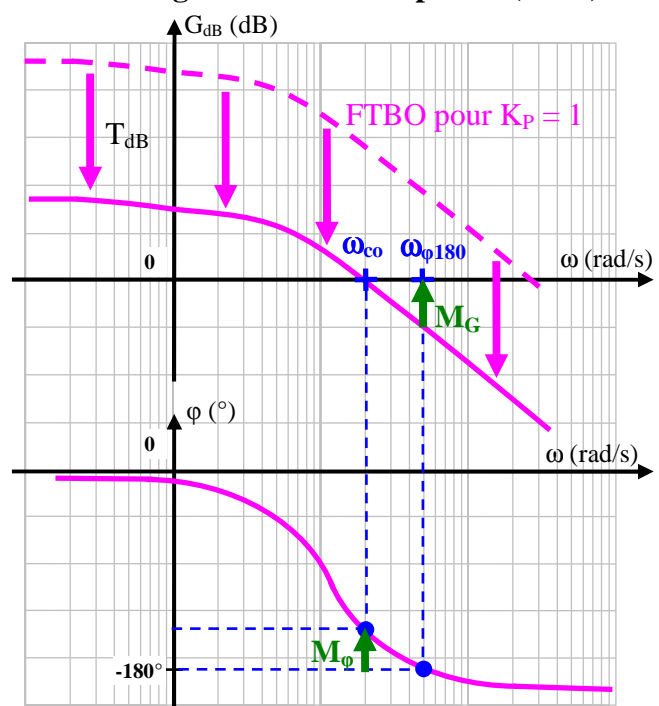
On trace le lieu de la FTBO pour $K_P = 1$ puis on translate la courbe en gain verticalement de manière à obtenir la marge de phase et/ou la marge de gain adéquate.

La mesure de la translation donne la valeur de K_P en dB soit : $T_{dB} = 20 \log K_P$

$$T_{dB} = 20 \log K_P \rightarrow K_P = 10^{\frac{T_{dB}}{20}}$$



Attention T_{dB} est une valeur algébrique. Sur la figure de droite elle serait par exemple négative.



2.4. Réglage de la correction proportionnelle vis-à-vis de marges de stabilité imposées (Black)

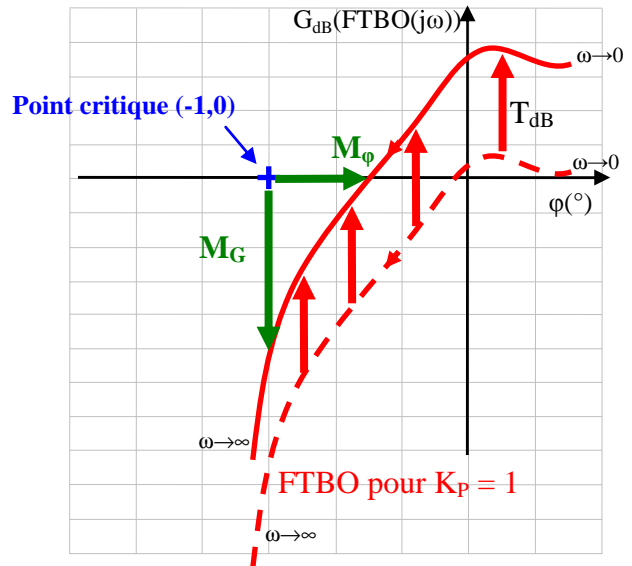
On trace le lieu de la FTBO pour $K_P = 1$ puis on translate la courbe en gain verticalement de manière à obtenir la marge de phase et/ou la marge de gain adéquate.

La mesure de la translation donne la valeur de K_P en dB soit : $T_{dB} = 20 \log K_P$

$$T_{dB} = 20 \log K_P \rightarrow K_P = 10^{\frac{T_{dB}}{20}}$$



Attention T_{dB} est une valeur algébrique. Sur la figure de droite elle serait par exemple positive.

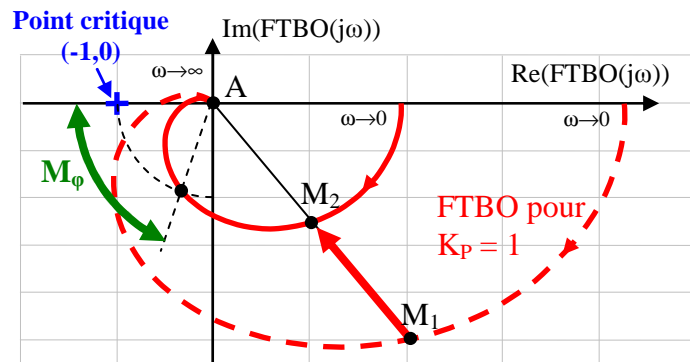


2.5. Réglage de la correction proportionnelle vis-à-vis de marges de stabilité imposées (Nyquist)

On trace le lieu de la FTBO pour $K_P = 1$ puis on réalise une homothétie sur la courbe afin d'obtenir la marge de phase et/ou la marge de gain adéquate.

K_P est directement obtenu en faisant le rapport

$$\frac{AM_2}{AM_1} = K_c$$



2.6. Limite de la correction proportionnelle et évolution

Une simple correction proportionnelle de gain K_P n'est pas toujours suffisante pour atteindre les objectifs fixés par le cahier des charges et il est souvent nécessaire d'utiliser des correcteurs plus complexes comme par exemple :

- Les correcteurs utilisant l'action intégrale : « correcteur Intégral », « correcteur Proportionnel Intégral (PI) » et « correcteur à retard de phase ».
- Les correcteurs utilisant l'action dérivée : « correcteur Proportionnel Dérivée (PD) » et « correcteur à avance de phase ».
- Les correcteurs combinant l'action intégrale et dérivée : « correcteur Proportionnel Intégral et Dérivé (PID) » et « correcteur à avance et retard de phase ».
- Autres solutions (correction tachymétrique par exemple) ...



Seules les corrections proportionnelles et corrections utilisant l'action intégrale sont au programme de MP.

3. Correction intégrale

L'intérêt de ce type de correction est d'améliorer la précision du système asservi.



Rappel Cours 06 MP : Le nombre d'intégrateurs dans la chaîne directe (avant la perturbation) conditionne en partie la précision du système. Plus le nombre d'intégrateurs est grand meilleure est la précision.

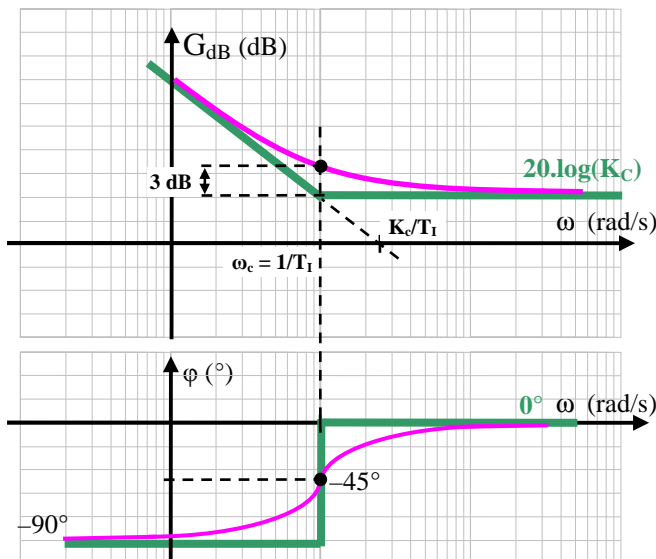
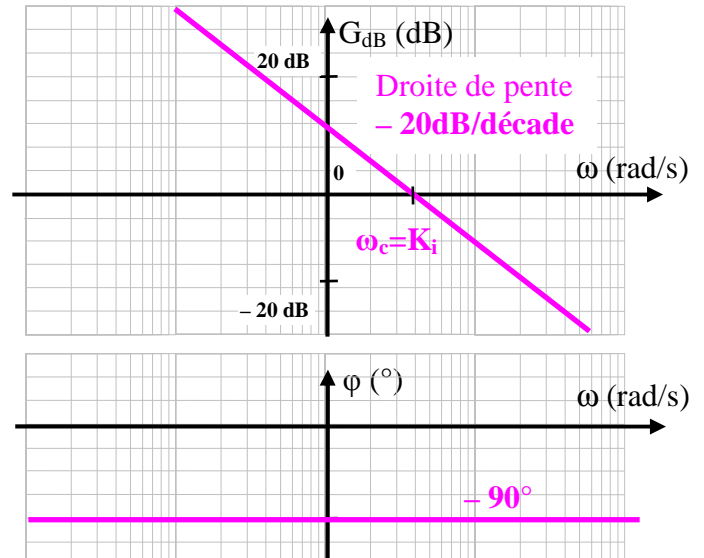
3.1. Correction intégrale pure

La fonction de transfert du correcteur PI est du

$$\text{type } C(p) = \frac{K_i}{p}.$$

Cette correction apporte un déphasage de -90° sur toute la courbe de phase, ce qui est bien souvent incompatible avec le critère de stabilité.

On privilégie par conséquent un correcteur proportionnel intégral ou un correcteur à retard de phase.



3.2. Correction Proportionnelle Intégrale (PI)

La fonction de transfert du correcteur PI est du

$$\text{type } C(p) = K_c \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot p}\right) = K_c \cdot \frac{1 + T_I \cdot p}{T_I \cdot p}.$$

L'inconvénient du déphasage de -90° sur toute la gamme de l'intégrateur pur est levé puisque à haute fréquence, ce correcteur ne provoque plus de déphasage.

Par contre le problème lié à l'amplification à basse fréquence est toujours présent.

Réglage de la correction PI

On choisit le coefficient K_C de façon à obtenir la marge de phase désirée avec la correction proportionnelle seule. La mesure de la translation donne la valeur de K_C en dB soit :

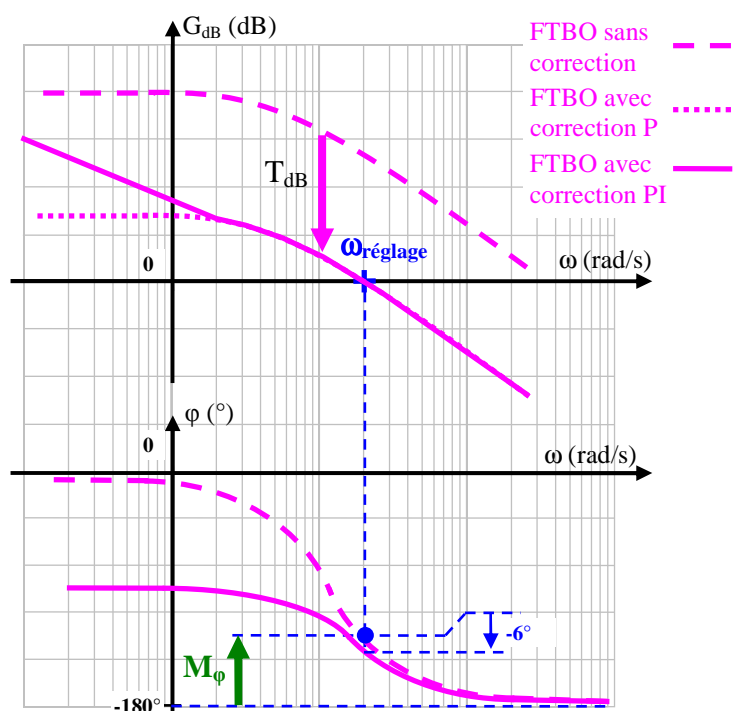
$$T_{dB} = 20 \log K_C \rightarrow K_C = 10^{\frac{T_{dB}}{20}}$$

On met ensuite en place l'effet intégral mais cela ne doit pas (ou peu) modifier le réglage effectué à la pulsation $\omega_{\text{réglage}}$.

Il faut donc prendre une constante de temps

T_I tel que $\frac{1}{T_I} \ll \omega_{\text{réglage}}$. On prend en

$$\text{général } \frac{1}{T_I} = \frac{\omega_{\text{réglage}}}{10} \rightarrow T_I = \frac{10}{\omega_{\text{réglage}}}$$





Le choix de T_I modifie légèrement la marge de phase (-6°) mais on peut éventuellement anticiper cet inconvénient en choisissant K_C de façon à obtenir la marge de phase souhaitée $+6^\circ$.

3.3. Correction à retard de phase

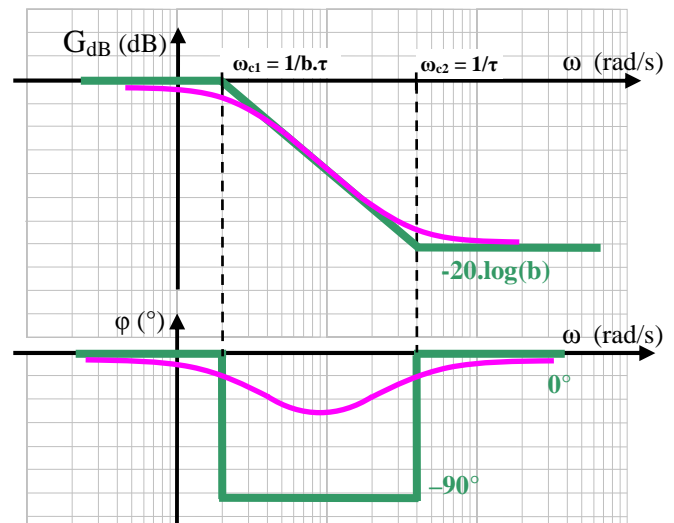
La fonction de transfert du correcteur PI est du

type $C(p) = \frac{1 + \tau.p}{1 + b.\tau.p}$ avec $b > 1$. (On peut aussi

trouver $C(p) = \frac{1 + a.\tau.p}{1 + \tau.p}$ avec $a < 1$).

Le correcteur à retard de phase est utilisé :

- principalement pour diminuer le gain de $20.\log(b)$ aux hautes fréquences, ce qui permet de régler la stabilité du système,
- pour augmenter le gain de $20.\log(b)$ en basse fréquence pour améliorer la précision.



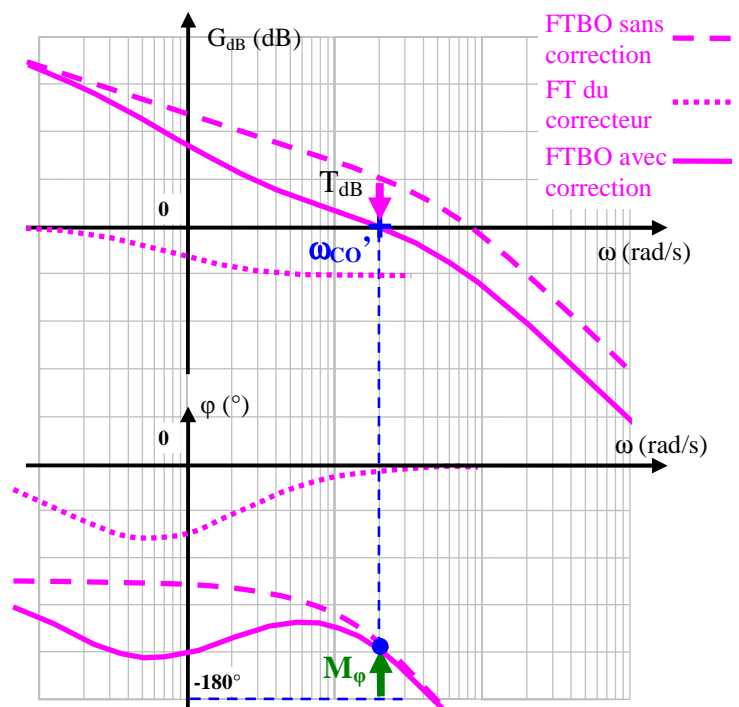
Réglage de la correction à retard de phase

On identifie la valeur de la pulsation de coupure en haute fréquences qui permet d'obtenir la marge de phase désirée. La mesure de la translation nécessaire de la courbe de gain pour obtenir cette nouvelle pulsation de coupure ω_{CO}' donne la valeur de b en dB soit :

$$T_{dB} = -20.\log(b) \rightarrow \boxed{b = 10^{\frac{T_{dB}}{20}}}$$

Le réglage précédent ne doit être que faiblement modifié par le déphasage apporté par le correcteur. On rejette donc la diminution de phase vers les basses fréquences en choisissant $\frac{1}{\tau} \ll \omega_{CO}'$.

$$\text{On prend en général } \frac{1}{\tau} = \frac{\omega_{CO}'}{10} \rightarrow \boxed{\tau = \frac{10}{\omega_{CO}'}}$$



4. Autres corrections → en école d'ingénieur

On peut aussi utiliser en plus des correcteurs précédents des **correcteurs utilisant l'action dérivée** comme le « correcteur Proportionnel Dérivée (PD) » et le « correcteur à avance de phase » ainsi **des correcteurs combinant l'action proportionnelle, intégrale et dérivée** comme le « correcteur Proportionnel Intégral et Dérivé (PID) » et le « correcteur à avance et retard de phase ». Ces correcteurs ne sont cependant pas au programme de MP.