

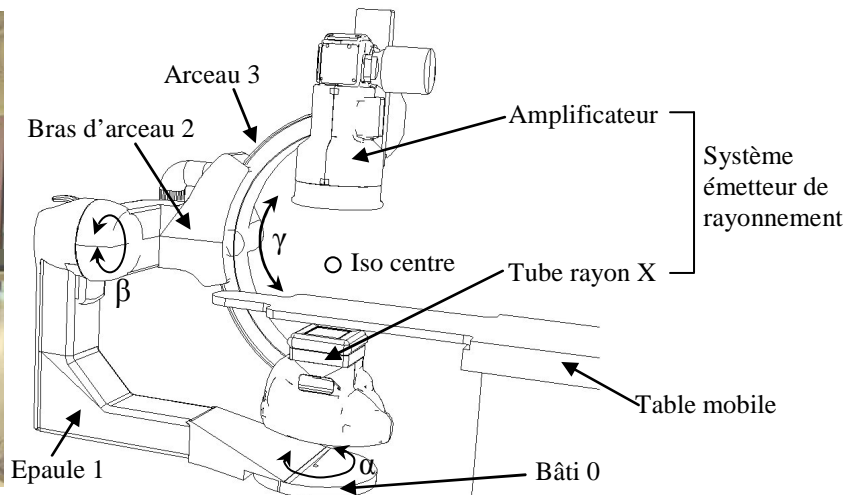
Etude du système de positionnement d'un appareil d'imagerie médicale

(D'après Centrale MP 2002)

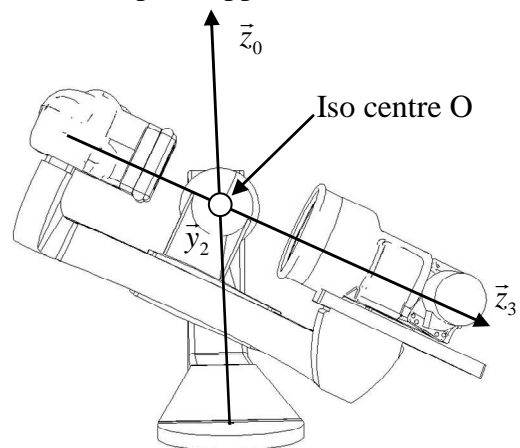
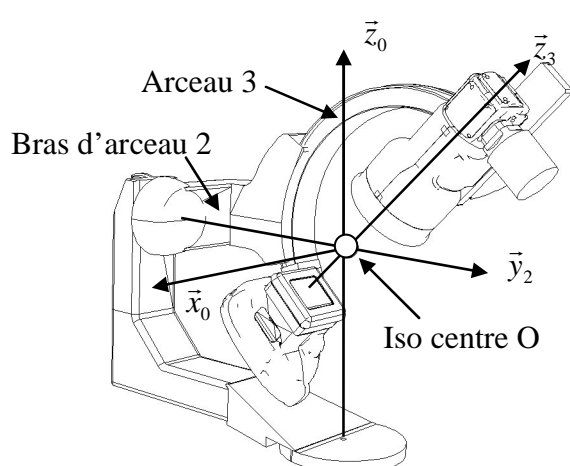
L'étude porte sur un système permettant de réaliser des imageries médicales de vaisseaux sanguins sur un patient. Ce système, conçu par General Electric Medical System, envoie des rayons X dans le corps du patient et mesure leur rayonnement. En fonction des informations reçues, une image de synthèse en 3 dimensions est réalisée, permettant de voir les éventuels problèmes médicaux à venir.



Exemple d'image de synthèse de vaisseaux sanguins en 3 dimensions (avec ici un anévrisme)

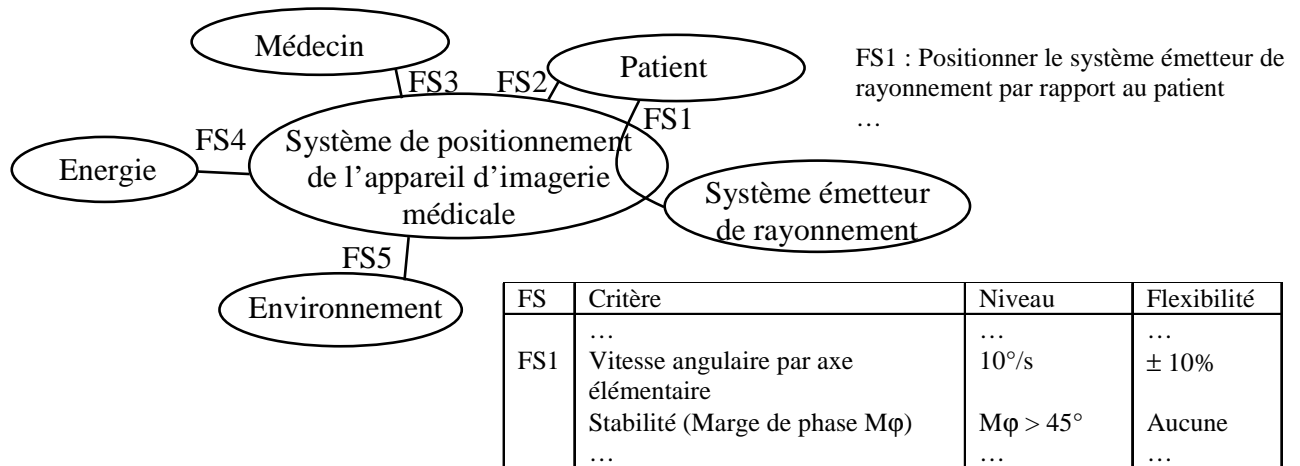


Ce système est constitué des éléments suivants : le bâti 0, une épaule 1 qui peut être mis en mouvement par rapport au bâti 0, un bras d'arceau 2 qui peut s'orienter par rapport à l'épaule 1 et un arceau 3 qui se déplace par rapport à bras d'arceau 2. Le patient est situé sur une table mobile. Le réglage en hauteur du patient sur la table mobile est possible pour son confort mais n'est pas utilisé au cours d'une analyse. Seuls les degrés de liberté α , β et γ sont utilisés pendant l'analyse. L'émetteur de rayons, situé sur l'arceau, focalise la vision interne du patient en un point appelé iso centre.



Sur l'image de gauche, l'arceau 3 s'oriente par rapport au bras d'arceau 2 et sur l'image de droite le bras d'arceau 2 se déplace par rapport à l'épaule 1.

On donne ci-dessous un extrait de cahier des charges fonctionnel du système de positionnement dans la phase de vie correspondant à une mesure d'imagerie :

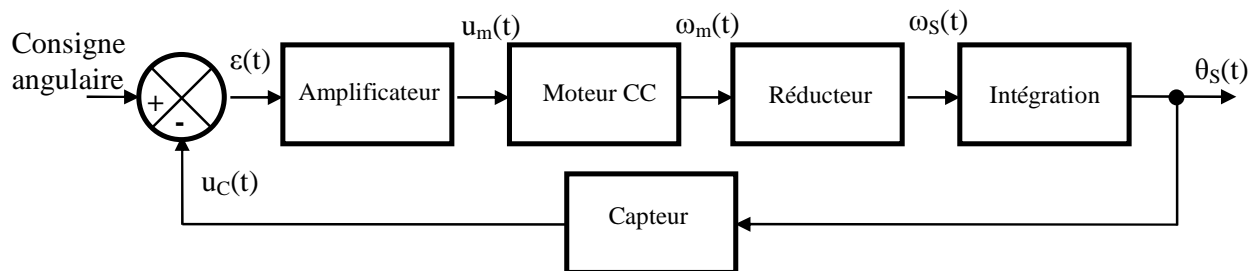


Q.1. Déterminer le nombre de mouvements élémentaires utilisés (translation ou rotation) pour orienter le faisceau de rayon.

Conformément au cahier des charges, chaque axe élémentaire, piloté séparément, doit avoir une vitesse angulaire de $10^\circ/\text{s}$ en phase de mesure. Technologiquement, la chaîne d'action de chaque axe élémentaire est constituée d'un réducteur entre le moteur et l'effecteur. Ce réducteur diminue la vitesse angulaire d'un facteur 558.

Q.2. Déterminer la vitesse angulaire de chaque moteur (en tr/min) qui permet de satisfaire le critère de vitesse angulaire du cahier des charges.

On s'intéresse à l'axe permettant de déplacer le bras d'arceau 2 par rapport à l'épaule 1. La structure de la chaîne fonctionnelle asservie de cet axe est la suivante :



Les différents éléments de cette chaîne fonctionnelle sont les suivants :

- L'amplificateur est un gain pur : K_a .
- Le réducteur est un gain pur K_r (sans dimension).
- Le capteur est un gain pur : K_c .
- Le moteur est un système d'ordre 1, de constante de temps T_m et de gain K_m . On note la fonction de transfert du moteur $H_m(p)$.

Q.3. Déterminer la valeur numérique du bloc du réducteur K_r .

Q.4. Déterminer la fonction de transfert en chaîne directe $FTCD(p)$, la fonction de transfert en boucle ouvert $FTBO(p)$ et la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p)$ de cet asservissement. Exprimer les résultats en fonction de K_a , K_m , K_r , K_c et T_m .

Q.5. Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée de ce système peut s'écrire sous la forme d'un deuxième ordre $\frac{K}{(1 + \frac{2z}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2)}$. Donner l'expression littérale de K, z et ω_0 en fonction de

K_a, K_m, K_r, K_c et T_m .

Q.6. Déterminer la réponse du moteur $\omega_m(t)$ à une entrée en échelon de tension $u_m(t)$ de la forme $u_m(t) = U_0.u(t)$ (U_0 valant 10 V). Exprimer le résultat en fonction de U_0, K_m et T_m .

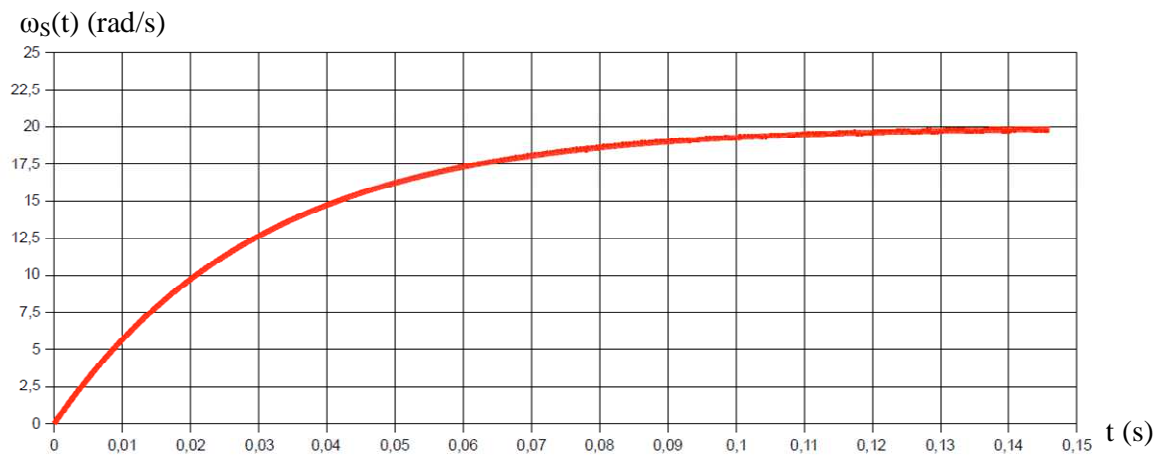
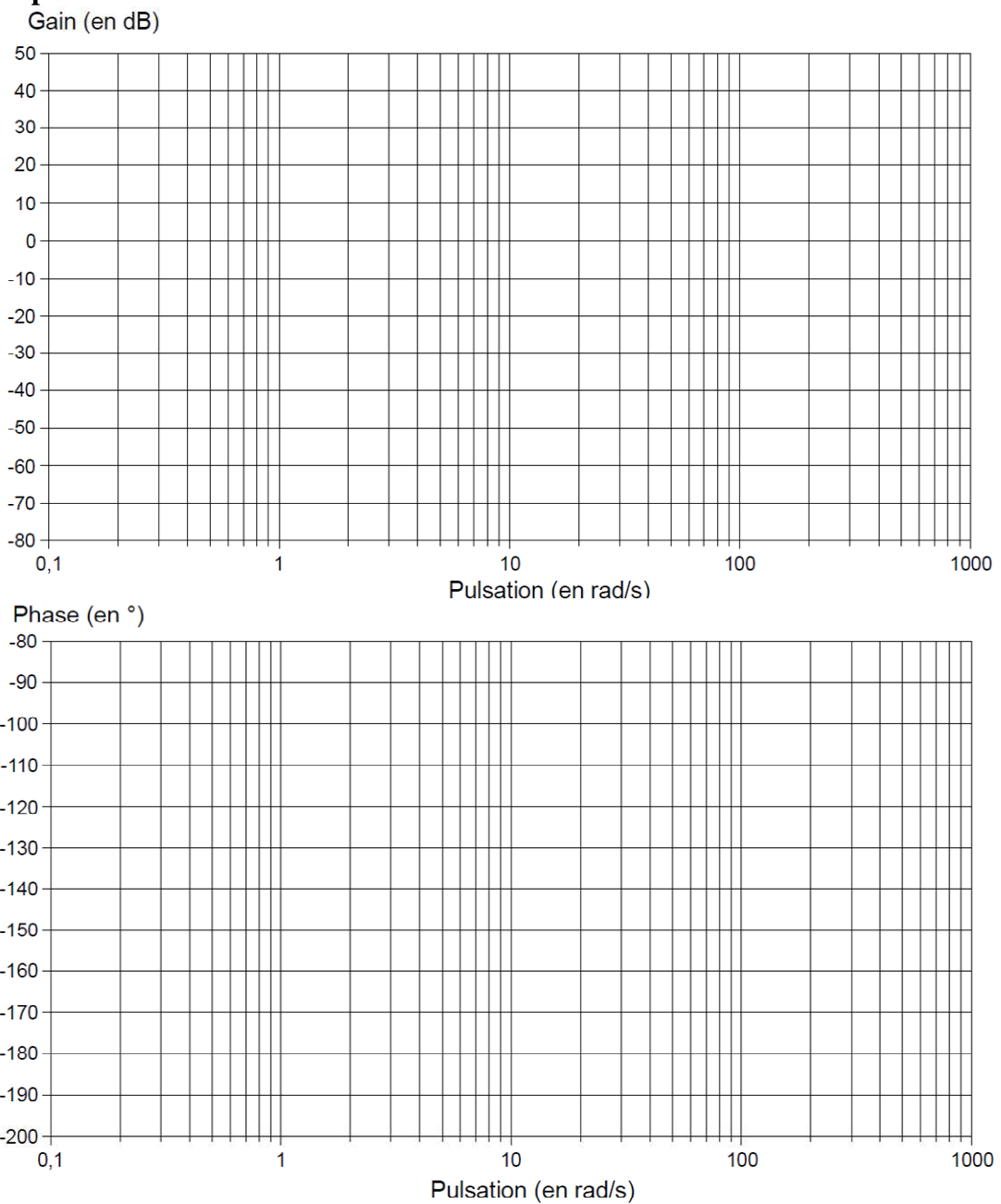
Q.7. La réponse du système à cette entrée en échelon de tension $u_m(t) = 10.u(t)$ a été mesuré en sortie du réducteur. On donne document réponse 1 la courbe obtenue. Déterminer les valeurs numériques expérimentales de K_m et T_m . Réaliser les tracés utiles sur le document réponse 1.

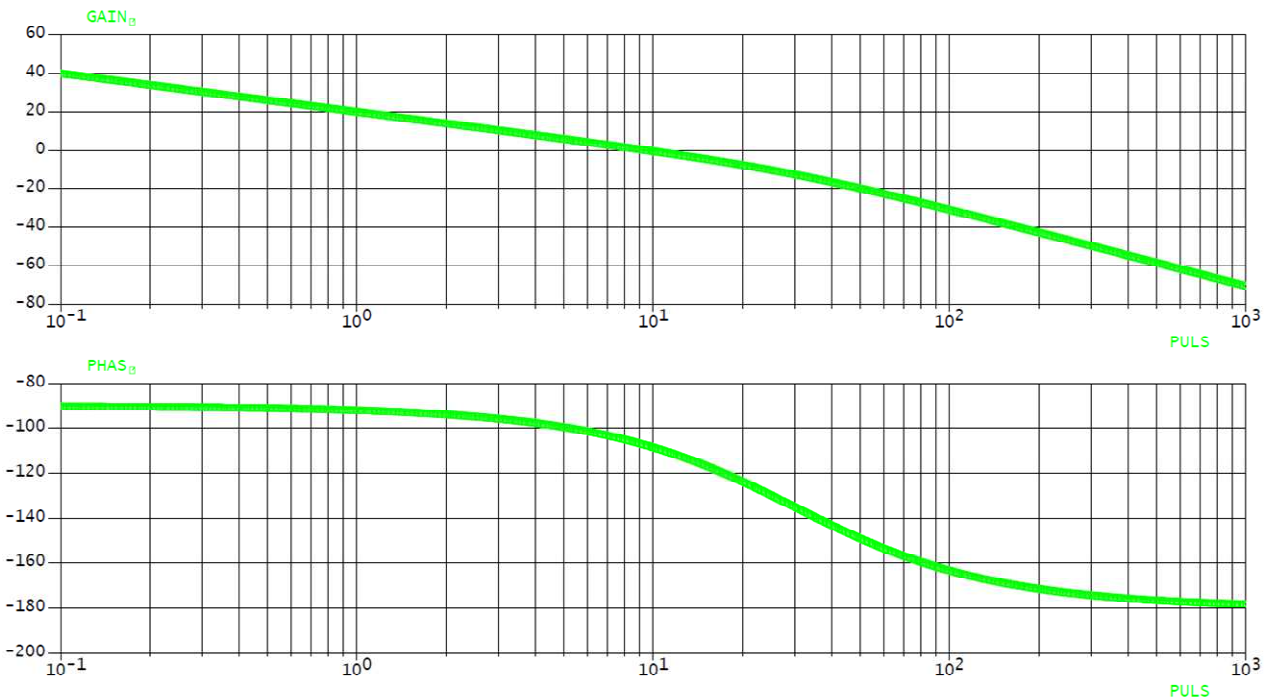
Avec les valeurs numériques des coefficients des différents gains, on peut déterminer la valeur numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte : $FTBO(p) = \frac{10}{p \cdot \left(1 + \frac{1}{30} \cdot p\right)}$.

Q.8. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert en boucle ouverte sur le document réponse 2 en bleu.

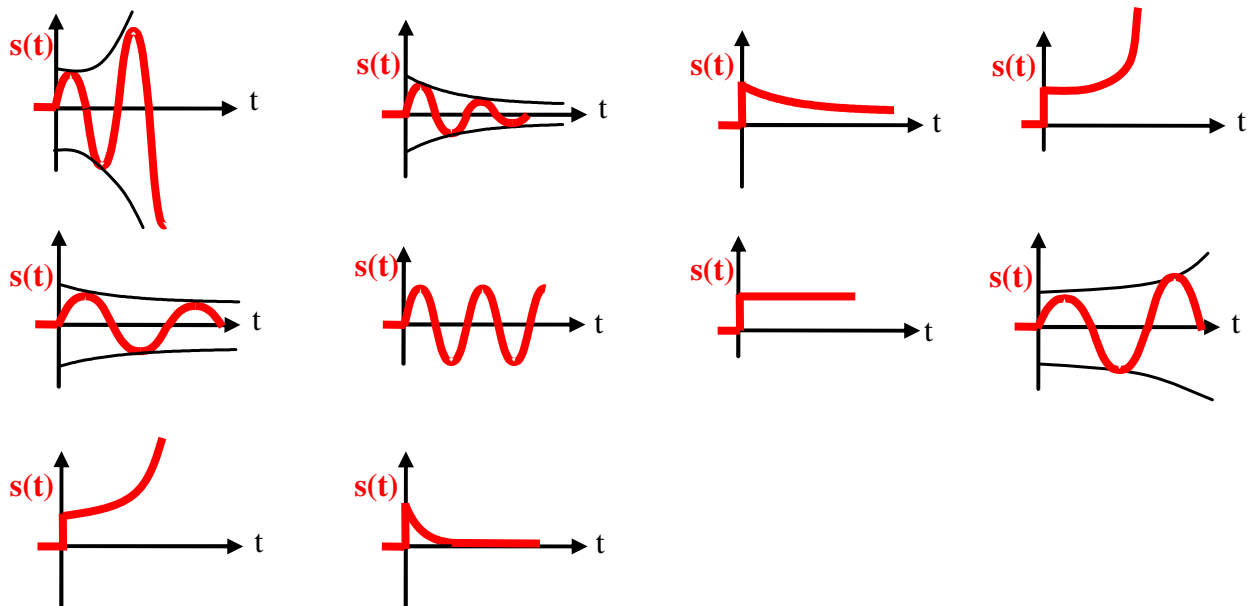
Q.9. Calculer le gain et la phase exacte pour $\omega = 30$ rad/s.

Q.10. On donne document réponse 3 les tracés réels des courbes de gain et de phase de la FTBO. Déterminer la pulsation qui annule le gain puis déterminer la marge de phase du système $M\phi$. Conclure quant à la capacité du système à satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges.

Document réponse 1 :**Document réponse 2 :**

Document réponse 3.**Réponses de systèmes à l'impulsion de DIRAC**

On donne ci-dessous des réponses à l'impulsion de Dirac de plusieurs systèmes.



Q.1. Pour chaque cas déterminer si la réponse est celle d'un système stable, instable ou marginalement stable.

Stabilité à partir des pôles de la FTBF

On donne ci-dessous les pôles des FTBF de plusieurs systèmes.

Système 1 : -1 ; -2

Système 4 : $-2+3j$, $-2-3j$, -2

Système 7 : $-1+j$, $-1-j$

Système 2 : -3, -2, 0

Système 5 : $-j$, j , -1, 1

Système 8 : 2, -1, -3

Système 3 : $-2+j$, $-2-j$, $2j$, $-2j$

Système 6 : -1, +1

Système 9 : -6, -4, 7

Q.1. Pour chaque cas déterminer si le système est stable, instable ou marginalement stable.

Application du critère de Routh

On donne ci-dessous les FTBF de 5 systèmes asservis.

$$H_1(p) = \frac{2}{p^4 + 3p^3 - 3p^2 + 6p + 1}$$

$$H_2(p) = \frac{7}{p^4 + 3p^3 + 3p^2 + 6p + 1}$$

$$H_3(p) = \frac{2p + 3}{p^4 + 5p^3 + 3p^2 + 6p + 1}$$

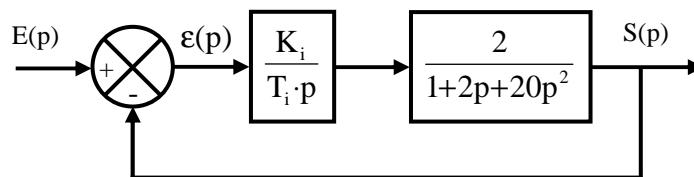
$$H_4(p) = \frac{7p - 1}{p^4 + 5p^3 + 3p^2 + 16p + 1}$$

$$H_5(p) = \frac{2}{p^4 + 3p^3 + 2p^2 + 6p + 1}$$

Q.1. Déterminer, à l'aide du critère de Routh, si les systèmes sont stables.

Application du critère de Routh

On donne le schéma bloc modélisant un système asservi.



Q.1. Déterminer l'expression du gain permettant d'obtenir un système stable.

Application du critère de Routh

On donne ci-dessous les FTBO de 3 systèmes asservis en retour unitaire.

$$G_1(p) = \frac{K}{p \cdot (p + 3) \cdot (p + 4)}$$

$$G_2(p) = \frac{K \cdot (1 + T \cdot p)}{p \cdot (p + 1) \cdot (1 + 0,5 \cdot p)}$$

$$G_3(p) = \frac{K}{p^3 + 5p^2 + 8p + 5}$$

Q.1. Déterminer, à l'aide du critère de Routh, si les systèmes sont stables en boucle fermée et donner les valeurs de K admissibles.

Application du critère du revers

Q.1. On donne ci-dessous les lieux de transferts de plusieurs FTBO. Déterminer, à l'aide du critère du Revers si les systèmes sont stables en BF.

Q.2. Pour les systèmes stables déterminer les marges de gain et de phase.

