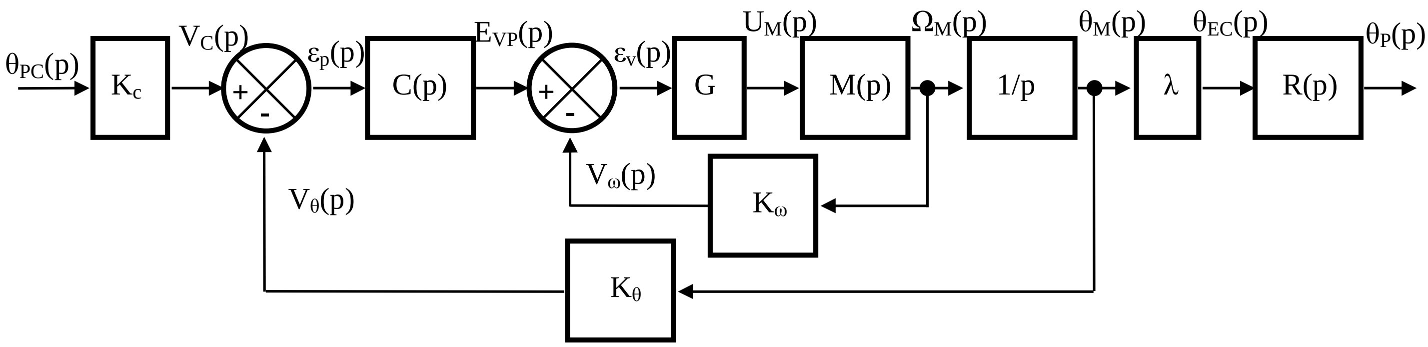
Etude de l'axe d'orientation d'une pince de robot DELTA équipant une cellule de conditionnement – Corrigé

Q.1.



Q.2. On a $\varepsilon_P(p) = V_C(p) - V_\theta(p) = K_c.\theta_{PC}(p) - K_\theta.\theta_M(p) = K_c.\theta_{PC}(p) - K_\theta.\dfrac{\theta_P(p)}{\lambda}$

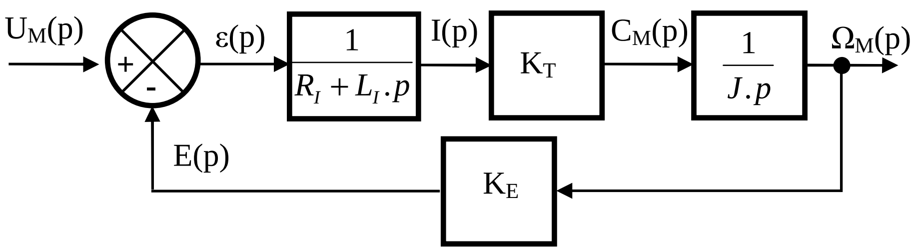
Si $\theta_{PC}(p) = \theta_P(p)$ alors $\varepsilon_P(p) = 0 \rightarrow \boxed{K_c = \dfrac{K_\theta}{\lambda}}$

Q.3. $u_M(t) = e(t) + R_I.i(t) + L_I.\dfrac{d\,i(t)}{dt} \rightarrow U_M(p) = E(p) + R_I.I(p) + L_I.p.I(p)$

$e(t) = K_E.\omega_M(t) \rightarrow E(p) = K_E.\Omega_M(p)$

$J.\dfrac{d\,\omega_M(t)}{dt} = C_M(t) \rightarrow J.p.\,\Omega_M(p) = C_M(p)$

$C_M(t) = K_T.i(t) \rightarrow C_M(p) = K_T.I(p)$

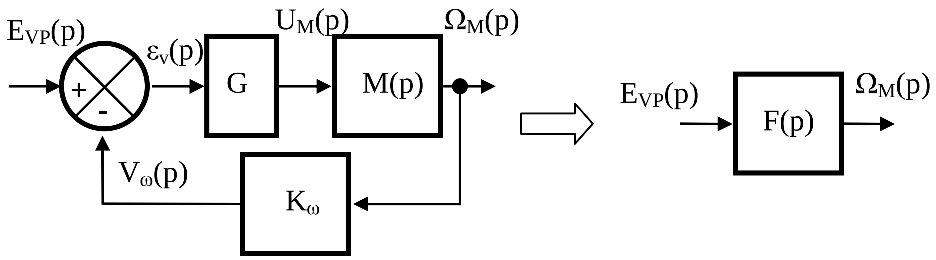


Rappel : la boucle de retour de ce schéma-bloc n'est pas une boucle d'asservissement, elle correspond seulement à la modélisation du MCC

$$M(p) = \frac{\Omega_M(p)}{U_M(p)} = \frac{1}{K_E}.\frac{\dfrac{1}{R_I + L_I.p}.K_T.\dfrac{1}{J.p}.K_E}{1 + \dfrac{1}{R_I + L_I.p}.K_T.\dfrac{1}{J.p}.K_E} = \frac{1}{K_E}.\frac{K_T.K_E}{J.p.(R_I + L_I.p) + K_T.K_E}$$

$$\boxed{M(p) = \frac{1}{K_E}.\frac{1}{\dfrac{J.L_I}{K_T.K_E}.p^2 \dfrac{J.R_I}{K_T.K_E}.p + 1}}$$

Q.4. Etude de la boucle tachymétrique :



→ $t_{5\%}$ minimum pour z = 0,69.

Calcul de la FTBF : F(p) = $\dfrac{1}{K_\omega}.\dfrac{G.K_\omega.M(p)}{1+G.K_\omega.M(p)} = \dfrac{1}{K_\omega}.\dfrac{\dfrac{G.K_\omega}{K_E}.\dfrac{K_T.K_E}{J.p.(R_I+L_I.p)+K_T.K_E}}{1+\dfrac{G.K_\omega}{K_E}.\dfrac{K_T.K_E}{J.p.(R_I+L_I.p)+K_T.K_E}}$

F(p) $= \dfrac{1}{K_\omega}.\dfrac{G.K_\omega.K_T}{J.p.(R_I+L_I.p)+K_T.K_E+G.K_\omega.K_T} = \dfrac{1}{K_\omega}.\dfrac{G.K_\omega.K_T}{J.R_I.p+J.L_I.p^2+K_T.K_E+G.K_\omega.K_T}$

F(p) $= \dfrac{1}{K_\omega}.\dfrac{\dfrac{G.K_\omega.K_T}{K_T.K_E+G.K_\omega.K_T}}{1+\dfrac{J.R_I}{K_T.K_E+G.K_\omega.K_T}.p+\dfrac{J.L_I}{K_T.K_E+G.K_\omega.K_T}.p^2}$

$$\boxed{F(p) = \dfrac{\dfrac{G.K_T}{K_T.K_E+G.K_\omega.K_T}}{1+\dfrac{J.R_I}{K_T.K_E+G.K_\omega.K_T}.p+\dfrac{J.L_I}{K_T.K_E+G.K_\omega.K_T}.p^2} = \dfrac{K}{1+\dfrac{2.z}{\omega_0}p+\dfrac{1}{\omega_0^2}p^2}}$$

Avec : $\dfrac{1}{\omega_0^2} = \dfrac{J.L_I}{K_T.K_E+G.K_\omega.K_T} \rightarrow \boxed{\omega_0 = \sqrt{\dfrac{K_T.K_E+G.K_\omega.K_T}{J.L_I}}}$

$$\frac{2.z}{\omega_0} = \frac{J.R_I}{K_T.K_E+G.K_\omega.K_T} \rightarrow 2.z = \sqrt{\frac{J.R_I^2}{L_I.(K_T.K_E+G.K_\omega.K_T)}} \rightarrow 4.z^2.L_I.(K_T.K_E+G.K_\omega.K_T) = J.R_I^2$$

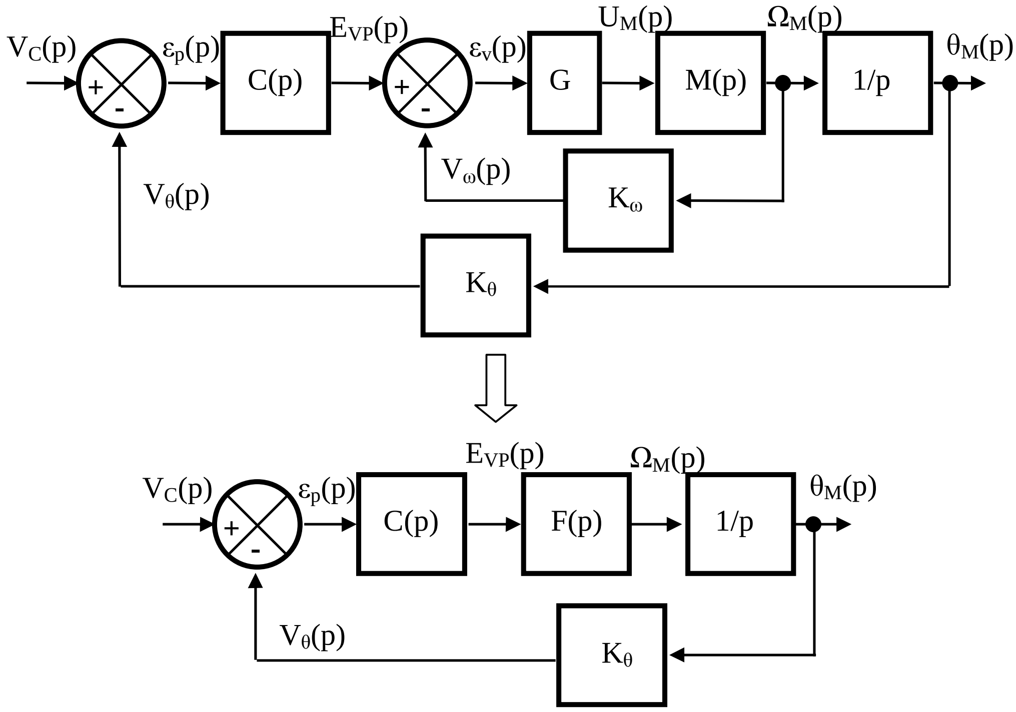
$$\rightarrow G = \frac{J.R_I^2-4.z^2.L_I.K_T.K_E}{4.z^2.L_I.K_\omega.K_T} \rightarrow \boxed{G = \frac{1}{K_\omega}.\left(\frac{J.R_I^2}{4.z^2.L_I.K_T}-K_E\right)}$$

A.N. : $G = \dfrac{1}{0{,}057}.\left(\dfrac{12.10^{-5}\times 1^2}{4.\times 0{,}69^2\times 1{,}65.10^{-3}\times 0{,}137}-0{,}137\right) \rightarrow \boxed{G = 2{,}47}$

Pour z = 0,69 on a $t_{5\%}.\omega_0 = 3$ → $\boxed{t_{5\%} = \dfrac{3}{\sqrt{\dfrac{K_T.K_E+G.K_\omega.K_T}{J.L_I}}}}$

A.N. : $t_{5\%} = \dfrac{3}{\sqrt{\dfrac{0{,}137\times 0{,}137+2{,}47\times 0{,}057\times 0{,}137}{12.10^{-5}\times 1{,}65.10^{-3}}}} \rightarrow \boxed{t_{5\%} = 6{,}8.10^{-3}\ s}$

Q.5. FTBO : $H_B(p) = \dfrac{V_\theta(p)}{\varepsilon_P(p)} = \dfrac{88}{p(10^3 + 3{,}2.p + 5.3.10^{-3}.p^2)}$ pour C(p) = 1 soit :



Gain pur *Intégrateur* *2ème ordre avec z<1 (Δ<0)*

$$H_B(p) = \frac{88.10^{-3}}{p} \cdot \frac{1}{(1 + 3{,}2.10^{-3}.p + 5.3.10^{-6}.p^2)}$$

Le gain pur correspond au gain statique K de F(p) multiplié par K_θ. Le dénominateur du système du 2ème ordre est celui est F(p). Par conséquent la pulsation propre du système du 2ème ordre est $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{K_T.K_E + G.K_\omega.K_T}{J.L_I}} \rightarrow \omega_0 = 439$ rad/s.

On a 0dB pour ω_{co} = 0,088 rd/s

Q.6. Hypothèse : les courbes de gain et de phase seront assimilées à leur tracé asymptotique.

On a 0dB pour ω_{co} = 0,088 rd/s soit une bande passante BP_0 = 0,088 rd/s.

Pour ω_{co} on a une marge de phase M_φ = 90° (système équivalent à un intégrateur pur pour les faibles pulsations)

La phase vaut -180° pour ω_0 = 438 rad/s → -90° de phase de l'intégrateur + -90° de phase du système du second ordre pour la pulsation de cassure (voir réponse harmonique du système du second ordre pour z<1)

Comme on ne considère que la courbe de gain est assimilée à son tracé asymptotique, on considère que pour cette pulsation on a juste un gain pur.

→ le gain pour cette pulsation vaut donc G_{dB}= 20.log $\dfrac{K}{j\omega_0}$ = 20.log (K) – 20.log(ω_0) = -73.95 dB soit M_G = 73.95 dB.

Seul le critère BP_0 du C.d.C.F. n'est pas respecté.

Q.7. Hypothèse : les courbes de gain et de phase seront assimilées à leur tracé asymptotique.

Pour avoir une bande passante BP_0 de 50 rad/s il faut $0{,}088.C_0 = 50 \rightarrow C_0 = 568$.

La marge de phase est toujours de -90°.

Le gain pour cette pulsation vaut donc $G_{dB} = 20.\log \dfrac{K}{\omega_0} = 20.\log(K) - 20.\log(\omega_0) = -18{,}8$ dB soit une marge de gain $M_G = 18{,}8$ dB.