



Ministère de l'Enseignement Supérieur de la Recherche  
Scientifique de la Formation des Cadres

Présidence du Concours National Commun  
Ecole Hassania des Travaux Publics



**CONCOURS NATIONAL COMMUN**  
d'admission dans les Établissements de Formation d'Ingénieurs  
et Établissements Assimilés  
Session 2013

**ÉPREUVE DE PHYSIQUE I**

**Filière MP**

**Durée 4 heures**

Cette épreuve comporte 9 pages au format A4, en plus de cette page de garde  
L'usage de la calculatrice est autorisé

- On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.
- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
- Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.
- Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties de chaque problème sont relativement indépendantes entre elles.

L'épreuve se compose de deux problèmes indépendants.

## Problème I – Etude d'un guide d'onde

### Données :

- Vitesse de la lumière dans le vide :  $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$  ;
- Perméabilité du vide :  $\mu_0 = 4\pi.10^{-7} \text{ S.I.}$  ;
- $\mu_0 \varepsilon_0 c^2 = 1$  ;
- $1 \text{ eV} = 1,6.10^{-19} \text{ J}$
- Equations de Maxwell :  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$  (MG),  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$  (MΦ),  $\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  (MF),  
 $\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$  (MA).

Les ondes électromagnétiques sont susceptibles de se propager dans divers milieux. Ce problème présente une étude du phénomène de guidage de ces ondes dans un guide métallique à section rectangulaire. Un tel guide d'onde sert à transporter une puissance électromagnétique de l'ordre du mégawatt sous forme d'ondes hertziennes dans le domaine des hyperfréquences.

### I. Conducteur parfait

1. Un conducteur parfait est un conducteur dont la conductivité électrique  $\gamma$  est infinie. Que peut-on dire de la puissance dissipée par effet Joule dans un tel conducteur ? Justifier qu'à l'intérieur du conducteur parfait les champs électrique et magnétique sont nuls.
2. On considère une surface  $(\Sigma)$  portant des charges surfaciques de densité  $\sigma$  et parcourue par un courant surfacique de vecteur densité  $\vec{J}_s$  et qui sépare deux milieux (1) et (2). Ces deux milieux ont la permittivité  $\varepsilon_0$  et la perméabilité  $\mu_0$  du vide. On note  $\vec{n}_{1 \rightarrow 2}$  un vecteur unitaire normal à la surface dirigé du milieu (1) vers le milieu (2). Ecrire les relations de passage en un point  $M_0$  de la surface  $(\Sigma)$  entre les champs électromagnétiques  $(\vec{E}_1, \vec{B}_1)$  et  $(\vec{E}_2, \vec{B}_2)$  respectivement dans les

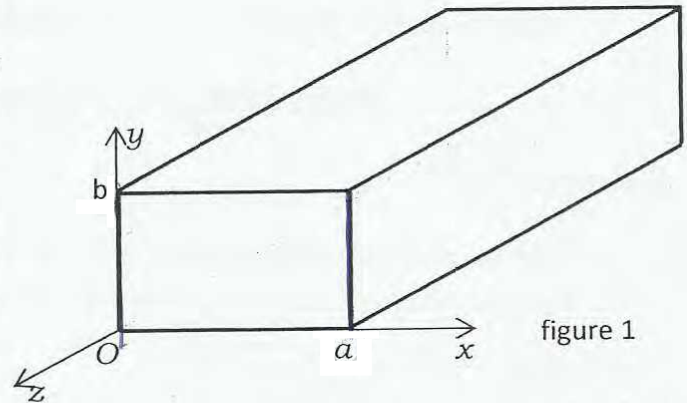


milieux (1) et (2). Que deviennent ces relations si l'on considère que le milieu (1) est un conducteur parfait ?

## II. Propagation d'une onde électromagnétique $TE_{n0}$ dans un guide d'onde rectangulaire

Un guide d'onde rectangulaire (figure 1) est un long tuyau métallique creux dont l'intérieur est un cylindre d'axe  $Oz$  dont la section droite est le rectangle de dimensions  $a$  suivant  $x$  et  $b$  suivant  $y$  ( $a > b$ ) dans un repère orthonormé direct  $R(O, x, y, z)$ . On note  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  la base orthonormée cartésienne.

On fera l'hypothèse simplificatrice, à l'exception dans la question 4, que les parois du guide sont parfaitement conductrices. De plus, l'air dans lequel se propage l'onde à l'intérieur du guide est assimilé au vide.



3. Quel est l'ordre de grandeur de la longueur d'onde  $\lambda$  et de la fréquence  $\nu$  correspondantes aux ondes hyperfréquences ?

4. En pratique, l'essentiel du guide est constitué d'un métal bon marché. Seule la paroi interne est recouverte d'une mince couche d'argent ou d'or, métaux considérés parfaits. Justifier ce choix en calculant l'ordre de grandeur de la profondeur de pénétration du champ électromagnétique dans la couche d'un très

bon conducteur de conductivité  $\gamma$ . On rappelle l'épaisseur de peau  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$ .

5. Justifier pourquoi une onde électromagnétique plane, polarisée rectilignement et arrivant en incidence normale à la surface  $(xOy)$  ne peut pas se propager dans ce guide ?
6. Ecrire les équations de Maxwell dans le guide ( $0 < x < a$ ,  $0 < y < b$ ). En déduire l'équation d'onde vérifiée par le champ électrique dans le guide.

Parmi les structures de champ électromagnétique susceptibles de se propager dans le guide à section rectangulaire, on s'intéresse à celle dite *Transverse-Electrique*  $TE_{n0}$ . Le champ électrique en un point  $M$  à l'intérieur du guide est donné en notation complexe par  $\vec{E}_n(M, t) = E_{0n} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) e^{i(\omega t - kz)} \vec{e}_y$  où  $n$  est un entier définissant le mode de

propagation,  $\omega$  est la pulsation,  $k$  est le module d'onde et  $E_{0n}$  est l'amplitude du champ  $\vec{E}_n(M, t)$

7. Justifier que le champ électrique ci-dessus est celui d'une onde (TE). Décrire sa structure. Quel est son état de polarisation ?
8. Vérifier que le champ  $\vec{E}_n(M, t)$  satisfait l'équation de Maxwell-Gauss dans le guide.
9. Déterminer la relation de dispersion  $k^2 = f(\omega^2)$  dans le guide. Montrer qu'une onde transversale électrique  $TE_{n0}$  ne peut se propager dans le guide étudié que si



sa pulsation est supérieure à une pulsation critique appelée pulsation de coupure  $\omega_c$ . Donner l'expression de  $\omega_c$ . Que se passe-t-il si  $\omega < \omega_c$  ?

10. La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133. Pour construire une horloge atomique, on utilise la fréquence de cette radiation. On fait alors propager dans un guide rectangulaire une onde électromagnétique ayant la fréquence  $\nu_0$  de cette radiation.
- 10.1. Quelle condition doit vérifier la largeur  $a$  du guide pour qu'une onde électromagnétique ayant la fréquence  $\nu_0$  puisse se propager (éventuellement selon plusieurs modes de propagation) dans le guide étudié ?
- 10.2. Quelle condition doit vérifier  $a$  pour que cette onde puisse se propager selon le seul mode  $n=1$  ?
11. Comment interpréter physiquement le phénomène de dispersion dans le guide sachant que l'intérieur du guide est de l'air assimilé au vide ?
12. Pour  $\omega > \omega_c$ , tracer l'allure de la courbe  $k = k(\omega)$ . Commenter.
13. Exprimer la vitesse de phase  $v_\phi$  et la vitesse de groupe  $v_g$  en fonction de  $c$ ,  $\omega$  et  $\omega_c$ . Tracer sur un même graphe l'allure de la courbe  $v_\phi = v_\phi(\omega)$  et celle de la courbe  $v_g = v_g(\omega)$  en fonction de  $\omega$ . Commenter.
14. Déterminer le champ magnétique  $\vec{B}_n(M, t)$  associé à l'onde  $TE_{n0}$  étudiée. Justifier si cette onde est transverse magnétique ?
15. Montrer que le champ électrique  $\vec{E}_n(M, t)$  donné et le champ magnétique  $\vec{B}_n(M, t)$  déterminé sont compatibles avec les relations de passage sur les quatre parois du guide.
16. Déterminer, les densités surfaciques de charge  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  à l'instant  $t$  respectivement sur les parois  $x=0$  et  $x=a$ .
17. Déterminer de même les densités surfaciques de charge  $\sigma_2$  et  $\sigma_4$  respectivement sur les parois  $y=0$  et  $y=b$ .
18. Montrer que les vecteurs densités de courant surfacique sur les parois  $x=0$  et  $x=a$  sont donnés respectivement par  $\vec{J}_{S1} = \frac{n\pi E_{0n}}{\mu_0 a \omega} \sin(\omega t - kz) \vec{e}_y$  et  $\vec{J}_{S3} = (-1)^{n+1} \vec{J}_{S1}$ .
19. Montrer de même que les vecteurs densités de courant surfacique sur les parois  $y=0$  et  $y=b$  sont donnés respectivement par  $\vec{J}_{S2} = J_{S2x} \vec{e}_x + J_{S2z} \vec{e}_z = \frac{E_{0n}}{\mu_0 \omega} \left[ -\frac{n\pi}{a} \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin(\omega t - kz) \vec{e}_x + k \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \cos(\omega t - kz) \vec{e}_z \right]$  et  $\vec{J}_{S4} = -\vec{J}_{S2}$ .
20. Quelle relation existe-t-il entre les dérivées partielles du premier ordre  $\frac{\partial \sigma_2}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial J_{S2x}}{\partial x}$ , et  $\frac{\partial J_{S2z}}{\partial z}$  des densités déterminées ci-dessus ? Quelle est la signification physique de cette relation ? Que peut-on dire des courants sur les parois  $x=0$  et  $x=a$  ?



21. La figure 2 représente à l'instant  $t = 0$  et pour  $n=1$  l'allure des courants surfaciques d'une tranche du guide définie par  $0 < z < \lambda_g = \frac{2\pi}{k}$ . Expliquer pourquoi une telle structure ne serait pas acceptable pour des courants permanents.

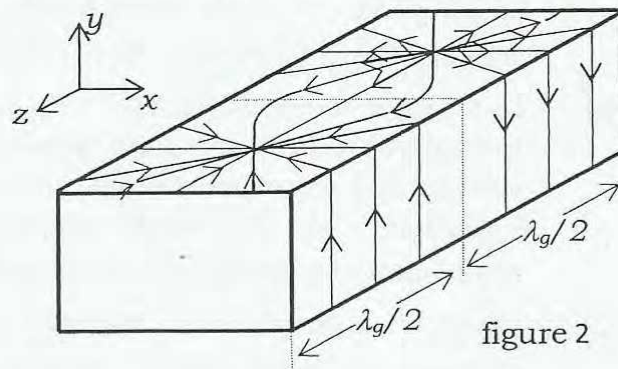


figure 2

22. On pratique une ligne à fente (figure 3) en perçant dans la paroi du guide d'onde une fente étroite de longueur  $5a$  et de largeur  $\frac{a}{10}$  le long de la ligne du courant d'équations  $y = b$  et  $x = \frac{a}{2}$ .

Cette fente permet d'introduire dans le guide d'ondes une très fine et courte antenne, appelée sonde, qui peut être déplacée parallèlement à l'axe Oz.

Quel avantage voyez-vous à percer le guide d'ondes le long de la ligne du courant d'équations  $y = b$  et  $x = \frac{a}{2}$  plutôt qu'ailleurs pour réaliser la ligne à fente ?

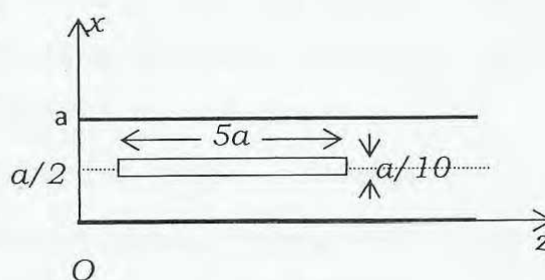


figure 3

On note  $\langle g \rangle$  la moyenne temporelle d'une grandeur  $g$  et  $\bar{g}$  sa moyenne spatiale sur une section droite du guide.

23. Exprimer en fonction de  $E_{0n}$  l'énergie électromagnétique moyenne  $\langle u_{em} \rangle$ .
24. Exprimer les composantes non nulles  $\Pi_x$  et  $\Pi_z$  du vecteur de Poynting  $\vec{\Pi}$  en tout point de l'espace intérieur au guide ainsi que leurs moyennes respectives  $\langle \Pi_x \rangle$  et  $\langle \Pi_z \rangle$ . Vue la structure de l'onde, peut-on prévoir le sens du vecteur de Poynting moyen ?
25. En calculant de deux manières différentes l'énergie électromagnétique  $\delta W_{em}$  qui traverse une section droite du guide pendant l'intervalle de temps  $dt$  avec une vitesse  $\vec{v}_e$ , déduire la vitesse de propagation de l'énergie électromagnétique  $\vec{v}_e$ . Commenter.
26. Si les parois du guide ne sont pas des conducteurs parfaits, quelle en sera la conséquence la plus importante ?

### III. Réflexion et interférences dans un guide hyperfréquence

On ferme le guide d'onde rectangulaire en  $z = 0$  par une lamelle en plastique (appelée charge). Un émetteur produit une onde électromagnétique hyperfréquence de fréquence  $\nu$  et de longueur d'onde dans le vide  $\lambda$  (figure 4). Cette onde est envoyée dans le guide et subit une réflexion sur la charge.



L'onde dans le guide ( $z \leq 0$ ) est la superposition d'une onde incidente se propageant vers les  $z$  croissants et d'une onde réfléchie en sens opposé.

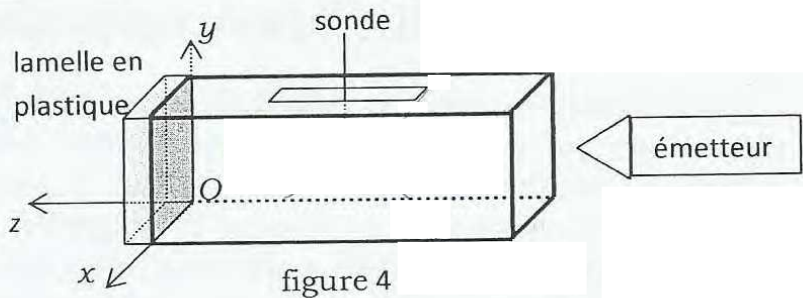


figure 4

Ces deux ondes, incidente et réfléchie, sont toutes deux des ondes  $TE_{10}$  (le guide est supposé monomode à la fréquence  $\nu$  ;  $n=1$ ) dont le champ électrique est parallèle à l'axe  $Oy$ . On écrit pour le champ électrique réel total  $\vec{E}(M, t) = E_y \vec{e}_y = (E'_y + E''_y) \vec{e}_y$

avec, en notation complexe,  $\underline{E}'_y(M, t) = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{i(\omega t - kz)}$  et

$\underline{E}''_y(M, t) = r E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{i(\omega t + kz)}$ .  $E_0$ ,  $\omega$  et  $k$  sont des constantes réelles positives et le nombre complexe  $r = r e^{i\theta}$  ( $0 \leq \theta < 2\pi$ ) est le coefficient complexe de réflexion sur la charge.

**27.** Caractériser l'onde résultante dans le guide.

**28.** En utilisant les résultats des questions précédentes, déterminer la fréquence  $\nu$  en fonction de  $\lambda_g = \frac{2\pi}{k}$ ,  $a$  et  $c$ . Comparer  $\lambda_g$  à la longueur d'onde dans le vide  $\lambda$ . La constante  $\lambda_g$  s'appelle la longueur d'onde dans le guide. Justifier ce nom.

**29.** Une sonde détectrice se déplace suivant  $Oz$  le long de la fente décrite dans la question **22** en restant au centre du guide. Elle produit une tension  $V(z)$  proportionnelle au carré du module du champ électrique complexe :

$$V(z) = A \left| E_y \left( x = \frac{a}{2}, z, t \right) \right|^2, \text{ où } A \text{ est une constante positive.}$$

**29.1.** Déterminer en fonction des constantes  $A$ ,  $E_0$ ,  $\lambda_g$ ,  $r$  et  $\theta$  :

- l'expression de la tension  $V(z)$ ,
- la période  $\Lambda$  de la tension  $V(z)$ ,
- le maximum  $V_M$  et le minimum  $V_m$  de la tension  $V(z)$  ainsi que leurs positions respectives  $z_M$  et  $z_m$ ,
- La différence  $d = |z_M - z_m|$  pour deux extremums successifs.

**29.2.** Etablir l'expression littérale du coefficient  $r$  en fonction de  $\eta = \frac{V_m}{V_M}$ .

Les dimensions du guide d'ondes sont  $a = 22,86 \text{ mm}$  et  $b = 11,43 \text{ mm}$ . Des mesures avec la sonde donnent deux minimums successifs de la tension  $V(z)$  aux distances  $d_{m1} = |z_{m1}| = 48,25 \text{ mm}$  et  $d_{m2} = |z_{m2}| = 71,44 \text{ mm}$  de la charge et un rapport  $\eta = 0,140$ .

**29.3.** Calculer numériquement  $r$ ,  $\lambda_g$ ,  $\nu$  et  $\theta$  (en degrés).

**29.4.** Tracer l'allure la courbe de  $V(z)$  en fonction de  $z$ .

**29.5.** A quoi s'identifie le produit  $\nu \cdot \lambda_g$  ? Calculer et commenter sa valeur numérique.



## Problème II – Spectrogoniomètre à réseau

La spectrométrie est une technique de mesure des longueurs d'ondes correspondant aux raies émises par une source lumineuse. Comme chaque atome (ou chaque molécule) est caractérisé par un ensemble de raies d'émission occupant des positions bien précises dans le spectre, on peut donc déterminer la composition chimique d'une source à partir de l'analyse de la lumière qu'elle émet : ceci est réalisé couramment en astrophysique pour connaître les éléments qui constituent certaines étoiles.

On s'intéresse dans ce problème à l'étude des deux aspects, théorique et expérimental, du spectrogoniomètre à réseau.

### I. Goniomètre

Un goniomètre est essentiellement constitué d'un plateau horizontal circulaire gradué en demi-degré de 0 à 359° autour duquel peuvent se déplacer un collimateur et une lunette de visée. Un vernier comportant 30 divisions sur 0,5 degré permet de faire une lecture à la minute d'arc près. Il est utilisé dans le repérage des positions angulaires de la lunette de visée, depuis une direction arbitraire de référence.

Les rayons issus du collimateur traversent un système dispersif (le réseau), placé au centre avant d'être recueillis par la lunette qui en donne une image à l'infini.

Toutes les lentilles constituant la lunette et le collimateur sont supposées minces, achromatiques et sont éclairées dans les conditions de Gauss.

1. A quoi sert un goniomètre ?

2. Expliquer le terme "achromatique". Pourquoi utilise-t-on des lentilles achromatiques dans un spectromètre ?

3. La lunette de visée permet de repérer un rayon émergent ou réfléchi par le système dispersif et de mesurer son angle de manière précise à l'aide du vernier. Elle est constituée des éléments suivants :

- un objectif : c'est une lentille convergente ( $L_1$ ) de distance focale  $f'_1 = 130 \text{ mm}$ , de foyer image  $F'_1$ , de centre  $O_1$  et fixe dans un tube. Il donne de l'objet observé ou pointé une image intermédiaire.
- un oculaire : c'est un doublet de lentilles convergentes non accolées que l'on modélisera par une lentille convergente ( $L_2$ ) de vergence  $V_2 = 25 \delta$ , de foyer objet  $F_2$  et de centre  $O_2$ . L'oculaire permet l'observation « à la loupe » de l'image intermédiaire.
- un réticule  $R$  (deux fils croisés à angle droit), placé entre l'objectif et l'oculaire. Un tambour de réglage permet de le superposer à l'image intermédiaire.

3.1. Expliquer les qualificatifs « objectif » et « oculaire ».

3.2. Une lunette est réglée si elle est rendue afocale. Donner l'intérêt de ce réglage pour un œil emmétrope et expliquer brièvement les étapes de ce réglage. Calculer l'encombrement total  $O_1O_2$  de la lunette réglée.

3.3. Faire un schéma de principe de la lunette réglée. Tracer sur ce schéma la marche à travers la lunette d'un faisceau de lumière faisant angle  $\theta$  avec l'axe optique de celle-ci. On note  $\theta'$  l'angle que font les rayons émergents de la lunette avec son axe optique. Exprimer le grossissement  $G = \frac{\theta'}{\theta}$  de la lunette et calculer sa valeur numérique.

4. Le collimateur est un système optique constitué d'un objectif (lentille convergente de distance focale  $f'_c = 170 \text{ mm}$ ) et d'une fente dont la largeur est réglable. Un



tambour de réglage permet de faire varier la distance entre la fente source et l'objectif. Le collimateur est éclairé à travers sa fente par la source étudiée.

4.1. Préciser le rôle du collimateur.

4.2. Le réglage du collimateur consiste à amener la fente au foyer objet de l'objectif. On utilise pour cela une lunette préalablement réglée à l'infini. Expliquer brièvement les étapes du réglage du collimateur.

Dans la suite, on suppose que la lunette et le collimateur sont réglés à l'infini.

## II. Réseau par transmission éclairé par un faisceau parallèle

Un réseau ( $\mathcal{R}$ ) plan par transmission de largeur utile  $L$  est constitué de  $N$  fentes fines transparentes gravées sur un support en verre. Les fentes sont équidistantes de  $a$  (pas du réseau) et parallèles à l'axe  $Oy$  perpendiculaire au plan de la figure 1. Le réseau comporte  $n'$  fentes (par  $mm$ ) et plonge dans l'air dont l'indice sera pris égal à 1.

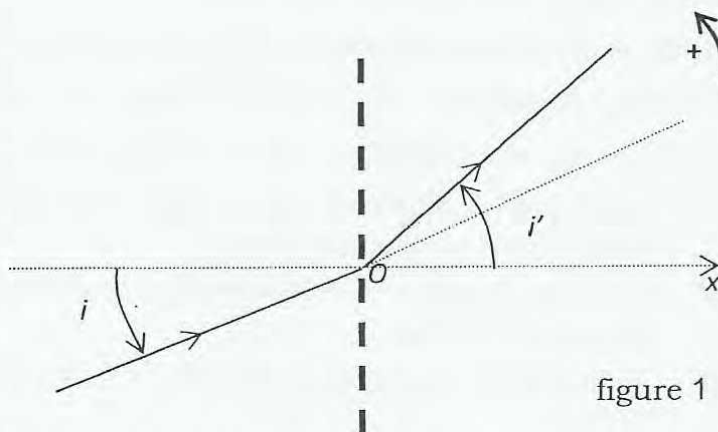


figure 1

Le réseau repose sur la platine d'un spectrogoniomètre entre le collimateur et la lunette. La fente du collimateur, supposée infiniment fine et parallèle aux fentes du réseau, est éclairée par une source de lumière de longueur d'onde dans le vide  $\lambda$ . Le système optique est centré autour de l'axe horizontal  $Ox$  perpendiculaire au plan du réseau et est éclairé dans les conditions de Gauss.

On désigne par  $i$  l'angle d'incidence des rayons lumineux sur le réseau, par  $i'$  leur l'angle de diffraction et par  $p$  l'ordre d'interférence du maxima de lumière observé.

### 5. Relation fondamentale

5.1. Représenter soigneusement sur un schéma la marche de deux radiations lumineuses à travers le collimateur, le réseau et la lunette lorsque le réglage est réalisé. On suppose que la source est monochromatique.

5.2. Représenter soigneusement sur un schéma la marche de deux radiations incidentes sortant du collimateur et diffractées par deux fentes consécutives. Déterminer l'expression de la différence de phase  $\varphi$  entre ces deux radiations consécutives. Cette différence de phase est-elle conservée après la traversée de l'objectif de la lunette ? Pourquoi ?

5.3. Démontrer que les radiations diffractées interfèrent constructivement suivant certaines directions d'angle  $i'_p$  que l'on exprimera en fonction de  $a$ ,  $\lambda$  et de l'ordre  $p$ . Commenter physiquement cette relation. Justifier qualitativement que le réseau est un système dispersif.

5.4. Donner l'allure de l'intensité lumineuse dans le plan focale image de l'objectif de la lunette. On supposera la valeur de  $n'$  très grande. En pratique, cette intensité n'est pas la même dans les différents ordres. Donner une explication en quelques lignes.

### 6. Minimum de déviation

6.1. Déterminer l'angle de déviation  $D$  entre la radiation incidente et la radiation diffractée correspondant au maxima de diffraction d'ordre  $p$ .



**6.2.** Montrer que lorsqu'on tourne le réseau autour d'un axe parallèle aux fentes et pour un ordre  $p$  donné, la déviation  $D$  passe par un minimum  $D_m$  pour  $i'_{pm} = -i_m$ . Exprimer  $D_m$  en fonction de  $i'_{pm}$ , puis en fonction de  $p$ ,  $\lambda$  et  $a$ .

**6.3.** Représenter sur un schéma les positions relatives du réseau, des rayons incidents et émergents correspondant au réglage du minimum de déviation pour un ordre  $p$  donné et une longueur d'onde donnée.

## 7. Mesure du pas du réseau et d'une longueur d'onde

On éclaire la fente du collimateur par une lampe à vapeur de mercure. La lunette d'observation vise dans la direction  $i'_p$  des maxima de chacune des raies de longueur d'onde  $\lambda$  du spectre d'ordre  $p$ . Pour le spectre d'ordre 2, on mesure avec le réseau ( $\mathcal{R}$ ) la déviation minimale  $D_{mi} = 30^\circ 19'$  pour la radiation indigo de longueur d'onde  $\lambda_i = 435,8 \text{ nm}$  et la déviation  $D_{mv} = 38^\circ 36'$  pour la raie verte de longueur d'onde  $\lambda_v$ .

**7.1.** Expliquer la démarche pour chercher expérimentalement le minimum de déviation de la lumière dans un réseau.

**7.2.** Calculer le pas  $a$  du réseau ( $\mathcal{R}$ ). En déduire le nombre  $n'$  de fentes par millimètre du réseau utilisé.

**7.3.** Déterminer la longueur d'onde  $\lambda_v$  de la raie verte du mercure.

Dans toute la suite, on prendra  $n' = 600$  fentes/mm.

## 8. Pouvoir dispersif

On désire fabriquer un spectromètre avec un bon système dispersif. Hésitant entre le prisme et le réseau, on cherche à comparer le pouvoir dispersif de ces deux systèmes.

La dispersion d'un spectromètre conditionne son aptitude à séparer des longueurs d'onde très voisines. Le pouvoir dispersif angulaire se mesure par le taux de variation de la déviation avec  $\lambda$  au voisinage de la déviation minimale. On éclaire la fente du collimateur par une lumière polychromatique et on règle le système dispersif au minimum de déviation.

**8.1.** Le prisme ( $\mathcal{P}$ ) d'angle  $A = 60^\circ$  est taillé dans un verre dont l'indice de réfraction suit la loi de Cauchy :  $n_p(\lambda) = C_1 + \frac{C_2}{\lambda^2}$  avec  $C_1 = 1,652$  et  $C_2 = 1,50 \cdot 10^{-2} \mu\text{m}^2$ ,  $\lambda$  étant exprimé en  $\mu\text{m}$ .

Etablir, au voisinage d'une longueur d'onde  $\lambda$ , l'expression du pouvoir dispersif angulaire  $P_p = \left| \frac{dD_m}{d\lambda} \right|$  de ce prisme en fonction de  $C_2$ ,  $A$ ,  $\lambda$  et  $n_p$ . On rappelle la

déviation minimale  $D_m$  d'un prisme d'angle  $A$  et d'indice de réfraction  $n_p$  :

$$\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right) = n_p \sin\left(\frac{A}{2}\right).$$

A.N. Calculer  $P_p$  en  $\text{rad} \cdot \text{nm}^{-1}$  pour une radiation de longueur d'onde  $\lambda = 589,3 \text{ nm}$ .

**8.2.** Etablir, au voisinage d'une longueur d'onde  $\lambda$ , l'expression du pouvoir dispersif angulaire  $P_R = \left| \frac{dD_m}{d\lambda} \right|$  du réseau ( $\mathcal{R}$ ) de pas  $a$  en fonction de  $n'$ ,  $\lambda$  et de l'ordre  $p$ .

Comment varie  $P_R$  en fonction de  $n'$  et de  $p$ .

A.N. Calculer  $P_R$  en  $\text{rad} \cdot \text{nm}^{-1}$  pour une radiation de longueur d'onde  $\lambda = 589,3 \text{ nm}$  et pour l'ordre 1.

**8.3.** Comparer les performances du prisme avec celle du réseau.



**9. Cas d'une source bichromatique**

La fente du collimateur est maintenant éclairée par une lampe à vapeur de sodium. La lumière émise par cette source est constituée de deux radiations de longueurs d'onde très voisines  $\lambda_1$  et  $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$  ( $\Delta\lambda \ll \lambda_1$ ). On suppose que le réseau ( $\mathcal{R}$ ) est réglé de façon à recevoir la lumière issue du collimateur sous une incidence coïncidant avec le minimum de déviation pour ces deux radiations.

Pour l'ordre deux, on repère pour la radiation de longueur d'onde  $\lambda_1$  les deux positions symétriques correspondant au minimum de déviation. L'écart angulaire entre ces deux positions est  $\alpha = 82^\circ 47'$ .

**9.1.** Faire un schéma de principe décrivant cette expérience.

**9.2.** Calculer la longueur d'onde  $\lambda_1$ .

**9.3.** L'axe de la lunette est confondu avec le rayon correspondant au minimum de déviation de  $\lambda_1$ . La trace de la radiation  $\lambda_2$  dans le plan focal image de l'objectif de la lunette est décalé d'une distance  $d = 0.10 \text{ mm}$ . Exprimer la distance  $d$ . Calculer alors  $\Delta\lambda$  et  $\lambda_2$ .

**10. Application : spectre et composition d'une étoile**

**10.1.** Proposer un montage expérimental permettant d'enregistrer le spectre d'une étoile sur une plaque photographique ou une barrette CCD.

Véga est une des étoiles les plus brillantes du ciel, de couleur bleutée. Elle s'observe facilement l'été dans la constellation de la lyre. Son profil spectral présente des minima (raies noires) sur un fond continu identique au spectre obtenu par décomposition de la lumière blanche. D'autre part, l'étoile Véga émet le plus d'intensité lumineuse pour la longueur d'onde  $\lambda_{\text{max}} = 304 \text{ nm}$ .

**10.2.** Définir ce qu'est un spectre d'émission, d'absorption.

**10.3.** L'étoile Véga possède-t-elle une atmosphère ? Justifiez.

**10.4.** Expliquer la différence de nature entre le spectre de l'étoile et celui des atomes.

**10.5.** Dans quel domaine de longueur d'onde se situe  $\lambda_{\text{max}}$  ? Pourquoi cette étoile nous apparaît-elle bleutée ?

**10.6.** En utilisant la loi de déplacement de Wien, calculer la température effective de surface de l'étoile Véga.

En 1879, William Huggins a utilisé le spectre de Véga pour commencer une classification des étoiles selon leur température de surface. Le tableau ci-dessous en donne un extrait. On donne aussi les longueurs d'onde du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène et celui de l'hélium.

type d'étoile	température de surface ( $^\circ\text{C}$ )	raies présentes dans le spectre
A	20 000 à 10 000	Hélium – hydrogène
B	10 000 à 7000	hydrogène

	$\lambda \text{ (nm)}$					
H	397	410	434	486	656	
He	402	447	502	587	668	706

**10.7.** On observe entre autres trois minima de l'intensité spectrale. Les longueurs d'onde correspondantes sont :  $\lambda'_1 = 656,37 \text{ nm}$ ,  $\lambda'_2 = 486,14 \text{ nm}$  et  $\lambda'_3 = 434,13 \text{ nm}$ . Ces raies font-elles partie de la série de Balmer du spectre de l'atome d'hydrogène ? On rappelle que les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation :  $E_n(\text{eV}) = -\frac{13,6}{n^2}$  où  $n$  est un entier et on donne la constante de

Rydberg  $R_H = 10979708,01 \text{ m}^{-1}$ .

**10.8.** Véga est-elle une étoile de type A ou B ?

**10.9.** Le spectre de l'étoile Véga présente d'autres raies noires autres que les trois mentionnées dans la question **10.7**. Expliquer pourquoi.