

# TD T2 : Second principe de la thermodynamique

## Questions de cours à savoir refaire

### Second principe de la thermodynamique

Notion de transformation réversible ou irréversible. Énoncé du second principe  $\Delta S = S_{\text{éch}} + S_{\text{cr}}$  où  $S$  est la fonction d'état entropie. Expression de l'entropie échangée  $S_{\text{éch}} = Q/T_{\text{surf}}$ . Signe de l'entropie créée  $S_{\text{cr}}$  et réversibilité de la transformation.

### Expressions de l'entropie des GP et des PCII (à fournir d'après le programme)

Pour un GP de rapport  $\gamma$ ,  $S(n, T, V) = \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nR \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0$  où  $(T_0, V_0)$  sont des références et  $S_0 = S(n, T_0, P_0)$ . Expressions  $S(n, T, P)$  et  $S(n, P, V)$  en utilisant la loi des GP.

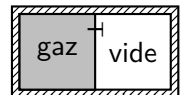
Pour une PCII de capacité thermique molaire  $C_m$ ,  $S(n, T) = nC_m \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + S_0$  où  $S_0 = S(n, T_0)$ .

Loi de LAPLACE  $PV^\gamma = \text{cste} \Leftrightarrow TV^{\gamma-1} = \text{cste} \Leftrightarrow T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{cste}$  au cours d'une transformation isentropique.

### 1 Détente de Joule-Gay Lussac

Un récipient aux parois athermanes est composé de deux parties de volume identique  $V_0$  communiquant par un robinet. Initialement, seul la partie de gauche est occupée par  $n = 1$  mol d'un GP de rapport  $\gamma = 1,4$  à la température  $T_0$ , le robinet étant fermé et la partie de droite vide. On ouvre le robinet sans fournir de travail au gaz puis on attend que l'équilibre thermodynamique se fasse.

- À l'aide du 1<sup>er</sup> principe, déterminer l'état d'équilibre final.
- En déduire l'expression de l'entropie créée et calculer sa valeur numérique. Conclure.



### 2 Choc thermique isochore ou monobare d'un gaz

On considère  $n = 1$  mol de GP de rapport  $\gamma = 1,4$  dans une enceinte rigide, fermée par un piston sans masse, de section  $S$  et éventuellement mobile. On note  $(T_0, P_0, V_0)$  l'état initial. À l'instant initial, on met le système en contact avec un thermostat à  $T_e \neq T_0$  et  $P_e$ . Déterminer si les transformations suivantes sont réversibles ou non. On caractérisera l'état final, le travail reçu par le système, le transfert thermique  $Q$  et la variation d'entropie  $\Delta S$ .

- Dans une 1<sup>ère</sup> expérience, le piston est maintenu fixe.
- Dans une 2<sup>nde</sup> expérience, le piston est libre de se déplacer et  $P_0 = P_e$ .

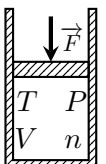
### 3 Compression adiabatique brusque ou réversible d'un GP

On considère  $n = 1$  mol de GP de rapport  $\gamma = 1,4$  dans une enceinte rigide, fermée par un piston vertical sans masse, de section  $S$  et mobile sans frottements. Le système est initialement à la température  $T_0$  et à la pression  $P_0$ , pression de l'atmosphère. On suppose que l'enceinte et le piston sont calorifugés. Dans une 1<sup>ère</sup> expérience, on applique une force  $F_0$  constante sur le piston, suffisante pour qu'il se déplace de façon brusque.

- Déterminer l'état final du système à l'aide du 1<sup>er</sup> principe.
- En déduire l'entropie créée lors de la transformation. Conclure.

Dans une 2<sup>nde</sup> expérience, on applique une force dont l'intensité augmente progressivement jusqu'à atteindre la même valeur  $F_0$ . La transformation est suffisamment lente pour être considérée réversible.

- À l'aide de la loi de LAPLACE, déterminer l'état final du système. Comparer à la première expérience.



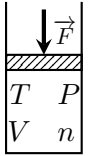
## 4 Compression monotherme ou isotherme d'un GP

On considère  $n = 1$  mol de GP de rapport  $\gamma = 1,4$  dans une enceinte rigide, fermée par un piston vertical sans masse, de section  $S$  et mobile sans frottements. L'enceinte est diathermane (pas calorifugée). Le système est initialement à l'équilibre avec l'extérieur, thermostat à  $T_0$  et pressostat à  $P_0$ . Dans une 1<sup>ère</sup> expérience, on applique une force  $F_0$  constante sur le piston, suffisante pour qu'il se déplace de façon brusque.

1. Déterminer l'état final du système et le transfert thermique reçu.
2. En déduire l'entropie créée lors de la transformation. Conclure.

Dans une 2<sup>nd</sup>e expérience, on applique une force dont l'intensité augmente progressivement jusqu'à atteindre la même valeur  $F_0$ . La variation est assez lente pour que considérer la transformation mécaniquement réversible et isotherme.

3. Reprendre les questions précédentes et comparer les résultats.



## 5 Chauffage par effet Joule

On considère une masse  $m$  d'eau, de capacité thermique massique  $c_{\text{eau}} = 4,18 \cdot 10^3 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ , et de température  $T_i$ , contenue dans un récipient calorifugé que l'on chauffe à l'aide d'une résistance  $r = 10 \Omega$  (de masse nulle), alimentée par un courant électrique continu  $I = 1 \text{ A}$  pendant une durée  $\tau$ .

1. Établir l'expression de la température finale.
2. En déduire l'expression de l'entropie créée.

## Exercices

## 6 Contact thermique et égalisation des températures (\*)

Deux corps solides de volume constant sont mis en contact thermique, leurs températures initiales valant respectivement  $T_1$  et  $T_2$ . Ils sont supposés isolés de l'extérieur et on considère que le corps 1 possède une capacité thermique  $C_1$ . On attend l'équilibre final.

Calculer la variation d'entropie, l'entropie échangée et l'entropie créée de l'ensemble dans le cas où le second corps possède une capacité thermique  $C_2$  puisque lorsqu'il s'agit d'un thermostat à  $T_2 = \text{cste}$  ( $\simeq C_2 = +\infty$ ).

## 7 Mélange de deux gaz parfaits (\*\*)

Un récipient rigide, parfaitement isolé thermiquement de l'extérieur, est composé de deux compartiments (1) et (2) séparés par une paroi calorifugée. Initialement, chaque compartiment contient du gaz parfait. Les deux gaz sont différents mais possèdent le même rapport  $\gamma$  des capacités thermiques. On note  $n_k$ ,  $P_k$  et  $T_k$  le nombre de moles, la pression et la température du compartiment  $k$ . À l'instant initial, on enlève rapidement la paroi séparant les deux compartiments sans fournir de travail.

1. Calculer la température finale du mélange qu'on considèrera comme un gaz parfait.
2. Exprimer la pression finale  $P_f$  du mélange en fonction des données initiales.
3. Calculer les pressions partielles finales  $P_{f,k}$  de chaque gaz  $k$ , pression que le gaz aurait si il était seul, en fonction de  $P_f$  et des  $n_k$ .
4. Montrer que la variation d'entropie du système constitué par les deux gaz, avec  $n_1 = n_2 = n$ , vaut 
$$\Delta S = n \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_f^2}{T_1 T_2} + n R \ln \frac{P_1 P_2}{P_f^2} + 2n R \ln 2.$$
 Indication : utiliser l'additivité de l'entropie.
5. Que se passe-t-il si les deux gaz sont identiques et dans le même état initial :  $P_1 = P_2 = P_0$  et  $T_1 = T_2 = T_0$  ? Le résultat semble-t-il physiquement cohérent ?

## 8 Cycle monotherme (\*\*)

Une mole de gaz parfait ( $\gamma = 1,4$ ) subit une succession cyclique de transformations :

— détente isotherme de ( $P_A = 2 \text{ bar}$ ,  $T_A$ ) à ( $P_B = 1 \text{ bar}$ ,  $T_B$ ) en contact avec un thermostat à  $T_0 = 300 \text{ K}$ ,

- compression isobare jusqu'à  $V_C = 20,5 \text{ L}$  en contact avec un thermostat à  $T_0 = 300\text{K}$  mais sans équilibre thermique,
- compression adiabatique réversible jusqu'à l'état  $A$ .

1. Représenter ce cycle dans le diagramme de Clapeyron. Le cycle est-il moteur ou récepteur ?
2. Déterminer l'entropie créée entre  $A$  et  $B$ .
3. Calculer la température en  $C$  sachant que l'équilibre thermique avec le thermostat n'est pas établi. Calculer le travail  $W_{BC}$  puis le transfert thermique  $Q_{BC}$  reçus par le gaz le long de la transformation  $BC$ .
4. En déduire l'entropie échangée avec le thermostat ainsi que l'entropie créée.
5. Calculer la valeur de l'entropie créée au cours du cycle. Le cycle est-il possible ? Et le cycle inverse ?

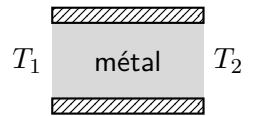
## 9 Expression de l'entropie d'un gaz parfait (\*\*)

On considère une quantité  $n$  de gaz parfait de coefficient  $\gamma$ .

1. En appliquant le premier et le second principe à une transformation infinitésimale réversible, montrer que l'on peut écrire la variation d'énergie interne sous la forme  $dU = TdS - PdV$ . En déduire que  $dH = TdS + VdP$ .
2. En écrivant d'une autre manière la variation  $dU$  de l'énergie interne en fonction de  $dT$  pour un gaz parfait, établir l'expression de la variation d'entropie  $dS$  en fonction de  $dT$  et de  $dV$ .
3. Intégrer cette expression pour une transformation macroscopique de  $T_i$  à  $T_f$  et de  $V_i$  à  $V_f$  et retrouver l'expression de l'entropie du cours.
4. Retrouver la loi de Laplace  $TV^{\gamma-1} = \text{cste}$  pour une transformation isentropique ( $dS = 0$ ).

## 10 Résistance thermique (\*\*)

On considère un cylindre métallique homogène, de longueur  $L$  et de section  $S$ , dont les deux extrémités, notées (1) et (2), sont maintenues à des températures constantes  $T_1$  et  $T_2$  avec  $T_1 > T_2$ . La paroi latérale de forme cylindrique est calorifugée de sorte qu'aucun transfert thermique n'a lieu latéralement.



Après un régime transitoire (que l'on n'étudiera pas ici), la température en chaque point du cylindre ne varie plus avec le temps : on parle de régime stationnaire. On constate alors expérimentalement que la puissance thermique qui transite de la face (1) à la face (2) s'écrit  $\Phi = \frac{T_1 - T_2}{R_{th}}$  où  $R_{th}$  est appelée résistance thermique du cylindre. On se place dans la suite en régime stationnaire établi.

1. Sachant que  $T(x=0) = T_1$ ,  $T(x=L) = T_2$  et que la température suit une loi linéaire, établir l'expression de  $T(x)$ .
2. Quelle est la variation d'entropie du cylindre au cours d'un intervalle de temps  $\Delta t$  ?
3. Exprimer le terme d'échange  $S_{ech}$ . On portera attention au choix du système thermodynamique et à la surface extérieure le délimitant.
4. En déduire la valeur de l'entropie créée par unité de temps et le signe de la résistance thermique.
5. Par analogie avec la loi d'OHM, déterminer l'équivalent thermique de la différence de potentiel et du courant électrique puis justifier l'appellation de la résistance thermique. Quelle est la dimension de  $R_{th}$  ?

## 11 Compression monotherme quasi-statique et réversibilité (\*\*\*)

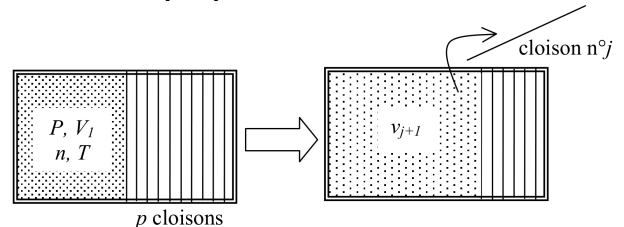
Un cylindre diathermane, d'axe vertical et de section  $S$ , est fermé par un piston de masse  $M$ . Le cylindre contient initialement une quantité  $n$  de diazote à la température ambiante  $T_0$ . On note  $P_0$  la pression atmosphérique et on assimilera l'azote à un gaz parfait diatomique ( $\gamma = 1,4$ ). On négligera les frottements du piston sur le cylindre.

On souhaite réaliser une compression quasi-statique du gaz en ajoutant progressivement une surcharge de masse totale  $m$ . Pour ce faire, on dépose successivement  $p \gg 1$  petites masselottes identiques  $\mu = m/p$ , en attendant à chaque fois que les équilibres thermique et mécanique s'établissent avant d'ajouter la masselotte suivante. On passe ainsi par une suite d'états d'équilibre thermodynamique proches. Lorsqu'on dépose la  $j$ -ème masse,  $j-1$  masses sont déjà sur le piston. On notera  $x_j = \frac{\mu g}{(M + (j-1)\mu)g + P_0 S}$ . Puisque  $p \gg 1$ ,  $x_j \ll 1$ .

1. Déterminer la pression  $P_j$  et la température  $T_j$  à l'équilibre lorsque  $j$  masselottes ont été posées.
2. Exprimer l'entropie créée  $S_{cr,j}$  lors de la transformation infinitésimale  $(j-1) \Rightarrow j$  correspondant à l'ajout de la  $j$ -ème petite masse  $\mu$ , alors que  $j-1$  masses sont déjà posées.
3. À l'aide d'un développement limité de  $S_{cr,j}$  au second ordre en  $x_j$ , établir que  $S_{cr,j} \simeq nR \frac{x_j^2}{2}$
4. Exprimer l'entropie créée totale  $S_{cr,tot}$  sous la forme d'une somme. En remarquant que  $x_j \leq x_1$ , déterminer une majoration de l'entropie totale créée en fonction de  $n$ ,  $R$ ,  $p$  et  $x_1$ .
5. Vers quelle valeur tend l'entropie créée lorsque  $p$  tend vers l'infini ? Commenter.

## 12 Détentes de Joule-Gay Lussac quasi-statique et réversibilité (\*\*)

On considère un récipient ayant des parois rigides et adiabatiques. Ce compartiment est initialement séparé en deux parties. La partie de gauche du compartiment, de volume  $V_1$ , contient initialement  $n$  mol de gaz parfait à la température  $T_0$ . Le reste du récipient, de volume  $V_2 = p\delta V$ , est subdivisé en  $p$  petits compartiments de volumes  $\delta V$  séparés par  $p$  cloisons.



On souhaite réaliser une détente de JOULE-GAY LUSSAC quasi-statique en augmentant le volume occupé par le gaz par petites quantités  $\delta V$ . On enlève pour cela une à une les cloisons séparant les compartiments. On attend à chaque fois le retour à l'équilibre avant d'enlever une nouvelle cloison : le gaz est alors à chaque instant dans un état infiniment proche d'un état d'équilibre thermodynamique.

1. Montre que la température du gaz ne varie pas lors d'une détente infinitésimale.
2. Exprimer l'entropie créée  $S_{cr,j}$  lors de la suppression de la  $j$ -ème cloison, en fonction de  $n$ ,  $R$ ,  $\delta V$  et du volume  $V_j$  occupé par le gaz avant d'enlever la cloison  $j$ .
3. En déduire l'entropie créée totale  $S_{cr,tot}$  après la suppression de toutes les cloisons en fonction de  $n$ ,  $R$ ,  $V_1$  et  $V_2$ .
4. Comparer le résultat précédent à celui obtenu pour la détente de JOULE-GAY LUSSAC classique. A-t-on rendu la transformation réversible en procédant de façon quasi statique ?

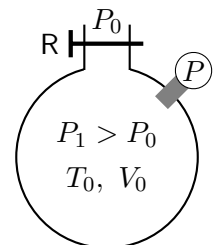
## 13 Entrée de gaz dans un récipient (\*\*)

On considère un récipient vide, de volume  $V_0$ , dont les parois sont calorifugées. On perce un trou dans la paroi de sorte que de l'air ambiant (pression  $P_0$  et température  $T_0$ ) y pénètre de façon adiabatique (très rapidement).

1. Déterminer la température finale  $T_f$  de l'air à l'intérieur du récipient.
2. Déterminer l'entropie créée. Conclure.

## 14 Expérience de Clément et Desormes (\*\*\*)

Un ballon de volume  $V_0 = 10$  L contient un gaz que l'on supposera parfait, à la température ambiante  $T_0 = 295$  K et sous une pression  $P_1$  supérieure à la pression atmosphérique  $P_0$ . On ouvre et on referme rapidement le robinet (R), ce qui provoque une détente adiabatique du gaz. La pression du gaz contenu dans le ballon passe alors de  $P_1$  à  $P_0$ . Du fait de la détente, la température du gaz baisse et, lorsque sa température est à nouveau à  $T_0$ , sa pression devient  $P_2$ . Les pressions peuvent par exemple être mesurées avec un manomètre assez sensible. On considérera comme système le gaz restant dans le ballon après la détente.



1. Représenter en coordonnées de CLAPEYRON la transformation subie par le système.
2. Comme la transformation est d'amplitude infinitésimale ( $P_1$  peu différente de  $P_0$ ), on peut la supposer réversible. En déduire  $\gamma$  en fonction de  $P_1$ ,  $P_0$  et  $P_2$ .
3. Effectuer l'A.N. pour  $P_1 - P_0 = 1,4 \cdot 10^3$  Pa et  $P_2 - P_0 = 400$  Pa.
4. On reprend la même expérience, mais on ouvre le robinet (R) en grand. Dans ce cas, la transformation n'est plus réversible. Par contre, on peut la supposer monobare. Reprendre la question précédente dans ces conditions (on supposera toujours la détente adiabatique). Commentaires.