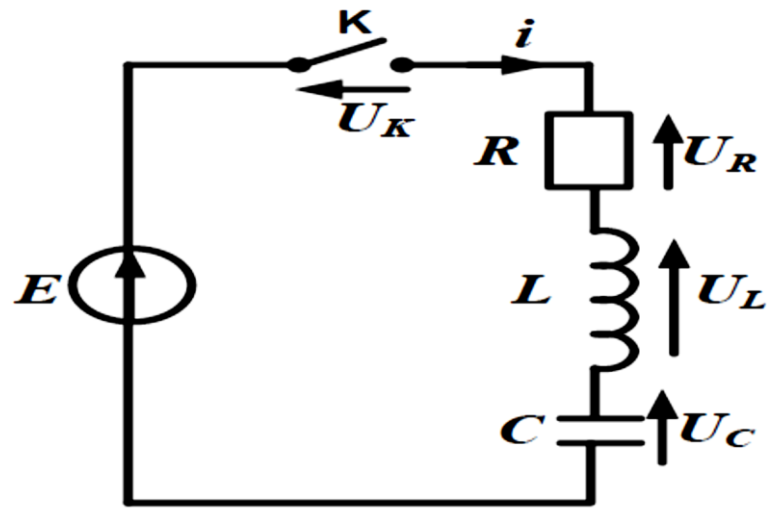


Introduction

Ce chapitre concerne **l'étude de la réponse temporelle de systèmes d'ordre deux, qu'ils soient électriques ou mécaniques**. Nous étudierons essentiellement le circuit RLC série comme modèle de l'oscillateur amorti. Nous verrons en effet qu'une analogie électromécanique permet d'identifier formellement cet oscillateur amorti (du fait de l'existence d'une résistance dans le circuit) à l'oscillateur mécanique (masse relié à un ressort et astreint à se déplacer suivant l'axe horizontal) amorti par frottement visqueux (c'est-à-dire que la force de frottement est proportionnelle à la vitesse).

Circuit RLC série: Régime forcé (1)



- un générateur de tension continue de $f.é.m$ est branché aux bornes du circuit RLC ;
- pour $t < 0$, le condensateur est déchargé et l'interrupteur K est ouvert;
- à l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K : le générateur débite alors un courant dans le circuit.

- Dans ce circuit i est l'intensité du courant, U_K la tension aux bornes de l'interrupteur, U_C la tension aux bornes du condensateur, U_L la tension aux bornes de l'inductance et U_R la tension aux bornes de la résistance. En convention récepteur on a :

$$\begin{aligned} U_R &= Ri \\ U_L &= L \frac{di}{dt} \end{aligned} \quad \text{et} \quad i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} \quad \Rightarrow \quad U_R = RC \frac{dU_C}{dt} \quad \text{et} \quad U_L = LC \frac{d^2 U_C}{dt^2}$$

Circuit RLC série: Régime forcé (2)

□ Pour $t < 0$, l'interrupteur K est ouvert :

$$i = 0; \quad U_R = U_C = U_L = 0; \quad U_K = E$$

□ Pour $t \geq 0$, l'interrupteur K est fermé : $U_K = 0$ (tension aux bornes d'un fil donc même potentiel). En appliquant la loi des mailles on a :

$$U_R + U_L + U_C = E$$

En remplaçant U_R , U_C et U_L par leur expression, **la tension U_C aux bornes d'un circuit RLC série soumis à l'échelon de tension E vérifie l'équation différentielle de second ordre:**

$$LC \frac{d^2 U_C}{dt^2} + RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = E$$

Circuit RLC série: Régime forcé (3)

On pose :

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

ω_0 est **la pulsation propre du circuit**

$$\alpha = \frac{R}{2L\omega_0} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

α est **le coefficient d'amortissement**
(sans dimension)

$$Q = \frac{1}{2\alpha} = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Q **est le facteur de qualité**
(sans dimension)

On définit aussi le facteur d'amortissement par :

$$\lambda = \frac{R}{2L}$$

Circuit RLC série: Régime forcé (4)

L'équation différentielle devient :

$$\frac{d^2 U_c}{dt^2} + 2\alpha\omega_0 \frac{dU_c}{dt} + \omega_0^2 U_c = \frac{E}{LC}$$

La solution générale de cette équation différentielle est la somme de deux solutions :

$$\text{Réponse complète : } u_c(t) = \left\{ \begin{array}{l} \underbrace{\text{réponse du régime transitoire : } u_{ctr}(t)}_{\substack{\text{Partie temporaire du circuit} \\ \text{Maths} \Rightarrow \text{SGSSM}}} \\ + \\ \underbrace{\text{réponse du régime permanent : } E}_{\substack{\text{Partie permanente du circuit} \\ \text{Maths} \Rightarrow \text{SPASM}}} \end{array} \right.$$

👉 Deux conditions initiales sur $U_c(t)$ sont nécessaires pour déterminer complètement la solution générale.

Circuit RLC série: Régime forcé (5)

La réponse du régime transitoire $U_{ctr}(t)$ est solution de l'équation différentielle du second ordre sans second membre,

$$\frac{d^2 U_c}{dt^2} + 2\alpha\omega_0 \frac{dU_c}{dt} + \omega_0^2 U_c = 0$$

On cherche une solution de la forme e^{rt} que l'on réinjecte dans l'équation précédente. On arrive à l'équation caractéristique de la forme :

$$r^2 + 2\alpha\omega_0 r + \omega_0^2 = 0 \quad \text{ou} \quad r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0$$

Circuit RLC série: Régime forcé (6)

Il s'agit à présent d'une équation algébrique. Dans le cas général, r admet deux solutions r_1 et r_2 qui sont complexes ou réelles, ce qui donne:

$$U_{Ctr}(t) = A_1 e^{r_1 t} + A_2 e^{r_2 t}$$

Où A_1 et A_2 sont des constantes (complexes conjuguées car $U_{Ctr}(t)$ doit être réelle) que l'on détermine à partir des conditions initiales du problème. La nature de l'évolution de $U_{Ctr}(t)$ va dépendre du facteur de qualité Q donc de l'amortissement du système. En effet selon la valeur de Q , la nature des racines r_1 et r_2 sera différente.

Circuit RLC série: Régime forcé (7)

□ Le régime apériodique : $\Delta > 0 \Rightarrow \alpha > 1$ ou $Q < 1/2$

Le polynôme caractéristique admet **2 racines négatives** :

$$r_1 = -\alpha\omega_0 - \frac{\sqrt{\Delta}}{2} = -\omega_0 \left(\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1} \right) = -\frac{\omega_0}{2Q} \left(1 + \sqrt{1 - 4Q^2} \right)$$

$$r_2 = -\alpha\omega_0 + \frac{\sqrt{\Delta}}{2} = -\omega_0 \left(\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 1} \right) = -\frac{\omega_0}{2Q} \left(1 - \sqrt{1 - 4Q^2} \right)$$

La tension U_{Ctr} aux bornes du condensateur a pour expression :

$$U_{Ctr}(t) = E \left(\frac{r_2}{r_1 - r_2} e^{r_1 t} - \frac{r_1}{r_1 - r_2} e^{r_2 t} \right)$$

Circuit RLC série: Régime forcé (8)

$$u_{C_{tr}}(t) = e^{-\beta t} \underbrace{\left(A_1 e^{-\Omega t} + A_2 e^{\Omega t} \right)}_{\text{termes purement exponentiels}}$$

La tension U_C aux bornes du condensateur a pour expression :

$$U_C(t) = E \left(\frac{r_2}{r_1 - r_2} e^{r_1 t} - \frac{r_1}{r_1 - r_2} e^{r_2 t} + 1 \right)$$

La tension **u tend vers sa valeur finale sans osciller**, ce qui justifie le nom donné à ce régime. Le régime apériodique s'observe pour de **faibles valeurs du facteur de qualité** c'est-à-dire pour une valeur élevée de la résistance (**amortissement trop fort**).

Circuit RLC série: Régime forcé (9)

□ Le régime pseudopériodique : $\Delta < 0 \Rightarrow \alpha < 1$ ou $Q > 1/2$

Le polynôme caractéristique admet 2 racines complexes conjuguées à partie réelle négative :

$$r_1 = -\alpha\omega_0 - j\Omega = -\omega_0 \left(\alpha + j\sqrt{1 - \alpha^2} \right) = -\frac{\omega_0}{2Q} \left(1 + j\sqrt{4Q^2 - 1} \right)$$

$$r_2 = -\alpha\omega_0 + j\Omega = -\omega_0 \left(\alpha - j\sqrt{1 - \alpha^2} \right) = -\frac{\omega_0}{2Q} \left(1 - j\sqrt{4Q^2 - 1} \right)$$

La tension U_{ctr} aux bornes du condensateur a pour expression :

$$U_{ctr}(t) = -Ee^{-\alpha\omega_0 t} \left[\cos(\Omega t) + \frac{\alpha\omega_0}{\Omega} \sin(\Omega t) \right]$$

Circuit RLC série: Régime forcé (10)

$$u_{C_{tr}}(t) = \underbrace{e^{-\beta t}}_{\substack{\text{décroissance exponentielle de} \\ \text{l'amplitude.} \\ \text{(l'énergie du système diminue)}}} \underbrace{(A \cos(\Omega t) + B \sin(\Omega t))}_{\text{facteur oscillant à la pseudo-pulsation } \Omega} = C e^{-\beta t} \cos(\Omega t + \varphi)$$

La tension U_C aux bornes du condensateur a pour expression :

$$U_C(t) = E \left\{ 1 - e^{-\alpha \omega_0 t} \left[\cos(\Omega t) + \frac{\alpha \omega_0}{\Omega} \sin(\Omega t) \right] \right\}$$

Le régime pseudopériodique s'observe pour **des valeurs élevées du facteur de qualité** donc pour des valeurs faibles de résistance (**amortissement faible**)

Ω est appelée la pseudo-pulsation dont la pseudo-période est : $T = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{2\pi}{\omega_0} \sqrt{\frac{4Q^2}{4Q^2 - 1}}$

Circuit RLC série: Régime forcé (11)

□ Le régime critique : $\Delta = 0 \Rightarrow \alpha = 1$ ou $Q = 1/2$

Le polynôme caractéristique admet une racine réelle double négative :

$$r_1 = r_2 = r = -\omega_0$$

La tension U_{Ctr} aux bornes du condensateur a pour expression :

$$U_{Ctr}(t) = -E(1 + \omega_0 t)e^{-\omega_0 t}$$

$$u_{Ctr}(t) = (a + bt)e^{-\omega_0 t}$$

Circuit RLC série: Régime forcé (12)

La tension U_C aux bornes du condensateur a pour expression :

$$U_C(t) = E[1 - (1 + \omega_0 t)e^{-\omega_0 t}]$$

Le circuit atteint **le régime permanent sans osciller** car l'amortissement est devenu trop important. Il s'agit du cas où **l'équilibre (régime permanent) est atteint le plus rapidement.**

Quand $Q = 1/2$ alors $R = R_C = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, on parle de **résistance critique.**

Circuit RLC série: Régime forcé (14)

On obtient l'intensité i du courant en dérivant la tension U_C aux bornes du condensateur obtenu dans chaque régime :

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C}{dt}$$

✓ Le régime apériodique : $\Delta > 0 \Rightarrow \alpha > 1$ ou $Q < 1/2$

$$i(t) = C \frac{r_1 r_2 E}{r_1 - r_2} (e^{r_1 t} - e^{r_2 t})$$

Circuit RLC série: Régime forcé (15)

✓ Le régime critique : $\Delta = 0 \Rightarrow \alpha = 1$ ou $Q = 1/2$

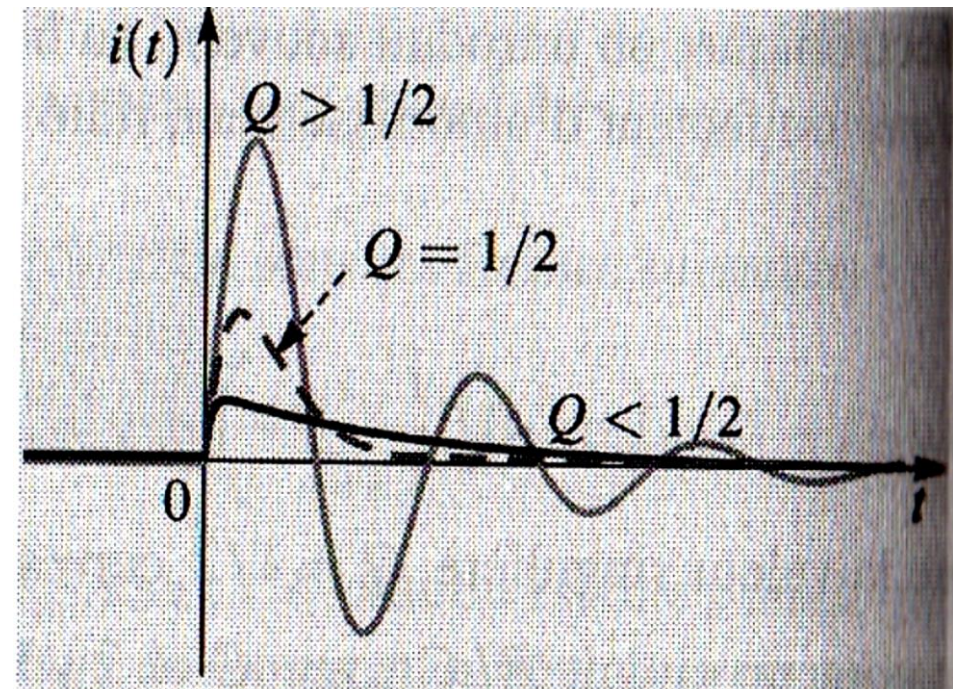
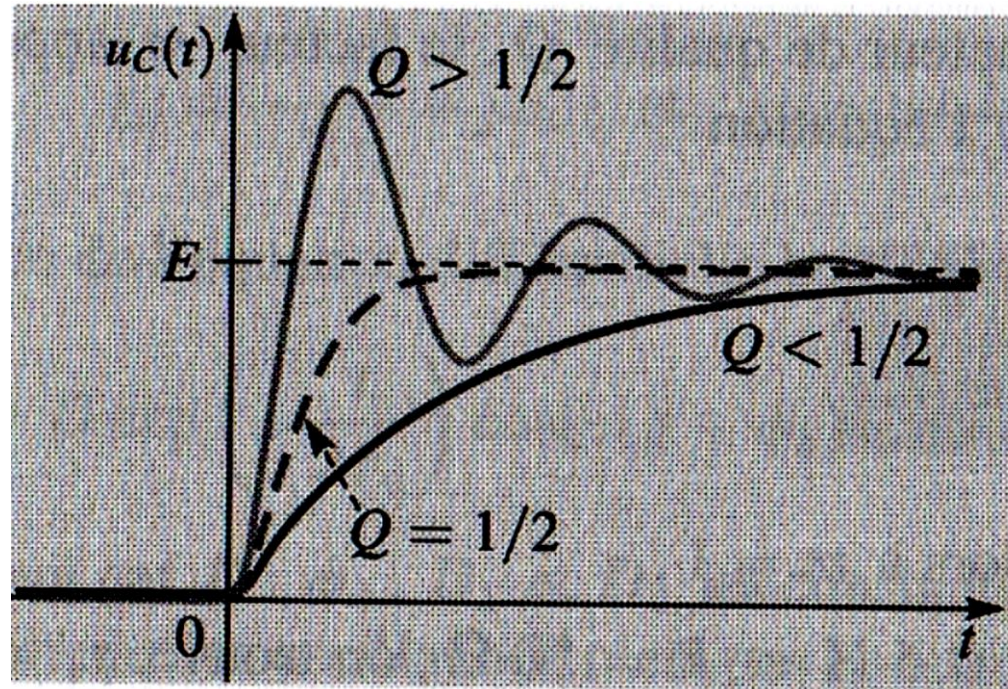
$$i(t) = CE\omega_0^2 te^{-\omega_0 t}$$

✓ Le régime pseudo-périodique: $\Delta < 0 \Rightarrow \alpha < 1$ ou $Q > 1/2$

$$i(t) = CE \frac{\Omega^2 + \alpha^2 \omega_0^2}{\Omega} e^{-\alpha \omega_0 t} \sin(\Omega t)$$

Circuit RLC série: Régime forcé (16)

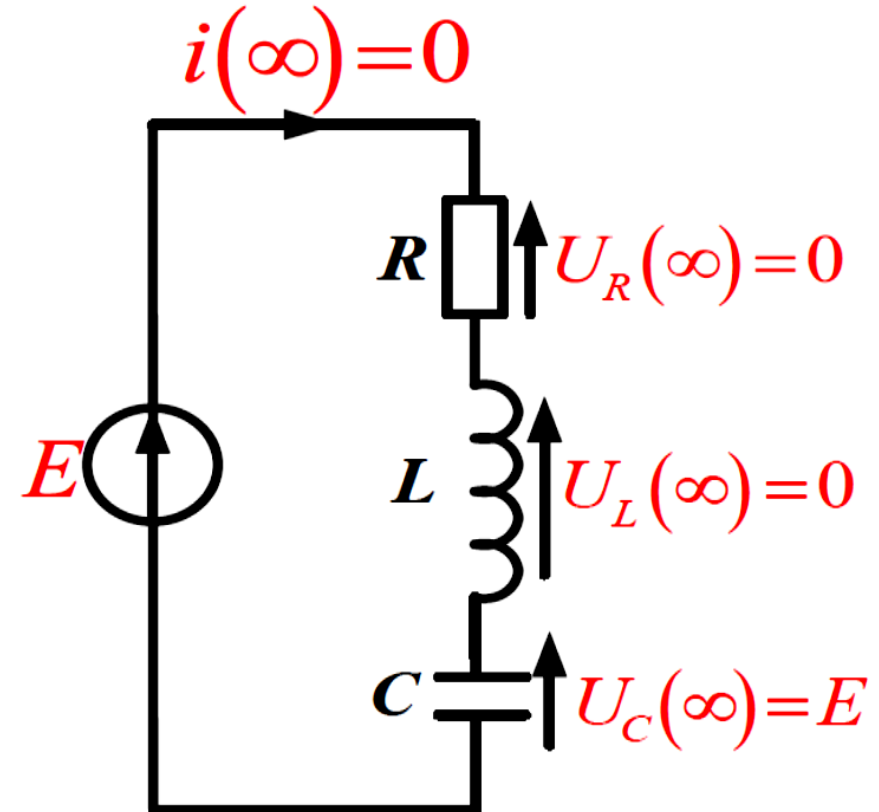
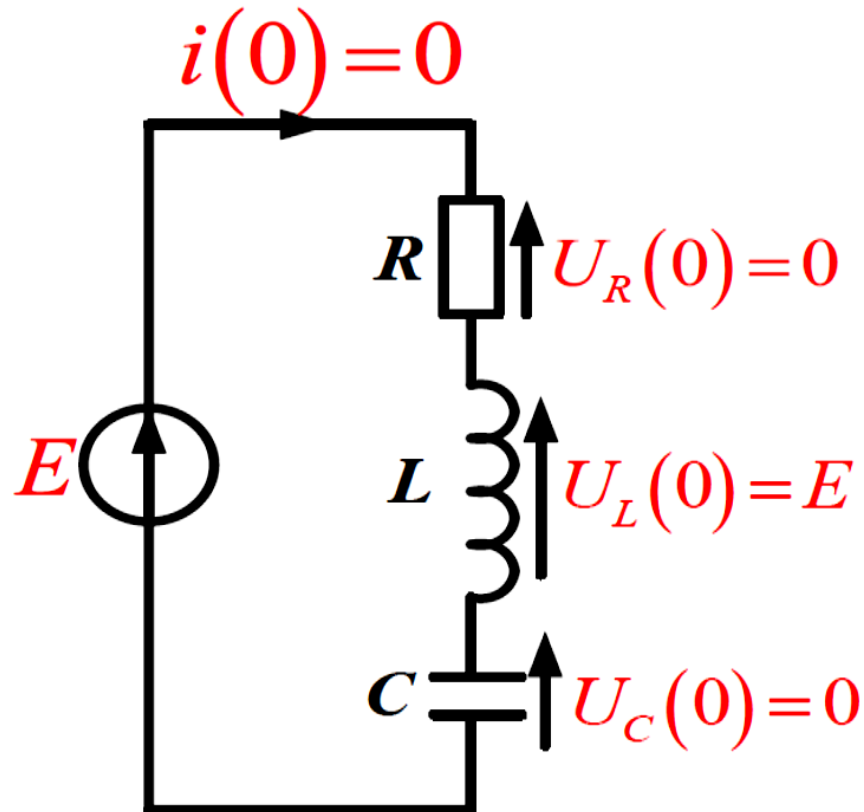
□ Représentations graphiques



Quand $t \rightarrow +\infty$, $U_C = E$ et $i = 0$, C se comporte donc comme un **interrupteur ouvert** et la bobine comme un fil sans résistance (bobine idéale).

Circuit RLC série: Régime forcé (17)

□ L'état du circuit quand $t = 0$ et quand $t \rightarrow \infty$ est ainsi représenté :



Circuit RLC série: Régime forcé (18)

□ Bilan énergétique

Lors de la charge du condensateur, on a :

$$E = U_R + U_L + U_C = Ri + L \frac{di}{dt} + U_C$$

Pour obtenir des puissances, on multiplie par i :

$$Ei = Ri^2 + Li \frac{di}{dt} + CU_C \frac{dU_C}{dt} = Ri^2 + \frac{d(\frac{1}{2} Li^2)}{dt} + \frac{d(\frac{1}{2} CU_C^2)}{dt}$$

✓ Ei est la puissance P_g positive fournie par le générateur

✓ Ri^2 est la puissance P_j positive reçue par la résistance et dissipée par effet joule dans R .

Circuit RLC série: Régime forcé (19)

- ✓ $d(\frac{1}{2} Li^2)/dt$ est la puissance dE_{mag}/dt positive ou négative reçue par la bobine correspondant aux variations de l'énergie emmagasinée dans l'inductance L sous forme magnétique.
- ✓ $d(\frac{1}{2} CU_C^2)/dt$ est la puissance dE_{elec}/dt positive ou négative reçue par le condensateur correspondant aux variations de l'énergie emmagasinée dans la capacité C sous forme électrostatique.

On conclut que la puissance électrique fournie par le générateur est dissipée par effet joule dans la résistance R et sert à faire varier l'énergie dans la bobine et l'énergie du condensateur :

$$P_g = P_j + \frac{dE_{mag}}{dt} + \frac{dE_{elec}}{dt}$$

Circuit RLC série: Régime forcé (20)

- ✓ Soit W_g l'énergie électrique fournie par le générateur entre l'instant $t = 0$ et l'instant t . On a :

$$W_g = \int_0^t Ei \, dt = CE \int_0^t \frac{dU_C}{dt} \, dt = CE[U_C(t) - U_C(0)] = CEU_C(t)$$

Lorsque le condensateur est chargé ($t \rightarrow \infty$), $U_C(\infty) = E$, il vient : $W_g = CE^2$

- ✓ Soit W_L l'énergie emmagasinée dans la bobine L entre l'instant $t = 0$ et l'instant t . On a :

$$W_L = \int_0^t \frac{d(\frac{1}{2} Li^2)}{dt} \, dt = \frac{1}{2} Li^2$$

Lorsque le condensateur est chargé ($t \rightarrow \infty$), $i(\infty) = 0$, il vient : $W_L = 0$

Circuit RLC série: Régime forcé (21)

- ✓ Soit W_C l'énergie emmagasinée dans la capacité C entre l'instant $t = 0$ et l'instant t . On a :

$$W_C = \int_0^t \frac{d(\frac{1}{2} C U_C^2)}{dt} dt = \frac{1}{2} C U_C^2$$

Lorsque le condensateur est chargé ($t \rightarrow \infty$), $U_C(\infty) = E$, il vient :

$$W_C = \frac{1}{2} C E^2$$

$$W_g = W_J + W_L + W_C$$

Il vient :

$$W_J = W_g - W_L - W_C = C E^2 - 0 - \frac{1}{2} C E^2 = \frac{1}{2} C E^2$$

Circuit RLC série: Régime forcé (22)

On conclut finalement qu'au cours de la charge la moitié de l'énergie électrique fournie par le générateur est dissipée par effet joule dans la résistance et l'autre moitié est emmagasinée sous forme électrostatique dans le condensateur. L'énergie magnétique, nulle au début de la charge est à nouveau nulle à la fin de la charge.

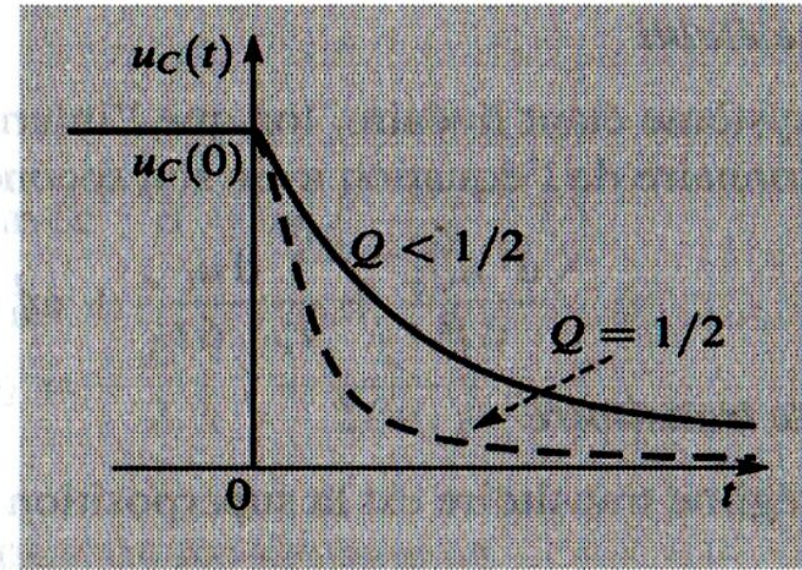
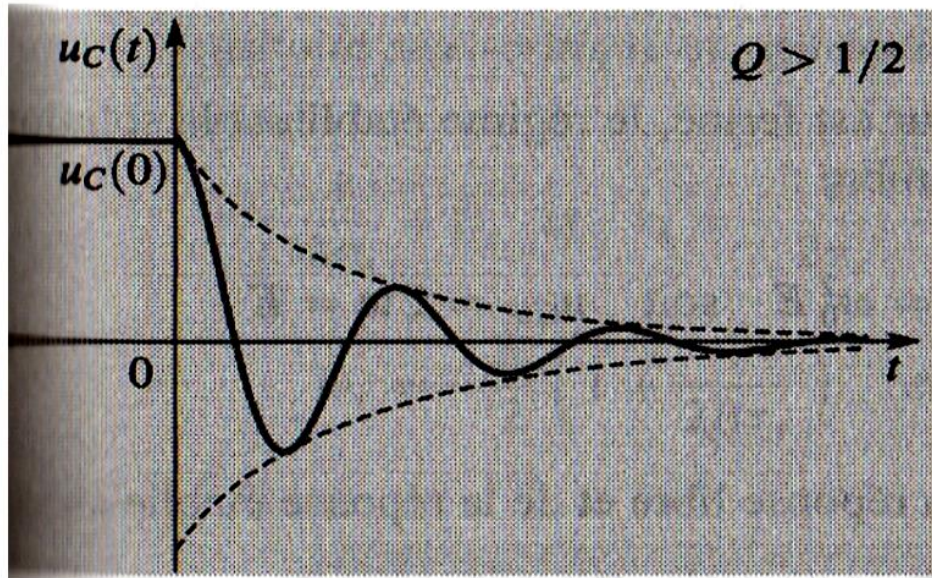
Circuit RLC série: Régime forcé (22)

Lors de la réponse à un échelon, le circuit initialement dans l'état zéro ne contient pas d'énergie, le générateur fournit de l'énergie à tous les composants, le résistor en dissipe une partie.

À la fin, le condensateur est chargé, il contient donc de l'énergie, plus rien n'évolue, la bobine et le résistor ne sont plus parcourus par aucun courant puisque l'intensité s'est annulée et leur énergie est nulle.

Circuit RLC série: Régime libre (1)

Si, à partir de ces nouvelles conditions initiales $U_C(0) = E$ et $i(0) = 0$; on débranche le générateur ($U_G = 0$) alors U_C évolue comme indiqué sur les figures ci-dessous en fonction de la valeur de qualité (en suivant exactement la même démarche que ce que l'on a fait jusqu'à présent)



Circuit RLC série: Régime libre (2)

❑ Condensateur initialement chargé, absence de générateur (décharge du condensateur)

$$\frac{d}{dt} \left[\underbrace{\frac{1}{2} L i^2}_{\text{énergie de la bobine à un instant } t} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{q^2}{C}}_{\text{énergie du condensateur à un instant } t} \right] = \underbrace{-R i^2}_{\text{puissance dissipée dans la résistance (effet Joule)}}$$

L'énergie stockée dans le condensateur et la bobine est entièrement dissipée à terme dans la résistance par effet Joule.

❑ Condensateur initialement chargé, absence de générateur et absence de résistance.

Si il n'y pas de résistance dans le circuit ($R = 0$) alors :

$$\frac{d}{dt} \left[\underbrace{\frac{1}{2} L i^2}_{\text{énergie de la bobine à un instant } t} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{q^2}{C}}_{\text{énergie du condensateur à un instant } t} \right] = 0 .$$

Circuit RLC série: Régime libre (3)

- ❑ Condensateur initialement chargé, absence de générateur (décharge du condensateur)

$$\frac{d}{dt} \left[\underbrace{\frac{1}{2} L i^2}_{\text{énergie de la bobine à un instant } t} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{q^2}{C}}_{\text{énergie du condensateur à un instant } t} \right] = \underbrace{-R i^2}_{\text{puissance dissipée dans la résistance (effet Joule)}}$$

L'énergie stockée dans le condensateur et la bobine est entièrement dissipée à terme dans la résistance par effet Joule.

- ❑ Condensateur initialement chargé, absence de générateur et absence de résistance.

Si il n'y pas de résistance dans le circuit ($R = 0$) alors :

$$\frac{d}{dt} \left[\underbrace{\frac{1}{2} L i^2}_{\text{énergie de la bobine à un instant } t} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{q^2}{C}}_{\text{énergie du condensateur à un instant } t} \right] = 0 .$$

Il y a échange d'énergie permanent entre le condensateur et la bobine.

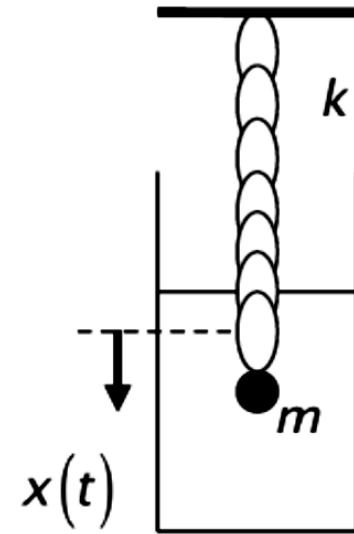
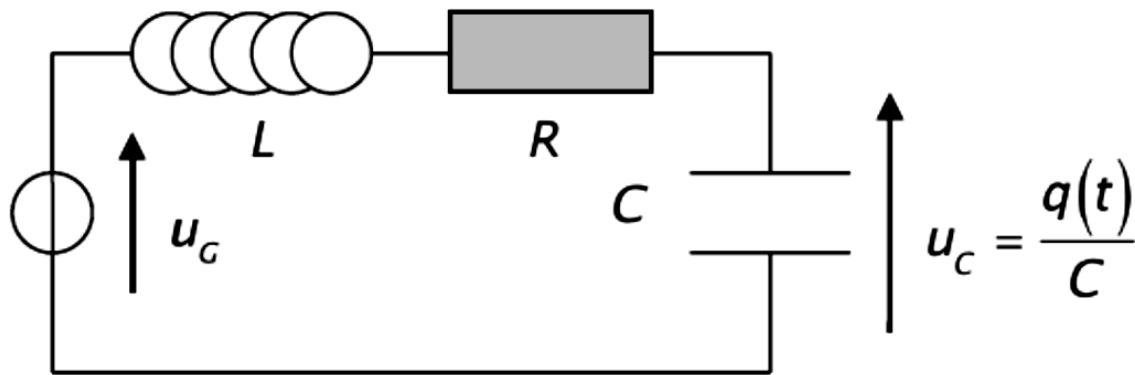
Circuit RLC série: Régime libre (4)

Dans le régime libre, c'est le condensateur initialement chargé qui fournit une énergie au circuit, énergie qui finit par se dissiper totalement dans la résistance, à la fin plus rien n'évolue et le condensateur est déchargé. Il n'y a plus d'énergie dans le système.

Notons que si l'on est en présence du régime pseudopériodique, le condensateur et la bobine échangent en permanence de l'énergie tant que dure le régime transitoire tandis que la résistance en prélève une partie qu'elle dissipe sous forme de chaleur.

Analogie électromécanique (1)

Il y a analogie entre les deux systèmes (électrique et mécanique) s'ils sont régis par les mêmes équations différentielles et se comportent donc de la même façon



Analogie électromécanique (2)

SYSTEME	ELECTRIQUE	MECANIQUE	ANALOGIE
Equation différentielle	$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = 0$	$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + kx = 0$	$\ddot{X} + 2\lambda\dot{X} + \omega_0^2 X = 0$
Grandeur oscillante	La charge q du condensateur tend vers 0, en oscillant si l'amortissement n'est pas trop fort	L' élongation x du ressort tend vers 0, en oscillant si l'amortissement n'est pas trop fort	$X: q \leftrightarrow x$
Dérivée	Les variations de la charge sont données par l' intensité : $i = \frac{dq}{dt}$	Les variations de l' élongation sont données par la vitesse : $v = \frac{dx}{dt}$	$X: i \leftrightarrow v$
Répugnance au changement	La bobine s'oppose aux variations du courant. Cette répugnance au changement est caractérisée par L .	L' inertie s'oppose aux variations de la vitesse. Cette répugnance au changement est caractérisée par m .	bobine \Leftrightarrow inertie
Mise en oscillation	Chargé en circuit ouvert, le condensateur est capable de mettre le système en oscillation lors de la fermeture du circuit. Il est caractérisé par sa capacité C .	Déformé et maintenu, le ressort est capable de mettre le système en oscillation lorsqu'on le lâchera. Il est caractérisé par sa constante de raideur k .	condensateur \Leftrightarrow ressort
Facteur d'amortissement	Le système s'amortit en raison de la présence du résistor caractérisé par sa résistance R .	Le système s'amortit en raison de la présence du frottement caractérisé par le coefficient α .	résistor \Leftrightarrow frottement

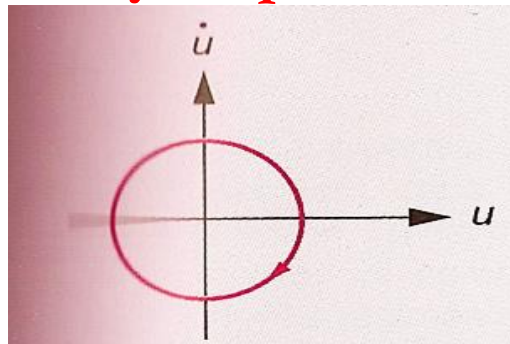
Analogie électromécanique (3)

Stockage d'énergie	Le condensateur dispose à tout instant d'une énergie électrique . Cette énergie peut être stockée, si on bloque le condensateur dans cet en ouvrant le circuit et vaut : $\varepsilon_E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$	Le ressort dispose à tout instant d'une énergie potentielle . Cette énergie peut être stockée, si on bloque le ressort en immobilisant le système dans une position quelconque et vaut : $E_P = \frac{1}{2} k x^2$	$\varepsilon_E \leftrightarrow E_P$ et $\frac{1}{C} \leftrightarrow k$
Energie en fonctionnement	Lorsque le courant circule, la bobine contient de l' énergie magnétique . Non stockable, cette énergie s'annule en l'absence de courant et vaut : $\varepsilon_E = \frac{1}{2} L i^2$	Lorsque le mobile se déplace, le solide contient de l' énergie cinétique . Non stockable, cette énergie s'annule en l'absence de mouvement et vaut : $E_C = \frac{1}{2} m v^2$	$\varepsilon_M \leftrightarrow E_C$ et $L \leftrightarrow m$
Energie dissipée	En cas d'amortissement, la résistance dissipe de l'énergie sous forme de chaleur (effet joule).	En cas d'amortissement, les frottements dissipent de l'énergie sous forme de chaleur.	$R \leftrightarrow \alpha$
Echanges énergétiques	Les oscillations traduisent un échange permanent entre ε_E et ε_M .	Les oscillations traduisent un échange permanent entre E_P et E_C .	$\varepsilon_M \rightleftharpoons \varepsilon_E$ \updownarrow $E_C \rightleftharpoons E_P$
Energie susceptible d'être conservée	L' énergie électromagnétique ε_{em} reste constante si l'amortissement est nul et décroît sinon : $\varepsilon_{em} = \varepsilon_E + \varepsilon_M$	L' énergie mécanique E_m reste constante si l'amortissement est nul et décroît sinon : $E_m = E_P + E_C$	$\varepsilon_{em} \leftrightarrow E_m$

Portrait de phase (1)

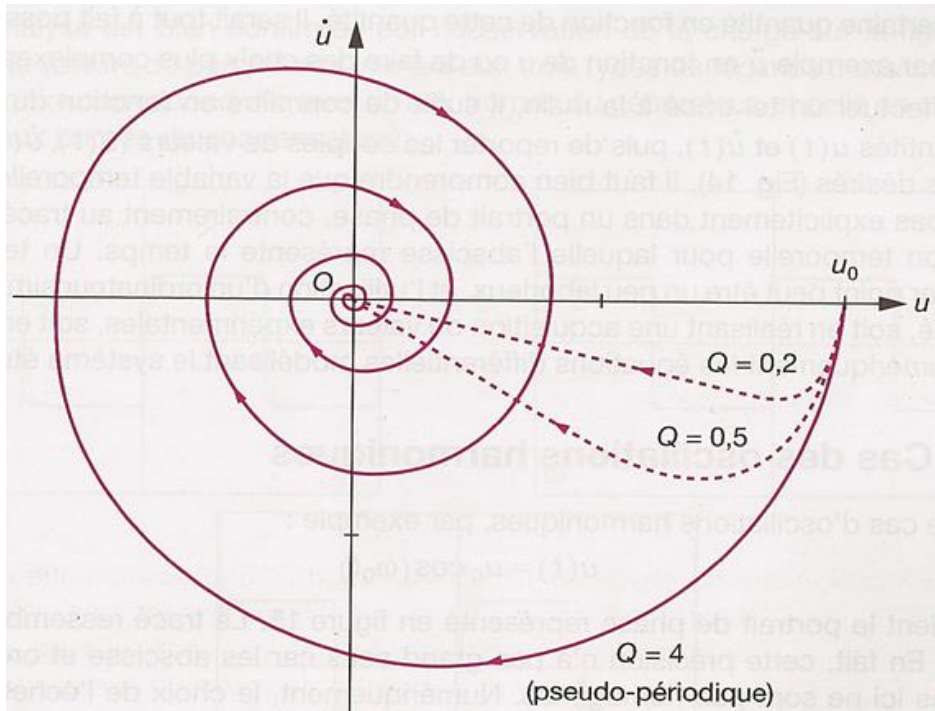
□ Cas d'un oscillateur harmonique (pas de frottement et pas de dissipation d'énergie)

Dans le cas d'un oscillateur harmonique, on obtient le portrait de phase de la figure suivante qui est dans le plan (**dit plan de phase**) une trajectoire fermée (**qui dans le cas général est une ellipse**). L'évolution de l'oscillateur harmonique sur le portrait de phase est **périodique**, à l'image de la trajectoire. La trajectoire n'atteint jamais le centre de l'ellipse qui est la position d'équilibre. **Cela signifie qu'il n'y a aucun frottement dans le système considéré, l'énergie est conservée, il n'y a pas de dissipation d'énergie** (système idéalisé).



Portrait de phase (2)

□ Cas d'un oscillateur harmonique (présence de frottement et donc dissipation d'énergie)



Dans ce cas la situation est plus compliquée donc plus riche. Dans le cas d'un faible amortissement, $Q = 4$ de la figure ci après, l'évolution n'est plus périodique. A l'instant auquel le portrait de phase débute, $(\dot{u} = 0, u = u_0)$, cela correspond (pour un oscillateur mécanique) à une position initiale différente de la position d'équilibre et une vitesse initiale nulle. Ensuite l'oscillateur se met en mouvement.

Portrait de phase (3)

Cela se traduit par une trajectoire de phase qui s'enroule en amenant la mobile de plus en plus près de la situation d'équilibre ($\dot{u} = 0, u = 0$). Cet enroulement signifie que le système se rapproche de la position d'équilibre en réalisant des oscillations d'amplitude décroissante car il y a des pertes d'énergie, il s'agit du régime pseudopériodique. Au bout d'un temps suffisamment long, le système atteint sa valeur d'équilibre ($\dot{u} = 0, u = 0$). On se rend compte qu'il s'agit d'un équilibre stable. On parle **de centre attracteur**. Si le système est un peu écarté de sa position d'équilibre, il la rejoint en effectuant une spirale convergente autour. L'évolution temporelle des cas critiques et apériodique est nettement différente. Il n'y a pas d'enroulement. La valeur finale est en revanche inchangée, il s'agit toujours du point attracteur ($\dot{u} = 0, u = 0$).

Portrait de phase (4)

La figure ci-dessous montre le portrait de phase d'un oscillateur harmonique et d'un oscillateur amorti (damped oscillator en anglais) en régime pseudo-périodique.

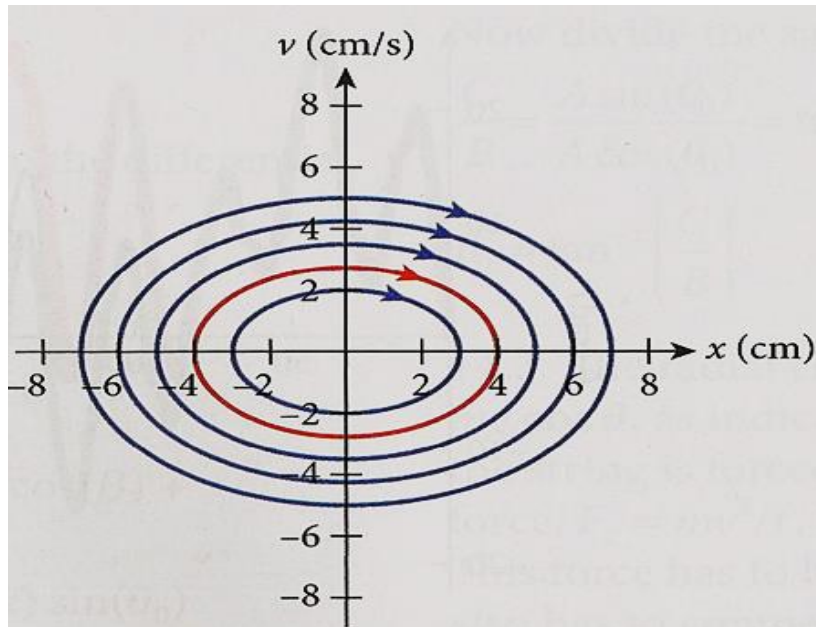


FIGURE 14.33 Velocity versus displacement for different amplitudes of simple harmonic motion.

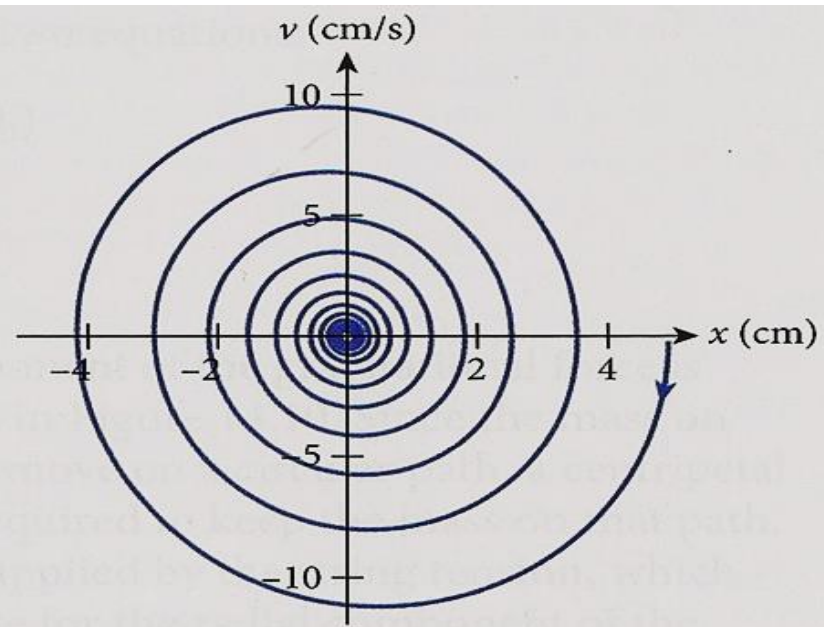


FIGURE 14.34 Velocity versus displacement for a damped oscillator.