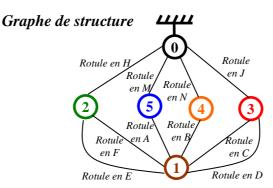
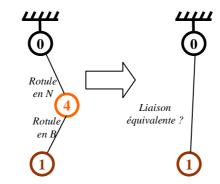
## Système d'attache mat réacteur A320 - Corrigé

Q.1.



**Q.2.** On est dans le cas de liaisons séries  $\rightarrow$  on privilégie la méthode cinématique.



$$\text{On a: } \{C_{4/0}\} = \begin{cases} \Omega_{x_{40}} \ 0 \\ \Omega_{y_{40}} \ 0 \\ \Omega_{z_{40}} \ 0 \end{cases} \text{ et } \{C_{1/4}\} = \begin{cases} \Omega_{x_{14}} \ 0 \\ \Omega_{y_{14}} \ 0 \\ \Omega_{z_{14}} \ 0 \end{cases} \text{ et on pose : } \{C_{eq}\} = \begin{cases} \Omega_{x_{eq}} \ v_{x_{eq}} \\ \Omega_{y_{eq}} \ v_{y_{eq}} \\ \Omega_{z_{eq}} \ v_{z_{eq}} \end{cases}$$

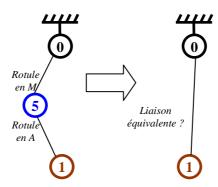
$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BN} = a.\vec{z} \rightarrow \overrightarrow{V_{N,1/4}} = \overrightarrow{V_{B,1/4}} + \overrightarrow{NB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/4}} = -a.\vec{z} \wedge (\Omega_{x_{14}}.\vec{x} + \Omega_{y_{14}}.\vec{y} + \Omega_{z_{14}}.\vec{z}) = -a.\Omega_{x_{14}}.\vec{y} + a.\Omega_{y_{14}}.\vec{x}$$

$$\rightarrow \{C_{1/4}\} = \begin{cases} \Omega_{x_{14}} & 0 \\ \Omega_{y_{14}} & 0 \\ \Omega_{z_{14}} & 0 \end{cases} = \begin{cases} \Omega_{x_{14}} & a.\Omega_{y_{14}} \\ \Omega_{y_{14}} - a.\Omega_{x_{14}} \\ \Omega_{z_{14}} & 0 \end{cases}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

$$\text{D'où } \left\{ C_{eq} \right\} = \left\{ C_{1/0} \right\} = \left\{ C_{1/4} \right\} + \left\{ C_{4/0} \right\} \text{ d'où } : \begin{cases} \Omega_{x_{eq}} = \Omega_{x_{14}} + \Omega_{x_{40}} \\ \Omega_{y_{eq}} = \Omega_{y_{14}} + \Omega_{y_{40}} \\ \Omega_{z_{eq}} = \Omega_{z_{14}} + \Omega_{z_{40}} \\ v_{x_{eq}} = a.\Omega_{y_{14}} \\ v_{y_{eq}} = -a.\Omega_{x_{14}} \\ v_{z_{eq}} = 0 \end{cases}$$
 
$$\left\{ \begin{array}{c} \Omega_{x_{eq}} = \Omega_{x_{14}} + \Omega_{x_{40}} \\ \Omega_{z_{eq}} = \Omega_{x_{14}} + \Omega_{x_{40}} \\ \Omega_{z_{eq}} = 0 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \left\{ C_{eq} \right\} = \begin{cases} \Omega_{x_{14}} + \Omega_{x_{40}} & a.\Omega_{y_{14}} \\ \Omega_{y_{14}} + \Omega_{y_{40}} & -a.\Omega_{x_{14}} \\ \Omega_{z_{14}} + \Omega_{z_{40}} & 0 \end{cases}$$
 soit une liaison ponctuelle en N de normale (N,  $\vec{z}$ ).

Florestan MATHURIN



$$\text{On a: } \{C_{5/0}\} = \begin{cases} \Omega_{x_{50}} \ 0 \\ \Omega_{y_{50}} \ 0 \\ \Omega_{z_{50}} \ 0 \end{cases} \text{ et } \{C_{1/5}\} = \begin{cases} \Omega_{x_{15}} \ 0 \\ \Omega_{y_{15}} \ 0 \\ \Omega_{z_{15}} \ 0 \end{cases} \text{ et on pose : } \{C_{eq}\} = \begin{cases} \Omega_{x_{eq}} \ v_{x_{eq}} \\ \Omega_{y_{eq}} \ v_{y_{eq}} \\ \Omega_{z_{eq}} \ v_{z_{eq}} \end{cases}$$

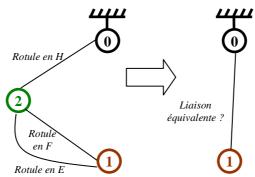
$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BN} = a.\vec{z} \ \rightarrow \ \overrightarrow{V_{M,1/5}} = \overrightarrow{V_{A,1/5}} + \overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/5}} = -a.\vec{z} \wedge (\Omega_{x_{15}}.\vec{x} + \Omega_{y_{15}}.\vec{y} + \Omega_{z_{15}}.\vec{z}) = -a.\Omega_{x_{15}}.\vec{y} + a.\Omega_{y_{15}}.\vec{x}$$

$$\rightarrow \left\{ C_{1/5} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \Omega_{x_{15}} \ 0 \\ \Omega_{y_{15}} \ 0 \\ \Omega_{z_{15}} \ 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = M} = \left\{ \begin{matrix} \Omega_{x_{15}} \ a.\Omega_{y_{15}} \\ \Omega_{y_{15}} - a.\Omega_{x_{15}} \\ \Omega_{z_{15}} \ 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

$$\begin{aligned} \text{D'où } \left\{ C_{eq} \right\} &= \left\{ C_{1/0} \right\} = \left\{ C_{1/5} \right\} + \left\{ C_{5/0} \right\} \text{ d'où } : \begin{cases} \Omega_{x_{eq}} &= \Omega_{x_{15}} + \Omega_{x_{50}} \\ \Omega_{y_{eq}} &= \Omega_{y_{15}} + \Omega_{y_{50}} \\ \Omega_{z_{eq}} &= \Omega_{z_{15}} + \Omega_{z_{50}} \\ v_{x_{eq}} &= a.\Omega_{y_{15}} \\ v_{y_{eq}} &= -a.\Omega_{x_{15}} \\ v_{z_{eq}} &= 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \left\{ C_{eq} \right\} = \begin{cases} \Omega_{x_{15}} + \Omega_{x_{50}} & a.\Omega_{y_{15}} \\ \Omega_{y_{15}} + \Omega_{y_{50}} & -a.\Omega_{x_{15}} \\ \Omega_{z_{15}} + \Omega_{z_{50}} & 0 \end{cases}$$
 soit une liaison ponctuelle en M de normale (M,  $\vec{z}$ ).

**Q.3.** Pour déterminer la liaison équivalente réalisée entre (1) et (0) par le triangle (2), il faut d'abord déterminer la liaison équivalente entre (1) et (2) (liaisons parallèles  $\rightarrow$  utilisation de la méthode statique) puis déterminer la liaison équivalente entre (0) et (1) par (2) (liaisons séries  $\rightarrow$  utilisation de la méthode cinématique).



Florestan MATHURIN Page 2 sur 10

On a: 
$$\{F_{2\to 1}^E\} = \begin{cases} X_{21}^E \ 0 \\ Y_{21}^E \ 0 \\ Z_{21}^E \ 0 \end{cases}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \begin{cases} F_{2\to 1}^F\} = \begin{cases} X_{21}^F \ 0 \\ Y_{21}^F \ 0 \\ Z_{21}^F \ 0 \end{cases}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \text{ et } \overrightarrow{EF} = e.\vec{y}$$

$$\left\{ F_{2 \to 1}^{F} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X_{21}^{F} & 0 \\ Y_{21}^{F} & 0 \\ Z_{21}^{F} & 0 \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \left\{ \begin{matrix} X_{21}^{F} & e.Z_{21}^{F} \\ Y_{21}^{F} & 0 \\ Z_{21}^{F} & e.X_{21}^{F} \end{matrix} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

On pose : 
$$\{F_{2\to 1}^{eq}\}=\begin{cases} X_{21}^{eq} & L_{21}^{eq} \\ Y_{21}^{eq} & M_{21}^{eq} \\ Z_{21}^{eq} & N_{21}^{eq} \end{cases}$$
 et  $\{F_{2\to 1}^{eq}\}=\{F_{2\to 1}^{E}\}+\{F_{2\to 1}^{F}\}$  d'où : 
$$\begin{cases} X_{21}^{eq} = X_{21}^{E} + X_{21}^{e} \\ Y_{21}^{eq} = Y_{21}^{E} + Y_{21}^{F} \\ Z_{21}^{eq} = Z_{21}^{E} + Z_{21}^{F} \\ L_{21}^{eq} = e.Z_{1}^{F} \\ M_{21}^{eq} = 0 \\ N_{21}^{eq} = e.X_{21}^{F} \end{cases}$$

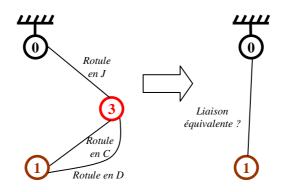
$$\rightarrow \left\{ F_{2 \to 1}^{eq} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{21}^{E} + X_{21}^{F} & e.Z_{21}^{F} \\ Y_{21}^{E} + Y_{21}^{F} & 0 \\ Z_{21}^{E} + Z_{21}^{F} & e.X_{21}^{F} \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \text{ soit une liaison pivot d'axe } (E, \vec{y}).$$

$$\begin{aligned} &\text{On a}: \left\{ C_{2/0} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \Omega_{x_{20}} \ 0 \\ \Omega_{y_{20}} \ 0 \\ \Omega_{z_{20}} \ 0 \end{matrix} \right\} &\text{et } \left\{ C_{1/2} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ \Omega_{y_{12}} \ 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\} &\text{et on pose}: \left\{ C_{eq} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \Omega_{x_{eq}} \ v_{x_{eq}} \\ \Omega_{y_{eq}} \ v_{y_{eq}} \\ \Omega_{z_{eq}} \ v_{z_{eq}} \end{matrix} \right\} \\ &\overrightarrow{EH} = \frac{1}{2}.e.\overrightarrow{y} + h.\overrightarrow{z} \rightarrow \overrightarrow{V_{H,1/2}} = \overrightarrow{V_{E,1/2}} + \overrightarrow{HE} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/2}} = -(\frac{1}{2}.e.\overrightarrow{y} + h.\overrightarrow{z}) \wedge \Omega_{y_{12}}.\overrightarrow{y} = h.\Omega_{y_{12}}.\overrightarrow{x} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \{C_{1/2}\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ \Omega_{y_{12}} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \left\{\begin{matrix} 0 & h.\Omega_{y_{12}} \\ \Omega_{y_{12}} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

$$\text{D'où } \left\{ \! C_{eq} \! \right\} \! = \! \left\{ \! C_{1/0} \! \right\} \! = \! \left\{ \! C_{1/2} \! \right\} \! + \! \left\{ \! C_{2/0} \! \right\} \, \text{d'où } \left\{ \! C_{eq} \! \right\} \! = \! \left\{ \! \begin{array}{c} \Omega_{x_{20}} & h.\Omega_{y_{20}} \\ \Omega_{y_{12}} + \Omega_{y_{20}} & 0 \\ \Omega_{z_{12}} & 0 \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \! \text{soit une liaison linéaire}$$

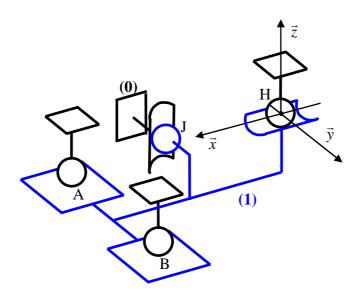
annulaire d'axe  $(H, \vec{x})$ .



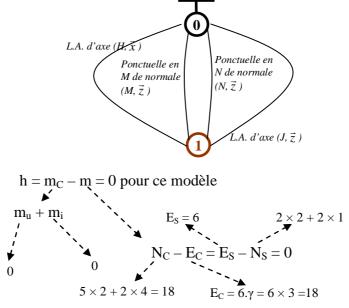
Florestan MATHURIN Page 3 sur 10

En conduisant le même raisonnement que dans le cas de la liaison équivalente 0-2-1 on montre que la liaison équivalente est une liaison linéaire annulaire d'axe  $(J, \vec{z})$ .

**Q.4.** 



Q.5.

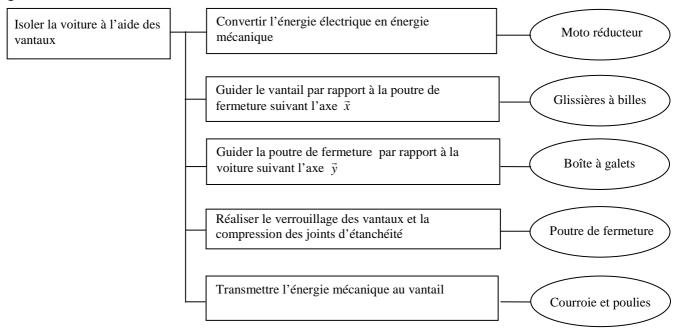


Le système est isostatique, cela permet aux différentes pièces (mat-réacteur, aile ...) de se dilater sous l'effet des variations de températures, sans provoquer de contraintes qui seraient préjudiciables à la résistance de cet assemblage.

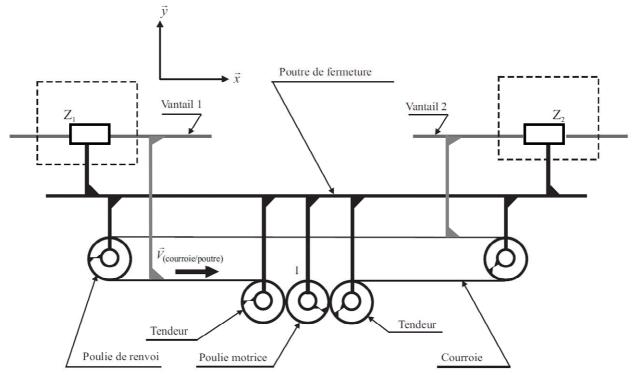
Florestan MATHURIN Page 4 sur 10

# Système d'ouverture des portes de voitures tramway - Corrigé

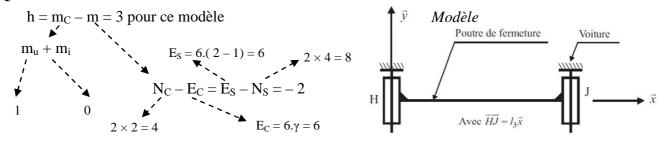
### Q.1.



### Q.2.



### Q.3.



Florestan MATHURIN Page 5 sur 10

Il faut que les 2 axes des 2 liaisons pivot glissant soient parfaitement parallèles et que la distance l<sub>3</sub> soit constante sur toute la longueur du guidage.

### Q.4.

Pivot glissant d'axe (H, 
$$\vec{y}$$
) 
$$\{F_{0 \to 1}^H\} = \begin{cases} X_{01}^H \ L_{01}^H \\ 0 \ 0 \\ Z_{01}^H \ N_{01}^H \end{cases} \text{ et } \{F_{0 \to 1}^J\} = \begin{cases} X_{01}^J \ L_{01}^J \\ 0 \ 0 \\ Z_{01}^J \ N_{01}^J \end{cases}$$

$$\to \overrightarrow{HJ} = l_3.\vec{x} \ \to \{F_{0 \to 1}^J\} = \begin{cases} X_{01}^J \ L_{01}^J \\ 0 \ -l_3.Z_{01}^J \\ Z_{01}^J \ N_{01}^J \end{cases}$$

$$| (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})|$$

On pose : 
$$\{F_{0\to 1}^{eq}\}=\begin{cases} X_{01}^{eq} & L_{01}^{eq} \\ Y_{01}^{eq} & M_{01}^{eq} \\ Z_{01}^{eq} & N_{01}^{eq} \end{cases}_{(\bar{x},\bar{y},\bar{z})}$$
 et  $\{F_{0\to 1}^{eq}\}=\{F_{0\to 1}^{H}\}+\{F_{0\to 1}^{J}\}$  d'où : 
$$\begin{cases} X_{01}^{eq} = X_{01}^{H} + X_{01}^{J} \\ Y_{01}^{eq} = 0 \\ Z_{01}^{eq} = Z_{01}^{H} + Z_{01}^{J} \\ L_{01}^{eq} = L_{01}^{H} + L_{01}^{J} \\ M_{01}^{eq} = -l_{3}.Z_{01}^{J} \\ N_{01}^{eq} = N_{01}^{H} + N_{01}^{J} \end{cases}$$

$$\rightarrow \left\{ F_{0 \to 1}^{eq} \right\} = \begin{cases} X_{01}^{H} + X_{01}^{J} & L_{01}^{H} + L_{01}^{J} \\ 0 & -l_{3}.Z_{01}^{J} \\ Z_{01}^{H} + Z_{01}^{J} & N_{01}^{H} + N_{01}^{J} \end{cases}$$
soit une liaison glissière d'axe (H,  $\vec{y}$ ).

#### Q.5.

Pivot glissant d'axe (H, 
$$\vec{y}$$
)

Ponctuelle en J de normale  $\vec{z}$ 

$$\left\{ F_{0 \to 1}^{H} \right\} = \begin{cases} X_{01}^{H} & L_{01}^{H} \\ 0 & 0 \\ Z_{01}^{H} & N_{01}^{H} \end{cases}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \text{ et } \left\{ F_{0 \to 1}^{J} \right\} = \begin{cases} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{01}^{J} & 0 \end{cases}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

$$\rightarrow \overrightarrow{HJ} = l_3.\overrightarrow{x} \rightarrow \{F_{0\to 1}^J\} = \begin{cases} 0 & 0 \\ 0 & -l_3.Z_{01}^J \\ Z_{01}^J & 0 \end{cases}_{(\overline{x},\overline{y},\overline{z})}$$

On pose : 
$$\{F_{0 \to 1}^{eq}\} = \begin{cases} X_{01}^{eq} & L_{01}^{eq} \\ Y_{01}^{eq} & M_{01}^{eq} \\ Z_{01}^{eq} & N_{01}^{eq} \end{cases}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} \text{ et } \{F_{0 \to 1}^{eq}\} = \{F_{0 \to 1}^{H}\} + \{F_{0 \to 1}^{J}\}$$

On pose :  $\{F_{0\to 1}^{eq}\} = \begin{cases} X_{01}^{eq} & L_{01}^{eq} \\ Y_{01}^{eq} & M_{01}^{eq} \\ Z_{01}^{eq} & N_{01}^{eq} \end{cases}$  et  $\{F_{0\to 1}^{eq}\} = \{F_{0\to 1}^{H}\} + \{F_{0\to 1}^{J}\}$  d'où  $\{F_{0\to 1}^{eq}\} = \begin{cases} X_{01}^{H} & L_{01}^{H} \\ 0 & -l_{3}.Z_{01}^{J} \\ Z_{01}^{H} & N_{01}^{H} \end{cases}$  soit une liaison glissière d'axe (H,  $\vec{y}$ ).

 $h = m_C - m = 0$  pour ce modèle  $m_u + m_i \qquad E_S = 6.(2-1) = 6 \qquad 4+1=5$   $N_C - E_C = E_S - N_S = 1$   $E_C = 6.\gamma = 6$ 

Florestan MATHURIN Page 6 sur 10

### Portail automatique - Corrigé

**Q.1.** 1/0 : liaison pivot d'axe 
$$(A, \vec{z}_0)$$
 :  $\{C_{1/0}\} = \begin{cases} \dot{\theta}_{10}.\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{cases}$ 

2/1 : liaison pivot d'axe (B, 
$$\vec{z}_0$$
) :  $\{C_{2/1}\} = \begin{cases} \dot{\theta}_{21}.\vec{z}_0\\ \vec{0} \end{cases}$ 

3/2 : liaison pivot d'axe (C, 
$$\vec{z}_0$$
) :  $\{C_{3/2}\} = \begin{cases} \dot{\theta}_{32}.\vec{z}_0\\ \vec{0} \end{cases}$ 

3/0: liaison pivot d'axe (O, 
$$\vec{z}_0$$
):  $\{C_{3/0}\} = \begin{cases} \dot{\theta}_{30}.\vec{z}_0\\ \vec{0} \end{cases}$ 

**Q.2.** Fermeture cinématique : 
$$\{C_{0/0}\} = \{C_{0/3}\} + \{C_{3/2}\} + \{C_{2/1}\} + \{C_{1/0}\}$$

$$\begin{aligned}
\{C_{1/0}\} &= \begin{cases} \dot{\theta}_{10}.\vec{z}_{0} \\ \vec{0} \end{cases} = \begin{cases} \dot{\theta}_{10}.\vec{z}_{0} \\ -l.\dot{\theta}_{10}.\vec{y}_{2} - l.\dot{\theta}_{10}.\vec{x}_{1} \end{cases} \\
\{C_{2/1}\} &= \begin{cases} \dot{\theta}_{21}.\vec{z}_{0} \\ -l.\dot{\theta}_{21}.\vec{z}_{0} \end{cases} = \begin{cases} \dot{\theta}_{21}.\vec{z}_{0} \\ -l.\dot{\theta}_{21}.\vec{z}_{0} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\{C_{2/1}\} = \begin{cases} \dot{\theta}_{21}.\vec{z}_{0} \\ \vec{0} \end{cases} = \begin{cases} \dot{\theta}_{21}.\vec{z}_{0} \\ -l.\dot{\theta}_{21}.\vec{y}_{2} \end{cases}$$

$$\left\{C_{0/3}\right\} = -\left\{\begin{array}{c} \dot{\theta}_{30}.\vec{z}_{0} \\ \vec{0} \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c} -\dot{\theta}_{30}.\vec{z}_{0} \\ c.\dot{\theta}_{30}.\vec{y}_{3} - d.\dot{\theta}_{30}.\vec{x}_{3} \end{array}\right\}$$

Soit: 
$$-\dot{\theta}_{30} + \dot{\theta}_{32} + \dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{10} = 0$$
 et

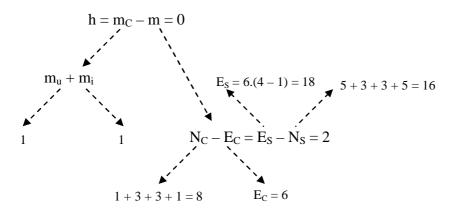
 $c.\dot{\theta}_{30}.\vec{y}_3-d.\dot{\theta}_{30}.\vec{x}_3-l.\dot{\theta}_{21}.\vec{y}_2-l.\dot{\theta}_{10}.\vec{y}_2-l.\dot{\theta}_{10}.\vec{x}_1=\vec{0} \quad \text{ce qui donne 2 \'equations scalaires ind\'ependantes}$ après projection.

On a 
$$N_C = 4$$
 et  $r_C = 3 \rightarrow m_C = 4 - 3 = 1$ 

**Q.3.** On a 
$$E_C = 6 \rightarrow h = m_C - m = m_C - N_C + E_C = 1 - 4 + 6 = 3$$
 pour ce modèle.

**Q.4.** 
$$h = m_C - m = m_C - (E_S - I_S) = 1 - (6.(S - 1) - 20) = 1 - 18 + 20 = 3$$
 pour ce modèle.

Q.5. Il faut modifier les solutions constructives aux niveaux des liaisons aux points B et C. Pour obtenir une modélisation isostatique il faudrait 2 liaisons rotules :

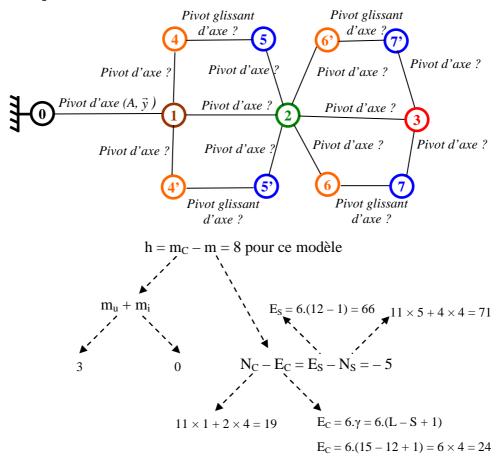


Florestan MATHURIN Page 7 sur 10

# E.P.A.S. de camion de pompier - Corrigé

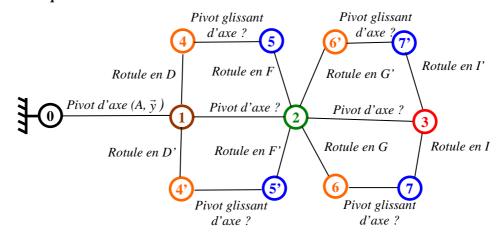
Q.1.

### Graphe de structure



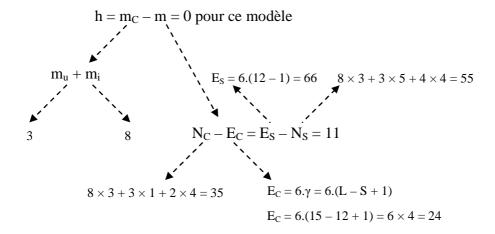
- **Q.2.** On constate que 2 chaines parallèles permettent la mise en mouvement des solides 2 et  $3 \rightarrow la$  redondance des liaisons est respectée vis-à-vis du C.d.C.F..
- Q.3. Il concevoir des liaisons telles quelles puissent être définies par le graphe des liaisons ci-dessous :

### Graphe de structure



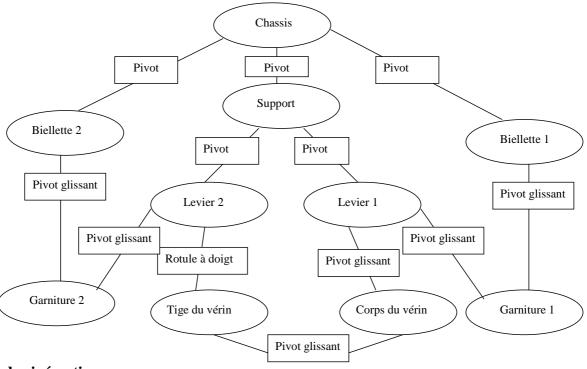
Ce qui permet d'obtenir un degré d'hyperstatisme h :

Florestan MATHURIN Page 8 sur 10



# Système de freinage d'un TGV DUPLEX - Corrigé

Q.1. Graphe de structure (on ne précisera pas les axes des liaisons ici par soucis de clarté)



### Méthode cinématique

S = 10 solides

L = 12 liaisons

Nombre de cycles :  $\gamma = 12 - 10 + 1 = 3$ 

 $m_u = 2$  mobilités

Pas de mobilité interne.

Inconnues cinématiques :

5 pivots ( $N_C = 5 \times 1 = 5$ )

6 pivots glissants ( $N_C = 6 \times 2 = 12$ )

1 rotule à doigt ( $N_C = 2$ )

donc  $N_C = 19$ 

Le degré d'hyperstatisme est donc de

$$h = m_C - N_C + E_C = 2 - 19 + 18 = 1$$

Florestan MATHURIN Page 9 sur 10

**Q.2.**  $h > 0 \rightarrow C.d.C.F.$  respecté.

**Q.5.** Les biellettes 1 et 2 servent à s'opposer à l'effort disque / garniture suivant  $\vec{x}$  et soulagent ainsi les liaisons pivot en  $C_1$  et  $C_2$ . Elles servent aussi à encaisser le poids de la garniture.

**Q.6.** Frein rhéostatique qui consiste à faire fonctionner les moteurs en générateurs et à charger le générateur en lui faisant fournir de l'énergie à un récepteur (réseau ou résistances). Frein à courants de Foucault, en utilisant les courants induit sur un disque ou sur le rail.

Florestan MATHURIN Page 10 sur 10