

CHAPITRE 2 : Action d'un champ magnétique

Un champ magnétique, créé par un circuit parcouru par un courant ou un aimant, exerce une force sur un autre circuit ou aimant. Dans ce chapitre on apprendra à calculer la force et ou le couple exercé(e) par un champ magnétique sur un circuit parcouru par un courant.

1. Force de Laplace

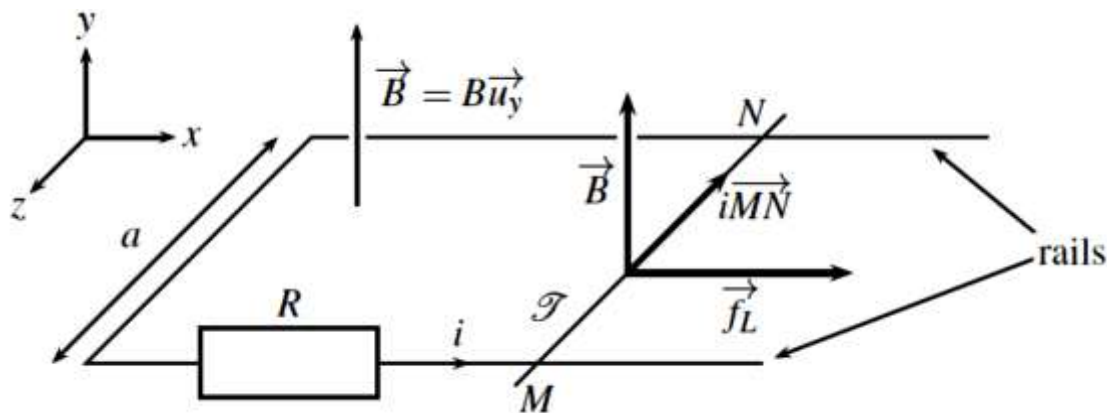
1.1. Densité linéique de la force de Laplace

Un élément de courant filiforme $d\vec{\ell}$ (dans le sens de i) parcouru par un courant i placé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire \vec{B} subie la force de Laplace $d\vec{F}_L = i d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$ (2-1). Soit \vec{u} , le vecteur unitaire tel que $d\vec{\ell} = d\ell \vec{u}$. On a $d\vec{F}_L = i d\ell \vec{u} \wedge \vec{B}$.

On définit la densité linéique \vec{f} de la force de Laplace $\vec{f}_L = \frac{d\vec{F}_L}{d\ell} = i \vec{u} \wedge \vec{B}$ (2-2).

1.2. Force de Laplace sur une tige en translation

On considère une tige T , conductrice, posée sur deux rails parallèles eux aussi conducteurs (rails de Laplace : Pierre Simon de Laplace 1749-1827, français).



L'ensemble forme un circuit électrique fermé, parcouru par un courant i , créé par un générateur non représenté. Cet ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B \vec{u}_y$, orthogonal au plan des rails. La force de Laplace s'exerce sur la portion de la tige T comprise entre les points M et N , de longueur $a = MN$. En utilisant la force $d\vec{F}_L$ de la relation (2-1), on a la force \vec{F}_L qui s'exerce sur la portion MN :

$$\vec{F}_L = i \vec{MN} \wedge \vec{B} \quad (2-3).$$

1.3. Puissance de la force de Laplace

Le mouvement de translation de la tige T , donc de la portion MN a une vitesse $\vec{v} = v \vec{u}_x$. La puissance de la force de Laplace s'écrit alors : $\wp_L = \vec{F}_L \cdot \vec{v} = i a B v$ (2-4).

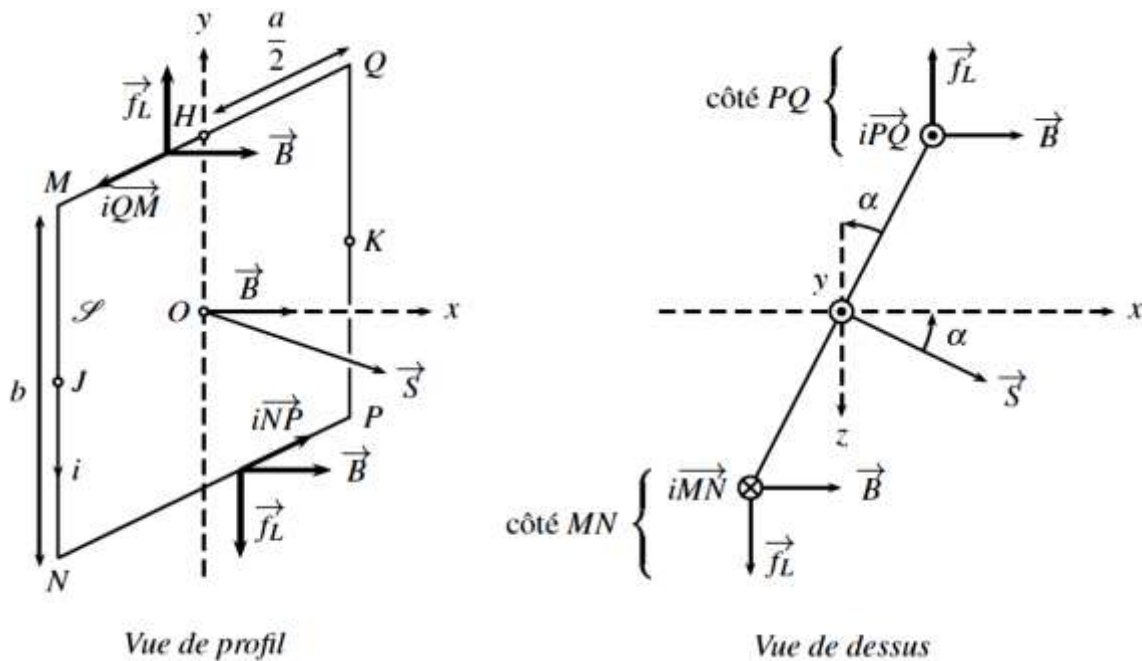
2. Couple magnétique

2.1. Expression du couple

Un circuit ou un aimant de moment magnétique \vec{M} plongé dans un champ magnétique extérieur uniforme \vec{B} subit un couple magnétique de moment $\vec{F}_L = \vec{M} \wedge \vec{B}$ (2 – 5).

2.2. Puissance du couple

On considère la spire rectangulaire $MNPQ$ parcouru par un courant i et plongée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire. On suppose que la spire $MNPQ$ tourne à la vitesse angulaire $\omega = -\dot{\alpha}$ (le signe – provient du fait que l'angle α part de la direction liée à la spire au lieu d'arriver sur la direction liée à la spire).



Le moment du couple de Laplace ou du couple magnétique par rapport à l'axe de rotation (Oy) est $\Gamma_{Ly} = \vec{r}_L \cdot \vec{u}_y$.

$$\vec{r}_L = \vec{M} \wedge \vec{B} = [(M \cos \alpha \vec{u}_x + M \sin \alpha \vec{u}_z) \wedge B \vec{u}_x] = MB \sin \alpha \vec{u}_z \wedge \vec{u}_x = MB \sin \alpha \vec{u}_y$$

$$\text{Donc } \Gamma_{Ly} = \vec{r}_L \cdot \vec{u}_y = MB \sin \alpha$$

$$\text{La puissance de ce couple est donc } \wp_L = \Gamma_{Ly} \cdot \dot{\alpha} = -M B \dot{\alpha} \sin \alpha \quad (2 - 6).$$

2.3. Etablissement du couple

On étudie une spire rectangulaire $MNPQ$ parcourue par un courant i , et plongée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B \vec{u}_y$, créé par un environnement extérieur. La spire peut tourner autour de l'axe (Oy) et on s'intéresse au moment par rapport à O de la force de



Laplace exercée par le champ magnétique sur la spire. On note $a = NP = MQ$ et $b = PQ = NM$, les longueurs des côtés de la spire qui délimite une surface $S = ab$.

Le schéma précédent montre que la somme des forces de Laplace sur le tour de la spire est nulle. Ces forces s'annulent deux à deux pour deux côtés parallèles. La spire est aussi soumise à un couple magnétique. La force de Laplace \vec{F}_{QM} sur le côté QM est dirigée suivant \vec{u}_y et s'applique au milieu H de QM . Son moment en O , $\vec{M}_{O,QM} = \vec{OH} \wedge \vec{F}_{QM} = \vec{0}$. Il en est de même pour la force \vec{F}_{PN} appliquée sur le côté PN . Les moments en O des forces de Laplace sur les côtés QP et MN sont non nuls et donc ont un effet sur la rotation autour de (Oy) . On observe sur le schéma vue de dessus, qu'elles tendent à faire tourner la spire dans le sens trigonométrique, c'est-à-dire qu'elles tendent à aligner le vecteur surface \vec{S} sur le vecteur champ magnétique \vec{B} . Le champ magnétique étant uniforme, la force de Laplace sur la portion PQ est $\vec{F}_{PQ} = i \vec{PQ} \wedge \vec{B} = -ibB \vec{u}_z$. Le moment par rapport à O de \vec{F}_{PQ} , force s'appliquant en K au milieu de PQ est :

$$\vec{M}_{O,PQ} = \vec{OK} \wedge \vec{F}_{PQ} = \frac{a}{2} (\sin \alpha \vec{u}_x - \cos \alpha \vec{u}_z) \wedge -ibB \vec{u}_z = \frac{a}{2} ibB \sin \alpha \vec{u}_y.$$

Le calcul analogue sur MN donne : $\vec{F}_{MN} = i \vec{MN} \wedge \vec{B} = ibB \vec{u}_z$ et

$$\vec{M}_{O,MN} = \vec{OJ} \wedge \vec{F}_{MN} = \frac{a}{2} (-\sin \alpha \vec{u}_x + \cos \alpha \vec{u}_z) \wedge ibB \vec{u}_z = \frac{a}{2} ibB \sin \alpha \vec{u}_y.$$

Le moment résultant total de Laplace est donc $\vec{r}_L = \vec{M}_{O,MN} + \vec{M}_{O,PQ} = iabB \sin \alpha \vec{u}_y$ (2-7).

La relation (2-7) montre que le couple ou le moment \vec{r}_L est proportionnel au courant i et à la norme du champ B . Il change de sens si le courant i change de sens ou si le champ magnétique change de sens. Le produit iab représente la norme du moment magnétique

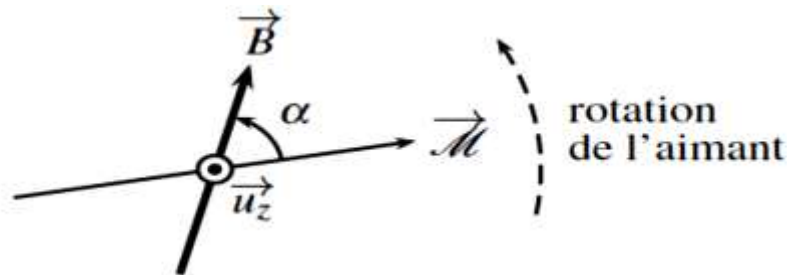
$$\vec{M} = i \cdot \vec{S} = iab(\cos \alpha \vec{u}_x + \sin \alpha \vec{u}_z) \quad \text{et} \quad \vec{M} \wedge \vec{B} = iab(\cos \alpha \vec{u}_x + \sin \alpha \vec{u}_z) \wedge B \vec{u}_x = iabB \sin \alpha \vec{u}_y$$

Remarque : on retrouve $\|\vec{r}_L\| = \|\vec{M}\| \|\vec{B}\| |\sin \alpha|$ où $\alpha = (\vec{M}, \vec{B})$.

3. Action d'un champ magnétique uniforme sur un aimant

3.1. Orientation de l'aimant

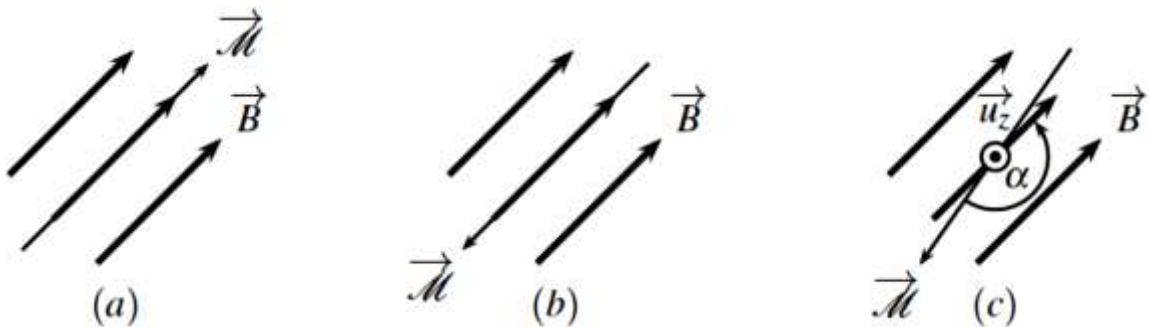
Le couple magnétique exercé par un champ magnétique uniforme \vec{B} sur un aimant de moment magnétique \vec{M} tend à aligner le vecteur \vec{M} sur \vec{B} . On considère un aimant pouvant tourner autour d'un axe (Oz) .



Dans la configuration de la figure, le couple exercé par le champ magnétique sur l'aimant est $\vec{\Gamma}_L = MB \sin \alpha \vec{u}_z$. Ce couple est porté par $\oplus \vec{u}_z$. Ce couple tend à faire tourner l'aimant dans le sens positif lié à \vec{u}_z , indiqué par la règle de la main droite. L'influence du couple est donc d'aligner l'aimant sur le champ magnétique. Lorsque l'aimant est parallèle au champ magnétique, l'angle α est nul et le couple s'annule ; l'aimant ne tourne plus et reste dans cette position.

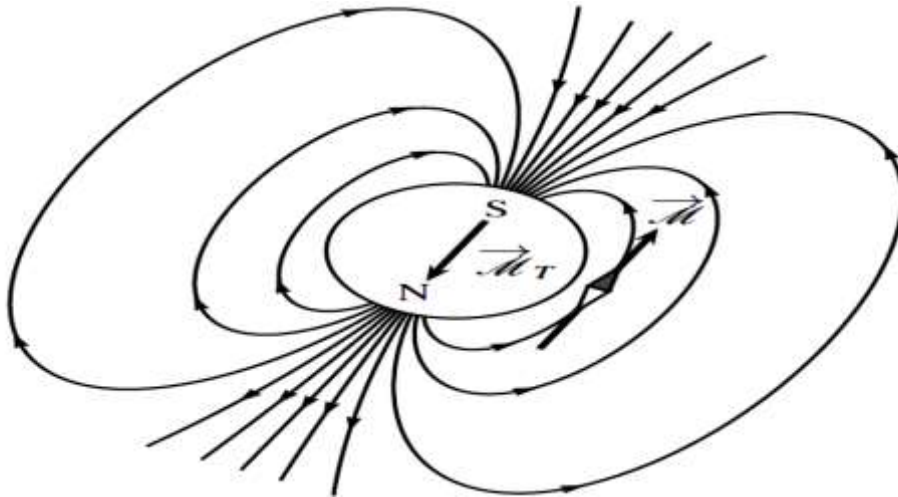
3.2. Positions d'équilibre

$\vec{\Gamma}_L = MB \sin \alpha \vec{u}_z$. Les positions d'équilibre correspondent aux cas où $\alpha = 0$ ou $\alpha = \pi$ c'est-à-dire quand le couple est nul. Le cas $\alpha = 0$ correspond à une position d'équilibre stable (parallèle à \vec{B}). Le cas $\alpha = \pi$ correspond à une position d'équilibre instable (antiparallèle à \vec{B}) : lorsque l'aimant tourne d'un angle α faible, il ne revient pas dans sa position d'origine, mais effectue un demi-tour pour se retrouver en position stable (parallèle à \vec{B}). Ainsi, dans le cas du schéma (c), l'aimant tourne autour de (Oz) , dans le sens positif, jusqu'à ce que le couple s'annule dans la position parallèle ou $\alpha = 0$.



3.3. Application à la boussole

Le champ magnétique terrestre se modélise, en première approximation, par un moment magnétique placé au centre de la terre. Il sort de la terre par le pôle nord magnétique, situé au pôle sud géographique, et entre par le pôle sud, situé au pôle nord géographique.

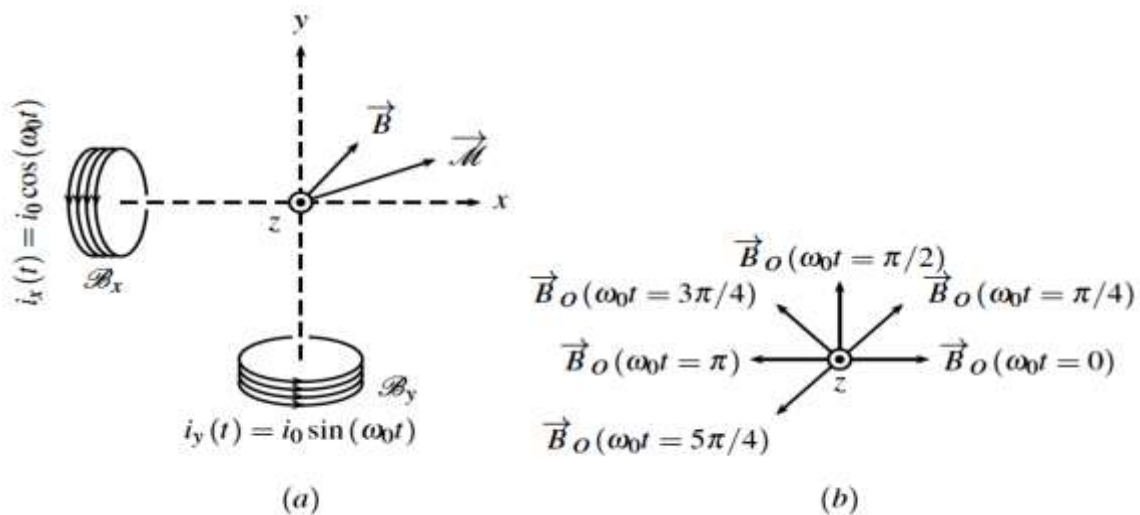


L'aiguille d'une boussole, constituée d'un petit aimant de moment magnétique \vec{M} à la surface de la terre, s'oriente spontanément sur le champ magnétique terrestre \vec{B}_T . Ainsi, le pôle nord de l'aimant indique la direction du sud magnétique de la terre, c'est-à-dire le pôle nord géographique. Les géographes parlent de pôle nord magnétique pour indiquer la position du pôle sud de l'aimant qu'est la terre.

4. Effet moteur d'un champ magnétique tournant

4.1. Création d'un champ magnétique tournant

On peut obtenir un champ magnétique tournant avec le dispositif représenté sur la figure suivante.



Deux bobines d'axes orthogonaux entre eux, \mathcal{B}_x et \mathcal{B}_y créent chacune un champ magnétique en O . \mathcal{B}_x crée le champ $\vec{B}_{ox} = K i_x \vec{u}_x$ et \mathcal{B}_y crée le champ $\vec{B}_{oy} = K i_y \vec{u}_y$. K est une constante commune aux bobines supposées identiques et à la même distance de O , et dépendant de leurs géométries. Les champs des deux bobines s'ajoutent. On fait en sorte que les intensités dans les



deux bobines varient sinusoïdalement dans le temps, avec la même amplitude i_0 et la même pulsation ω_0 , et soient en quadrature de phase : $i_x(t) = i_0 \cos(\omega_0 t)$ et $i_y(t) = i_0 \sin(\omega_0 t)$.

Le champ total créé par les deux bobines en O est :

$$\vec{B}(O) = \vec{B}_{ox} + \vec{B}_{oy} = K i_0 \cos(\omega_0 t) \vec{u}_x + K i_0 \sin(\omega_0 t) \vec{u}_y$$

$\vec{B}(O)$ tourne autour de l'axe (Oz) à la vitesse angulaire ω_0 .

On crée un champ magnétique tournant avec deux bobines d'axes perpendiculaires, alimentés par des courants sinusoïdaux en quadrature de phase.

4.2. Action sur un aimant

Qualitativement, lorsqu'on place un aimant en O , mobile en rotation autour de l'axe (Oz) , le champ magnétique exerce un couple sur l'aimant de moment magnétique \vec{M} . Ainsi l'aimant tourne pour s'orienter parallèlement au champ magnétique. Quand le champ magnétique tourne, l'aimant tourne également à la vitesse angulaire ω_0 autour de (Oz) . C'est le principe des moteurs synchrones, dans lesquels le champ magnétique et l'aimant tournent à la même vitesse angulaire.