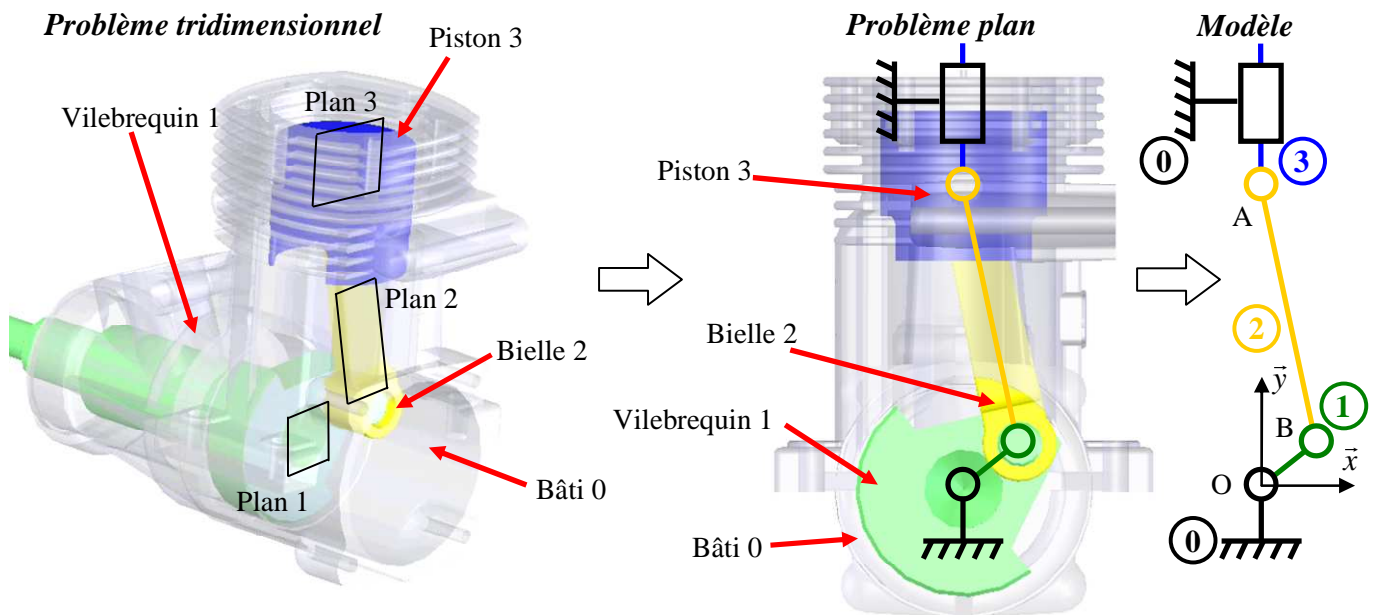


## Fiche 9 – Mouvement plan sur plan

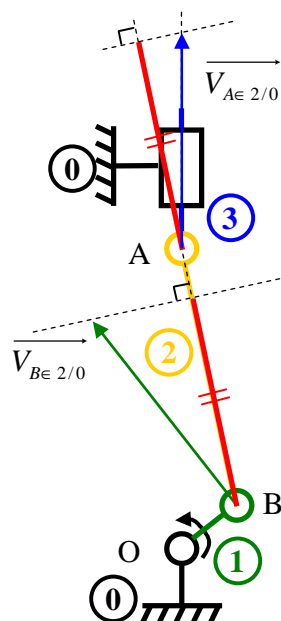


Dans le cas d'un mouvement plan sur plan d'un solide (S) par rapport à un référentiel R :

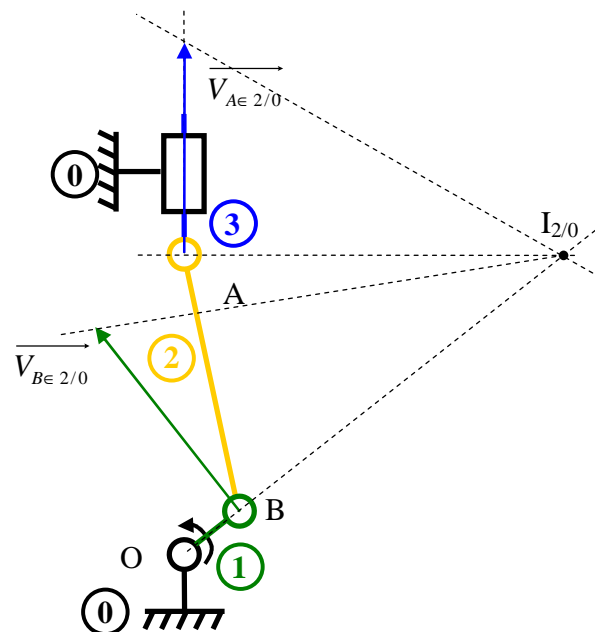
- Les vecteurs vitesse de tous les points du solide S en mouvement par rapport au repère R restent parallèles au plan.
- Le vecteur instantané de rotation de S par rapport à R reste constamment colinéaire à la normale au plan du mouvement.

Il est aisé de traduire graphiquement la propriété  
**d'équiprojectivité du champ des vecteurs  
vitesse :**

$$\forall A \in S \text{ et } \forall B \in S \rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{V}_{A \in S/R} = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{V}_{B \in S/R}$$



Il existe un point  $I_{S/R}$  appelé **centre instantané  
de rotation de S/R** tel que  $\vec{V}_{I_{S/R} \in S/R} = \vec{0}$



## Fiche 11 – Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

L'objectif d'une résolution graphique est de déterminer un ou des vecteurs vitesses à partir des données d'entrée.

*Exemple du micromoteur.* On connaît en données d'entrées la vitesse de rotation de la manivelle par rapport au bâti 0 (1000 tr/min), le rayon  $OB=3\text{cm}$  et on impose une échelle des vitesses de 1cm pour 1m/s. L'objectif est de déterminer la vitesse de sortie du piston 3 par rapport au bâti 0.

### Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrée)

L'objectif est de tracer un vecteur vitesse en un point M à partir des données d'entrée. On peut avoir imposé en mouvement d'entrée :

- Un mouvement de translation
  - direction : celle de la liaison glissière
  - sens : donné (sur le dessin ou dans l'énoncé)
  - norme : donnée (en m/s)
- Un mouvement de rotation autour d'un point (O par exemple)
  - direction : perpendiculaire au rayon OM
  - sens : donné par le sens de la rotation (sur le dessin ou dans l'énoncé)
  - norme :  $OM \times \omega$  avec  $\omega$  vitesse de rotation en rad/s (on utilise l'échelle des longueurs pour avoir la vraie dimension du rayon OM).

Le tracé du vecteur vitesse se fait ensuite en utilisant l'échelle des vitesses (donnée imposée ou à fixer).

*Exemple du micromoteur*

On a en données d'entrées :

Rotation de la manivelle  $N=1000 \text{ tr/min}$

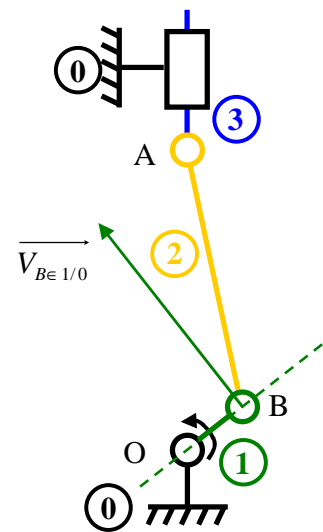
$OB=3\text{cm}$

Echelle des vitesses de 1cm pour 1m/s

Un mouvement de rotation est imposé en entrée  $\rightarrow$  il faut déterminer

$\vec{V}_{B \in 1/0}$  :

- direction : perpendiculaire au rayon  $OB$
- sens : sens trigo (donné sur le dessin)
- norme :  $\omega = \frac{2\pi}{60} \cdot N = \frac{2\pi}{60} \cdot 1000 \approx 105 \text{ rad/s} \rightarrow \|\vec{V}_{B \in 1/0}\| = 3,15 \text{ m/s}$   
soit 3,15 cm.

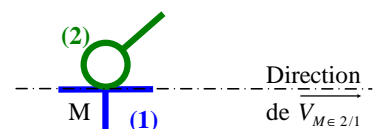


### Etape 2. Définition des mouvements partiellement connus (sorties)

On utilise à cette étape les mêmes propriétés que pour l'étape 1 mais ici seules les directions sont connues.



Pour les liaisons ponctuelles, on peut donner la direction de la vitesse du point de contact M.



*Exemple du micromoteur*

Le mouvement de sortie est un mouvement de translation rectiligne suivant l'axe vertical. La direction de  $\vec{V}_{A \in 3/0}$  est donc la même que celle de la liaison glissière.

### Etape 3. Progression de solide en solide

On utilise la composition des vecteurs vitesses pour changer de solide et ainsi faire propager l'information connue en allant de l'entrée vers la sortie (ou de la sortie vers l'entrée, c'est le même principe). On utilise ensuite les informations sur les liaisons ou les mouvements pour simplifier les relations de composition de mouvement.

#### Exemple du micromoteur

$$\begin{array}{c}
 \overrightarrow{V_{A \in 3/0}} \\
 \downarrow \text{Composition de mouvement} \\
 \overrightarrow{V_{A \in 3/0}} = \overrightarrow{V_{A \in 3/2}} + \overrightarrow{V_{A \in 2/0}} \\
 \downarrow \text{Liaison 3/2 :} \\
 \overrightarrow{V_{A \in 3/0}} = \overrightarrow{V_{A \in 2/0}} \quad \text{Liaison pivot parfaite} \\
 \text{en A} \rightarrow \overrightarrow{V_{A \in 3/2}} = \vec{0}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \overrightarrow{V_{B \in 1/0}} \\
 \downarrow \text{Composition de mouvement} \\
 \overrightarrow{V_{B \in 2/0}} = \overrightarrow{V_{B \in 2/1}} + \overrightarrow{V_{B \in 1/0}} \\
 \downarrow \text{Liaison 2/1 :} \\
 \overrightarrow{V_{B \in 2/0}} = \overrightarrow{V_{B \in 1/0}} \quad \text{Liaison pivot parfaite} \\
 \text{en B} \rightarrow \overrightarrow{V_{B \in 2/1}} = \vec{0}
 \end{array}$$

### Etape 4. Ecriture de la relation entre les vitesses de deux points liés à un même solide

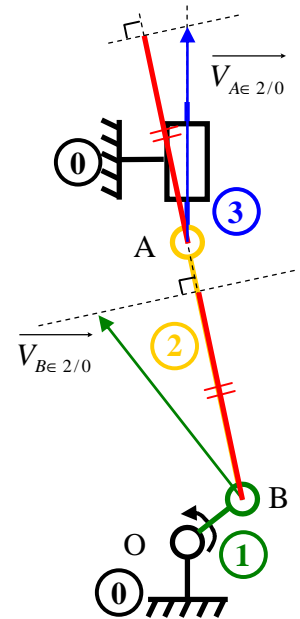
On utilise l'équiprojectivité pour trouver une norme ou une projection d'un vecteur vitesse inconnu à partir de la vitesse connue en un autre point.

#### Exemple du micromoteur

On connaît  $\overrightarrow{V_{B \in 2/0}} (= \overrightarrow{V_{B \in 1/0}})$  et on connaît la direction de  $\overrightarrow{V_{A \in 2/0}} (= \overrightarrow{V_{A \in 3/0}})$ .

On peut appliquer la relation d'équiprojectivité sur le solide 2.

$$\rightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{V_{B \in 2/0}} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{V_{A \in 2/0}}$$



### Etape 5. Mesure de la vitesse en sortie

On recommence plusieurs fois les opérations précédentes si besoin jusqu'à obtenir le(s) vecteur(s) vitesse recherché(s). On mesure la longueur du vecteur en sortie et en utilisant l'échelle des vitesses, on donne la norme de la vitesse (le sens et la direction sont donnés sur la figure).

#### Exemple du micromoteur

On a déterminé graphiquement  $\overrightarrow{V_{A \in 3/0}}$  et on mesure  $\|\overrightarrow{V_{A \in 3/0}}\| \approx 2,8 \text{ cm}$  soit  $2,8 \text{ m/s}$ .

## Fiche 12 – Méthode de résolution graphique par utilisation du CIR

L'objectif d'une résolution graphique est de déterminer un ou des vecteurs vitesses à partir des données d'entrée.



- Il faut connaître au moins deux directions non parallèles de deux vecteurs vitesse différents pour déterminer le CIR d'un solide par rapport à son référentiel d'étude
- Le CIR n'existe pas si le solide est en translation. Dans ce cas, il peut être considéré comme étant à l'infini.
- Pour un mouvement de rotation plane, le CIR est confondu avec le centre de la rotation (il ne bouge pas)
- A l'instant  $t + \Delta t$  le CIR peut être différent (d'où le nom instantané).



**Base** : la trajectoire du CIR  $I_{S/R}$  par rapport à R.

**Roulante** : la trajectoire du CIR  $I_{S/R}$  par rapport au solide S.

*Exemple du micromoteur. On connaît en données d'entrées la vitesse de rotation de la manivelle par rapport au bâti 0 (1000 tr/min), le rayon  $OB=3\text{cm}$  et on impose une échelle des vitesses de 1cm pour 1m/s. L'objectif est de déterminer la vitesse de sortie du piston 3 par rapport au bâti 0.*

### Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrée)

L'objectif est de tracer un vecteur vitesse en un point M à partir des données d'entrée. On peut avoir imposé en mouvement d'entrée :

- Un mouvement de translation
  - direction : celle de la liaison glissière
  - sens : donné (sur le dessin ou dans l'énoncé)
  - norme : donnée (en m/s)
- Un mouvement de rotation autour d'un point (O par exemple)
  - direction : perpendiculaire au rayon OM
  - sens : donné par le sens de la rotation (sur le dessin ou dans l'énoncé)
  - norme :  $OM \times \omega$  avec  $\omega$  vitesse de rotation en rad/s (on utilise l'échelle des longueurs pour avoir la vraie dimension du rayon OM).

Le tracé du vecteur vitesse se fait ensuite en utilisant l'échelle des vitesses (donnée imposée ou à fixer).

*Exemple du micromoteur*

*On a en données d'entrées :*

*Rotation de la manivelle  $N=1000 \text{ tr/min}$*

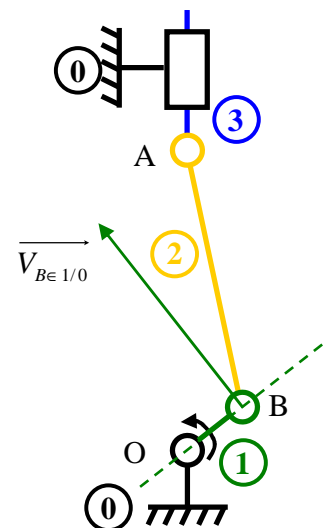
*$OB=3\text{cm}$*

*Echelle des vitesses de 1cm pour 1m/s*

*Un mouvement de rotation est imposé en entrée  $\rightarrow$  il faut déterminer*

$\vec{V}_{B \in 1/0}$  :

- direction : perpendiculaire au rayon OB
- sens : sens trigo (donné sur le dessin)
- norme :  $\omega = \frac{2\pi}{60} \cdot N = \frac{2\pi}{60} \cdot 1000 \approx 105 \text{ rad/s} \rightarrow \|\vec{V}_{B \in 1/0}\| = 3,15 \text{ m/s}$   
soit 3,15 cm.



**Etape 2. Définition des mouvements partiellement connus (sorties)**

On utilise à cette étape les mêmes propriétés que pour l'étape 1 mais ici seules les directions sont connues.

*Exemple du micromoteur. Le mouvement de sortie est un mouvement de translation rectiligne suivant l'axe vertical. La direction de  $\vec{V}_{A \in 3/0}$  est donc la même que celle de la liaison glissière.*

**Etape 3. Progression de solide en solide**

On utilise la composition des vecteurs vitesses pour changer de solide et ainsi faire propager l'information connue en allant de l'entrée vers la sortie (ou de la sortie vers l'entrée, c'est le même principe). On utilise ensuite les informations sur les liaisons ou les mouvements pour simplifier les relations de composition de mouvement.

*Exemple du micromoteur*

$$\begin{array}{c}
 \vec{V}_{A \in 3/0} \\
 \downarrow \text{Composition de mouvement} \\
 \vec{V}_{A \in 3/0} = \vec{V}_{A \in 3/2} + \vec{V}_{A \in 2/0} \\
 \downarrow \text{Liaison 3/2 :} \\
 \vec{V}_{A \in 3/0} = \vec{V}_{A \in 2/0} \quad \text{Liaison pivot parfaite} \\
 \text{en A} \rightarrow \vec{V}_{A \in 3/2} = \vec{0}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \vec{V}_{B \in 1/0} \\
 \downarrow \text{Composition de mouvement} \\
 \vec{V}_{B \in 2/0} = \vec{V}_{B \in 2/1} + \vec{V}_{B \in 1/0} \\
 \downarrow \text{Liaison 2/1 :} \\
 \vec{V}_{B \in 2/0} = \vec{V}_{B \in 1/0} \quad \text{Liaison pivot parfaite} \\
 \text{en B} \rightarrow \vec{V}_{B \in 2/1} = \vec{0}
 \end{array}$$

**Etape 4. Ecrition de la relation entre les vitesses de deux points liés à un même solide**

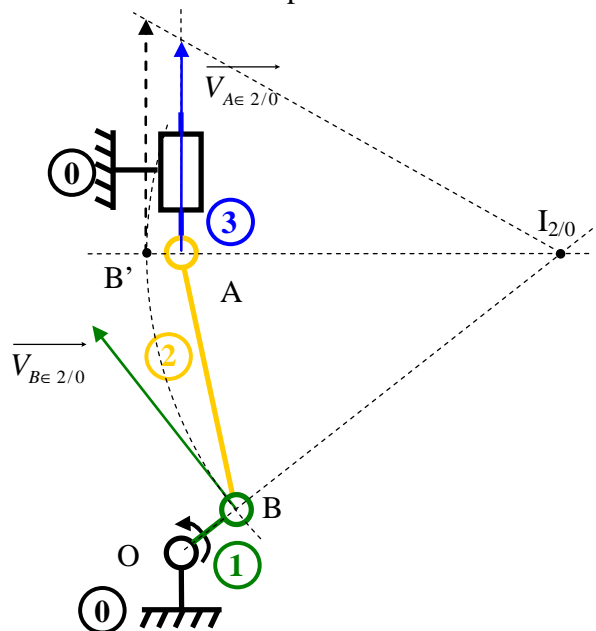
On utilise le CIR pour trouver une norme d'un vecteur vitesse inconnu à partir de la vitesse connue en un autre point.

*Exemple du micromoteur*

On connaît  $\vec{V}_{B \in 2/0} (= \vec{V}_{B \in 1/0})$  et on connaît la direction de  $\vec{V}_{A \in 2/0} (= \vec{V}_{A \in 3/0})$ .

On peut déterminer le CIR du solide 2 dans son mouvement par rapport à 0. (c'est le point d'intersection entre les droites perpendiculaires aux directions de 2 vecteurs vitesse).

La norme de  $\vec{V}_{A \in 2/0}$  est ensuite déterminée en utilisant la répartition linéaire du champ des vitesses. (on peut s'aider d'un compas)

**Etape 5. Mesure de la vitesse en sortie**

On recommence plusieurs fois les opérations précédentes si besoin jusqu'à obtenir le(s) vecteur(s) vitesse recherché(s). On mesure la longueur du vecteur en sortie et en utilisant l'échelle des vitesses, on donne la norme de la vitesse (le sens et la direction sont donnés sur la figure).

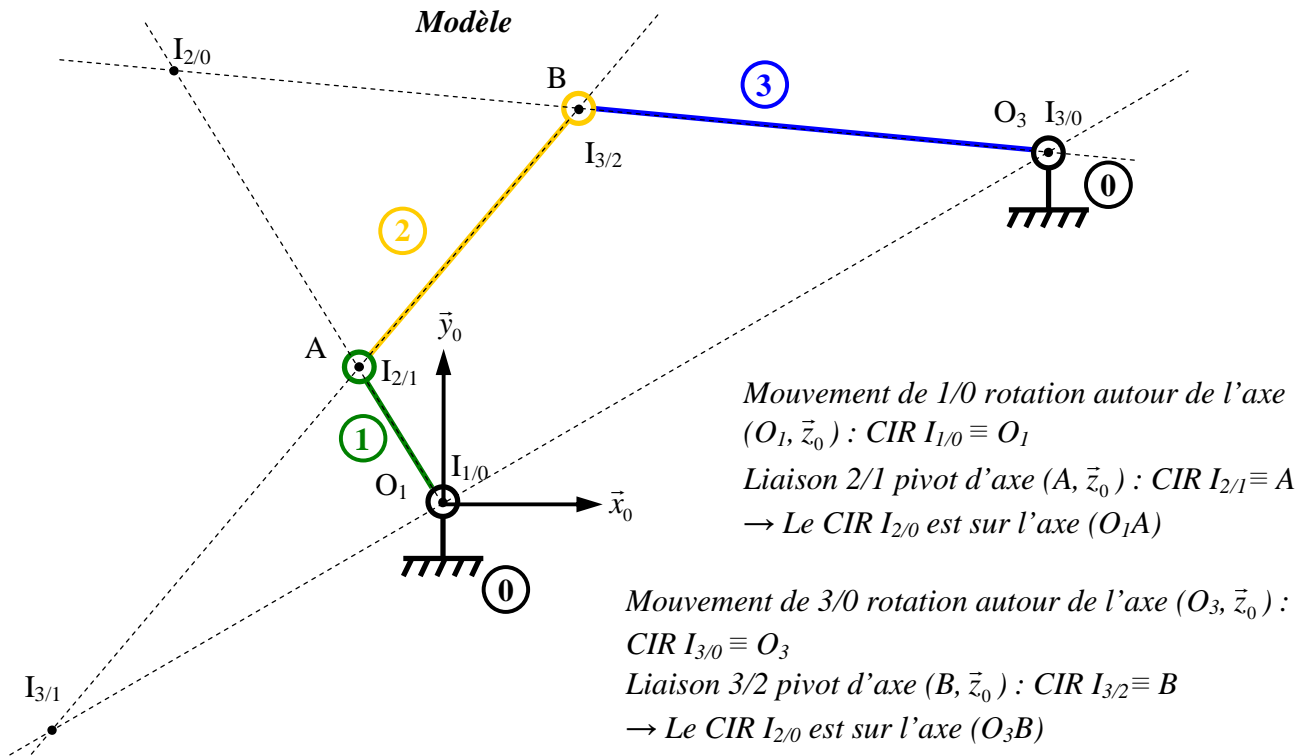
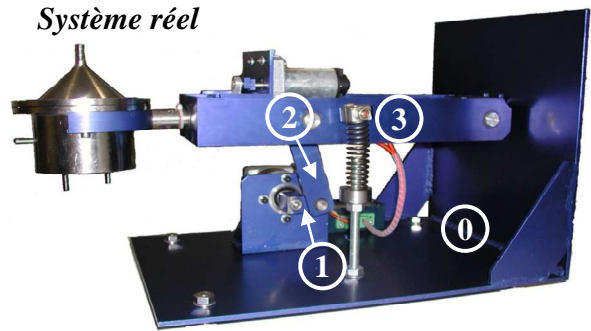
*Exemple du micromoteur. Graphiquement on a  $\vec{V}_{A \in 3/0}$  et on mesure  $\|\vec{V}_{A \in 3/0}\| \approx 2,8\text{cm}$  soit  $2,8\text{m/s}$ .*

## Fiche 13 – Théorème des 3 CIR

Soient 3 solides  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_3$  en mouvement plan (plan commun aux trois). Le mouvement de  $S_i$  par rapport à  $S_j$  est caractérisé par un CIR  $I_{ij}$ . On montre que les trois CIR  $I_{2/1}$ ,  $I_{3/2}$  et  $I_{1/3}$  sont alignés. En prenant 3 solides quelconques et connaissant 2 CIR, on peut alors déterminer sur quelle droite se trouve le troisième CIR et utiliser ensuite les propriétés des CIR pour trouver des vecteurs vitesses inconnus.

*Exemple d'un agitateur médical.*

*Système à double excentrique (transformation d'un mouvement de rotation continue en rotation discontinue). Les solides  $S_1$  et  $S_3$  sont en liaison pivot avec le bâti  $S_0$ . La bielle  $S_2$  est en liaison pivot avec  $S_1$  et  $S_3$ .*



$\rightarrow$  On en déduit  $I_{2/0}$  intersection entre les droites  $(O_3B)$  et  $(O_1A)$ .

On connaît le CIR  $I_{1/0} \equiv O_1$  et le CIR  $I_{3/0} \equiv O_3$  par conséquent le CIR  $I_{3/1}$  est sur l'axe  $(O_1O_3)$   
 On connaît le CIR  $I_{3/2} \equiv B$  et le CIR  $I_{2/1} \equiv A$  par conséquent le CIR  $I_{3/1}$  est sur l'axe  $(AB)$

$\rightarrow$  On en déduit  $I_{3/1}$  intersection entre les droites  $(O_1O_3)$  et  $(AB)$ .