CHAPITRE 11 : Introduction au monde quantique

Introduction

A la fin du XIXe siècle, la physique classique était construite et considérée comme très satisfaisante par la plupart des physiciens :

- la matière était considérée comme des particules, dont le mouvement obéissait aux lois de la mécanique newtonienne
- le rayonnement était considéré comme une onde, régie par la théorie de Maxwell.

Il restait cependant quelques phénomènes inexpliqués, dont (pour ce qui concerne la physique quantique) :

- le rayonnement du corps noir : un corps chauffé n'émettait pas un spectre explicable par la théorie classique
- le spectre de raies des atomes

C'est entre 1900 et 1930 que de brillants physiciens construisirent la physique quantique pour expliquer ces phénomènes. Cette construction fut passionnante, ardue, semée d'embûches,d'impasses et de questionnements philosophiques. En effet, il s'agit d'une véritable révolution conceptuelle, comparable à larévolution copernicienne, et probablement une des constructions intellectuelles les plus abouties de l'humanité, encore jamaismise en défaut.

La physique quantique est à l'origine d'une seconde révolution industrielle encore en cours. On estime à 50 % la part du PIB des pays développés qui découle directement des technologies à base quantique (laser, transistor...).

Aujourd'hui encore, la physique quantique évolue. Le Prix Nobel de physique 2012 a été attribué pour des travaux expérimentauxvérifiant des fondements de la physique quantique (Serge Haroche et David Wineland) :http://sciences.blogs.liberation.fr/home/2012/10/serge-haroche-prix-nobel-de-physique-2012.html

La mécanique quantique décrit la matière à l'échelle atomique et au-dessous. De la mécanique quantique, découle la réalisation d'inventions aussi importantes que le laser, le microprocesseur, l'horloge atomique, l'imagerie médicale par résonance magnétique nucléaire….. Les phénomènes quantiques qui apparaissent à l'échelle microscopique sont parfois difficiles à appréhender car ils ne correspondent pas à notre intuition naturelle fondée sur notre expérience du monde macroscopique. À la base de leur compréhension se trouve l'idée de dualité onde-particule. Il en découle la quantification de l'énergie.

1. Dualité onde-particule de la lumière

La dualité onde-corpuscule ou dualité onde-particule est un principe selon lequel tous les objets physiques peuvent présenter des propriétés d'ondes ou de particules. Le terme dualité a été choisi pour signifier que ces deux aspects sont non seulement complémentaires mais également indissociables.

1.1. Le rayonnement thermique

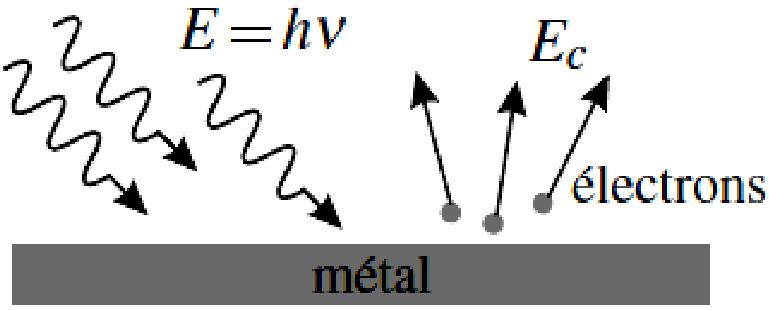
Pour réussir à expliquer les propriétés de l'émission thermique du rayonnement électromagnétique d'un corps chauffé (ce rayonnement est pour l'essentiel dans le domaine infrarouge), Max Planck utilisa l'hypothèse que l'énergie s'échange entre la matière et le rayonnement par multiples d'une valeur minimale, le quantum d'énergie, dont l'expression est :

$$\boxed{E = h\nu}$$

oùν est la frequence du rayonnement et $h = 6{,}636176.10^{-34} J.s$ est la constante de Planck

1.2. L'effet photoélectrique

L'effet photoélectrique est l'émission d'électrons par un métal lorsqu'il est éclairé par un rayonnement du domaine du visible ou ultraviolet. Le phénomène n'existe que si la fréquence du rayonnement est supérieure à une fréquence seuil ν_S qui dépend de la nature du métal. Si la fréquence est plus petite que ν_S, il n'ya pas d'effet photoélectrique, même si le faisceau est intense.



Albert Einstein proposa une interprétationthéorique de l'effet photoélectrique en supposant que le rayonnement lui-même est constitué de quanta de lumière, **sortes de grains de lumière** contenant l'énergie$E = h\nu$. L'hypothese de base de la théorie d'Einstein est qu'un électron du métal peut absorber un seul quantum de lumière. Il est alors arraché au métal si l'énergie$E = h\nu$ est supérieure à une valeur minimale dépendant du métal et appelé travail d'extraction W. La condition $E > W$ se traduit par :

$$\nu > \nu_S = \frac{W}{h}$$

La théorie d'Einstein explique ainsi l'existence de la fréquence seuil. De plus, elle prédit que l'énergiecinétique maximale emportée par l'électron est :

$$\boldsymbol{E_{c,max} = E - W = h(\nu - \nu_s)}$$

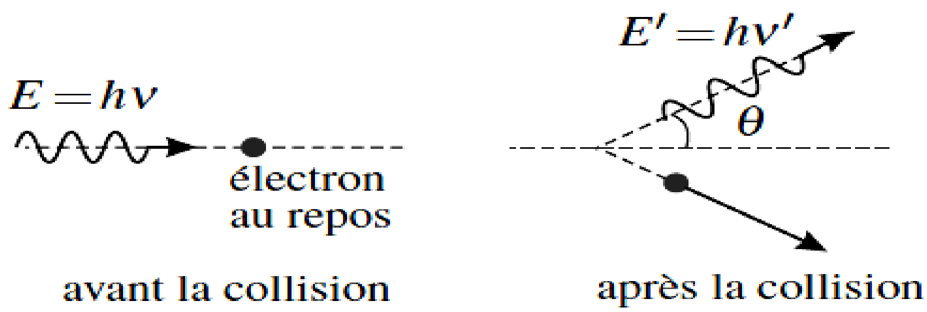
C'est la relation d'Einstein (Prix Nobel 1921).

1.3. La diffusion Compton

En envoyant des rayons X de longueur d'onde $\lambda = 0{,}071\ nm$ sur une cible de carbone, A. Compton observa un rayonnement diffusé de longueur d'onde différente de la longueur d'onde incidente. Il put interpréter les résultatsexpérimentaux en faisant l'hypothèse d'une collision entre les électrons contenus dans l'échantillon et des particules arrivant avec le rayonnement incident, particules dotées de l'énergie$E = h\nu = hc/\lambda$ et de la quantité de mouvement :

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Au cours de cette collision la particule du rayonnement perd une partie de son énergie, ce qui explique qu'elle reparte avec une énergie$E' < E$, donc une frequence $\nu' < \nu$ et une longueur d'onde $\lambda' > \lambda$.



1.4. Le photon

La particule associée à la lumière s'appelle le photon. Ses propriétés sont les suivantes :

- le photon a une masse nulle

- le photon se déplace à la vitesse de la lumière égale à $c = 3{,}00.10^{8}\ m.s^{-1}$ dans le vide.
- le photon associé à une lumière de fréquence ν et de longueur d'onde $\lambda = c/\nu$ possède l'énergie :

$$\boxed{E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}}$$

h est la constante de Planck

- le photon associé à une lumière de fréquence ν se propageant dans la direction du vecteur unitaire $\vec{u}$ possède la quantité de mouvement :

$$\boxed{\vec{p} = \frac{E}{c}\vec{u} = \frac{h\nu}{c}\vec{u} = \frac{h}{\lambda}\vec{u}}$$

L'énergie du photon est donnée par la relation :

$$\boxed{E(\mathrm{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\mathrm{nm})}}$$

$1\ eV\ (\text{électron} - \text{volt}) = 1{,}6.10^{-19}\mathrm{J}$

Exercice d'application

Calculer le nombre de photons émis chaque seconde par un laser hélium-néon de longueur d'onde $\lambda = 633$ nm et de puissance $P = 1{,}0$ mW ?

En une seconde l'énergie lumineuse délivrée par le laser est $E_{Laser} = P\Delta t = 1{,}0.10^{-3}\mathrm{J}$.

L'énergie d'un photon est

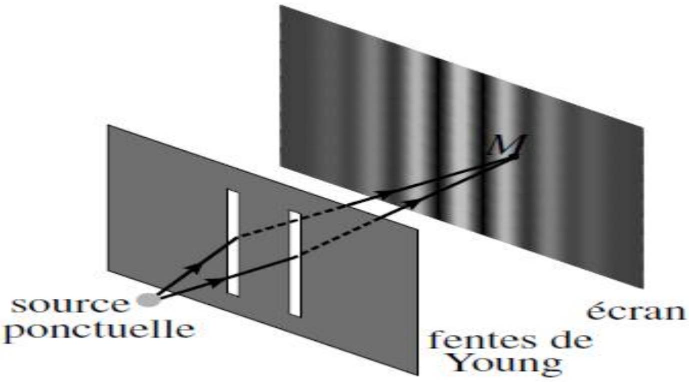
$$E(\mathrm{eV}) = \frac{1240}{633} = 1{,}95\ eV \Longrightarrow E(\mathrm{J}) = 1{,}95\ \times 1{,}6.10^{-19} = 3{,}1.10^{-19}\mathrm{J}$$

Le nombre de photons est donc :

$$N = \frac{E_{Laser}}{E} = \frac{1{,}0.10^{-3}}{3{,}1.10^{-19}} = 3.2.10^{15}\text{photons}$$

1.5. Franges d'interférences et photons

Une source ponctuelle, quasi monochromatique, éclaire un écran opaque percé de deux fentes rectilignes identiques très fines derrière lesquelles on place un écranparallèle au plan des fentes. Sur l'écran on observe des franges rectilignes parallèles aux fentes



L'explication qualitative du phénomène est la suivante : en tout point M de l'écran parviennent deux ondes qui sont diffractées par les deux fentes de Young. Les longueurs des deux rayons lumineux entre la source et M sont différentes, donc les deux ondes sont décalés dans le temps ce qui se traduit par un déphasage qui dépend de la position de M sur l'écran. On observe ainsi des franges brillantes, au centre desquelles le déphasage est un multiple de 2π (condition d'interférence constructrice) et des franges sombres au centre desquelles le déphasage est un multiple entier impair de π (condition d'interférence destructrice).

1.6. Conclusion

- La lumièreest de **nature ondulatoire** avec les propriétés suivantes :
  - ✓ c'est une ondeélectromagnétique dont la vitesse de propagation dans le vide est $= 3{,}00.10^{8}\ m.s^{-1}$.
  - ✓ lorsque cette onde peut êtredécrite par une vibration quasi sinusoïdale, l'onde est dite sinusoïdale, ou harmonique ou monochromatique (d'une seule couleur). Elle est alors caractérisée par sa fréquenceν qui est de l'ordre de$5{,}00.10^{14}\mathrm{Hz}$pour la lumière visible.
  - ✓ cette nature ondulatoire est attestée par les phénomènes d'interférences et de diffraction.
- La lumière est de **nature corpusculaire** avec les propriétés suivantes :
  - ✓ contrairement à ce que l'on aurait si sa nature était purement ondulatoire, l'énergie transportée par une onde lumineuse monochromatique ne peut pas

prendre n'importe quelle valeur : ce ne peut être qu'un multiple d'une quantité élémentaire et indivisible appelée **quantum d'énergie**. On dit que l'énergie de l'onde est quantifiée.

- ✓ chaque quantum d'énergie peut être associé à une particule de masse nulle, appelé photon, voyageant à la vitesse c.
- ✓ cette nature corpusculaire se manifeste lors de l'interaction entre la lumière et la matière comme dans l'effet photoélectrique est attestée par les phénomènes d'interférences et de diffraction.

- Ces deux natures sont à la fois complémentaires et indissociables : il existe donc une dualité onde-corpuscule. Celle-cis'interprète de manière fondamentalement probabiliste :
  - ✓ les prévisions sur le comportement d'un photon ne peuvent être que de nature probabiliste
  - ✓ l'intensité de l'onde, en un point M de l'espace à un instant t,représente la probabilité pour qu'un photon interagisse avec la matière en M à t.

2. Dualité onde-particule de la matière

L'idée symétrique que les particules de matière (électrons, protons, neutrons…), par définition de nature corpusculaire, puissent avoir un comportement ondulatoire, a été envisagée pour la première fois en 1923 par Louis de Broglie. Il postula l'existence pour toute particule d'une onde de matière qui lui est associée et établit sur des arguments théoriques une expression pour la longueur d'onde λ_{DB} de cette onde :

$$\boxed{\lambda_{DB} = \frac{h}{p}}$$

Où p est la quantité de mouvement (ou impulsion) de la particule et$h$ est la constante de Planck. La relation fondamentale précédente est appelée relation de de Broglie et λ_{DB} est appelée **longueur d'onde de de Broglie de la particule**.

<u>Remarque</u> :

Pour calculer la quantité de mouvement de la particule on peut utiliser l'expression de la mécanique classique $p = mv$ où v est la vitesse de la particule à condition que v soit trèsinferieure à la vitesse de la lumière. La relation de de Broglie devient dans ce cas :

$$\boxed{\lambda_{DB} = \frac{h}{mv}}$$

Dans le cas contraire, il faut utiliser la formule relativiste pour la quantité de mouvement. On admet généralement que la formule classique est valable si :

$v < \frac{c}{10}$

- **Exercice d'application**

1. Quelle est longueur d'onde de de Broglie d'un électron ayant une énergiecinétique$E_C = 54$ eV ?$m_e = 9{,}11.10^{-31}$kg
2. Quelle est longueur d'onde de de Broglie d'un électron ayant une énergiecinétique$E_C = 100$ keV ?

3. Fonction d'onde et inégalité de Heisenberg

3.1. Notion de fonction d'onde

La mécanique quantique postule que l'on peut décrire l'état d'une particule à l'aide d'une fonction appelée fonction d'onde$\psi(M,t)$ou amplitude de probabilité qui est définie telle que

$dP = |\psi(M,t)|^2\, d\tau$ est la probabilité d'être dans un volume $d\tau$ autour de M.

Remarques :

- La fonction d'onde est a priori à valeur dans $\mathbb{C}$.
- La fonction d'onde est régie par l'équation de Schrödinger (qui n'est pas au programme). Cetteéquation est linéaire.En quelque sorte l'équivalent du PFD en mécanique classique : c'est àl'aide de cette équation qu'on prédit l'évolution temporelle

– Si P(x) est une densité de probabilité, alors P(x)dx est une probabilité, donc de dimension 1. En probabilité, la somme de toutes les probabilités doit donner 1. De même la particule « doit être quelque part dans l'espace », cette contrainte s'écrit de la façon suivante :

$$\boxed{\int_{espace} |\psi(M,t)|^2 d\tau = 1}$$

3.2. L'équation de Schrödinger

Le comportement d'un système microscopique est donc décrit par sa fonction d'onde. Pour déterminer cette dernière, il faut se doter d'une équation d'évolution qui puisse rendre compte du problème physique auquel on s'intéresse (par exemple un électron en interaction électrostatique avec un noyau en physique atomique ou un photon diffracté par un diaphragme en optique.

Une particule de masse m, possedant une energie potentielle $E_p(x,t)$ est décrite par une fonction d'onde dont le comportement est régi par l'équation de Schrödinger :

$$\boxed{i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+E_p\psi}$$

$\hbar = h/2\pi$la constante de Planck réduite.

Cette équation est linéaire et homogèneen ψ. Le principe de superposition est donc applicable.

On remarque que l'équation est du premier ordre en t, ce qui implique que la connaissance de l'état d'un système à un instant t_0 détermine son état à un instant t ultérieur.

Un autre cas particulier important est celui dans lequel l'énergie potentielle de la particule est indépendante du temps. Dans ce cas on peut rechercher des solutions de fonction d'onde sous la forme : $\psi(x,t) = \phi(x)\chi(t)$. La séparation des variables permet de montrer que la fonction d'onde se met alors sous la forme :$\psi(x,t) = \phi(x)e^{-i\omega t}$ et que la fonction $\phi(x)$ est solution de l'équation de Schrödinger stationnaire.

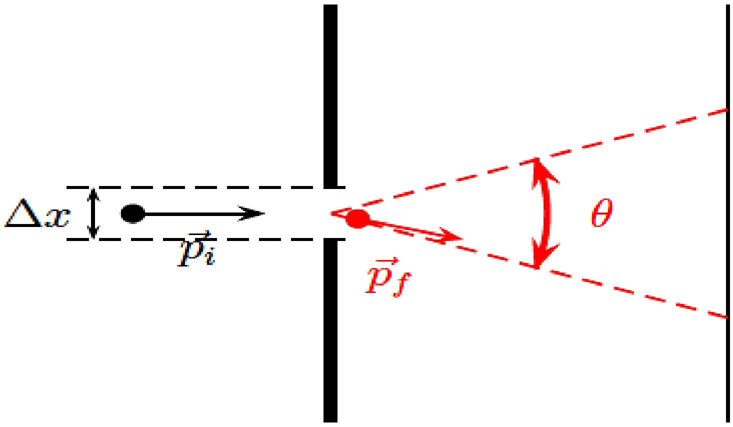
Une particule de masse m, possédant une énergie potentielle $E_p(x,t)$ est décrite par une fonction d'onde$\psi(x,t) = \phi(x)e^{-i\omega t}$ dont la dépendance spatiale est solution de :

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+E_p\phi=E\phi} \Longrightarrow \boxed{\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+(E-E_p)\phi=0}$$

Avec $E = \hbar\omega$est l'énergie totale, constante, du système.

3.3. Inégalité de Heisenberg

En mécanique quantique, il n'est pas possible de définir(et donc par conséquence de mesurer) de façon simultanée et avec une précision infinie l'impulsion et la position d'une particule. Ce point peut-être illustré par une expérience : afin de mesurer si une particule passe par une position xàΔxprès, on place un écran percé en x par un trou de dimensionΔx.



On place un second écran ensuite. Le résultat de la mesure s'interprète de la façon suivante :

1. si on observe un impact sur le 2ème écran, c'est que la particule est passée par le trou. Elle adonc eu la position xàΔxprès.

2. si on n'observe pas d'impact, alors que c'est la particule n'a pas eu la position x.

Toutefois, en passant par le trou, la particule subit un phénomène de diffraction. L'échelle angulairetypique de ce phénomène est $sin\ \theta = \lambda/\Delta x$. La quantité de mouvement projetée selon l'axe $x$peut donc prendre des valeurs entre $-psin\ \theta$et $+p\ sin\ \theta$. L'ordre de grandeur de Δpxest donc :

$$p\ sin\ \theta \cong \frac{\lambda}{\Delta x}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \Longrightarrow \Delta p_x \cong \frac{h}{p\Delta x} \Longrightarrow \Delta x\ \Delta p_x \cong h$$

Ce raisonnement en ordre de grandeur permet d'obtenir une idée et une compréhension du résultat.En effet la nature même de la particule impose que l'on ne peut pas à la fois connaître sa position x et son impulsion p_x(donc sa vitesse v_x) : mieux on connaît l'une, moins bien on connaît l'autre, et ce, même si les mesures étaient infiniment précises !

Et en effet, plus la fente est fine, plus ça diffracte, et donc avec une source qui émettrait les particules une à une, on aurait : pluson peut savoir par où il est passé, moins on peut savoir avec quelle vecteur-vitesse.

Les équations de la mécanique quantique permettent d'obtenir quantitativement le résultatsuivant :

Inégalité spatiale d'Heisenberg : L'incertitude Δx sur la position d'une particule et celle sur son impulsion Δp_x vérifie l'inégalité de Heisenberg :

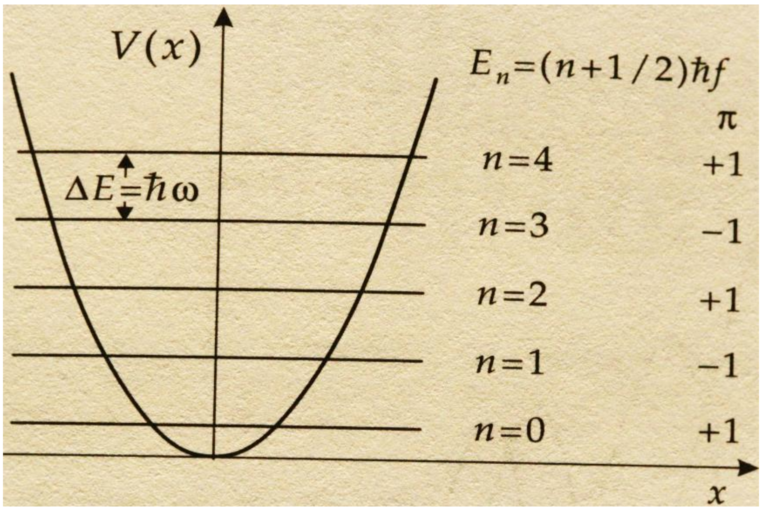
$$\boxed{\Delta x \, \Delta p_x \geq \hbar}$$

Remarques :

- L'inégalité est bien entendu aussi valable dans les directions $y$et z.
- Cette inégalité interdit donc qu'une particule soit parfaitement immobile à une position fixée. En effet, si une particule est localisée à une position fixée exactement, alors $\Delta x = 0$ et si la particule est parfaitement immobile, alors $\Delta p_x = 0$. Dans ce cas, on ne vérifierait pas l'inégalité d'Heisenberg.

4. Oscillateur harmonique quantique

L'oscillateur harmonique (OH) est caractérisé par une énergie potentielle $E_p(x) = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$. Pour déterminer la fonction d'onde spatiale, il suffit en principe de résoudre l'équation deSchrödinger stationnaire : $\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\phi}{dx^2} + \left(E - \frac{1}{2} m\omega^2 x^2\right)\phi = 0$. Mais pour quelle valeur d'énergie ? **Toutes les valeurs d'énergie sont-elles permises** ? On sait par exemple que les énergies atomiques sont distribuées selon des spectres déterminés et que les valeurs des énergies sont quantifiées. C'est également le cas pour l'oscillateur harmonique quantique. On peut montrer de manière tout à fait générale que les valeurs d'énergie permises pour un OH de pulsation propre ω sont : $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$ où n est un entier naturel. Ce spectre est illustré par sur la figure suivante. L'énergie de transition entre deux niveaux est le quantum $\hbar\omega$.



Les solutions de l'équation harmonique s'écrivent sous la forme : $x = A\sin(\omega t + \varphi)$. Le mouvement est oscillatoire, sinusoïdal de pulsation ω. A et λ sont deux paramètres dépendant des conditions initiales.

On peut calculer la quantité de mouvement : $p = m\dot{x} = mA\omega\cos(\omega t + \varphi)$. L'énergie totale de l'OH vaut :

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m\omega^2x^2 = \frac{1}{2}mA^2$$

On peut évaluer les valeurs moyennes dans le temps de x, x^2, p et p^2

$$\langle x\rangle = 0,\ \langle x^2\rangle = \frac{1}{2}A^2 = \frac{E}{m\omega^2}, \langle p\rangle = 0,\ \langle p^2\rangle = \frac{1}{2}m^2\omega^2A^2 = mE,$$

On en déduit les incertitudes sur x et p :

$$\Delta x = \sqrt{\langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2} = \sqrt{\frac{E}{m\omega^2}} \qquad \Delta p = \sqrt{\langle p^2\rangle - \langle p\rangle^2} = \sqrt{mE}$$

L'application de l'inégalité d'Heisenberg conduit alors au résultant suivant :

$$\Delta x \times \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{E}{m\omega^2}} \times \sqrt{mE} \geq \frac{\hbar}{2} \text{ soit } E \geq \frac{\hbar\omega}{2}$$

Contrairement au cas classique où l'énergie totale d'un OH peut être annulée (OH au repos), dans le cas quantique il existe une énergie minimale égale à $\frac{\hbar\omega}{2}$.

5. Quantification de l'énergie d'une particule confinée

5.1. Notion de quantification

Une grandeur physique est quantifiée lorsqu'elle ne peut prendre qu'une suite de valeurs discrètes. On parle de quantification.

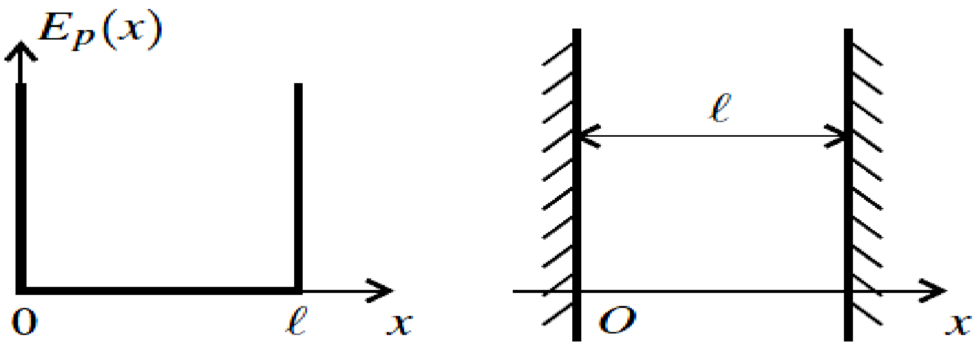
L'énergiemécanique d'une particule confinée dans une régionlimitée de l'espace est quantifiée. Le cas le plus simple est celui d'une particule dans un puits infini à une dimension.

5.2. Particule dans un puits infini à une dimension

5.2.1. Puits infini à une dimension

Le puits infini à une dimension est le nom donné au modeléthéorique d'énergie potentielle suivant :

$$E_p(x) = \begin{cases} \infty & si\ x < 0 \\ 0 & si\ 0 < x < l \\ \infty & si\ x > l \end{cases}$$



Concrètement cela décrit une particule se déplaçant librement entre deux murs infranchissables perpendiculaires à (Ox) et distants de ℓ. La particule est confinée dans l'intervalle $0 < x < l$.

5.2.2. Longueurs d'onde possible pour la particule

Quelles sont les longueurs d'ondes possibles pour une particule placée dans le puits infini ?

L'onde de matière est limitée à l'intervalle$0 < x < l$. Une onde dans un espace confiné est necessairement une onde stationnaire. Il en est obligatoirement de même pour l'onde de de Broglie associée à la particule. L'onde associée à la particule est une onde stationnaire. D'autre part, la probabilité de détecter la particule en un point est proportionnelle au carré de l'amplitude de la fonction d'onde en ce point. On sait que cette probabilité est nulle pour $x < 0$ et pour $x > l$. Par continuité, elle est aussi nulle pour $x = 0$et $x = \ell$. L'onde associée à la particule présente un nœud de vibration en $x = 0$et $x = \ell$.

L'étude des ondes a montré que la distance entre deux nœuds de vibration consécutifs est égale à la moitié de la longueur d'onde. Ainsi la largeur du puits est nécessairement un multiple entier de la demi-longueur d'onde. Ceci s'écrit :

$$\ell = n\frac{\lambda_{DB}}{2}\ , \qquad \text{où } n \text{ est un entier}$$

Finalement l'onde associée à une particule placée dans le puits de potentiel a nécessairement une longueur d'onde de de Broglie prenant l'une des valeurs :

$$\boxed{\boldsymbol{\lambda_{DB,n} = \frac{2\ell}{n}\ , \qquad \text{où } n \text{ est un entier}}}$$

5.2.3. Niveaux d'énergie

L'énergiemécanique de la particule à l'intérieur du puits, $E = E_c + E_p$, se résume à son énergiecinétique$E_c = p^2/2m$ puisque l'energie potentielle est nulle.

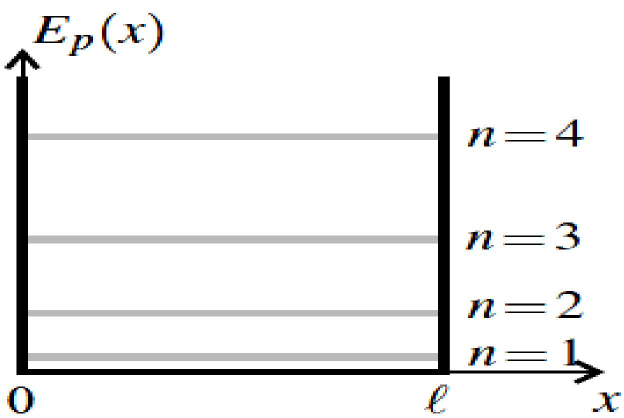
$$\lambda_{DB} = \frac{h}{p} \Longrightarrow p = \frac{h}{\lambda_{DB}} \Longrightarrow E = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda_{BD}^2}$$

$$\lambda_{DB,n} = \frac{2\ell}{n} \Longrightarrow E = \frac{h^2n^2}{2m(2\ell)^2}$$

L'énergie ne peut prendre que l'une des valeurs suivantes :

$$\Longrightarrow \boxed{\boldsymbol{E = n^2\frac{h^2}{8m\ell^2} \qquad \text{où } n \text{ est un entier}}}$$

L'énergie de la particule dans le puits est quantifiée. Les 4premiers niveaux d'énergie sont représentés sur la figure suivante.



L'écart entre deux niveaux consécutifs augmente avec n :

$$\boxed{E_{n+1} - E_n = (2n+1)\frac{h^2}{8m\ell^2}}$$

Sa valeur minimale est :

$$\boxed{E_1 = \frac{h^2}{8m\ell^2}}$$

5.2.4. Transitions entre niveaux d'énergie

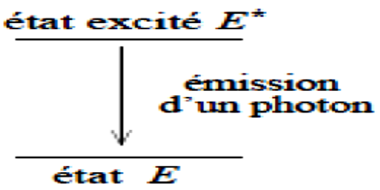
La particule doit être dans l'un des niveaux d'énergieprécédemmentdéterminés. Elle peut passer d'un niveau E_n à un niveau plus bas $E_{n'}\,(n' < n)$en émettant un photon dont la fréquence est donnée par la loi de conservation de l'énergie :

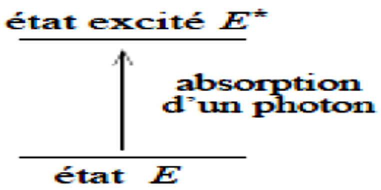
$$\boxed{h\nu = E_n - E_{n'} = \left(n^2 - n'^2\right)\frac{h^2}{8m\ell^2}}$$

Elle peut aussi passer du niveau $E_{n'}$ au niveauE_n en absorbant un photon ayant cette mêmefréquence.

La plus petite fréquence pouvant êtreémise ou absorbée correspond à $n = 2$ et $n' = 1$ et son expression est :

$$\boxed{\nu_0 = \frac{E_2 - E_1}{h} = \frac{3h}{8m\ell^2}}$$





Remarque

Si $\ell \longrightarrow \infty \Longrightarrow \nu_0 \longrightarrow 0$ et la différence entre deux niveaux d'énergieconsécutifs,$E_{n+1} - E_n$ tend vers 0 aussi. Alors les niveaux d'énergie sont tellement serrés qu'ils forment quasiment un continuum : l'énergie n'est plus quantifiée. Ainsi la quantification de l'énergie provient du confinement dans une zone limitée de l'espace.

6. Généralisation : lien entre confinement spatial et quantification

L'exemple du puits infini montre que la notion d'onde de matière conduit, pour une particule confinée, à la quantification de l'énergie. Ceci est un fait qualitatif général : une particule quantique confinée dans une région de l'espace de taille finie a sonénergie quantifiée.