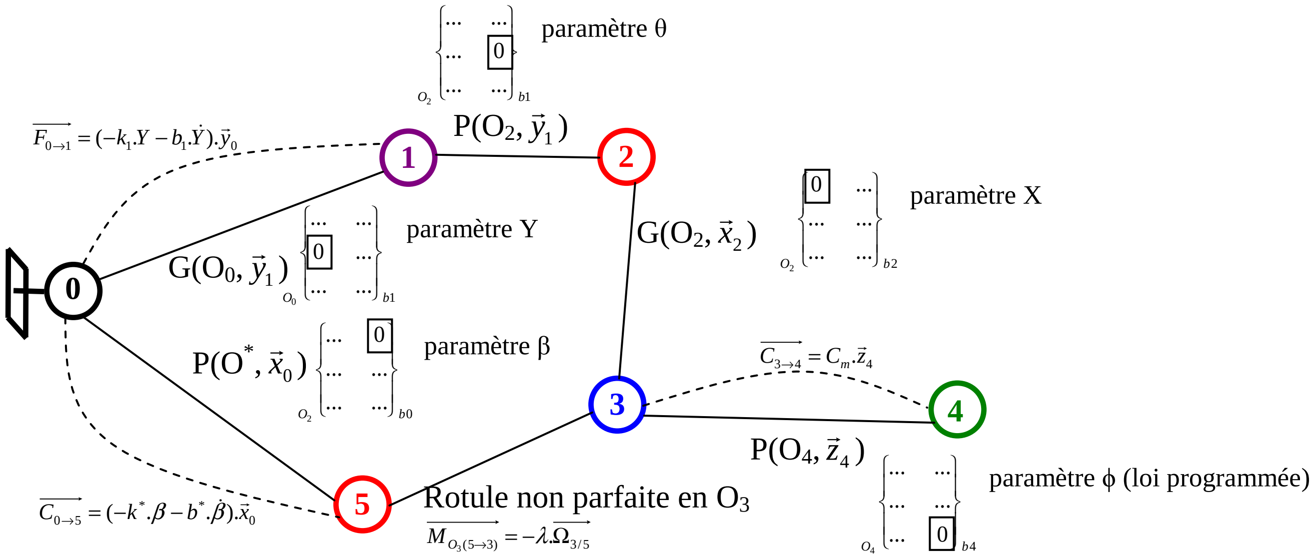
Vibreur d'olivier – Corrigé

Q.1. Graphe d'analyse

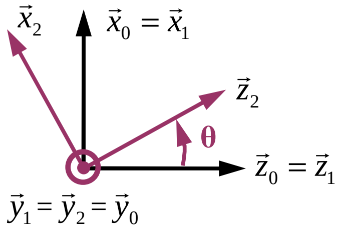


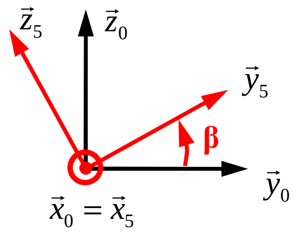
Q.2. Fermeture géométrique : $\overrightarrow{O_0O^*}+\overrightarrow{O^*O_5}=\overrightarrow{O_0O_5}$

$\rightarrow\ \overrightarrow{O_0O^*}+\overrightarrow{O^*O_5}=\overrightarrow{O_0O_1}+\overrightarrow{O_1O_2}+\overrightarrow{O_2G_3}+\overrightarrow{G_3O_5}\ \rightarrow\ d_0.\vec{x}_0+l_5.\vec{z}_5=Y.\vec{y}_1+l_1.\vec{x}_1+X.\vec{x}_2+l_3.\vec{x}_2$

En projection dans la base 0 :

$$\begin{cases} d_0=l_1+(X+l_3).\cos\theta \\ -l_5.\sin\beta=Y \\ l_5.\cos\beta=-(X+l_3).\sin\theta \end{cases}$$





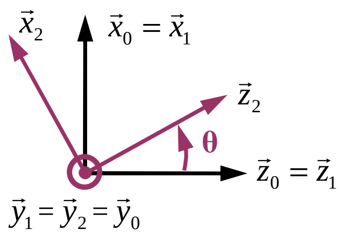
Q.3. Hypothèse θ et β petits $\rightarrow \begin{cases} d_0=l_1+(X+l_3) \\ -l_5.\beta=Y \\ l_5=-(X+l_3).\theta \end{cases}$

Soit $Y=-l_5.\beta$; $X=d_0-l_1-l_3=cte$; $\theta=-\dfrac{l_5}{X+l_3}=cte$

Q.4. On a liaison 5/3 : liaison rotule non parfaite → 3 composantes X_{53}, Y_{53} et Z_{53} + une loi de comportement : $\overrightarrow{M_{O_3(5\to3)}}=-\lambda.\overrightarrow{\Omega_{3/5}}=\lambda.\overrightarrow{\Omega_{5/3}}$ avec $\overrightarrow{\Omega_{5/3}}=\overrightarrow{\Omega_{5/0}}-\overrightarrow{\Omega_{0/3}}=\dot{\beta}.\vec{x}_0$

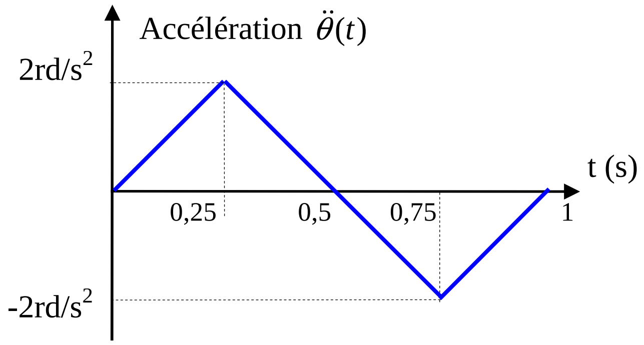
Soit $\overrightarrow{M_{O_3(5\to3)}}=\lambda.\dot{\beta}.\vec{x}_0=\lambda.(\sin\theta.\vec{z}_2+\cos\theta.\vec{x}_2)$

$$\rightarrow \{F_{5\to3}\}=\left\{\begin{matrix} X_{53} & \lambda.\dot{\beta}.\cos\theta \\ Y_{53} & 0 \\ Z_{53} & \lambda.\dot{\beta}.\sin\theta \end{matrix}\right\}_{O_3\ (b2)}.$$

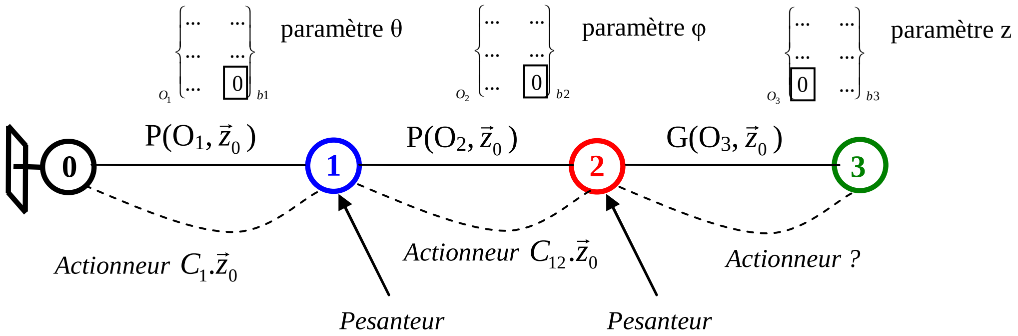


Bras de robot à muscles artificiels – Corrigé

Q.1.



Q.2.



Q.3. $\overrightarrow{O_1O_3} = \overrightarrow{O_1O_2} + \overrightarrow{O_2O_3} \;\; \rightarrow \overrightarrow{O_1O_3} = L.\vec{x}_1 + L.\vec{x}_2 + z.\vec{z}_0$

On projette les axes dans la base dans laquelle on exprime les coordonnées x_0, y_0 et z_0 :

$\rightarrow \overrightarrow{O_1O_3} = L.\vec{x}_1 + L.\vec{x}_2 + z.\vec{z}_0$ avec $\vec{x}_1 = \cos\theta.\vec{x}_0 + \sin\theta.\vec{y}_0$ et $\vec{x}_2 = \cos(\theta+\varphi).\vec{x}_0 + \sin(\theta+\varphi).\vec{y}_0$

$\rightarrow \overrightarrow{O_1O_3} = (L.\cos\theta + L.\cos(\theta+\varphi)).\vec{x}_0 + (L.\sin\theta + L.\sin(\theta+\varphi)).\vec{y}_0 + z.\vec{z}_0$

Ce qui permet d'écrire le modèle géométrique direct : $\begin{cases} x_0 = L.\cos\theta + L.\cos(\theta+\varphi) \\ y_0 = L.\sin\theta + L.\sin(\theta+\varphi) \\ z_0 = z \end{cases}$

Q.4. Il faut inverser le modèle géométrique direct : $\begin{cases} x_0 = L.\cos\theta + L.\cos(\theta+\varphi) \\ y_0 = L.\sin\theta + L.\sin(\theta+\varphi) \\ z_0 = z \end{cases}$

Une solution possible consiste à utiliser les transformations trigonométriques de sommes en produits (formules de Simpson : $\cos a + \cos b = 2.\cos\frac{a+b}{2}.\cos\frac{a-b}{2}$ et $\sin a + \sin b = 2.\sin\frac{a+b}{2}.\cos\frac{a-b}{2}$) qui permettent de transformer le modèle géométrique direct :

$$\begin{cases} x_0 = L.\cos\theta + L.\cos(\theta+\varphi) \\ y_0 = L.\sin\theta + L.\sin(\theta+\varphi) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_0 = 2.L.\cos\frac{2.\theta+\varphi}{2}.\cos\frac{-\varphi}{2} \\ y_0 = 2.L.\sin\frac{2.\theta+\varphi}{2}.\cos\frac{-\varphi}{2} \end{cases}$$

En faisant $x_0{}^2 + y_0{}^2$ pour faire apparaitre un terme en $\cos^2 A + \sin^2 B$, on obtient :

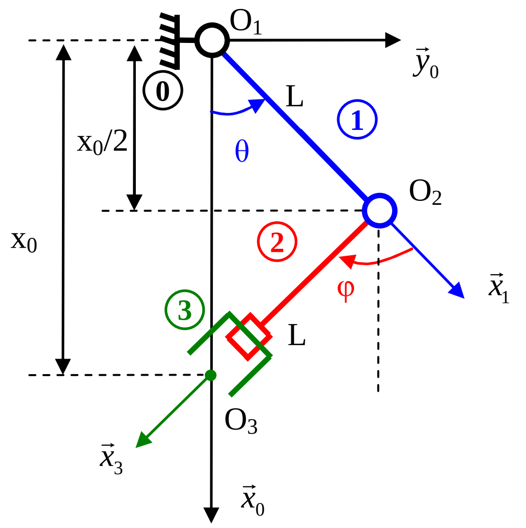
$$x_0{}^2 + y_0{}^2 = 4.L^2.\cos^2\frac{-\varphi}{2}.\left(\cos^2\frac{2.\theta+\varphi}{2} + \sin^2\frac{2.\theta+\varphi}{2}\right) = 4.L^2.\cos^2\frac{-\varphi}{2} \rightarrow \cos\frac{-\varphi}{2} = \frac{\sqrt{x_0{}^2 + y_0{}^2}}{2.L}$$

En faisant $\frac{y_0}{x_0}$, on a : $\frac{y_0}{x_0} = \tan\frac{2.\theta+\varphi}{2}$ $\rightarrow$ ce qui permet d'obtenir : $\theta = -\frac{\varphi}{2} + \arctan\frac{y_0}{x_0}$

Ce qui permet d'écrire le modèle géométrique indirect : $\begin{cases} \theta = -\frac{\varphi}{2} + \arctan\frac{y_0}{x_0} \\ \varphi = -2.\arccos\frac{\sqrt{x_0{}^2 + y_0{}^2}}{2.L} \\ z = z_0 \end{cases}$

Q.5. Trajectoire rectiligne suivant l'axe $(O_1, \vec{x}_0)$
Le modèle géométrique indirect devient :

$$\begin{cases} \theta = -\frac{\varphi}{2} \\ \varphi = -2.\arccos\frac{x_0}{2.L} \\ z = z_0 \end{cases}$$



Sur le schéma on voit bien que $\cos\theta = \frac{x_0}{2.L}$ et

que $\theta = -\frac{\varphi}{2}$

Course des moteurs : L < O_1O_3 < 1,5.L → L < x_0 < 1,5.L

Pour x_0 = L → $\varphi = -2.\arccos\frac{1}{2} = -\frac{2.\pi}{3}$ $\rightarrow$ $\theta = -\frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{3}$

Pour x_0 = 1,5.L → $\varphi = -2.\arccos\frac{3}{4} \approx -82°$ $\rightarrow$ $\theta = -\frac{\varphi}{2} \approx 41°$

Ce qui est conforme aux débattements admissibles du C.d.C.F. pour cette phase de vie : $0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ et $-\frac{2.\pi}{3} < \varphi \leq \frac{\pi}{2}$.

Q.6. $\begin{cases} \theta = -\frac{\varphi}{2} \\ \cos-\frac{\varphi}{2} = \cos\frac{x_0}{2.L} \\ z = z_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{\theta} = -\frac{\dot{\varphi}}{2} \\ \frac{\dot{\varphi}}{2}\sin-\frac{\varphi}{2} = \frac{\dot{x}_0}{2.L} \\ \dot{z} = \dot{z}_0 \end{cases}$

Q.7. Pour t = 0,75 s on a $\dot{x}_0$ = 0,25 m.s^{-1}, x_0 = 0,729 m, $\dot{\theta}$ = – 0,365 rd.s^{-1} et θ = 0,754 rd.

$\frac{\dot{\varphi}}{2}\sin-\frac{\varphi}{2} = \frac{\dot{x}_0}{2.L}$ $\rightarrow$ $-\dot{\theta}.\sin\theta = \frac{\dot{x}_0}{2.L}$ A.N. : $0{,}365.\sin 0{,}745 = 0{,}25$ et $\frac{\dot{x}_0}{2.L} = \frac{0{,}25}{2\times 0{,}5} = 0{,}25$ $\rightarrow$ l'égalité est bien respectée.