CNC 2012 : Epreuve de Physique 2 MP
Corrigé abrégé:

Magnétostatique dans le vide

111-

$\mathrm{div}_M\vec{E}(M,t)=\dfrac{\rho(M,t)}{\varepsilon_0}$ (MG) ;

$\mathrm{div}_M\vec{B}(M,t)=0$ (MΦ);

$\overrightarrow{\mathrm{rot}}_M\vec{B}(M,t)=\mu_0\vec{j}(M,t)+\mu_0\varepsilon_0\dfrac{\partial\vec{E}(M,t)}{\partial t}$

(MA) ; $\overrightarrow{\mathrm{rot}}_M\vec{E}(M,t)=-\dfrac{\partial\vec{B}(M,t)}{\partial t}$ (MF).

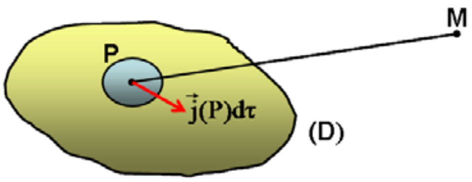
112-

$\mathrm{div}_M\vec{E}(M)=\dfrac{\rho(M)}{\varepsilon_0}$; $\mathrm{div}_M\vec{B}(M)=0$;

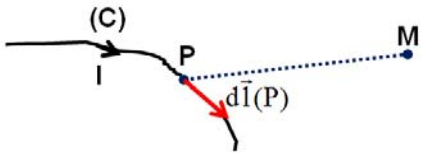
$\overrightarrow{\mathrm{rot}}_M\vec{B}(M)=\mu_0\vec{j}(M)$; $\overrightarrow{\mathrm{rot}}_M\vec{E}(M)=\vec{0}$.

121-

$$\vec{B}(M)=\iiint_D\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{j}(P)d\tau\wedge\overrightarrow{PM}}{PM^3}$$



$$\vec{B}(M)=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_C\frac{d\vec{l}(P)\wedge\overrightarrow{PM}}{PM^3}$$



122-

$\vec{B}(M)$ est normale au plan de symétrie.

123-

$\vec{B}(M)$ est contenue dans le plan d'antisymétrie.

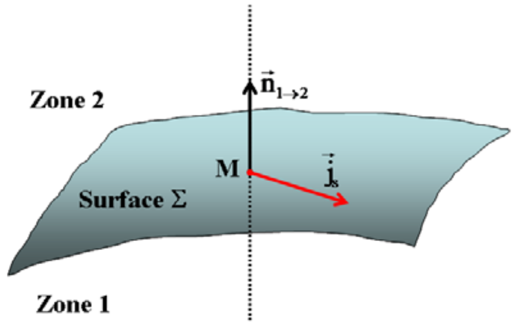
131-

Le flux magnétique est conservatif.

$$\oiint_{S\text{fermée}}\vec{B}\cdot d\vec{S}=0$$

132-

$\oiint_{S\text{fermée}}\vec{B}\cdot d\vec{S}=0$ → $\vec{B}_{2N}(M)-\vec{B}_{1N}(M)=0$.



133-

Les monopoles magnétiques n'existent pas → les lignes du champ magnétique sont fermées.

141-

$\overrightarrow{\mathrm{rot}}_M\vec{B}(M)=\mu_0\vec{j}(M)$ et théorème de Stockes → $\oint_{\text{contour fermé}}\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I_{\text{enlacé}\to\text{contour}}$.

Il suffit d'ajouter au courant matériel I, le courant de déplacement .

142-

$\oint_{\text{contour fermé}}\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I_{\text{enlacé}\to\text{contour}}$ →

$\vec{B}_{2T}(M)-\vec{B}_{1T}(M)=\mu_0\vec{j}_s(M)\wedge\vec{n}_{2\to1}$.

151-

$\vec{B}(M)=\overrightarrow{\mathrm{rot}}_M\wedge\vec{A}(M)$

152-

En coordonnées cylindriques et pour

$\vec{M}=M\vec{u}_z$; on a : $\vec{A}=\dfrac{\mu_0 M r}{4\pi\left(r^2+z^2\right)^{3/2}}\vec{u}_\theta$ →

$B_r=\dfrac{3\mu_0 M z r}{4\pi\left(r^2+z^2\right)^{5/2}}$; $B_\theta=0$ et

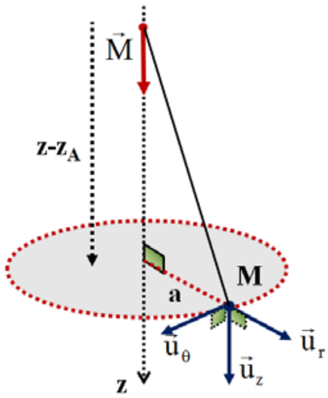
$B_z=\dfrac{\mu_0 M(3r^2-2z^2)}{4\pi\left(r^2+z^2\right)^{5/2}}$.

Chute d'un aimant : induction

211-

$\vec{A}=\dfrac{\mu_0 M a}{4\pi\left(a^2+(z-z_A)^2\right)^{3/2}}\vec{u}_\theta$.

z_A dépend du temps, car l'aimant est en chute → $\vec{A}$ dépend du temps.



212-

$\vec{E}(M) = -\dfrac{\partial \vec{A}(M,t)}{\partial t}$ et $v = \dot{z}_A$ →

$$\vec{E} = -\frac{3\mu_0 Ma}{4\pi}\frac{(z-z_A)v}{(a^2+(z-z_A)^2)^{5/2}}\vec{u}_\theta .$$

213-

$$\vec{j} = \sigma\vec{E} = -\frac{3\mu_0\sigma Ma}{4\pi}\frac{(z-z_A)v}{(a^2+(z-z_A)^2)^{5/2}}\vec{u}_\theta .$$

221-

$d^2\vec{F} = -d^2\vec{F}_{aimant\to d^2V} = -\vec{j}d^2V \wedge \vec{B}_{aimant\to conducteur}$

.

$dF_z = jB_r 2\pi eadz\vec{u}_z$ →

$$dF_z = -\frac{9\mu_0^2\sigma M^2a^3e}{8\pi}\frac{(z-z_A)^2}{(a^2+(z-z_A)^2)^5}\vec{v}dz$$

222-

$$\vec{F} = \int_{-\infty}^{+\infty} dF_z\vec{u}_z = -\frac{9\mu_0^2\sigma M^2a^3e}{8\pi}\frac{(z-z_A)^2}{(a^2+(z-z_A)^2)^5}\vec{v}dz$$

. On pose $x = (z-z_A)/a$ →

$$\vec{F} == -\frac{9\mu_0^2\sigma M^2e}{8\pi a^4}\vec{v}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{x^2}{(1+x^2)^5}dx = -\alpha\vec{v}$$

avec $\alpha = \dfrac{45\mu_0^2\sigma M^2 e}{1024a^4}$.

222-

$\alpha = 0{,}15 Kg.s^{-1}$.

231-

PFD appliqué à l'aimant de masse m →

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\alpha}{m}\vec{v} = \vec{g} .$$

En tenant compte des conditions initiales

→ $v(t) = \dfrac{mg}{\alpha}\left(1-\exp(-\alpha t/m)\right)$ et

$$z_A(t) = \frac{mg}{\alpha}\left(t + \frac{m}{\alpha}\exp(-\alpha t/m)\right) - \frac{m^2 g}{\alpha^2} .$$

232-

$v_\ell = \dfrac{mg}{\alpha}$ et $\tau = \dfrac{m}{\alpha}$.

233-

• $\tau = 0{,}013s.$; $v_\ell = 0{,}130 m.s^{-1}$. et

$z_A(\tau) = 0{,}6mm.$

• la vitesse limite est atteinte rapidement → on peut supposer que la chute se fait à vitesse limite sur la longueur L.

234-

• D'après (233) → $T \approx \dfrac{L}{v_\ell} = 11{,}5s.$

• $T' = \sqrt{\dfrac{2L}{g}} = \dfrac{L}{v_\ell} = 0{,}5s.$

235-

Application : amortisseur magnétique.

Généralités sur les moteurs thermiques

11

Sur une évolution cyclique du système en contact avec une seule source de chaleur de température T_S , on a :

$W + Q = 0$ (premier principe). Or $W < 0$

→ $Q > 0$ qui est en contardiction avec

$\dfrac{Q}{T} \le 0$ (deuxième principe).

121-

• Cycle moteur → : $W < 0$ et $Q_1 + Q_2 < 0$.

• $Q_1 > 0$ et $Q_2 < 0$.

122-

• Rendement maximal pour un fonctionnement réversible.

• $\eta = \dfrac{grandeur.valorisable}{grandeur.couteuse} = \dfrac{-W}{Q_1}$.

• Sur un cycle réversible, on a :

$W + Q_1 + Q_2 = 0$ et $\dfrac{Q_1}{T_1} + \dfrac{Q_2}{T_2} = 0$ →

$$\eta_{rev} = 1 - \frac{T_2}{T_1} .$$

131-

Sur un cycle , on a : $S_c + \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \rightarrow$.

$S_c = -\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}$.

132-

• En tenant compte de $W + Q_1 + Q_2 = 0 \rightarrow$

$\eta_{irrev} = 1 - \frac{T_2}{T_1} - \frac{S_c}{Q_1} T_1 = \eta_{rev} - \frac{S_c}{Q_1} T_1$;

• $\eta_{irrev} < \eta_{rev} < 1$.

Etude d'un moteur à combustion interne

211-

$n_A = \frac{P_A V_A}{RT_A} = 0{,}02\text{mol}.$

212-

La transformation A→B$_S$ est isentropique ; donc : $V_A^{\gamma-1} T_A = V_B^{\gamma-1} T_{BS} \rightarrow$

$T_{BS} = T_A \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} = T_A r^{\gamma-1}$.

213-

$r_{max} = \left(\frac{T_{BS,max}}{T_A}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 5{,}7$.

221-

Les transformations A→B$_S$ et C→D$_S$ sont isentropiques ; donc : $V_A^{\gamma-1} T_A = V_B^{\gamma-1} T_{BS}$ (1) et $V_B^{\gamma-1} T_C = V_A^{\gamma-1} T_{DS}$ (2). Le produit $(1)\times(2) \rightarrow T_A T_C = T_{BS} T_{DS}$.

222-

$\eta_c = \frac{T_{BS} - T_A}{T_B - T_A} \rightarrow$

$T_B = T_A \left(1 + \frac{1}{\eta_c}\left(\frac{T_{BS}}{T_A} - 1\right)\right)$ et (1) →

$T_B = T_A \left(1 + \frac{1}{\eta_c}\left(r^{\gamma-1} - 1\right)\right)$.

2231-

La transformation B→C est isochore, donc : $\Delta_{BC} U = Q_{BC} \rightarrow$

$Q_{BC} = n_A C_V (T_C - T_B)$.

2232-

$Q_{BC} = nP_{cal}$ et $Q_{BC} = n_A C_V (T_C - T_B) \rightarrow$

$T_C = T_B + \frac{nP_{cal}}{n_A C_V}$.

224-

Même démarche qu'en (222) →

$T_D = T_C \left(1 + \eta_d \left(\frac{1}{r^{\gamma-1}} - 1\right)\right)$.

225-

On a : $C_v = \frac{R}{\gamma - 1} = 20{,}8\text{J.K}^{-1}\text{.mol}^{-1}$.

$T_B = 585\text{K.}$; $T_C = 9470\text{K.}$ et $T_D = 5199\text{K.}$

.

226-

• $P_C = \frac{n_A R T_C}{V_B} = \frac{n_A R T_C r}{V_A} = 5{,}42\text{bar}.$

• $P_C < 50\text{bar}$ → la contrainte est respectée.

231-

$P_{f,inst} = -\mu v^2$.

232-

Sur un cycle le piston se déplace de 4L (*admission + compression + détente + échappement*) sur une durée $\Delta t = \frac{1}{N}$ →

$v_m = 4NL$.

233-

$P_f = -\mu v_m^2 = -16\mu(NL)^2$.

241-

Même démarche qu'en (223) →

$Q_{DA} = n_A C_V (T_A - T_D)$.

242-

Sur un cycle, on a :

$0 = \Delta U = W + W_f + Q_{BC} + Q_{DA} \rightarrow$

$W = -Q_{BC} - Q_{DA} - W_f \rightarrow$

$W = -n_A C_v (T_C - T_B + T_A - T_D) - \Delta t \times P_f$.

243-

$P_m = -\frac{W}{\Delta t} = -NW \rightarrow$

$P_m = N n_A C_v (T_C - T_B + T_A - T_D) - 16\mu(NL)^2$

.

244-

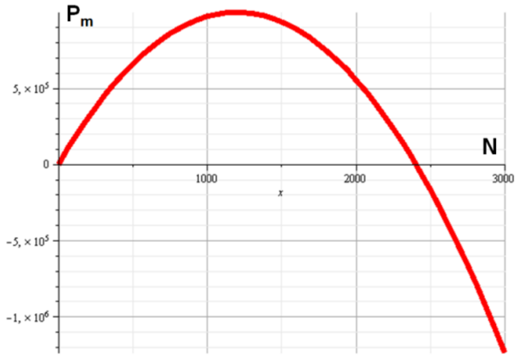
$$\eta = \frac{-W}{Q_{chaude}} = \frac{-W}{Q_{BC}} = \frac{P_m}{NQ_{BC}} \rightarrow$$

$$\eta = \frac{Nn_A C_v (T_C - T_B + T_A - T_D) - 16\mu(NL)^2}{Nn_A C_v (T_C - T_B)}$$

.

251-

Les A.N. → $P_m(N) = (1658N - 0{,}69N^2)$.



252-

$N_M = 1202 \text{cycle.s}^{-1}$ et $P_{m,max} = 996 \text{kW}$.

253-

$\eta(N) = 0{,}45 - 1{,}86.10^{-4} N$.

$\eta(N_M) = 0{,}23$. Le rendement est faible.