



**HTBLuVA St. Pölten**  
**Höhere Abteilung Elektrotechnik**  
3100 St. Pölten, Waldstrasse 3      Tel: 02742-75051-300  
Homepage: <http://et.htlstp.ac.at>      E-Mail: [et@htlstp.ac.at](mailto:et@htlstp.ac.at)



Projekt Titel:

## ANALOGUE FILTERSCHALTUNGEN

Mitglieder:

KIENINGER DOMINIK  
LABENBACHER MICHAEL  
~~IBRAHIM IBRAGIMOV~~

Projektort: HTBLuVA in St. Pölten

Projektdatum: 18. Mai 2015

Projektnummer: 23

Projektgruppe: 3

Unterrichtsgegenstand: Laboratorium

Jahrgang/Klasse: 2014/15 4AHET

Lehrer: Dipl.-Ing. Dr. Peter Zaniat

<b>Protokollführer:</b>	<b>Unterschriften</b>	<b>Note</b>
<i>Kieninger Dominik</i>		

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Verwendete Geräte &amp; Betriebsmittel</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Analoge Filterschaltungen</b>	<b>5</b>
2.1	Allgemeines . . . . .	5
2.2	Passiver Hochpass 2.Ordnung C-R-C-R . . . . .	10
2.2.1	Aufgabenstellungen . . . . .	10
2.2.2	Schaltungsentwicklung & Dimensionierungen . . . . .	10
2.2.3	Messvorgang & Auswertung . . . . .	14
2.2.4	Messbericht . . . . .	20
2.3	Aktiver Tiefpass 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung . . . . .	21
2.3.1	Aufgabenstellungen . . . . .	21
2.3.2	Schaltungsentwicklung & Dimensionierungen . . . . .	21
2.3.3	Messvorgang & Auswertung . . . . .	25
2.3.4	Messbericht . . . . .	31
2.4	Aktiver Bandpass 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung . . . . .	32
2.4.1	Aufgabenstellungen . . . . .	32
2.4.2	Schaltungsentwicklung & Dimensionierungen . . . . .	32
2.4.3	Messvorgang & Auswertung . . . . .	37
2.4.4	Messbericht . . . . .	43
2.5	Aktive Bandsperre 2.Ordnung nach Wien Robinson . . . . .	44
2.5.1	Aufgabenstellungen . . . . .	44
2.5.2	Schaltungsentwicklung & Dimensionierungen . . . . .	44
2.5.3	Messvorgang & Auswertung . . . . .	46
2.6	Resümee . . . . .	48

## Tabellenverzeichnis

1	Verwendete Geräte & Betriebsmittel . . . . .	4
2	Tabelle der Filterkoeffizienten für Filter 2.Ordnung . . . . .	9
3	Eckdatentabelle Passiver Hochpass 2.Ordnung C-R-C-R . . . . .	12
4	Bauteilwerte Passiver Hochpass 2.Ordnung C-R-C-R (exakt) . . . . .	13
5	Bauteilwerte Passiver Hochpass 2.Ordnung C-R-C-R (gemittelt) . . . . .	13
6	Messtabelle des passiven Hochpasses 2.Ordnung C-R-C-R . . . . .	15
7	Eckdatentabelle & Bauteilwerte aktiver Tiefpass 2.Ordnung mit Zweifachgegenkopplung	24
8	Messtabelle des aktiven Tiefpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegenkopplung . . . . .	26
9	Eckdatentabelle & Bauteilwerte aktiver Bandpass 2.Ordnung mit Zweifachgegenkopplung . . . . .	36
10	Messtabelle des aktiven Bandpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung . . . . .	38
11	Eckdatentabelle & Bauteilwerte aktive Bandsperre 2.Ordnung nach Wien Robinson . .	45
12	Messtabelle der aktiven Bandsperre 2.Ordnung nach Wien Robinson . . . . .	46

## Abbildungsverzeichnis

1	Allgemeine Messschaltung zur Untersuchung der einzelnen Filter . . . . .	8
2	Passiver Hochpss 2.Ordnung C-R-C-R . . . . .	10
3	Betragsgang des passiven Hochpasses 2.Ordnung C-R-C-R . . . . .	16
4	Phasengang des passiven Hochpasses 2.Ordnung C-R-C-R . . . . .	17
5	Ortskurve des passiven Hochpasses 2.Ordnung C-R-C-R . . . . .	18
6	Sprungantwort des passiven Hochpasses 2.Ordnung C-R-C-R (berechnet) . . . . .	19
7	Sprungantwort des passiven Hochpasses 2.Ordnung C-R-C-R (aufgenommen) . . . . .	20
8	Aktiver Tiefpass 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung . . . . .	21
9	Betragsgänge der aktiven Tiefpässe 2.Ordnung mit Zweifachgegenkopplung . . . . .	27
10	Phasengänge der aktiven Tiefpässe 2.Ordnung mit Zweifachgegenkopplung . . . . .	28
11	Ortskurven der aktiven Tiefpässe 2.Ordnung mit Zweifachgegenkopplung . . . . .	29
12	Sprungantwort des aktiven Tiefpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegenkopplung (Butterworth-Versuch (berechnet)) . . . . .	30
13	Sprungantwort des aktiven Tiefpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegenkopplung (Butterworth-Versuch (aufgenommen)) . . . . .	31
14	Aktiver Bandpass 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung . . . . .	32
15	Betragsgang des aktiven Bandpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung . . . . .	39
16	Phasengang des aktiven Bandpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung . . . . .	40
17	Ortskurve des aktiven Bandpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung . . . . .	41
18	Sprungantwort des aktiven Bandpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung (berechnet) . . . . .	42
19	Sprungantwort des aktiven Bandpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegenkopplung (aufgenommen) . . . . .	43
20	Aktive Bandsperre 2.Ordnung nach Wien Robinson . . . . .	44
21	Betragsgang der aktiven Bandsperre 2.Ordnung nach Wien Robinson . . . . .	47
22	Phasengang der aktiven Bandsperre 2.Ordnung nach Wien Robinson . . . . .	48

## 1 Verwendete Geräte & Betriebsmittel

Bezeichnung/Nr.	Gerät/Betriebsmittel	Beschreibung/Typ	Geräte-Nr.
<i>FG1</i>	Arbiträr - Signalgenerator	Waveform-Generator WG-820 marphing	GA - 05/03
<i>N1</i>	DC- Spannungsversorgung	Leybold® 762 88 $\pm 15 V$ / 3 A	GA - 06/06
<i>O1</i>	Oszilloskope	Tektronix TDS 2004C	GA - 05/04
<i>P1</i>	Digitalmultimeter	Extech	G - 10.1/01
<i>P2</i>	HTL - Komponententester	Messen von: C, L, R, Dioden, Tran- sistoren. . .	—

Tabelle 1: Verwendete Geräte &amp; Betriebsmittel

Des Weiteren werden noch Widerstände (Potentiometer), Kondensatoren und Operationsverstärker für die Durchführung der einzelnen Teilprojekte, sowie BNC-Strippen, Stecker und Verbindungsstrippen benötigt.

Die Spannungsversorgung aller verwendeten Operationsverstärker betrug  $+15 V$  /  $-15 V$  & GND.

## 2 Analoge Filterschaltungen

### 2.1 Allgemeines

Dieses Projekt beschäftigt sich mit dem Thema: „*Analoge Filterschaltungen*“. Dabei steht einerseits die Berechnung & Dimensionierung im Vordergrund, sowie andererseits der Aufbau & die nachfolgenden Messungen.

Ein analoger Filter bildet im Prinzip das Pendant zum digitalen und es werden entweder **passive** Bauelemente, wie Spulen, Kondensatoren, Widerstände,..., oder **aktive**, wie Operationsverstärker, Transistoren,... verwendet.

Analoge Filter werden einerseits nach dem **Selektionsverhalten** eingeteilt: Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandsperre, Allpass und andererseits nach der **Ordnung** (Anzahl an Zeitkonstanten): Filter 1, 2, 3, ..., n-ter Ordnung.

Bei aktiven Filter kommt noch die **Art** der Schaltung (Einfachmitkopplung, Einfachgegekopplung, Zweifachgegekopplung,...) und der **Filtertyp** (Bessel, Butterworth, Tschebyscheff, Cauer, Notch-Filter, etc.) dazu.

Nun folgt noch ein kurzer Überblick über die einzelnen Selektionsverhalten, welche in diesem Projekt untersucht werden:

### 1. Tiefpass:

Ein solcher Filter lässt tiefe Frequenzen passieren und sperrt hohe. Der normierte Frequenzgang lässt sich allgemein, wie folgt, beschreiben:

$$\underline{V}(P) = \frac{V_0}{\prod_{i=1}^n (1 + a_i \cdot P + b_i \cdot P^2)} \quad (1)$$

$\underline{V}(P)$ .....	<i>normierter Frequenzgang, komplexe Verstärkung</i>
$G(j\omega)$ .....	<i>Frequenzgang</i>
$G(s)$ .....	<i>Übertragungsfunktion</i>
$V_0$ .....	<i>Verstärkung bei <math>f = 0</math></i>
$a_i, b_i$ .....	<i>Filterkoeffizienten</i>
$n$ .....	<i>Ordnung des Filters</i>

Des Weiteren gilt:

$$P = j \cdot \frac{\omega}{\omega_G} = j \cdot \frac{f}{f_G} \triangleq \frac{s}{\omega_G} \quad (2)$$

$$\omega = 2\pi \cdot f \quad (3)$$

$s$ .....	<i>Laplace-Variable</i>
$\omega$ .....	<i>Kreisfrequenz</i>
$f$ .....	<i>Frequenz</i>
$\omega_G$ .....	<i>Grenzkreisfrequenz</i>
$f_G$ .....	<i>Grenzfrequenz</i>

**Def.:** Die Grenzfrequenz  $f_G$  ist jene Frequenz, bei der die Verstärkung gegenüber  $V_0$ ,  $V_\infty$  oder  $V_R$  um den Faktor  $\sqrt{2} \triangleq 3 \text{ dB}$  abgesunken ist, sprich die Leistung halbiert wurde. Hoch- & Tiefpässe besitzen eine und Bandpässe & -sperrern zwei, welche dann auch oft als obere und untere Grenzfrequenzen bezeichnet werden.

Oft wird die Verstärkung auch folgendermaßen angegeben:

$$V_{[\text{dB}]} = 20 \cdot \lg(V) \quad (4)$$

## 2. Hochpass:

Ein Hochpass sperrt tiefe Frequenzen und lässt hohe durch und die komplexe Verstärkung beträgt:

$$\underline{V}(P) = \frac{V_{\infty}}{\prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{a_i}{P} + \frac{b_i}{P^2}\right)} \quad (5)$$

$V_{\infty}$  ..... Verstärkung bei  $f \rightarrow \infty$

## 3. Bandpass:

Filter mit diesem Selektionsverhalten lassen nur ein bestimmtes Frequenzband durch und ein Bandpass 2.Ordnung lässt sich folgendermaßen beschreiben:

$$\underline{V}(P) = \frac{V_R \cdot \frac{1}{Q} \cdot P}{1 + \frac{1}{Q} \cdot P + P^2} \quad , \text{ mit } P = j \cdot \frac{\omega}{\omega_R} \quad (6)$$

$V_R$  ..... Verstärkung bei der Resonanzfrequenz

$Q$  ..... Güte bei der Resonanzfrequenz

$\omega_R$  ..... Resonanzkreisfrequenz

$f_R$  ..... Resonanzfrequenz

Bei Bandpässe & -sperrern 2.Ordnung wird die Normierung, da es zwei Grenzfrequenzen gibt, aufs geometrische Mittel derer angewandt und es gilt folgender Zusammenhang:

$$\omega_R = \sqrt{\omega_{GU} \cdot \omega_{GO}}, \quad f_R = \sqrt{f_{GU} \cdot f_{GO}} \quad , \text{ geometrisches Mittel} \quad (7)$$

$$B = f_{GO} - f_{GU} \quad (8)$$

$\omega_{GO}$  ..... obere Grenzkreisfrequenz

$\omega_{GU}$  ..... untere Grenzkreisfrequenz

$f_{GO}$  ..... obere Grenzfrequenz

$f_{GU}$  ..... untere Grenzfrequenz

**Def.:** Die Resonanzfrequenz  $f_R$  ist jene Frequenz bei der  $|G(j\omega)|$  ein Maximum annimmt, was für Hoch-, Tief- & Bandpässe gilt. Bei Bandsperren hingegen könnte man eher von „negativer“ Resonanz sprechen oder man verwendet den Ausdruck Mittenfrequenz.

Anmerkung: Oft wird bei Bandpässen & -sperrern der Begriff Mittenfrequenz verwendet, was dem geometrischen Mittel der Grenzfrequenzen entspricht.

#### 4. Bandsperre:

Eine Bandsperre lässt alle Frequenzen außerhalb eines bestimmten Frequenzbandes durch. Für die komplexe Verstärkung einer Bandsperre 2.Ordnung gilt:

$$\underline{V}(P) = \frac{(1 + P^2) \cdot V_{0/\infty}}{1 + \frac{1}{Q} \cdot P + P^2} \quad , \text{ mit } P = j \cdot \frac{\omega}{\omega_R} \quad (9)$$

#### Übungsdurchführungsbeschreibung:

Für die Durchführung der einzelnen Übungen wurde immer folgendermaßen vorgegangen:

1. Berechnungen & Dimensionierungen
2. Aufbau nach folgendem Prinzip (ohne Belastung):

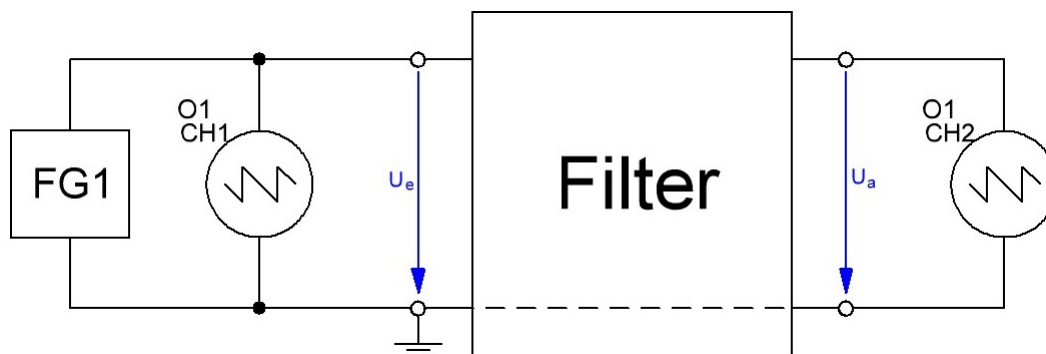


Abbildung 1: Allgemeine Messschaltung zur Untersuchung der einzelnen Filter

Anmerkung: Bei den nachfolgenden Schaltungen wird nur mehr der *Filter* dargestellt.

3. Messung von:

- Verstärkungsverlauf  $V_{dB}$  (bzw.  $G(j\omega)$ ,  $G(s)$ )
- Phasenverlauf  $\varphi(\omega)$
- Sprungantwort

4. Auswertung & Gegenüberstellung mit den Rechenwerten (ev. Simulationen)

- +5) Zusammenfassende Auswertung der Verhalten der einzelnen Filter (Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandsperre)



In diesem Projekt wurde versucht diverse Filtertypen näherungsweise zu realisieren und dafür wurde folgende Tabelle mit den einzelnen Filterkoeffizienten eines Filters 2.Ordnung verwendet:

Typ	$a_i$	$b_i$	$Q$	$\frac{f_{Gi}}{f_G}$
Bessel	1,3617	1,6180	0,58	1
Butterworth	1,4142	1,0000	1,00	1
Tschebyscheff (3 dB-Welligkeit)	1,0650	1,9305	1,30	1
Kritische Dämpfung	1,2872	0,4142	0,50	1

Tabelle 2: Tabelle der Filterkoeffizienten für Filter 2.Ordnung

## 2.2 Passiver Hochpass 2.Ordnung C-R-C-R

### 2.2.1 Aufgabenstellungen

Die Aufgabe dieses Abschnittes besteht darin, einen C-R-C-R-Hochpass 2.Ordnung mit einer Grenzfrequenz von  $f_G = 1\,000\text{ Hz}$  zu realisieren.

Am Beginn sind die Berechnungen und Dimensionierungen vorzunehmen, um im Anschluss darauf den Filter dementsprechend aufzubauen und diesen auf dessen Funktionalität hin zu überprüfen.

Dabei ist das Bodediagramm, sprich die Verstärkung des Filters & die Phasenbeziehung zwischen Ein- und Ausgangssignal mit Hilfe des Oszilloskopes zu erfassen.

Abschließend soll die Sprungantwort aufgenommen und die einzelnen Messungen mit den Rechnungen (oder Simulationen) verglichen werden.

### 2.2.2 Schaltungsentwicklung & Dimensionierungen

Folgende Schaltung wurde untersucht:

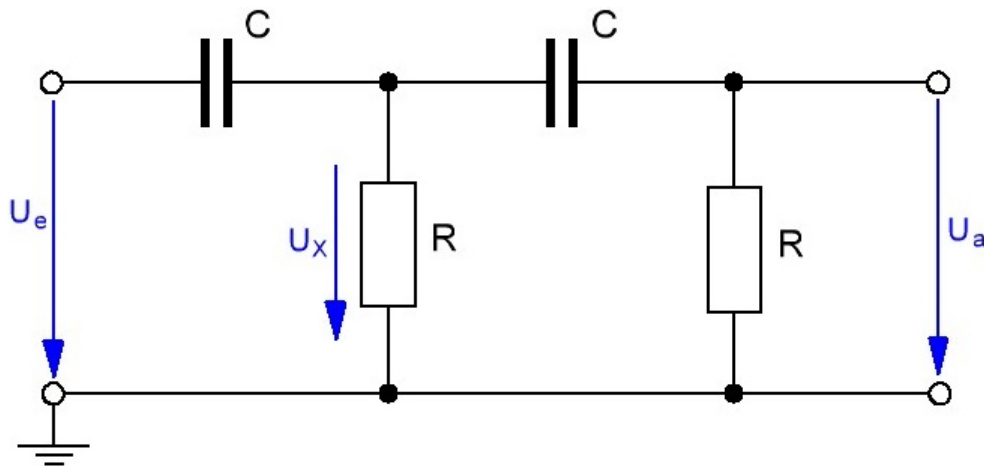


Abbildung 2: Passiver Hochpass 2.Ordnung C-R-C-R

#### Herleitung des Frequenzganges:

$$\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_X} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \quad \& \quad \frac{\underline{U}_X}{\underline{U}_e} = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + \frac{1}{j\omega RC}} \quad \text{mit } \underline{Z} = \frac{R \cdot (1 + j\omega RC)}{1 + j\omega 2 RC} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\underline{U}_X}{\underline{U}_e} = \frac{j\omega RC \cdot (1 + j\omega RC)}{j^2\omega^2 R^2 C^2 + j\omega 3 RC + 1} \quad \text{mit } G(j\omega) = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_X} \cdot \frac{\underline{U}_X}{\underline{U}_e} \quad \Rightarrow$$

$$\underline{G(j\omega)} = \frac{j^2\omega^2 R^2 C^2}{1 + j\omega 3 RC + j^2\omega^2 R^2 C^2} \quad \text{Frequenzgang} \quad (10)$$

Für die Übertragungsfunktion im Laplace-Bereich folgt durch Ersetzen von  $j\omega$  zu  $s$ :

$$G(s) = \frac{s^2 R^2 C^2}{1 + s 3 RC + s^2 R^2 C^2} \quad \text{Übertragungsfunktion} \quad (11)$$

Normiert ergibt sich folgendes:

$$V(P) = \frac{1}{1 + \frac{a_1}{P} + \frac{b_1}{P^2}} \quad \text{mit} \quad a_1 = \frac{3}{\omega_G RC}, \quad b_1 = \frac{1}{\omega_G^2 R^2 C^2} \quad (12)$$

### Darstellung der Ortskurve:

$$|G(j\omega)| = \frac{\omega^2 R^2 C^2}{\sqrt{(1 - \omega^2 R^2 C^2)^2 + 9 \omega^2 R^2 C^2}} \quad (13)$$

$$\operatorname{Re}\{G(j\omega)\} = \frac{-\omega^2 R^2 C^2 \cdot (1 - \omega^2 R^2 C^2)}{(1 - \omega^2 R^2 C^2)^2 + 9 \omega^2 R^2 C^2} \quad (14)$$

$$\operatorname{Im}\{G(j\omega)\} = \frac{3 \omega^3 R^3 C^3}{(1 - \omega^2 R^2 C^2)^2 + 9 \omega^2 R^2 C^2} \quad (15)$$

$$\arg\{G(j\omega)\} = \varphi = 90^\circ + 90^\circ - \arctan(\tau_1 \cdot \omega) - \arctan(\tau_2 \cdot \omega) \quad (16)$$

$$\text{mit } \tau_1 = \frac{2}{3 - \sqrt{5}} \cdot RC, \quad \tau_2 = \frac{2}{3 + \sqrt{5}} \cdot RC$$

### Ermittlung der Knickfrequenz:

**Def.:** Die Knickfrequenzen  $f_K$  sind jene Frequenzen mit denen der Asymptotenknickzug eines Systemes dargestellt werden kann.

Aus der Formel 13 lässt sich erkennen:

$$\omega_K = \frac{1}{RC} \quad f_K = \frac{\omega_K}{2\pi} \quad (17)$$

Bei dieser Frequenz wird das Signal am Eingang um den Faktor 9,54 dB gedämpft, sprich am Ausgang kommt nur  $\frac{1}{3}$  der Eingangsamplitude an.

**Ermittlung der Grenzfrequenz:**

Dafür kann folgendermaßen vorgegangen werden:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\omega^2 R^2 C^2}{\sqrt{(1 - \omega^2 R^2 C^2)^2 + 9 \omega^2 R^2 C^2}}$$

$$0 = \omega^4 R^4 C^4 - 7 \omega^2 R^2 C^2 - 1$$

$$0 = \omega^4 + \omega^2 \cdot \underbrace{\left(-\frac{7}{R^2 C^2}\right)}_p + \underbrace{\left(-\frac{1}{R^4 C^4}\right)}_q \Rightarrow$$

$$\omega_{X,Y} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = \frac{1}{R^2 C^2} \cdot \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{R^4 C^4} \cdot \frac{49}{4} + \frac{1}{R^4 C^4} \cdot \frac{4}{4}} = \frac{1}{R^2 C^2} \cdot \left(\frac{7 \pm \sqrt{53}}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\omega_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{\omega_{X,Y}}$$

Da für uns nur eine positive, reelle Kreisfrequenz interessant ist, gilt für die Grenzfrequenz folgende Formel:

$$\omega_G = \frac{\sqrt{7 + \sqrt{53}}}{\sqrt{2} \cdot RC} \approx \frac{2,67}{RC} \quad f_G = \frac{\omega_G}{2\pi} \quad (18)$$

Bei der Grenzfrequenz ist die Verstärkung nun um 3 dB abgesunken, sprich die Ausgangsspannung beträgt nur das  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -fache des Eingangssignales.

**Eckdaten:**

bei $\omega \rightarrow \infty$ :		bei $\omega = \omega_G$ :		bei $\omega = \omega_K$ :		bei $\omega = 0$ :	
$ G(j\omega) $	$\varphi$	$ G(j\omega) $	$\varphi$	$ G(j\omega) $	$\varphi$	$ G(j\omega) $	$\varphi$
0 dB	0°	-3 dB	52,55°	-9,54 dB	90°	$-\infty$ dB	180°

Tabelle 3: Eckdatentabelle Passiver Hochpass 2.Ordnung C-R-C-R

**Dimensionierung:**

Als Ziel wurde sich eine Grenzfrequenz von  $1\,000\text{ Hz}$  gesetzt und dafür wurde ein Kondensator von  $C = 100\text{ nF}$  gewählt und der Widerstand mit Hilfe der Formel 18 berechnet:

$$R = \frac{\sqrt{7 + \sqrt{53}}}{\sqrt{2} \cdot \omega_G \cdot C} = \frac{\sqrt{7 + \sqrt{53}}}{\sqrt{2} \cdot 2\pi \cdot f_G \cdot C} = \frac{\sqrt{7 + \sqrt{53}}}{\sqrt{2} \cdot 2\pi \cdot 1\,000\text{ Hz} \cdot 100 \cdot 10^{-9} \frac{\text{As}}{\text{V}}} = 4\,252,8\,\Omega$$

Nun wurden folgende Bauteilwerte gewählt (mit Hilfe des Ohmmeters bzw. dem Bauteilkomponententester nachgemessen):

$C_{\text{Vorne}}$ [nF]	$R_{\text{Vorne}}$ [Ω]	$C_{\text{Hinten}}$ [nF]	$R_{\text{Hinten}}$ [Ω]
101,98	4 158	100,47	4 183

Tabelle 4: Bauteilwerte Passiver Hochpass 2.Ordnung C-R-C-R (exakt)

Vorne bezieht sich auf das linke C-R-Glied in der Schaltung 2 und hinten auf das rechte Glied. Für die Berechnung kann nun mit folgenden Werten weitergerechnet werden:

$C$ [nF]	$R$ [Ω]
101	4 170

Tabelle 5: Bauteilwerte Passiver Hochpass 2.Ordnung C-R-C-R (gemittelt)

Die Rückrechnung mit der Formel 18 liefert eine zu erwartende Grenz- und Knickfrequenz von:

$$f_G = 1\,010\text{ Hz} \quad f_K = 378\text{ Hz}$$

### 2.2.3 Messvorgang & Auswertung

Nach dem erfolgreichem Aufbau des Filters 2.Ordnung in Abb. 2 konnte, durch Anlegen einer sinusförmigen Eingangsspannung von  $\hat{u}_e = 1\text{ V}$  (kann auch höher gewählt werden, was sich hier bei höheren Frequenzen empfiehlt), die Ein- & Ausgangsspannung sowie die Zeitverschiebung gemessen werden und mit Hilfe der nachfolgenden Formeln wurde die folgende Messtabelle angefertigt. Dabei wurde die Anregungsfrequenz  $f$  im Bereich von  $10 - 100\,000\text{ Hz}$  verändert.

$$\varphi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 360^\circ \quad , \text{ mit } T = \frac{1}{f} \quad (19)$$

$$(20)$$

$$G(j\omega) = \frac{U_a(j\omega)}{U_e(j\omega)} \quad (21)$$

$T$ ..... Periodendauer

$\varphi$ ..... Phasenwinkel zwischen Ein- & Ausgangssignal

$\Delta t$ ..... Zeitverschiebung zwischen Ein- & Ausgangssignal

$f$ [Hz]	$V$ [ — ]	$V_{\text{[dB]}}$ [dB]	$\Delta t$ [μs]	$\varphi$ [°]
10	0,0010	-60,00	49000,0	176,40
20	0,0028	-51,06	24000,0	172,80
30	0,0060	-44,44	15400,0	166,32
40	0,0120	-38,42	11200,0	161,28
50	0,0180	-34,89	8800,0	158,40
60	0,0200	-33,98	7000,0	151,20
80	0,0400	-27,96	5000,0	144,00
100	0,0672	-23,45	3800,0	136,80
130	0,1000	-20,00	2800,0	131,04
160	0,1300	-17,72	2180,0	125,57
180	0,1600	-15,92	1800,0	116,64
220	0,2020	-13,89	1400,0	110,88
250	0,2200	-13,15	1200,0	108,00
280	0,2600	-11,70	1000,0	100,80
330	0,3200	-9,90	800,0	95,04
380	0,3500	-9,12	640,0	87,55
420	0,4000	-7,96	540,0	81,65

$f$ [Hz]	$V$ [— — —]	$V_{[dB]}$ [dB]	$\Delta t$ [μs]	$\varphi$ [°]
450	0,4240	-7,45	520,0	84,24
500	0,4560	-6,82	420,0	75,60
600	0,5280	-5,55	310,0	66,96
700	0,6000	-4,44	250,0	63,00
800	0,6400	-3,88	210,0	60,48
900	0,6900	-3,22	170,0	55,08
1000	0,7120	-2,95	150,0	54,00
1200	0,7920	-2,03	100,0	43,20
1400	0,8240	-1,68	76,0	38,30
1600	0,8640	-1,27	60,0	34,56
1800	0,8800	-1,11	48,0	31,10
2200	0,9200	-0,72	32,0	25,34
2500	0,9360	-0,57	24,0	21,60
3000	0,9440	-0,50	18,0	19,44
4000	0,9680	-0,28	9,0	12,96
5000	0,9680	-0,28	6,0	10,80
6000	0,9800	-0,18	5,0	10,80
7000	0,9800	-0,18	4,0	10,08
8000	0,9800	-0,18	2,7	7,78
9000	0,9900	-0,09	1,9	6,16
10000	0,9900	-0,09	1,3	4,68
20000	0,9900	-0,09	0,1	0,72
40000	1,0000	0,00	0,0	0,00
100000	1,0000	0,00	0,0	0,00

Tabelle 6: Messtabelle des passiven Hochpasses 2.Ordnung C-R-C-R

Es wurde noch die Frequenz eingestellt, bei der die Verstärkung  $-3\text{ dB}$  beträgt, sprich das Ausgangssignal den Spitzenwert von  $0,707\text{ V}$  bei  $\hat{u}_e = 1\text{ V}$  hatte, was bei folgender Frequenz der Fall war:

$$f_G = 992\text{ Hz}$$

, was nun relativ exakt mit dem Rechenwert von  $f_G = 1010\text{ Hz}$  übereinstimmt. Des Weiteren wurde eine Knickfrequenz von folgendem Wert, bei  $-9,54\text{ dB}$  ( $\hat{u}_a = 0,33\text{ V}$  bei  $\hat{u}_e = 1\text{ V}$ ) erfasst:

$$f_K = 373\text{ Hz}$$

### Bodediagramm des passiven Hochpasses 2.Ordnung C-R-C-R:

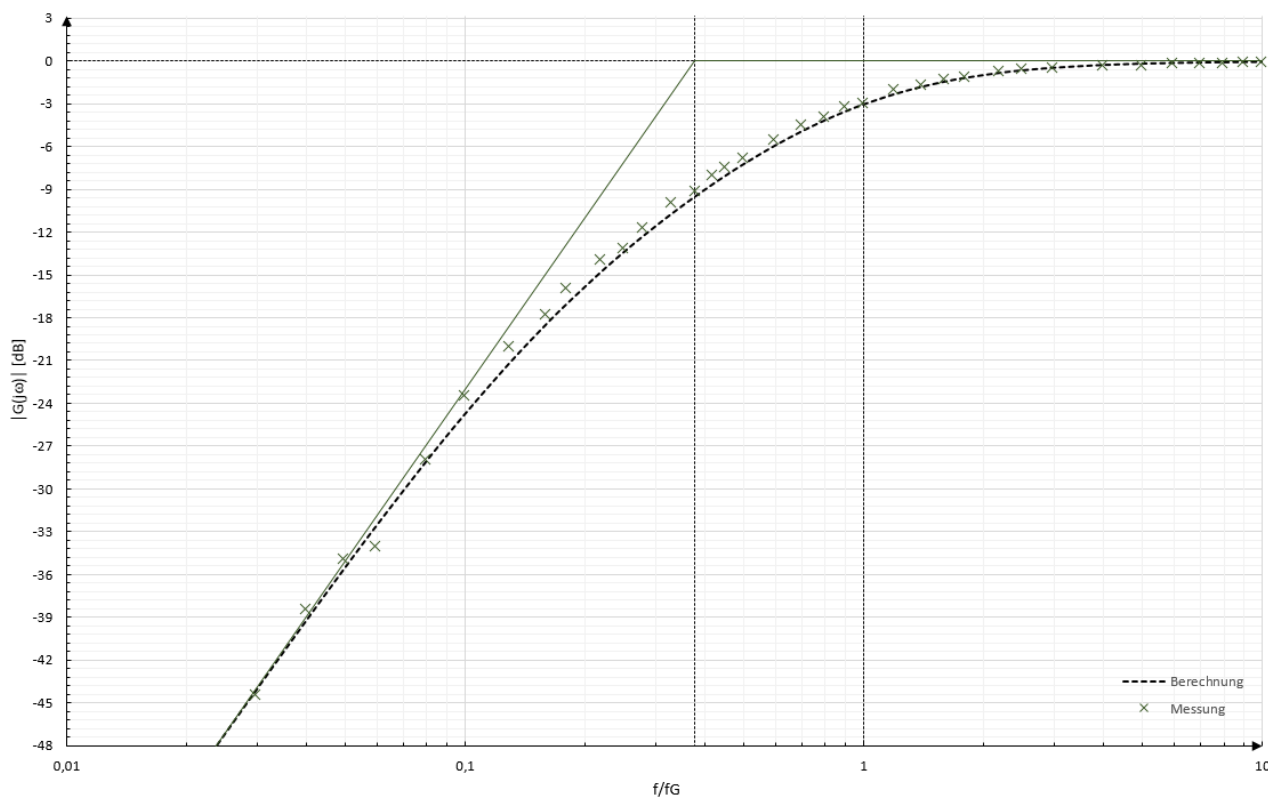


Abbildung 3: Betragsgang des passiven Hochpasses 2.Ordnung C-R-C-R

In der normierten Darstellung ist sehr deutlich erkennbar, dass bei der Grenzfrequenz das Ausgangssignal um  $3\text{ dB}$  gegenüber dem Eingangssignal abgenommen hat.

Die rechnerischen Werte stimmen relativ exakt mit den gemessenen überein, die Abweichungen ergeben sich einerseits durch die vernachlässigte Berechnung mit  $R$  und  $C$  anstatt mit  $R_{\text{Vorne,Hinten}}$  &  $C_{\text{Vorne,Hinten}}$  und andererseits durch div. Messfehlern (Ablesefehler) und Bauteiltoleranzen.



Ein Bodediagramm besteht auch aus dem Phasengang:

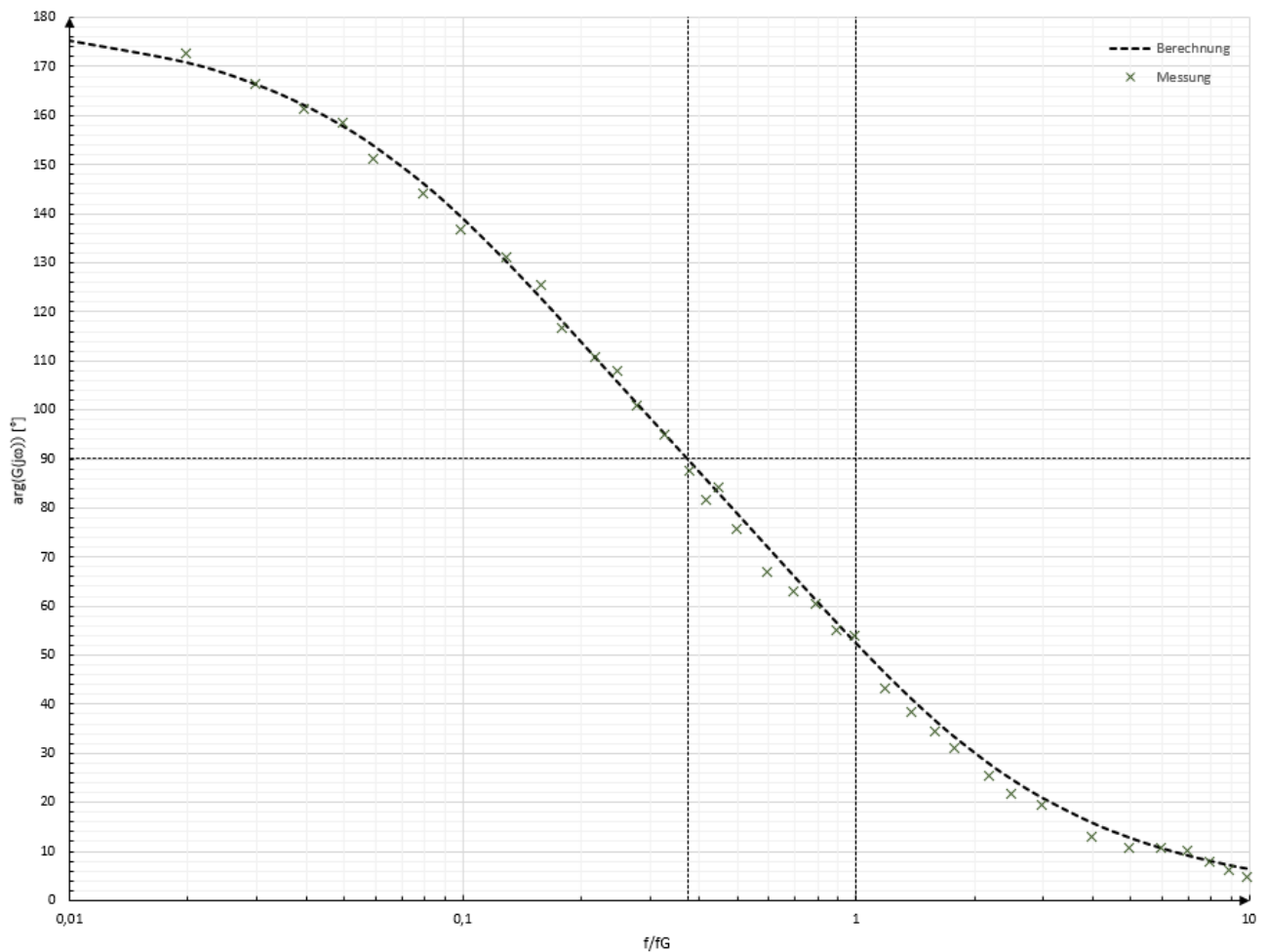


Abbildung 4: Phasengang des passiven Hochpasses 2.Ordnung C-R-C-R

Es lässt sich erkennen, dass bei der Knickfrequenz der Phasenwinkel  $\varphi \approx 90^\circ$  beträgt, hingegen bei der Grenzfrequenz  $\approx 53^\circ$ .

### Ortskurve des passiven Hochpasses 2.Ordnung C-R-C-R:

Nun wurde noch die Ortskurve angefertigt, wobei folgende „Umrechnung“ vorgenommen wurde:

$$\operatorname{Re}\{G(j\omega)\} = |G(j\omega)| \cdot \cos(\varphi) \quad (22)$$

$$\operatorname{Im}\{G(j\omega)\} = |G(j\omega)| \cdot \sin(\varphi) \quad (23)$$

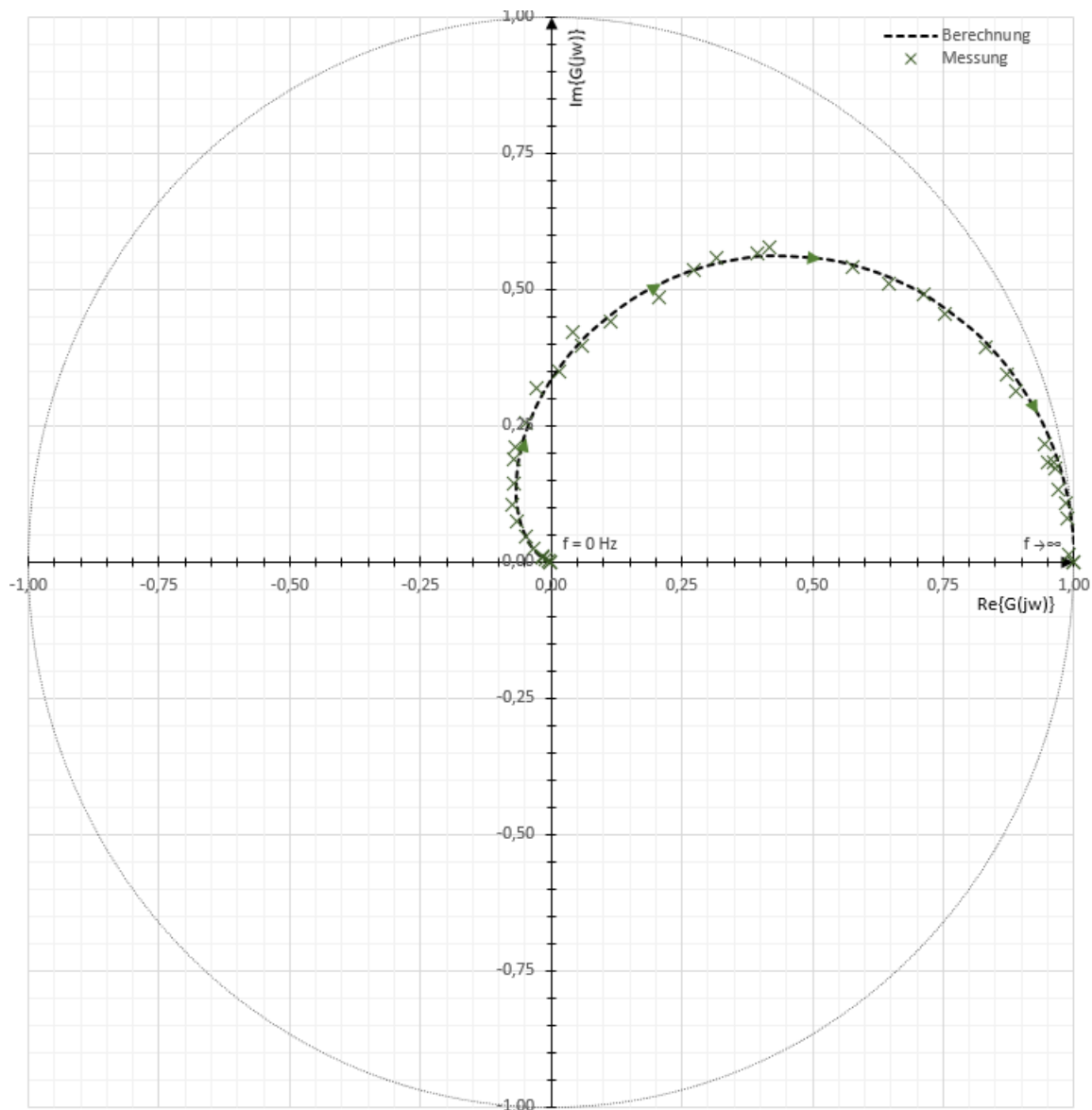


Abbildung 5: Ortskurve des passiven Hochpasses 2.Ordnung C-R-C-R

### Sprungantwort des passiven Hochpasses 2.Ordnung C-R-C-R:

#### Berechnung:

Die Sprungantwort eines solchen Filters lässt sich folgendermaßen beschreiben:

$$u_a(t) = -\frac{RC}{\sqrt{5}} \cdot \left( \frac{1}{\tau_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{1}{\tau_2} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \quad \text{mit } \tau_1 = \frac{2RC}{3-\sqrt{5}}, \quad \tau_2 = \frac{2RC}{3+\sqrt{5}} \quad (24)$$

Das ganze kann mit Hilfe von Maxima und dem *step\_response*-Befehl relativ einfach zur Anzeige gebracht werden:

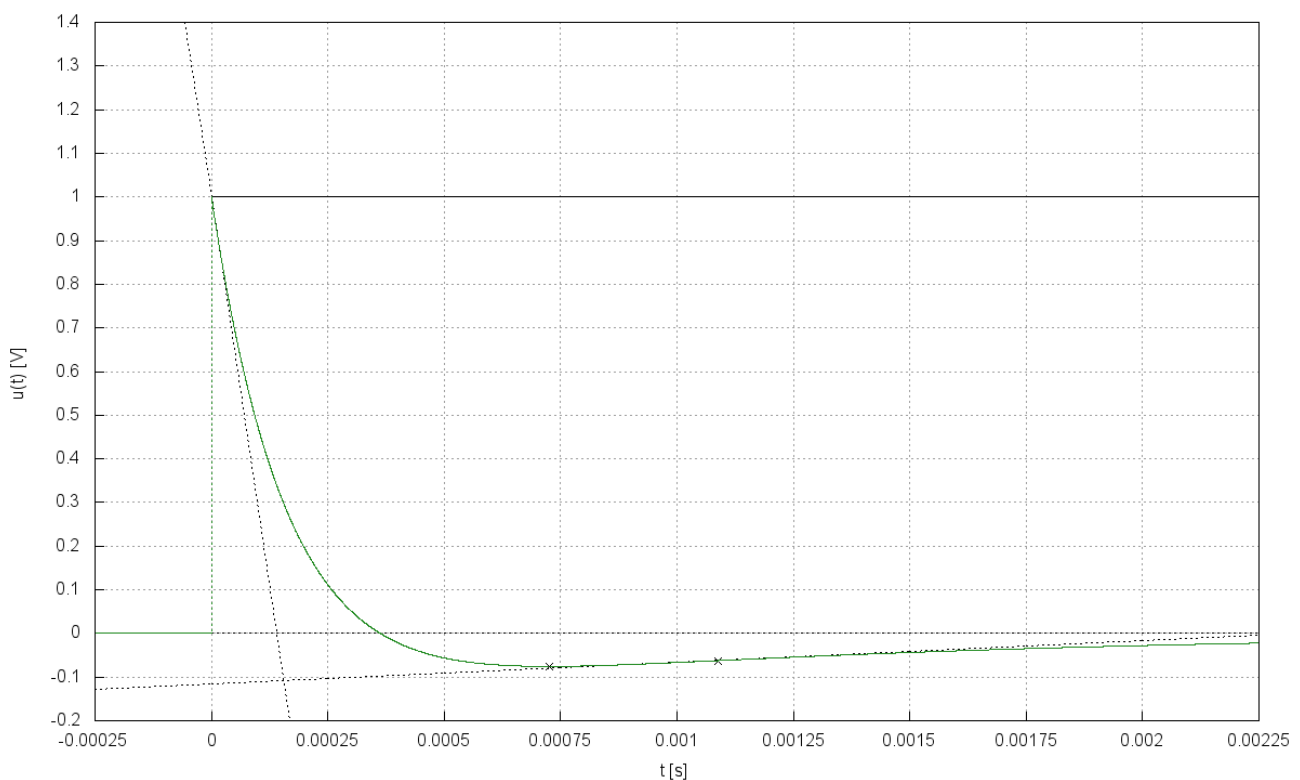


Abbildung 6: Sprungantwort des passiven Hochpasses 2.Ordnung C-R-C-R (berechnet)

Es gilt:

$$\begin{aligned}
 \text{Endwert} \dots\dots\dots \lim_{t \rightarrow \infty} u_a(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot U_a(s) = 0 \quad \hat{=} \text{im Bodediagramm } \omega = 0 \\
 \text{Anfangswert} \dots\dots \lim_{t \rightarrow 0} u_a(t) &= \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot U_a(s) = 1 \quad \hat{=} \text{im Bodediagramm } \omega \rightarrow \infty \\
 \text{Anfangssteigung} \dots \lim_{t \rightarrow 0} u'_a(t) &= \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 \cdot U_a(s) = -\frac{3}{RC}
 \end{aligned}$$

### Messung:

Nun wurde am Frequenzgenerator eine Rechteckspannung mit  $0\text{ V} - 1\text{ V}$  (Einheitssprung) eingestellt, wobei die Frequenz so klein gewählt wurde ( $f = 10\text{ Hz}$ ), dass alle Ausgleichsvorgänge abgeklungen sind.

Somit konnte folgendes Oszilloskopebild aufgenommen werden:

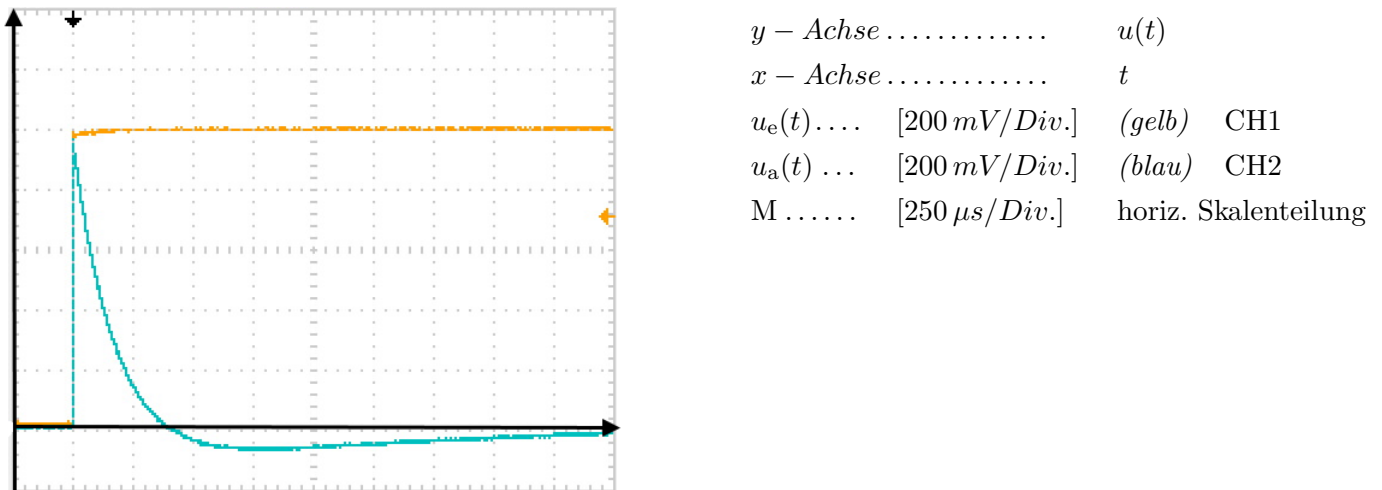


Abbildung 7: Sprungantwort des passiven Hochpasses 2.Ordnung C-R-C-R (aufgenommen)

Bei der Aufnahme wurde auf die positive Flanke des Eingangssignales getriggert und es konnte folgender Maximalwert der Ausgangsspannung im Menü *Measure* abgelesen werden:

$$u_{a, \max} = 996\text{ mV (gemessen)} \quad u_{a, \max} = 1\,000\text{ mV (berechnet)}$$

Des Weiteren wurde noch der minimalste Wert gemessen und mit der Berechnung verglichen:

$$u_{a, \min} = 74,80\text{ mV (gemessen)} \quad u_{a, \min} = 75,59\text{ mV (berechnet)}$$

Die Aufnahme der Sprungantwort Abb. 7 zeigt im Wesentlichen den selben Verlauf wie die Rechnung, mit Ausnahme div. (kleiner) Abweichungen, welche durch Toleranzen der verwendeten Geräte & Betriebsmittel herrühren.

### 2.2.4 Messbericht

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Realisierung eines passiven Hochpasses 2.Ordnung relativ einfach ist, jedoch wird durch die Belastung der Schaltung Strom entnommen und dies führt somit zu einer Beeinflussung der Übertragungsfunktion.

Um dies zu verhindern werden nun aktive Filterschaltungen, wie im nächsten Kapitel 2.3 ersichtlich, verwendet.

## 2.3 Aktiver Tiefpass 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung

### 2.3.1 Aufgabenstellungen

Die Aufgabe in diesem Abschnitt ist es, einen aktiven Tiefpass 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung zu untersuchen. Dabei wurde sich das Ziel gesetzt die Filtertypen welche in der Tabelle 2 aufgelistet sind, so gut wie nur möglich näherungsweise zu realisieren.

Die Grenzfrequenz des Filters soll dabei  $f_G = 1\,000\text{ Hz}$  betragen und es ist das Bodediagramm der einzelnen Typen aufzunehmen.

Zum Abschluss soll noch eine Sprungantwort mit Hilfe des Oszilloskopes erfasst werden und die Messungen sind natürlich mit den Rechenergebnissen zu vergleichen.

### 2.3.2 Schaltungsentwicklung & Dimensionierungen

Folgender Filter wurde in diesem Kapitel untersucht:

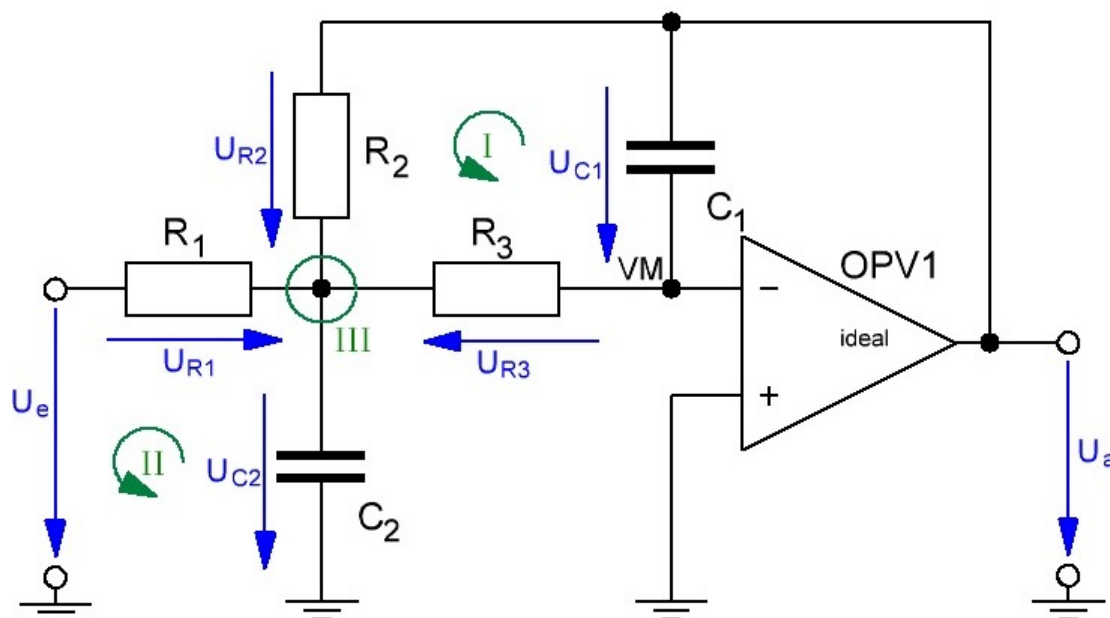


Abbildung 8: Aktiver Tiefpass 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung

Die Spannungsversorgung für den OPV von  $+15\text{ V} / -15\text{ V}$  & GND wurde hier nicht eingezeichnet, worauf natürlich nicht vergessen werden darf.

$VM \dots\dots\dots$  Virtuelle Masse

### Herleitung des Frequenzganges:

Wenn der Eingangsstrom des OPVs vernachlässigt wird, kann folgendes gesagt werden:

$$\underline{U}_{C1} = \underline{U}_a \quad \underline{U}_{R3} = -\underline{U}_{C2} \quad \underline{I}_{C1} = \underline{I}_{R3} \quad \Rightarrow$$

$$\underline{I}_{R3} = \underline{I}_{C1} = \underline{U}_a \cdot j\omega C_1$$

$$\text{Masche I} \quad \underline{I}_{R2} = \frac{\underline{U}_{R2}}{R_2} = \frac{\underline{U}_{C1} + \underline{U}_{R3}}{R_2} = \underline{U}_a \cdot \left( \frac{1}{R_2} + \frac{j\omega C_1 R_3}{R_2} \right)$$

$$\underline{I}_{C2} = \underline{U}_{C2} \cdot j\omega C_2 = -\underline{U}_{R3} \cdot j\omega C_2 = -\underline{I}_{R3} \cdot j\omega C_2 R_3 = -\underline{U}_a \cdot (j\omega)^2 C_1 C_2 R_3$$

$$\text{Masche II} \quad \underline{I}_{R1} = \frac{\underline{U}_{R1}}{R_1} = \frac{\underline{U}_e - \underline{U}_{C2}}{R_1} = \frac{\underline{U}_e + \underline{U}_{R3}}{R_1} = \frac{\underline{U}_e}{R_1} + \underline{I}_{R3} \cdot \frac{R_3}{R_1} = \frac{\underline{U}_e}{R_1} + \underline{U}_a \cdot j\omega C_1 \frac{R_3}{R_1}$$

$$\text{Knoten III} \quad \Rightarrow$$

$$\underline{I}_{C2} = \underline{I}_{R1} + \underline{I}_{R2} + \underline{I}_{R3}$$

$$-\underline{U}_a \cdot (j\omega)^2 C_1 C_2 R_3 = \frac{\underline{U}_e}{R_1} + \underline{U}_a \cdot j\omega C_1 \frac{R_3}{R_1} + \underline{U}_a \cdot \left( \frac{1}{R_2} + \frac{j\omega C_1 R_3}{R_2} \right) + \underline{U}_a \cdot j\omega C_1$$

Nun erhält man den Frequenzgang bzw. die Übertragungsfunktion dieses Tiefpasses:

$$G(j\omega) = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{(j\omega)^2 \cdot C_1 C_2 R_2 R_3 + j\omega \cdot C_1 \left( R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \right) + 1} \quad \text{Frequenzgang} \quad (25)$$

$$G(s) = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{s^2 \cdot C_1 C_2 R_2 R_3 + s \cdot C_1 \left( R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \right) + 1} \quad \text{Übertragungsfunktion} \quad (26)$$

Normiert ergibt sich:

$$V(P) = \frac{V_0}{1 + a_1 \cdot P + b_1 \cdot P^2} \quad (27)$$

$$\text{mit } a_1 = \omega_G \cdot C_1 \left( R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \right), \quad b_1 = \omega_G^2 \cdot C_1 C_2 R_2 R_3, \quad V_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$

Für die nachfolgende Dimensionierung der Bauelemente wird  $a_1$  &  $b_1$  aus der Tabelle 2 gewählt und  $\omega_G$ ,  $V_0$ ,  $C_1$ , &  $C_2$  sind im Prinzip frei wählbar.  $\Rightarrow R_1$ ,  $R_2$  &  $R_3$  sind berechnbar, wobei jedoch folgendes gelten muss:

$$\frac{C_2}{C_1} \geq \frac{4b_1 \cdot (1 - V_0)}{a_1^2} \quad (28)$$

, damit sich für  $R_2$  reelle Werte ergeben (Wenn möglich sollte das Verhältnis von  $C_2$  &  $C_1$  nicht all zu „unnötig“ groß sein).

#### Darstellung der Ortskurve:

$$|G(j\omega)| = \frac{|V_0|}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_G^2} \cdot b_1\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_G^2} \cdot a_1^2}} \quad (29)$$

$$\operatorname{Re}\{G(j\omega)\} = \frac{V_0 \cdot \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_G^2} \cdot b_1\right)}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_G^2} \cdot b_1\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_G^2} \cdot a_1^2} \quad (30)$$

$$\operatorname{Im}\{G(j\omega)\} = \frac{-V_0 \cdot \frac{\omega}{\omega_G} \cdot a_1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_G^2} \cdot b_1\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_G^2} \cdot a_1^2} \quad (31)$$

$$\arg\{G(j\omega)\} = \begin{cases} 180^\circ - \arctan\left(\frac{\omega_G \cdot \sqrt{4b_1 - a_1^2} + 2b_1\omega}{\omega_G \cdot a_1}\right) - \arctan\left(\frac{-\omega_G \cdot \sqrt{4b_1 - a_1^2} + 2b_1\omega}{\omega_G \cdot a_1}\right) & \text{wenn } *^1) \\ 180^\circ - 2 \cdot \arctan\left(\frac{2b_1\omega}{\omega_G \cdot a_1}\right) & \text{wenn } *^2) \\ 180^\circ - \arctan\left(\frac{2b_1\omega}{\omega_G(-a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4b_1})}\right) - \arctan\left(\frac{2b_1\omega}{\omega_G(-a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4b_1})}\right) & \text{wenn } *^3) \end{cases} \quad (32)$$

\*<sup>1)</sup>  $a_1 < 2\sqrt{b_1}$ ... Butterworth, Bessel, Tschebyscheff (3 dB-Welligkeit)

\*<sup>2)</sup>  $a_1 = 2\sqrt{b_1}$ ... Kritische Dämpfung

\*<sup>3)</sup>  $a_1 > 2\sqrt{b_1}$

### Ermittlung der Knickfrequenz:

Diese lässt sich erneut aus der Formel 29 erkennen:

$$\omega_K = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_2 R_3}} = \frac{\omega_G}{\sqrt{b_1}} \quad f_K = \frac{\omega_K}{2\pi} \quad (33)$$

Bei dieser Frequenz kommt am Ausgang das  $|V_0| \cdot \frac{\sqrt{b_1}}{a_1}$ -Fache des Eingangssignales an.

### Dimensionierung:

Die Dimensionierung wurde mit Hilfe von Maxima durchgeführt, wobei eine Grenzfrequenz von  $f_G = 1000 \text{ Hz}$  und  $V_0 = -1$  angestrebt wurde.

Die Rückrechnung nach der erfolgreichen Wahl der Bauelemente<sup>1</sup> (gemessen mit Ohmmeter/Bauteilkomponententester) lieferte:

Angestrebter Filtertyp:		Butterworth	Bessel	Tschebyscheff (3 dB-Welligkeit)	Kritische Dämpfung
$R_1$	$[\Omega]$	1 453	1 516	3 106	1 201
$R_2$	$[\Omega]$	1 458	1 513	3 103	1 213
$R_3$	$[\Omega]$	376	306	342	402
$C_1$	$[nF]$	101,98	101,98	44,70	101,98
$C_2$	$[nF]$	453,00	334,56	1018,40	204,64
$a_1$	$[-]$	1,4169	1,3612	1,0635	1,2950
$b_1$	$[-]$	0,9998	1,6236	1,9072	0,4017
$V_0$	$[-]$	-1,0034	-0,9980	-0,9990	-1,0100
$f_G$	$[Hz]$	1 001,5	999,1	1 004,5	1 002,2
$f_K$	$[Hz]$	1 001,6	1 265,2	727,4	1 581,2
$ G(j\omega_G) $	$[dB]$	-3,01	-3,01	-3,01	-3,01
$ G(j\omega_K) $	$[dB]$	-3,01	-4,74	2,22	-6,14
$\varphi(\omega_G)$	$[\circ]$	90	106	49	115
$\varphi(\omega_K)$	$[\circ]$	90	90	90	90

Tabelle 7: Eckdatentabelle & Bauteilwerte aktiver Tiefpass 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung

<sup>1</sup>Für Widerstände wurde entweder eine Reihen- & Parallelschaltung gewählt oder ein Potentiometer.



### 2.3.3 Messvorgang & Auswertung

Nach dem Aufbau eines Types des Tiefpasses 2.Ordnung, wurde am Eingang eine sinusförmige Eingangsspannung von  $\hat{u}_e = 1\text{ V}$  mit dem Frequenzgenerator angelegt und jeweils die Zeitverschiebung und die Ein- & Ausgangsspannung gemessen, um die nachfolgende Tabelle anzufertigen. Dabei wurde die Frequenz des Eingangssignales im Bereich von  $100 - 10\,000\text{ Hz}$  verändert.

$f$ [Hz]	„Butterworth“				„Bessel“			
	$V$ [ — ]	$V_{\text{dB}}$ [dB]	$\Delta t$ [ms]	$\varphi$ [°]	$V$ [ — ]	$V_{\text{dB}}$ [dB]	$\Delta t$ [ms]	$\varphi$ [°]
100	1,00	0,000	4,800	172,8	1,00	0,000	4,800	172,8
120	1,00	0,000	3,900	168,5	1,00	0,000	4,000	172,8
140	1,00	0,000	3,320	167,3	0,99	-0,087	3,400	171,4
160	1,00	0,000	2,880	165,9	0,99	-0,087	2,960	170,5
180	1,00	0,000	2,550	165,2	0,99	-0,087	2,600	168,5
200	1,00	0,000	2,260	162,7	0,99	-0,087	2,300	165,6
250	1,00	0,000	1,760	158,4	0,98	-0,175	1,780	160,2
300	0,99	-0,087	1,440	155,5	0,97	-0,265	1,450	156,6
350	0,99	-0,087	1,200	151,2	0,96	-0,355	1,220	153,7
400	0,99	-0,087	1,000	144,0	0,95	-0,446	1,040	149,8
450	0,98	-0,175	0,860	139,3	0,94	-0,537	0,900	145,8
500	0,96	-0,355	0,760	136,8	0,92	-0,724	0,780	140,4
600	0,95	-0,446	0,600	129,6	0,89	-1,012	0,620	133,9
700	0,92	-0,724	0,460	115,9	0,86	-1,310	0,500	126,0
800	0,85	-1,412	0,370	106,6	0,81	-1,830	0,420	121,0
900	0,80	-1,938	0,300	97,2	0,77	-2,270	0,340	110,2
1000	0,70	-3,098	0,250	90,0	0,71	-2,975	0,300	108,0
1200	0,56	-5,036	0,180	77,8	0,62	-4,152	0,220	95,0
1500	0,42	-7,535	0,104	56,2	0,50	-6,021	0,150	81,0
2000	0,24	-12,396	0,060	43,2	0,34	-9,370	0,082	59,0
3000	0,11	-19,172	0,028	30,2	0,18	-14,895	0,036	38,9
4000	0,06	-24,437	0,014	20,2	0,10	-20,000	0,020	28,8
5000	0,04	-27,959	0,009	16,2	0,07	-23,098	0,012	21,6
10000	0,01	-40,000	0,002	7,2	0,02	-36,478	0,003	10,8

$f$ [Hz]	„Tschebyscheff (3 dB-Welligkeit)“				„Kritische Dämpfung“			
	$V$ [ — ]	$V_{[dB]}$ [dB]	$\Delta t$ [ms]	$\varphi$ [°]	$V$ [ — ]	$V_{[dB]}$ [dB]	$\Delta t$ [ms]	$\varphi$ [°]
100	1,01	0,086	4,800	172,8	1,00	0,000	4,800	172,8
120	1,02	0,172	4,000	172,8	1,00	0,000	4,000	172,8
140	1,03	0,257	3,400	171,4	1,00	0,000	3,360	169,3
160	1,04	0,341	2,960	170,5	0,99	-0,087	2,900	167,0
180	1,05	0,424	2,600	168,5	0,99	-0,087	2,580	167,2
200	1,06	0,506	2,300	165,6	0,98	-0,175	2,320	167,0
250	1,09	0,749	1,800	162,0	0,98	-0,175	1,800	162,0
300	1,13	1,062	1,480	159,8	0,97	-0,265	1,480	159,8
350	1,18	1,438	1,220	153,7	0,95	-0,446	1,220	153,7
400	1,23	1,798	1,040	149,8	0,94	-0,537	1,040	149,8
450	1,29	2,212	0,860	139,3	0,93	-0,630	0,900	145,8
500	1,35	2,607	0,740	133,2	0,91	-0,819	0,800	144,0
600	1,41	2,984	0,500	108,0	0,88	-1,110	0,650	140,4
700	1,35	2,607	0,380	95,8	0,83	-1,618	0,520	131,0
800	1,15	1,214	0,270	77,8	0,79	-2,047	0,420	121,0
900	0,92	-0,724	0,180	58,3	0,76	-2,384	0,380	123,1
1000	0,71	-2,975	0,140	50,4	0,70	-3,098	0,300	108,0
1200	0,48	-6,375	0,080	34,6	0,64	-3,876	0,240	103,7
1500	0,29	-10,752	0,050	27,0	0,52	-5,680	0,170	91,8
2000	0,14	-17,077	0,028	20,2	0,40	-7,959	0,100	72,0
3000	0,05	-25,352	0,012	13,0	0,20	-13,979	0,050	54,0
4000	0,03	-30,458	0,006	8,6	0,14	-17,077	0,027	38,9
5000	0,02	-33,979	0,004	7,2	0,09	-20,915	0,018	32,4
10000	0,01	-46,021	0,001	3,6	0,03	-31,701	0,004	14,4

Tabelle 8: Messtabelle des aktiven Tiefpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung

Des Weiteren wurden zur normierten Darstellung, die Frequenzen gemessen, bei der die Ausgangsspannung  $\hat{u}_a = 0,707 V$  bei  $\hat{u}_e = 1 V$  betrug:

„Butterworth“	„Bessel“	„Tschebyscheff (3 dB-Welligkeit)“	„Kritische Dämpfung“
$f_G = 992 Hz$	$f_G = 1006 Hz$	$f_G = 1005 Hz$	$f_G = 985 Hz$

### Bodediagramme der aktiven Tiefpässe 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung:

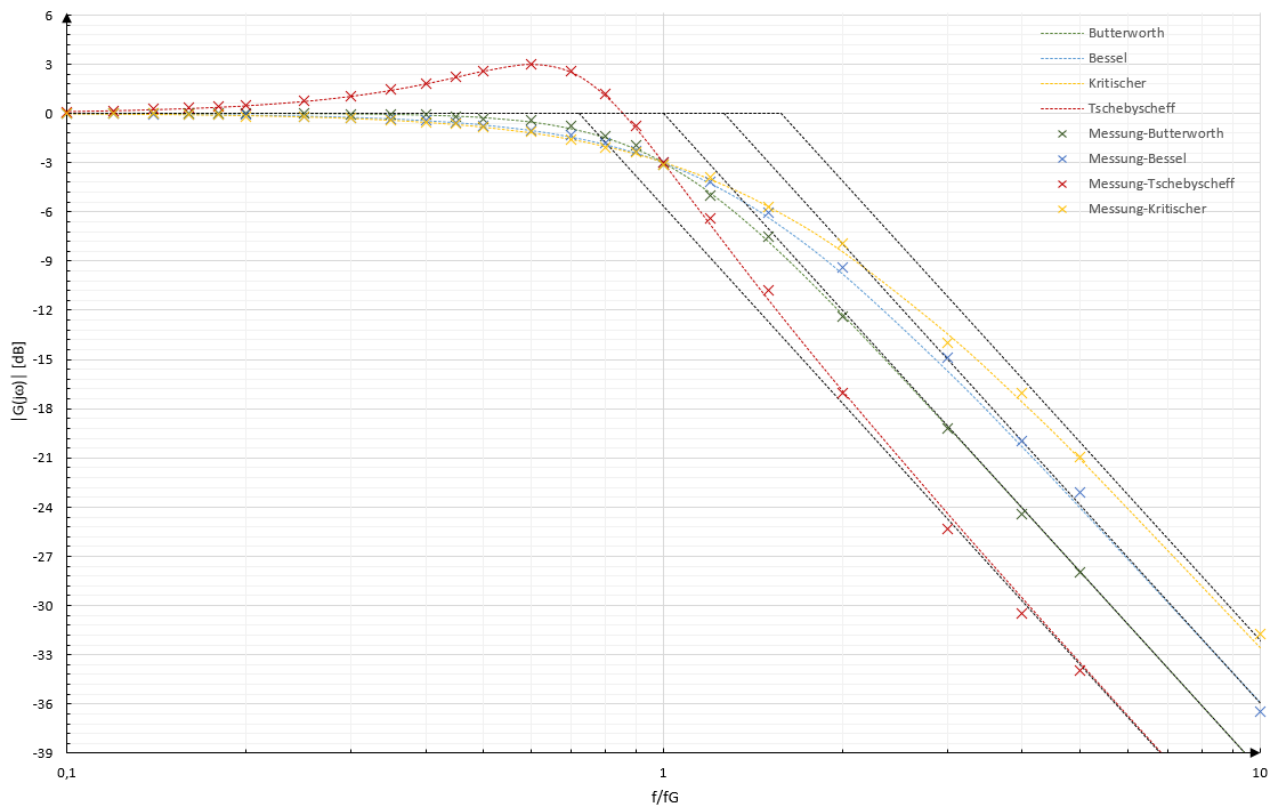


Abbildung 9: Betragsgänge der aktiven Tiefpässe 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung

Anzumerken wäre vielleicht einmal, dass die Linien berechnete Werte darstellen und die einzelnen Messpunkte eingetragen wurden.

In der normierten Darstellung ist sehr deutlich der Einfluss der Filterkoeffizienten auf den Verlauf des Betrages ersichtlich.

Des Weiteren lässt sich der typische 40 dB-Verlauf „oberhalb“ der Grenzfrequenz, wo der Betrag näherungsweise sehr gut die  $-3\text{ dB}$  beträgt, erkennen.

Auch, dass die einzelnen Knickfrequenzen nicht an der selben Stelle liegen geht aus der Abb. 9 sehr gut hervor.

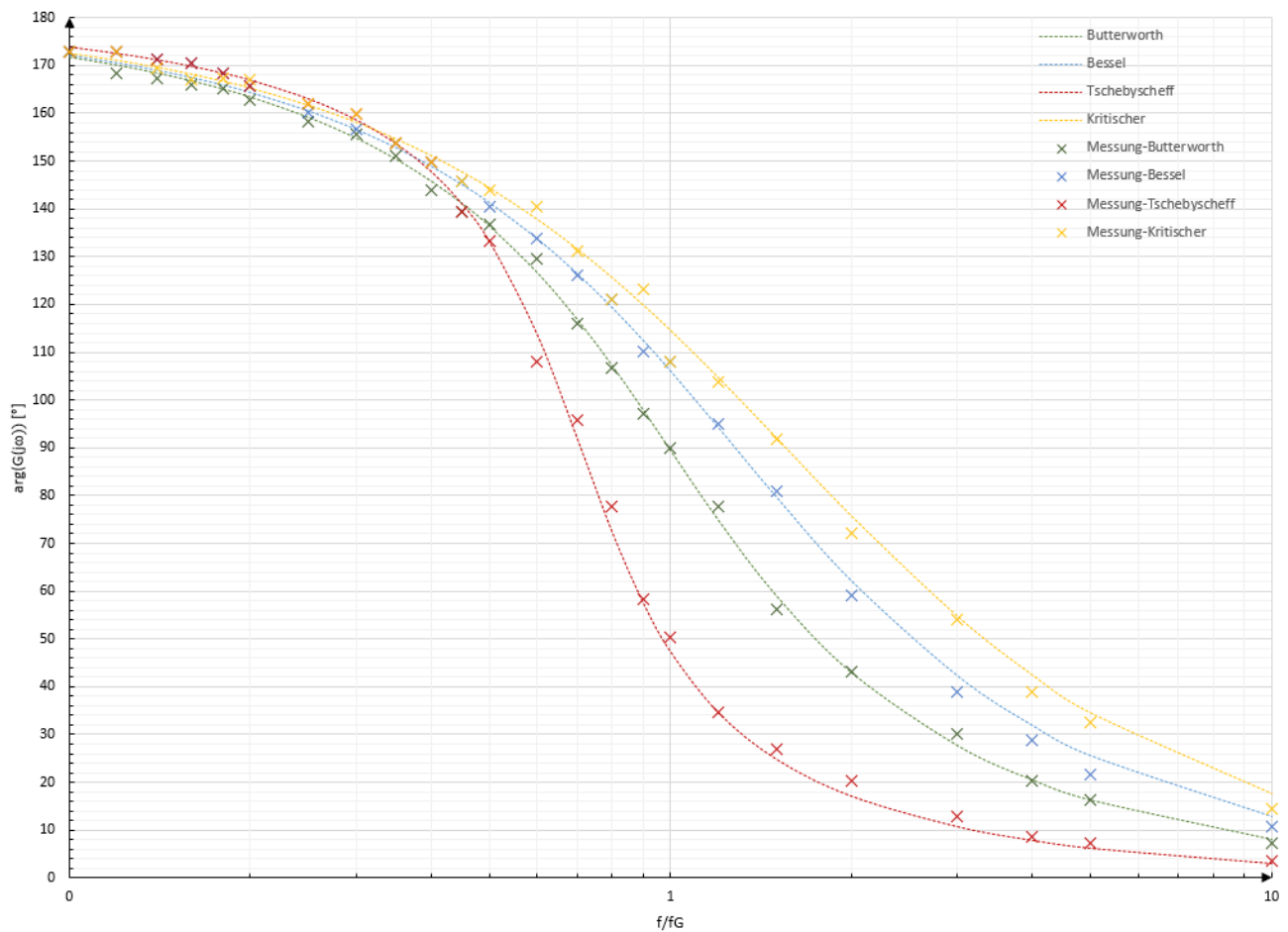


Abbildung 10: Phasengänge der aktiven Tiefpässe 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung

Die Phasenverschiebung änderte sich in einem Bereich von  $180^\circ - 0^\circ$ . Dabei ist beim Kritischen-Filter-Versuch der Phasengübergang wesentlich flacher, im Gegensatz beim Tschebyscheff.

### Ortskurven der aktiven Tiefpässe 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung:

Allg.: Die Ortskurve ist die Darstellung des Frequenzganges  $G(j\omega)$  in der komplexen Zahlenebene in Abhängigkeit des Parameters  $\omega$  ( $f$ ). Die „Kurve“ beginnt bei  $\omega = 0$  und endet bei  $\omega \rightarrow \infty$ .

Beim invertierenden Tiefpass hat sie, je nach den Koeffizienten, folgende Form:

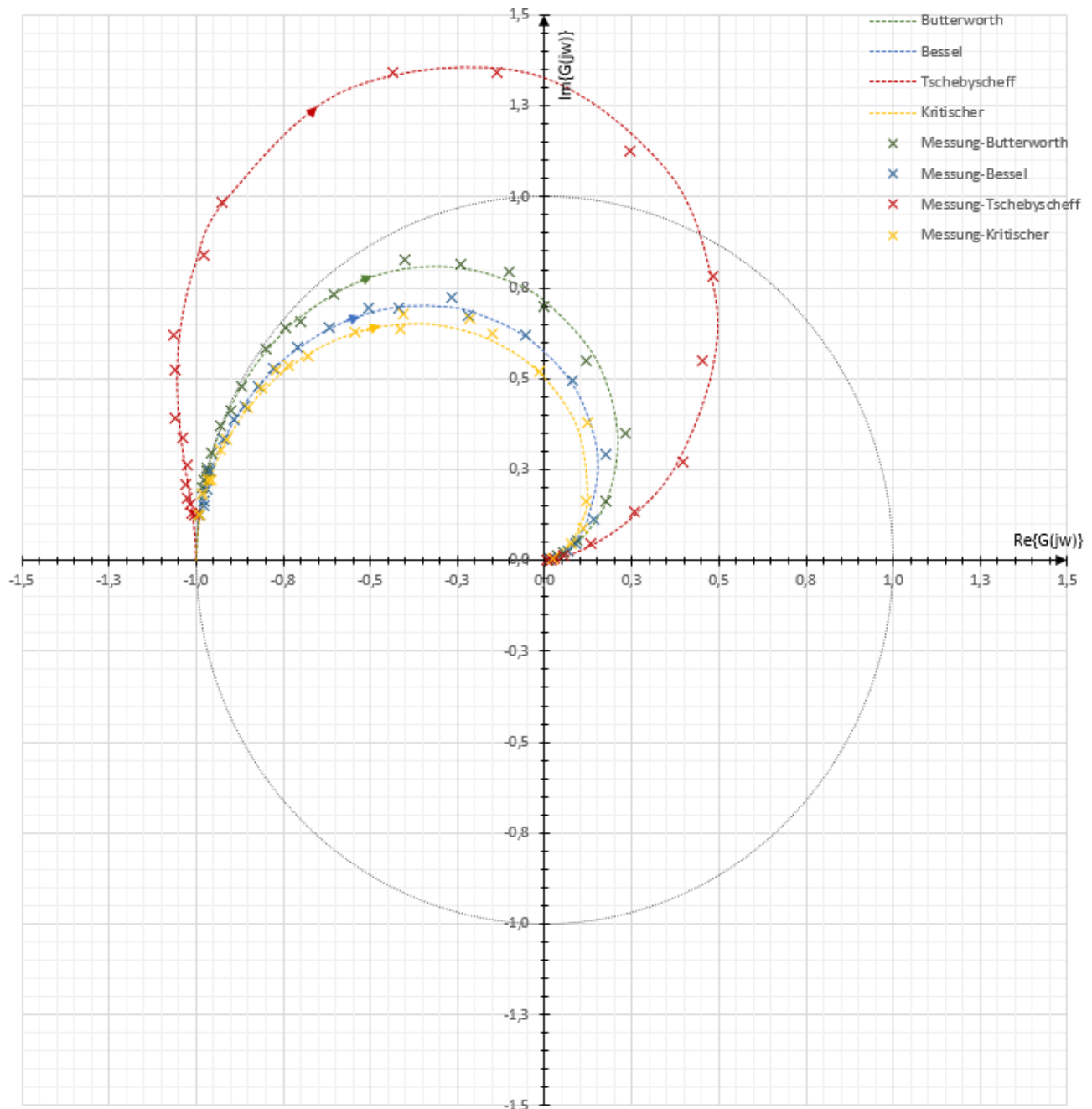


Abbildung 11: Ortskurven der aktiven Tiefpässe 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung

## Sprungantwort des aktiven Tiefpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung

### (Butterworth-Versuch):

#### Berechnung:

Die Sprungantwort beim Butterworth schwingt gerade im Gegensatz zum Kritischen-Filter, jedoch nicht so stark wie beim Tschebyscheff. Sie lässt sich hier folgendermaßen beschreiben (Schwingfähig):

$$u_a(t) = V_0 \cdot \left[ 1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \cdot \left( \cos\left(\frac{t}{\tau_2}\right) + \frac{\tau_2}{\tau_1} \cdot \sin\left(\frac{t}{\tau_2}\right) \right) \right] \quad (34)$$

$$\text{mit } \tau_1 = \frac{2b_1}{a_1\omega_G} \quad , \quad \tau_2 = \frac{2b_1}{\omega_G \cdot \sqrt{4b_1 - a_1^2}}$$

Die graphische Darstellung übernimmt wieder Maxima:

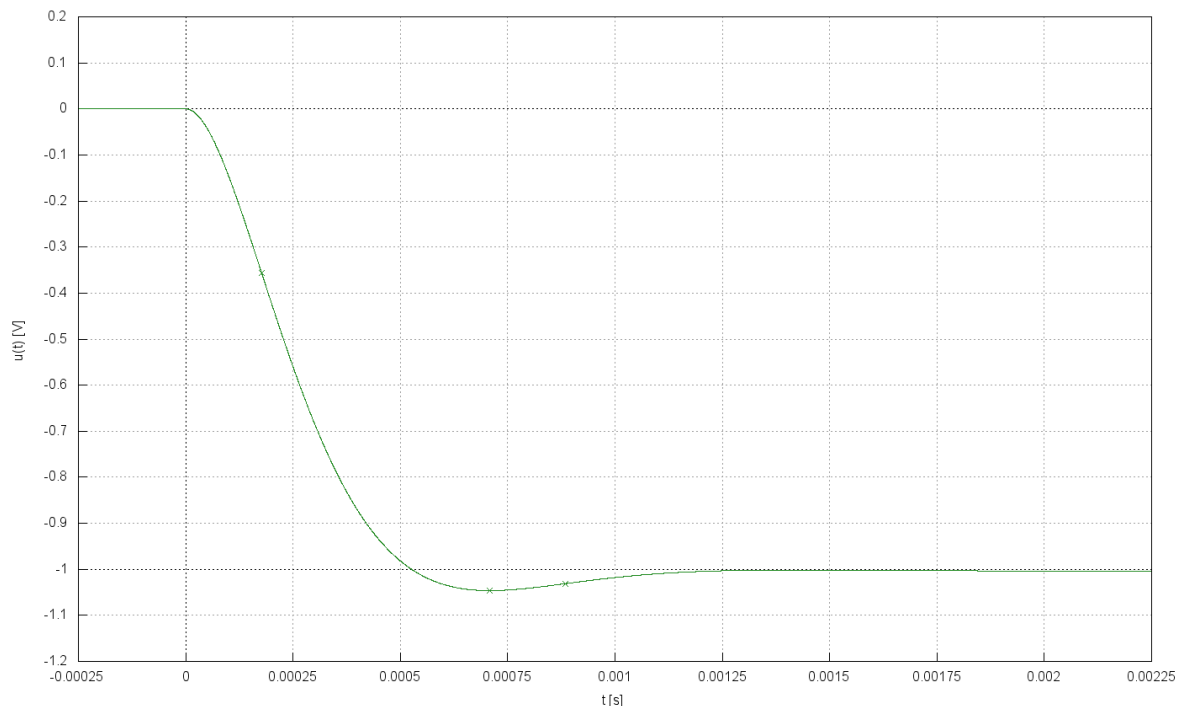


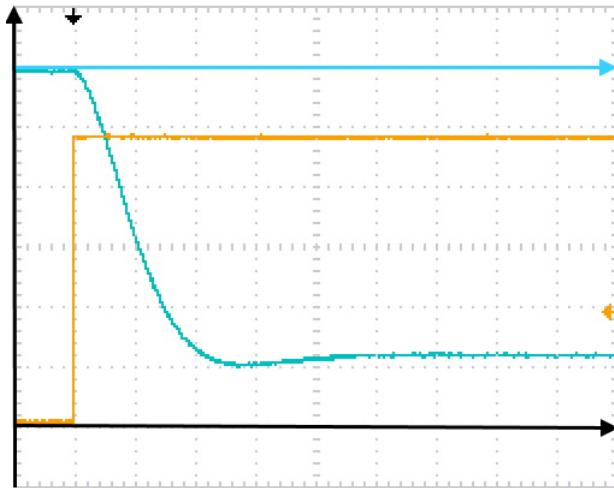
Abbildung 12: Sprungantwort des aktiven Tiefpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung (Butterworth-Versuch (berechnet))

Es gilt:

$$\begin{aligned}
 \text{Endwert} \dots\dots\dots & \lim_{t \rightarrow \infty} u_a(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot U_a(s) = V_0 \hat{=} \text{im Bodediagramm } \omega = 0 \\
 \text{Anfangswert} \dots\dots & \lim_{t \rightarrow 0} u_a(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot U_a(s) = 0 \hat{=} \text{im Bodediagramm } \omega \rightarrow \infty \\
 \text{Anfangssteigung} \dots & \lim_{t \rightarrow 0} u'_a(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 \cdot U_a(s) = 0
 \end{aligned}$$

### Messung:

Nun wurde am Frequenzgenerator eine Rechteckspannung mit  $0\text{ V} - 1\text{ V}$  eingestellt, wobei die Frequenz so klein gewählt wurde ( $f \approx 10\text{ Hz}$ ), dass alle Ausgleichsvorgänge abgeklungen sind. Somit konnte folgendes Oszilloskopebild aufgenommen werden:



$y$  – Achse .....  $u(t)$   
 $x$  – Achse-schwarz für  $u_e(t)$  .  $t$   
 $x$  – Achse-blau für  $u_a(t)$  .....  $t$   
 $u_e(t)$  .... [200 mV/Div.] (gelb) CH1  
 $u_a(t)$  ... [200 mV/Div.] (blau) CH2  
 $M$  ..... [250  $\mu$ s/Div.] horiz. Skalenteilung

Abbildung 13: Sprungantwort des aktiven Tiefpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung (Butterworth-Versuch (aufgenommen))

Es wurde bei der Aufnahme auf die positive Flanke vom Eingangssignal getriggert und es konnten der Extremwert und der Stationärwert mit Hilfe des Oszilloskopes gemessen und mit den berechneten verglichen werden:

$$\begin{array}{ll}
 u_{a, \min} = -1\text{ V (gemessen)} & u_{a, \min} = -1,046\text{ V (berechnet)} \\
 u_{a, \text{stat.}} = -0,960\text{ V (gemessen)} & u_{a, \text{stat.}} = -1,003\text{ V (berechnet)}
 \end{array}$$

Bei der Sprungantwort ist ein kleines Überschwingen ersichtlich und die kleinen Abweichungen zu den Rechenwerten ergeben sich hauptsächlich durch div. Toleranzen der verwendeten Komponenten.

### 2.3.4 Messbericht

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass alleine durch die Änderung der einzelnen Filterkoeffizienten eine andere Knickfrequenz bei gleichbleibender Grenzfrequenz realisierbar ist. Die Steilheit des Betragsabfalles bei „hohen“ Frequenzen ist jedoch immer die selbe, nämlich  $-40\text{ dB/Dekade}$ .

Je nach Filtertyp änderte sich auch der Phasenverlauf und beim Versuch einen Tschebyscheff Filter zu realisieren stellten wir den steilsten Übergang im Phasenverlauf fest.

Der aktive Filter zeigt zusätzlich bei „normaler“ Belastung das selbe Verhalten, im Gegensatz zu einer passiven Realisierung.

## 2.4 Aktiver Bandpass 2.Ordnung mit Zweifachgekopplung

### 2.4.1 Aufgabenstellungen

Dieses Kapitel behandelt den aktiven Bandpass 2.Ordnung Abb. 14 . Dabei wurde erneut eine Resonanzfrequenz von  $f_R = 1\,000\text{ Hz}$  (Mittenfrequenz) angestrebt.

Das Ziel dieses Abschnittes war eine Realisierung des Tschebyscheff-Types mit  $3\text{ dB}$ -Welligkeit. Es ist das Bodediagramm des Filters aufzunehmen, sowie die Sprungantwort.

### 2.4.2 Schaltungsentwicklung & Dimensionierungen

Folgende Filterschaltung wird hier untersucht:

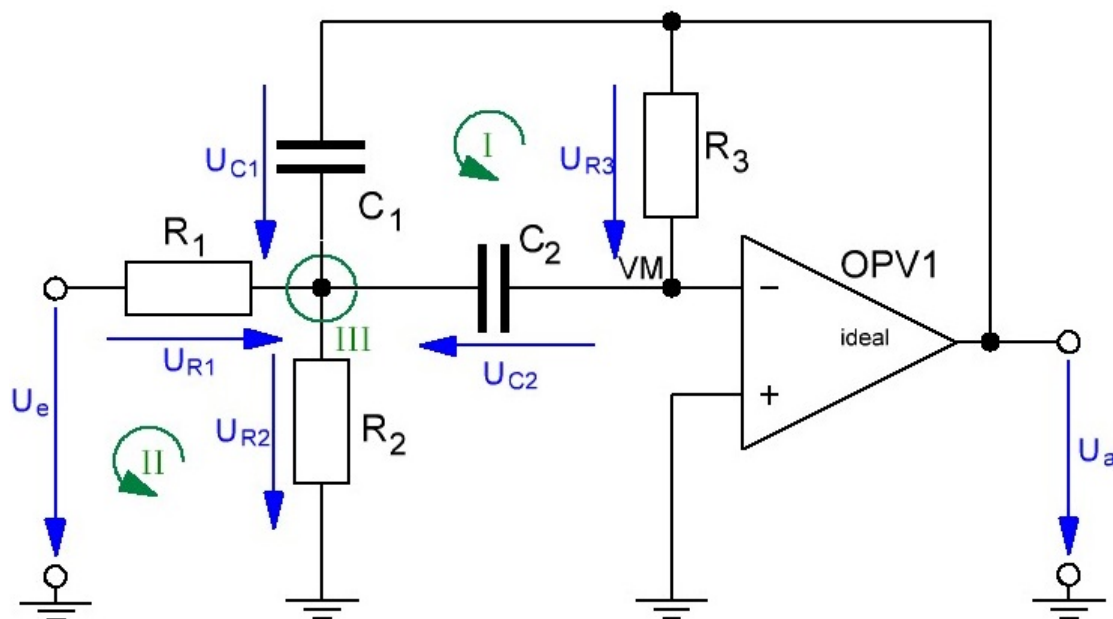


Abbildung 14: Aktiver Bandpass 2.Ordnung mit Zweifachgekopplung



### Herleitung des Frequenzganges:

1.  $\underline{I_{R3}} = \frac{\underline{U_{R3}}}{R_3} = \frac{\underline{U_a}}{R_3} \quad (\underline{U_a} = \underline{U_{R3}})$
2.  $\underline{U_{C2}} = \frac{\underline{I_{C2}}}{j\omega C_2} = -\frac{\underline{I_{R3}}}{j\omega C_2} = -\underline{U_a} \cdot \frac{1}{j\omega C_2 R_3} \quad (\underline{I_{C2}} = -\underline{I_{R3}})$
3.  $\underline{I_{R2}} = \frac{\underline{U_{R2}}}{R_2} = \frac{\underline{U_{C2}}}{R_2} = -\underline{U_a} \cdot \frac{1}{j\omega C_2 R_2 R_3} \quad (\underline{U_{R2}} = \underline{U_{C2}})$
4.  $\underline{I_{C1}} = \underline{U_{C1}} \cdot j\omega C_1 = (\underline{U_a} - \underline{U_{C2}}) \cdot j\omega C_1 = \underline{U_a} \cdot \left( j\omega C_1 + \frac{C_1}{C_2 R_3} \right) \quad (\underline{U_{C1}} + \underline{U_{C2}} = \underline{U_a} \dots \text{Maschenregel (I)})$
5.  $\underline{I_{R1}} = \frac{\underline{U_{R1}}}{R_1} = \frac{\underline{U_e} - \underline{U_{C2}}}{R_1} = \underline{U_e} \cdot \frac{1}{R_1} + \underline{U_a} \cdot \frac{1}{j\omega C_2 R_1 R_3} \quad (\underline{U_{R1}} + \underline{U_{R2}} = \underline{U_e} \dots \text{Maschenregel (II)})$

Nun kann mittels der Knotenregel, welche am Knoten III angewandt wird, die Übertragungsfunktion des Bandpasses ermittelt werden:

$$\underline{I_{R1}} + \underline{I_{C1}} = \underline{I_{R2}} + \underline{I_{C2}}$$

$$\underline{I_{R1}} + \underline{I_{C1}} = \underline{I_{R2}} - \underline{I_{R3}}$$

$$\underline{U_e} \cdot \frac{1}{R_1} + \underline{U_a} \cdot \frac{1}{j\omega C_2 R_1 R_3} + \underline{U_a} \cdot \left( j\omega C_1 + \frac{C_1}{C_2 R_3} \right) = -\underline{U_a} \cdot \frac{1}{j\omega C_2 R_2 R_3} - \frac{\underline{U_a}}{R_3} \Rightarrow$$

Nun kann durch einfaches Umformen die Übertragungsfunktion dieser Schaltung allgemein ermittelt werden:

$$\underline{G(j\omega)} = \frac{-j\omega \cdot C_2 \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2}}{(j\omega)^2 \cdot C_1 C_2 \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2} + j\omega \cdot (C_1 + C_2) \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + 1} \quad \text{Frequenzgang} \quad (35)$$

$$\underline{G(s)} = \frac{-s \cdot C_2 \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2}}{s^2 \cdot C_1 C_2 \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2} + s \cdot (C_1 + C_2) \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + 1} \quad \text{Übertragungsfunktion} \quad (36)$$

Mehr aussagekräftiger ist die normierte, komplexe Verstärkung:

$$V(P) = \frac{\frac{V_R}{Q} \cdot P}{1 + \frac{1}{Q} \cdot P + P^2} \quad (37)$$

$$\text{mit } \omega_R = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2}} \cdot \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3}} \quad V_R = -\frac{R_3}{2 R_1} \quad Q = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} R_3 \cdot \omega_R \quad B = \frac{C_1 + C_2}{2\pi \cdot C_1 C_2 R_3}$$

Für die Dimensionierung wird es wesentlich einfacher, wenn  $C = C_1 = C_2$  gewählt wird, was somit zu folgenden Kenngrößen führt:

$$\text{mit } \omega_R = \frac{1}{C} \cdot \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3}} \quad V_R = -\frac{R_3}{2 R_1} \quad Q = \frac{C R_3 \omega_R}{2} \quad B = \frac{1}{\pi \cdot C R_3} = \frac{f_R}{Q}$$

### Darstellung der Ortskurve:

$$|G(j\omega)| = \frac{|V_R| \frac{1}{Q} \cdot \frac{\omega}{\omega_R}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_R^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_R^2} \cdot \frac{1}{Q^2}}} \quad (38)$$

$$\operatorname{Re}\{G(j\omega)\} = \frac{|V_R| \frac{1}{Q^2} \cdot \frac{\omega^2}{\omega_R^2}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_R^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_R^2} \cdot \frac{1}{Q^2}} \quad (39)$$

$$\operatorname{Im}\{G(j\omega)\} = \frac{|V_R| \frac{1}{Q} \cdot \frac{\omega}{\omega_R} \cdot \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_R^2}\right)}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_R^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_R^2} \cdot \frac{1}{Q^2}} \quad (40)$$

$$\arg\{G(j\omega)\} = \begin{cases} -90^\circ - \arctan\left(\frac{\omega_R \cdot \sqrt{4Q^2 - 1} + 2\omega Q}{\omega_R}\right) - \arctan\left(\frac{-\omega_R \cdot \sqrt{4Q^2 - 1} + 2\omega Q}{\omega_R}\right) & \text{wenn } *^1) \\ -90^\circ - 2 \cdot \arctan\left(\frac{2\omega Q}{\omega_R}\right) & \text{wenn } *^2) \\ -90^\circ - \arctan\left(\frac{2\omega Q}{\omega_R \cdot (-1 + \sqrt{1 - 4Q^2})}\right) - \arctan\left(\frac{2\omega Q}{\omega_R \cdot (-1 - \sqrt{1 - 4Q^2})}\right) & \text{wenn } *^3) \end{cases} \quad (41)$$

\*<sup>1)</sup>  $Q > \frac{1}{2} \dots$  Butterworth, Bessel, Tschebyscheff (3 dB-Welligkeit)

\*<sup>2)</sup>  $Q = \frac{1}{2} \dots$  Kritische Dämpfung

\*<sup>3)</sup>  $Q < \frac{1}{2}$

### Ermittlung der Grenzfrequenzen:

Dafür wird der Betrag von  $G(j\omega)$  gleich  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  gesetzt und die Gleichung, wie im Kapitel 2.2.2, gelöst, was auf folgende Lösungen für die obere und untere Grenzfrequenz führt:

$$\omega_{GO, GU} = \frac{\omega_R \cdot \sqrt{2|V_R|^2 + 2Q^2 - 1 \pm \sqrt{4|V_R|^4 + 8|V_R|^2 Q^2 - 4|V_R|^2 - 4Q^2 + 1}}}{\sqrt{2}Q} \quad f_{GO, GU} = \frac{\omega_{GO, GU}}{2\pi} \quad (42)$$

Zur Kontrolle liefert das geometrische Mittel von  $\omega_{GO}$  &  $\omega_{GU}$  wieder die Resonanzfrequenz. Somit lässt sich bei bekannter  $f_R$ ,  $Q$  &  $V_R$  sofort die beiden Grenzfrequenzen (und die Bandbreite) des Bandpasses 2.Ordnung berechnen.

### Dimensionierung:

Die Dimensionierung wurde mit Hilfe von Maxima durchgeführt, wobei eine Grenzfrequenz von  $f_G = 1000 \text{ Hz}$  und  $V_0 = -1$  angestrebt wurde.

Die Rückrechnung nach der erfolgreichen Wahl der Bauelemente (gemessen mit Ohmmeter/Bauteilkomponententester) lieferte:

Bauteilwerte:			Filterbeschreibung:			Phasengang:			Betragsgang:		
$R_1$	$[\Omega]$	2 043	$V_R$	$[-]$	-0,9976	$\varphi(0)$	$[\circ]$	-90	$G(0)$	$[dB]$	$-\infty$
$R_2$	$[\Omega]$	863	$Q$	$[-]$	-1,2960	$\varphi(\omega_{GU})$	$[\circ]$	-135	$G(j\omega_{GU})$	$[dB]$	-3,03
$R_3$	$[\Omega]$	4 076	$f_R$	$[Hz]$	992,4	$\varphi(\omega_R)$	$[\circ]$	-180	$G(j\omega_R)$	$[dB]$	-0,02
$C$	$[nF]$	101,98	$f_{GU}$	$[Hz]$	680,8	$\varphi(\omega_{GO})$	$[\circ]$	-225	$G(j\omega_{GO})$	$[dB]$	-3,03
			$f_{GO}$	$[Hz]$	1 446,6	$\varphi(\infty)$	$[\circ]$	-270	$G(\infty)$	$[dB]$	$-\infty$
			$B$	$[Hz]$	765,8						

Tabelle 9: Eckdatentabelle & Bauteilwerte aktiver Bandpass 2.Ordnung mit Zweifachgekopplung

### 2.4.3 Messvorgang & Auswertung

Die Aufnahme des Bodediagrammes wurde mit einer sinusförmigen Eingangsspannung von  $\hat{u}_e = 5\text{ V}$  durchgeführt. Dabei wurde ein Frequenzbereich von  $10 - 10\,000\text{ Hz}$  gewählt, was zu folgenden Messwerten führte:

$f$ [Hz]	$V$ [ — ]	$V_{\text{dB}}$ [dB]	$\Delta t$ [ $\mu\text{s}$ ]	$\varphi$ [°]
10	0,008	-41,94	-25000	-90,0
20	0,017	-35,39	-12600	-90,7
30	0,022	-33,15	-8500	-91,8
40	0,030	-30,46	-6360	-91,6
50	0,030	-30,46	-5100	-91,8
60	0,048	-26,38	-4300	-92,9
70	0,060	-24,44	-3700	-93,2
100	0,080	-21,94	-2600	-93,6
120	0,098	-20,18	-2200	-95,0
140	0,120	-18,42	-1900	-95,8
160	0,130	-17,72	-1700	-97,9
200	0,150	-16,48	-1400	-100,8
230	0,200	-13,98	-1200	-99,4
260	0,220	-13,15	-1100	-103,0
300	0,240	-12,40	-940	-101,5
350	0,290	-10,75	-850	-107,1
400	0,340	-9,37	-740	-106,6
450	0,400	-7,96	-700	-113,4
500	0,450	-6,94	-660	-118,8
600	0,580	-4,73	-600	-129,6
700	0,710	-2,97	-550	-138,6
800	0,860	-1,31	-530	-152,6
900	0,960	-0,35	-520	-168,5
1000	1,000	0,00	-510	-183,6

Weiterführende Messtabelle:

$f$ [Hz]	$V$ [ — ]	$V_{[dB]}$ [dB]	$\Delta t$ [μs]	$\varphi$ [°]
1100	0,970	-0,26	-500	-198,0
1200	0,900	-0,92	-480	-207,4
1300	0,820	-1,72	-460	-215,3
1400	0,750	-2,50	-430	-216,7
1600	0,620	-4,15	-410	-236,2
1800	0,520	-5,68	-370	-239,8
2000	0,450	-6,94	-340	-244,8
3000	0,290	-10,75	-238	-257,0
4000	0,200	-13,98	-180	-259,2
5000	0,160	-15,92	-145	-261,0
6000	0,120	-18,42	-122	-263,5
7000	0,110	-19,17	-106	-267,1
8000	0,090	-20,92	-92	-265,0
10000	0,080	-21,94	-74	-266,4
15000	0,050	-26,02	-49	-264,6
20000	0,040	-27,96	-37	-266,4
40000	0,020	-33,98	-18,6	-267,8
70000	0,010	-40,00	-10,6	-267,1
100000	0,008	-41,94	-7,5	-270,0

Tabelle 10: Messtabelle des aktiven Bandpasses 2.Ordnung mit Zweifachgekopplung

Es zeigte sich schon, dass der Betrag von  $G(j\omega)$  einmal zu, jedoch ab einer gewissen Frequenz wieder abnimmt. Die Messung der Resonanz- & Grenzfrequenzen ergab:

$$f_{GU} = 692 \text{ Hz} \quad f_R = 1000 \text{ Hz} \quad f_{GO} = 1454 \text{ Hz}$$

Somit beträgt die gemessene Bandbreite, sowie Güte des Filters:

$$B = f_{GO} - f_{GU} = 1454 \text{ Hz} - 692 \text{ Hz} = 762 \text{ Hz}$$

$$Q = \frac{f_R}{B} = \frac{1000 \text{ Hz}}{762 \text{ Hz}} = 1,31$$

### Bodediagramm des aktiven Bandpasses 2.Ordnung mit Zweifachgekopplung:

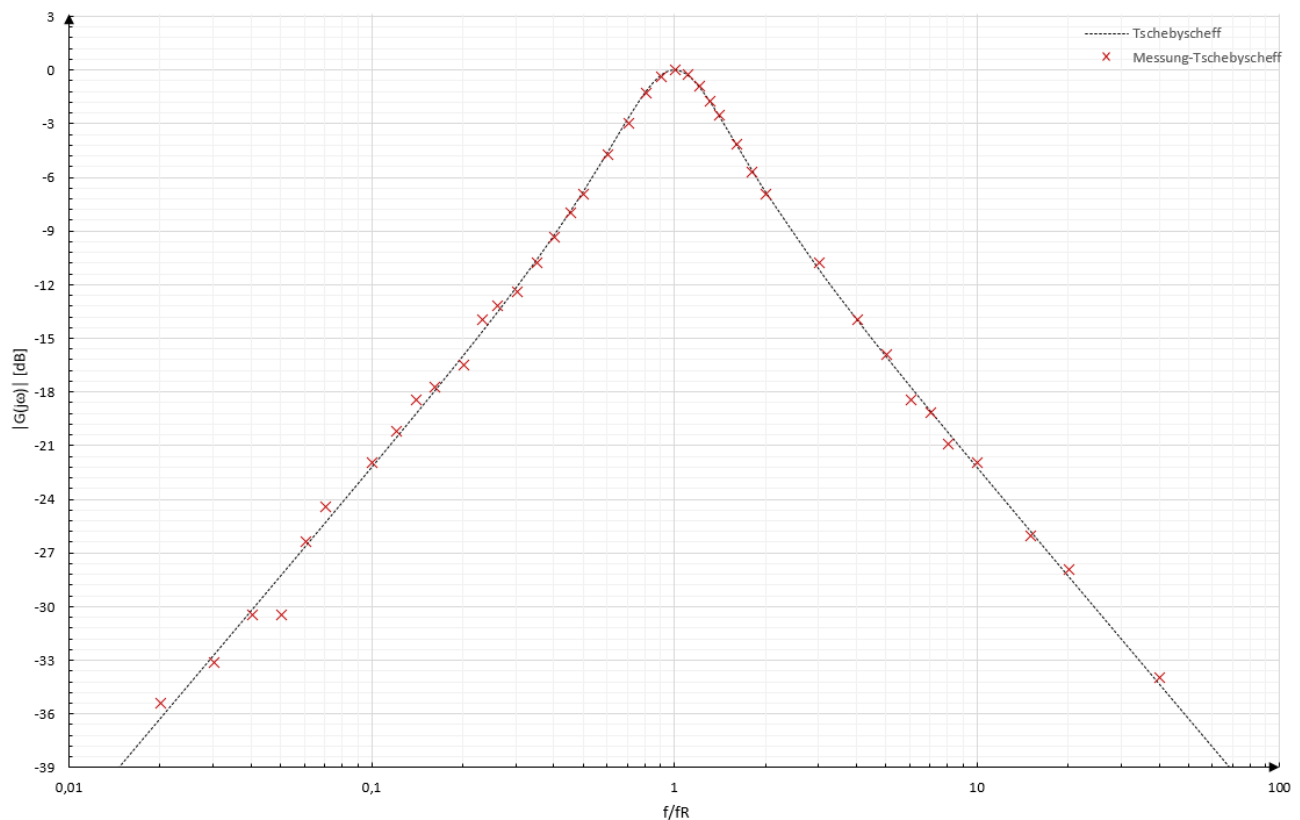


Abbildung 15: Betragsgang des aktiven Bandpasses 2.Ordnung mit Zweifachgekopplung

Der typische Verlauf eines Bandpasses 2.Ordnung ist deutlich zu erkennen und außerhalb des Durchlassbereiches beträgt der Abfall  $-20 \text{ dB/Dekade}$ !

Einzelnen Messpunkte weichen hauptsächlich aus Gründen der starken Dämpfung und den damit verbundenen Messfehlern auf, denn im Durchlassbereich ist die Abweichung zu den Rechengrößen verschwindend gering.

Des Weiteren konnte die gewünschte Resonanzfrequenz von  $f_R = 1000 \text{ dB}$  und Durchlassverstärkung von  $0 \text{ dB}$  erreicht werden.

Nun folgt noch der dazugehörige Phasenverlauf:

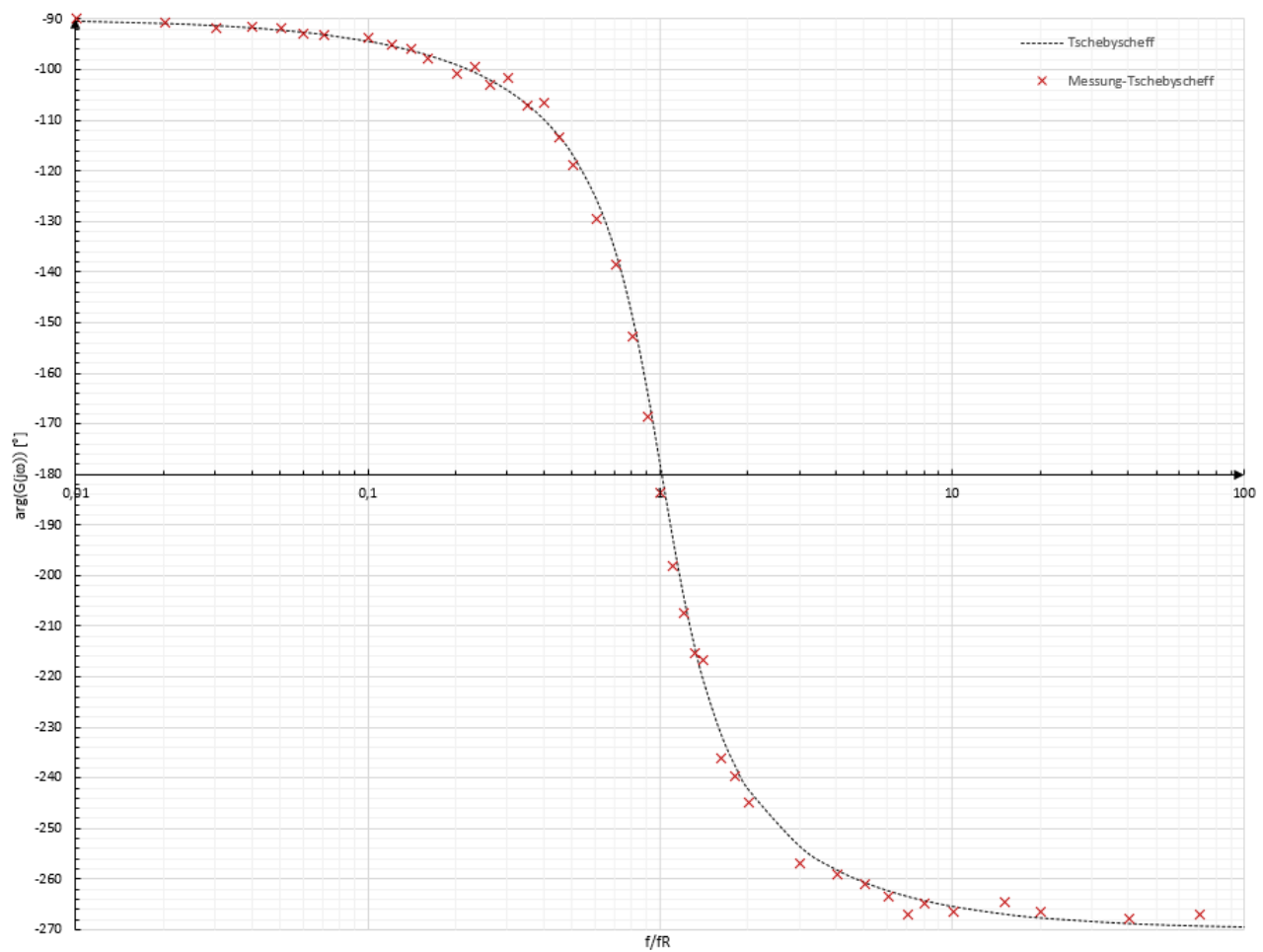


Abbildung 16: Phasengang des aktiven Bandpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung

Es ist in der Abb. 16 gut der steile Übergang der Phase (Tschebyscheff-Versuch) von  $-90^\circ$  auf  $-270^\circ$  ersichtlich.



### Ortskurve des aktiven Bandpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung:

Die Ortskurve eines Bandpasses 2.Ordnung ergibt natürlich einen Kreis, da sich ein Bandpass ja aus einem Tiefpass & einem Hochpass beschreiben lässt:

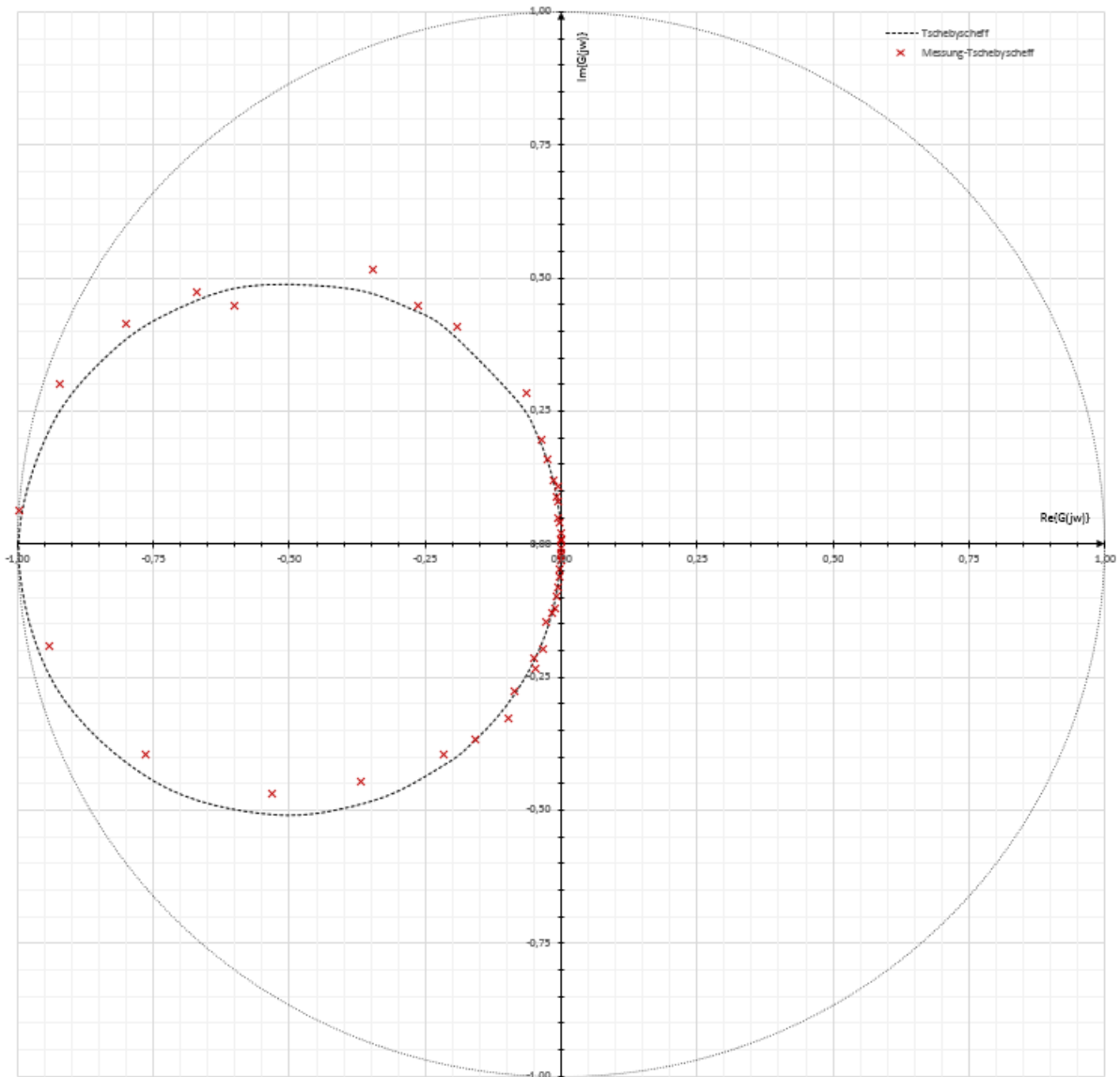


Abbildung 17: Ortskurve des aktiven Bandpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegekopplung

### Sprungantwort des aktiven Bandpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegekoppung:

Diese lässt sich für den Schwingfall (Tschebyscheff) folgendermaßen beschreiben:

$$u_a(t) = 2 V_R \cdot \frac{\tau_2}{\tau_1} \cdot \sin\left(\frac{t}{\tau_2}\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} \quad (43)$$

$$\text{mit } \tau_1 = \frac{2Q}{\omega_R} \quad \tau_2 = \frac{1}{\omega_R \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$$

Nun kann diese wieder mit Hilfe von Maxima graphisch dargestellt werden, was folgenden Verlauf zeigt:

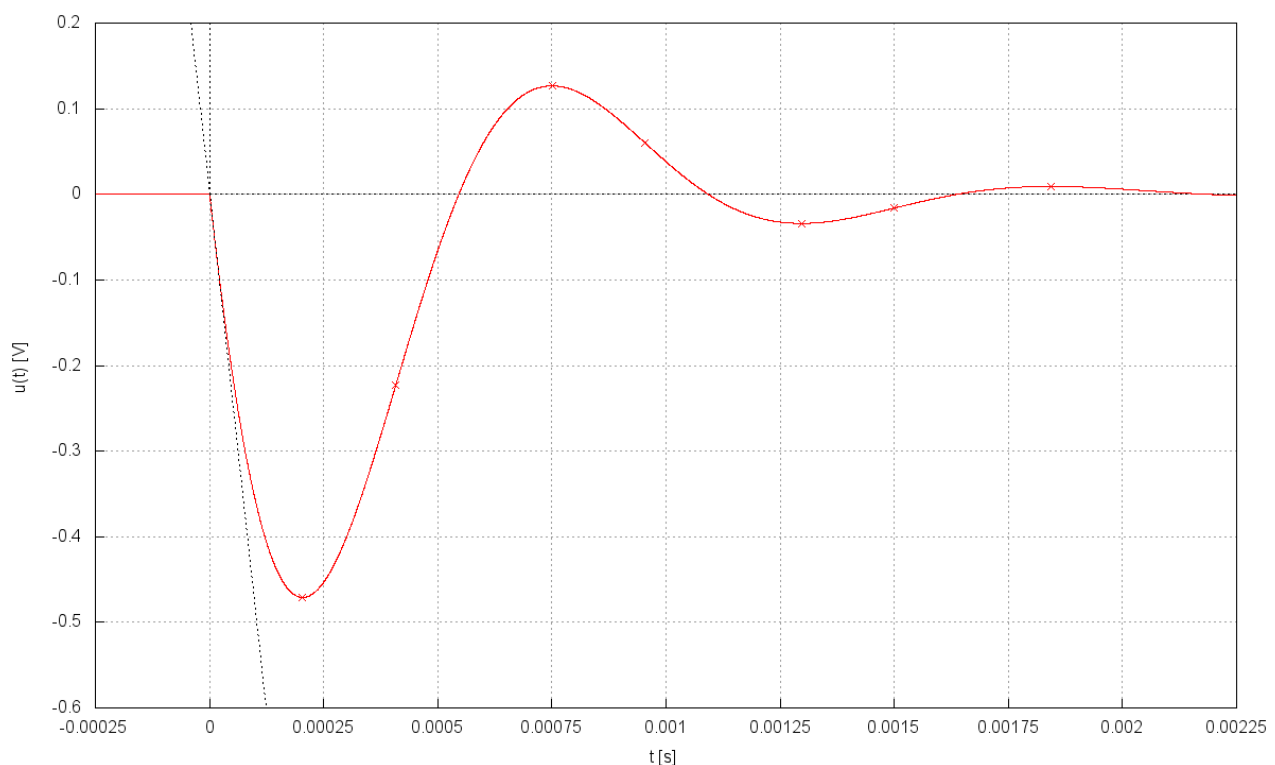
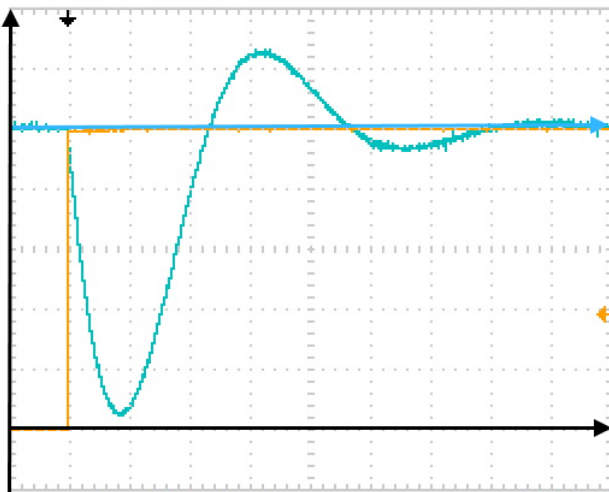


Abbildung 18: Sprungantwort des aktiven Bandpasses 2.Ordnung mit Zweifachgegekoppung (berechnet)

Es gilt:

$$\begin{array}{llll}
 \text{Endwert} \dots\dots\dots & \lim_{t \rightarrow \infty} u_a(t) & = & \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot U_a(s) = 0 \quad \hat{=} \text{ im Bodediagramm } \omega = 0 \\
 \text{Anfangswert} \dots\dots & \lim_{t \rightarrow 0} u_a(t) & = & \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot U_a(s) = 0 \quad \hat{=} \text{ im Bodediagramm } \omega \rightarrow \infty \\
 \text{Anfangssteigung} \dots & \lim_{t \rightarrow 0} u'_a(t) & = & \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 \cdot U_a(s) = \frac{2V_R}{\tau_1}
 \end{array}$$

Nun wurde mit Hilfe des Oszilloskopes die Sprungantwort, durch Anlegen eines Rechtecksignals von  $0\text{ V} - 1\text{ V}$  am Eingang mit einer kleinen Frequenz von  $1\text{ Hz}$  aufgenommen:



$y$  – Achse .....  $u(t)$   
 $x$  – Achse-schwarz für  $u_e(t)$  .  $t$   
 $x$  – Achse-blau für  $u_a(t)$  .....  $t$   
 $u_e(t)$  .... [200 mV/Div.] (gelb) CH1  
 $u_a(t)$  ... [100 mV/Div.] (blau) CH2  
 $M$  ..... [250  $\mu\text{s}$ /Div.] horiz. Skalenteilung

Abbildung 19: Sprungantwort des aktiven Bandpasses 2.Ordnung mit Zweifachgekopplung (aufgenommen)

Zum Vergleich wurden die einzelnen Extremwerte gemessen und gleich mit den berechneten verglichen:

$u_{a, \min 1} = -480,0\text{ mV}$ (gemessen)	$u_{a, \min 1} = -471,0\text{ mV}$ (berechnet)
$u_{a, \max 1} = 126,0\text{ mV}$ (gemessen)	$u_{a, \max 1} = 126,6\text{ mV}$ (berechnet)
$u_{a, \min 2} = -36,0\text{ mV}$ (gemessen)	$u_{a, \min 2} = -34,0\text{ mV}$ (berechnet)

Des Weiteren wurde noch die Zeit gemessen, bei der die Ausgangsspannung zum ersten Mal wieder auf  $0\text{ V}$  gesunken ist:

$t_{0V} = 562,0\text{ }\mu\text{s}$ (gemessen)	$t_{0V} = 546,1\text{ }\mu\text{s}$ (berechnet)
--	---

#### 2.4.4 Messbericht

Wir stellten zusammenfassend fest, dass dieser Bandpass am einfachsten zum Realisieren ist und auch die einzelnen Ziele (Resonanzfrequenz, Güte,...) sehr gut erreicht werden konnten.

## 2.5 Aktive Bandsperre 2.Ordnung nach Wien Robinson

### 2.5.1 Aufgabenstellungen

Die letzte Aufgabe besteht darin eine aktive Bandsperre mit dem Ziel eine Resonanzfrequenz von  $f_R = 1000 \text{ Hz}$  zu erzielen. (Resonanz ist vielleicht nicht der richtige Begriff dafür, da die Resonanz immer ein Maximum beschreibt, deshalb wird ab jetzt der Begriff Mittenfrequenz  $f_M$  verwendet.)

Es ist wieder der Frequenzgang der Bandsperre zu analysieren und am Schluss noch die Sprungantwort des Filters aufzunehmen.

Es ist anzumerken, dass für die Sprungantwort keine Zeit mehr blieb, da beim ersten Versuch diese Schaltung zu realisieren ein Widerstand falsch dimensioniert wurde.

### 2.5.2 Schaltungsentwicklung & Dimensionierungen

Folgende Schaltung wurde untersucht:

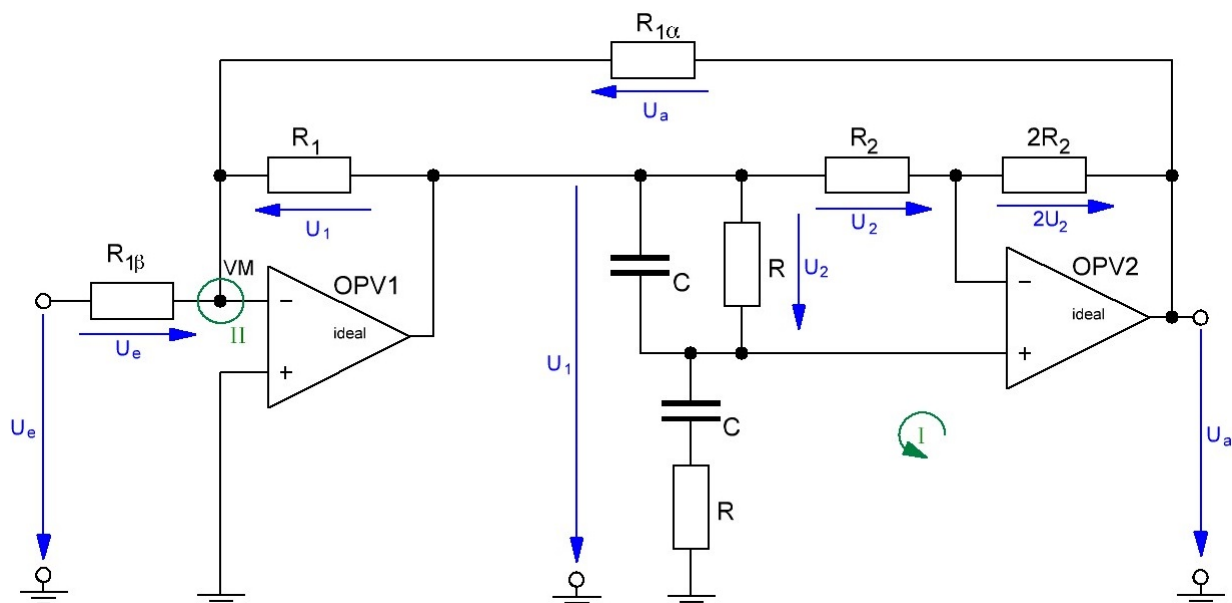


Abbildung 20: Aktive Bandsperre 2.Ordnung nach Wien Robinson

### Dimensionierungsformeln:

$$G(j\omega) = \frac{V_0 \cdot \left( (j\omega)^2 \frac{1}{\omega_M^2} + 1 \right)}{(j\omega)^2 \frac{1}{\omega_M^2} + j\omega \frac{1}{Q\omega_M} + 1} \quad \text{Frequenzgang} \quad (44)$$

$$G(s) = \frac{V_0 \cdot \left( s^2 \frac{1}{\omega_M^2} + 1 \right)}{s^2 \frac{1}{\omega_M^2} + s \frac{1}{Q\omega_M} + 1} \quad \text{Übertragungsfunktion} \quad (45)$$

Normiert ergibt sich folgende komplexe Verstärkung:

$$V(P) = \frac{V_0 \cdot (1 + P^2)}{1 + \frac{1}{Q} \cdot P + P^2} \quad (46)$$

$$\text{mit } V_0 = V_\infty = -\frac{\beta}{1 + \alpha} \quad Q = \frac{1 + \alpha}{3} \quad \omega_M = \frac{1}{RC} \quad f_M = \frac{\omega_M}{2\pi} \quad R_{1\alpha} = \frac{R_1}{\alpha} \quad R_{1\beta} = \frac{R_1}{\beta}$$

Angestrebt wurde nun  $V_0 = -2$ ,  $Q = 1,2$ ,  $f_M = 1000 \text{ Hz}$ ,  $C = 50 \text{ nF}$  &  $R_1 = 10000 \Omega$  und die dies ergab schließlich mit den Formeln 46 und mit Hilfe von Maxima folgende Dimensionierung und Rückrechnung <sup>2</sup>

Bauteilwerte:			Filterbeschreibung:			Phasengang:			Betragsgang:		
$R_1$	$[\Omega]$	9 984	$V_0$	$[-]$	-2,0394	$\varphi(0)$	$[\circ]$	-180	$G(0)$	$[dB]$	6,19
$R_{1\alpha}$	$[\Omega]$	3 846	$Q$	$[-]$	-1,2000	$\varphi(\omega_M)$	$[\circ]$	-90/ - 270	$G(j\omega_M)$	$[dB]$	$-\infty$
$R_{1\beta}$	$[\Omega]$	1 362	$f_M$	$[Hz]$	1 009,6	$\varphi(\infty)$	$[\circ]$	-180	$G(\infty)$	$[dB]$	6,19
$R_2$	$[\Omega]$	2 043									
$2 R_2$	$[\Omega]$	4 076									
$R_O$	$[\Omega]$	3 503	O...Oben								
$R_U$	$[\Omega]$	3 478	U...Unten								
$C_O$	$[nF]$	44,70									
$C_U$	$[nF]$	47,80									

Tabelle 11: Eckdatentabelle & Bauteilwerte aktive Bandsperre 2.Ordnung nach Wien Robinson

<sup>2</sup>  $R_2$  kann beliebig im „normalen“ Bereich von  $1 \text{ k}\Omega$  -  $100 \text{ k}\Omega$  gewählt werden, es ist aber dabei zu beachten, dass der Widerstand  $2 R_2$  relativ exakt doppelt so groß wie  $R_2$  gewählt wird, da dies bei uns am Beginn zu einigen Problemen führte.

### 2.5.3 Messvorgang & Auswertung

Nun wurde das Bodediagramm stichartig aufgenommen, da uns nur noch wenig Zeit zur Verfügung stand, da der Widerstand  $R_2$  falsch gewählt wurde:

$f$ [Hz]	$V$ [ — ]	$V_{\text{dB}}$ [dB]	$\Delta t$ [ms]	$\varphi$ [°]
100	2,10	6,44	-5,10	-183,6
200	2,06	6,28	-2,56	-184,3
500	1,90	5,58	-1,12	-201,6
800	1,20	1,58	-0,80	-230,4
1000	0,30	-10,46	-0,72	-259,2
1050	0,20	-13,98	-0,25	-94,5
1200	0,80	-1,94	-0,24	-103,7
2000	1,90	5,58	-0,22	-158,4
5000	2,10	6,44	-0,10	-171,0

Tabelle 12: Messtabelle der aktiven Bandsperre 2.Ordnung nach Wien Robinson

### Bodediagramm der aktiven Bandsperre 2.Ordnung nach Wien Robinson

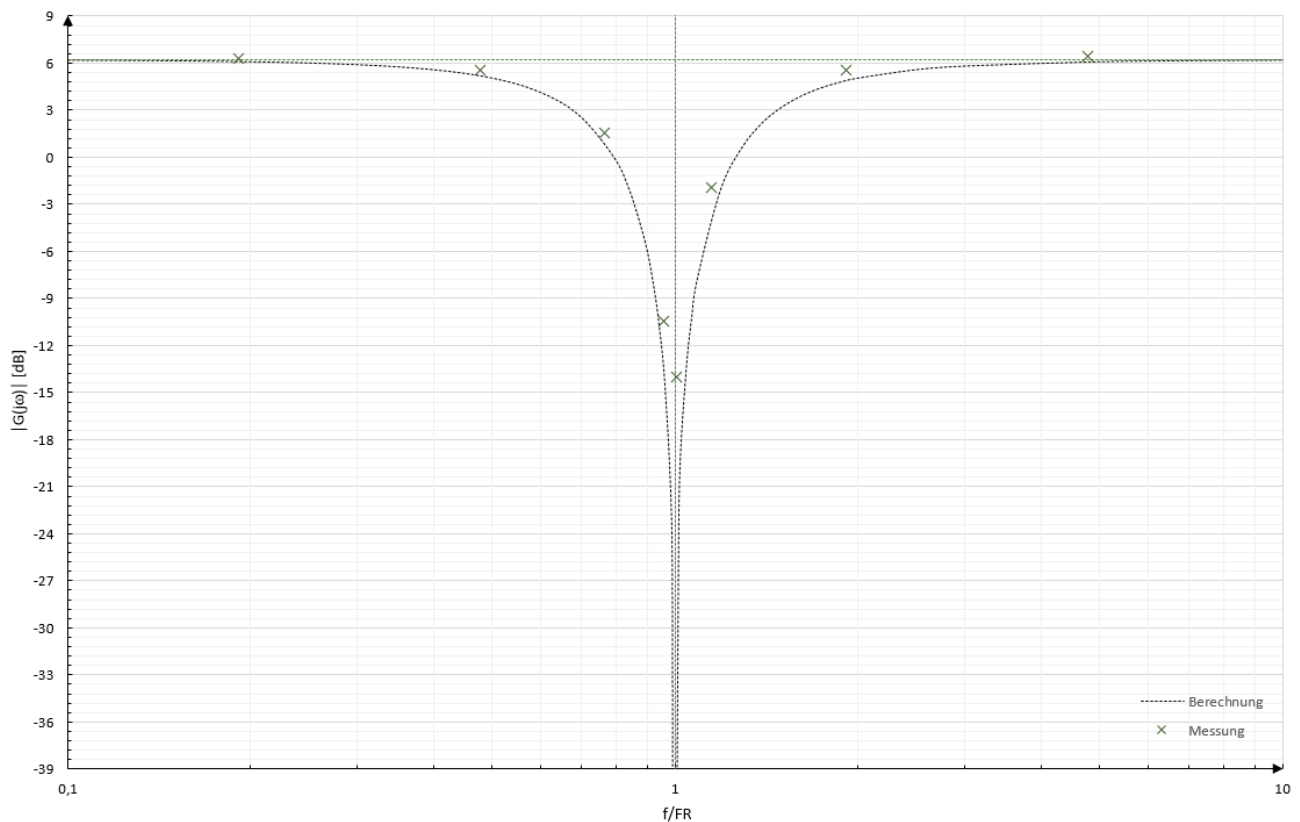


Abbildung 21: Betragsgang der aktiven Bandsperre 2.Ordnung nach Wien Robinson

Auch obwohl nur wenige Messpunkte aufgenommen wurden, lässt sich das Verhalten einer solchen Bandsperre sehr gut erkennen. Bei der Mittenfrequenz wird dabei die Verstärkung so klein, dass ein solches Signal stark gedämpft wird.

Für eine bessere Unterdrückung bei der Mittenfrequenz könnte man  $R_2$  ein bisschen verändern, da dieser Widerstand auf die Mittenfrequenz im Prinzip keine Auswirkung hat, sondern nur auf die Stärke der Dämpfung.

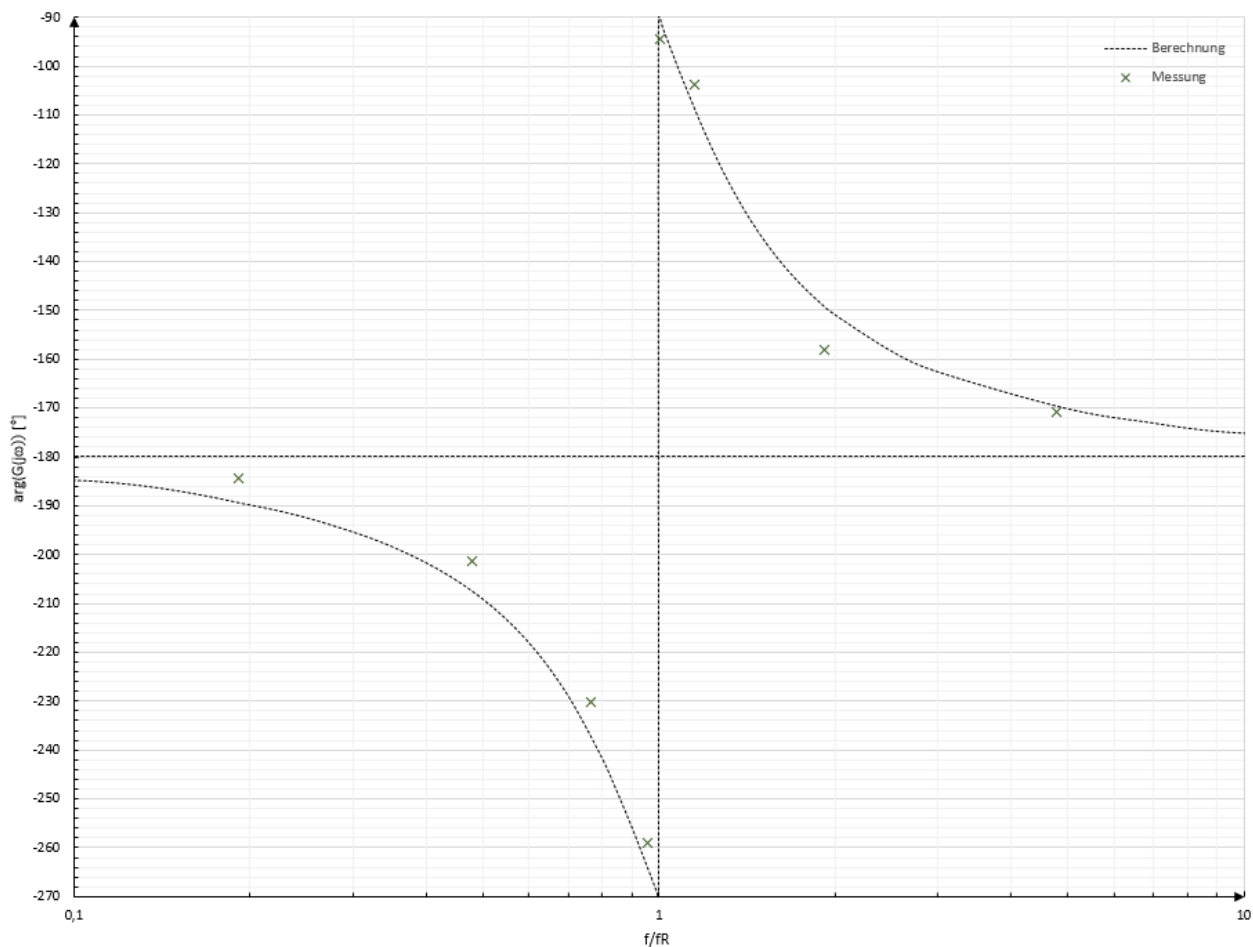


Abbildung 22: Phasengang der aktiven Bandsperre 2.Ordnung nach Wien Robinson

Es lässt sich in der Abb. 22 erkennen, dass sowohl bei kleinen als auch bei großen Frequenzen das Signal im Prinzip invertiert wird.

## 2.6 Resümee

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Selektionsverhalten eines Filters durch seine Übertragungsfunktion beschrieben werden kann und einzelne Filtertypen nur mit großem Aufwand analog exakt realisiert werden können.

Es konnten die typischen Verhaltensweisen von Tief-, Hoch-, Bandpässen & Bandsperren analysiert, sowie eine mögliche Realisierung aufgezeigt und mit Hilfe der Aufnahme des Bodediagrammes und der Sprungantwort bestätigt werden.