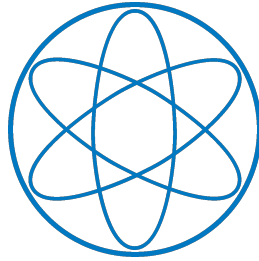


Anfängerpraktikum Teil 2

(Thermodynamik und Elektrodynamik)

Vakuum



Kurs 3, Gruppe 4, Team 11:

Michael Labenbacher

Marius Straßner

Fakultät für Physik

Technische Universität München

| | |
|--|-----------|
| 1. Kalibrierung des Pirani-Manometers | 1 |
| 1.1. Einleitung | 1 |
| 1.2. Beschreibung der verwendeten Methoden | 1 |
| 1.3. Experimentelles Vorgehen | 3 |
| 1.4. Ergebnisse | 3 |
| 1.5. Diskussion | 5 |
| 2. Saugvermögen der Pumpe | 6 |
| 2.1. Einleitung | 6 |
| 2.2. Beschreibung der verwendeten Methoden | 6 |
| 2.3. Experimentelles Vorgehen | 6 |
| 2.4. Ergebnisse | 7 |
| 2.5. Diskussion | 7 |
| 3. Effektives Saugvermögen der Pumpe | 8 |
| 3.1. Einleitung | 8 |
| 3.2. Beschreibung der verwendeten Methoden | 8 |
| 3.3. Experimentelles Vorgehen | 9 |
| 3.4. Theoretische Berechnungen | 10 |
| 3.5. Ergebnisse | 11 |
| 3.6. Diskussion | 12 |
| Anhang | 13 |
| A. Fragen | 13 |

| | |
|---|-----------|
| B. Fehlerrechnung | 14 |
| B.1. Kalibrierung des Pirani-Manometers | 14 |
| B.2. Saugvermögen der Pumpe | 15 |
| B.3. effektives Saugvermögen | 16 |
| C. Literaturverzeichnis | 18 |

Donnerstag 2. August, 2018

1. Kalibrierung des Pirani-Manometers

1.1. Einleitung

Im ersten Teil ist die Kalibrierkurve eines Pirani-Manometers (Wärmeleitungsmanometer) aufzunehmen, wobei einzelne Druckbereiche getrennt voneinander analysiert werden. Dabei wird die druckabhängige Wärmeleitfähigkeit von Gasen und die Temperaturabhängigkeit von Widerständen ausgenutzt. Es ist der Zusammenhang zwischen der „verbrauchten“ Leistung, auf Grund des Stromflusses durch das Manometer, und des Drucks zu untersuchen. Daraus kann in den nachfolgenden Kapiteln eine Umrechnung vom elektrischen Signal zum Druck erfolgen. Angemerkt sei, dass nicht angeführte Messwerte dem Messprotokoll zu entnehmen sind.¹

1.2. Beschreibung der verwendeten Methoden

In der Abbildung 1.1 ist eine spezielle Brückenschaltung mit drei gleich großen Widerständen R und dem Pirani-Manometer (Wolframdraht) R_P skizziert. Eine Schaltung bzw. zusammengefasst ein regelbares Netzgerät sorgt dafür, dass die Brücke „für alle Zeiten“ abgeglichen ist. Mit der Ladungserhaltung (1. Kirchhoffsche Regel) und der Maschenregel (2. Kirchhoffsche Regel) kann die Abgleichbedingung

$$R_P = R \quad (1.1)$$

für den Fall, dass die Brücke abgeglichen ist, hergeleitet werden. Dies ist genau dann der Fall, wenn die Potentialdifferenz zwischen den Punkten a und b in Abbildung 1.1 Null ist, was gleichbedeutend mit $I_G = 0$ ist.

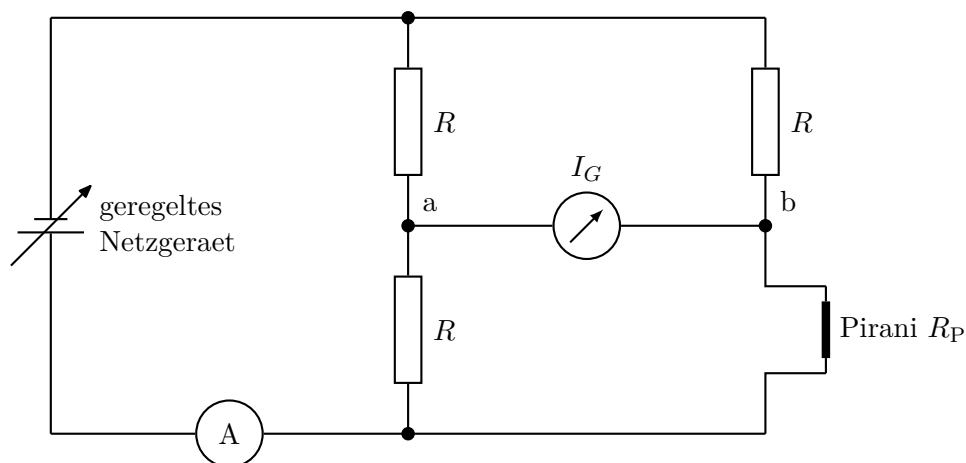


Abbildung 1.1.: Prinzipschaltbild der verwendeten Wheatstone'schen Brücke mit konstanten Widerständen und regeltem Netzgerät zum Abgleich

¹Verbesserungsvorschläge: Allgemeine Einleitung und ausgelagerte Fehlerdiskussion in den Anhang.

Mit der Verknüpfung

$$U = R \cdot I \quad (1.2)$$

von Spannung U und Strom I über den Widerstand und dem Zusammenhang zur Leistung P

$$P = U \cdot I \quad (1.3)$$

folgt für die dem Pirani-Manometer zugeführte elektrische Leistung

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{I^2 R}{2} \quad (1.4)$$

Die Regelung sorgt dafür, dass die Brückenschaltung abgeglichen ist und der Widerstand R_p nach Gleichung (1.1) und somit die Temperatur T des Wolframdrahtes vom Pirani-Manometer konstant ist. Die dem Draht zugeführte elektrische Leistung muss nun gleich der abgeführten Wärmeleistung = Wärmestrom \dot{Q} sein.

Bei der Betrachtung idealer Gase und mit einer mittleren Geschwindigkeit $\bar{v} = \sqrt{\overline{v^2}}$ aller Moleküle mit Masse m kann man den Druck p von Molekülen auf die Wände des betrachteten Gefäßes zu

$$p = \frac{1}{3} \rho \cdot m \cdot \overline{v^2} \quad (1.5)$$

bestimmen. Die mittlere freie Wellenlänge λ bezeichnet die Strecke, die ein Teilchen im Mittel zurücklegt, bis es mit einem anderen zusammenprallt. Da sich alle Moleküle bewegen, folgt mit der Gasdichte ρ , dem Querschnitt A eines Moleküls und dem totalen Wirkungsquerschnitt σ

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \rho \cdot \sigma} = \frac{1}{4\sqrt{2} \cdot \rho \cdot A} \quad (1.6)$$

Es folgt also die Proportionalität $\lambda \propto 1/\rho$. Betrachtet man nun zwei Platten in einem Gas. Die mittlere freie Wellenlänge wird bei relativ kleinen Drücken größer als der Abstand zwischen den Platten und somit unabhängig von der Gasdichte. Für den Wärmestrom zwischen den Platten gilt

$$P \propto \kappa \cdot \Delta T \quad (1.7)$$

mit κ als Wärmeleitungskonstante des Gases und dem Temperaturunterschied ΔT . Für „nicht zu kleine“ Drücke gilt

$$\kappa = \frac{1}{2} \lambda \cdot \rho \cdot k_B \cdot \bar{v} \quad (1.8)$$

mit der Boltzmann-Konstante k_B . Zusammengefasst ergibt sich ein Druckbereich (für kleine, aber nicht zu kleine Drücke) wo

$$p \propto \rho \quad \kappa \propto \rho \propto p \quad P = \dot{Q} \propto \kappa \cdot \Delta T \propto \rho \cdot \Delta T \propto p \cdot \Delta T \quad (1.9)$$

die elektrisch zugeführte Leistung proportional zum Druck ist, was mit dem Pirani-Manometer ausgenutzt wird und man hat somit die Druckmessung in eine Strommessung übergeführt.

1.3. Experimentelles Vorgehen

In der Abbildung 1.2 ist der Aufbau, zur Kalibrierung des Manometers skizziert, wobei der Versuch von allen drei Gruppen gleichzeitig durchgeführt wird. Als Referenzmessgerät zur Messung des Drucks dient das Manometer PIZA 111 und mittels eines digitalen Amperemeters (Voltcraft VC120), Anschluss in Abbildung 1.1 dargestellt, kann der zum Abgleich benötigte Strom I durch die gesamte Brücke, welcher in Zusammenhang mit dem Druck p vom Pirani-Manometer steht, erfasst werden. Die drei Brückenwiderstände betragen

$$R = (47.0 \pm 0.5) \Omega$$

mit 1 % systematischer Unsicherheit von der Herstellerangabe.

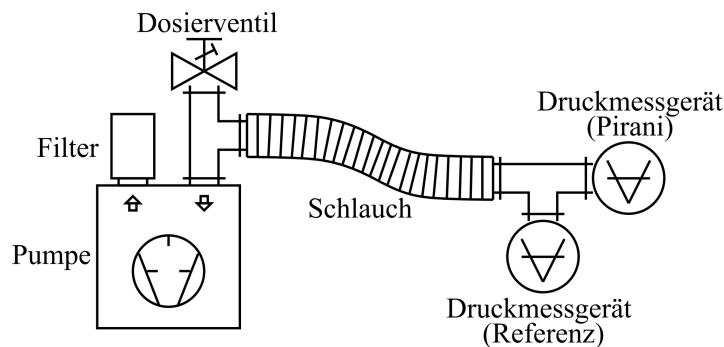


Abbildung 1.2.: Aufbau zur Kalibrierung des Pirani-Manometers[1]

Zur Kalibrierung wurde der Strom bei 21 verschiedenen Drücken im Druckbereich von $10^{-2} - 10^3$ hPa gemessen. Dabei wurde in jedem Intervall versucht, ca. vier im logarithmischen Maßstab gleichmäßig verteilte Drücke einzustellen, beginnend mit dem kleinsten Messwert bei geschlossenem Dosierventil und eingeschalteter Drehschieberpumpe (Typ Elnor 370656). Mittels Regelung am Dosierventil strömt zusätzliche Luft ein und der Druck kann erhöht werden. Für Werte über ≈ 25 hPa kann die Pumpe bei geschlossenem Dosierventil ausgeschaltet werden und im Anschluss darauf lässt man schrittweise Luft einströmen und gelangt so bis zu ≈ 1000 hPa in Garching.

1.4. Ergebnisse

Bei der Messung des Drucks p mit Hilfe des Referenzdruckmessgeräts wurden die Abweichungen, in Abschnitt B.1 erläutert, abhängig von der Auflösung und dem Druckbereich berücksichtigt und durch linearer Addition von systematischer und statistischer Abweichung ergab sich der Gesamtfehler. Je nach Messbereich treten bei der Strommessung die Abweichungen in Abschnitt B.1 auf. Unter Berücksichtigung dieser Fehler wurde die Kalibrierkurve 1.3 erstellt, wobei in den drei Druckbereichen $0.001 - 0.1$ hPa, $0.1 - 10$ hPa und > 10 hPa unterschiedliche Funktionen als Fit gewählt wurden.

Im Anschluss darauf lässt sich mit Gleichung (1.4) der abgeführte Wärmestrom P berechnen. Mit quadratischer Fehlerfortpflanzung für statistische Abweichungen und linearer für systematische, ergibt sich, wie im Abschnitt B.1 durchgeführt, durch anschließende lineare Addition der gesamte Fehler für die Leistung.

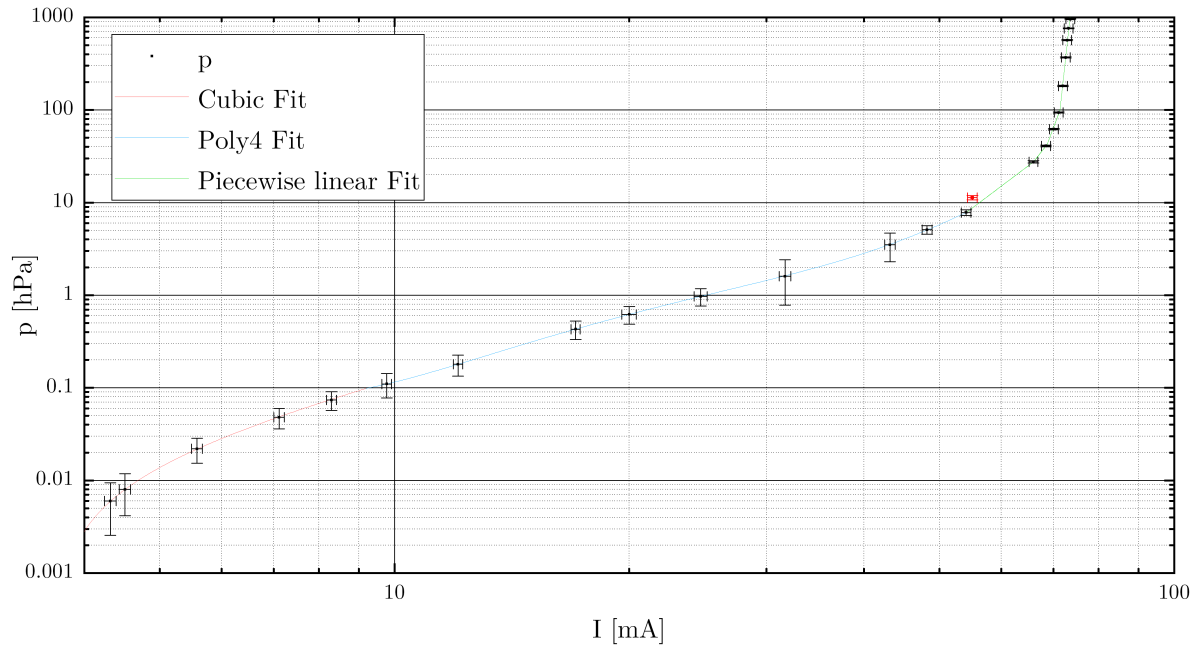


Abbildung 1.3.: Kalibrierungskurve: Druck p in Abhängigkeit des Stroms I (doppel-logarithmisch). Im Druckbereich 0.001 – 0.1 hPa gefittet durch ein Polynom 3. Ordnung, die Daten 0.1 – 10 hPa durch ein Polynom 4. Ordnung (kommt einer Potenzfunktion gleich, jedoch mit wesentlich besserem Regressionsergebnis) und im Bereich über 0.1 hPa durch drei Linearisierungen mittels Origin, unter Berücksichtigung der y-Fehler. Der rot markierte Punkt wurde dabei im Fit nicht berücksichtigt, nicht nur weil er zur Theorie nicht gut passt, sondern auch, da das Referenzmessgerät bei dieser Stelle einen sehr raschen, uns unerklärlichen Sprung machte.

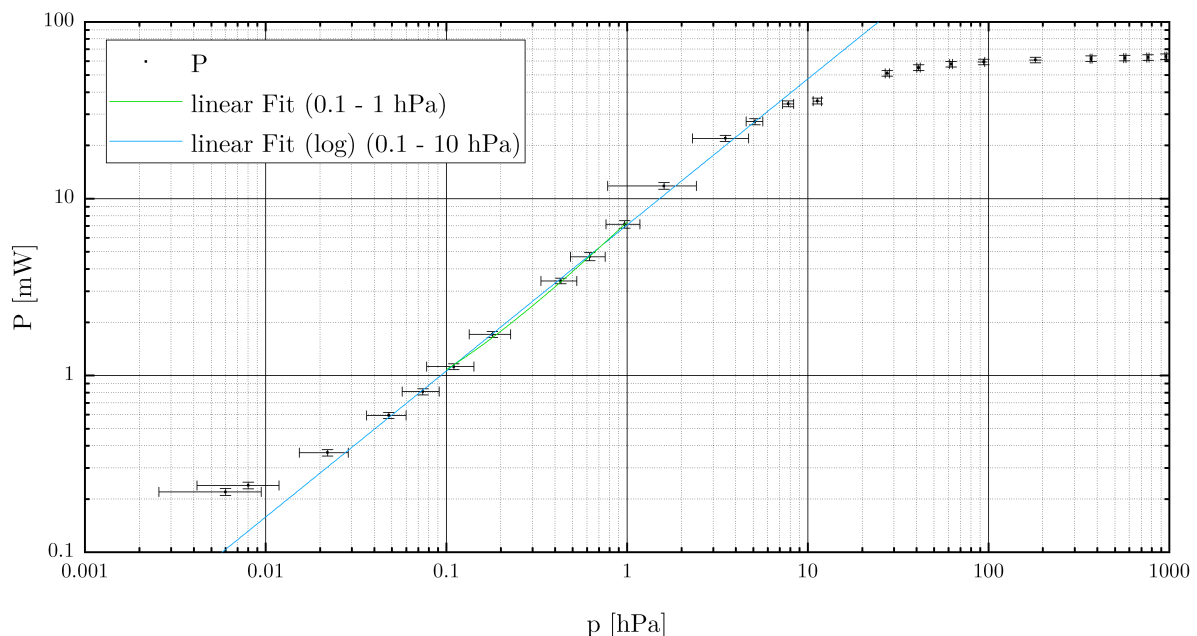


Abbildung 1.4.: Leistung des Manometers P in Abhängigkeit vom Druck p (doppel-logarithmisch). Im Bereich 0.1 – 1 hPa lässt sich ein linearer Verlauf vermuten, vergrößert dargestellt in Abbildung 1.5. Der blaue Fit ist eine Potenzfunktion die im Bereich von 0.1 – 10 hPa eine gute Näherung darstellt.

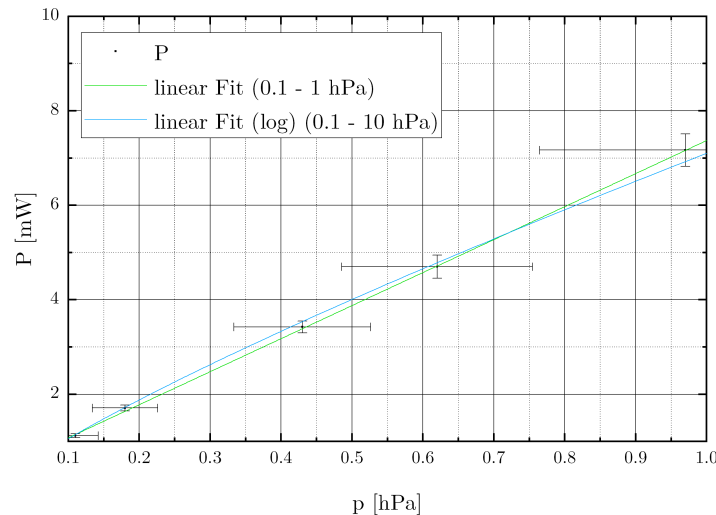


Abbildung 1.5.: Leistung des Manometers P im Bereich von $0.1 - 1$ hPa. Der grüne lineare Fit wurde unter Berücksichtigung von x - und y -Abweichungen erstellt und man erkennt, dass die gefittete Potenzfunktion nicht exakt den Wert 1 im Exponenten hat. Es zeigt sich, dass bei kleinen, aber nicht zu kleinen Drücken wie hier gilt: $P \propto p$

Die Abbildung 1.5 zeigt, dass die Leistung die am Wolframdraht abfällt, was der abgegeben Wärmeleistung entspricht, im Bereich von $0.1 - 1$ hPa proportional zum Druck ist und somit die Zusammenhänge (1.9) vorliegen. Der angefertigte lineare Fit (1.5 grün) weist eine Steigung von $a_1 = (7.0 \pm 0.4) \text{ mW/hPa}$ und einen y -Schnittpunkt von $a_0 = (0.38 \pm 0.22) \text{ mW/hPa}$ auf. Die Näherung mit einer Potenzfunktion (1.5 blau) $P = 10^{b_0} \cdot p^{c_0} \text{ mW/hPa}$ liefert im Exponenten $c_0 = 0.825 \pm 0.017$ mit $b_0 = 0.851 \pm 0.011$.

1.5. Diskussion

In der Abbildung 1.4 lässt sich erkennen, dass bei hohen Drücken es zu einer Druckunabhängigkeit vom Wärmestrom kommt und der Messbereich begrenzt ist. Dies kann dadurch erklärt werden, dass mit Gleichung (1.6) die mittlere freie Wellenlänge bei hohen Drücken sinkt und proportional zum Kehrwert ist, womit mit dem Zusammenhang für nicht zu kleine Drücke (1.8) P unabhängig von p wird.

Für den Druckbereich $0.1 - 1$ hPa zeigte sich in Abbildung 1.5 eine Wärmeleitung $P = a_1 \cdot p + a_0$, wobei dieser Bereich zu $0.01 - 10$ hPa ausgedehnt werden kann, wenn man Näherungsfunktionen verwendet, was in Abbildung 1.4 erkennbar ist. Der Offset a_0 des linearen Fits lässt sich dadurch erklären, dass nicht nur die Wärmeleitung durch das Gas stattfindet, sondern auch Abstrahlung und Wärmeleistungsverlust entlang von den Drähten. Man kann im Leistungsdiagramm erkennen, dass bei niedrigen Drücken die Wärmeleitung durch das Gas vernachlässigbar wird, da nur wenig Wärme durch die noch vorhandenen Gasteilchen abgeführt wird. Die Wärme vom Widerstand des Pirani-Manometers wird hier größtenteils über Strahlung abgegeben. Würde man diesen Leistungsverlust berücksichtigen, so ergäbe sich $P \propto p$ anstatt $P \propto p^{0.851}$. Die Parameter der Fitfunktionen in Abbildung 1.3 werden hier nicht angegeben bzw. weiter diskutiert und dienen nur dazu, den in den nachfolgenden Kapiteln gemessenen Strom in einen dazu proportionalen Druck umzuwandeln.

2. Saugvermögen der Pumpe

2.1. Einleitung

In diesem Abschnitt ist das Saugvermögen der Drehschieberpumpe zu erfassen, wobei der lineare Zusammenhang in einem gewissen Druckbereich zwischen Saugleistung und Druck ausgenutzt wird.

2.2. Beschreibung der verwendeten Methoden

Die Saugleistung Q_P der Drehschieberpumpe (Typ Elnor 370656) ist in einem großen Druckbereich proportional zum Druck p . Die Proportionalitätskonstante ist das Saugvermögen S der Pumpe und beim Auspumpen des Rezipienten (Behälter) mit konstantem Volumen V gilt

$$Q_P = \frac{d}{dt}(p \cdot V) \stackrel{V=\text{konst.}}{=} V \frac{dp}{dt} \stackrel{V \text{ or.}}{=} -S \cdot p \quad (2.1)$$

Betrachtet man die Abbildung 2.1, so ist die Saugleistung, also der pV -Strom, gleich und man erhält die Beziehung

$$-S \cdot p = p_0 \cdot \frac{dV}{dt} \quad (2.2)$$

zur Berechnung von S , wobei p_0 der Druck am Kolbenprober ist. Sind S , p und p_0 konstant, so wird aus dem Differential ein Differenzenquotient.

2.3. Experimentelles Vorgehen

Bei 6 verschiedenen Drücken im Bereich von 0.5 – 4 hPa wurde das Saugvermögen mit Hilfe eines Kolbenprobers bestimmt. Der Aufbau ist in Abbildung 2.1 skizziert. Am Beginn, offener Dreiwegehahn, wird der Druck mit Hilfe des Dosierventils an der Pumpe eingestellt und der Kolben auf $V_{\text{max}} = 100 \text{ ml}$ aufgezogen. Im Anschluss wurde der Dreiwegehahn in Durchlassrichtung geschaltet und mit einer digitalen Stoppuhr (Handy) konnte bei jedem Druck drei mal die Zeitdifferenz Δt für die benötigte Volumenänderung $\Delta V = 80 \text{ ml}$ gemessen werden.

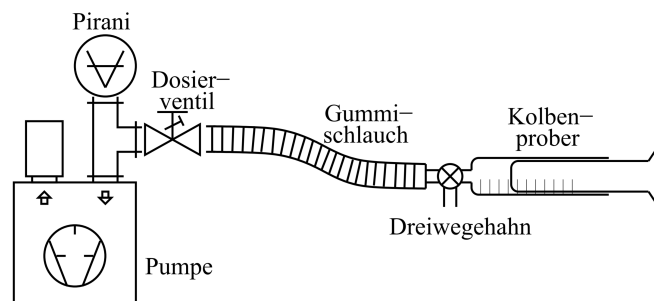


Abbildung 2.1.: Aufbau zur Bestimmung des Saugvermögens der Pumpe[1]

2.4. Ergebnisse

Die drei gemessenen Zeiten für je einen Druck wurden im Anschluss gemittelt und der Gesamtfehler ergibt sich aus der Standardabweichung und dem Student-t-Faktor $t_{\text{Student}} = 1.32$. Beim Volumen des Kolbenprobers wurde geschätzt eine Fertigungsgenauigkeit von 1 % bezogen auf das Gesamtvolumen systematisch berücksichtigt und die Fehler bei der Strommessung (Pirani) sind je nach Auflösung schon im Kapitel 1 erläutert worden. Mit der Fehlerrechnung im Abschnitt B.2, Gleichung (2.2) und dem Normaldruck $p_0 = (958 \pm 13) \text{ hPa}$ in Garching (am Kolbenprober), gemessen in Kapitel 1, ergeben sich die Werte in Tabelle 2.1.

Tabelle 2.1.: Mess- und Rechenergebnisse bei der Bestimmung des Saugvermögens der Pumpe

| \bar{t} s | $\Delta\bar{t}$ s | \bar{p} hPa | $\Delta\bar{p}$ hPa | \bar{S} m ³ /h | $\Delta\bar{S}$ m ³ /h |
|----------------|----------------------|------------------|------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|
| 19.95 | 0.22 | 3.61 | 0.14 | 3.83 | 0.26 |
| 23.63 | 0.14 | 3.03 | 0.11 | 3.85 | 0.23 |
| 38.68 | 0.04 | 1.92 | 0.05 | 3.70 | 0.19 |
| 50.63 | 0.09 | 1.53 | 0.04 | 3.56 | 0.17 |
| 74.2 | 0.3 | 1.101 | 0.026 | 3.37 | 0.16 |
| 205.6 | 0.4 | 0.475 | 0.014 | 2.82 | 0.15 |

Auf Grund dessen, dass der Druck p , bzw. der Strom, während des Versuches nicht exakt konstant blieb, wurde eine Mittlung durchgeführt und die Umrechnung zwischen p und I erfolgte mit der Kalibrierkurve (Polynom 4. Ordnung) in Abbildung 1.3 dargestellt. Statistische Fehler vom Druck ergaben sich hier aus der Regressionskurve und systematische durch Fortpflanzung der Abweichung vom Strom über den Fit.

2.5. Diskussion

Mit der Firmenangabe von $S = 3.7 \text{ m}^3/\text{h}$ stimmen die vier Messergebnisse der Messungen im höheren Druckbereich im Toleranzbereich überein. Bei niedrigeren Drücken konnte man erkennen, dass dV/dt in den ersten ca. 5 – 20 s ungefähr Null war, weshalb man diese (nicht gemessene) Zeit wo sich der Kolben nicht bewegt bei der Berechnung abziehen müsste, da $dV/dt = \text{konst.}$ vorausgesetzt wird. Als weitere Fehlerquelle wurde die Reibung des Kolbens außer Acht gelassen, die im Kapitel 1 bestimmte Kalibrierkurve verwendet und Proportionalität zwischen dem Saugleistung und Druck bei der Pumpe vorausgesetzt.

3. Effektives Saugvermögen der Pumpe

3.1. Einleitung

Dieses Kapitel dient der Untersuchung des Einflusses von Rohren und Engstellen auf das Saugvermögen zum Auspumpen eines Rezipienten. Dabei wird je nach Art der Strömung zwischen viskos und molekular unterschieden.

3.2. Beschreibung der verwendeten Methoden

Berücksichtigt man Leitwerte L von Rohren, Engstellen, etc., so verringert sich das Saugvermögen und man erhält das effektive Vermögen

$$S_{\text{eff}} = \left(\frac{1}{S} + \sum_i \frac{1}{L_i} \right)^{-1} \quad (3.1)$$

wie bei einer Serienschaltung von Kapazitäten. Die Leitwerte von Rohren sind in einem gewissen Bereich stark vom Druck abhängig und für den Fall, dass man einen kleinen Druckbereich betrachtet folgt mit Gleichung (2.1) und \tilde{p} als Druck in diesem Bereich

$$p(t) = \tilde{p} \cdot e^{\left(-\frac{S_{\text{eff}}}{V} \cdot t\right)} \quad (3.2)$$

Bei der Betrachtung des Gases als zähes Medium (hohe Drücke) spricht man vom viskosen Bereich und man kann das Hagen-Poiseuillsche Gesetz anwenden und man kann zeigen, dass

$$Q = L \cdot (p_2 - p_1) \quad (3.3)$$

$$L = \frac{\pi \cdot d^4}{128 \cdot \eta \cdot l} \cdot \left(\frac{p_2 + p_1}{2} \right) \quad p_1 \ll p_2 \quad \frac{\pi \cdot d^4}{128 \cdot \eta \cdot l} \cdot \frac{p_2}{2} \quad (3.4)$$

gilt. Dabei ist p_2 der Druck am Ende (Rezipient), p_1 am Anfang (Pumpe), η die Viskosität des Gases, d der Durchmesser des Rohres und l die Länge.

Betrachtet man hingegen niedrige Drücke wo λ in der Nähe der Gefäßdimension ist, so kommt man qualitativ zu

$$L = (121 \text{ m/s}) \cdot \frac{d^3}{l} \quad L(T) = L(T_0) \sqrt{\frac{T}{T_0}} \quad (3.5)$$

bei 20 °C.[1]

bei den nachfolgenden Berechnungen wird mit einer Viskosität von $\eta = 1.82 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$ [1], ohne Berücksichtigung von Unsicherheiten auf Grund der viel relevanteren Fehlern durch den Durchmesser und die Länge gerechnet. Des weiteren wird immer die Annahme gemacht, dass der Druck an der Pumpe wesentlich kleiner ist als der im Rezipienten $p_1 \ll p_2$.

3.3. Experimentelles Vorgehen

Am Beginn des Versuchs wird mit einem Temperaturmessgerät die Umgebungstemperatur (=Temperatur im Schlauch) gemessen. Daraufhin wurden insgesamt drei mal die Auspumpzeiten mit den Verbindungen

1. Schlauch 0
2. Schlauch 0 + Kapillare 1 (3 cm)
3. Schlauch 0 + Kapillare 2 (2 cm)

bestimmt. Die Abmessungen sind der Tabelle 3.1 zu entnehmen, wobei stat. bzw. syst. Abweichungen vom Schlauchdurchmesser bzw. -länge unberücksichtigt bleiben, was im Laufe des Kapitels und den dann getätigten Näherungen erläutert wird. Die Länge des Schlauchs wurde dabei mit einem Meterstab erfasst und alle weiteren Abmessungen sind in der Anleitung [1] gegeben. In Abbildung 3.1 ist der Aufbau skizziert und das Volumen des zu vakuumierenden Behälters beträgt $V = (3.0 \pm 0.1) \text{ l.}$ [1]

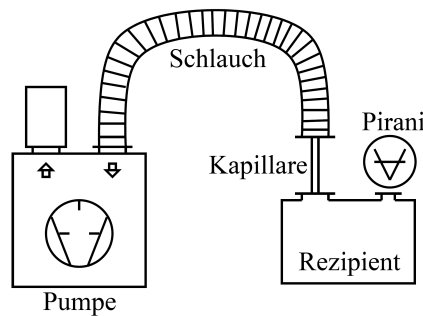


Abbildung 3.1.: Prinzipieller Aufbau zur Bestimmung des effektiven Saugvermögens der Pumpe[1]

Messvorgang: Am Beginn ist die Pumpe jeweils ausgeschaltet und der Behälter mit Luft und Normaldruck gefüllt. Im Anschluss wird die Pumpe eingeschaltet und mit Hilfe einer Stoppuhr (Handy) in 5 s-Schritten der Druck (bzw. der Strom) im Rezipienten mit dem kalibrierten Pirani-Manometer gemessen. Nach $\approx 1 \text{ min}$ wurden die Zeitabstände auf 10 s erhöht. Die Messzeiten betrugen insgesamt $\approx 2 \text{ bis } 8 \text{ min}$ je nach verwendeter Verbindung. (Für den Schlauch wurden insgesamt 4 Messvorgänge gemacht, jedoch nur einer wird hier behandelt. Die ersten beiden wurden unter falschen Bedingungen durchgeführt und die anderen beiden führen auf das selbe Ergebnis.)

Tabelle 3.1.: Abmessungen vom Schlauch und der Kapillaren[1]

| | Durchmesser mm | Länge mm |
|-------------|-------------------|-------------|
| Schlauch 0 | 25 | 68.2 |
| Kapillare 1 | 3.0 ± 0.1 | 95 ± 2 |
| Kapillare 2 | 2.0 ± 0.1 | 95 ± 2 |

3.4. Theoretische Berechnungen

In diesem Teil wird das effektive Saugvermögen der Pumpe mit Verbindungen nach den Zusammenhängen in den Kapiteln 2 und 3 berechnet. Die gewählten Druckbereiche werden erst im kommenden Abschnitt 3.5 erläutert, aber einfach gesagt wurden Drücke gewählt, um im Anschluss einen Vergleich zwischen Theorie und Messung zu bekommen. Abweichungen von der Temperatur, die von den Schlauchabmessungen und der Viskosität von Luft zeigen keinen nennenswerten Einfluss und werden nicht angegeben bzw. berücksichtigt.

effektives Saugvermögen mit Schlauch

Für einen Druck von $p_2 = 10 \text{ hPa}$ am Rezipienten wird das Gas als zähes Medium betrachtet und es ergibt sich nach Gleichung (3.4) und (3.1) und mit der Firmenangabe von $S = 3.7 \text{ m}^3/\text{h}$

$$\begin{aligned}\bar{L}_{\text{Schlauch}}(10 \text{ hPa}) &= \bar{L}_0(10 \text{ hPa}) = 1\,390 \text{ m}^3/\text{h} \\ \bar{S}_{\text{eff}}(10 \text{ hPa}) &= 3.69 \text{ m}^3/\text{h}\end{aligned}$$

Dies zeigt, dass der Schlauch keinen nennenswerten Einfluss auf das Saugvermögen hat, was durch den großen Durchmesser begründet ist.

Liegt hingegen molekulare Strömung ($p_2 = 0.014 \text{ hPa}$) bei $T = 25.5^\circ\text{C}$ vor, so wird Gleichung (3.5) für den Leitwert verwendet und ist druckunabhängig, was auf

$$\begin{aligned}\bar{L}_0 &= 10.07 \text{ m}^3/\text{h} \\ \bar{S}_{\text{eff}}(0.014 \text{ hPa}) &= 2.71 \text{ m}^3/\text{h}\end{aligned}$$

führt. Dies gilt auch für Drücke in der Nähe von p_2 .

effektives Saugvermögen mit Schlauch und Kapillare 2

Wie schon mehrmals erwähnt betrachten wir nur relevante Fehler, also die der Abmessungen der Kapillaren. Durch einfache quadratische Fehlerfortpflanzung, dem Abschnitt B.3 zu entnehmen, erhält man bei viskoser Strömung $p_2 = 10 \text{ hPa}$ analog zu vorher

$$\begin{aligned}\bar{L}_0(10 \text{ hPa}) &= 1\,390 \text{ m}^3/\text{h} \\ L_{\text{Kapillare 2}}(10 \text{ hPa}) &= L_2(10 \text{ hPa}) = (0.408 \pm 0.008) \text{ m}^3/\text{h} \\ S_{\text{eff}}(10 \text{ hPa}) &= (0.37 \pm 0.07) \text{ m}^3/\text{h}\end{aligned}$$

und bei molekularer ($p_2 = 0.44 \text{ hPa}$) bei $T = 25.5^\circ\text{C}$

$$\begin{aligned}\bar{L}_0(0.44 \text{ hPa}) &= 10.07 \text{ m}^3/\text{h} \\ L_2(0.44 \text{ hPa}) &= (0.037 \pm 0.006) \text{ m}^3/\text{h} \\ S_{\text{eff}}(0.44 \text{ hPa}) &= (0.037 \pm 0.006) \text{ m}^3/\text{h}\end{aligned}$$

ist $S_{\text{eff}} \approx L_2$.

3.5. Ergebnisse

Abweichungen von der Strommessung wurden hier nicht berücksichtigt und mit Hilfe der Fits für die Kalibrierkurve konnte I in p umgerechnet und in Abbildung 3.2 visualisiert werden.

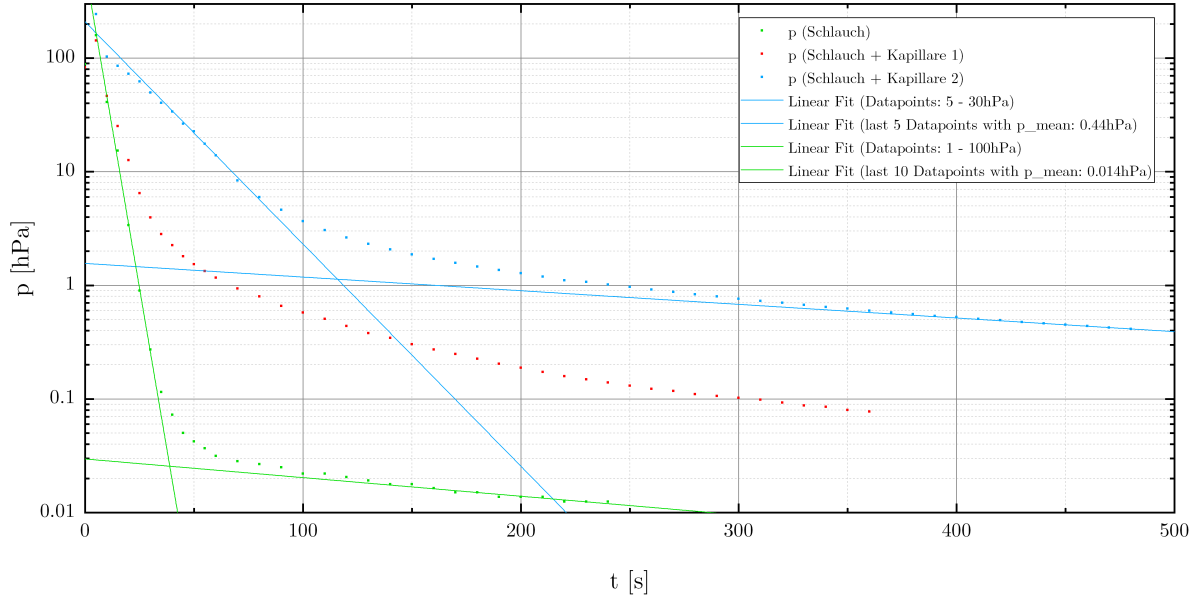


Abbildung 3.2.: Messdaten I umgerechnet in Druck p in Abhängigkeit der Auspumpzeit t (halb-logarithmisch). Lineare Regressionen für die am steilsten erkennbaren Bereiche (um 10 hPa) und von den letzten gemessenen Datenpunkten, wo die Steigung deutlich kleiner wurde und ein molekularer Druckbereich vorliegt. Man erkennt, dass die theoretische Linearität der Kurven im gesamten Zeitbereich auf Grund der Abhängigkeit $L(p)$ nicht gegeben ist und mit sinkendem Querschnitt (Leitwert) das Saugvermögen deutlich kleiner wird.

Mit den Linearisierungen $\ln(p) = a_0 + a_1 \cdot t$ und mit Gleichung (3.2) lässt sich der Zusammenhang

$$-\frac{S_{\text{eff}}}{V} = \ln(10)a_1$$

erkennen. Mit den Fit-Daten kann nun das effektive Saugvermögen für molekulare und viskose Strömung berechnet werden (Fehlerrechnung wurde hier außen vor gelassen, da schon Abweichungen bei der Kalibrierkurve entstehen und des weiteren auch der Lineare Fit nur eine Näherung von wenigen Datenpunkten darstellt.):

1. viskos

- Schlauch: $a_1 = (-0.113 \pm 0.006)/s \Rightarrow S_{\text{eff}}(10 \text{ hPa}) = 2.8 \text{ m}^3/\text{h}$
- Schlauch + Kap. 2: $a_1 = (-0.0195 \pm 0.0009)/s \Rightarrow S_{\text{eff}}(0.014 \text{ hPa}) = 0.48 \text{ m}^3/\text{h}$

2. molekular

- Schlauch: $a_1 = (-0.00164 \pm 0.00017)/s \Rightarrow S_{\text{eff}}(10 \text{ hPa}) = 0.041 \text{ m}^3/\text{h}$
- Schlauch + Kap. 2: $a_1 = (-0.001200 \pm 0.000007)/s \Rightarrow S_{\text{eff}}(0.44 \text{ hPa}) = 0.03 \text{ m}^3/\text{h}$

3.6. Diskussion

Die aus den Messwerten berechneten effektiven Saugvermögen stimmen mit den theoretischen im Toleranzbereich nicht überein. Bei der Kombination aus Schlauch und Kapillare 2, wo der Leitwert der Kapillare hauptsächlich das effektive Saugvermögen bestimmt, ist die Größenordnung noch akzeptabel im Vergleich zu der Theorie, hingegen sind die Abweichungen bei viskoser Strömung im Schlauch zu den theoretischen Werten deutlich zu groß, unabhängig davon, dass die Fehlerrechnung nur bedingt durchgeführt wurde.

Die Messwerte im Bereich bis zu $\approx 15 - 30$ s je nach Rohr wurden nicht zur Auswertung herangezogen, da dort der Druck sehr rasch sinkt und die Messmethode für den Strom in diesem Bereich sehr stark fehlerbehaftet ist. Dies liegt daran, dass die Brücke immer abgeglichen werden muss und das digitale Multimeter eine Mittelung über einen gewissen Zeitbereich durchführt. Die genährten linearen Approximationen, zur Bestimmung der Steigung und sowie nicht berücksichtigte Lecks und Gasströme sind ein weiterer Grund für die Abweichungen.

A. Fragen

Was charakterisiert die Bereiche von viskoser bzw. molekularer Strömung?

Ist $\lambda \ll d_{\text{Rohr}}$ so kann man das Gas als viskoses Medium auffassen. Wird die mittlere freie Wellenlänge vergleichbar mit den äußeren Abmessungen, so spricht man ab hier von molekularer Strömung und die Stöße zwischen zwei Teilchen nimmt ab. Der Übergang von viskos zu molekular liegt dabei im Druckbereich von $p = 10^{-3} - 1 \text{ hPa}$ und $n/V = 10^{16} - 10^{19} \text{ Teilchen/cm}^3$.

Überlegen Sie sich theoretisch welchen Druck Sie nach 10 min erwarten können, wenn Sie den Rezipienten mit einer Kapillare von 1 mm Durchmesser auspumpen würden.

Mit der Annahme von selben Gegebenheiten wie in unserem Versuch ergibt sich, sofern man sich noch im viskosen Bereich befindet:

$$L_{1 \text{ mm}} \approx \frac{1}{16} L_{2 \text{ mm}}$$

$$P_{1 \text{ mm}}(10 \text{ min}) \approx P_{2 \text{ mm}}(37.5 \text{ s}) \stackrel{\text{Abb. 3.2}}{\approx} 35 \text{ hPa}$$

Das beste jemals erzeugte Vakuum enthielt noch 1 Molekül pro m^3 . Welchem Druck entspricht das?

Nimmt man an, dass während der Erzeugung die Temperatur annähernd konstant gehalten wurde, sowie zu Beginn Normbedingungen herrschten, so lässt sich mit der idealen Gasgleichung der theoretisch herrschende Druck bestimmen:

$$\begin{aligned} p \cdot V &= N \cdot k_B \cdot T \\ \Rightarrow p &= \frac{N}{V} \cdot k_B \cdot T \\ \text{mit } \frac{N}{V} &= 1 \frac{1}{\text{m}^3} \text{ und } T = 273.15 \text{ K} \\ p &= 3.77 \cdot 10^{-21} \text{ Pa} \end{aligned}$$

B. Fehlerrechnung

B.1. Kalibrierung des Pirani-Manometers

Druck p des Referenzdruckmessgeräts

Die Abweichungen sind dem Datenblatt entnommen und belaufen sich auf

1. statistische Abweichungen

- Reproduzierbarkeit von $\Delta \bar{p}_{\text{stat}_1} = 0.5 \% \cdot \text{Messwert}$
- Auflösung $\Delta \bar{p}_{\text{stat}_2}$ (siehe Tabelle B.1)
- pseudostatistischer Anteil $\Delta \bar{p}_{\text{stat}_3} = 0.002 \text{ hPa}$ für $p < 5 \text{ hPa}$ und $\Delta \bar{p}_{\text{stat}_3} = 0$ für $p > 5 \text{ hPa}$.

2. systematische Abweichungen

- $\Delta \bar{p}_{\text{syst}} = 20 \% \cdot \text{Messwert}$ für $p < 5 \text{ hPa}$ und $\Delta \bar{p}_{\text{syst}} = 0.8 \% \cdot \text{Messwert}$ für $p > 5 \text{ hPa}$ (beinhaltet Reproduzierbarkeit, Hysterese und Nichtlinearitäten für $p > 5 \text{ hPa}$).

Für den Gesamtfehler folgt anschließend

$$\Delta \bar{p}_{\text{stat}} = \sqrt{\sum_i \Delta \bar{p}_{\text{stat}_i}^2} \quad \Delta \bar{p}_{\text{syst}} = \left| \sum_i \Delta \bar{p}_{\text{syst}_i} \right| \quad \Delta \bar{p} = \Delta \bar{p}_{\text{stat}} + \Delta \bar{p}_{\text{syst}}$$

Tabelle B.1.: Auflösung vom Referenzdruckmessgerät in Abhängigkeit des Drucks

| Druckbereich hPa | Auflösung hPa |
|---------------------|------------------|
| 0.001 – 0.099 | 0.001 |
| 0.10 – 0.99 | 0.01 |
| 1.0 – 99.9 | 0.5 |
| ab 100 | 1 |

Strom I vom Amperemeter

1. statistische Abweichungen für 20/200 mA-Messbereich

- Auflösung $\Delta \bar{I}_{\text{stat}_1} = 0.01/0.1 \text{ mA}$
- pseudostatistischer Anteil $\Delta \bar{I}_{\text{stat}_2} = 0.002/0.02 \text{ mA}$

2. systematische Abweichungen für 20/200 mA-Messbereich

- $\Delta \bar{I}_{\text{syst}} = 1/1.2 \% \cdot \text{Messwert}$

Analoge Fehlerfortpflanzung zum Druck liefert den Gesamtfehler für I .

Leistung P

Beim fortpflanzen des systematischen Fehlers der Widerstände dürfte man nicht davon ausgehen, dass alle Widerstände in der Brücke gleich sind, sondern müsste den „schlechtesten“ Fall annehmen, was hier auf Grund des sich ergebenden geringen Einflusses nicht gemacht wird. Durch quadratische bzw. lineare Fortpflanzung von statistischen bzw. systematischen folgt mit Gleichung (1.4)

$$\Delta \bar{P}_{\text{syst}} = \left| \Delta \bar{I}_{\text{syst}} \left(\frac{\bar{I} \cdot \bar{R}}{2} \right) \right| + \left| \Delta \bar{R}_{\text{syst}} \left(\frac{\bar{I}^2}{4} \right) \right|$$

$$\Delta \bar{P}_{\text{stat}} = \sqrt{\left(\Delta \bar{I}_{\text{stat}} \left(\frac{\bar{I} \cdot \bar{R}}{2} \right) \right)^2}$$

der Gesamtfehler der Leistung $\Delta \bar{P} = \Delta \bar{P}_{\text{stat}} + \Delta \bar{P}_{\text{syst}}$.

B.2. Saugvermögen der Pumpe

Messwerte

Es wurden die Zeiten Δt bei sechs Drücken (Strömen) gemessen, wobei der Index A für Anfang und E für Ende steht.

Tabelle B.2.: Messwerttabelle zur Bestimmung des Saugvermögens

| I_A mA | I_E mA | Δt_1 s | Δt_2 s | Δt_3 s |
|-------------|-------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 44.8 | 42.1 | 20.11 | 20.12 | 19.62 |
| 42.0 | 40.0 | 23.56 | 23.84 | 23.48 |
| 35.2 | 33.3 | 38.63 | 38.68 | 38.74 |
| 31.7 | 30.0 | 50.5 | 50.67 | 50.73 |
| 27.1 | 25.5 | 74.2 | 73.8 | 74.7 |
| 18.5 | 17.1 | 206.2 | 205.1 | 205.4 |

Zeit Δt

Durch Mittelwertbildung von den je $n = 3$ Messungen, der Standardabweichung σ_t und dem Student-t-Faktor $t_{\text{Student}} = 1.32$ ergibt sich die benötigte Zeit Δt mit

$$\bar{\Delta t} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^3 \Delta t_i$$

$$\Delta \bar{\Delta t} = \Delta \bar{\Delta t}_{\text{stat}} = \frac{\sigma_t}{n} \cdot t_{\text{Student}}$$

Volumen ΔV

Hier wurde als systematischer Fehler 1 % Fertigungsgenauigkeit geschätzt und mit dem Gesamtvolumen $V_{\text{max}} = 100 \text{ ml}$ ergibt sich

$$\Delta \bar{\Delta V} = \Delta \bar{\Delta V}_{\text{syst}} = 1 \% \cdot \bar{\Delta V} = 0.8 \text{ ml}$$

Strom I vom Amperemeter

Analoge Fehlerfortpflanzung zum Abschnitt B.1 für den Anfangs- und Endwert getrennt.

Druck p (Pirani)

Der Anfangs- und Endwert des Stromes wurde mit dem Fit (Polynom 4. Ordnung) in p_A bzw. p_E umgerechnet und der Mittelwert liefert \bar{p} .

Der statistische Fehler ergibt sich aus für Anfang und Ende jeweils aus der Wurzel der Summe der Fehlerquadrate vom Fit und mit

$$\Delta \bar{p}_{\text{stat}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \bar{p}_{A_{\text{stat}}}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \bar{p}_{E_{\text{stat}}}}{2}\right)^2}$$

folgt die stat. Abweichung.

Die systematische von Anfangs- und Endwert wurde einfach mit der Formel vom Fit linear fortgepflanzt und anschließend mit

$$\Delta \bar{p}_{\text{syst}} = \left| \frac{\Delta \bar{p}_{A_{\text{syst}}}}{2} \right| + \left| \frac{\Delta \bar{p}_{E_{\text{syst}}}}{2} \right|$$

der systematische Fehler vom mittleren Druck bestimmt. Lineare Addition liefert den Gesamtfehler.

Saugvermögen S (Drehschieberpumpe)

Mit der Formel (2.2) und unter Voraussetzung das $dV/dt = \text{konst.}$ ist folgt jeweils die Abweichung für die Saugleistung nach

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\Delta \left(\frac{dV}{dt} \right)_{\text{stat}} = \sqrt{\left(\Delta \bar{t}_{\text{stat}} \left(\frac{\Delta V}{\Delta t^2} \right) \right)^2}$$

$$\Delta \left(\frac{dV}{dt} \right)_{\text{syst}} = \left| \Delta \bar{V}_{\text{syst}} \left(\frac{1}{\Delta t} \right) \right|$$

$$\Delta \bar{S}_{\text{syst}} = \left| \Delta \bar{p}_{0_{\text{syst}}} \left(\frac{1}{\bar{p}} \cdot \frac{dV}{dt} \right) \right| + \left| \Delta \bar{p}_{\text{syst}} \left(\frac{\bar{p}_0}{\bar{p}^2} \cdot \frac{dV}{dt} \right) \right| + \left| \Delta \left(\frac{dV}{dt} \right)_{\text{syst}} \left(\frac{\bar{p}_0}{\bar{p}} \right) \right|$$

$$\Delta \bar{S}_{\text{stat}} = \sqrt{\left(\Delta \bar{p}_{0_{\text{stat}}} \left(\frac{1}{\bar{p}} \cdot \frac{dV}{dt} \right) \right)^2 + \left(\Delta \bar{p}_{\text{stat}} \left(\frac{\bar{p}_0}{\bar{p}^2} \cdot \frac{dV}{dt} \right) \right)^2 + \left(\Delta \left(\frac{dV}{dt} \right)_{\text{stat}} \left(\frac{\bar{p}_0}{\bar{p}} \right) \right)^2}$$

$$\Delta \bar{S} = \Delta \bar{S}_{\text{stat}} + \Delta \bar{S}_{\text{syst}}$$

B.3. effektives Saugvermögen

Eine Fehlerrechnung wurde hier nur bei den theoretischen Werten angewandt und dies nur unter Berücksichtigung des Kapillarendurchmessers und der -länge. Allgemein gehalten erfolgt

die Fehlerfortpflanzung von l und d (statistisch) auf den Leitwert je nach molekularer bzw. viskoser Strömung mit Gleichung (3.5) oder (3.4).

$$\Delta \bar{L} = \Delta \bar{L}_{\text{stat}} = (121 \text{ m/s}) \sqrt{\left(\Delta \bar{d}_{\text{stat}} \left(\frac{3\bar{d}^2}{\bar{l}} \right) \right)^2 + \left(\Delta \bar{l}_{\text{stat}} \left(\frac{\bar{d}^3}{\bar{l}^2} \right) \right)^2}$$

$$\Delta \bar{L} = \Delta \bar{L}_{\text{stat}} = \frac{\pi}{128\eta} \frac{\bar{p}_2}{2} \sqrt{\left(\Delta \bar{d}_{\text{stat}} \left(\frac{4\bar{d}^3}{\bar{l}} \right) \right)^2 + \left(\Delta \bar{l}_{\text{stat}} \left(\frac{\bar{d}^4}{\bar{l}^2} \right) \right)^2}$$

Dies kann quadratisch mit Gleichung (3.1) auf das effektive Saugvermögen fortgepflanzt werden mit

$$\Delta \bar{S}_{\text{eff}} = \Delta \bar{S}_{\text{eff,stat}} = \sqrt{\left(\Delta \bar{L}_{x\text{stat}} \left(\frac{\frac{1}{\bar{L}_x^2}}{\left(\frac{1}{\bar{S}} + \sum_i \frac{1}{\bar{L}_i} \right)^2} \right) \right)^2}$$

wobei L_x der Leitwert der verwendeten Kapillare ist.

C. Literaturverzeichnis

- [1] *Vakuum (VAK)*. 2015. URL: <https://www.ph.tum.de/academics/org/labs/ap/ap2/VAK.pdf> (besucht am 4. August 2018) (siehe S. 3, 6, 8–9).