# Anfängerpraktikum Teil 1

# (Mechanik und Thermodynamik)

Dissoziation und Gefrierpunkterniedrigung



# Kurs 3, Gruppe 5, Team 14:

Michael Labenbacher Nina Miller

Fakultät für Physik Technische Universität München

1.	Einleitung	1
2.	Gefrierpunktserniedrigung von destillierten Wasser  2.1. Beschreibung der verwendeten Methoden  2.2. Experimenteller Vorgang  2.3. Ergebnisse  2.4. Diskussion	
3.	Gefrierpunktserniedrigung von Kaliumnitratlösung	3
	3.1. Beschreibung der verwendeten Methoden	3
	3.2. Experimenteller Vorgang	3
	3.3. Ergebnisse	3
	3.4. Diskussion	4
4.	Kalibrierung des Thermistors	5
	4.1. Beschreibung der verwendeten Methoden	5
	4.2. Experimenteller Vorgang	5
	4.3. Ergebnisse	5
	4.4. Diskussion	6
5.	Auswertung	6
	5.1. Bestimmung der Gefrierpunktserniedrigung	6
	5.2. Bestimmung der Anzahl der gelösten Teilchen und des Dissoziationsgrads	6
	5.3. Diskussion	8
6.	Zusammenfassung	9

Ar	nhang	10
Α.	Fragen	10
В.	Versuch 1 B.1. Messwerte	12 12 12
C.	Versuch 2C.1. Messwerte von den MassenC.2. Fehlerrechnung von den MassenC.3. Messwerte für den GefrierpunktwiderstandC.4. Fehlerrechnung für den Gefrierpunktwiderstand	13
	Versuch 3 D.1. Messwerte	16 16 16 17
F.	E.2. Fehlerrechnung bei der Bestimmung des Dissoziationsgrades Literaturverzeichnis	

# 1. Einleitung

Zur Bestimmung des Dissoziationsgrades  $\alpha$  einer Lösung wird die Gefrierpunktserniedrigung  $\Delta T_{\rm G}$  eines Lösungsmittels und der Lösung ermittelt. Durch ein Kältebad wird die zu untersuchende Substanz runter gekühlt und mit Hilfe eines Temperaturmessgeräts kann auf die Temperatur T geschlossen werden. Für eine bessere Messung wird ein Thermistor verwendet, dessen Temperaturkennlinie zuerst noch unbekannt ist. Die Grundlagen zur "Dissoziation und Gefrierpunktserniedrigung" aus der Anleitung [1] werden als vorausgesetzt angesehen.

# 2. Gefrierpunktserniedrigung von destillierten Wasser

### 2.1. Beschreibung der verwendeten Methoden

Ein Kältebad wird auf mindestens  $-6\,^{\circ}$ C runter gekühlt und das in ein Reagenzglas gefüllte destillierte Wasser darin platziert. Durch einen Thermistor kann indirekt die Temperatur des Wassers über eine Widerstandsbestimmung ermittelt werden. Als gute Näherung der Abhängigkeit des Widerstandes eines Heißleiters von der Temperatur kann

$$R(T) = R_0 \cdot \exp\left(b \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right) \tag{2.1}$$

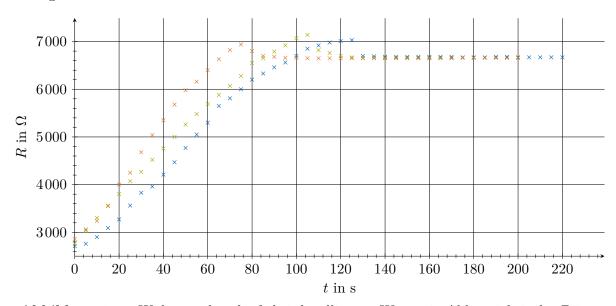
verwendet werden [1], wobei  $R_0$  der Widerstand bei der Temperatur  $T_0$  darstellt. Als der Gefriervorgang abgeschlossen ist, stellt sich ein konstanter Widerstand  $R_G$  ein, aus dem sich auf die Gefrierpunkttemperatur  $T_G$  schließen lässt.

### 2.2. Experimenteller Vorgang

Durch Beimengung von Eis und Viehsalz zu Leitungswasser entsteht aufgrund der sich dabei ergebenden Gefrierpunktserniedrigung ein Kältebad. Da die aufzuwendende Dissoziationsenergie in diesem Fall größer als die Solvatationsenergie ist, handelt es sich zusätzlich um eine endotherme Reaktion und die Lösung kühlt sich beim Lösungsvorgang ab. Eine genauere Erläuterung dazu findet sich im Anhang A. Zur Kalibrierung der gewünschten Temperatur des Kältebads wird ein einfaches Digitalmultimeter (GTH 175/Pt Digital Thermometer PT1000) verwendet, da keine absolute Genauigkeit verlangt ist. Der temperaturabhängige Widerstand, der in die zu untersuchende Substanz, dem destillierten Wasser, eingetaucht wird, ist an ein digitales Widerstandsmessgerät (Voltcraft VC130) angeschlossen. Durch drei voneinander unabhängige Versuchsreihen mit jeweils neuen Wasserproben von ca. 20 ml kann die Gefrierpunkttemperatur berechnet werden. Die sich auf Raumtemperatur befindliche Probe im Reagenzglas wird in das Kältebad gebracht und im Anschluss wird jeweils im 5 s-Intervall, der Widerstand, mit einer Stoppuhr, gemessen. Dies geschieht bis 1-2 min nach Einsetzen des Gefriervorgangs. Während des Versuchs ist darauf Acht zu geben, dass sich in den beiden Behältern keine Temperaturgradienten bilden, was durch ständiges Rühren erzielt wird.

### 2.3. Ergebnisse

Die in der Abbildung 2.1 dargestellten Graphen beinhalten, auf Grund der Reaktionszeit, eine geschätzte Abweichung der Messzeiten von jeweils  $\pm 0.25\,\mathrm{s}$ . (Fehlerbalken mit Unsicherheit des Widerstandes.) Durch den Zusammenhang 2.1 lässt sich indirekt aus der Abbildung 2.1 auf den Temperaturverlauf schließen: In der 1. Phase findet eine Abkühlung des destillierten Wassers statt bis zu einer gewissen Temperatur  $T_{\min} < T_{\mathrm{GH_{2O}}}$  ohne dabei seinen Aggregatzustand zu ändern. Im Anschluss darauf stellt sich sehr rasch die Gefrierpunkttemperatur  $T_{\mathrm{GH_{2O}}}$  des Lösungsmittels ein.



**Abbildung 2.1.:** Widerstandsverläufe bei destilliertem Wasser in Abhängigkeit der Zeit t

Durch Mittlung der Messwerte des Gefrierpunktwiderstandes in der letzten Messminute, in der sich ein konstanter Wert eingestellt hat, ergab sich  $\overline{R}_{\rm G_{H_2O}}=6.66\,\rm k\Omega$  mit einer statistischen Unsicherheit  $\Delta\overline{R}_{\rm G_{H_2O_{\rm stat}}}=7\,\Omega$ , welche der Standardabweichung für wenige Messwerte entspricht. Der systematische Anteil entsteht durch die Messgenauigkeit des digitalen Multimeters von  $\pm$  (0.8 % · Messwerte + 2 Digit) (die 2 Digit sind eigentlich ein pseudostatistischer Anteil, da stimmt diese Aussage nicht.) und beläuft sich auf  $\Delta\overline{R}_{\rm G_{H_2O_{\rm syst}}}=73\,\Omega$ , wobei dies auf die Gefrierpunktserniedrigung (Differenzbildung) keinen wesentlichen Einfluss zeigt. Der Gesamtfehler beträgt nach linearer Addition  $\Delta\overline{R}_{\rm G_{H_2O}}=80\,\Omega$ . Dabei wurde bei der systematischen Abweichung eine Größtfehlerbetrachtung angewandt. Wie in der Formel 2.1 und Abbildung 2.1 ersichtlich ist, sorgt eine Temperaturabnahme zu einer Erhöhung des Widerstands des NTC-Halbleiterelements, was den negativen Temperaturkoeffizienten erklärt.

### 2.4. Diskussion

Eventuelle Verschmutzungen, ungleichmäßige Temperaturverteilungen in beiden Substanzen durch zu langsames Rühren und unterschiedliche Anfangstemperaturen und Anfangsmenge des destillierten Wassers zeigen auf, dass die einzelnen Messverläufe nicht identisch sind. (+Temperatur des Kältebades) Die vernachlässigte Menge des Wassergehalts im Reagenzglas wird

dadurch begründet, dass die Gefrierpunkttemperatur eines reinen Lösungsmittels unabhängig davon ist. Es zeigte sich jedoch in der Abbildung 2.1, dass alle drei Messvorgänge sich auf einen konstanten Wert einstellen, wie es auch die Theorie für ein Lösungsmittel vorhersagt.

# 3. Gefrierpunktserniedrigung von Kaliumnitratlösung

### 3.1. Beschreibung der verwendeten Methoden

Der Versuch orientiert sich größten Teils an dem im Kapitel 2 durchgeführten Messvorgang, jedoch wird zusätzlich zu dem Lösungsmittel KNO $_3$  beigemengt. Dabei ist die Masse des Lösungsmittels und von KNO $_3$  zu messen und im Anschluss darauf ist der Gefrierpunkt, über den Gefrierpunktwiderstand  $R_{\rm G_{KNO}_3}$ , dieser Lösung zu ermitteln.

### 3.2. Experimenteller Vorgang

Durch Wiegen mit Hilfe einer Analyse- und Präzisionswaage (Sartorius Basic) wurde erstens die Masse der Halterung und des Reagenzglases  $m_{\rm R}$ , zweitens die Masse mit destilliertem Wasser  $m_{\rm R,W}$  und zu guter Letzt mit zusätzlichem, beigemengten Salz (KNO<sub>3</sub>)  $m_{\rm R,W,S}$  gewogen. Dabei ist es von Bedeutung, dass das Salz vollständig gelöst ist. Der weitere Vorgang ist analog zu Abschnitt 2.2, wobei die drei Messvorgänge mit der selben Lösung durchgeführt wurden.

### 3.3. Ergebnisse

Messungen der Massen ergaben die Werte in Tabelle C.1, woraus durch getrennte Fehlerfortpflanzung von systematischen und statistischen Abweichungen im Abschnitt C.2 die Massen der Substanzen, dargestellt in der Tabelle 3.1, errechnet werden konnten.

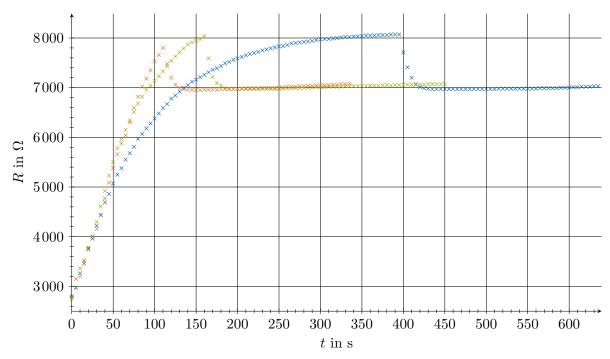
Tabelle 3.1.: Massen des Lösungsmittels und der gelösten Substanz

$\overline{m}_{\mathrm{H_2O}}$	$\Delta \overline{m}_{ m H_2O}$	$\overline{m}_{\mathrm{KNO}_3}$	$\Delta \overline{m}_{\mathrm{KNO}_3}$
g	g	g	g
24.271	0.0014	0.540	0.0023

Die Temperaturverläufe in der Abbildung 3.1 zeigen den charakteristischen Temperaturverlauf einer Lösung, wobei sich bei sinkender Temperatur, also im Laufe der Zeit, der Widerstand bis zu einen Maximalwert erhöht, darauf hin fällt der Graph rasch auf den Gefrierpunktwiderstand der erzeugten Lösung. Die Abweichungen der Zeit ergeben sich geschätzt wieder zu  $\pm 0.25 \,\mathrm{s}$ .

Sofern keine groben Widerstandsschwankungen im Bereich des minimalen Widerstandswertes nach dem Temperaturanstieg auf die Gefrierpunkttemperatur auftreten, kann der minimale Messwert als Gefrierpunktwiderstand betrachtet werden. Im Anschluss folgte eine Mittlung der drei "minimalen" Widerstandsmesswerte, was ein Ergebnis von  $\overline{R}_{G_{\text{KNO}_3}} = 6.97\,\text{k}\Omega$  lieferte. Die statistischen Abweichungen können wieder über die Standardabweichung des Mittelwertes und der Student-t-Verteilung  $\Delta \overline{R}_{G_{\text{KNO}_{3\text{stat}}}} = 4\,\Omega$  berechnet werden. Außerdem beläuft sich der

systematische Fehler auf  $\Delta \overline{R}_{G_{KNO_{3syst}}} = 76\,\Omega$ . Mit linearer Addition folgt für den Gesamtfehler ein Wert von  $\Delta \overline{R}_{G_{KNO_{3}}} = 80\,\Omega$ .



**Abbildung 3.1.:** Widerstandsverläufe bei der  $KNO_3$ -Lösung in Abhängigkeit der Zeit t

#### 3.4. Diskussion

Da die Lösung für alle drei Aufnahmen identisch war, hat sich das Mengenverhältnis zwischen Lösungsmittel und gelöstem Stoff im Laufe der Zeit nicht verändert. Gründe für die unterschiedlichen zeitlichen Messverläufe sind zusätzlich zu den im Abschnitt 2.4 aufgezählten Messverlauf beeinflussenden Faktoren damit begründet, dass das Kältebad nach jedem Messversuch wieder, durch Beimengung von Salz und Eis, unter ca.  $-6\,^{\circ}\mathrm{C}$  gebracht wurde. An den Graphen 3.1 erkennt man, dass beim Einsetzen des Gefriervorganges die Temperatur langsam fällt, was damit begründet werden kann, dass der Salzgehalt des flüssigen Anteils beim Gefrierprozess steigt und so die Gefrierpunkttemperatur der verbleibenden Flüssigkeit kontinuierlich sinkt.

Der in der Abbildung 3.1 ersichtliche blau (1. Versuch) Graph zeigt dabei sehr starke Abweichungen, zwar natürlich nicht in Bezug auf den Gefrierpunkt, sondern in Bezug auf den zeitlich, doch etwas sehr viel länger andauernden Gefrierprozess. Nach dieser Messung wurde die Temperatur des Kältebades überprüft, welche auf  $-2\,^{\circ}$ C angestiegen ist und somit legt dies Nahe, dass dies einer der Hauptgründe dafür ist.

# 4. Kalibrierung des Thermistors

#### 4.1. Beschreibung der verwendeten Methoden

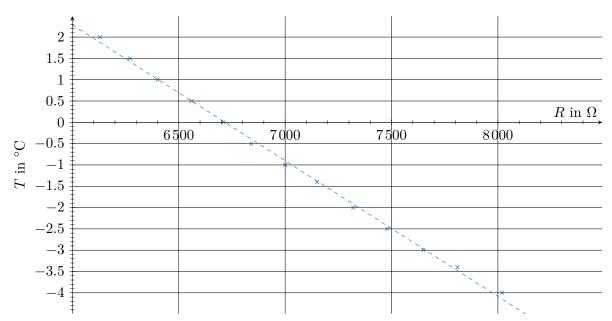
In diesem Abschnitt wird der Zusammenhang zwischen Temperatur und Widerstand des Heißleiters ermittelt, indem R in Abhängigkeit von T des Kältebades gemessen wird. Über die Formel 2.1 bzw. durch lineare Näherung davon kann dann die Abhängigkeit errechnet werden.

### 4.2. Experimenteller Vorgang

Das in den vorherigen Kapiteln verwendete Kältebad, dient dabei als Messsystem. Mit dem Temperatur und dem digitalen Widerstandsmessgerät können kontinuierlich in ca.  $0.5\,^{\circ}$ C-Schritten im Messbereich von  $-4\,^{\circ}$ C bis  $2\,^{\circ}$ C die beiden physikalischen Größen aufgezeichnet werden. Die Erwärmung des Wassers erfolgte durch Wärmeübertragung über unsere Hände auf das Gefäß, wobei darauf geachtet wurde, dass sich keine Temperaturgradienten bilden, indem der Rührstab eingesetzt wurde.

### 4.3. Ergebnisse

Die Messergebnisse, dargestellt in der Abbildung 4.1 lassen auf eine lineare Temperaturkennlinie des NTC-Halbleiterelements in dem betrachteten Wertebereich schließen und der typische negative Temperaturkoeffizient ist dadurch aufgezeigt. (Fehlerbalken und gewichtete Regression)



**Abbildung 4.1.:** Temperaturkennlinie des Thermistors

Der mit mit dem Programm Origin angefertigte lineare Fit liefert die Steigung  $\overline{a}_1 \pm \Delta \overline{a}_1 = (-3.19 \pm 0.04) \cdot 10^{-3} \, ^{\circ}\text{C}/\Omega$  und einen y-Schnittpunkt von  $\overline{a}_0 \pm \Delta \overline{a}_0 = (21.4 \pm 0.3) \, ^{\circ}\text{C}$ .

Des Weiteren ist die Widerstandsmessung mit einem systematischen Fehler von  $\pm (0.8\,\% \cdot \text{Messwert} + 2\,\text{Digit})$  behaftet, wobei mit der Größtfehlerabschätzung  $\Delta \overline{R}_{syst} = 85\,\Omega$  vorgegangen wurde. Das Temperaturmessgerät weißt im verwendeten Bereich eine Abweichung von  $\pm 0.1\,\% \cdot \text{Messwert} \pm 2\,\text{Digit}$  auf. Da der Einfluss der Messwerte in unserem Temperaturbereich minimal sind, resultiert ein systematischer Fehler nach Fehlerfortpflanzung von  $\Delta \overline{T}_{syst} = 0.47\,^{\circ}\text{C}$ .

#### 4.4. Diskussion

Obwohl die systematischen Fehler bzgl. der Widerstands- und Temperaturmessung in erster Betrachtung als sehr groß erscheinen, ist zu erwähnen, dass im Kapitel 5 nur die Differenz der Gefrierpunkte relevant ist und dadurch es auf die statistischen Abweichungen ankommt. (Dabei wird hier der pseudostatistische Anteil außen vor gelassen, ist jedoch zu berücksichtigen.)

## 5. Auswertung

#### 5.1. Bestimmung der Gefrierpunktserniedrigung

Nach den vorangegangenen Messungen der Gefrierpunktwiderstände in den Kapiteln 2 und 3 lässt sich die Gefrierpunktwiderstandserhöhung mit

$$\Delta R_{\rm G} = R_{\rm G_{KNO_3}} - R_{\rm G_{H_2O}} \tag{5.1}$$

zu  $\Delta R_{\rm G} = (300 \pm 11)\,\Omega$  bestimmen. Dabei wurde der Gesamtfehler über Fortpflanzung und anschließender Addition von statistischer und systematischer Abweichung berechnet. Mit Hilfe der Geradengleichung in Kapitel 4, also dem Zusammenhang von Temperatur und Widerstand in unseren Messungen, ergibt sich unter getrennter linearer bzw. quadratischer Fortpflanzung der Abweichungen im Anhang E eine Gefrierpunktserniedrigung von

$$\Delta T_{\rm G} = (-0.97 \pm 0.04) \,\rm K$$

### 5.2. Bestimmung der Anzahl der gelösten Teilchen und des Dissoziationsgrads

Für die Berechnung der gelösten Teilchen werden einerseits die molaren Massen von  $H_2O$  und  $KNO_3$  benötigt, welche in der Tabelle angeführt sind, und andererseits zur Umrechnung auf die Teilchenanzahl die Avogadrokonstante  $N_A = 6.022\,147\,9\cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$  mit einer Unsicherheit von  $\pm 0.000\,000\,30\cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$ , welche nicht weiter berücksichtigt wird. [2]

5. Auswertung 7

Tabelle 5.1.: Molare Massen der verwendeten Substanzen [3]

$\overline{M}_{\mathrm{H_2O}}$ mol	$\Delta \overline{M}_{ m H_2O}$ mol	$\overline{M}_{ ext{KNO}_3}$ mol	$\Delta \overline{M}_{ m KNO_3}$ mol
18.0154	0.0005	101.1030	0.0012

Über den Zusammenhang

$$n = \frac{m}{M} \tag{5.2}$$

zwischen der Stoffmenge n in mol, der Masse m in kg und der molaren Masse M in kg mol $^{-1}$  kann mit

$$N = n \cdot N_{\mathcal{A}} \tag{5.3}$$

die Teilchenanzahl N berechnet werden. Wie in der Anleitung [1] über die Clausius-Clapeyronschen Gleichung und dem Raultschen Gesetz hergeleitet wird, ergibt sich für  $n'_{\rm KNO_3} \ll n_{\rm H_2O}$  die Näherungsformel

$$\frac{n'_{\text{KNO}_3}}{n_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{\Delta T_{\text{G}} \cdot M_{\text{H}_2\text{O}}}{K_{\text{G},\text{H}_2\text{O}} \cdot 1 \,\text{kg}}$$
(5.4)

mit der kryostatischen Konstante

$$K_{\rm G, H_2O} = 1.859 \, \rm K/mol$$

und der Anzahl der gelösten Teilchen  $n'_{\rm KNO_3}$ . Dadurch kann das Verhältnis der dissoziierten Moleküle zur Gesamtzahl mit

$$\alpha = \frac{\left(\frac{n'_{\text{KNO}_3}}{n_{\text{KNO}_3}}\right) - 1}{z - 1} \tag{5.5}$$

über den Zusammenhang KNO $_3 \to \text{K}^+ + \text{NO}_3^-$ , was ein dissoziieren in zwei Teile z=2 liefert, bestimmt werden.

Mit einfacher "linearer bzw. quadratischer Addition" der Abweichungen ergibt sich mit 5.2, 5.3 und Gleichung 5.4 die Anzahl der gelösten Teilchen mit Unsicherheiten zu

$$N_{\rm KNO_3}^{'} = (7.6 \pm 0.3) \cdot 10^{21}$$

Darauf wird Formel 5.5 angewandt und durch Fehlerfortpflanzung ist der Dissoziationsgrad durch

$$\alpha = 1.36 \pm 0.09$$

gegeben.

5. Auswertung 8

### 5.3. Diskussion

Da  $\alpha > 1$  nicht auftreten kann, und der Literaturwert  $\alpha \approx 0.95$ , bei den verwendeten Massen  $m_{\rm H_2O} = (24.2710 \pm 0.0014)\,\rm g$  und  $m_{\rm KNO_3} = (0.5400 \pm 0.0023)\,\rm g$ , liegt, lässt sich erkennen, dass ein Fehler vorliegen muss, was auch die Gefrierpunktserniedrigung zeigt, da der theoretische Wert hierfür im Bereich von  $0.8\,\rm K$  liegen sollte. Dies lässt somit darauf schließen, dass nicht bekannte Abweichungen bei der Gefrierpunktwiderstandserhöhung liegen. [4] (Hier noch diskutieren, welche Einflüsse es gegeben haben könnte, z. B. der einzelnen Gefriertemperaturen ...)

# 6. Zusammenfassung

In den ersten beiden Versuchen, wo es darum ging, das Verhalten des Lösungsmittels bzw. der Lösung bei Abkühlung zu untersuchen, um daraufhin den jeweiligen Gefrierpunkt zu ermitteln, konnten wir feststellen, dass es sehr stark auf die Anfangsbedingungen (Temperatur der Subtanz im Reagenzglas und der im Kältebad) und der "Verschmutzung" ankommt, sowie war darauf Acht zu geben, dass durch ständiges Rühren dafür gesorgt wird, dass sich keine Temperaturgradienten bilden, die Temperatur also "nicht" vom Ort in der Flüssigkeit abhängt.

In Bezug auf die Thermistor-Kalibrierung war feststellbar, dass während des Erwärmens und ständigem Rühren des Kältebades, es zwar möglich war, die Temperatur und den Widerstand kontinuierlich abzulesen, sich jedoch auch etwaige Schwankungen ergeben, da sich der Widerstand deutlich schneller ändert als die Temperaturanzeige des Digitalmultimeters, weshalb eine höhere Anzahl an Messungen statistisch besser gewesen wäre.

Wie auch schon in der Diskussion 5.3 erwähnt, ergab sich schon bei der Auswertung des Gefrierpunktwiderstandes (bzw. Gefrierpunkttemperatur) ein gegenüber der Theorie deutlich zu hoher Wert, welcher sich dann kontinuierlich in den darauf aufbauenden Berechnungen bemerkbar macht und somit wenig Aussagekraft hinter dem berechneten Dissoziationsgrades steckt, bis auf dass, das "fast" alle Moleküle dissoziierten.

# A. Fragen

1. Frage: Warum können Elektrolyte auch bei hoher Verdünnung nicht als ideal verdünnte Lösungen angesehen werden?

#### **Antwort:**

Bei einer idealen Lösung handelt es sich um eine Substanz, in der keine Wechselwirkung zwischen den darin gelösten Stoffen auftreten. Ein Elektrolyt ist eine chemische Verbindung die Ionen (Kationen und Anionen) beinhaltet. Aufgrund dessen, dass zwischen geladenen Teilchen die Coulomb-Kraft mit  $\frac{1}{r^2}$  und somit bis ins unendliche wechselwirkt, kann man auch bei noch so stark verdünnter Lösung nicht von einer idealen sprechen.

2. Frage: Warum ist der Dampfdruck einer Lösung geringer als der des reinen Lösungsmittels?

#### **Antwort:**

Eine Lösung besteht aus einem Lösungsmittel und einem gelösten Stoff, wobei der gelöste Stoff durch Dissoziation, kurz Aufspaltung der Moleküle in Bruchstücke, entsteht. Beim Dampfdruck des Lösungsmittels handelt es bei fester Temperatur sich um denjenigen Druck, bei dem die Substanz in den gasförmigen Aggregatzustand übergeht bzw. vom gasförmigen in einen anderen. Fügt man zu einem Lösungsmittel einen weiteren Stoff hinzu, so dass dieser in Bruchstücke zerfällt, sich also auflöst, dann werden sich diese Bruchstücke mit den Atomen des Lösungsmittels zu neuen Molekülen verbinden. Dies geschieht nur, weil die Atome der Bruchstücke in Summe eine höhere Elektronegativität haben als die Atome in den Molekülen des Lösungsmittels. Dadurch entstehen stärkere Bindungen und es muss mehr Energie aufgewandt werden, um diese zu beschleunigen, weshalb der Dampfdruck steigt.

3. Frage: Erklären Sie die Funktionsweise des Kältebades. Warum kühlt sich das Eis-Wasser-Gemisch ab, wenn Viehsalz zugesetzt wird? Kann man statt Viehsalz auch ein anderes Salz hinzugeben.

#### **Antwort:**

Fügt man zu Wasser Eis hinzu, dann wird dadurch eine Temperaturerniedrigung erzeugt und durch Beimengung von Viehsalz zum Eis-Wasser-Gemisch wird die Gefrierpunkttemperatur herabgesetzt, da wie in Frage 2 erläutert der Dampfdruck einer Lösung geringer ist als der des reinen Lösungsmittels. Bei der Verwendung von Viehsalz wird mehr Energie (Dissoziationsenergie) für das Aufspalten, also dem Herauslösen von den Ionen aus dem Gitterverband, benötigt, als bei der Freiwerdung Energie (Solvatationsenergie) entsteht, womit dem Eis-Wasser-Gemisch Energie entzogen wird. Dadurch kühlt das Gemisch ab, es handelt sich somit um eine endotherme Reaktion. Das Eis ist dabei von großer Bedeutung, denn um flüssig zu werden entzieht es dem Wasser Energie und kann es so

A. Fragen 11

abkühlen. Dadurch ist es wichtig, während des Versuches genug Vorrat an Eis im Behälter zu haben.

Da Salze sich in Ein-Wasser-Gemischen lösen, kommt es unabhängig, ob eine endotherme oder exotherme Reaktion vorliegt, zu einer Gefrierpunkterniedrigung und es kann somit jedes beliebige Salz verwendet werden (wobei bei einer endothermen Reaktion mehr Eis benötigt wird, wegen der Schmelzwärme).

4. Frage: Warum ist die Änderung des elektrischen Widerstandes mit der Temperatur bei Halbleitern größer als bei Metallen?

#### **Antwort:**

Bei Metallen sorgen die Leitungselektronen (im Leitungsband) für den elektrischen Stromfluss und bei Temperaturanstieg kommt es zur Beschleunigung (Zunahme der thermischen Bewegung) der Elektronen. Der einzige begrenzende Faktor (Widerstand) sind die Kollisionen der Elektronen mit den Atomrümpfen, welcher ein sinken des elektrischen Widerstandes mit der Temperatur zur folge hat.

Ähnlich wie bei Isolatoren werden im Halbleiter alle Valenzelektronen "für atomare Bindungen" verwendet und stehen somit nicht zur Stromleitung zur Verfügung, womit bei niedrigen Temperaturen ein Isolator vorliegt. Die kovalenten Bindungskräfte sind bekanntlich wesentlich schwächer als die Ionenbindung und können viel leichter aufgelöst werden. Dies kann mittels Energiezufuhr (z. B. Temperaturerhöhung) erfolgen und es werden Elektronen frei (Es erfolgt dabei eine Anregung über die Bandlücke in das Leitungsband, womit mehr Leitungselektronen "entstehen".) und stehen dann zur Stromleitung zur Verfügung und der Prozess sorgt also für einen steileren Widerstandsanstieg als Widerstandsabfall bei Metallen.

## B. Versuch 1

### **B.1. Messwerte**

Für die drei Versuchsreihen ergaben sich die Messwerte in Tabelle B.1.

Tabelle B.1.: Messwerte der Widerstandsverläufe bei destilliertem Wasser

t	R	R	R	t	R	R	R		t	R	R	R
$\mathbf{S}$	$\mathrm{k}\Omega$	$\mathrm{k}\Omega$	$\mathrm{k}\Omega$	$\mathbf{S}$	$k\Omega$	$\mathrm{k}\Omega$	${\rm k}\Omega$		$\mathbf{s}$	$\mathrm{k}\Omega$	$\mathrm{k}\Omega$	$k\Omega$
0	2.71	2.76	2.86	80	6.20	6.55	6.80	-	160	6.68	6.66	6.65
5	2.76	3.04	3.06	85	6.33	6.65	6.70	]	165	6.68	6.66	6.65
10	2.90	3.30	3.24	90	6.46	6.79	6.68	-	170	6.68	6.66	6.65
15	3.09	3.55	3.56	95	6.56	6.92	6.66	-	175	6.67	6.66	6.66
20	3.27	3.80	4.00	100	6.70	7.07	6.66	]	180	6.67	6.66	6.66
25	3.56	4.07	4.25	105	6.85	7.14	6.65	-	185	6.67	6.66	6.66
30	3.83	4.27	4.68	110	6.92	6.82	6.65	-	190	6.68	6.66	6.66
35	3.96	4.52	5.04	115	6.98	6.76	6.65	-	195	6.68	6.66	6.66
40	4.21	4.76	5.35	120	7.01	6.70	6.65	4	200	6.67	6.66	6.66
45	4.47	5.00	5.68	125	7.03	6.67	6.65	4	205	6.67		
50	4.77	5.26	5.98	130	6.70	6.66	6.65	4	210	6.67		
55	5.05	5.48	6.16	135	6.69	6.66	6.65	4	215	6.67		
60	5.30	5.69	6.40	140	6.68	6.66	6.65	6	220	6.67		
65	5.65	5.88	6.63	145	6.68	6.66	6.65					
70	5.81	6.07	6.82	150	6.68	6.66	6.65					
75	6.00	6.28	6.94	155	6.68	6.66	6.65					

### **B.2. Fehlerrechnung**

Durch Mittlung über je die letzten 12 Messwerte ergeben sich die Gefrierpunktwiderstände in Tabelle B.2, wobei die statistischen Unsicherheiten zu gering sind, um diese zu berücksichtigen.

**Tabelle B.2.:** Mittelwerte der Gefrierpunktwiderstände der Einzelmessungen bei destilliertem Wasser

Messung	$R_{\mathrm{G_{H_2O}}}$
1	6673
2	6660
3	6655

Mit der Student-t-Verteilung  $t_{\rm Student}=1.32$  bei einer Anzahl an "Messungen" von n=3 kann der statistische Mittelwert mit Unsicherheit von

$$\begin{split} \overline{R}_{\mathrm{G_{H_2O}}} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{3} R_{\mathrm{G_{H_2O_i}}} = 6.662 \, \mathrm{k}\Omega \\ \Delta \overline{R}_{\mathrm{G_{H_2O_{stat}}}} &= \frac{t_{\mathrm{Student}}}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{R_{\mathrm{G_{H_2O}}}} = 7.22 \, \Omega \end{split}$$

berechnet werden, wobei sich der systematische Anteil über die Größtfehlerabschätzung (größter tatsächlicher Messwert), durch die Verwendung des Widerstandsmessgeräts mit einer systematischen Unsicherheit von  $\pm (0.8 \% \cdot \text{Messwert} + 2 \, \text{Digit})$ , mit

$$\Delta \overline{R}_{\mathrm{G_{H_2O_{syst}}}} = 0.8\,\% \cdot 6\,680\,\Omega + 20\,\Omega = 73.44\,\Omega$$

ergibt. Somit folgt durch lineare Addition der Abweichungen:

$$R_{\rm G_{H_2O}} = (6.66 \pm 0.08) \,\mathrm{k}\Omega$$

### C. Versuch 2

#### C.1. Messwerte von den Massen

Durch Messen der einzelnen Massen mit Hilfe der Präzisionswaage ergaben sich die Werte in Tabelle C.1.

Tabelle C.1.: Messwerte der Massen

$m_{ m R}$	$m_{ m R,W}$	$m_{ m R,W,S}$
g	g	g
65.221	89.492	90.033

mit je einem systematischen Fehler, aufgrund der Linearität und Skalierungsabweichung von maximal 0.5 mg, einem quasi-statistischen durch die Reproduzierbarkeitsangabe von 0.2 mg und einer geschätzten statistischen Abweichung von 1 mg aufgrund diverser, beobachteter Schwankungen während des Messvorgangs.

### C.2. Fehlerrechnung von den Massen

Mit  $m_{\rm H_2O} = m_{\rm R,W} - m_{\rm R}$  ergibt sich durch quadratische Addition die statistische Unsicherheit von  $\Delta \overline{m}_{\rm H_2O} = 1.44$  mg. Der systematische (einseitige) Fehler verschwindet bei einer Differenzbildung und somit ergibt sich der Wert in Tabelle 3.1 mit

$$m_{\rm H_2O} = (24.2710 \pm 0.0014) \,\mathrm{g}$$

C. Versuch 2

Analog und durch lineare Addition der systematischen Abweichungen kann über  $m_{\rm KNO_3}=m_{\rm R,W,S}-m_{\rm R,W}$  die Masse des verwendeten Salzes in der Lösung berechnet werden und dies liefert

$$m_{\rm H_2O} = (0.5400 \pm 0.0023) \,\mathrm{g}$$

## C.3. Messwerte für den Gefrierpunktwiderstand

Tabelle C.2.: Messwerte der Widerstandsverläufe bei der  ${\rm KNO_3\text{-}L\ddot{o}sung}$ 

$\overline{t}$	R	R	R	t	R	R	R	t	R	R	R	t	$\overline{R}$
$\mathbf{s}$	${ m k}\Omega$	$k\Omega$	${ m k}\Omega$	$\mathbf{s}$	${ m k}\Omega$	${\rm k}\Omega$	$k\Omega$	$\mathbf{s}$	${ m k}\Omega$	$k\Omega$	$k\Omega$	$\mathbf{s}$	$k\Omega$
0	2.80	2.79	2.75	160	7.26	8.04	6.96	320	8.00	7.02	7.06	480	6.97
5	2.97	2.98	3.15	165	7.31	7.59	6.96	325	8.01	7.02	7.07	485	6.97
10	3.26	3.20	3.36	170	7.36	7.21	6.96	330	8.02	7.03	7.07	490	6.97
15	3.46	3.52	3.51	175	7.39	7.09	6.96	335	8.02	7.03	7.08	495	6.97
20	3.76	3.74	3.78	180	7.44	7.04	6.97	340	8.03	7.03		500	6.97
25	3.96	4.00	4.01	185	7.49	7.00	6.97	345	8.03	7.03		505	6.97
30	4.22	4.30	4.16	190	7.52	6.98	6.97	350	8.04	7.03		510	6.97
35	4.44	4.61	4.43	195	7.56	6.97	6.97	355	8.05	7.03		515	6.98
40	4.69	4.92	4.77	200	7.59	6.97	6.98	360	8.05	7.04		520	6.98
45	4.86	5.23	5.09	205	7.62	6.97	6.98	365	8.05	7.04		525	6.98
50	5.07	5.50	5.38	210	7.65	6.97	6.99	370	8.06	7.04		530	6.98
55	5.25	5.78	5.66	215	7.68	6.97	6.99	375	8.06	7.05		535	6.98
60	5.38	5.96	5.88	220	7.70	6.97	6.99	380	8.06	7.05		540	6.98
65	5.55	6.15	6.04	225	7.72	6.97	6.99	385	8.07	7.04		545	6.98
70	5.68	6.34	6.30	230	7.75	6.97	7.00	390	8.07	7.05		550	6.98
75	5.81	6.51	6.59	235	7.77	6.97	7.00	395	8.07	7.05		555	6.98
80	5.97	6.68	6.82	240	7.79	6.97	7.00	400	7.71	7.06		560	6.98
85	6.07	6.82	7.02	245	7.81	6.97	7.00	405	7.41	7.06		565	6.99
90	6.18	6.96	7.18	250	7.83	6.98	7.00	410	7.20	7.06		570	6.99
95	6.28	7.04	7.35	255	7.84	6.98	7.01	415	7.07	7.06		575	6.99
100	6.38	7.14	7.53	260	7.86	6.98	7.02	420	7.01	7.06		580	6.99
105	6.48	7.23	7.66	265	7.89	6.99	7.02	425	6.99	7.06		585	6.99
110	6.59	7.33	7.80	270	7.90	6.99	7.02	430	6.98	7.07		590	7.00
115	6.67	7.43	7.48	275	7.91	6.99	7.03	435	6.97	7.07		595	7.00
120	6.78	7.54	7.20	280	7.92	6.99	7.03	440	6.97	7.07		600	7.00
125	6.84	7.63	7.06	285	7.93	7.00	7.04	445	6.97	7.07		605	7.01
130	6.92	7.71	6.99	290	7.94	7.00	7.04	450	6.97	7.07		610	7.01
135	7.00	7.79	6.97	295	7.96	7.01	7.05	455	6.97			615	7.02
140	7.05	7.87	6.96	300	7.97	7.01	7.05	460	6.97			620	7.02
145	7.12	7.91	6.96	305	7.98	7.01	7.05	465	6.97			625	7.02
150	7.16	7.94	6.95	310	7.98	7.02	7.05	470	6.97			630	7.03
155	7.21	7.98	6.95	315	7.99	7.02	7.06	475	6.97			635	7.03

C. Versuch 2

### C.4. Fehlerrechnung für den Gefrierpunktwiderstand

Ähnlich wie im Abschnitt B.2 wird der Gefrierpunktswiderstand ermittelt. Dabei wird der minimale Messwert jeder Messreihe gesucht, nachdem die Unterkühlung stattfand.

**Tabelle C.3.:** Mittelwerte der Gefrierpunktwiderstände der Einzelmessungen bei der KNO<sub>3</sub>-Lösung

Messung	$R_{\mathrm{G_{KNO_3}}}$ $\Omega$
1	6970
2	6970
3	6960

Daraus kann mittels der Student-t-Verteilung für wenige Messwerte  $t_{\rm Student}=1.32$  bei n=3 der statistische Mittelwert mit Unsicherheit bestimmt werden.

$$\begin{split} \overline{R}_{\mathrm{G_{KNO_3}}} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{3} R_{\mathrm{G_{KNO_3}}_i} = 6.966 \, \mathrm{k}\Omega \\ \Delta \overline{R}_{\mathrm{G_{KNO_{3\mathrm{stat}}}}} &= \frac{t_{\mathrm{Student}}}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{R_{\mathrm{G_{KNO_3}}}} = 4.40 \, \Omega \end{split}$$

Durch die Genauigkeit des Widerstandsmessgeräts erfolgt die systematische Abweichung erneut mit

$$\Delta \overline{R}_{\mathrm{G_{KNO_{3\mathrm{syst}}}}} = 0.8\,\% \cdot 6\,970\,\Omega + 20\,\Omega = 75.76\,\Omega$$

Somit ergibt sich durch lineare Addition der Abweichungen:

$$R_{\rm G_{KNO_3}} = (6.96 \pm 0.08) \,\rm k\Omega$$

### D. Versuch 3

### D.1. Messwerte

Die Messwerte der Temperatur über das Multimeter sind mit einem systematischen Fehler von  $\pm 0.1\,\%$  · Messwert  $\pm 2\,\mathrm{Digit} \approx 0.2\,^\circ\mathrm{C}$  in diesem Messbereich behaftet. Die Widerstandsmessung ebenfalls mit  $\pm (0.8\,\%$  · Messwert  $+ 2\,\mathrm{Digit}) \approx 85\,\Omega$ , wobei hier die größte Abweichung verwendet wurde.

**Tabelle D.1.:** Messwerte der Temperatur mit dem Digitalmultimeter und des Thermistor-Widerstands

T	R
$^{\circ}\mathrm{C}$	Ω
-4.0	8.02
-3.4	7.81
-3.0	7.65
-2.5	7.48
-2.0	7.32
-1.4	7.15
-1.0	7.00
-0.5	6.84
0.0	6.71
0.5	6.56
1.0	6.40
1.5	6.27
2.0	6.13

### D.2. Fehlerrechnung

Durch lineare Regression mit Origin ergeben sich für die Gerade die Werte in Tabelle D.2.

Tabelle D.2.: Lineare Regressionsparameter der Thermistorkennlinie

$\overline{a}_1$ °C/k $\Omega$	$\Delta \overline{a}_1$ °C/k $\Omega$	$\overline{a}_0$ °C	$\Delta \overline{a}_0$ °C
-3.19	0.04	21.4	0.3

Dabei kann nun mit der Gerade (beinhaltet alle statistischen Unsicherheiten)  $T(R) = a_1 \cdot R + a_0$  durch lineare Addition der systematische Gesamtfehler der Temperatur ermittelt werden.

$$\Delta \overline{T}_{\mathrm{syst}} = 0.2\,^{\circ}\mathrm{C} + \left| \overline{a}_{1} \Delta \overline{R}_{\mathrm{syst}} \right| = 0.47\,^{\circ}\mathrm{C}$$

## E. Versuch 4

### E.1. Fehlerrechnung der Gefrierpunktserniedrigung

Erstens müssen die Gefrierpunktswiderstandserhöhung mit der Formel 5.1, die statistischen Abweichungen mit Hilfe quadratischer Addition und die systematischen Unsicherheiten durch Subtraktion (einseitig) berechnet werden.

$$\begin{split} &\Delta \left( \overline{\Delta} \overline{R}_{G} \right)_{stat} = \sqrt{\left( \Delta \overline{R}_{G_{KNO_{3_{syst}}}} \right)^{2} + \left( \Delta \overline{R}_{G_{H_{2}O_{stat}}} \right)^{2}} = 8.46 \, \Omega \\ &\Delta \left( \overline{\Delta} \overline{R}_{G} \right)_{syst} = \left| \Delta \overline{R}_{G_{KNO_{3_{syst}}}} - \Delta \overline{R}_{G_{H_{2}O_{syst}}} \right| = 2.32 \, \Omega \\ &\Delta \left( \overline{\Delta} \overline{R}_{G} \right) = \Delta \left( \overline{\Delta} \overline{R}_{G} \right)_{stat} + \Delta \left( \overline{\Delta} \overline{R}_{G} \right)_{syst} = 10.78 \, \Omega \end{split}$$

Im Anschluss darauf kann über die Geradengleichung des Thermistors direkt auf die Gefrierpunkttemperatur geschlossen werden, wobei die stat. Abweichungen quadratisch und die syst. linear fortgepflanzt werden müssen.

$$\overline{\Delta T}_{\rm G} = \overline{a}_1 \cdot \overline{R}_{\rm G} = 0.968 \,^{\circ}{\rm C}$$

$$\Delta \left( \overline{\Delta T}_{\rm G} \right)_{\rm stat} = \sqrt{\Delta \overline{a}_{1_{\rm stat}}^2 \left( \Delta \overline{R}_{\rm G} \right)^2 + \Delta \left( \overline{\Delta R}_{\rm G} \right)_{\rm stat}^2 (\overline{a}_1)^2} = 0.030 \,^{\circ}{\rm C}$$

$$\Delta \left( \overline{\Delta T}_{\rm G} \right)_{\rm syst} = \left| \Delta \left( \overline{\Delta R}_{\rm G} \right)_{\rm syst} (\overline{a}_1) \right| = 0.007 \,^{\circ}{\rm C}$$

$$\Delta \left( \overline{\Delta T}_{\rm G} \right) = \Delta \left( \overline{\Delta T}_{\rm G} \right)_{\rm stat} + \Delta \left( \overline{\Delta T}_{\rm G} \right)_{\rm syst} = 0.037 \,^{\circ}{\rm C}$$

### E.2. Fehlerrechnung bei der Bestimmung des Dissoziationsgrades

In diesem Abschnitt werden am Beginn die Stoffmengen von der Lösung und dem reinen Lösungsmittel, sowie deren Unsicherheiten über die Formel 5.2 berechnet. Dabei werden systematische linear und statistische Abweichungen quadratische Addiert. (Da keine systematischen Abweichungen bei der Masse und der molaren Masse von  $H_2O$  vorliegen, kann es auch keinen bei der Stoffmenge geben)

$$\begin{split} \overline{n}_{\rm H_2O} &= \frac{\overline{m}_{\rm H_2O}}{\overline{M}_{\rm H_2O}} = 1.347\,\rm mol \\ \\ \Delta \overline{n}_{\rm H_2O_{\rm stat}} &= \sqrt{\Delta \overline{m}_{\rm H_2O_{\rm stat}}^2 \left(\frac{1}{\overline{M}_{\rm H_2O}}\right)^2 + \Delta \overline{M}_{\rm H_2O_{\rm stat}}^2 \left(\frac{\overline{m}_{\rm H_2O}}{\overline{M}_{\rm H_2O}^2}\right)^2} = 88.35\,\rm \mu mol \\ \\ \Delta \overline{n}_{\rm H_2O} &= \Delta \overline{n}_{\rm H_2O_{\rm stat}} \, 88.35\,\rm \mu mol \end{split}$$

E. Versuch 4

$$\begin{split} \overline{n}_{\rm KNO_3} &= \frac{\overline{m}_{\rm KNO_3}}{\overline{M}_{\rm KNO_3}} = 5.345\,{\rm mmol} \\ \\ \Delta \overline{n}_{\rm KNO_{3stat}} &= \sqrt{\Delta \overline{m}_{\rm KNO_{3stat}}^2 \left(\frac{1}{\overline{M}_{\rm KNO_3}}\right)^2 + \Delta \overline{M}_{\rm KNO_{3stat}}^2 \left(\frac{\overline{m}_{\rm KNO_3}}{\overline{M}_{\rm KNO_3}^2}\right)^2} = 17.47\,{\rm \mu mol} \\ \\ \Delta \overline{n}_{\rm KNO_{3syst}} &= \left|\Delta \overline{m}_{\rm H_2O_{syst}} \left(\frac{1}{\overline{M}_{\rm H_2O}}\right)\right| = 4.945\,{\rm \mu mol} \\ \\ \Delta \overline{n}_{\rm KNO_3} &= \Delta \overline{n}_{\rm KNO_{3stat}} + \Delta \overline{n}_{\rm KNO_{3syst}} = 22.42\,{\rm \mu mol} \end{split}$$

Daraufhin ist es möglich die Teilchenanzahl des gelösten Stoffes mit Hilfe der Gleichung 5.4 und der Formel 5.3 zu ermitteln. Analog wieder die Unsicherheiten durch Fortpflanzung.

$$\overline{n}'_{\mathrm{KNO_3}} = \overline{n}_{\mathrm{H_2O}} \frac{\Delta \overline{T}_{\mathrm{G}} \cdot \overline{M}_{\mathrm{H_2O}}}{K_{\mathrm{G,H_2O}} \cdot 1 \, \mathrm{kg}} = 12.64 \, \mathrm{mg}$$

$$\begin{split} \Delta \overline{n}_{\mathrm{KNO}_{3\mathrm{syst}}}^{'} &= \left| \Delta \overline{n}_{\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}_{\mathrm{syst}}} \left( \frac{\Delta \overline{T}_{\mathrm{G}} \cdot \overline{M}_{\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}}}{K_{\mathrm{G},\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}} \cdot 1 \, \mathrm{kg}} \right) \right| + \left| \Delta \left( \overline{\Delta T}_{\mathrm{G}} \right)_{\mathrm{syst}} \left( \frac{\overline{n}_{\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}} \cdot \overline{M}_{\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}}}{K_{\mathrm{G},\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}} \cdot 1 \, \mathrm{kg}} \right) \right| \\ &+ \left| \Delta \overline{M}_{\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}_{\mathrm{syst}}} \left( \frac{\overline{n}_{\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}} \cdot \Delta \overline{T}_{\mathrm{G}}}{K_{\mathrm{G},\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}} \cdot 1 \, \mathrm{kg}} \right) \right| = 96.48 \, \mu \mathrm{mol} \end{split}$$

$$\begin{split} \Delta \overline{n}_{\mathrm{KNO}_{3\mathrm{stat}}}^{'} &= \sqrt{\Delta \overline{n}_{\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}_{\mathrm{stat}}}^{2} \left(\frac{\Delta \overline{T}_{\mathrm{G}} \cdot \overline{M}_{\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}}}{K_{\mathrm{G},\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}} \cdot 1 \, \mathrm{kg}}\right)^{2} + \Delta \left(\overline{\Delta T}_{\mathrm{G}}\right)_{\mathrm{stat}}^{2} \left(\frac{\overline{n}_{\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}} \cdot \overline{M}_{\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}}}{K_{\mathrm{G},\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}} \cdot 1 \, \mathrm{kg}}\right)^{2}} \\ &+ \Delta \overline{M}_{\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}_{\mathrm{stat}}}^{2} \left(\frac{\overline{n}_{\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}} \cdot \Delta \overline{T}_{\mathrm{G}}}{K_{\mathrm{G},\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}} \cdot 1 \, \mathrm{kg}}\right)^{2} = 389.47 \, \mathrm{\mu mol} \end{split}$$

$$\begin{split} & \Delta \overline{n}'_{\text{KNO}_3} = \Delta \overline{n}'_{\text{KNO}_{3\text{stat}}} + \Delta \overline{n}'_{\text{KNO}_{3\text{syst}}} = 0.48 \, \text{mmol} \\ & \overline{N}'_{\text{KNO}_3} = \overline{n}'_{\text{KNO}_3} \cdot N_{\text{A}} = 7.61 \cdot 10^{21} \\ & \Delta \overline{N}'_{\text{KNO}_{3\text{stat}}} = \Delta \overline{n}'_{\text{KNO}_{3\text{stat}}} \cdot N_{\text{A}} = 0.234 \cdot 10^{21} \\ & \Delta \overline{N}'_{\text{KNO}_{3\text{syst}}} = \Delta \overline{n}'_{\text{KNO}_{3\text{syst}}} \cdot N_{\text{A}} = 0.058 \cdot 10^{21} \\ & \Delta \overline{N}'_{\text{KNO}_3} = \Delta \overline{N}'_{\text{KNO}_{3\text{stat}}} + \Delta \overline{N}'_{\text{KNO}_{3\text{syst}}} = 0.293 \cdot 10^{21} \end{split}$$

Damit ergibt sich die gesuchte Teilchenanzahl des gelösten Stoffes zu  $N'_{\rm KNO_3}=(7.6\pm0.3)\cdot10^{21}$ . Der letzte Schritt besteht nun darin, den Dissoziationsgrad mit der Formel 5.5 zu ermitteln, wobei die statistischen Unsicherheiten aufgrund der Normalverteilung quadratisch fortgepflanzt und die systematischen linear addiert werden.

$$\overline{\alpha} = \frac{\left(\frac{\overline{n}'_{\text{KNO}_3}}{\overline{n}_{\text{KNO}_3}}\right) - 1}{z - 1} = 1.36$$

E. Versuch 4

$$\begin{split} & \Delta \overline{\alpha}_{\rm syst} = \left| \Delta \overline{n}_{\rm KNO_{3syst}}^{'} \left( \frac{1}{\overline{n}_{\rm KNO_{3}}} \right) \right| + \left| \Delta \overline{n}_{\rm KNO_{3syst}} \left( \frac{\overline{n}_{\rm KNO_{3}}^{'}}{\overline{n}_{\rm KNO_{3}}^{2}} \right) \right| = 0.02 \\ & \Delta \overline{\alpha}_{\rm stat} = \sqrt{\Delta \overline{n}_{\rm KNO_{3stat}}^{'2} \left( \frac{1}{\overline{n}_{\rm KNO_{3}}} \right)^{2} + \Delta \overline{n}_{\rm KNO_{3stat}}^{2} \left( \frac{\overline{n}_{\rm KNO_{3}}^{'}}{\overline{n}_{\rm KNO_{3}}^{2}} \right)^{2}} = 0.07 \\ & \Delta \overline{\alpha} = \Delta \overline{\alpha}_{\rm stat} + \Delta \overline{\alpha}_{\rm syst} = 0.09 \end{split}$$

Dabei ergibt sich somit ein Dissoziationsgrad von  $\alpha=1.36\pm0.09$ .

### F. Literaturverzeichnis

- [1] M. Saß. Dissoziation und Gefrierpunkterniedrigung (DIS). 2016. URL: https://www.ph.tum.de/academics/org/labs/ap/ap1/DIS.pdf (besucht am 19. März 2018) (siehe S. 1, 7).
- [2] P. Maier, A. Barney und G. Price. Survival-Guide für Erstis. Pearson Studium Scientific Tools. Pearson Studium, 2011 (siehe S. 6).
- [3] Juris Meija. Atomic weights of the elements 2013 (IUPAC Technical Report). 2013. URL: http://nparc.nrc-cnrc.gc.ca/eng/view/fulltext/?id=23a71e6c-605b-458b-b56e-5efb0a3478950 (besucht am 19. März 2018) (siehe S. 7).
- [4] P. Kurzweil u. a. *Physik Aufgabensammlung: Für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Studium Technik: naturwissenschaftliche Grundlagen. Vieweg+Teubner Verlag, 2008 (siehe S. 8).