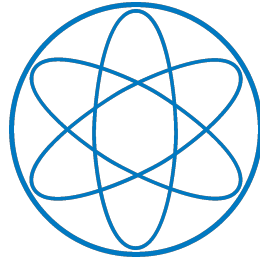


Anfängerpraktikum Teil 2

(Thermodynamik und Elektrodynamik)

Oszilloskop



Kurs 3, Gruppe 4, Team 11:

Michael Labenbacher

Marius Straßner

Fakultät für Physik

Technische Universität München

1. Einleitung	1
2. Tastkopf	1
3. Hochpass	2
3.1. Verwendete Methoden und experimentelles Vorgehen	2
3.2. Ergebnisse und Diskussion	3
4. Differenzierende und integrierende Wirkung	4
4.1. Verwendete Methoden	4
4.2. Experimentelles Vorgehen	5
4.3. Ergebnisse und Diskussion	5
5. Serienschwingkreis	6
5.1. Verwendete Methoden	7
5.2. Experimentelles Vorgehen	7
5.3. Ergebnisse und Diskussion	7
6. Dämpfungskonstante	9
6.1. Verwendete Methoden	9
6.2. Experimentelles Vorgehen	9
6.3. Ergebnisse und Diskussion	10
7. Koaxialkabel	11
7.1. Verwendete Methoden	11
7.2. Experimentelles Vorgehen	11

7.3. Ergebnisse und Diskussion	11
Anhang	12
A. Fragen	12
A.1. Unterschiede zwischen Schwingkreis, Hoch- und Tiefpass	12
A.2. Analogien vom Feder-Masse-System zum einfachen LRC-Schwingkreis	12
B. Fehlerrechnung	13
B.1. Hochpass	13
B.2. Serienschwingkreis	13
B.3. Dämpfungskonstante	14
B.4. Koaxialkabel	14
C. Literaturverzeichnis	15

Mittwoch 8. August, 2018

1. Einleitung

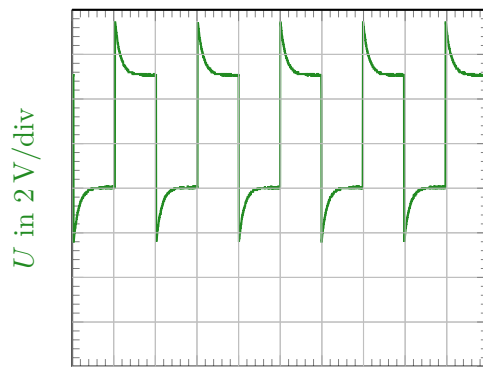
Der Versuch lässt sich in die Aufnahme von Durchlass- und Phasenverschiebungskurven von einem Hochpass und eines Serienschwingkreises, der Bestimmung der Dämpfungskonstante des Reihenschwingkreises und Messung des Kapazitätsbelages eines Koaxialkabels unter Verwendung eines Parallelschwingkreises gliedern. Als Messgerät dafür dient ein digitales Oszilloskop und im ersten Teil erfolgt die Kalibrierung eines Tastkopfs.

2. Tastkopf

Ein Oszilloskop besitzt sowohl einen Eingangswiderstand R_{Oszi} als auch eine Eingangskapazität C_{Oszi} , welche bautechnisch bedingt ist. R_{Oszi} ist relativ groß, um die Elektronik durch das Oszilloskop weniger zu belasten. Um das gemessene Signal möglichst unverfälscht darzustellen, sollte jedoch ein Wechselstromwiderstand, wie er von C_{Oszi} verursacht wird, vermieden werden. Der Einsatz eines Tastkopfs kompensiert diese Kapazität, er wirkt also als Hochpass und kompensiert die Tiefpasscharakteristik der Leitung und des Eingangs vom Oszilloskop. Wählt man

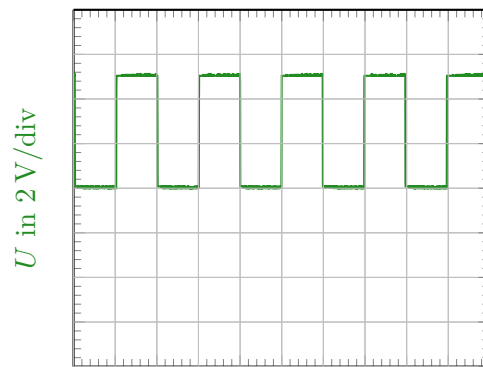
$$\frac{R_{\text{Tastkopf}}}{R_{\text{Oszi}}} = \frac{C_{\text{Oszi}} + \text{Kabel}}{C_{\text{Tastkopf}}} \quad (2.1)$$

so beeinflussen sich die Spannungsteiler nicht gegenseitig und das Eingangssignal wird unverfälscht an das Oszilloskop weitergegeben.



t in 500 $\mu\text{s}/\text{div}$

a. Nicht kalibrierter Tastkopf. Fehlabbgleich führt zu über- bzw. unterschwingendem Rechtecksignal, verursacht durch Lade- bzw. Entladevorgänge der Kondensatoren.



t in 500 $\mu\text{s}/\text{div}$

b. Kalibrierter Tastkopf. Optimal eingestellte Kapazität beim Abgleichkondensator am Tastkopf führt dazu, dass das Rechtecksignal unverfälscht dargestellt wird.

Abbildung 2.1.: Gegenüberstellung bei verschiedenen Einstellungen der Tastkopfkapazität.

3. Hochpass

3.1. Verwendete Methoden und experimentelles Vorgehen

Der verwendete Hochpass, dargestellt in Abbildung 3.1, basiert auf dem frequenzabhängigen Widerstand eines Kondensators. Für niedrige Frequenzanteile weist der Kondensator einen hohen Widerstand auf und nur ein „kleiner“ Teil der Spannung fällt am ohmschen Widerstand ab. Für hohe Frequenzen hingegen hat der Kondensator keine Auswirkungen und das Signal kommt ungeschwächt und in Phase am Messgerät an. Für dieses elektrische Bauteil, welches hohe Frequenzanteile passieren lässt erhält man

$$H(\omega) = \left| \frac{U_A}{U_E} \right| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad (3.1)$$

$$\varphi = \arctan \left(\frac{1}{\omega RC} \right) \quad (3.2)$$

für die Abhängigkeit von Ausgangsamplitude und Phase. Dabei ist U_A die Ausgangs-, U_E die Eingangsspannung, φ die Phasenverschiebung und $H(\omega)$ die Durchgangskurve in Abhängigkeit der Frequenz f . Bei der Grenzfrequenz $f_G = \frac{1}{2\pi RC}$ befindet sich das System im Übergang zwischen den beiden Grenzfällen, für die Übertragungsfunktion gilt $H(\omega_G) = 1/\sqrt{2}$ und die Phasenverschiebung beträgt dort 45° .

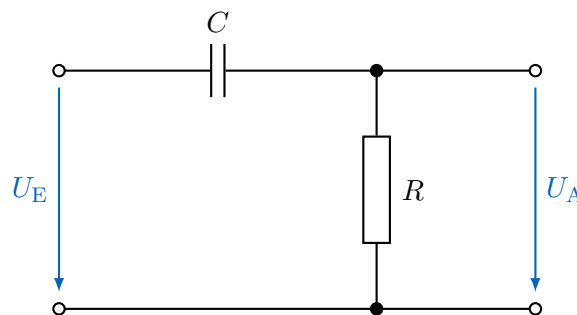


Abbildung 3.1.: Schaltbild des idealisierten, verwendeten Hochpasses

Zur experimentellen Vermessung der Abhängigkeiten (3.1) und (3.2) wird der Hochpass mit einem Widerstand von $R = (75.0 \pm 0.8) \Omega$ und einer Kapazität von $C = (45.0 \pm 1.1) \text{ nF}$ an einem Frequenzgenerator (Votcraft 8202) angeschlossen. Ein- und Ausgangsspannung sind dabei mit einem Kanal des Oszilloskops (Tektronix TBS 1052B) verbunden. In etwa logarithmischen Abständen von ca. zwei Dekaden unterhalb der Grenzfrequenz bis oberhalb wird die sinusförmige Frequenz am Generator variiert und mit dem Oszilloskop die Amplitude der Ein- und Ausgangsspannung, sowie die Phasenverschiebung zwischen den Signalen gemessen.

3.2. Ergebnisse und Diskussion

Durch Anpassen der Theoriekurven mit dem freien Parameter f_G konnte aus dem Phasendiagramm und der Durchlasskurve jeweils eine Grenzfrequenz berechnet werden und es ergaben sich die Werte in Tabelle 3.1.

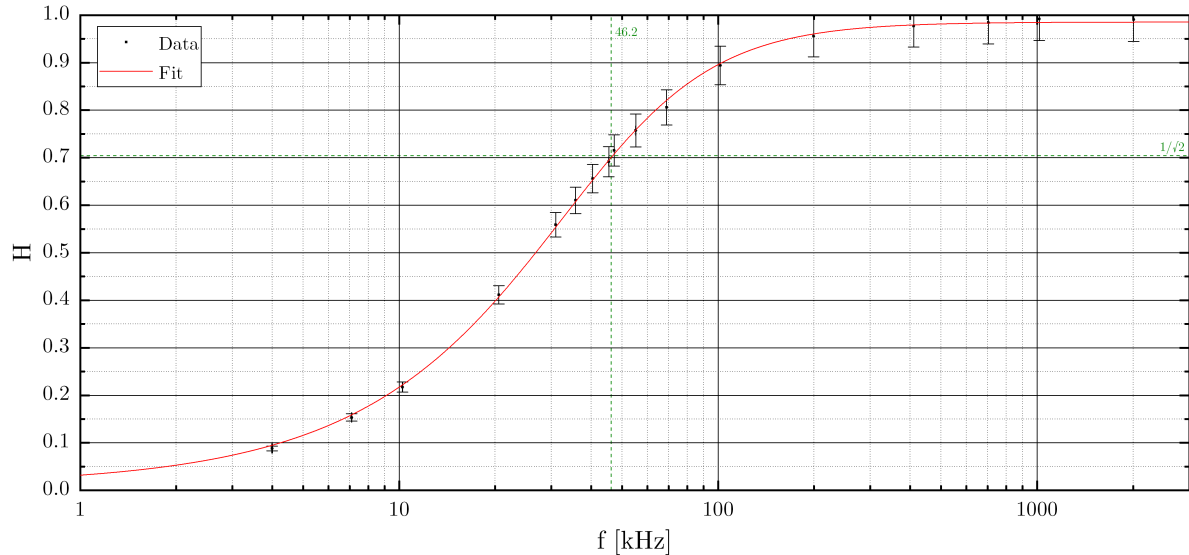


Abbildung 3.2.: Durchlasskurve des Hochpasses. Der Fit wurde durchgeführt mit Gleichung (3.1) und f_G als freiem Parameter. Der Schnittpunkt der $1/\sqrt{2}$ -Geraden mit dem Graph markiert f_G und man erkennt für den Hochpass charakterisierend $H(\omega \rightarrow \infty) \rightarrow 1$ und $H(\omega \rightarrow 0) \rightarrow 0$.

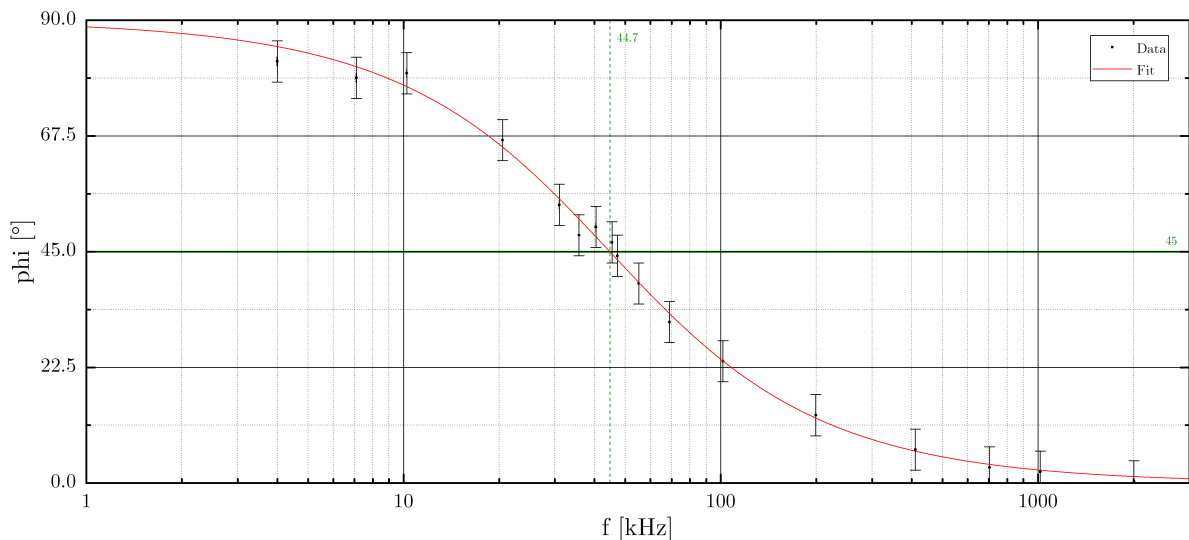


Abbildung 3.3.: Phasenverschiebungskurve des Hochpasses. Der Fit wurde durchgeführt mit Gleichung (3.2) und f_G als freiem Parameter. Der Schnittpunkt der 45° -Gerade mit dem Graph markiert f_G und für $\omega \rightarrow 0$ folgt $\varphi \rightarrow 90^\circ$ und hohe Frequenzen passieren in Phase.

Unberücksichtigte Messfehler durch das Oszilloskop, der verwendeten Kabeln und Annahme idealer elektrischer Bauteile können für den Unterschied der ermittelten Grenzfrequenzen sorgen, da sich die Beziehungen (3.1) und (3.2) dadurch etwas abändern. Im Bereich der Unsicherheiten stimmen die gemessenen Werte mit dem theoretisch erwarteten überein und ein gewichteter Mittelwert von beiden Fits liefert einen durchaus realistischen Wert $f_G = (45.7 \pm 0.5) \text{ kHz}$, da die gegebenen Bauteilwerte systematische Abweichungen beinhalten.

Tabelle 3.1.: Grenzfrequenzen des Hochpasses

Berechnungsmethode	f_G kHz
Theorie	47.2 ± 1.7
Fit mit Durchlasskurve (3.1)	46.2 ± 0.7
Fit mit Phasenverschiebungskurve (3.2)	44.7 ± 0.9

4. Differenzierende und integrierende Wirkung

4.1. Verwendete Methoden

Ist bei einem Tiefpass, bestehend aus einem RC -Glieder, eine Frequenz angelegt, die viel höher als seine Grenzfrequenz ist, so fällt diese fast vollständig am Widerstand ab. Es gilt also $U_E \approx I \cdot R$. Aus der Ladungserhaltung und $U_{A,TP} = U_C = \frac{Q}{C}$ folgt

$$\begin{aligned} \dot{U}_C &= \frac{\dot{Q}}{C} = \frac{I}{C} \approx \frac{U_E}{C \cdot R} \\ \Rightarrow U_{A,TP} &\approx \frac{1}{RC} \int U_E dt, \end{aligned} \quad (4.1)$$

womit sich der Ausgang als Integral vom Eingangssignal ergibt. Es ergibt sich für den Tiefpassfilter bei hohen Frequenzen $f \gg f_G$ also eine integrierende Wirkung.

Ähnlich ist es beim Hochpass, wo eine sehr viel niedrigere Frequenz als seine Grenzfrequenz angelegt wird und so U_E fast vollständig am Kondensator abfällt. Es gilt also $U_E \approx \frac{Q}{C}$ und der Strom ergibt sich durch die Änderung des Eingangssignales, womit folgt

$$U_{A,TP} = R \cdot I = R \cdot \dot{Q} \approx RC \cdot \dot{U}_E \quad (4.2)$$

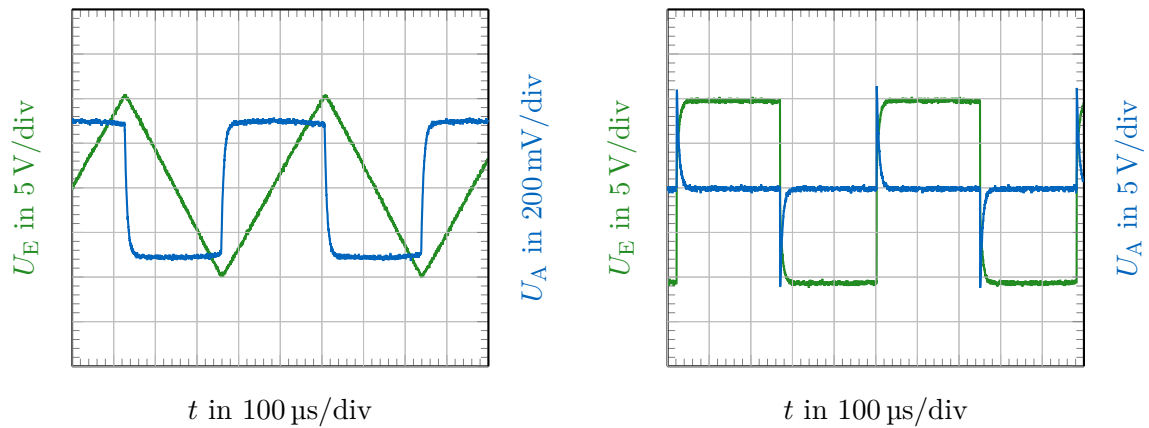
Der Hochpassfilter besitzt für niedrige Frequenzen $f \ll f_G$ folglich eine differenzierende Wirkung. Die Ausgangsamplitude ist wegen dem hohen Spannungsabfall am Kondensator, wie bei der integrierenden Wirkung, sehr gering.

4.2. Experimentelles Vorgehen

Um die integrierende/differenzierende Wirkung der Schaltungen zu betrachten, wurden Frequenzen im jeweils genannten Bereich mit dem Frequenzgenerator eingestellt. Die Frequenzen sind den Abbildungen zu entnehmen und um die Wirkung deutlicher zu machen, wurde nicht nur ein Sinussignal, das nur zu einem phasenverschobenen Signal von sich selbst wird bei Differentiation/Integration, sondern auch ein Rechteck- und Dreiecksignal verwendet. Die Ein- und Ausgangsspannung des Bauteils wurden dabei mit den Eingängen des Oszilloskops verbunden und für die jeweiligen Einstellungen wurde ein Bild aufgenommen.

4.3. Ergebnisse und Diskussion

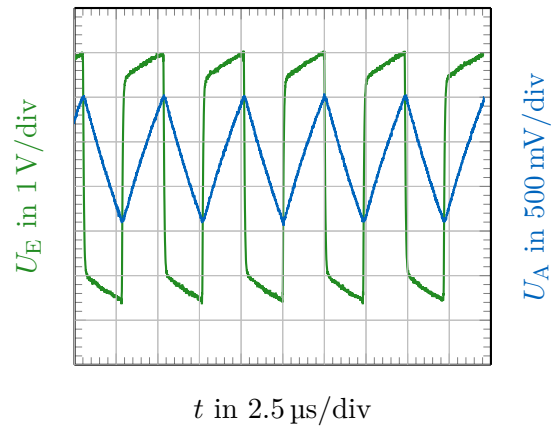
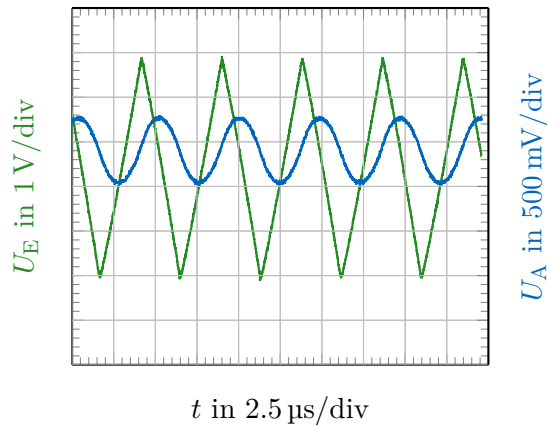
Die mit dem Oszilloskop erfassten differenzierten bzw. integrierten Signalverläufe werden im Folgenden gegenübergestellt und erläutert.



a. Dreieckssignal U_E abgeleitet liefert ein Rechtecksignal U_A , wobei die starke Dämpfung für die unterschiedlichen Amplituden sorgt.

b. Rechtecksignal U_E abgeleitet liefert idealerweise Deltafunktionen U_A , wobei U_A die selbe Amplitude wie U_E besitzt, nur für sehr kurze Zeit.

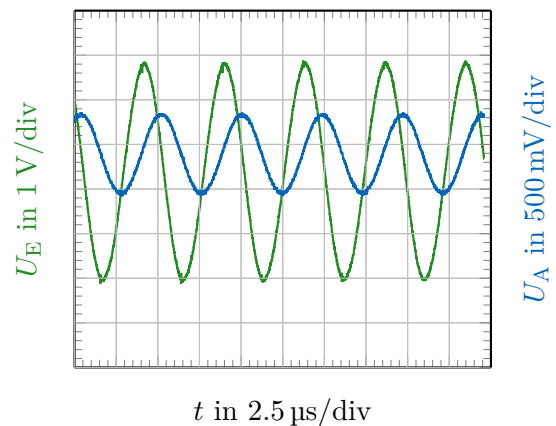
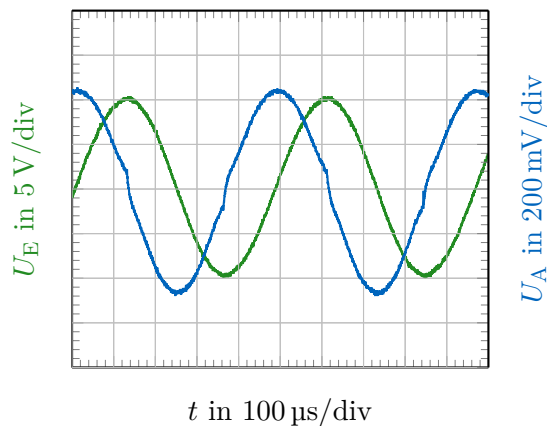
Abbildung 4.1.: Differenzierende Wirkung des Hochpasses unterhalb der Grenzfrequenz bei $f \approx 2.1 \text{ kHz}$



a. Dreieckssignal U_E integriert liefert zusammengesetzte Parabeln U_A , wobei die Dämpfung für die unterschiedlichen Amplituden sorgt.

b. Rechtecksignal U_E integriert liefert ein Dreieckssignal U_A , wobei die Dämpfung für die unterschiedlichen Amplituden sorgt.

Abbildung 4.2.: Integrierende Wirkung des Tiefpasses oberhalb der Grenzfrequenz bei $f \approx 207$ kHz



a. Sinussignal U_E differenziert liefert phasenverschobenen Sinus U_A . Die geringere Amplitude folgt durch die dämpfende Wirkung bei niedriger Frequenz.

b. Sinussignal U_E integriert liefert phasenverschobenen Sinus U_A . Die geringere Amplitude folgt durch die dämpfende Wirkung bei hoher Frequenz.

Abbildung 4.3.: Integrierende Wirkung des Tiefpasses oberhalb und differenzierende Wirkung des Hochpasses unterhalb der jeweiligen Grenzfrequenz

Ein Problem dieser passiven Methode ist der Abfall der Amplitude im jeweils gewählten Grenzbereich. Kommt man der Grenzfrequenz zu nahe so verschwindet das gewünschte Verhalten, andersrum sinkt die Ausgangsamplitude stark (-20 dB) ab. Bei unserem Versuch ergab sich aber ein relativ großer Bereich, wo das gewünschte Verhalten qualitativ beobachtet werden konnte.

5. Serienschwingkreis

5.1. Verwendete Methoden

Ein elektrischer Serienschwingkreis setzt sich aus einer Reihenschaltung von zwei verschiedenen Energiespeichern, Spule und Kondensator, und einem ohmschen Widerstand zusammen. Durch Anregung mit einer Wechselspannungsquelle kann der Schwingkreis je nach Frequenzanteil Dämpfungs- und Resonanzverhalten zeigen. Die Durchlasskurve

$$H(\omega) = \frac{R_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (5.1)$$

nimmt bei Resonanz

$$f_{\text{res}} = f_0 = f_{\text{max}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (5.2)$$

ein Maximum an. Dabei ist f_0 die Eigenfrequenz der ungedämpften Schwingung. Dort ist der Scheinwiderstand rein reell und auch für die Phasendifferenz

$$\tan(\varphi) = \frac{1}{R} \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \quad (5.3)$$

ergibt sich eine Frequenzabhängigkeit, deren Verlauf bei kleiner Dämpfung steiler wird. Güte Q und Bandbreite B_f lassen sich mit

$$B_f = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R}{L} \quad (5.4)$$

$$Q = \frac{f_{\text{res}}}{B_f} \quad (5.5)$$

bestimmen.

5.2. Experimentelles Vorgehen

Der Serienschwingkreis, bestehend aus den idealisierten Bauteilen $R = (300 \pm 3) \Omega$, $L = (5.50 \pm 0.14) \text{ mH}$ und $C = (470 \pm 12) \text{ pF}$, wurde mit dem Frequenzgenerator angeregt und Ein- und Ausgangsspannung wurden am Oszilloskop dargestellt. Durch Variation der Frequenz konnte die Phasenänderung beobachtet und bei $\varphi = 0^\circ$ die Resonanzfrequenz zu $f_{\text{res}} \approx 100 \text{ kHz}$ bestimmt werden. Im Anschluss darauf folgte die Aufnahme der Durchlass- und Phasenverschiebungskurve analog zu Kapitel 3 im Bereich von etwa $f = 70 \text{ kHz}$ bis $f = 130 \text{ kHz}$.

5.3. Ergebnisse und Diskussion

Die gemessenen Verläufe finden sich in den Abbildungen 5.1 und 5.2. Das Maximum der Durchlasskurve bzw. die Nullstelle der Phase liefert die Resonanzfrequenz, welche mit den Fits auf $f_{\text{res}} = (100.4 \pm 0.3) \text{ kHz}$ durch gewichtete Mittlung bestimmt wurde. Weiters liefern die Fits eine mittlere Bandbreite von $B_f = (11.91 \pm 0.14) \text{ kHz}$, woraus sich mit Gleichung (5.5) die Güte zu $Q = 8.40 \pm 0.10$ bestimmen lässt. Die Werte aus den Fits finden sich in Tabelle 5.1.

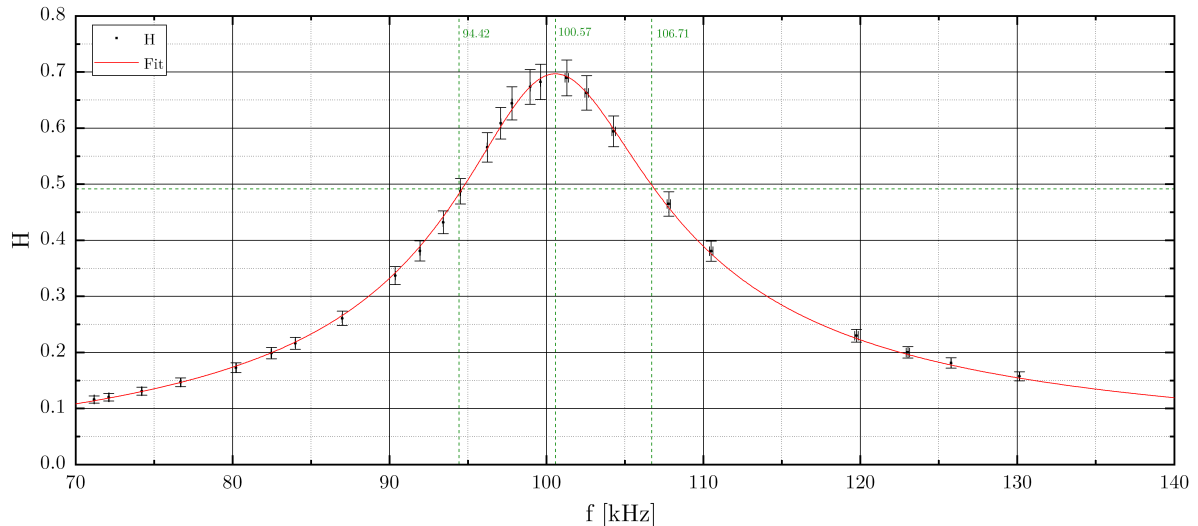


Abbildung 5.1.: Durchlasskurve des Serienschwingkreises. Der Fit wurde durchgeführt mit Gleichung (5.1) und f_{res} , B_f und $k = \frac{R_m}{R}$ als freie Parameter. Der Schnittpunkt der $1/\sqrt{2}$ -Gerade mit dem Graph markiert $f_{\text{res}} \pm \frac{B_f}{2}$ und man erkennt für den Bandpass charakterisierend $H(\omega \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ und $H(\omega \rightarrow 0) \rightarrow 0$.

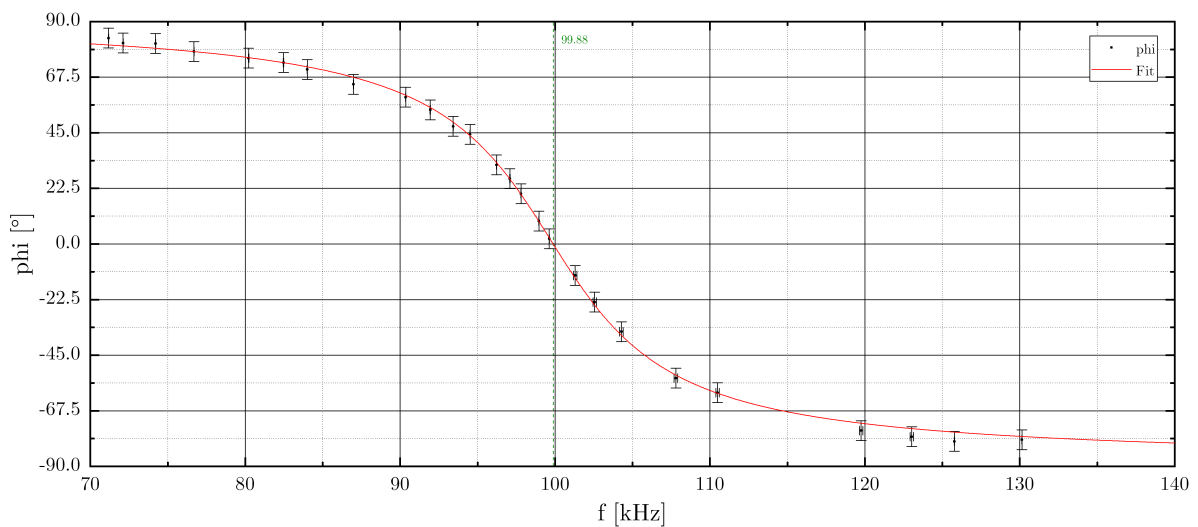


Abbildung 5.2.: Phasenverschiebungskurve des Serienschwingkreises. Der Fit wurde durchgeführt mit Gleichung (5.3) und f_{res} und B_f als freie Parameter. Der Schnittpunkt der 0° -Gerade mit dem Graph markiert f_{res} und für $\omega \rightarrow 0$ folgt $\varphi \rightarrow 90^\circ$ und für $\omega \rightarrow \infty$ folgt $\varphi \rightarrow -90^\circ$.

Es zeigt sich, dass die berechneten Resonanzfrequenzen im Toleranzbereich mit der Theorie übereinstimmen und das Ergebnis als zuverlässig betrachtet werden kann. Abweichungen zur Theorie werden durch die syst. Abweichungsangaben von L und C begründet und der Unterschied zwischen den beiden Fits durch die Anzahl an Messpunkten. Des Weiteren sorgen Leitungskapazitäten und -induktivitäten für Phasendrehungen, weshalb sich dadurch Abweichungen von 0° ergeben.

Bei der Güte hingegen liegen die Werte deutlich unter dem theoretisch erwarteten, was sich durch mögliche Widerstände der Messleitungen, bzw. durch die ideale Betrachtung der Bauteilkomponenten erklären lässt. Die Messwerte passen aber sehr gut mit der Theoriekurve (Fit) überein, weshalb es als zuverlässig angesehen wird.

Tabelle 5.1.: Resonanzfrequenzen, Bandbreiten und Güten des Serienschwingkreises

Berechnungsmethode	f_{res} kHz	B_f kHz	Q
Theorie	99.0 ± 2.4	8.68 ± 0.09	11.4 ± 0.5
Fit mit Durchlasskurve (3.1)	100.57 ± 0.04	12.29 ± 0.19	8.19 ± 0.13
Fit mit Phasenverschiebungskurve (3.2)	99.88 ± 0.07	11.48 ± 0.20	8.70 ± 0.15

6. Dämpfungskonstante

6.1. Verwendete Methoden

Nach [1] ergibt sich die Lösung der Differentialgleichung

$$U_E = L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{1}{C}Q \quad (6.1)$$

für den Serienschwingkreis und einer gedämpften Schwingung zu:

$$Q(t) = Q_0 \cos(\omega_E t) \cdot e^{-\delta t} \quad (6.2)$$

$$\delta = \frac{R}{2L} \quad (6.3)$$

Dabei ist δ die Dämpfungskonstante und gedämpfter Schwingkreis hat somit eine Eigenfrequenz

$$f_E = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \delta^2}, \quad (6.4)$$

welche kleiner als die der ungedämpften ist und somit etwas weiter links in der Durchlasskurve zu finden ist. Eine Anregung durch ein Rechtecksignal mit kleiner Frequenz $f \ll f_E$ kann als wiederholtes, einmaliges Anregen betrachtet werden, wenn die Dämpfung so stark ist, dass die Amplitude bis zur nächsten Anregung wieder auf praktisch Null gesunken ist.

6.2. Experimentelles Vorgehen

Der Serienschwingkreis wurde mit dem Frequenzgenerator und dem Oszilloskop analog zu Kapitel 5 verbunden. Mit einem Rechtecksignal von $f \approx 1$ kHz erfolgte die Anregung, wobei lediglich darauf geachtet werden muss, dass die Schwingung bis zur nächsten Eingangsflanke abgeklungen ist. Daraufhin kann durch Messen mit zwei Zeit-Cursor jeweils die Zeitdifferenz von Anfang bis zu einer Schwingungsamplitude und die Amplitude selbst ermittelt werden.

6.3. Ergebnisse und Diskussion

Die auftretende Dämpfung lässt sich im Bild 6.1 erkennen. Aus den Zeitdifferenzen ließ sich eine Schwingungsdauer von $T_E = (9.83 \pm 0.05) \mu\text{s}$ berechnen, was auch grob in Abbildung 6.1 erkennbar ist und auf eine Eigenfrequenz von $f_E = (101.8 \pm 0.6) \text{ kHz}$ führt. Mit Gleichung (6.4) lässt sich schon erkennen, dass weitere Einflüsse vorliegen müssen, um auf dieses Ergebnis gelangen zu können. Die fallenden Amplituden können halb-logarithmisch aufgetragen werden und ein exponentieller Fit liefert eine Dämpfungskonstante $\delta = (40.9 \pm 0.6) \text{ ms}^{-1}$. Aus den Bauteilwerten und Gleichung (6.3) berechnet ergibt sich $\delta = (27.3 \pm 1.0) \text{ ms}^{-1}$.

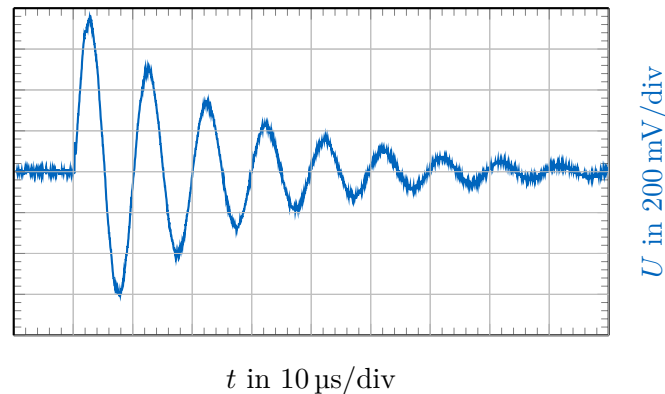


Abbildung 6.1.: Der Funktionsgenerator sendet ein niederfrequentes Rechtecksignal aus, worauf der Schwingkreis angeregt wird.

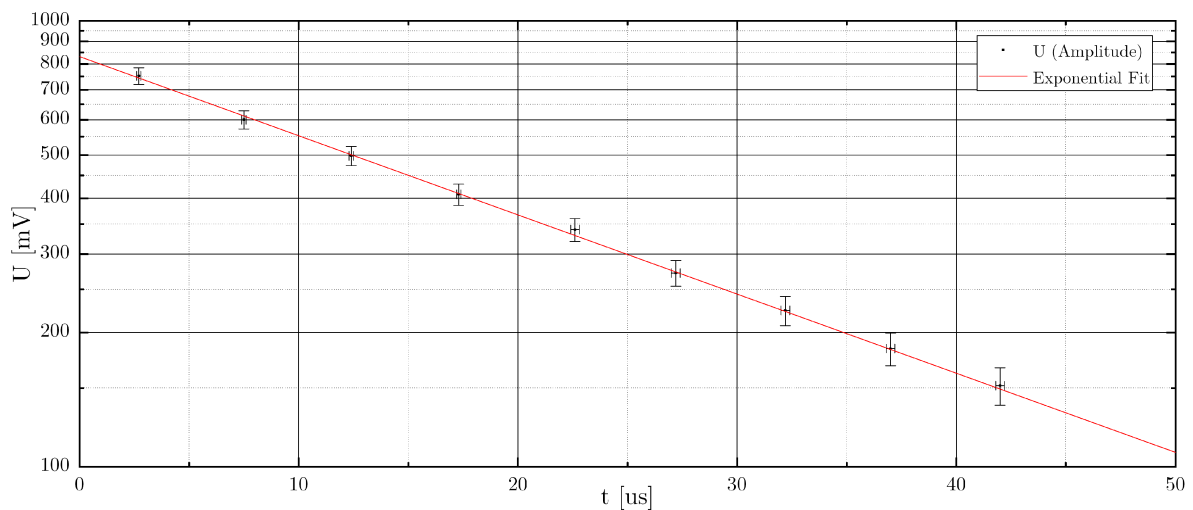


Abbildung 6.2.: Maxima und Minima der Schwingungen. Der exponentielle Fit liefert die Dämpfungskonstante und zeigt deutlich den im halb-logarithmischen Maßstab linear erwarteten Verlauf auf. Dabei wurden nur die ersten neun Amplitudenextremwerte verwendet, da weitere durch äußere Einflüsse stärker beeinflusst werden.

Die Differenz zwischen theoretischer und graphisch bestimmter Dämpfungskonstante ist offensichtlich zu groß. Eine mögliche Erklärung könnten zusätzliche Widerstände der Leitungen und der Anteil des Spulenwiderstandes sein.

7. Koaxialkabel

7.1. Verwendete Methoden

Die Resonanzfrequenz des idealisierten Parallelschwingkreises, bestehend aus L und C , ist mit

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (7.1)$$

nach [1] gegeben. Vernachlässigt man die Induktivität des Koaxialkabels, so ändert sich f_{res} durch Serienschaltung vom Schwingkreis, Koaxialkabel und abgeglichenem Tastkopf auf

$$f_{\text{res,Koax}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L(C + C_{\text{Koax}})}} \quad (7.2)$$

da die beiden Kapazitäten parallel geschaltet sind.

7.2. Experimentelles Vorgehen

Mit dem in Kapitel 2 abgeglichenen Tastkopf wurde am Beginn der Parallelschwingkreis mit dem Oszilloskop verbunden und der Frequenzgenerator lieferte eine sinusförmige Eingangsspannung. Die Bauteilwerte betrugen $L = (1.000 \pm 0.025) \text{ mH}$ und $C = (470 \pm 12) \text{ pF}$ mit einem vorgeschalteten Widerstand von $R = (10.0 \pm 0.1) \text{ k}\Omega$. Durch Variation der Frequenz konnte die mit einer Phase von 0° , also die Resonanzfrequenz bestimmt werden. Die Prozedur wurde im Anschluss mit zwischen geschaltetem Koaxialkabel mit Länge $l = (6.00 \pm 0.06) \text{ m}$ wiederholt.

7.3. Ergebnisse und Diskussion

Die Messung der Resonanzfrequenz nach der Methode ergab $f_{\text{res}} = (249 \pm 1) \text{ kHz}$, sowie mit Koaxialkabel $f_{\text{res,Koax}} = (160 \pm 1) \text{ kHz}$. Durch Umstellen der Gleichung (7.2) und mit Formel (7.1) ergibt sich bei Elimination von der „unbekannten“¹ Kapazität C :

$$C_{\text{Koax}} = (584 \pm 19) \text{ pF}$$

Dies führt mit der Gesamtlänge auf einen Kapazitätsbelag von $C'_{\text{Koax}} = (97 \pm 4) \text{ pF/m}$.

Die Abweichung zur theoretischen Resonanzfrequenz von $f_{\text{res}} = (232 \pm 6) \text{ kHz}$ liegt an der idealen Betrachtung der Komponenten, obwohl dies auf eine niedrigere führen würde, und es hätte vor den Messungen nochmals überprüft werden müssen, ob der Tastkopf noch richtig bzgl. des verwendeten Y-Einschubs abgeglichen ist, da beim Abgleich Frequenzgangfehler des Y-Verstärker miterfasst werden. Des Weiteren lässt die Messmethode Ungenauigkeiten zu, die eventuell zu gering abgeschätzt wurden. Erkennbar ist die Verringerung der Resonanzfrequenz mit Koaxialkabel und der berechnete Kapazitätsbelag liegt im realistischen Bereich von 100 pF .

¹Es muss C und nicht L aus den beiden Gleichungen eliminiert werden, da die Kapazität durch Leitungsverbindungen stark beeinträchtigt wird, da Kapazitäten parallel geschaltet werden.

A. Fragen

A.1. Unterschiede zwischen Schwingkreis, Hoch- und Tiefpass

Ein wesentlicher Unterschied zwischen Schwingkreis und Hoch- bzw. Tiefpass liegt im permanenten Energieaustausch zwischen Spule und Kondensator, womit er auch ohne äußerer Spannung schwingt, sofern einmalig Energie hinzugefügt wurde. Dabei wird zwischen elektrischer und magnetischer Energie umgewandelt und eine Abnahme der Energie erfolgt mit Wärmeabgabe über Widerstandskomponenten. Für einen Hoch- bzw. Tiefpass ist ein Energiespeicher ausreichend und filtern eine Eingangsspannung abhängig von der Frequenz. Dabei lassen Hochpässe die hohen Frequenzkomponenten fast ungeschwächt passieren, Tiefpässe hingegen filtern diese heraus. Tiefpässe wird z. B. eingesetzt für Anti-Aliasing Filter, zum Glätten von Spannungen beispielsweise bei einem Gleichrichter in der Elektronik und zum Unterdrücken von Messrauschen. Hochpässe können den Gleichanteil wegfiltern, es können hohe Töne hervorgehoben und in Kombination mit einem Tiefpass nur gewisse Frequenzanteile durchgelassen werden. Reduziert man die Betrachtung eines Schwingkreises auf einen Draht so erhält man einfach betrachtet einen Hertzschen Dipol, welcher zur Informationsübertragung als Antenne dienen kann. Des Weiteren können Schwingkreise zur Erzeugung von Frequenzen, also als Taktgeber genutzt werden.

A.2. Analogien vom Feder-Masse-System zum einfachen LRC-Schwingkreis

Vergleicht man die Differentialgleichung (6.1) für den LRC-Schwingkreis mit der eines Feder-Masse-Systems,

$$F = m\ddot{x} + b\dot{x} + kx \quad (\text{A.1})$$

so lassen sich Analogien erkennen. Dabei ist m die Masse, k die Federkonstante, b der Reibungskoeffizient und F die extern anliegende Kraft. Die Ladung Q am Kondensator entspricht der Auslenkung x der Feder und die extern anliegende Spannung U der Kraft. Verzögernd wirkt die Induktivität L was analog der Masse entspricht und der Reibungskoeffizient dämpft das System analog zum Widerstand. Eine Erhöhung der Kapazität, also der Speicherfähigkeit, entspricht einer Verringerung der Federkonstante, was zu höheren Amplituden führt.

B. Fehlerrechnung

B.1. Hochpass

Bei der Frequenzmessung, Ablesen am Oszilloskop ergeben sich auf Grund der Auflösung ein systematischer Fehler von 1 digit und die statistisch beobachteten Schwankungen wurden mit 10 digits abgeschätzt. Spannungsmessung mit dem Oszilloskop weißt eine systematische Genauigkeit von 3 % · „Messwert“ auf und der statistische Fehler wurde mit 2 digits wegen Schwankungen berücksichtigt. Bei der Messung der Phasendifferenz überwiegt der pseudo-statistische Anteil vom Rauschen mit $\pm 4^\circ$ berücksichtigt. Damit folgt für die Durchlasskurve

$$\Delta H_{\text{stat}} = \sqrt{\left(\Delta U_{\text{A,stat}} \frac{1}{U_{\text{E}}}\right)^2 + \left(\Delta U_{\text{E,stat}} \frac{U_{\text{A}}}{U_{\text{E}}^2}\right)^2}$$

$$\Delta H_{\text{syst}} = \left| \Delta U_{\text{A,syst}} \frac{1}{U_{\text{E}}} \right| + \left| \Delta U_{\text{E,syst}} \frac{U_{\text{A}}}{U_{\text{E}}^2} \right|$$

$$\Delta H = \Delta H_{\text{stat}} + \Delta H_{\text{syst}}$$

Aus der gegebenen systematischen Unsicherheit der Bauteile ergibt sich mit linearer Fortpflanzung

$$\Delta f_{\text{G}} = \frac{1}{4\pi} \left(\Delta C \frac{1}{\sqrt{LC^3}} + \Delta L \frac{1}{\sqrt{L^3C}} \right)$$

die der theoretischen Grenzfrequenz.

B.2. Serienschwingkreis

Analog zu vorher lässt sich aus den systematischen Abweichungen der Bauteilkomponenten, die der Resonanzfrequenz, Bandbreite und Güte bestimmen.

$$\Delta f_{\text{res}} = \frac{1}{4\pi} \left(\Delta C \frac{1}{\sqrt{LC^3}} + \Delta L \frac{1}{\sqrt{L^3C}} \right)$$

$$\Delta B_{\text{f}} = \frac{1}{2\pi} \left(\Delta R \frac{1}{L} + \Delta L \frac{R}{L^2} \right)$$

$$\Delta Q = \Delta R \frac{1}{R^2} \sqrt{\frac{L}{C}} + \Delta L \frac{1}{R} \frac{1}{2\sqrt{LC}} + \Delta C \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C^3}}$$

Aus den gemessenen und gewichtet gemittelten Werten für die Bandbreite und der Resonanzfrequenz lässt sich über Gleichung (5.5) der Fehler der Güte aus den Standardabweichungen von f und B_f durch quadratische Fortpflanzung berechnen.

$$\Delta Q = \sqrt{\left(\Delta f_{\text{res}} \frac{1}{B_f}\right)^2 + \left(\Delta B_f \frac{f_{\text{res}}}{B_f^2}\right)^2}$$

B.3. Dämpfungskonstante

Mit den syst. Fehlern der Bauteile folgt die Abweichung der Dämpfungskonstante mit

$$\Delta \delta = \Delta R \frac{1}{2L} + \Delta L \frac{R}{2L^2}$$

Der Fehler der Schwingungsdauer folgt aus der Standardabweichung und dem Student-t-Faktor für $n = 8$ Messungen von $t_{\text{Student}} = 1.08$ und ist statistisch, womit die Fortpflanzung auf die Eigenfrequenz quadratisch erfolgt.

B.4. Koaxialkabel

Aus den Komponenten folgt der Fehler für die theoretische Resonanzfrequenz zu

$$\Delta f_{\text{res}} = \frac{1}{4\pi} \left(\Delta C \frac{1}{\sqrt{LC^3}} + \Delta L \frac{1}{\sqrt{L^3C}} \right)$$

Durch Umformung der beiden Gleichungen (7.1) und (7.2) auf

$$C_{\text{Koax}} = \frac{1}{4\pi^2 L} \left(\frac{1}{f_{\text{res,Koax}}^2} - \frac{1}{f_{\text{res}}^2} \right)$$

erhält man aus der syst. Abweichung von C und der als systematisch betrachteten Abweichung von den gemessenen Frequenzen von geschätzt 1 kHz erhält man:

$$\Delta C_{\text{Koax}} = \Delta L \frac{C_{\text{Koax}}}{L} + \Delta f_{\text{res}} \frac{1}{8\pi^2 L f_{\text{res}}^3} + \Delta f_{\text{res,Koax}} \frac{1}{8\pi^2 L f_{\text{res,Koax}}^3}$$

$$\Delta C'_{\text{Koax}} = \Delta C_{\text{Koax}} \frac{1}{l} + \Delta l \frac{C_{\text{Koax}}}{l^2}$$

C. Literaturverzeichnis

- [1] *Oszilloskop (OSZ)*. 2016. URL: <https://www.ph.tum.de/academics/org/labs/ap/ap2/OSZ.pdf> (besucht am 9. August 2018) (siehe S. 9, 11).