

剑指65 不用加减乘除做加法

知识盲区

等于模拟加法器的原理——背题

异或(^): 求和的低位。0^1 = 1, 0^0 = 0, 1^1 = 0

与(&): 求和的进位。都是1, 才进一位, 即高位的值为1。

本题考察对位运算的灵活使用, 即使用位运算实现加法。设两数字的二进制形式 a, b , 其求和 $s = a + b$, $a(i)$ 代表 a 的二进制第 i 位, 则分为以下四种情况:

$a(i)$	$b(i)$	无进位和 $n(i)$	进位 $c(i+1)$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

观察发现, 无进位和 与 异或运算 规律相同, 进位 和 与运算 规律相同 (并需左移一位)。因此, 无进位和 n 与进位 c 的计算公式如下:

$$\begin{cases} n = a \oplus b & \text{非进位和: 异或运算} \\ c = a \& b \ll 1 & \text{进位: 与运算 + 左移一位} \end{cases}$$

(和 s) = (非进位和 n) + (进位 c)。即可将 $s = a + b$ 转化为:

$$s = a + b \Rightarrow s = n + c$$

这样加法问题又变成了下一个加法问题, 套娃加法, 但是在 c 不断与和左移的过程中, c 的 0 会越来越多, 最后 c 变为全 0, 问题结束。

解答:

1、公式是 $s = n + c$, 但是题目不能用加号, 所以只能循环套娃直到进位为 0, 这样就不需要加号了, 此时 $s = n$ 。

相当于b的值在每次循环的过程中分了一部分给a。 2、为什么可以循环运算，因为求进位的时候左移了1位，低位补了0，所以最终结果进位一定会左移到0这个值，如果进位不能左移到0，那这题用这个思路就做不出来了。

精华：2个数的加法，转化为另外2个数的加法，不断这样，最终变为一个数+0。

```
1 class Solution {
2 public:
3     int add(int a, int b) {
4         int sum = a^b; //sum中每一位代表a,b每一位的异或。
5         // a&b每一位表示与运算，左移让其代表低位加法后的进位值。
6         int carry = (a&b)<<1;
7         while(carry != 0) {
8             a=sum;
9             b=carry;
10            sum=a^b;
11            carry=(a&b)<<1;
12        }
13        return sum;
14    }
15 };
```