Conjetura de Collatz

Para cualquier número natural n mayor que 1, la secuencia:

Si n par -> n/2

Si n impar -> 3 * n + 1

Siempre termina en la secuencia 4, 2, 1

3 * n + 1 = 2 * n + n + 1

2 * n + n + 1 en binario se puede leer como

Desplazamos los dígitos de n una posición a la izquierda, lo sumamos consigo mismo y añadimos uno, o también como:

2 * n + (n + 1), sumamos el doble de n con el siguiente a n.

Un primer razonamiento fallido

Si el número de ciclos para hacer desaparecer un trozo del final de los números (por ejemplo, los 4 bits menos significativos) es inferior a lo que aumente el número (nuevos bits más significativos), entones, el proceso es convergente y el número acaba reduciéndose.

				bits añadidos					
				<-	+n	+1	Total	Retirados	
0	0	0	0	0			0	0	0
1	0	0	1	1	0	1	2	2	2
2	0	1	0	0			0	1	0
3	0	1	1	2	1	1	4	5	4
4	1	0	0	0			0	2	0
5	1	0	1	1	0	1	2	4	2
6	1	1	0	2	1	1	4	6	4
7	1	1	1	5	3	1	9	11	10

78536544841

Las sucesivas transformaciones de cualquiera de las terminaciones de tres bits conducen a una reducción del número de bits, por muy grande que sea el número acabará reducido a un bit. FALSO si los bits previos a la terminación no son cero, esto no se cumple.

Inciso 1. La demostración es trivial si en lugar de sumar se resta.

2 * n + n + 1

2 * n – n + 1

La secuencia

2 * n – n + 1 también acaba en la secuencia 4, 2, 1 y su demostración es trivial:

2 * n – n + 1 = n + 1

La secuencia es monótona decreciente, si n es par, el siguiente es la mitad y si n impar

(n + 1) / 2 < n ya que n + 1 < 2 * n, a partir de n = 1.

Un par se desplaza hacia atrás su mitad y si impar, adelante su mitad (redondeada en exceso).

Aunque sea trivial sirve para empezar el análisis en binario, donde dividir por 2 es desplazar los dígitos de n un paso a la derecha, o lo que es lo mínimo, retirar el menos significativo, por ejemplo:

1101010 / 2 = 110101, en realidad la notación correcta en binario sería:

1101010 / 10 = 110101

Si n es impar, su dígito menos significativo es un 1.

Sumar 1 significa que ese dígito pasa a 0 y todos los siguientes, hasta encontrar el primer 0. Por ejemplo:

1101011 + 1 = 1101100

En general, hay dos posibilidades:

a. El número de dígitos de n no aumenta porque se encuentra un cero antes de alcanzar el dígito más significativo. En el paso siguiente, hay que dividir por 2, pues habremos obtenido un número par, lo que significa desplazar todos los dígitos de n a la derecha dando lugar a un número con un dígito menos, es decir, menor. Por ejemplo:

   1101011 + 1 = 1101100, 1101100 / 2 = 110110 que en este caso se reduce aún más 11011

b. La única posibilidad de que se aumente (en binario) el número de dígitos de un número n, es que todos los dígitos de n sean 1, con lo cual el resultado de sumar 1 es hacerlos todos 0 y añadir un 1 por delante, es decir, se obtiene un 1 seguido de ceros, que por divisiones sucesivas (desplazamientos a la derecha) termina en 4, 2 y 1. Por ejemplo:

   11111 + 1 = 100000 / 2 = 10000 y así hasta 100 (4), 10 (2) y 1 (1)

Lo que demuestra que la sucesión 2 * n – (n + 1), dividiendo por 2 los pares, termina con 1 bit.

Inciso 2. La función lógica 'OR' no es igual que sumar

Supuesto existe un bit a 1 ¿cómo poner todos los bits de su izquierda a 1? (como en el ejemplo). Plegando ese bit a la izquierda de forma que se acumulen. Supón que el primer bit a 1 está en la posición n, si desplazamos a la izquierda la palabra y hacemos OR consigo misma, ahora el bit n-1 estará a 1 también. Si ahora desplazamos dos posiciones la izquierda y hacemos otro OR serán las posiciones n, n-1, n-2 y n-3 las que estarán a 1. Repitiendo unas pocas veces, habremos conseguido el objetivo. Por ejemplo, para una palabra de 64 bits, basta con hacer la operación 6 veces.

Inciso 3. Números que son una potencia de dos menos uno n = 2^k – 1

Están formados por una sucesión de unos en binario (3=11, 7=111,15= 1111, …)

A cada nuevo impar de la sucesión se quita un 1 de la terminación hasta llegar a 01b

11	**111**	**1111**	**11111**	**111111**	**1111111**	**11111111**
10**1**	10**11**	10**111**	10**1111**	10**11111**	10**111111**	10**1111111**
	1000**1**	1000**11**	1000**111**	1000**1111**	1000**11111**	1000**111111**
	1101	11010**1**	11010**11**	11010**111**	11010**1111**	11010**11111**
	101	101	1010000**1**	1010000**11**	1010000**111**	1010000**1111**
			1111001	11110010**1**	11110010**11**	11110010**111**
				1011011	1011011000**1**	1011011000**11**
					10001000101	100010001010**1**
						11001101

Inciso 4. Números que son una potencia de dos más uno n = $2^k + 1$

Están formados por una sucesión de unos en binario (3= 01, 5=101, 9=1001,17= 10001, …)

A partir del primer número con dos 0 (a partir del 9), en los dos primeros pasos se transforman los dos 0 más a la izquierda en un 1.

La terminación 001b pasa a 100b sin acarreo, por lo que se conservan todos los ceros a la izquierda hasta llegar al dígito más significativo de n que es un 1 al que se añadirá otro 1 a la izquierda proveniente de (2 * n), al retirar los dos 0 del 100b tendremos un número con 1 dígito menos (+1-2), que empieza por 11b y termina por 1b.

A continuación el 1100b más a la derecha pasa a 1001b y se conserva el resto, luego a 11011b, 1010001b

La cadena de 0 pierde dos en cada paso (tres iteraciones) hasta que su terminación sea 111b 0 011b según la cadena de ceros tenga un número par o impar de ellos.

La cabecera evoluciona:

11
1001
11011
1010001
11110011
1011011001
100010001011
1100110100001

Un 00b divide a n en dos partes, la de la izquierda evoluciona 3*n+1 sin divisiones

Por fin empezamos con el problema: 3 * n + 1 = 2 * n + n + 1

Sea n impar, (si es par se dividiría por 2 hasta llegar a un impar), entonces n + 1 es par y con ello 2 * n + n + 1 es par, por lo que aplicando la fórmula se dividiría por 2 inmediatamente, obteniéndose:

n + (n + 1) / 2

Si (n + 1) / 2 es impar, la suma con n es par y se vuelve a dividir por 2 con lo que se llega a un número menor que n, la diferencia entre el número resultante y el inicial es:

(3 * n + 1) / 4 – n = (1 – n) / 4 que es negativo para todo n > 1

Para que (n + 1) / 2 sea par, n (en binario) debe terminar en 11b:

n	…11	
n + 1	…100	
(n + 1) / 2	…10	

Quizás es más directo ver que los n terminados en 01b (los otros impares junto a los terminados en 11b) producen un número menor que n de forma inmediata:

n	…01	
2 * n	…010	
2 * n + n	…011	
2 * n + n + 1	…100	Fin paso 1
/2	…10	Fin paso 2
/2	…1	Fin paso 3

De forma inductiva, si vamos comprobando los sucesivos números n a partir del 1, cada vez que llegamos a un n que termina en 01b lo podemos omitir porque sabemos que de forma inmediata conducirá a uno menor que él y que por tanto ya habremos comprobado.

Los números contrapeados (una sucesión que alterna 0 y 1 en binario) que terminan en 1b (los que terminan en 0b al dividirlos de 2 siguen siendo contrapeado y terminado en 1b) son una parte de los que acaban en 01b y por tanto pueden omitirse, tienen una demostración particular para ellos muy sencilla: al multiplicarlo por 2 y sumarle el mismo todos pasan a 1b sin acarreo (se llega a 2^n - 1) y al sumarle 1, todos se convierten en 0b con acarreo, quedando dicho acarreo como un 1 en la posición más a la izquierda con lo que se llega al final por tratarse de una potencia de 2. Los números contrapeados responden a la fórmula:

n_0 = 1 y n = 4 * n_{-1} + 1 El número anterior se mueve dos a la izquierda (multiplicar por 2^2= 4) y se añade 1 (01b, 0101b, 010101b, …)

En resumen, **los números pares (los terminados en 0b) los podemos omitir porque dan lugar a uno menor de forma inmediata y también todos los que acaban en 01b, por tanto, sólo hay que considerar a los números terminados en 11b**, que son 1 de cada cuatro números y responden a la fórmula:

n = 4 * k + 3   a partir de k = 0, también n_0 = 3 y n = n_{-1} + 4

Números terminados en 11b (sin demostración hasta la fecha)

$n = 4 * k + 3$ a partir de $k = 0$, también $n_0 = 3$ y $n = n_{-1} + 4$

Considerando que 3 * n + 1 = 2 * n + (n + 1) al añadir 1 a la terminación 11b del número n se obtiene una terminación 00b que sumada a la terminación 10b de 2 * n produce una terminación 10b para el primer paso, de lo que se deduce que seguirá una división por dos para producir un número impar.

n	…11
2 * n	…110
n + 1	…00
3 * n + 1	…10

Por tanto, una terminación 11b pasa a 10b en la primera iteración, por lo que se divide por 2 de forma inmediata:

(3 * n + 1) / 2

La terminación 10b ha pasado a 1b tras la división por 2 y el siguiente paso es multiplicar por 3 y sumar 1:

n	…1
2 * n	…10
n + 1	…0
3 * n + 1	…0

3 * ((3 * n + 1) / 2) + 1 = (9 * n + 3) / 2 + 1

Que se debe volver a dividir por 2 porque una terminación en 1b se transforma en 0b en la iteración siguiente.

((9 * n + 3) / 2 + 1) / 2 = (9 * n + 5) / 4

La variación de este número respecto al inicial n será:

(5 + 5 * n) / 4 que siempre es positiva

{Como n = 4 * k + 3 => las variaciones en dos pasos de los números terminados en 11b son:

5 * (k + 1) a partir de k = 0}

Si se hubiese podido dividir por dos una segunda vez de forma consecutiva, la variación sería:

(5 + n) / 8, también positiva.

Si se hubiese encadenado una tercera división por dos, se tendría:

(5 – 7 * n) / 16 que es negativo a partir de n = 1.

Considerando que

(9 * n + 5) / 4 = 9 * (n - 3) / 4 + 8

Como (n - 3) / 4 en binario (llamémoslo ‘a’) es el número que resulta de eliminar las dos últimas cifras de n en binario

9 * a + 8 = 8 * a + a + 8

O directamente:

n	4 * a + 3
2 * n	8 * a + 6
n + 1	4 * a + 4
3 * n + 1	12 * a + 10
/2	6 * a + 5

n	6 * a + 5
2 * n	12 * a + 10
n + 1	6 * a + 6
3 * n + 1	18 * a + 16
/2	9 * a + 8

8 * a es el resultado de desplazar ‘a’ tres veces a la izquierda y como 8 es 1000b, las tres últimas cifras del número 8 * a + a + 8 en binario son las mismas que las de ‘a’

Resumiendo, tras las primeras 4 iteraciones de cualquier número terminado en 11b se obtiene un número cuyas tres últimas cifras en binario son las que preceden a 11b del número inicial.

De esto se deduce inmediatamente que para **todos los números terminados en 0011b se cumple la conjetura de Collatz** ya que tras las cuatro primeras iteraciones seguirán al menos dos divisiones por dos de forma consecutiva que garantizan que se llega a un número menor que el inicial.

0011b

Para encadenar tres divisiones por 2 los dos dígitos previos al 11b deben ser 00

Los n que terminan en 0011b surgen de desplazar cualquier natural k cuatro a la izquierda (multiplicar por 2^4= 16) y sumar 3:

16 * k + 3 a partir de k = 0, también n_0 = 3 y n = n_{-1} + 16

El número resultante en los primeros seis pasos es menor que n:

n	...0011	
2 * n	...00110	
2 * n + n	...1001	
2 * n + n + 1	...1010	Fin paso 1
/2	...101	Fin paso 2
2 * n	...1010	
2 * n + n	...111	
2 * n + n + 1	...000	Fin paso 3
/2	...00	Fin paso 4

/2	…0	Fin paso 5
/2	…	Fin paso 6

La variación respecto al n inicial es (5 – 7 * n) / 16 que es negativa pata todo n > 0.

Un caso particular de las terminaciones 0011b son los números de la sucesión:

$n_0 = 3$ y $n = 64 * n_{-1} + 35$

11b, 11100011b, 11100011100011b, 11100011100011100011b, … desplazamos 6 a la izquierda (multiplicar por $2^6 = 64$) y sumamos 35 (100011b)

Se trata de números que terminan en 11b y que conducen en una sola iteración a un contrapeado terminado en 0, que tras una división por 2 produce un contrapeado y por tanto cumplen la conjetura, como ya sabíamos porque son un subconjunto de los terminados en 0011b.

1111b

Los números que terminan en 1111b producen un número que termina en 11b que 4 iteraciones después se convierten en:

(81 * a + 77) / 4 = (81 * n + 65) / 16

(81 * n + 65) / 16 = (n + 64 * n + 16 * n + 65) / 16

n	…	a	b	c	d	1	1	1	1
n * 64	…	1	1	0	0	0	0	0	0
n * 16	…	1	1	1	1	0	0	0	0
65			1	0	0	0	0	0	1
	…	a	b	c	d	0	0	0	0
acarreo		2	2	1	1	1	1	1	1
/ 16					…	a	b	c	d

La terminación del número resultante son los cuatro dígitos anteriores a 1111b.

1011b

Analizaremos a continuación los n que terminan en 1011b (un solo 0 delante del 11b)

Los n que terminan en 1011b surgen de desplazar cualquier natural k cuatro a la izquierda (multiplicar por 2^4= 16) y sumar 11:

16 * k + 11 a partir de k = 0, también n_0 = 3 y n = n_{-1} + 16

n	...011	
2 * n	...0110	
2 * n + n	...001	
2 * n + n + 1	...010	Fin paso 1
/2	...01	Fin paso 2
2 * n	...010	
2 * n + n	...11	
2 * n + n + 1	...00	Fin paso 3
/2	...0	Fin paso 4
/2	...0	Fin paso 5

Que como hemos visto conduce a un número (5 +n) / 8 mayor que n y terminado en 1.

Se observa que si un impar que termina en:

11 el próximo impar lo hace en 01

111 el próximo impar lo hace en 011

1111 el próximo impar lo hace en 0111

Etc

Esto se debe a que 2*n mueve la terminación una posición a la izquierda, al sumarle la terminación el último digito será un 1, el anterior un 0 y luego tantos unos como había en la terminación menos el 1 que se transformado en 0 y menos el primer 1 de la terminación que también pasará a 0

Si tenemos un número n con una terminación con x dígitos 1 precedida de un 0, al multiplicar por 2 se desplazan todos los dígitos a la izquierda y entra un 0 en la posición final, ahora le sumamos n con lo que el nuevo número terminará en 1 (hemos consumido el último 1 de n), el siguiente dígito será un 0 porque sumamos un 1 de (2*n) y un 1 de n. Para los siguientes (x-1) dígitos tanto n y 2*n tienen un dígito 1, su suma es 0, pero tenemos que añadir el acarreo de la suma de los dígitos anteriores, con lo que se convertirán en 0 y me llevo una, y así hasta la posición en que n tenía el primer 0 en n, es decir hasta la posición x-1, que será un 0 porque 2*n tiene aquí un 1 (es n desplazado una posición a la izquierda) sumando con un 0 de n más el acarreo. Esta última suma produce acarreo.

Por ejemplo, veamos el número 15 (01111)

n					1	1	1	1	15
2*n				1	1	1	1	0	30
2*n + n			1	0	1	1	0	1	45
2*n + n + 1			1	0	1	1	1	0	46
/2				1	0	1	1	1	23

Hemos pasado de 15 a 23. El nuevo número sigue acabando en 11

n				1	0	1	1	1	23
2*n			1	0	1	1	1	0	46
2*n + n		1	0	0	0	1	0	1	69
2*n + n + 1		1	0	0	0	1	1	0	70
/2			1	0	0	0	1	1	35

Hemos pasado de 23 a 35. El nuevo número sigue acabando en 11

n			1	0	0	0	1	1	35
2*n		1	0	0	0	1	1	0	70
2*n + n		1	1	0	1	0	0	1	105
2*n + n + 1		1	1	0	1	0	1	0	106
/2			1	1	0	1	0	1	53

Hemos pasado de 35 a 53. El nuevo número no termina en 11 por lo que en la próxima iteración tiene que disminuir tras, al menos, dos divisiones sucesivas por 2.

n			1	1	0	1	0	1	53
2*n		1	1	0	1	0	1	0	106
2*n + n	1	0	0	1	1	1	1	1	159
2*n + n + 1	1	0	1	0	0	0	0	0	160
/2		1	0	1	0	0	0	0	80
/2			1	0	1	0	0	0	40

Hemos pasado de 53 a 40 y en este caso en concreto se puede dividir por 2 tres veces más hasta llegar a 5 (101). 5 no acaba en 11 por lo que sabemos que el siguiente paso se reducirá aún más, en concreto se convertirá en 3*5+1=16 que por ser potencia de 2 significa que hemos terminado.

En resumen, A cada iteración se pierde el 1 más la derecha de la terminación con x dígitos 1. Por tanto el número crecerá x-1 veces consecutivas quedándole unta terminación 01 que en la iteración siguiente da lugar a una reducción del número mediante, al menos, dos divisiones consecutivas por 2.

Los incrementos y reducciones son respecto al número de la iteración anterior no respecto al número inicial, por lo que esto no es una demostración de la conjetura ya que los incrementos acumulados pueden superar a las reducciones y al final tener un número mayor que el de partida, cosa que ocurre frecuentemente. En el ejemplo anterior hemos pasado de 15 a 40, que 40 se pueda seguir dividiendo por 2 no es algo que se deduzca de nada de lo dicho hasta ahora, es una simple casualidad.

Observación:

Para los números del 1 hasta (2^{36} – 1), es decir, todos los números de 35 bits excepto el 0, el último impar de su secuencia Collatz siempre es un número contrapeado formado por sucesivos grupos de los dos bits '01' (1, 5, 21, 85, 341, … decimal). Siendo el 5 (0101) casi el 94% de las veces. En la tabla siguiente la terminación 0 corresponde a los números cuya secuencia no contiene ningún número impar, que son las potencias de 2 (como los números de la muestra sólo llegan a 35 bits, hay 36), la columna "Primera vez" muestra el primer número en el que la Terminación es el último impar de su secuencia, cuando Terminación y "Primera vez" coinciden significa que el número "Primera vez" no fue el último impar en ninguna secuencia anterior a él.

	Terminación (t)	**Primera vez**	**Veces**
0	0	2	36
101	5	3	64.447.366.427
10101	21	21	32
1010101	85	75	1.629.605.784
101010101	341	151	2.601.247.159
10101010101	1.365	1.365	26
1010101010101	5.461	5.461	5.471.816
101010101010101	21.845	14.563	33.408.332
10101010101010101	87.381	87.381	20
1010101010101010101	349.525	184.111	2.202.872
101010101010101010101	1.398.101	932.067	143.186
10101010101010101010101	5.592.405	5.592.405	14
1010101010101010101010101	22.369.621	13.256.071	23.818
101010101010101010101010101	89.478.485	26.512.143	6.694
10101010101010101010101010101	357.913.941	357.913.941	8
1010101010101010101010101010101	1.431.655.765	1.431.655.765	75
101010101010101010101010101010101	5.726.623.061	3.817.748.707	52
10101010101010101010101010101010101	22.906.492.245	22.906.492.245	2

Los únicos números impares que en una sola iteración producen una potencia de 2 son los contrapeados, por lo que son los únicos que pueden ser el último impar de la secuencia. De esto se deduce que (salvo para las potencias de 2) la condición necesaria y suficiente para que la secuencia termine es que se llegue a un número contrapeado.

Como el contrapeado más pequeño es el 5 (0101), si quitamos el 1, podemos asegurar que para todo número que no sea una potencia de 2, si genera una secuencia finita, está terminará en 16,8,4,2,1.

Si C es un número contrapeado, el anterior (n) de la secuencia no puede ser un número impar porque:

C = 3 * n + 1   =>   n = (C - 1) / 3

Como C es impar (C-1) es par y por tanto no es divisible por 3.

Luego, el predecesor de C debe ser un número par (2 * C), que tras una división por 2 conduce a C. A su vez, el predecesor de (2 * C) pueda ser (4 * C) y el de este (8 * C) y así sucesivamente todas las veces que se quiera. No obstante, para que cualquiera de estas secuencias venga precedida por un número impar (A), se debe cumplir:

k * C = 3 * A + 1

A = (k * C – 1) / 3

Siendo k una potencia de 2, pero no cualquiera, sino aquellas que hacen que k * C sea múltiplo de 3, que son las potencias impares de 2.

Por ejemplo para C = 5, el número contrapeado más pequeño, una secuencia hacía atrás sería:

C = 5

(2 * C) = 10

A = (10 - 1) / 3 = **3**

Otra secuencia que también conduce a 5 es:

C = 5

10

20

(4 * C) = 40

A = (40 - 1) / 3 = **13**

	C = 5										
k =	**2**	4	**8**	16	**32**	64	**128**	256	**512**	1024	**2048**
	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	3	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
		6,3	40	40	40	40	40	40	40	40	40
			13	80	80	80	80	80	80	80	80
				26,3	160	160	160	160	160	160	160
					53	320	320	320	320	320	320
						106,3	640	640	640	640	640
							213	1280	1280	1280	1280
								426,3	2560	2560	2560
									853	5120	5120
										1706,3	10240
											3413

C = 5				
Pot	k = 2 ^ Pot	k * C	A	anterior * 4 + 1
1	2	10	3	11
3	8	40	13	1101
5	32	160	53	110101
7	128	640	213	11010101
9	512	2560	853	1101010101
11	2048	10240	3413	110101010101
13	8192	40960	13653	11010101010101
15	32768	163840	54613	1101010101010101
17	131072	655360	218453	110101010101010101
19	524288	2621440	873813	11010101010101010101
21	2097152	10485760	3495253	1101010101010101010101
23	8388608	41943040	13981013	110101010101010101010101
25	33554432	167772160	55924053	11010101010101010101010101

Hemos demostrado que para todos los números de la forma (5 * 2^p - 1) / 3 (siendo p impar) se cumple la conjetura de Collatz, lo cual ya sabíamos porque en binario todos terminan en 01, excepto el primero (3) que sabemos que también la cumple. Estos números son los contrapeados con un 1 añadido a la izquierda, que en una iteración se transforman en contrapeados con tantos ceros a la derecha como bits iniciales menos 1.

Dado un número terminado en 11 el siguiente más próximo está cuatro números más adelante.

n1 = n + 4

3*n1 + 1 = 3*n + 1 + 12

12 = 1100 en binario

Observación:

Si se recorren los números desde el 3 hasta el 324.521.335 (no he ido más allá porque la memoria de mi PC no lo permite) y se guardan los impares que van resultando en las secuencias Collatz de cada uno de ellos, se observa que la secuencia de cualquier número siempre contiene algún número previamente guardado en la tabla, excepto los 13 que se muestran a continuación. Los marcados en azul son números que no terminan en 11 binario, son los contrapeados y en sus secuencias no hay números impares, de aquí que no haya ninguno en la tabla de impares. El 3 es el primero y por lo tanto aún no hay ningún número en la tabla.

Todos los números desde el 3 hasta el 324.521.335

N dec	N bin	Terminación	Iteraciones	Impares
3	11	5	7	1
21	10101	21	7	0
75	1001011	85	14	2
151	10010111	341	15	2
1.365	10101010101	1.365	13	0
5.461	1010101010101	5.461	15	0
14.563	11100011100011	21.845	19	1
87.381	10101010101010101	87.381	19	0
184.111	101100111100101111	349.525	33	5
932.067	11100011100011100011	1.398.101	25	1
5.592.405	10101010101010101010101	5.592.405	25	0
13.256.071	110010100100010110000111	22.369.621	34	3
26.512.143	1100101001000101100001111	89.478.485	35	3

Las observaciones indican que toda secuencia contiene, al menos, un número impar que ha formado parte de la secuencia de al menos un número anterior.

Lo que no es cierto es que cualquier n forme parte de las secuencias de los números anteriores. De hecho, ocurre menos de la mitad de las veces.

Si la secuencia de cualquier número pasa por un número que apareció en una secuencia anterior, la secuencia subsiguiente será la misma que la de ese número anterior y por tanto terminará en 1 lo que demostraría que todos los números dan lugar a una secuencia que termina en 1.

Por lo tanto, el objetivo es demostrar que esto, que no es más que una simple observación en una muestra finita, es matemáticamente cierto.

Las observaciones de la muestra indican que se anticipan 2,97 números de cada 100 que se computan, con una regularidad casi exacta (R2 = 0,9999999995).

La cuestión es que a un mismo número se puede llegar de varias formas, en general, el problema se puede ver como un árbol construido a partir del final de las trayectorias ya que todas convergen en el 1. El problema es que el número de ramas en los nodos es infinito, hemos visto que todas las secuencias de impares terminan en un numero contrapeado y hay infinitos de estos que se convierten inmediatamente en una potencia de 2, estos por divisiones sucesivas se van agrupando en nodos hasta llegar a los nodos 16,8,4,2,1.